

เชมิกรูปของการแปลงที่แยกแฟกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่



นายประทีป จำปาชนม์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2527

ISBN 974-563-884-6

LOCALLY FACTORIZABLE TRANSFORMATION SEMIGROUPS

Mr. Prakrit Jampachon

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1984

Thesis Title        Locally Factorizable Transformation Semigroups

By                    Mr. Prakit Jampachon

Department        Mathematics

Thesis Advisor     Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.

---

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in  
partial fulfillment of the requirements for the Master's degree.

*S. Bunnag*

.....Dean of Graduate School

(Associate Professor Supradit Bunnag Ph.D.)

Thesis Committee

*Thavee Srisangthong*.....Chairman

(Associate Professor Thavee Srisangthong M.A.)

*Sidney S. Mitchell*.....Member

(Dr. Sidney S. Mitchell Ph.D.)

*Yupaporn Kemprasit*.....Member

(Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.)

หัวข้อวิทยานิพนธ์      เซมิกรุปของการแปลงที่แยกแวกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่

ชื่อผลิต                    นายประภิต จ่าปาชนม์

อาจารย์ที่ปรึกษา        รองศาสตราจารย์ ดร. บุพการณณ์ เข็มประสิทธิ์

ภาควิชา                    คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา                2527

บทคัดย่อ

เซมิกรุปย่อยเฉพาะที่ของเซมิกรุป  $S$  หมายถึงเซมิกรุปย่อยของ  $S$  ซึ่งอยู่ในรูปแบบ  $eSe$  โดยที่  $e$  เป็นไอดิมโพเทนต์ของ  $S$  เราเรียกเซมิกรุป  $S$  ว่าเป็นเซมิกรุปที่แยกแวกเตอร์ได้ถ้ามีกรุปย่อย  $G$  ของ  $S$  ซึ่งทำให้  $S = GE(S)$  โดยที่  $E(S)$  เป็นเซตของไอดิมโพเทนต์ทั้งหมดของ  $S$  และเรียกเซมิกรุป  $S$  ว่าเป็นเซมิกรุปที่แยกแวกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่ถ้าแต่ละเซมิกรุปย่อยเฉพาะที่ของ  $S$  แยกแวกเตอร์ได้

ให้  $X$  เป็นเซตใด ๆ สำหรับการแปลงบางส่วน  $\alpha$  ของ  $X$  ให้  $S(\alpha) = \{x \in \Delta\alpha \mid x\alpha \neq x\}$  โดยที่  $\Delta\alpha$  เป็นโดเมนของ  $\alpha$  เรากล่าวว่าการแปลงบางส่วน  $\alpha$  ของ  $X$  เกือบเป็นเอกสัณฐานถ้า  $S(\alpha)$  เป็นเซตจำกัด

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เราให้ลักษณะของ เซมิกรุปของการแปลงที่แยกแวกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่ดังต่อไปนี้

ทฤษฎี เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนบนเซต  $X$  เป็นเซมิกรุปที่แยกแวกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่เมื่อและต่อเมื่อ  $X$  เป็นเซตจำกัด

บทแทรก ให้  $X$  เป็นเซตใด ๆ และให้  $S$  เป็นเซมิกรุปของการแปลงเต็มบนเซต  $X$  หรือเป็นเซมิกรุปผกผันสลับมาตรบนเซต  $X$  (เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนชนิด 1-1 บนเซต  $X$ ) ได้ว่า  $S$  เป็นเซมิกรุปที่แยกแวกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่ เมื่อและต่อเมื่อ  $X$  เป็นเซตจำกัด

ทฤษฎี สำหรับเซต  $X$  ใด ๆ เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนที่เกือบเป็นเอกสักซ์ของเซต  $X$  ทั้งหมดเป็นเซมิกรุปที่แยกแวกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่

บทแทรก สำหรับเซต  $X$  ใด ๆ เซมิกรุปของการแปลงที่เกือบเป็นเอกสักซ์ของเซต  $X$  ทั้งหมด และเซมิกรุปของการแปลงบางส่วนชนิด 1-1 ที่เกือบเป็นเอกสักซ์ของเซต  $X$  ทั้งหมดเป็นเซมิกรุปที่แยกแวกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่

ทฤษฎี สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  และฟิลด์  $F$  ใด ๆ เซมิกรุปของเมตริกซ์ขนาด  $n \times n$  บน  $F$  ทั้งหมดภายใต้การคูณของเมตริกซ์เป็นเซมิกรุปที่แยกแวกเตอร์ได้อย่างเฉพาะที่

Thesis Title        Locally Factorizable Transformation Semigroups  
Name                Mr. Prakit Jampachon  
Thesis Advisor     Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.  
Department        Mathematics  
Academic Year     1984

ABSTRACT

By the local subsemigroups of a semigroup  $S$  we mean the subsemigroups of  $S$  in the form  $eSe$  where  $e$  is an idempotent of  $S$ . A semigroup  $S$  is said to be factorizable if there exists a subgroup  $G$  of  $S$  such that  $S = GE(S)$  where  $E(S)$  is the set of all idempotents of  $S$ . A semigroup in which each local subsemigroup is factorizable is called a locally factorizable semigroup.

Let  $X$  be a set. For a partial transformation  $\alpha$  of  $X$ , the shift of  $\alpha$  is defined to be the set  $S(\alpha) = \{x \in \Delta\alpha \mid x\alpha \neq x\}$  where  $\Delta\alpha$  is the domain of  $\alpha$ . A partial transformation  $\alpha$  of  $X$  is said to be almost identical if and only if it has a finite shift.

In this thesis, we characterize locally factorizable transformation semigroups as follows :

THEOREM. The partial transformation semigroup on a set  $X$  is locally factorizable if and only if  $X$  is finite.

COROLLARY. Let  $X$  be a set and let  $S$  be the full transformation semigroup on  $X$  or the symmetric inverse semigroup on  $X$  (the 1-1 partial

transformation semigroup on  $X$ ). Then the transformation semigroup  $S$  is locally factorizable if and only if  $X$  is finite.

THEOREM. For any set  $X$ , the semigroup of all almost identical partial transformations of  $X$  is locally factorizable.

COROLLARY. For any set  $X$ , the semigroup of all almost identical transformations of  $X$  and the semigroup of all almost identical 1-1 partial transformations of  $X$  are locally factorizable.

THEOREM. For any positive integer  $n$  and for any field  $F$ , the multiplicative semigroup of all  $n \times n$  matrices over  $F$  is locally factorizable.

## ACKNOWLEDGEMENT

I am greatly indebted to Asso. Prof. Dr. Yupaporn Kemprasit, my thesis supervisor, for her untired offering me some thoughtful and helpful advice in preparing and writing my thesis. Also, I would like to thank all of the lecturers for their previous valuable lectures while studying.

In particular, I would like to express my deep gratitude to my father and mother for their encouragement throughout my graduate study.



## CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI .....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH .....	vi
ACKNOWLEDGEMENT .....	viii
INTRODUCTION .....	1
CHAPTER	
I    PRELIMINARIES .....	2
II   LOCALLY FACTORIZABLE SEMIGROUPS .....	10
III  TRANSFORMATION SEMIGROUPS .....	23
IV   THE MULTIPLICATIVE SEMIGROUP OF $n \times n$ MATRICES OVER A FIELD .....	39
REFERENCES .....	46
VITA .....	47