

กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้
ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2564
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PROCESS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITY USING METAPHORICAL THINKING AND
DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL REPRESENTATION ABILITY OF SECONDARY SCHOOL
STUDENTS



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

FACULTY OF EDUCATION

Chulalongkorn University

Academic Year 2021

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา กับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
โดย	น.ส.ธัญวรัตน์ สมทรัพย์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ
การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมน่วม)

ัญวรรัตน์ สมทรัพย์ : กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา. (PROCESS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITY USING METAPHORICAL THINKING AND DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL REPRESENTATION ABILITY OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาหลัก : รศ. ดร.อัมพร ม้าคนอง

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา 2) เปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม 3) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษในจังหวัดร้อยเอ็ด ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 36 คน ใช้เวลาในการวิจัย 18 คาบเรียน เป็นระยะเวลา 6 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน และแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ การทดสอบค่าที และการวิเคราะห์เนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า

- 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ
- 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ
- 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีพัฒนาการความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2564

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

6280062027 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORD: METAPHORICAL THINKING, MATHEMATICAL REPRESENTATION ABILITY

Tanvarat Somsup : PROCESS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITY USING METAPHORICAL THINKING AND DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL REPRESENTATION ABILITY OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS. Advisor: Assoc. Prof. AUMPORN MAKANONG, Ph.D.

The purposes of this research were 1) to compare the mathematical representation ability of students before and after being taught through organizing mathematics learning activities using metaphorical thinking, 2) to compare the mathematical representation ability of the students after these activities with a criterion of 70% of the full score, and 3) to study the development of the mathematical representation ability of the students during learning activities using metaphorical thinking. The representative sample group consisted of 36 students in seventh grade at an extra-large school in Roi Et Province in second semester of the academic year 2021, with a total of 36 students who spent 18 classes over a period of 6 weeks. The experimental tool was organizing mathematical learning activities using metaphorical thinking. The data collection instruments included a pre-test and post-test of the students' mathematical representation ability, a mathematical representation characteristics assessment form, and an interview. The data was analyzed by arithmetic mean, standard deviation, percentage, t-test, and content analysis.

The results of the research revealed that:

1) The mathematical representation ability of the students after being taught through organizing mathematics learning activities using metaphorical thinking was higher than at the pre-learning stage at the .05 level of significance both overall and when classified by the two sub-components.

2) The mathematical representation ability of the students after engaging in organizing mathematics learning activities using metaphorical thinking was higher than the criterion of 70% of the full score at the .05 level of significance both overall and when classified by the two sub-components.

3) The mathematical representation ability of the students learning through organizing mathematics learning activities using metaphorical thinking had been improved in a positive way both overall and when classified according to the two sub-components.

Field of Study: Mathematics Education

Student's Signature

Academic Year: 2021

Advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความอนุเคราะห์จาก รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาและคำแนะนำ ในการปรับปรุงแก้ไขวิทยานิพนธ์เล่มนี้ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี นอกจากนี้ยังให้ความรู้และ ประสบการณ์ต่าง ๆ รวมถึงให้กำลังใจในการทำงานแก่ผู้วิจัยเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบ ขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วย ศาสตราจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ้ม กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์จากสาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ให้คำแนะนำ ให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ในการปรับปรุง วิทยานิพนธ์ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น และให้กำลังใจกับผู้วิจัยเสมอมา

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด ดร.พุดเตย ตาฬวัฒน์ และคุณครูช่อเอื้อง ขุนทน ที่ได้กรุณาเสียเวลาให้คำแนะนำในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ใน การวิจัย และขอขอบคุณผู้บริหาร คณะครู และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด ที่ได้ให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกในการทำวิจัยอย่างดียิ่ง

ขอขอบคุณพี่น้อง กัลยาณมิตร สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย และสาขามัธยมศึกษา(วิทยาศาสตร์) คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เจ้าหน้าที่ และบุคลากรคณะครุศาสตร์ทุกท่าน ที่ให้ความช่วยเหลือ อำนวยความสะดวกในการดำเนินการทำ วิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณครอบครัวที่ให้คำปรึกษาแก่ผู้วิจัย ให้การสนับสนุนด้านการศึกษาและ เป็นกำลังใจที่สำคัญของผู้วิจัยมาโดยตลอด และขอขอบพระคุณครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาท วิชาความรู้ให้แก่ผู้วิจัย จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ธัญวรัตน์ สมทรัพย์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
คำถามการวิจัย.....	7
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	7
สมมติฐานการวิจัย.....	8
ขอบเขตของการวิจัย.....	10
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	10
กรอบแนวคิดการวิจัย.....	12
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	13
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	14
1. การคิดเชิงอุปมา.....	15
1.1 ความหมายเกี่ยวกับการอุปมาและการคิดเชิงอุปมา.....	15
1.2 การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์.....	16
1.3 การพัฒนาการคิดเชิงอุปมา.....	18
1.4 การคิดเชิงอุปมาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.....	21

2. ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	24
2.1 ความหมายเกี่ยวกับตัวแทนและตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	24
2.2 ความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	26
2.3 ความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	28
2.4 รูปแบบของตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	32
2.5 แนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	35
2.6 การประเมินการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	37
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	40
3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา.....	40
3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	42
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	47
1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	48
2. การออกแบบการวิจัย.....	49
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	49
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	50
4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	50
4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	60
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	71
5.1 ขั้นตอนเตรียมการ.....	71
5.2 ขั้นตอนดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	72
6. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	73
6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ.....	73
6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ.....	73
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	74

7.1 สถิติที่ใช้สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	74
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	75
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ	76
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ.....	78
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	111
บรรณานุกรม.....	126
ภาคผนวก.....	133
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย	134
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย	136
ภาคผนวก ค ตารางวิเคราะห์เนื้อหาและโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์.....	142
ภาคผนวก ง ผลการประเมินแบบวัดจากผู้ทรงคุณวุฒิ และผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ	146
ภาคผนวก จ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	158
ภาคผนวก ฉ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	171
ประวัติผู้เขียน.....	191

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 การเชื่อมโยงตามโมเดลของ Janvier	32
ตาราง 2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ของ สาวิตรี มูลสุวรรณ	38
ตาราง 3 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้ตัวแทน ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ทางสังคมและทางกายภาพ ของ กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช	39
ตาราง 4 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ด้านการสร้างตัวแทนทาง คณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ของ กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช	39
ตาราง 5 แบบแผนการวิจัย.....	49
ตาราง 6 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา แสดงรายละเอียดของ เนื้อหา จำนวนคาบ และตัวอย่างการอุปมาในแต่ละเนื้อหา	52
ตาราง 7 ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	58
ตาราง 8 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์	62
ตาราง 9 ตารางวิเคราะห์กลุ่มเนื้อหาที่สัมพันธ์กับจำนวนข้อของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน.....	63
ตาราง 10 เกณฑ์การให้คะแนน ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดง หรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเนื้อหาเศษส่วนและ ทศนิยม และกลุ่มเนื้อหาอัตราส่วนและร้อยละ	64
ตาราง 11 เกณฑ์การให้คะแนน ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดง หรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเนื้อหาจำนวนเต็มและ เลข ยกกำลัง กลุ่มเนื้อหารูปเรขาคณิตและเส้นขนาน และกลุ่มเนื้อหาการนำเสนอข้อมูล	65
ตาราง 12 เกณฑ์การให้คะแนน ตอนที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทาง คณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา	66

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ทั้งหมด 36 คน.. 76

ตาราง 14 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ทั้งหมด 36 คน..... 77

ตาราง 15 ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยภาพรวม..... 79



สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 1 การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของ Dossey	30
ภาพที่ 2 โมเดลของ Lesh (Lesh's model)	32
ภาพที่ 3 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 1.....	84
ภาพที่ 4 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 1.....	86
ภาพที่ 5 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 1.....	88
ภาพที่ 6 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 2.....	90
ภาพที่ 7 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 2.....	92
ภาพที่ 8 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 2.....	94
ภาพที่ 9 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 3.....	96
ภาพที่ 10 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 3	98
ภาพที่ 11 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 3	100
ภาพที่ 12 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 1	102
ภาพที่ 13 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 1	103
ภาพที่ 14 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 1	104
ภาพที่ 15 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 2	105
ภาพที่ 16 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 2	106
ภาพที่ 17 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 2	107
ภาพที่ 18 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 3	108
ภาพที่ 19 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 3	109
ภาพที่ 20 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 3	110

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิดและการแก้ปัญหา จึงเป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบ ตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งในยุคปัจจุบันที่กิจกรรมทางสังคมของมนุษย์มีความซับซ้อนมากขึ้น ทำให้ผู้เรียนต้องใช้ทั้งความรู้ ความคิด และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาและจัดการกับสถานการณ์ที่แตกต่างไปจากอดีต การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีระบบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555; อัมพร ม้าคนอง, 2557)

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ข้างต้น ทำให้ทราบว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์เป็นอย่างมาก ซึ่งในประเทศไทยให้ความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียนเป็นอย่างมาก และวิชาคณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้ในกลุ่มพื้นฐานสำคัญที่ผู้เรียนในทุกระดับชั้นต้องเรียน แต่ในสภาพความเป็นจริงการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับที่ไม่น่าพึงพอใจ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2560) ดังจะเห็นได้จากผลการประเมินต่าง ๆ

ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ หรือ O-NET (Ordinary National Education Testing) ของสำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ ซึ่งเป็นการทดสอบความรู้และความคิดเพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งผลการทดสอบนอกจากจะสามารถนำไปใช้เป็นองค์ประกอบหนึ่งในการจบการศึกษา ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แล้วยังสามารถไปใช้ในการปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนของโรงเรียนและใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนระดับชาติได้ จากผลการประเมินในปี 2562 ที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนทั่วประเทศมีคะแนนเฉลี่ยในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ค่อนข้างต่ำ มีผลคะแนนสอบไม่ถึงร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม โดยนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 32.90 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 26.73 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 25.41 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2562)

ผลการประเมินการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ ในโครงการ Trends in International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS ซึ่งจัดโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ร่วมกับ สมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (International Association for the Evaluation of Educational Achievement หรือ IEA) โดยประเมินผู้เรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ความสำคัญกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ การประยุกต์ใช้ความรู้ และการใช้เหตุผล ซึ่งการประเมินนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในปี 2015 พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนในรายวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 431 คะแนน จัดอยู่ในอันดับที่ 26 ของประเทศที่เข้าร่วมการประเมินจากทั้งหมด 39 ประเทศ ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าค่ากลางของการประเมินที่ 500 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2559)

นอกจากนี้ จากการประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ริเริ่มโดยองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) เป็นการประเมินนักเรียน อายุ 15 ปี ซึ่งในคณิตศาสตร์เป็นการประเมินความสามารถของนักเรียนในการแสดงออกและความเข้าใจในบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อโลก เพื่อตัดสินใจประยุกต์ใช้ความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์กับโลกในชีวิตจริง พบว่า นักเรียนไทยมีผลการประเมินต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติทุกครั้ง และจากสามด้านที่มีการประเมิน พบว่า ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีคะแนน

ต่ำที่สุด ใน PISA 2018 นักเรียนไทย มีคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ 419 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของกลุ่มประเทศที่เข้าร่วมการประเมินซึ่งมีคะแนนเฉลี่ย 489 คะแนน (ศูนย์ดำเนินงาน PISA แห่งชาติ, 2564)

จากข้อมูลการประเมินทั้งในระดับชาติและระดับนานาชาติข้างต้น ทำให้สังเกตได้ว่า นักเรียนไทยมีผลการประเมินทางคณิตศาสตร์ยังไม่ดีเท่าที่ควร แสดงให้เห็นว่านักเรียนไทยยังขาดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายด้านจึงควรได้รับการพัฒนาอย่างเร่งด่วน การจัดการเรียนการสอนภายในห้องเรียนของเราอาจยังไม่มีประสิทธิภาพเพียงพอที่จะสามารถพัฒนาความรู้และความคิดของผู้เรียนให้ได้คุณภาพมากขึ้น และจากอดีตที่ผ่านมาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมุ่งให้ผู้เรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาและการทำงานตามขั้นตอนหรือกระบวนการที่ผู้สอนยกตัวอย่างหรือทำให้ดู การสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ง่าย ๆ ใกล้ตัว เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ยังมีไม่มากเท่าที่ควร ทั้งที่ประเด็นดังกล่าวได้รับการยอมรับว่ามีความสำคัญและควรพัฒนาให้กับผู้เรียนทุกคน (อัมพร ม้าคนอง, 2553) จึงควรส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น พัฒนาการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาให้มีศักยภาพสูงขึ้นในอนาคต

จากผลการวิจัย สาเหตุที่นักเรียนจำนวนมากไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ สาเหตุหนึ่งที่พบมาก คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช (2559) ได้รวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาและข้อบกพร่องในการแก้ปัญหา เพื่อนำมาวิเคราะห์เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยได้ศึกษางานวิจัยของ กรรณิการ์ ปวนภาค (2543) กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมานเพื่อวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าความผิดพลาดของนักเรียนที่พบสูงสุด คือความผิดพลาดประเภทการเปลี่ยนรูป กล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ เช่นเดียวกับ ผลงานวิจัยของ เมตตา มาเวียง (2544) ที่ศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติของจำนวนนับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น พบว่า การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ได้ เป็น 1 ใน 3 ของลักษณะข้อบกพร่องที่มีความถี่สูงสุดจากข้อบกพร่องย่อย 12 ลักษณะ ผลงานวิจัยของ ชลธิชา ใจพนัส และ อรุมา เจริญสุข (2556) ที่ศึกษาเกี่ยวกับปัจจัย

บางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พบว่า ตัวแปรปัจจัยที่มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มากที่สุดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 คือความสามารถในการเปลี่ยนภาษาโจทย์เป็นภาษาคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ อัมพร ม้าคนอง (2536) ที่ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยฝ่ายมัธยม พบว่าความถี่ของข้อผิดพลาดด้านการตีความโจทย์ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนการนำข้อมูลมาใช้ผิดมากที่สุด และรองลงมาคือ การแปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ซึ่งจากงานวิจัยจะเห็นว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องในการเปลี่ยนรูป การตีความโจทย์ การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ จึงเห็นว่าทักษะการใช้ตัวแทนของนักเรียนยังไม่เพียงพอ นำไปสู่การแก้ปัญหาที่ผิดพลาด จึงควรส่งเสริมการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะในด้านนี้

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการใช้ตัวแทน (Representation) ถือเป็นทักษะกระบวนการหนึ่งที่มีความสำคัญอย่างมาก ซึ่งสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000b) ได้กล่าวถึงความสำคัญของทักษะการใช้ตัวแทนว่า การใช้ตัวแทนเป็นศูนย์กลางของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบกับสิ่งต่าง ๆ ด้วยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเอง และการใช้ตัวแทนมีผลต่อความเข้าใจของนักเรียนในคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ การใช้ตัวแทนจะทำให้นักเรียนเข้าใจหลักการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการอ้างเหตุผลสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขาและคนอื่น ๆ เป็นการรับรองการสื่อสารของนักเรียนในระหว่างคิดรวบยอดกับ การดัดแปลงคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหาในโลกแห่งความจริง ซึ่งสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics หรือ NCTM) ได้จัดทำเอกสารหลักการและมาตรฐานหลักสูตรที่มีชื่อว่า Principles and Standards for School Mathematics ปี 2000 และได้กำหนดทักษะการใช้ตัวแทน (Representation) เป็นหนึ่งในมาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) โดยการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้น Pre-K ถึงเกรด 12 ควรจัดให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างและใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูล จัดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้
2. เลือก ประยุกต์และแปลความหมายการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้
3. ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลองและสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ สังคม และคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบจำลองนั้นได้

จากความสำคัญของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ และเห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้ค้นพบแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงอุปมา (Metaphorical thinking)

การคิดเชิงอุปมา (Metaphorical thinking) เป็นเทคนิคการคิดอย่างนุ่มนวลที่เชื่อมโยงระหว่างสองสิ่งใหญ่ ๆ ทางความหมายที่แตกต่างกัน โดยจิตใจของมนุษย์มีแนวโน้มที่จะมองหาความเหมือน การฝึกการคิดเชิงอุปมาช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงและพัฒนารูปแบบและความสัมพันธ์ควบคู่ไปกับภาษาตลอดจนสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนด และช่วยเพิ่มการประสานงานระหว่างสมองซีกขวาและซีกซ้ายจึงทำให้สามารถเข้าใจข้อมูลได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งนักวิจัยมีการระบุว่า การคิดเชิงอุปมาเป็นความสามารถของแต่ละบุคคลในการเชื่อมโยงข้อมูลปัจจุบันกับสิ่งที่เก็บไว้แล้วในหน่วยความจำ ซึ่งความสามารถในการใช้การคิดเชิงอุปมา เป็นทักษะที่มากกว่าการเข้าใจ ดังนั้นการคิดเชิงอุปมาที่ถูกต้อง จะบ่งชี้ว่าบุคคลนั้นเข้าใจเนื้อหาเป็นอย่างดีและสามารถแสดงการเป็นตัวแทนอื่นของสิ่งนั้นได้ แสดงถึงการเชื่อมโยงแนวคิดในระดับที่สูงขึ้น และการคิดเชิงอุปมามีความเชื่อมโยงกับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจ ซึ่งสามารถพัฒนาโดยการสร้างความเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมที่มีอยู่ มีการค้นหารูปแบบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา ระบุกฎโดยการจำแนก จัดหมวดหมู่หรือจัดจํารูปแบบ และประยุกต์สิ่งที่เรารู้จากบริบทหนึ่งไปสู่อีกบริบทหนึ่ง (Navaneedhan & Kamalanabhan, 2016) นอกจากนี้ Lakoff & Johnson (1980) กล่าวว่า อุปมาเป็นการทำความเข้าใจและเรียนรู้สิ่งหนึ่งที่มีความเป็นนามธรรมผ่านอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่า กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ อุปมาเป็นการเปรียบเทียบที่ผู้ใช้ภาษาจะเปรียบสิ่งที่เป็นนามธรรมสู่สิ่งที่เป็นรูปธรรม เปรียบสิ่งที่อยู่ไกลตัวกับสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวมากกว่า และเปรียบสิ่งที่เราไม่เคยมีประสบการณ์กับสิ่งที่เราคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อนเพื่อให้เข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม สิ่งไกลตัวและสิ่งที่ผู้ใช้ภาษาไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อนได้ชัดเจนขึ้น

ซึ่งในคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาที่ได้ศึกษาถึงการคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญอย่างมาก ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้ถ่ายโยงแนวคิดที่เรียนรู้กับแนวคิดที่คุ้นเคย โดย Carreira (2001) กล่าวว่า การคิดเชิงอุปมา คือ ความสามารถในการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์และปรากฏการณ์ที่มีอยู่กับคนอื่น ๆ ทุกคำอธิบายของคณิตศาสตร์มีการเปลี่ยนแปลงสมมุติฐานจำนวนหนึ่งที่ระบุไว้ในแบบจำลองซึ่งจะสามารถบอกอะไรได้มากมาย และแสดงให้เห็นว่าการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับปรากฏการณ์จริงเป็นกระบวนการ สอดคล้องกับ Hendriana (2012) ที่กล่าวว่า การคิดเชิงอุปมาช่วยในการทำความเข้าใจ โดยเป็นแนวคิดที่ใช้การเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดที่เขาเรียนรู้ด้วยแนวคิดที่คุ้นเคยในเชิงเปรียบเทียบ และสามารถแสดงออกซึ่งแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ด้วยภาษาของตนเอง ทำให้เห็นถึงความเข้าใจแนวคิดของผู้เรียน นอกจากนี้ การคิดเชิงอุปมาสามารถช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้นดังที่ Febriyanti & Wulandari (2020) กล่าวว่า การใช้รูปแบบการเรียนรู้การคิดเชิงอุปมา ช่วยให้นักเรียนค้นพบวิธีการแก้ปัญหาในบริบทการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีตัวชี้วัดการคิดเชิงอุปมา คือ สามารถเชื่อมแนวคิดที่แตกต่างกันสองแนวคิด เชื่อมโยงความคิดที่แตกต่างกับความรู้อ่อนหน้านี้ สร้างแบบจำลอง วิเคราะห์โดยอธิบายถึงความคล้ายคลึงกันของสองแนวคิด สรุปรูข้อมูลจากสิ่งที่ทำและการนำผลลัพธ์ที่ได้รับไปใช้กับปัญหาที่เกิดขึ้น และ David & Phyllis (1996) ได้กล่าวถึงการอุปมาว่ามีศักยภาพอย่างมากในการนิยามให้เป็นความคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้เพื่อตอบสนองต่อเรื่องราวทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางที่มีประสิทธิภาพในการดึงดูดผู้เรียนให้มีส่วนร่วมในการสนทนาทางคณิตศาสตร์ บริบทที่มีความหมายสำหรับความคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น เรื่องราวหรือวิธีการที่เป็นธรรมชาติสำหรับนักเรียนในการเชื่อมโยงสัญลักษณ์นามธรรมกับโลกส่วนตัวของนักเรียน เมื่อนักเรียนวางกรอบแนวคิดของคณิตศาสตร์ในภาษาของตนเองและเชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ส่วนบุคคล นักเรียนจะพัฒนาความเป็นเจ้าของความคิดเหล่านี้ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะสามารถใช้ภูมิหลังหรือประสบการณ์ส่วนตัวของตนเพื่อนำเสนอการเปรียบเทียบที่แตกต่างกันได้ การพัฒนาการคิดเชิงอุปมาสามารถช่วยให้นักเรียนพัฒนาถึงการมองข้อมูลที่มากขึ้นสำหรับการอธิบายประสบการณ์การเรียนรู้อื่น ๆ วิธีการใหม่และมีความตื่นตัวในการสำรวจความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการคิดเชิงเปรียบเทียบ

จากการศึกษาการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา พบว่า มีความเหมาะสมที่จะนำมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ การคิดเชิงอุปมาสามารถนำมาใช้สอนเนื้อหา สอนการดำเนินการในการแก้ปัญหา และสามารถอธิบายวิธีการคิด

เปรียบเทียบคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยภาษาของนักเรียนเองได้ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์มากขึ้น เห็นความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์กับสิ่งรอบตัวซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้ในชีวิตประจำวันได้ดียิ่งขึ้นอีกด้วย ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษากระบวนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีความเหมาะสมกับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เพราะมีตัวอย่างที่หลากหลาย สามารถคิดหาความสัมพันธ์กับความรู้ในชีวิตประจำวันได้ รวมถึงเป็นเนื้อหาที่สามารถแสดงความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายได้ โดยผลการวิจัยครั้งนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และครูคณิตศาสตร์ ที่จะนำการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมาไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

คำถามการวิจัย

กิจกรรมทางคณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมาสามารถส่งเสริมความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

กระบวนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา มีวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

สมมติฐานการวิจัย

Hendriana (2009) ศึกษาการใช้วิธีการคิดเชิงอุปมาเพื่อตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์และการรับรู้ความสามารถของตนเอง พบว่า การใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา มีอิทธิพลอย่างมีนัยสำคัญต่อความเข้าใจและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ นักเรียนกลุ่มโรงเรียนระดับปานกลางและความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้านี้อยู่ในระดับปานกลาง เมื่อใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มโรงเรียนระดับสูงและความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้านี้อยู่ในระดับสูงที่สอนโดยวิธีปกติ นอกจากนี้ Afrilianto (2012) ได้ศึกษาการพัฒนาการทำความเข้าใจแนวคิดและความสามารถเชิงกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา สรุปได้ว่าการพัฒนาการทำความเข้าใจแนวคิดและความสามารถเชิงกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา และนักเรียนแสดงทัศนคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมาอีกด้วย และ Sunday et al. (2020) ศึกษาเกี่ยวกับกลยุทธ์การคิดเชิงอุปมากับการใช้ google classroom มีผลอย่างไรต่อความสามารถในการทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสรุปได้ว่ากลยุทธ์การคิดเชิงอุปมากับการใช้ google classroom มีผลต่อความสามารถในการทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Febriyanti & Wulandari (2020) ได้ศึกษาความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์โดยการใช้รูปแบบการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมา โดยมีตัวชี้วัด ได้แก่ เชื่อมแนวคิดที่แตกต่างกันสองแนวคิด (Connect) เชื่อมโยงความคิดที่แตกต่างกับความรู้ก่อนหน้านี้ (Relate) สร้างแบบจำลอง (Explore) วิเคราะห์โดยอธิบายถึงความคล้ายคลึงกันของสองแนวคิด (Analyze) สรุปข้อมูลจากสิ่งที่ทำ (Transform) และการนำผลลัพธ์ที่ได้รับไปใช้กับปัญหาที่เกิดขึ้น (Experience) ซึ่งพบว่า รูปแบบการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมา มีผลต่อความสนใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

Haidar & Jahring (2020) ได้ศึกษาโดยกำหนดบริบทปัญหาในรูปแบบของการอุปมาของแนวคิดจากนั้นให้นักเรียนระบุแนวคิดที่มีอยู่ในปัญหาและสร้างอุปมาอื่น ๆ จากแนวคิดนั้นโดยในการระบุแนวคิดนักเรียนต้องเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการแสดงผ่านรูปภาพ ตาราง กราฟทางคณิตศาสตร์ นิพจน์หรือข้อความที่เขียนอื่น ๆ และอภิปรายนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ที่พวกเขาสร้างขึ้น พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้นและมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

Saputri et al. (2017) ศึกษาการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดการคิดเชิงอุปมาโดยให้นักเรียนเผชิญกับปัญหาตามบริบท ให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลเพื่อระบุแนวคิดหลัก ซึ่งครูให้ตัวอย่าง

เชิงเปรียบเทียบของปัญหา แล้วใช้การอภิปรายแลกเปลี่ยนการอุปมากับนักเรียนคนอื่น เกี่ยวกับ เหตุผลในการเลือกอุปมาที่พวกเขาสร้างขึ้นและสร้างข้อสรุป พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์จัดอยู่ในประเภทเพียงพอ ส่วนใหญ่นักเรียนมีความสามารถในระดับปานกลาง รองลงมาคือระดับดี นอกจากนั้น lik Nurhikmayati (2017) ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจและการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา รวมถึงประเมินทัศนคติทางคณิตศาสตร์ และการตอบสนองต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การเรียนรู้ด้วยแนวคิดเชิงอุปมา พบว่า ความสามารถในการเข้าใจและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมาดีกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติ นักเรียนมีความคิดเชิงบวกต่อการเรียนรู้ คณิตศาสตร์และการเรียนรู้ด้วยแนวทางการคิดเชิงอุปมา

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย สามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ทำให้นักเรียนได้คิดหาความสัมพันธ์ ถ่ายโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับ แนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งนักเรียนจะสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ด้วยแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในเชิงเปรียบเทียบ และได้แสดงแนวคิดของ ตนเองออกมาทั้งการพูดและการเขียนในรูปแบบต่าง ๆ ด้วยภาษาของตนเอง ซึ่งจากงานวิจัยข้างต้น จะเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียน คณิตศาสตร์มากขึ้น มีความกระตือรือร้นในการเรียน นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้น สามารถทำความเข้าใจแนวคิดได้ดี และรับรู้ความสามารถของตนเองได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนั้นนักเรียน ยังมีการพัฒนาทักษะทางด้าน การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมาน่าจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้นได้ ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีความสามารถในการใช้ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีความสามารถในการใช้ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีพัฒนาการ ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรของการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดร้อยเอ็ด โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด เขต 27 ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ
3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้
 - 3.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา
 - 3.2 ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
4. ระยะเวลาที่ใช้การทดลอง แบ่งออกเป็น การดำเนินการทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 16 คาบ คาบเรียนละ 55 นาที และการเก็บรวบรวมข้อมูล 2 ครั้ง ครั้งละ 55 นาที

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

การคิดเชิงอุปมา (Metaphorical Thinking) หมายถึง กระบวนการคิดโดยใช้วิธีการถ่ายโยงแนวคิดที่เรียนรู้ใหม่กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดที่เรียนรู้ใหม่กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในเชิงเปรียบเทียบ เพื่อทำความเข้าใจแนวคิดและมีการสื่อสารแนวคิดที่ได้ โดยการสื่อสารแนวคิดของนักเรียนนั้นสามารถแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจของนักเรียน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีจุดเน้นในการถ่ายโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคย ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ใหม่กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในเชิงเปรียบเทียบ มีการใช้สถานการณ์ที่พบในชีวิตจริง หรือสถานการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์ที่นักเรียนมีอยู่เดิม เพื่อให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจและสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรมมากขึ้น โดยครูเป็นผู้เสนอสถานการณ์และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกการคิดหาความสัมพันธ์ นักเรียนสามารถเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการสื่อสารด้วยรูปแบบและวิธีการของตนเอง มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดและเหตุผล จากนั้นสรุปถึงความสัมพันธ์เพื่อสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักการและแนวคิดหลักของการคิดเชิงอุปมา แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ เป็นขั้นตอนที่ครูเสนอสถานการณ์ใหม่และให้รายละเอียดเกี่ยวกับสถานการณ์ เมื่อนักเรียนเผชิญสถานการณ์ นักเรียนสามารถวิเคราะห์และทำความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์นั้น รวมถึงมีการรวบรวมข้อมูลที่สำคัญจากสถานการณ์เพื่อให้พร้อมต่อการนำข้อมูลไปสร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา

ขั้นที่ 2 สร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา เป็นขั้นตอนที่ครูอธิบายเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาโดยใช้การคิดเชิงอุปมา และมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนฝึกการคิดเชิงอุปมา ด้วยการคิดหารูปแบบ ความสัมพันธ์ หรือหลักการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยการอุปมาระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ใหม่กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้านี้หรือแนวคิดอื่น ๆ ที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีความเกี่ยวข้องข้อกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ปัญหานั้น เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิดสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยหรือประสบการณ์ที่นักเรียนมีอยู่เดิม

ขั้นที่ 3 สื่อสารแนวคิด เป็นขั้นตอนที่ครูและนักเรียนสื่อสารแนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์โดยการคิดเชิงอุปมา ซึ่งสามารถสื่อสารแนวคิดโดยใช้การอธิบายด้วยภาษาหรือวิธีการต่าง ๆ ตามความถนัดของแต่ละบุคคล สามารถใช้แบบจำลองทางความคิดที่เหมาะสมกับสถานการณ์ในการอธิบายร่วมด้วยเพื่อให้เข้าใจได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 4 อภิปรายแลกเปลี่ยนการคิดเชิงอุปมาและสร้างข้อสรุป เป็นขั้นตอนที่ครูและนักเรียนร่วมกันพูดคุยและอภิปรายถึงการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงแนวคิดที่ใช้ในการอุปมาและสร้างความสัมพันธ์มาสู่สถานการณ์ เพื่อสร้างข้อสรุปถึงความสัมพันธ์และการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์

ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ได้แก่ ภาพ กราฟ ตาราง ตัวแปรหรือสัญลักษณ์และข้อความทางคณิตศาสตร์เพื่อบันทึกและสื่อสารถึงแนวทางการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผลจากประสบการณ์ในการทำความเข้าใจและการคิดรวบยอดของนักเรียนแต่ละคน ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา

กรอบแนวคิดการวิจัย



ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

1. ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เพื่อพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ สำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา ในการนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2. ข้อมูลในการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นแนวทางและเป็นประโยชน์ต่อการนำไปปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูเพื่อพัฒนาทักษะด้านอื่น ๆ และเป็นแนวทางในการวิจัยต่อไป



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. การคิดเชิงอุปมา
 - 1.1 ความหมายเกี่ยวกับการอุปมาและการคิดเชิงอุปมา
 - 1.2 การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์
 - 1.3 การพัฒนาการคิดเชิงอุปมา
 - 1.4 การคิดเชิงอุปมาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายเกี่ยวกับตัวแทนและตัวแทนทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 รูปแบบของตัวแทนทางคณิตศาสตร์
 - 2.5 แนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
 - 2.6 การประเมินการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา
 - 3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

1. การคิดเชิงอุปมา

1.1 ความหมายเกี่ยวกับการอุปมาและการคิดเชิงอุปมา

Lakoff & Johnson (1980) กล่าวว่า อุปมาเป็นการทำความเข้าใจและเรียนรู้สิ่งหนึ่งที่มีความเป็นนามธรรมผ่านอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่า กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ อุปมาเป็นการเปรียบเทียบที่ผู้ใช้ภาษาจะเปรียบสิ่งที่เป็นามธรรมสู่สิ่งที่เป็นรูปธรรม เปรียบสิ่งที่อยู่ไกลตัวกับสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวมากกว่า และเปรียบสิ่งที่เราไม่เคยมีประสบการณ์กับสิ่งที่เราค้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อนเพื่อให้เข้าใจสิ่งที่เป็นามธรรม สิ่งไกลตัวและสิ่งที่ผู้ใช้ภาษาไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อนได้ชัดเจนขึ้น และได้เสนอแนวคิดอุปมาในทฤษฎีปริชาน (Cognitive theory) โดยแสดงให้เห็นว่า อุปมาเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับปริชานหรือระบบความคิดและวิธีการมองโลกของมนุษย์ในแต่ละสังคม ความคิดนี้นำไปสู่ความเข้าใจใหม่เกี่ยวกับการศึกษาอุปมาซึ่งไม่ได้เป็นเพียงเรื่องของภาษาในวรรณคดีเท่านั้น แต่เป็นปรากฏการณ์ในระดับมโนทัศน์ และได้อธิบายอุปมาไปจนถึงระบบวิธีคิดของมนุษย์ หรืออุปมาระดับมโนทัศน์ (Conceptual metaphor) โดยมีถ้อยคำอุปมาหรือรูปภาพแสดงการอุปมาปรากฏให้เห็นอย่างชัดเจนจากการใช้ภาษาในชีวิตประจำวัน ถ้อยคำเหล่านั้นสะท้อนให้เห็นถึงระบบวิธีการคิด หรือมโนทัศน์ของมนุษย์ผู้ใช้นั้นได้ ทั้งนี้ การวิเคราะห์ถ้อยคำอุปมา จะช่วยแสดงให้เห็นว่ามนุษย์มีความเข้าใจหรือมีระบบความคิดเชิงเปรียบเทียบต่อสิ่งต่าง ๆ ว่าเป็นอย่างไร

NAB (2009) กล่าวว่า การคิดเชิงอุปมาเป็นการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงกระบวนการทางจิตใจ ระหว่างคุณสมบัติของวัตถุ ซึ่งโดยปกติจะพิจารณาในการจำแนกประเภทที่แยกจากกันโดยการพัฒนาความเชื่อมโยงที่ซ่อนอยู่ระหว่างคุณสมบัติเหล่านี้ นักเรียนสามารถสังเคราะห์โครงสร้างทางจิตใจใหม่เป็นรูปแบบที่อาจเรียกว่าสร้างสรรค์ได้ ซึ่งมีความสำคัญต่อการศึกษาเกี่ยวกับการเชื่อมโยงที่ชัดเจนในทางตรง หรือสังเคราะห์รูปแบบใหม่ ๆ ที่นำมาใช้ใหม่ซึ่งมีประสิทธิภาพสำหรับนักเรียนมากกว่าการจดจำข้อมูล

Navaneedhan & Kamalanabhan (2016) ได้กล่าวถึงการคิดเชิงอุปมาว่าเป็นเทคนิคการคิดอย่างนุ่มนวลที่เชื่อมโยงระหว่างสองสิ่งใหญ่ ๆ ทางความหมายที่แตกต่างกัน โดยจิตใจของมนุษย์มีแนวโน้มที่จะมองหาความเหมือน การฝึกการคิดเชิงอุปมาช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงและพัฒนาารูปแบบและความสัมพันธ์ควบคู่ไปกับภาษาตลอดจนสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนด และช่วยเพิ่มการประสานงานระหว่างสมองซีกขวาและซีกซ้ายจึงทำให้สามารถเข้าใจข้อมูลได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งนักวิจัยมีการระบุว่า การคิดเชิงอุปมาเป็นความสามารถของแต่ละบุคคลในการเชื่อมโยงข้อมูลปัจจุบันกับสิ่งที่เก็บไว้แล้วในหน่วยความจำ ความสามารถในการใช้การคิดเชิงอุปมา เป็นทักษะที่

มากกว่าการเข้าใจ ดังนั้นการคิดเชิงอุปมาที่ถูกต้อง จะบ่งชี้ว่าคุณคนนั้นเข้าใจเนื้อหาเป็นอย่างดีและสามารถแสดงการเป็นตัวแทนอื่นของสิ่งนั้นได้ แสดงถึงการเชื่อมโยงแนวคิดในระดับที่สูงขึ้น

เชิดชัย อุดมพันธ์ (2555) กล่าวว่า อุปมา คือการใช้ภาษาในเชิงเปรียบเทียบเพื่อให้เห็นภาพชัดเจนหรือเพื่อทำความเข้าใจประสบการณ์หรือสิ่งต่าง ๆ โดยการนำเอาลักษณะเด่นของสิ่งหนึ่งกับอีกสิ่งหนึ่งมาเปรียบกัน สิ่งที่น่ามาเปรียบกันนี้ แม้จะมีความต่างกันทางกายภาพแต่ย่อมมีคุณสมบัติเด่นบางประการร่วมกัน ซึ่งอาจเกี่ยวข้องกับความคิดเรื่อง แบบในความคิดที่ถูกสร้างขึ้นจากประสบการณ์ แบบในที่นี้เป็นความคิดรวบยอดหรือเป็นความหมายที่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งมนุษย์จะนำแบบไปใช้ในการเรียกขานสิ่งต่าง ๆ เพื่อรับรู้และเรียนรู้ต่อไป

สุดารัตน์ อัจฉาญา (2561) กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงอุปมา เป็นการให้เหตุผลในเชิงเปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันระหว่างแนวคิดใหม่กับแนวคิดที่เข้าใจแล้ว และใช้ความคล้ายคลึงกันนั้นเพื่อให้เข้าใจแนวคิดใหม่ การให้เหตุผลเชิงอุปมาจะเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับสองสิ่งที่เรานำมาเปรียบเทียบกับกันจะต้องมีความคล้ายคลึงกัน

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การอุปมา เป็นการทำความเข้าใจ หรือเป็นการเปรียบสิ่งที่เป็นนามธรรมสู่สิ่งที่เป็นรูปธรรม เปรียบสิ่งที่ไม่เคยมีประสบการณ์กับสิ่งที่คุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อนเพื่อให้เห็นภาพชัดเจนหรือเพื่อทำความเข้าใจประสบการณ์หรือสิ่งต่าง ๆ

การคิดเชิงอุปมาจึงเป็นเทคนิคการคิดที่ถ่ายโยงระหว่างสองแนวคิด คือ แนวคิดที่เรียนรู้ใหม่กับแนวคิดที่คุ้นเคยเพื่อทำความเข้าใจและการสื่อสารแนวคิดนามธรรมให้เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น

CHULALONGKORN UNIVERSITY

1.2 การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์

David & Phyllis (1996) กล่าวว่า การอุปมามีศักยภาพอย่างมากในการนิยามภาพให้เป็นการคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้เพื่อตอบสนองต่อเรื่องราวทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางที่มีประสิทธิภาพในการดึงดูดผู้เรียนให้มีส่วนร่วมในการสนทนาทางคณิตศาสตร์ บริบทที่มีความหมายสำหรับความคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น เรื่องราวหรือวิธีการที่เป็นธรรมชาติสำหรับนักเรียนในการเชื่อมโยงสัญลักษณ์นามธรรมกับโลกส่วนตัวของนักเรียน เมื่อนักเรียนวางกรอบแนวคิดของคณิตศาสตร์ในภาษาของตนเองและเชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ส่วนบุคคล นักเรียนจะพัฒนาความเป็นเจ้าของความคิดเหล่านี้ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะสามารถใช้ภูมิหลังหรือประสบการณ์ส่วนตัว

ของตนเพื่อนำเสนอการเปรียบเทียบที่แตกต่างกันได้ การพัฒนาการคิดเชิงอุปมาสามารถช่วยให้นักเรียนพัฒนาถึงการมองข้อมูลที่มากขึ้นสำหรับการอธิบายประสบการณ์การเรียนรู้อื่น ๆ วิธีการใหม่และมีความตื่นตัวในการสำรวจความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการคิดเชิงเปรียบเทียบ

Carreira (2001) กล่าวว่า การคิดเชิงอุปมา คือ ความสามารถในการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์และปรากฏการณ์ที่มีอยู่กับคนอื่น ๆ ทุกคำอธิบายของคณิตศาสตร์มีการเปลี่ยนแปลงสมมุติฐานจำนวนหนึ่งที่จะระบุไว้ในแบบจำลองซึ่งจะสามารถบอกอะไรได้มากมาย และแสดงให้เห็นว่าการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับปรากฏการณ์จริงเป็นกระบวนการ ความพยายามเป็นสิ่งสำคัญ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์คือการสรุปแนวคิดทางคณิตศาสตร์จำนวนหนึ่ง การตีความต้องมีการตีความที่ถูกต้องซึ่งจำเป็นต้องมีกระบวนการบูรณาการระหว่างแบบจำลองและการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในการเรียนรู้ในชั้นเรียน ซึ่งกิจกรรมทั้งหมดจะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความหมายยิ่งขึ้น

Hendriana (2012) กล่าวว่า การคิดเชิงอุปมาเป็นสะพานเชื่อมระหว่างรูปแบบและการตีความ ซึ่งนักเรียนจะได้ใช้ประโยชน์จากความรู้ที่มีอยู่ในการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านการเปรียบเทียบ การคิดและกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนจะพัฒนา เพราะนักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดที่เรียนรู้ด้วยแนวคิดที่คุ้นเคยในเชิงเปรียบเทียบ มีการคิดเชิงนามธรรมเปรียบเทียบกับวัตถุจริงที่มีอยู่ในชีวิตประจำวัน ลักษณะของวิธีคิดเชิงอุปมาคือ เชื่อมโยงแนวคิดเชิงนามธรรมเข้ากับสิ่งที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นวิธีการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งสามารถแสดงออกถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษาของตนเอง แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในแนวทางการคิดของนักเรียน และการคิดเชิงอุปมาในการวิจัย เป็นกระบวนการคิดเพื่อทำความเข้าใจและการสื่อสารแนวคิดนามธรรมในคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรมมากขึ้นโดยการเปรียบเทียบ 2 สิ่งที่มีความหมายต่างกัน

การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์แตกต่างจากการคิดเชิงอุปมาทั่วไป โดยความแตกต่าง คือ การทำความเข้าใจแนวคิดและการนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวอย่างของการอุปมาทางคณิตศาสตร์ คือ ส่วนของเส้นตรง AC ยาว 20 ซม. จุด B อยู่บนส่วนของเส้นตรง AC สร้างรูปสี่เหลี่ยม ABGF และ BCDE โดยพิจารณาเส้นรอบรูปของรูปที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองนี้ (ABCDEGF) ถ้าตำแหน่งของจุด B เปลี่ยน เส้นรอบรูปจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ในการแก้ปัญหานี้สามารถมองเห็นการคิดเชิงอุปมาของนักเรียนได้ โดยให้จุด B เคลื่อนที่บน

ส่วนของเส้นตรง AC โดยใช้การเลื่อนนิ้วจากซ้ายไปขวาหรือในทางกลับกันเพื่อแสดงชุดของจุดเปลี่ยนไปยังจุด B บนส่วนของเส้นตรง AC ซึ่งหมายถึงการเปลี่ยนแปลงในตัวแปร k ดังนั้นในที่สุดเราจะได้ฟังก์ชันที่ระบุความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงค่า k กับเส้นรอบรูปของรูป ABCDEGF ค่าอุปมาของนักเรียนในการแสดงชุดการเลื่อนของจุด B ด้วยนิ้ว คือการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ตัวอย่างของการอุปมาทั่วไป คือ เซ็คสเปียร์เขียนไว้ในหนังสือของเขาว่า จูเลียตเปรียบเสมือนดวงอาทิตย์ของโรมิโอเพราะจูเลียตเป็นศูนย์กลางและสำคัญมากในชีวิตของโรมิโอ อุปมาของเซ็คสเปียร์สำหรับจูเลียต เป็นการอุปมาเพื่อสร้างภาพของจูเลียต

Sundry et al. (2020) กล่าวว่า การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์ ใช้เพื่ออธิบายว่าความคิดหรือแนวคิด มีความเชื่อมโยงกับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์อย่างไร โดยเริ่มจากการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการคิดเชิงอุปมาเป็นวิธีที่จะเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดที่นักเรียนรู้จักในชีวิตประจำวัน

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดเชิงนามธรรมเข้ากับสิ่งที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น โดยถ่ายโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดที่นักเรียนรู้จักในชีวิตประจำวัน ซึ่งนักเรียนจะสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดที่เรียนรู้ด้วยแนวคิดที่คุ้นเคยในเชิงเปรียบเทียบ นักเรียนจะได้ใช้ประโยชน์จากความรู้ที่มีอยู่ในการเรียนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้นและตีความได้ดียิ่งขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

1.3 การพัฒนาการคิดเชิงอุปมา

1.3.1 แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงอุปมา

Hendriana (2009) ได้กล่าวถึง สิ่งที่ครูควรคำนึงถึงในการจัดการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา คือ ครูต้องมีความคิดสร้างสรรค์และระมัดระวังในการเลือกอุปมาที่เหมาะสมเพื่อแสดงแนวคิด ครูต้องให้คำแนะนำและใช้คำถามในการแนะนำนักเรียนให้อุปมาได้ถูกต้อง ครูควรให้ความช่วยเหลือน้อยที่สุด และไม่จำเป็นต้องรีบ เพื่อให้การพัฒนาทักษะศักยภาพของนักเรียนพัฒนาได้อย่างเหมาะสมยิ่งขึ้น

Navaneedhan & Kamalanabhan (2016) เสนอวิธีการพัฒนาการคิดเชิงอุปมา โดยให้ครูฝึกทักษะการคิดเชิงอุปมาเพื่ออธิบายข้อมูลที่กำหนด คำนึงถึงความชัดเจนของการสื่อสาร

เพื่อลดความคลุมเครือหรือความสับสนและปรับปรุงทัศนคติของนักเรียนเกี่ยวกับการคิด แผนการสอนควรประกอบด้วยการสร้างแบบจำลองทางการคิด ตัวอย่างของการคิดเชิงประยุกต์และการปรับตัวตามความต้องการของนักเรียนที่หลากหลาย ครูควรช่วยให้นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้สิ่งที่สอนในบริบทหนึ่งเพื่อสรุปในบริบทอื่น ๆ ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ที่เป็นรูปธรรมของข้อมูลที่กำหนดและสามารถพัฒนาความรู้ความเข้าใจได้โดยฝึกการคิดเชิงอุปมา ดังต่อไปนี้

- สร้างความเชื่อมโยงกับความรู้และประสบการณ์เดิม โดยการแบ่งปันประสบการณ์กับสถานการณ์การเรียนรู้
- มองหารูปแบบและความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อยเพื่อบูรณาการและสร้างความหมาย
- กำหนดกฎเกณฑ์เพื่อประมวลผลข้อมูลได้อย่างรวดเร็ว
- นำหลักการที่เข้าใจได้ทั่วไปมาใช้เพื่อถ่ายทอดการเรียนรู้จากสถานการณ์หนึ่งไปสู่อีกสถานการณ์หนึ่ง
- ส่งเสริมการเรียนรู้โดยการเปรียบเทียบ และการจัดโครงสร้างข้อมูลให้สอดคล้องกัน รวมถึงพัฒนาโครงสร้างความรู้ภายในที่เหมาะสม
- ให้ประสบการณ์ภาคสนามที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเพื่อให้นักเรียนได้เริ่มต้นความคิดของตัวเองเพื่อเปรียบเทียบประสบการณ์จริงและเสมือนจริง
- ส่งเสริมการสังเกตของผู้เรียน โดยสื่อการเรียนการสอนควรออกแบบในลักษณะที่นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการสังเกต เปรียบเทียบและได้รับความรู้โดยการใช้ตัวแทนภายใน
- ใช้แนวปฏิบัติของคำถามกระตุ้นความคิดที่เกี่ยวข้องกับลักษณะเชิงคุณภาพและลักษณะเชิงปริมาณของเนื้อหา
- ส่งเสริมกิจกรรมการเรียนรู้ที่เชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม
- ส่งเสริมการคิดไตร่ตรองในหมู่ผู้เรียน ช่วยในการพัฒนาโครงสร้างทางปัญญา

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การพัฒนาการคิดเชิงอุปมานั้น ครูควรฝึกทักษะการคิดเชิงอุปมาเพื่ออธิบายข้อมูลที่กำหนดโดยคำนึงถึงความชัดเจนของการสื่อสาร ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยมีการสร้างแบบจำลองทางการคิด มีการเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เดิม เน้นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อย ส่งเสริมการเรียนรู้โดยการเปรียบเทียบและช่วยให้นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้สิ่งที่สอนในบริบทหนึ่งเพื่อสรุปในบริบทอื่น ๆ ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ที่เป็นรูปธรรมของข้อมูล

1.3.2 การพัฒนาการคิดเชิงอุปมากับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจ

Navaneedhan & Kamalanabhan (2016) กล่าวว่า โครงสร้างความรู้ความเข้าใจพัฒนาในทุกคนตั้งแต่วัยเด็กจนถึงวัยชราที่มีระบบประสาทและมีการสื่อสาร การคิดเชิงอุปมามีความเชื่อมโยงกับการพัฒนาโครงสร้างความรู้ความเข้าใจ ซึ่งสามารถพัฒนาผู้เรียนได้โดยใช้หลักดังนี้

1. การเชื่อมโยง (making connections) สร้างความเชื่อมโยงของข้อมูลใหม่กับความรู้ปัจจุบันที่มีอยู่ โดยการเรียนรู้จะมีความหมายมากขึ้นหากผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้หรือได้มีการผสมผสานความรู้ใหม่กับความรู้ที่พวกเขาจำอยู่แล้วหรือมีอยู่ในโครงสร้างความรู้ความเข้าใจของตนเอง

2. การค้นหารูปแบบ (finding patterns) การค้นหารูปแบบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา

- ครูเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์เชิงโต้ตอบที่ซับซ้อน
- สร้างสิ่งเร้าท้าทายผู้เรียน เพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียน
- ส่งเสริมการวิเคราะห์อย่างเข้มข้นเพื่อให้ผู้เรียนได้รับข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับปัญหาซึ่งมีการเข้าถึงในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อรับรู้การประมวลผลจากประสบการณ์

3. การระบุกฎ (identifying rules) เมื่อผู้เรียนได้เชื่อมโยงแนวคิดใหม่กับแนวคิดที่พวกเขาจำอยู่แล้ว ควรปฏิบัติดังนี้ (1) จำแนก (2) จัดหมวดหมู่ (3) จัดจํารูปแบบ ตัวอย่างเช่น หากผู้เรียนนึกในใจว่าสัตว์สี่ขามีลักษณะอย่างไร จากข้อมูลที่เขาได้เรียนรู้ จากรูปภาพที่เขาแสดงโดยสิ่งที่เขาได้อ่านและสิ่งที่เขาได้รับการบอกเล่า เมื่อผู้เรียนพบสิ่งมีชีวิตที่ไม่เคยเห็นมาก่อนและสิ่งมีชีวิตนั้นมีคุณสมบัติเหมือนสัตว์สี่ขา สัตว์ที่ถูกเก็บไว้ในสมองช่วยในการสรุปหรือสรุปได้ว่ามันน่าจะเป็นเหมือนสุนัข การคิดเชิงอุปมาทำให้เกิดภาพในสายตาของจิตใจ

4. หลักการที่เป็นนามธรรม (abstracting principles) การประยุกต์ใช้หลักการคิดเชิงอุปมา เช่น แสดงภาพสุนัขและแมว นักเรียนไม่เพียงแต่เข้าใจว่ากำลังเห็นภาพสัตว์สี่ขาตัวนั้น แต่ยังนับจำนวนสัตว์อีกด้วย ซึ่งมีความเป็นไปได้ที่ผู้เรียน อาจเชื่อมโยงสิ่งที่เขาเรียนรู้จากบริบทหนึ่งไปสู่อีกบริบทหนึ่งได้ ตัวอย่าง เช่น ผู้เรียนโดยใช้การคิดเชิงอุปมาในการเรียนรู้การเขียนเรียงความในชั้นเรียนภาษาอังกฤษ และสามารถถ่ายทอดการเรียนรู้ในชั้นเรียนสังคมศึกษาได้ ดังนั้นการคิดเชิงอุปมาจึงช่วยให้ผู้เรียนอภิปรายความเหมือนและความแตกต่างระหว่างสิ่งที่ไม่คุ้นเคยและห่างไกลกับสิ่งที่คุ้นเคย ซึ่งเป็นวิธีที่น่ายogyองในการช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดนามธรรม

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงอุปมากับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจนั้น สามารถสรุปได้ว่า การคิดเชิงอุปมามีความเชื่อมโยงกับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจ ซึ่งสามารถพัฒนา โดยการ ถ่ายโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมที่มีอยู่ มีการค้นหารูปแบบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา ระบุกฎโดยการ จำแนก จัดหมวดหมู่หรือจัดจำรูปแบบ และประยุกต์สิ่งที่เรียนรู้จากบริบทหนึ่งไปสู่อีกบริบทหนึ่ง

1.4 การคิดเชิงอุปมาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

Holyoak & Thagard (1995, อ้างถึงใน Hendriana, 2012 และ Sundry, 2020) เสนอว่า การคิดเชิงอุปมา เริ่มต้นด้วยแนวคิดที่เป็นที่รู้จักเพื่อนำไปสู่แนวคิดอื่นที่ยังไม่เป็นที่รู้จักหรือกำลัง ศึกษาอยู่ การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์ใช้เพื่ออธิบายความคิดของคน ๆ หนึ่งเกี่ยวกับกิจกรรมทาง คณิตศาสตร์หรือแนวคิดเชิงนามธรรม โดยมีการจัดระเบียบผ่านการคิดเชิงอุปมา แสดงในรูปแบบที่เป็น รูปธรรมตามโครงสร้างและการให้เหตุผลโดยอาศัยระบบประสาทสัมผัส ที่เรียกว่า อุปมาเชิง ความคิด รูปแบบของการคิดเชิงอุปมาประกอบด้วย การเสนอรูปแบบความคิดเชิงอุปมา ได้แก่

- การวางรากฐานอุปมา ซึ่งเป็นพื้นฐานสำหรับการทำความเข้าใจความคิดทาง คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน
- การเชื่อมโยงอุปมา ในการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างสองสิ่ง ได้แก่ การให้อิสรระ ในการจัดระเบียบลักษณะของหัวข้อหลักและสนับสนุนด้วยหัวข้อเพิ่มเติม ในลักษณะของการ เปรียบเทียบ
- วิธีการกำหนดนิยามใหม่ นิยามคำอุปมาเหล่านี้ใหม่และเลือกสิ่งโดยตรงกับหัวข้อ มากที่สุด นักเรียนจะสามารถเรียนรู้ที่จะสร้างข้อสรุปเชิงตรรกะตามข้อเท็จจริงและแหล่งที่มาที่ เกี่ยวข้องตามการอุปมาของตนเองเพื่อทำความเข้าใจแนวคิดนั้น ๆ

Hendriana (2012) เสนอว่า การค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และปรากฏการณ์ ที่แท้จริงเป็นกระบวนการในการเป็นแบบอย่างที่สำคัญ การคิดเชิงอุปมาทางคณิตศาสตร์ต้องเริ่มต้น โดยการเพิ่มแบบจำลองของสถานการณ์อย่างเป็นระบบเพื่อให้แบบจำลองถูกตีความจากมุมมองของ ทั้งครูและนักเรียน โดยรูปแบบแนวคิดของการคิดเชิงอุปมา ได้แก่ ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิด พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ การสร้างความสัมพันธ์และการกำหนดนิยามใหม่ ความสัมพันธ์ระหว่างการ เรียนรู้ที่สอนโดยการคิดเชิงอุปมา คือความสามารถในการเชื่อมโยงปัญหาจากคำถามให้กลายเป็น ข้อความอ้างอิงไปยังข้อมูลที่ลึกซึ้ง

Hendriana et al. (2017) เสนอว่า มีความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา และความสามารถในการตั้งคำถามทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. นักเรียนสามารถเชื่อมโยงประเด็นของคำถาม เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น
2. นักเรียนสามารถค้นหาแนวคิดใหม่ที่เขา还不知道 เช่น การคาดเดาที่คาดว่าจะ
เป็นพื้นฐานของคำถาม
3. นักเรียนสามารถสร้างความคิดสร้างสรรค์ที่ได้จากปัญหา
4. นักเรียนสามารถนำผลของการคิดจากคำถามมาประยุกต์ใช้ได้

lik Nurhikmayati (2017) กล่าวว่า การอุปมาเป็นเครื่องมือสำหรับการวางแนวคิด เพื่อทำความเข้าใจแนวคิด โดยเริ่มจากแนวคิดที่เป็นที่รู้จักของนักเรียน หรือประสบการณ์ก่อนหน้านี้ของนักเรียน ไปสู่แนวคิดที่ศึกษา ในการเรียนรู้ด้วยการคิดเชิงอุปมา ครูฝึกคิดออกแบบกระบวนการเรียนรู้ โดยเริ่มต้นจากปัญหาตามบริบท จากนั้นครูให้นักเรียนคิดถึงแนวทางในการตีความแนวคิดคณิตศาสตร์ที่กำลังศึกษาโดยใช้การอุปมา ให้โอกาสนักเรียนในการอุปมาโดยขึ้นอยู่กับประสบการณ์หรือความรู้ที่มีอยู่ของนักเรียน จากนั้นสอนเกี่ยวกับการอุปมาที่เหมาะสมกับการวิเคราะห์และให้เหตุผล ซึ่งจะให้นักเรียนเข้าใจในแนวคิดเชิงลึก นักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการระบุแนวคิดคณิตศาสตร์ที่พวกเขากำลังเรียน และเชื่อมโยงด้วยประสบการณ์ในชีวิตประจำวันของพวกเขาในรูปแบบของการเปรียบเทียบ สามารถสร้างการอุปมาได้อย่างเหมาะสม ช่วยให้พัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมผ่านการอุปมาได้

Saputri et al. (2017) กล่าวว่า การดำเนินการเรียนรู้โดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา คือ ให้นักเรียนเผชิญกับปัญหาตามบริบทของปัญหาและเปลี่ยนค่า จากนั้นให้นักเรียนระบุแนวคิดหลัก ซึ่งในการระบุแนวคิดหลักนักเรียนจะต้องรวบรวมข้อมูลจากปัญหาและข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา จากนั้นเริ่มตอบคำถามที่ระบุไว้ในแผนงาน ในการรวบรวมข้อมูลและสารสนเทศจากปัญหา ให้นักเรียนพูดถึงสิ่งที่รู้และมีการถามคำถามเกี่ยวกับปัญหา จากนั้นครูให้ตัวอย่างเชิงเปรียบเทียบของปัญหาที่แตกต่างจากใบงาน จากนั้นนักเรียนสร้างความสัมพันธ์ของแนวคิดหรือแบบจำลองคณิตศาสตร์กับปรากฏการณ์ของปัญหา ขั้นตอนสุดท้ายคือนักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนการอุปมาให้กับเพื่อนคนอื่นเกี่ยวกับเหตุผลในการเลือกอุปมาที่พวกเขาสร้างขึ้นและสุดท้ายจึงสร้างข้อสรุป

Haidar & Jahring (2020) กล่าวว่า ในแนวทางการคิดเชิงอุปมา คือ ครูให้บริบทปัญหาในรูปแบบของอุปมาของแนวคิด จากนั้นนักเรียนระบุแนวคิดที่มีอยู่ในปัญหาและสร้างอุปมาอื่น ๆ จากแนวคิดนั้น ซึ่งในการระบุแนวคิด นักเรียนต้องเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่พวกเขา มี โดยนักเรียนสามารถแสดงผ่านรูปภาพ ตาราง กราฟทางคณิตศาสตร์ นิพจน์หรือข้อความที่เขียนอื่น ๆ กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ของพวกเขาและความสามารถในการนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ที่พวกเขาสร้างขึ้น ผลของการอภิปรายในกลุ่ม คือ สิ่งที่บ่งบอกถึงความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

Febriyanti & Wulandari (2020) กล่าวว่า การใช้รูปแบบการเรียนรู้การคิดเชิงอุปมา ช่วยให้นักเรียนค้นพบวิธีการแก้ปัญหาในบริบทการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวชี้วัดของการคิดเชิงอุปมาได้แก่

1. เชื่อมแนวคิดที่แตกต่างกันสองแนวคิด (Connect)
2. เชื่อมโยงความคิดที่แตกต่างกับความรู้ก่อนหน้า (Relate)
3. สร้างแบบจำลอง (Explore)
4. วิเคราะห์โดยอธิบายถึงความคล้ายคลึงกันของสองแนวคิด (Analyze)
5. สร้างข้อมูลจากสิ่งที่ทำ (Transform)
6. การนำผลลัพธ์ที่ได้รับไปใช้กับปัญหาที่เกิดขึ้น (Experience)

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การคิดเชิงอุปมาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การเรียนการสอนที่มีการถ่ายโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคย ซึ่งมีความสัมพันธ์ในเชิงเปรียบเทียบ มีการเชื่อมโยงแนวคิดเชิงนามธรรมเข้ากับสิ่งที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น เมื่อพบสถานการณ์ปัญหาควรมีการระบุแนวคิดหลักและรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้อง จากนั้นสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับความรู้เดิมที่คุ้นเคยซึ่งแสดงออกผ่านการสื่อสารแนวคิดด้วยภาษาของตนเองหรือการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา ซึ่งมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนการคิดและสร้างข้อสรุป เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักการและแนวคิดหลักของการคิดเชิงอุปมา โดยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน นำไปใช้กับการเรียนการสอนปกติในชั้นเรียน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ เป็นขั้นตอนที่ครูเสนอสถานการณ์ใหม่และให้รายละเอียดเกี่ยวกับสถานการณ์ เมื่อนักเรียนเผชิญสถานการณ์นักเรียนสามารถวิเคราะห์และทำความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์นั้น รวมถึงมีการรวบรวมข้อมูลที่สำคัญจากสถานการณ์เพื่อให้พร้อมต่อการนำข้อมูลไปสร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา

ขั้นที่ 2 สร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา เป็นขั้นตอนที่ครูอธิบายเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาโดยใช้การคิดเชิงอุปมา และมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนฝึกการคิดเชิงอุปมา คิดหารูปแบบ ความสัมพันธ์ หรือหลักการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยการอุปมาระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ใหม่กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้านี้หรือแนวคิดอื่น ๆ ที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ปัญหานั้น เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิดสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยหรือประสบการณ์ที่นักเรียนมีอยู่เดิม

ขั้นที่ 3 สื่อสารแนวคิด เป็นขั้นตอนที่ครูและนักเรียนสื่อสารแนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์โดยการคิดเชิงอุปมา ซึ่งสามารถสื่อสารแนวคิดโดยใช้การอธิบายด้วยภาษาหรือวิธีการต่าง ๆ ตามความถนัดของแต่ละบุคคล สามารถใช้แบบจำลองทางความคิดที่เหมาะสมกับสถานการณ์ในการอธิบายร่วมด้วยเพื่อให้เข้าใจได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 4 อภิปรายแลกเปลี่ยนการคิดเชิงอุปมาและสร้างข้อสรุป เป็นขั้นตอนที่ครูและนักเรียนร่วมกันพูดคุยและอภิปรายถึงการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงแนวคิดที่ใช้ในการอุปมาและสร้างความสัมพันธ์มาสู่สถานการณ์ เพื่อสร้างข้อสรุปถึงความสัมพันธ์และการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์

2. ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายเกี่ยวกับตัวแทนและตัวแทนทางคณิตศาสตร์

Cambridge Dictionary (2563) ได้ให้ความหมายของตัวแทน (Representation) ว่า หมายถึง วิธีการแสดงหรืออธิบายถึงบางคนหรือบางสิ่ง หรือหมายถึง ป้าย รูปภาพ แบบจำลอง ของบางสิ่งบางอย่าง

จากการศึกษา พบว่า นักการศึกษาได้อธิบายความหมายของตัวแทน ไว้ดังนี้

Palmer (1978) กล่าวว่า ตัวแทน หมายถึง สิ่งแทนหรือตัวแทนที่ใช้แทนสิ่งหนึ่ง

Janvier (1987) กล่าวว่า ตัวแทน เป็นส่วนหนึ่งของมโนทัศน์ทางจิตวิทยา ซึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ ตัวแทนจะเป็นสิ่งที่อธิบายเกี่ยวกับวิธีคิดของนักเรียน

Hiebert (1990) กล่าวว่า ตัวแทน เป็นกระบวนการในการสร้างตัวแทนของสิ่งต่าง ๆ และเป็นผลมาจากการใช้ตัวแทนเหล่านั้น

Hall (1996) กล่าวว่า ตัวแทน เป็นกระบวนการการเปลี่ยนแปลงของสถานการณ์ของปัญหา และสามารถพัฒนาประสบการณ์ได้จากการลงมือทำกิจกรรม

Jonassen (2000) กล่าวว่า ตัวแทน เป็นโครงสร้างทางจิตใจที่ประกอบด้วยมโนภาพต่าง ๆ อาจรวมถึงการอุปมาอุปไมย มิติสัมพันธ์ และโครงสร้างทางความรู้

NCTM (2000a) กล่าวว่า ตัวแทนเป็นกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นจากกระบวนการ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือเป็นความสัมพันธ์ของรูปแบบต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นภายในตัวเอง รวมถึงการประยุกต์ใช้กระบวนการและผลที่เกิดขึ้นจากกระบวนการต่าง ๆ เหล่านี้ สิ่งที่ได้จากการสังเกตภายนอกมีความเกี่ยวข้องกับสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจของบุคคลในการกระทำทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ

สำหรับความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้อธิบายไว้ดังนี้

อารีย์ เมฆวิสัย (2552) กล่าวว่า ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์โดยถ่ายทอดออกมาเป็น ภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความ ภาษา หรือรูปแบบอื่น ๆ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หรือ มโนภาพทางคณิตศาสตร์เป็นภาพที่ปรากฏในสมองหรือความคิดของผู้เรียน ซึ่งภาพนั้นเกี่ยวข้องกับสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มโนภาพในเรื่องเดียวกันของผู้เรียนแต่ละคนอาจแตกต่างกันตามประสบการณ์การเรียนรู้และการแก้ปัญหา

อรญา อัญญา (2553) กล่าวว่า ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ใช้ในการแสดงถึงความรู้ ความเข้าใจและมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) กล่าวว่า ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นภาพที่ปรากฏขึ้นภายในสมองหรือความคิดของบุคคล เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของความรู้ ความเข้าใจ และมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นภาพที่เกิดขึ้นภายในสมองหรือความคิดของบุคคลเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์โดยถ่ายทอดออกมาเป็น ภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความ ภาษาหรือรูปแบบอื่น ๆ

2.2 ความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษา พบว่า นักการศึกษาได้อธิบายความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

NCTM (2000b) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นการสร้างและนำภาพ ตาราง ตาราง สัญลักษณ์ตัวแปรและข้อความภาษา เพื่อจัดกระทำ บันทึกและสื่อสารความสัมพันธ์ทางความคิดทางคณิตศาสตร์ของปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ ทางสังคมและทางคณิตศาสตร์

Brahier (2005) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนจำลองสถานการณ์ปัญหา เพื่อใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา สำหรับการเลือกใช้ตัวแทนให้เหมาะสมกับปัญหาจะต้องคำนึงถึงบริบทที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ

กัลยา ทองสุ (2545) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น และเป็นทักษะหนึ่งที่สำคัญและควรส่งเสริมให้เกิด ขึ้นกับนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมี ความหมายลึกซึ้ง สามารถเชื่อมโยงความเป็นนามธรรมทางคณิตศาสตร์สู่การเรียนรู้ในชีวิตประจำวันได้

จริยวดี บรรทัดเที่ยง (2547) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาเป็นทักษะที่เกี่ยวข้องกับด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ การใช้แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ เป็นสิ่งที่มีความสำคัญและจำเป็นในการรวบรวมความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ในการแปลความหมาย เพื่อหาความสัมพันธ์ในการสื่อสาร ความคิดของผู้เรียนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

สรินนา หมอนสุภาพ (2548) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นตัวกลางในการสื่อความคิด ความเข้าใจในทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับตรงกัน ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการที่แทรกอยู่ระหว่างทักษะการสื่อสารและสื่อความหมาย โดยตัวแทนทางคณิตศาสตร์อาจเป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbolic) และนิพจน์ (Expression) ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ยังแบ่งออกเป็นตัวแทนภายนอก คือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้ว กับตัวแทนภายใน ซึ่งเป็นตัวแทนทางความคิด ตัวอย่างที่ง่าย ต่อการเข้าใจมากที่สุดคือ การหาคำตอบของสมการ $x + 4 = 7$ ในการพิจารณาการแก้สมการซึ่งเป็นตัวแทนภายนอก ก็คือการย้ายข้างของ 4 และเปลี่ยนเครื่องหมายของ 4 ทำให้ได้คำตอบ $x = 3$ แต่ในกรณีของตัวแทนภายในก็คือเหตุผลในการตัด 4 ออกทั้งสองข้าง ซึ่งเป็นการตัดออกของจำนวนที่เท่ากันตามสมบัติการเท่ากัน

อรชร ภูบุญเติม (2550) กล่าวถึงการใช้ตัวแทนในระดับมัธยมศึกษา ดังนี้ การใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การสร้างตาราง และการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) มาช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแทนเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิด ความเข้าใจในการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาและสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้

สุจินดา เอี่ยมโอภาส (2552) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ตัวแทนที่เป็นวัตถุจริง การวาดภาพ การเขียนตาราง และการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถเลือกตัวแทนที่ หลากหลายเพื่อใช้ในการแก้ปัญหานั้นต่างกันได้

อารีย์ เมฆวิสัย (2552) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงความสัมพันธ์ทางความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งอาจมีลักษณะเป็นภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความภาษา หรือรูปแบบอื่น ๆ

สุจิตรา บุญรอด (2557) กล่าวว่า การใช้ตัวแทน หมายถึงการเขียนภาพ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) และการเขียนภาพจำลองเหตุการณ์ เพื่อทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะนำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม ซึ่งอาจแสดงออกมาในรูปของตาราง แผนภาพ กราฟ หรือรูปแบบอื่น ๆ

กุลนิตา ปลื้มปีติวิริยะเวช (2559) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์ตัวแปรและข้อความภาษา ออกมาตามแนวคิดและความเข้าใจในคณิตศาสตร์ เพื่อจัดกระทำ บันทึกและสื่อสารความสัมพันธ์ทางความคิดทางคณิตศาสตร์ของปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ ทางสังคมและทางคณิตศาสตร์

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ได้แก่ ภาพ กราฟ ตาราง ตัวแปรหรือสัญลักษณ์และข้อความทางคณิตศาสตร์เพื่อบันทึกและสื่อสารถึงแนวทางการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผลจากประสบการณ์ในการทำความเข้าใจและการคิดรวบยอดของนักเรียนแต่ละคน

2.3 ความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษา พบว่า นักการศึกษาได้อธิบายความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Greeno & Hall (1997) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า รูปแบบการสอนที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนจะมีความสมบูรณ์ในตัวเอง เนื่องจากการใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิดการใช้ตัวแทนจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนจะช่วยสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน จะช่วยเพิ่มความเข้าใจการใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย

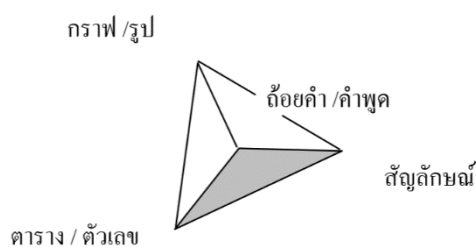
Schutz & Waters (2000) องค์กรประกอบของเหตุผลในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดของคณิตศาสตร์เตรียมนักเรียนสู่การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น ให้ผู้เรียนตัดแปลงคณิตศาสตร์เข้าสู่ฐานของโลกแห่งความเป็นจริง เพราะผลจากการใช้เทคโนโลยีที่เพิ่มขึ้นและปรับสู่ลักษณะการเรียนรู้ที่หลากหลาย ดังนั้น NCTM จึงมีการเพิ่มมาตรฐานผลการเรียนรู้ในปี 1989 ในเรื่องของการใช้ตัวแทน

NCTM (2000b) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนว่า การใช้ตัวแทนเป็นศูนย์กลางของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งสามารถหา ความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบกับสิ่งต่าง ๆ ด้วยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยให้เห็นนักเรียนสื่อสารความคิดของตนเอง และ การใช้ตัวแทนเป็นความจำเป็นสำหรับความเข้าใจของนักเรียนในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ การใช้ตัวแทนทำให้นักเรียนเข้าใจการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการอ้างเหตุผลสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขาและคนอื่น ๆ เป็นการรับรองการสื่อสารของนักเรียนในระหว่างความคิดรวบยอดกับการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหาในโลกแห่งความจริง การใช้ตัวแทนจะกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้งตัวอย่างเรื่องเศษส่วน นักเรียนต้องการนำเสนอการใช้ตัวแทนที่หลากหลายที่จะสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขา นักเรียนต้องการความเข้าใจที่หลากหลายของเศษส่วน เช่น อัตราส่วนแสดงการหารหรือเศษส่วนของจำนวน พวกเขาต้องการความเข้าใจแบบอื่น ๆ พร้อม ๆ กันในการใช้ ตัวแทนของเศษส่วน เช่น การแทนจุดเป็นเศษส่วนในเส้นจำนวน

Dossey et al. (2002) ได้ให้ความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นการใช้สัญลักษณ์ในการแทนความคิดและความเข้าใจในการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ตัวแทนหลายรูปแบบบรรยายถึงสถานะและความคิดคณิตศาสตร์ ความสำคัญของรูปแบบต่าง ๆ เป็นการอธิบายเกี่ยวกับการสื่อสารและการเชื่อมโยง
2. การใช้ตัวแทนขยายความเข้าใจในความคิดรวบยอดของนักเรียนและชี้ให้เห็นถึงความที่ไม่เข้าใจในรูปแบบ ความสามารถในการพัฒนาและตีความตัวเองของนักเรียนที่หลากหลาย ซึ่งจะเพิ่มความสามารถในการเข้าใจคณิตศาสตร์
3. การใช้ตัวแทนที่หลากหลายเปรียบเสมือนทรงพีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันทุกด้าน (Tetrahedron) ภาพเดียวที่มียอดมุมแสดงการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน เช่น มุมของกราฟหรือรูปภาพ เกี่ยวกับคำพูด ตารางหรือตัวเลข

ภาพที่ 1 การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของ Dossey



4. การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยดำเนินการให้มีการจับต้องได้ หรือมีการแสดงความสัมพันธ์โดยถ่ายทอดความคิดออกมาในรูปแบบต่าง ๆ นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายควรจะมีหลากหลายในการใช้ตัวแทนและนักเรียนควรมีความยืดหยุ่นในการใช้รูปแบบที่หลากหลาย สามารถบรรยายการใช้ตัวแทนที่แสดงรูปแบบสถานการณ์และจุดประสงค์ของการใช้ตัวแทน

5. การใช้ตัวแทนเป็นภาพหรือการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนวิเคราะห์การใช้ตัวแทน (เห็นคุณค่าตัวแบบที่หลากหลาย) นักเรียนสามารถบอกได้ว่าการใช้ตัวแทนใดที่ให้คุณค่าในข้อมูลข่าวสารและตัวแทนใดที่ไม่เหมาะสม

6. นักเรียนมักต้องการเห็นการใช้ตัวแทนที่หลากหลายของความคิดรวบยอด ก่อนที่จะเริ่มต้นทำความเข้าใจความคิดรวบยอดให้เป็นรูปร่าง นักเรียนบางคนพัฒนาความเข้าใจที่ชัดเจนเมื่อพวกเขาเห็นภาพวาดหรือกราฟ บางคนชอบการใช้ตัวแทนสัญลักษณ์ทางพีชคณิต ในขณะที่บางคนต้องการทั้งสองลักษณะ

7. การใช้ตัวแทนช่วยให้เห็นภาพรวมและเป็นการบันทึกข้อมูลที่การบันทึกทำได้ไม่สะดวกหรือเป็นการใช้แทนข้อมูล

8. เทคโนโลยีเป็นประตูที่นำไปสู่การคิดใช้ตัวแทน การใช้เครื่องคำนวณกราฟเบื้องต้นสามารถเปลี่ยนจากสัญลักษณ์สู่ตัวแทนกราฟสำหรับฟังก์ชันที่หลากหลาย นอกจากแสดงกราฟโปรแกรมยังสามารถแสดงตัวแทนเป็น 3 มิติ เป็นการสู่โลกแห่งความเป็นจริง โปรแกรมทางเรขาคณิตทำให้เห็นวัตถุเคลื่อนไหวได้อย่างซ้ำ ๆ

9. แม้ว่าจะมีหรือไม่มีเทคโนโลยี ก็จะมีกระบวนการการใช้ตัวแทนสถานการณ์ของโลกความเป็นจริงผ่านคณิตศาสตร์ เรียกว่า ตัวแบบ (Modeling) แสดงถึงลักษณะของปรากฏการณ์ธรรมชาติของโลกแห่งความจริงผ่านสัญลักษณ์หรือแผนภาพ (Diagram) นักเรียนใช้คณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์และทำการตัดสินใจในการแก้ปัญหา แต่บ่อยครั้งที่นักเรียนผิดพลาดในการ

ตรวจสอบ ตัวอย่างเช่น ตัวแบบของผู้ถูกล่ากับผู้ล่าคือหนูกับเหยี่ยว จะต้องพิจารณาขอบเขตที่อยู่อาศัย แต่ข้อจำกัดคือไม่สามารถทำการนับเหยี่ยว ซึ่งเป็นผู้ล่า หรือผู้ล่าหนูชนิดอื่น ๆ

Moyer & Mailey (2004) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายสนับสนุนสถานการณ์ที่แตกต่างทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนการสร้างเหตุผลเชิงกระบวนการและพัฒนาการเชื่อมโยง ส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของจำนวน

กัลยา ทองสุ (2545) กล่าวว่า ทักษะกระบวนการด้านการใช้ตัวแทนเป็นทักษะด้านหนึ่งที่มีความสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้ตัวแทนและการฝึกทักษะการใช้ตัวแทนที่หลากหลายจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดีและง่ายขึ้น การใช้ตัวแทนจะลดความเป็นนามธรรมระหว่างประสบการณ์จริงกับความเข้าใจสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย

อัมพร ม้าคนอง (2546) กล่าวว่า มโนภาพ (Mental Representation) มีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นสิ่งที่อยู่ในใจและในความนึกคิดของคน และที่สำคัญอีกประการหนึ่งคือสัญลักษณ์หรือภาษาที่ใช้ในการสื่อสารในทางคณิตศาสตร์ไม่ใช่สิ่งที่ใช้แทนวัตถุเฉพาะใด ๆ แต่เป็นตัวแทนของสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน เช่น โครงสร้าง สมบัติ ความสัมพันธ์ กระบวนการและการดำเนินการศึกษามโนภาพจึงมีความสำคัญสำหรับการหาวิธีพัฒนามโนภาพที่ชัดเจนให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ช่วยเปลี่ยนสิ่งที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น ช่วยในการสื่อสารและอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจ และมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เนื่องจากเป็นสิ่งที่ทำให้ครูผู้สอนรู้เกี่ยวกับประสบการณ์ในการทำความเข้าใจและการคิดรวบยอดของนักเรียนแต่ละคน

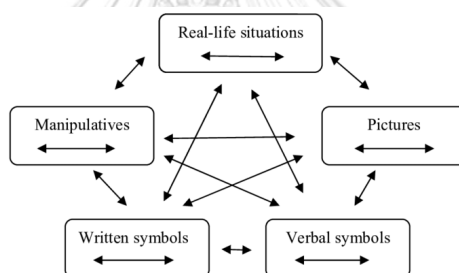
2.4 รูปแบบของตัวแทนทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษา พบว่า นักการศึกษาได้อธิบายรูปแบบของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Lesh (1979) เสนอรูปแบบของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยมีการเชื่อมโยงระหว่าง การนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 5 รูปแบบ คือ

- 1) สถานการณ์โลกแห่งความจริง (Real-world situations)
- 2) การจับต้อง (Manipulative)
- 3) รูปภาพ (Pictures)
- 4) สัญลักษณ์ภาษาพูด (Spoken symbols)
- 5) สัญลักษณ์ภาษาเขียน (Written symbols)

โดยโมเดลของ Lesh มีรายละเอียดดังนี้



ภาพที่ 2 โมเดลของ Lesh (Lesh's model)

Janvier (1987) ได้จำแนกตัวแทนออกเป็น 4 ลักษณะ ได้แก่ ข้อความ ตาราง กราฟ และ สัญลักษณ์ ที่แสดงถึงกระบวนการเชื่อมโยงของการนำเสนอทั้ง 4 ลักษณะ ดังในตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 การเชื่อมโยงตามโมเดลของ Janvier

จาก/ไป	ข้อความ	ตาราง	กราฟ	สัญลักษณ์
ข้อความ	-	การหาค่า	การร่างกราฟ	การจัดรูปแบบ
ตาราง	การอ่าน	-	การเขียนกราฟ	การหาแบบรูป
กราฟ	การแปล ความหมาย	การอ่าน	-	สร้างสมการ
สัญลักษณ์	การจดจำตัวแปร	การคำนวณ	การร่างกราฟ	-

Lesh et al. (1987) แบ่งตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเภท ที่ใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์ คือ

1. สื่อรูปธรรม เป็นวัตถุจริงสามารถจับต้องได้
2. ภาษาเขียน ได้แก่ สัญลักษณ์ทางเลขคณิตหรือสัญลักษณ์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. สถานการณ์จริง พบในเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันและสอดคล้องกับคณิตศาสตร์
4. รูปภาพ ตาราง และกราฟ
5. ภาษาพูด คือการใช้ตัวแทนผ่านทางคำพูด

Goldin & Kaput (1996) ได้จำแนกลักษณะของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ตัวแทนภายนอก (External Representations) เป็นสิ่งที่สามารถสังเกตได้ง่าย อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ ตาราง ประโยคสัญลักษณ์
2. ตัวแทนภายใน (Internal Representations) เป็นสิ่งที่อยู่ในสมองของนักเรียน ไม่สามารถวัดหรือสังเกตได้โดยตรง ต้องอาศัยการสังเกตจากการใช้ตัวแทนภายนอก หรือพฤติกรรมภายนอก เช่น การพูด หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Janvier et al. (2000) กล่าวว่า ตัวแทนสามารถแบ่งของตัวแทนออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแทนภายนอก และตัวแทนภายใน ซึ่งตัวแทนภายนอก ได้แก่ แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ ตัวอย่างคอมพิวเตอร์กราฟิก และระบบสัญลักษณ์ที่เป็นทางการ ซึ่งสิ่งเหล่านี้มักพิจารณาว่าเป็นการแสดงความคิดหรือความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรม ส่วนตัวแทนภายใน มีความหมายคลุมเครือ เนื่องจากเราไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง อย่างไรก็ตามเราจะเห็นตัวแทนภายในได้โดยการวินิจฉัยจากการสังเกตนักเรียนขณะทำงานในรูปแบบที่เกี่ยวกับการเรียนรู้และจิตใจ โดยตัวแทนภายในจะถูกนำเสนอออกมาเป็นโครงสร้าง (Schemas) ความคิดรวบยอด (Conception) และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ (Mental subjects) ซึ่งตัวแทนภายใน สามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า มโนภาพ (Mental Representation) ซึ่งมโนภาพมีความสำคัญอย่างมากในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นสิ่งที่อยู่ในใจ และในความคิดของคน

Cuoco & Curcio (2001) กล่าวว่า ตัวแทนเป็นแผนที่ไม่ใช่สิ่งต่าง ๆ ที่ถูกแทน ไม่ใช่ปลายทาง และตัวแทนยังแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ การใช้ตัวแทนภายนอก (External Representation) เป็นตัวแทนที่เราสามารถใช้สื่อสารกับผู้อื่น เป็นเครื่องหมายสัญลักษณ์บนกระดาษ การวาดภาพ การร่างภาพเรขาคณิต การทำเป็นสมการ และการใช้ตัวแทนภายใน (Internal Representation) เป็นจินตนาการที่เราคิดในใจเกี่ยวกับเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

อารีย์ เมฆวิสัย (2552) กล่าวว่า ตัวแทนสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแทนภายนอก และตัวแทนภายใน ซึ่งตัวแทนภายนอก ได้แก่ แผนผัง ตาราง กราฟ สัญลักษณ์ เป็นต้น และตัวแทนภายใน จะเสนอเป็นโครงสร้าง ความคิดรวบยอด และสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ

วิรัชดา ทานิล (2553) กล่าวว่า ตัวแทน หมายถึง ผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการนำเสนอซึ่งแบ่งได้เป็น 2 ลักษณะ คือ ตัวแทนภายนอกและตัวแทนภายใน

ตัวแทนภายนอก หมายถึง การนำเสนอในรูปสัญลักษณ์ โครงร่าง ของสัญลักษณ์ภาษาพูด ภาษาเขียน รูปภาพ แผนภาพ ไดอะแกรม รูปแบบการจัดการ วิธีการขั้นตอน วัตถุที่เป็นรูปธรรม และสถานการณ์จริง

ตัวแทนภายใน หมายถึง โครงสร้างทางปัญญาที่อยู่ในสมองของแต่ละบุคคล ซึ่งไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง การสังเกตหรือการวัดต้องอ้างอิงจากการนำเสนอภายนอก หรือพฤติกรรมภายนอกของแต่ละบุคคล

สาวตรี มุลสุวรรณ (2557) กล่าวว่า ตัวแทนสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ตัวแทนภายนอก เป็นตัวแทนเกี่ยวกับความคิดหรือความคิดรวบยอดที่แสดงออกมาเป็นรูปธรรม เช่น แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ ซึ่งจะช่วยให้บุคคลสามารถสื่อสารกับผู้อื่นได้ง่ายขึ้น ส่วนตัวแทนภายใน เป็นความรู้สึกหรือความคิดภายในของบุคคล ซึ่งจะถูกนำเสนอออกมาเป็นโครงสร้าง (Schemas) ความคิดรวบยอด (Conception) และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ (Mental subjects)

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแทนภายนอก ได้แก่ รูปภาพ ตาราง กราฟ ระบบสัญลักษณ์ที่เป็นทางการ ซึ่งเป็นการแสดงความคิดที่เป็นรูปธรรมในทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนภายใน ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง จะนำเสนอออกมาในรูปแบบที่เกี่ยวกับการเรียนรู้และจิตใจ โดยนำเสนอเป็นโครงสร้าง ความคิดรวบยอด และสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ ในทางคณิตศาสตร์จะเป็นการจินตนาการที่เราคิดในใจสำหรับเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.5 แนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

NCTM (2000a) อธิบายบทบาทของครูในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแทนของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นสรุปได้ดังนี้

1. ครูสามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้อย่างเหมาะสม โดยให้นักเรียน คิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนการคิดและการสื่อสารความคิดของนักเรียน ซึ่งครูจะช่วยให้ นักเรียนพัฒนาการใช้ตัวแทนได้โดยรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนผ่านการถามคำถาม และพยายาม ทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียนด้วยความจริงจัง
2. ครูควรพัฒนาการใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายให้กับนักเรียน โดยจัด ประสบการณ์ให้นักเรียนใช้ตัวแทนที่หลากหลายและแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับรูปแบบการใช้ตัวแทน ใหม่ ๆ ที่มีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา
3. ครูควรส่งเสริมการใช้ตัวแทนโดยให้คำแนะนำเบื้องต้นเกี่ยวกับการใช้ตัวแทน ก่อนที่นักเรียนจะสามารถใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายแทนการบอกให้ทราบ
4. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นของการคิดหาวิธีใช้ตัวแทนด้วยตัวเอง หลังจากทีนักเรียนได้สั่งสมความรู้เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนที่เป็นแบบแผน เมื่อนักเรียนได้เผชิญกับ ปัญหาที่มีความท้าทายนักเรียนจะต้องเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมจากวิธีการที่หลากหลาย
5. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนประเมินการใช้ตัวแทนและความเข้าใจเกี่ยวกับ สัญลักษณ์ของตัวแทนที่หลากหลาย ซึ่งจะนำไปสู่การใช้ตัวแทนได้อย่างเหมาะสมและเกิดประโยชน์ อย่างแท้จริง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Lubinski & Otto (2002) กล่าวว่า การสื่อสารโดยการพูดหรือการเขียน เป็นสิ่งสำคัญใน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนและครูต้องเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับความเข้าใจและการคิด เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการสื่อสารกับผู้อื่น ส่วนที่สำคัญของกระบวนการสื่อสารคือการเลือกใช้ สัญลักษณ์ให้เป็นตัวแทนในการคิด กระบวนการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องหมายควรจะเริ่มขึ้นในขั้นเล็ก ๆ ของโครงสร้างการเรียนคณิตศาสตร์ และปรากฏในการอธิบาย ความคิดซึ่งนักเรียนชั้นเริ่มต้นสามารถบรรยายได้

Rider (2007) กล่าวว่า บทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทน คือ ครูต้องปรับเปลี่ยน วิธีการสอนและวิธีการประเมิน โดยออกแบบการเรียนการสอนให้มีการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ผ่าน การยกตัวอย่าง การฝึกปฏิบัติในชั้นเรียน มีการส่งเสริมการใช้กราฟ ตาราง และพีชคณิตไปพร้อม ๆ กัน มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถปรับเปลี่ยนการใช้ตัวแทนในหลายรูปแบบให้เห็นถึงความเหมาะสมของ

ตัวแทนรูปแบบต่าง ๆ ในเนื้อหาเดียวกัน และครุควรวัดและประเมินผลด้วยวิธีการที่หลากหลายทั้งเป็นทางการและไม่เป็นทางการ เช่น การสอบ การบ้าน แบบฝึกหัด หรือรูปแบบอื่น ๆ

อรชร ภูบุญเดิม (2550) กล่าวว่า การฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจะต้องสอนให้นักเรียนรู้จักตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่ามีอะไรบ้างก่อนที่จะสอนให้นักเรียนนำตัวแทนเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยส่งเสริมให้นักเรียนคิดเพื่อหาวิธีในการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา รวบรวมข้อมูล สื่อสารความเข้าใจกับผู้อื่น ตลอดจนสามารถเลือกและประยุกต์ใช้ตัวแทนด้วยความเข้าใจ

อรญา อัญโย (2553) สรุปแนวทางการสอนโดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการกำหนดตัวอย่าง การตั้งโจทย์ปัญหา แบบฝึกหัด และการวัดประเมินผล
2. ในการเลือกใช้ตัวแทนในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูควรคำนึงถึงบริบทของเนื้อหาที่จะสอน จุดเด่นและจุดด้อยของตัวแทนแต่ละแบบ
3. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการเปลี่ยนตัวแทนอีกแบบไปสู่ตัวแทนอีกแบบ เช่น ให้สมการแล้วถามลักษณะกราฟ ให้ข้อมูลตารางแล้วถามลักษณะกราฟ เป็นต้น
4. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน ในการแก้ปัญหาเรื่องเดียวกัน
5. ควรนำเทคโนโลยี เช่น เครื่องคำนวณเชิงกราฟและโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาเป็นตัวช่วยในการสร้างตัวแทน

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า มโนภาพทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหา และสามารถคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้ ผู้สอนควรตระหนักถึงประเด็นนี้ และฝึกให้ผู้เรียนใช้มโนภาพทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่คุ้นเคย การฝึกที่ต่อเนื่องจะช่วยพัฒนามโนภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดีขึ้นเรื่อย ๆ

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) กล่าวว่า ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูจะต้องตระหนักและส่งเสริมนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนในประเด็น ดังต่อไปนี้

1. ส่งเสริมการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยให้ออกาสนักเรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายอย่างเหมาะสม และเริ่มขึ้นในขั้นเล็ก ๆ ของการเรียนคณิตศาสตร์

2. ส่งเสริมการหาวิธีการในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อสนับสนุนให้นักเรียน ได้ใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายผ่านการความคิดและการสื่อสาร โดยรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน จากการถามคำถามและพยายามทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนสื่อสาร

3. การฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยฝึกให้นักเรียนได้ฟัง พูด อ่าน และเขียน และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตัวแทนทางคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ ก่อนลงมือแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาความเชื่อมั่น ความชำนาญ และความสมบูรณ์ในการใช้ตัวแทนของนักเรียน

กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช (2559) กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ คือการส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนความคิดและการสื่อสารความคิดนั้นของนักเรียนในรูปแบบของตัวแทนที่หลากหลาย โดยการรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน การใช้คำถาม และอำนวยความสะดวกต่อการสร้างและใช้ตัวแทนของนักเรียน

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ คือควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในการคิดและการสื่อสารความคิดของนักเรียน ฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนประเภทต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ปัญหาก่อนลงมือทำ มีการใช้คำถามเพื่อรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนและพยายามทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนต้องการสื่อสาร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.6 การประเมินการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

NCTM (2000a) ได้ระบุมาตรฐานหลักสูตรการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วย 3 ตัวชี้วัด ดังนี้

1. สร้างและใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูล จัดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้

2. เลือก ประยุกต์และแปลความหมายการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลองและสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ สังคม และคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบจำลองนั้นได้

National Educational Goals Panel (1996, อ้างถึงใน กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช, 2559)
ระดับของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Level of Mathematical Representation)

ระดับที่ 1 นักเรียนใช้การเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไม่เหมาะสมหรือไม่ใช้
ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ใด ๆ เลย ในการสื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหา

ระดับที่ 2 นักเรียนมีความพยายามที่ใช้การเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์อย่าง
เหมาะสมในการสื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหา

ระดับที่ 3 นักเรียนใช้การเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมถูกต้อง
แม่นยำในการสื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหา

ระดับที่ 4 นักเรียนใช้การเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างซับซ้อนและ
หลากหลายในการสื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหา

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทาง
คณิตศาสตร์ ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ของ สาวิตรี มูลสุวรรณ

ระดับคะแนน	พฤติกรรมการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
3	นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็น รูปธรรมได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์
2	นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็น รูปธรรม แต่ให้ข้อมูลไม่สมบูรณ์
1	นักเรียนไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็น รูปธรรมได้อย่างถูกต้อง แต่มีการแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ สอดคล้องกับข้อมูลในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้บางส่วน
0	นักเรียนไม่แสดงหรือไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มี ลักษณะเป็นรูปธรรม

กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช (2559) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้
ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 3 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ทางสังคมและทางกายภาพ ของ กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช

การเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ทางสังคมและทางกายภาพ	
ระดับคะแนน	ลักษณะคำตอบ
3	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม โดยมีจำนวนตัวแทนอย่างน้อย 2 ใน 3 ของจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้ ***
2	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม โดยมีจำนวนตัวแทนอย่างน้อย 1 ใน 3 ของจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้ แต่ยังไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนตัวแทนนั้น **
1	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม โดยมีจำนวนตัวแทนไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้ *
0	นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

* หมายถึง ถ้าจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้เป็น 6 ตัวแทน แล้วจำนวนตัวแทนไม่ถึง 1 ใน 3 ของจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้ คือ จำนวนตัวแทนที่น้อยกว่า 2 ตัวแทน นั่นคือ 1 ตัวแทน

** หมายถึง ถ้าจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้เป็น 6 ตัวแทน แล้วจำนวนตัวแทนอย่างน้อย 1 ใน 3 ของจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้ แต่ยังไม่ถึง 2 ใน 3 ของจำนวนตัวแทนนั้น คือ จำนวนตัวแทนที่มากกว่า หรือเท่ากับ 2 ตัวแทน นั่นคือ 2 หรือ 3 ตัวแทน

*** หมายถึง ถ้าจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้เป็น 6 ตัวแทน แล้วจำนวนตัวแทนมากกว่า 2 ใน 3 ของจำนวนตัวแทนสูงสุดที่นักเรียนสามารถใช้ได้ คือ จำนวนตัวแทนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 4 นั่นคือ 4,5,6 ตัวแทน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตาราง 4 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ด้านการสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ของ กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช

การสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา	
ระดับคะแนน	ลักษณะคำตอบ
3	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างเหมาะสม และ นำไปสู่การแก้ปัญหา
2	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างไม่เหมาะสม แต่ นำไปสู่การแก้ปัญหา หรือ นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างเหมาะสม แต่ไม่นำไปสู่การแก้ปัญหา
1	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างไม่เหมาะสม และ ไม่ นำไปสู่การแก้ปัญหา
0	นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา

Hendriana (2009) ได้ศึกษาการใช้วิธีการคิดเชิงอุปมาเพื่อตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์และการรับรู้ความสามารถของตนเอง โดยศึกษาในนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 237 คนจากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น 3 แห่ง ประกอบด้วย กลุ่มระดับสูง ระดับปานกลางและระดับต่ำ โดยการออกแบบกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ใช้การทดสอบก่อนและหลังเรียน โดยใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แบบวัดการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและแบบวัดการรับรู้ความสามารถของตนเอง วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ ANOVA และ Scheffe test ผลการศึกษาพบว่า การใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา กลุ่มโรงเรียนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้า มีอิทธิพลอย่างมีนัยสำคัญต่อความเข้าใจและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิธีการคิดเชิงอุปมาสามารถพัฒนาความเข้าใจและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ดีกว่าวิธีการสอนทั่วไป ดีกว่ากลุ่มโรงเรียนระดับสูง และดีกว่าความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้า และความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้ามีอิทธิพลอย่างมากเมื่อเปรียบเทียบกับกลุ่มโรงเรียน นักเรียนกลุ่มโรงเรียนระดับปานกลางและความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้านี้อยู่ในระดับปานกลาง เมื่อใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มโรงเรียนระดับสูงและความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้านี้อยู่ในระดับสูงที่สอนโดยวิธีปกติ ส่วนการรับรู้ความสามารถของตนเอง นักเรียนที่เรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมาดีกว่าวิธีปกติ นอกเหนือจากการค้นพบดังกล่าวแล้วการศึกษายังพบว่ามีความเชื่อมโยงสูงระหว่างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ระหว่างความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้าและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ระหว่างความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้าและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และระหว่างความสามารถทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้าและความสามารถในตนเอง

Afrilianto (2012) ได้ศึกษาการพัฒนาการทำความเข้าใจแนวคิดและความสามารถเชิงกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา โดยทำการทดลองเปรียบเทียบกับวิธีการปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบความเข้าใจแนวคิดและความสามารถเชิงกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตและแบบสัมภาษณ์ พบว่าพัฒนาการทำความเข้าใจแนวคิดและความสามารถเชิงกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา มีความแตกต่างกับวิธีการสอนแบบปกติ นอกจากนั้น นักเรียนยังแสดงทัศนคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา

lik Nurhikmayati (2017) ได้ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา รวมถึงประเมินทัศนคติทางคณิตศาสตร์และการตอบสนองต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การเรียนรู้ด้วยแนวคิดเชิงอุปมา โดยใช้การทดลองเปรียบเทียบกับวิธีการเรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 37 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการเข้าใจและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมาดีกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 การวิเคราะห์ข้อมูลโดยการสอบถามทัศนคติของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีความคิดเชิงบวกต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการเรียนรู้ด้วยแนวทางการคิดเชิงอุปมา

Saputri et al. (2017) ได้ศึกษาถึงการใช้วิธีการคิดเชิงอุปมาเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในนักเรียนมัธยมศึกษา 8 ในประเทศอินโดนีเซีย โดยใช้การทดสอบโดยใช้คำถาม และสัมภาษณ์เพื่อสนับสนุนผลการทดสอบ พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จัดอยู่ในประเภทเพียงพอ โดยมีเปอร์เซ็นต์ความสามารถดังนี้ ระดับดีเยี่ยม 6.25% ระดับดี 28.12% ระดับปานกลาง 59.38% ระดับน้อย 6.25% และระดับน้อยที่สุด 0% การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีเปอร์เซ็นต์สูงสุด ได้แก่ การนำเสนอข้อความคณิตศาสตร์ที่เขียนได้ 92.97% ในขณะที่ยังมีความสามารถในการให้เหตุผลโดยมีเปอร์เซ็นต์ต่ำสุด ได้แก่ การหารูปแบบเพื่อสร้างความเข้าใจทั่วไป 28.91%

Hendriana (2017) ได้ศึกษาความสามารถในการใช้คำถามและการเรียนรู้ด้วยการคิดเชิงอุปมาของครูระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยใช้การทดลอง ตัวอย่างเป็นครูระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 124 คน ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ความสามารถในการตั้งคำถามทางคณิตศาสตร์ของครูที่ได้รับการเรียนรู้การคิดเชิงอุปมานั้นดีกว่าผู้ที่ได้รับการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Haidar & Jahring (2020) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของการใช้วิธีการคิดเชิงอุปมาเพื่อปรับปรุงความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การทดลอง แบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่มคือการสอนโดยใช้การคิดเชิงอุปมาและการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่สอนด้วยการคิดเชิงอุปมามีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้นและมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น และความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสอนด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมาดีกว่าการสอนด้วยวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Febriyanti & Wulandari (2020) ได้ศึกษาความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์โดยการใช้รูปแบบการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมา การออกแบบการศึกษาโดยการทดลอง แบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่มคือ การสอนโดยใช้การคิดเชิงอุปมาและการสอนแบบปกติ ตัวอย่างทั้งหมด 70 คน โดยใช้แบบสอบถาม สรุปได้ว่ารูปแบบการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมา มีผลต่อความสนใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Sundry et al. (2020) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกลยุทธ์การคิดเชิงอุปมากับการใช้ google classroom มีผลอย่างไรต่อความสามารถในการทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การทดลอง ผลการวิจัยสรุปได้ว่า กลยุทธ์การคิดเชิงอุปมากับการใช้ google classroom มีผลต่อความสามารถในการทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

กัลยา ทองสุ (2545) ได้ศึกษาถึงการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่มีการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 และหลังการใช้กิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรชร ภูบุญเดิม (2550) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่แบ่งออกเป็น 4 แผน ตามวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ไข้ปัญหา ซึ่งมีอยู่ 4 วิธี คือ การแก้โจทย์สมการโดยใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การใช้ตารางและการใช้สัญลักษณ์(ตัวแปร) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุจินดา เอี่ยมโอภาส (2552) ได้ศึกษา ผลการใช้ชุดการเรียนรู้ “Learning Mathematics Through English” ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน (representation) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังเรียนด้วยชุดการเรียนรู้ “Learning Mathematics Through English” ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน (representation) อยู่ในระดับสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อารีย์ เมฆวิไลย (2552) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และ พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมานักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมานักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ 3) นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูงและต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนที่ใช้รูปภาพเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์

อรญา อัญญา (2553) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไม่สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิรัชดา ทานิล (2553) ได้ศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ PIRIE และ KIEREN เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยศึกษาแบบกรณีศึกษา จากครูจำนวน 1 คน และนักเรียนจำนวน 3 คน โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น(ศึกษาศาสตร์) พบว่า

ครูใช้การนำเสนอภายนอกที่หลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แก่ การใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวอย่างที่หลากหลายประกอบการอธิบายสถานการณ์จริง แบบฝึกหัด และครูใช้แผนภาพ ตารางและรูปภาพ เพื่อแสดงการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ PIRIE และ KIEREN เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่า (1) นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวถึงระดับการมีมโนภาพ คือนักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการที่เห็นเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับการสังเกตคุณสมบัติ คือนักเรียนสามารถบอกความหมายและยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม คือนักเรียนสามารถบอกความหมายและเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูปทั่วไปได้ (2) นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมีมโนภาพ คือนักเรียนสามารถเลือกใช้สมบัติในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แสดงขั้นตอนวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ และ ระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม คือนักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ (3) นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมีมโนภาพ คือนักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวพร้อมอธิบายในแต่ละขั้นตอนได้ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม คือนักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

สุจิตรา บุญรอด (2556) ได้ศึกษาการใช้ชุดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และระดับความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมในภาพรวมอยู่ในระดับดี

วารุณี เพ็ชรสุวรรณ (2557) ได้ศึกษาความสามารถของนักเรียนในการแสดงแทนที่หลากหลาย เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในจังหวัดเชียงราย จำนวน 37 คน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนใช้และตีความหมายของการแสดงแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ได้แก่ ตัวแทนในรูปกราฟ ตารางสัญลักษณ์ และข้อความ โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากใบงานและแบบทดสอบหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า ในหน่วยที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เมื่อพิจารณาจากนักเรียนที่แก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน นักเรียนเลือกใช้การแสดงแทน ได้แก่ กราฟ ตารางและสัญลักษณ์ จากการวิเคราะห์ใบงาน นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนกราฟมากที่สุด รองลงมาคือสัญลักษณ์และน้อยที่สุดคือ ตารางคิดเป็นร้อยละ 98, 92 และ 87 ตามลำดับ และจากแบบทดสอบหลังเรียน นักเรียนมีความสามารถในการใช้การแสดงแทนสัญลักษณ์มากที่สุด รองลงมาคือกราฟและน้อยที่สุดคือตารางคิดเป็นร้อยละ 92, 89 และ 74 ตามลำดับ ในหน่วยที่ 2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เมื่อพิจารณาจากนักเรียนที่แก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน นักเรียนเลือกใช้การแสดงแทน ได้แก่ สัญลักษณ์และตาราง จากการวิเคราะห์ใบงาน นักเรียนมีความสามารถในการใช้การแสดงแทนคือสัญลักษณ์และตารางคิดเป็นร้อยละ 84 และ 96 และจากแบบทดสอบหลังเรียน คิดเป็นร้อยละ 74 และ 58 ตามลำดับ

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช (2559) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ มีหลักการสำคัญ 5 หลักการ คือ 1) หลักการใช้ปัญหาเสมือนโลกแห่งความจริงและการเข้าใจปัญหา 2) หลักการกำหนดเป้าหมายและการแปลงจากสถานการณ์ในโลกแห่งความจริง (Real world) ไปยัง

โลกแห่งความคิด (Conceptual world) 3) หลักการดำเนินการตามแบบจำลองคณิตศาสตร์ 4) หลักการทบทวนความคิด และ 5) หลักการ ประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลาย ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ 1) การนำเสนอปัญหาเพื่อสร้างความสนใจ 2) การกำหนดเป้าหมายและการสร้างแบบจำลอง 3) การดำเนินการแก้ปัญหาและอ้างอิงผลลัพธ์สู่บริบทในโลกแห่งความจริง 4) การประเมินแบบจำลองและการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง 5) การขยายความคิดสู่สถานการณ์ใหม่ ส่วนคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในทิศทางที่ดีขึ้น



บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
 - 4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย
 - 7.1 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำการวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาข้อมูลจากเอกสาร วารสาร บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เกี่ยวกับการคิดเชิงอุปมา กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมาและความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) รวมถึงศึกษาเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ จากหนังสืออื่น ๆ เพื่อกำหนดขอบเขตเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ศึกษาเอกสาร วารสาร บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวกับวิธีวิทยาการวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หลักการในการสร้างแบบวัด และเกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ รวมถึงแนวทางในการออกแบบการสัมภาษณ์เกี่ยวกับความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ เป็นการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลายครั้งแบบอนุกรมเวลา (The One-Group Pretest-Posttest Time-Series Design) ที่มีกลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียว โดยก่อนเรียนจะมีการทดสอบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ระหว่างการทดลองจะมีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และหลังเรียนจะมีการทดสอบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยมีแบบแผนการวิจัย ดังตาราง 5

ตาราง 5 แบบแผนการวิจัย

แผนการวิจัย	ระยะการทดลอง		
	ก่อน	ระหว่าง	หลัง
การทดสอบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (C)	C_1	-	C_2
การเก็บข้อมูลพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (OC)		$OC_1 - OC_2 - OC_3$	

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

C_1 และ C_2 แทน การทดสอบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการทดลอง

OC_1 , OC_2 และ OC_3 แทน การเก็บข้อมูลพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ระหว่างการทดลองในระยะที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา ร้อยเอ็ด เขต 27 ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกโดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียน

ขนาดใหญ่พิเศษ จำนวน 36 คน ที่มีลักษณะความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษา อยู่ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา ร้อยเอ็ด เขต 27 ในสังกัดสำนักงาน คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งมีเกณฑ์ในการคัดเลือก ดังนี้

1. เป็นนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนที่มีการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับ มัธยมศึกษา ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2. เป็นนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนที่ตั้งอยู่ในเขตพื้นที่จังหวัดร้อยเอ็ด และมีบริบท แวดล้อมเหมาะกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. เป็นนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนที่ผู้บริหารและครูมีความสนใจในการวิจัย ให้ความ ร่วมมือและอนุญาตให้ผู้วิจัยดำเนินการวิจัย

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิง อุปมา เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ โดยผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ครอบคลุมสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 16 แผน ระยะเวลา 16 คาบ (คาบละ 55 นาที)

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ผู้วิจัย ได้ดำเนินการดังขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา จากเอกสาร วารสาร บทความ และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เพื่อเขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของ

โรงเรียน ที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ศึกษารายละเอียดของเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาสำหรับการทดลองออกเป็น 16 แผน โดยใช้เวลาในการสอน แผนละ 55 นาที

4. เขียนแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมาที่สอดคล้องกับตัวชี้วัดและครอบคลุมเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ โดยที่แต่ละแผนประกอบด้วยชื่อแผนการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นนำ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และขั้นสรุป โดยในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ ขั้นที่ 2 สร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา ขั้นที่ 3 สื่อสารแนวคิด ขั้นที่ 4 อภิปรายแลกเปลี่ยนการคิดเชิงอุปมาและสร้างข้อสรุป

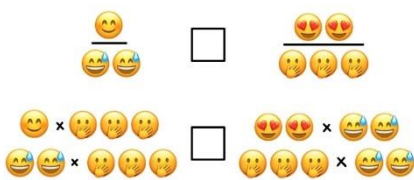
5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมของเนื้อหา เพื่อปรับปรุงแก้ไข

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

สำหรับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาทั้ง 16 แผน มีรายละเอียด ดังนี้

ตาราง 6 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา แสดงรายละเอียดของเนื้อหา จำนวนคาบ และตัวอย่างการอุปมาในแต่ละเนื้อหา


แผนที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ	ตัวอย่างการอุปมา
1	<p>ความหมายของอัตราส่วน</p> <ul style="list-style-type: none"> - ความหมายของอัตราส่วน - การเขียนอัตราส่วน 	1	<p>- ตัวอย่างความหมายของอัตราส่วน</p> <p>สถานการณ์ ปริมาณไข่ไก่เป็นฟองต่อราคาเป็นบาท</p> <p><u>ให้นักเรียนคิดดังนี้</u></p> <p>อัตราส่วนของปริมาณไข่ไก่เป็นฟองต่อราคาเป็นบาท เป็น $5 : 20$ หมายถึง ปริมาณไข่ไก่ 5 ฟอง ราคา 20 บาท แต่ในขณะที่อัตราส่วน $20 : 5$ หมายถึง ปริมาณ ไข่ไก่ 20 ฟอง ราคา 5 บาท</p> <p>จากนั้นอุปมา จากสิ่งที่นักเรียนคิดได้ จะได้ว่า $5 : 20$ เป็นคนละอัตราส่วนกับ $20 : 5$</p> <p><u>อุปมาเพื่อนำไปสู่</u> เมื่อ $a \neq b$ อัตราส่วน $a : b$ และอัตราส่วน $b : a$ เป็นคนละอัตราส่วน</p>
2	<p>อัตราส่วนที่เท่ากัน</p> <ul style="list-style-type: none"> - การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ 	1	<p>- ตัวอย่างอัตราส่วนที่เท่ากัน</p> <p>สถานการณ์ การผสมน้ำส้มของเด็กชายหนึ่ง</p> <p><u>ให้นักเรียนคิดดังนี้</u></p> <p>คุณแม่บอกเด็กชายหนึ่งว่า การชงน้ำส้ม 1 แก้ว มีส่วนผสมดังนี้ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย และน้ำเปล่า 3 ถ้วย</p> <p>ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้ม 2 แก้ว ก็จะต้องใช้ส่วนผสมเพิ่มขึ้นเป็นน้ำส้มเข้มข้น 2 ถ้วย และน้ำเปล่า 6 ถ้วย</p> <p>ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้ม 3 แก้ว ก็จะต้องใช้ส่วนผสมเพิ่มขึ้นเป็นน้ำส้มเข้มข้น 3 ถ้วย และน้ำเปล่า 9 ถ้วย</p> <p>เมื่อสังเกตจะเห็นว่าเป็นการเพิ่มขึ้นโดยการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน เช่น ถ้าต้องการผสมน้ำส้มจำนวน 10 แก้ว ก็ต้องคูณด้วย 10 ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จะได้น้ำส้มเข้มข้น 10 ถ้วย และน้ำเปล่า 30 ถ้วย นั่นคือ อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $10 : 30$</p> <p>จากนั้นอุปมา จากสิ่งที่นักเรียนคิดได้ จะได้ว่า $1 : 3$, $2 : 6$, $3 : 9$, $10 : 30$ อัตราส่วนเหล่านี้เป็นอัตราส่วนที่ได้มาจากการผสมน้ำส้มโดยใช้น้ำส้มเข้มข้นและน้ำเปล่าในปริมาณแบบ</p>

			เดียวกัน คือ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย จะต้องใช้น้ำเปล่า 3 ถ้วย อุปมาเพื่อนำไปสู่ อัตราส่วนที่เท่ากัน
3	การตรวจสอบ อัตราส่วนที่เท่ากัน - การคูณไขว้	1	<p>- ตัวอย่างการตรวจสอบอัตราส่วนที่เท่ากัน</p> <p>สถานการณ์ เปรียบเทียบอัตราส่วน 2 อัตราส่วน</p> <p>อุปมาโดยใช้ตัวการ์ตูนแทนอัตราส่วน โดยเขียนตัวการ์ตูนในรูปเศษส่วน นักเรียนจะคิดถึงวิธีการเปรียบเทียบเศษส่วนจากที่เคยเรียนมาแล้ว และร่วมกันเปรียบเทียบตัวการ์ตูนทั้ง 2 ข้าง โดยคูณให้ส่วนเท่ากัน</p>  <p>จะเห็นว่า เมื่อส่วนเท่ากันแล้ว เศษคือการคูณไขว้ ดังนั้น เมื่อต้องการเปรียบเทียบอย่างรวดเร็วจึงใช้การคูณไขว้เข้ามาช่วยคำนวณ</p> <p>อุปมาเพื่อนำไปสู่ การตรวจสอบอัตราส่วนที่เท่ากันโดยการคูณไขว้</p>
4	อัตราส่วนของ จำนวนหลาย ๆ จำนวน - อัตราส่วนของ จำนวนหลาย ๆ จำนวน	1	<p>- ตัวอย่างอัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน</p> <p>สถานการณ์ ส่วนผสมของนมชมพูแบบง่าย ๆ ที่นักเรียนสามารถนำไปชงกินเองที่บ้านได้ โดยนมชมพู 1 แก้ว มีส่วนผสมดังนี้</p> <p>น้ำแดง $\frac{1}{2}$ ถ้วยตวง น้ำร้อน $\frac{1}{4}$ ถ้วยตวง น้ำตาลทราย 2 ช้อนโต๊ะ นมสดจืด 4 ช้อนโต๊ะ</p> <p>ให้นักเรียนคิดดังนี้</p> <p>นักเรียนจะเขียนอัตราส่วนของน้ำแดงต่อน้ำร้อนได้อย่างไร และจะเขียนอัตราส่วนของน้ำแดงต่อนมสดจืดได้อย่างไร ซึ่งจากส่วนผสมดังกล่าว นักเรียนจะสามารถเขียนอัตราส่วนที่ละคู่ได้</p> <p>จากนั้นอุปมาจากอัตราส่วนที่นักเรียนคิดได้เป็นคู่ว่าหากต้องการเขียนอัตราส่วนน้ำแดงเป็นถ้วยตวงต่อน้ำร้อนเป็นถ้วยตวงต่อน้ำตาลทรายเป็นช้อนโต๊ะต่อนมสดจืดเป็นช้อนโต๊ะ จะได้เป็น $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : 2 : 4$ ซึ่งเราจะเรียกอัตราส่วนเช่นนี้ว่า อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน</p> <p>อุปมาเพื่อนำไปสู่ อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน</p>

5 - 8	สัดส่วน - การหาค่าตัวแปรในสัดส่วน - โจทย์ปัญหาสัดส่วน	4	<p>- ตัวอย่างสัดส่วน</p> <p>สถานการณ์ ส้มโอผลละ 30 บาท</p> <table border="1" data-bbox="892 405 1241 763"> <thead> <tr> <th>จำนวนส้มโอ (ผล)</th> <th>ราคา (บาท)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>150</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>180</td> </tr> </tbody> </table> <p>ให้นักเรียนคิดดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ถ้าจำนวนส้มโอเพิ่มขึ้น แล้วราคาจะเพิ่มขึ้นหรือลดลง - ถ้าจำนวนส้มโอเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร - ถ้าจำนวนส้มโอเพิ่มขึ้นเป็นสามเท่า แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร - ถ้าจำนวนส้มโอลดลงครึ่งหนึ่ง แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร <p>จากนั้นอุปมาจากสิ่งที่นักเรียนคิดว่าการเปลี่ยนแปลงค่าของจำนวนส้มโอและราคาเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ถ้าจำนวนส้มโอเพิ่มขึ้นกี่เท่า ราคา ก็จะเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเท่าที่เท่ากัน และถ้าจำนวนส้มโอลดลงกี่เท่า ราคา ก็จะลดลงเป็นจำนวนเท่าที่เท่ากัน ด้วย นั่นคือ เมื่อปริมาณ 2 ชุด มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปในทิศทางเดียวกัน ถ้าปริมาณชุดที่ 1 เพิ่มขึ้นเป็นกี่เท่า ปริมาณชุดที่ 2 ก็จะเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเท่าที่เท่ากัน และถ้าปริมาณชุดที่ 1 ลดลงกี่เท่า ปริมาณชุดที่ 2 ก็จะลดลงเป็นจำนวนเท่าที่เท่ากัน ซึ่งเรียกว่าสัดส่วนตรง</p> <p><u>อุปมาเพื่อนำไปสู่</u> สัดส่วนตรง</p>	จำนวนส้มโอ (ผล)	ราคา (บาท)	1	30	2	60	3	90	4	120	5	150	6	180
จำนวนส้มโอ (ผล)	ราคา (บาท)																
1	30																
2	60																
3	90																
4	120																
5	150																
6	180																

9 - 10	สัดส่วนผกผัน - โจทย์ปัญหาสัดส่วนผกผัน	2	<p>- ตัวอย่างสัดส่วนผกผัน</p> <p>สถานการณ์ ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคนที่ตักน้ำใส่ถังที่มีความจุ 200 ลิตร โดยแต่ละคนตักน้ำได้ครั้งละเท่า ๆ กัน และเวลาที่ใช้ในการตักน้ำจนเต็มถึงเป็นนาที่ ดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="858 488 1279 846"> <thead> <tr> <th>จำนวนคน (คน)</th> <th>เวลาที่ใช้ (นาที่)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table> <p>ให้นักเรียนคิดดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ถ้าจำนวนคนเพิ่มขึ้น แล้วเวลาที่ใช้จะเพิ่มขึ้นหรือลดลง - ถ้าจำนวนคนเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แล้วเวลาที่ใช้จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร - ถ้าจำนวนคนเพิ่มขึ้นเป็นสามเท่า แล้วเวลาที่ใช้จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร - ถ้าจำนวนคนลดลงครึ่งหนึ่ง แล้วเวลาที่ใช้จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร <p>จากนั้นอุปมาจากสิ่งที่นักเรียนคิดว่าการเปลี่ยนแปลงค่าของจำนวนคนและเวลาที่ใช้เป็นไปในทางกลับกัน เมื่อมีงานหนึ่งงาน ถ้าจำนวนคนที่ทำงานเพิ่มขึ้นเป็น a เท่า เวลาที่ใช้ก็จะลดลงเป็น $\frac{1}{a}$ เท่าของเวลาที่ใช้เดิม และถ้าจำนวนคนที่ทำงานลดลงเป็น $\frac{1}{b}$ เท่า เวลาที่ใช้ก็จะเพิ่มขึ้นเป็น b เท่าของเวลาที่ใช้เดิม นั่นคือเมื่อปริมาณ 2 ชุด มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปในทางกลับกัน ถ้าปริมาณชุดที่ 1 เพิ่มขึ้นเป็น a เท่า ปริมาณชุดที่ 2 ก็จะลดลงเป็น $\frac{1}{a}$ เท่าของค่าเดิม และถ้าปริมาณชุดที่ 1 ลดลงเป็น $\frac{1}{b}$ เท่า ปริมาณชุดที่ 2 ก็จะเพิ่มขึ้นเป็น b เท่าของค่าเดิม ซึ่งเรียกว่า สัดส่วนผกผัน</p> <p><u>อุปมาเพื่อนำไปสู่ สัดส่วนผกผัน</u></p>	จำนวนคน (คน)	เวลาที่ใช้ (นาที่)	1	60	2	30	3	20	4	15	5	12	6	10
จำนวนคน (คน)	เวลาที่ใช้ (นาที่)																
1	60																
2	30																
3	20																
4	15																
5	12																
6	10																

11 - 12	<p>การเขียนร้อยละในรูปอัตราส่วนและการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ</p> <p>- การเขียนร้อยละในรูปอัตราส่วน</p> <p>- การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ</p>	2	<p>- ตัวอย่างการเขียนร้อยละในรูปอัตราส่วนและการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ</p> <p>สถานการณ์ 9 เป็นกัเปอร์เซ็นต์ของ 45</p> <p><u>ให้นักเรียนคิดดังนี้</u></p> <p>ถ้ามี 9 ส่วน ใน 45 ส่วน</p> <p>จะมี x ส่วน ใน 100 ส่วน</p> <p>จากนั้นอุปมาจากสิ่งที่นักเรียนคิด เปรียบเทียบเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันสองอัตราส่วน และกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา จะได้สัดส่วน $\frac{9}{45} = \frac{x}{100}$ ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าที่ต้องการได้</p> <p><u>อุปมาเพื่อนำไปสู่</u> การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ</p>
13 - 14	<p>โจทย์ปัญหาร้อยละ</p> <p>- โจทย์ปัญหาร้อยละ</p>	2	<p>- ตัวอย่างโจทย์ปัญหาร้อยละ</p> <p>สถานการณ์ โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียน 1,800 คน เป็นนักเรียนชาย 756 คน จงหาว่ามีนักเรียนหญิงคิดเป็นกัเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนทั้งหมด</p> <p><u>ให้นักเรียนคิดดังนี้</u></p> <p>มีนักเรียนหญิง $1,800 - 756 = 1,044$ คน</p> <p>มีนักเรียนหญิง 1,044 คน จากนักเรียนทั้งหมด 1,800 คน</p> <p>จะมีนักเรียนหญิง x ส่วน จากนักเรียนทั้งหมด 100 ส่วน</p> <p>จากนั้นอุปมาจากสิ่งที่นักเรียนคิด เปรียบเทียบเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันสองอัตราส่วน และกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา จะได้สัดส่วน $\frac{1,044}{1,800} = \frac{x}{100}$ ซึ่งสามารถคำนวณได้ว่ามีนักเรียนหญิงคิดเป็นกัเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนทั้งหมด</p> <p><u>อุปมาเพื่อนำไปสู่</u> การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ</p>
15 - 16	<p>บทประยุกต์ร้อยละ</p> <p>- การเปลี่ยนหน่วยอุณหภูมิ</p> <p>- การย่อ / ขยาย</p> <p>- ภาษี</p>	2	<p>- ตัวอย่างบทประยุกต์ร้อยละ</p> <p>สถานการณ์ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD มีความกว้าง 4 เซนติเมตร และความยาว 6 เซนติเมตร จงหาความยาวและความกว้างของรูปย่อ 70% และรูปขยาย 120% ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD</p> <p><u>ให้นักเรียนคิดดังนี้</u></p>

		<p style="text-align: center;">  </p> <p> A 6 เซนติเมตร B ความยาวของรูปย่อ 70% เท่ากับ 70% ของ AB จะได้ $\frac{70}{100} \times 6 = 4.2$ เซนติเมตร ความกว้างของรูปย่อ 70% เท่ากับ 70% ของ BC จะได้ $\frac{70}{100} \times 4 = 2.8$ เซนติเมตร ความยาวของรูปขยาย 120% เท่ากับ 120% ของ AB จะได้ $\frac{120}{100} \times 6 = 7.2$ เซนติเมตร ความยาวของรูปขยาย 120% เท่ากับ 120% ของ BC จะได้ $\frac{120}{100} \times 4 = 4.8$ เซนติเมตร ซึ่งรูปย่อ 70% คือ อัตราส่วนความยาวของด้านที่ได้ ต่อ ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD เป็น 70 : 100 หรือ 70% ของด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD และรูปขยาย 120% คือ อัตราส่วนความยาวของด้านที่ได้ ต่อ ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD เป็น 120 : 100 หรือ 120% ของด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD จากนั้นอุปมาจากสิ่งที่นักเรียนคิด จะได้ว่า ถ้าต้องการย่อ หรือขยายส่วนของเส้นตรง เมื่อตั้งค่าเป็น 86% หมายความว่า ย่อส่วนของเส้นตรงให้มีความยาวเป็น $\frac{86}{100}$ เท่าของความยาว ของส่วนของเส้นตรงต้นฉบับ หรือกล่าวได้ว่าอัตราส่วนของความ ยาวของส่วนของเส้นตรงที่ได้ต่อความยาวของส่วนของเส้นตรง ต้นฉบับ เป็น 86 : 100 และเมื่อตั้งค่าเป็น 141% หมายความว่า ขยายส่วนของเส้นตรงให้มีความยาวเป็น $\frac{141}{100}$ เท่าของความยาว ของส่วนของเส้นตรงต้นฉบับ หรือกล่าวได้ว่าอัตราส่วนของความ ยาวของส่วนของเส้นตรงที่ได้ต่อความยาวของส่วนของเส้นตรง ต้นฉบับ เป็น 141 : 100 อุปมาเพื่อนำไปสู่ การย่อและขยาย </p>
--	--	---

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีรายละเอียดดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา

ขั้นนำ

เป็นขั้นตอนในการนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการเตรียมความพร้อมของผู้เรียน โดยครูจะชี้แจงถึงจุดประสงค์การเรียนรู้และทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน ซึ่งจะมีการใช้ **การคิดเชิงอุปมา** ร่วมกับการนำเข้าสู่บทเรียน โดยครูจะนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่นักเรียนคุ้นเคย มีการใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการอุปมาในสถานการณ์นั้นว่าเกี่ยวข้องกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์อย่างไร จากสถานการณ์นี้มีแนวคิดหลักอย่างไร ข้อมูลสำคัญคืออะไร สามารถอุปมากับอะไรได้บ้าง โดยนักเรียนสามารถนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาตอบคำถามได้และมีการให้ช่วยกันคิดร่วมกับเพื่อน เพื่อทบทวนความเข้าใจของตนเอง ซึ่งจากสถานการณ์และการคิดตอบคำถามจะช่วยให้ นักเรียนสามารถเปรียบเทียบหรือสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมที่มีอยู่ มาใช้ในสถานการณ์ใหม่ซึ่งจะเรียนต่อไปได้

ขั้นสอน

เป็นขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูจะใช้การคิดเชิงอุปมา ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายเนื้อหาใหม่ ตัวอย่างหรือสถานการณ์โจทย์ต่าง ๆ เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยมีขั้นตอนการปฏิบัติดังนี้

ตาราง 7 ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอน	บทบาทผู้สอน	บทบาทผู้เรียน
1. ทำความเข้าใจสถานการณ์ ครูเสนอสถานการณ์ใหม่และให้รายละเอียดเกี่ยวกับสถานการณ์ เมื่อนักเรียนเผชิญสถานการณ์นักเรียนสามารถวิเคราะห์และทำความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์นั้น รวมถึงมีการรวบรวมข้อมูลที่สำคัญจากสถานการณ์เพื่อให้พร้อมต่อการนำข้อมูลไปสร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา	- ครูเสนอตัวอย่าง หรือสถานการณ์ เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ - ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ ตัวอย่างหรือสถานการณ์ปัญหาที่ได้นำเสนอ - ครูถามถึงข้อมูลที่สำคัญจากสถานการณ์	- เมื่อนักเรียนเผชิญสถานการณ์ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหานั้น - นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่สำคัญจากสถานการณ์

<p>2. สร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา</p> <p>ครูอธิบายเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ หรือ ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาโดยใช้การคิดเชิงอุปมา และมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนฝึกการคิดเชิงอุปมา ด้วยการคิดหารูปแบบความสัมพันธ์ หรือหลักการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยการอุปมาระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ใหม่กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้าหรือแนวคิดอื่น ๆ ที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ปัญหานั้น เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิดสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยหรือประสบการณ์ที่นักเรียนมีอยู่เดิม</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ครูอธิบายเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ปัญหาโดยใช้การคิดเชิงอุปมา - ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมองหารูปแบบและความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อย โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเปรียบเทียบและหาความสัมพันธ์ ระหว่างสถานการณ์กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้า 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนทำความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ครูอธิบาย และสังเกตการอุปมาของครู - นักเรียนพยายามตอบคำถาม โดยคิดหารูปแบบและความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อยจากสถานการณ์ปัญหา โดยใช้การอุปมา กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้าหรือความคิดที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวัน
<p>3. สื่อสารแนวคิด</p> <p>เป็นขั้นตอนที่ครูและนักเรียนสื่อสารแนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์โดยการคิดเชิงอุปมา ซึ่งสามารถสื่อสารแนวคิดโดยใช้การอธิบายด้วยภาษาหรือวิธีการต่าง ๆ ตามความถนัดของแต่ละบุคคล สามารถใช้แบบจำลองทางความคิดที่เหมาะสมกับสถานการณ์ในการอธิบายร่วมด้วยเพื่อให้เข้าใจได้ชัดเจนยิ่งขึ้น</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ครูสื่อสารการอุปมาในสถานการณ์ตัวอย่าง โดยใช้การอธิบายหรือเสนอแบบจำลองทางความคิดที่เหมาะสมกับสถานการณ์เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น - ครูถามคำถามถึงการคิดเชิงอุปมาของนักเรียนว่าเปรียบเทียบหรือสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งใด - ครูชี้แนะแนวทางในการแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดในรูปแบบต่าง ๆ ที่เหมาะสม เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนถามคำถาม เพื่อให้นักเรียนสามารถสื่อสารความคิดของตนเองได้ดียิ่งขึ้น 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนทำความเข้าใจการสื่อสารแนวคิดของครูผู้สอน - นักเรียนสื่อสารแนวคิดของตนเองที่ได้จากการคิดเชิงอุปมา สร้างความสัมพันธ์กับสิ่งที่รู้ก่อนหน้า หรือสิ่งที่พบในชีวิตประจำวันโดยการอธิบายหรือนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ

<p>4. อภิปรายแลกเปลี่ยนการคิดเชิงอุปมาและสร้างข้อสรุป</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันพูดคุยและอภิปรายถึงการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงแนวคิดที่ใช้ในการอุปมาและสร้างความสัมพันธ์มาสู่สถานการณ์ เพื่อสร้างข้อสรุปถึงความสัมพันธ์และการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์</p>	<p>- ครูใช้คำถามถึงการแสดงความคิดและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการอุปมา</p> <p>- ครูใช้คำถามถึงความคิดที่ใช้ในการเปรียบเทียบและสร้างความสัมพันธ์มาสู่สถานการณ์</p> <p>- ครูพูดคุยและอภิปรายร่วมกันกับนักเรียน เพื่อสร้างข้อสรุปจากสถานการณ์</p>	<p>- นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงการแสดงความคิดและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในสถานการณ์</p> <p>- นักเรียนร่วมกันสร้างข้อสรุปถึงความสัมพันธ์และการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในสถานการณ์</p>
---	---	--

ขั้นสรุป

เป็นขั้นตอนการสรุปความรู้ที่นักเรียนได้จากการเรียน โดยครูกล่าวถึงสถานการณ์ที่ได้เรียนอธิบายและตอบคำถามจากสถานการณ์นั้น ๆ ร่วมกับนักเรียน โดยกล่าวถึงสร้างความสัมพันธ์กับความรู้ที่นักเรียนมีอยู่เดิมหรือเป็นความรู้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น นำไปสู่การปรับใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ และการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งนักเรียนจะเห็นถึงประโยชน์จากการเรียนรู้ เห็นถึงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ รอบตัวและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ จากนั้นให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวข้องกับบทเรียน เพื่อฝึกฝนการคิดด้วยตนเอง

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ โดยขั้นตอนของการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตโนมัติจำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน แต่ละฉบับแบ่งออกเป็น 2 ตอน ตอนละ 5 ข้อ รวม 10 ข้อ ใช้วัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 องค์ประกอบ โดยตอนที่ 1 วัดองค์ประกอบที่ 1 คือ ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทาง

คณิตศาสตร์ และตอนที่ 2 วัดองค์ประกอบที่ 2 คือ ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา โดยเนื้อหาที่ใช้ในแบบวัดแต่ละฉบับเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว และมีความเหมาะสมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นอกจากนั้นแบบวัดเป็นแบบคู่ขนาน มีโครงสร้างและเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกัน ประกอบด้วยกลุ่มเนื้อหา คือ เศษส่วนและทศนิยม จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง อัตราส่วนและร้อยละ รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน และการนำเสนอข้อมูล

สำหรับขั้นตอนการสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1. ศึกษาความหมาย องค์ประกอบ แนวทางการสร้างและพัฒนาแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมและใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ ดังนี้

1.1 องค์ประกอบที่ 1 คือ ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

1.2 องค์ประกอบที่ 2 คือ ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา

2. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และหนังสืออื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ในกลุ่มเนื้อหา เศษส่วนและทศนิยม จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง อัตราส่วนและร้อยละ รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน และการนำเสนอข้อมูล

3. สร้างแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบวัดแบบอัตนัยที่จะนำไปทดลองใช้ (try out) จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 20 ข้อ ประกอบด้วย ตอนที่ 1 จำนวน 10 ข้อ และตอนที่ 2 จำนวน 10 ข้อ โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.1 การวิเคราะห์เนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังตาราง 8

3.2 การวิเคราะห์กลุ่มเนื้อหาเกี่ยวกับจำนวนข้อของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน ซึ่งมีรายละเอียดดังตาราง 9

ตาราง 8 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ระยะ	เครื่องมือ	องค์ประกอบที่วัด	เนื้อหา
ก่อนเรียน	แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน	การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ 1) ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา	ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วในชั้นประถมศึกษาและชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 แบ่งเป็นกลุ่มเนื้อหา ดังนี้ 1) เศษส่วนและทศนิยม 2) จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง 3) อัตราส่วนและร้อยละ 4) รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน 5) การนำเสนอข้อมูล
หลังเรียน	แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน	การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ 1) ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา	ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วในชั้นประถมศึกษาและชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 แบ่งเป็นกลุ่มเนื้อหา ดังนี้ 1) เศษส่วนและทศนิยม 2) จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง 3) อัตราส่วนและร้อยละ 4) รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน 5) การนำเสนอข้อมูล

ตาราง 9 ตารางวิเคราะห์กลุ่มเนื้อหาเกี่ยวกับจำนวนข้อของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน

กลุ่มเนื้อหา	แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน		แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน	
	จำนวนข้อที่ทดลองใช้	จำนวนข้อที่ใช้จริง	จำนวนข้อที่ทดลองใช้	จำนวนข้อที่ใช้จริง
เศษส่วนและทศนิยม	4	2	4	2
จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง	4	2	4	2
อัตราส่วนและร้อยละ	4	2	4	2
รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน	4	2	4	2
การนำเสนอข้อมูล	4	2	4	2
รวม	20	10	20	10

4. สร้างเกณฑ์การประเมินความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพิจารณาตามลักษณะเนื้อหาของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 วัดองค์ประกอบที่ 1 คือ ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ด้านย่อย คือ ด้านที่ 1 การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย และด้านที่ 2 การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม คะแนนเต็มข้อละ 6 คะแนน โดยแบ่งเกณฑ์การให้คะแนนแต่ละข้อตามกลุ่มเนื้อหา และตอนที่ 2 วัดองค์ประกอบที่ 2 คือ ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ด้านย่อย คือ ด้านที่ 1 การเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม และด้านที่ 2 การนำตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหา คะแนนเต็มข้อละ 4 คะแนน โดยเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์มีรายละเอียดดังนี้

ตาราง 10 เกณฑ์การให้คะแนน ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเนื้อหาเศษส่วนและทศนิยม และกลุ่มเนื้อหาอัตราส่วนและร้อยละ

กลุ่มเนื้อหา : เศษส่วนและทศนิยม อัตราส่วนและร้อยละ		
ด้าน	ระดับคะแนน	ลักษณะคำตอบ
ด้านที่ 1 การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย	3	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้แตกต่างกัน 4 ตัวแทนขึ้นไป
	2	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้แตกต่างกัน 2-3 ตัวแทน
	1	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ 1 ตัวแทน
	0	นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิด
ด้านที่ 2 การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม	3	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้อย่างเหมาะสมโดยสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ทุกตัวแทน
	2	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้อย่างเหมาะสมโดยสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้บางตัวแทน
	1	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดไม่เหมาะสม ไม่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ทุกตัวแทน
	0	นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิด

ตาราง 11 เกณฑ์การให้คะแนน ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเนื้อหาจำนวนเต็มและเลขยกกำลัง กลุ่มเนื้อหารูปเรขาคณิตและเส้นขนาน และกลุ่มเนื้อหาการนำเสนอข้อมูล

กลุ่มเนื้อหา : จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน การนำเสนอข้อมูล		
ด้าน	ระดับคะแนน	ลักษณะคำตอบ
ด้านที่ 1 การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย	3	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้แตกต่างกัน 3 ตัวแทนขึ้นไป
	2	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้แตกต่างกัน 2 ตัวแทน
	1	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ 1 ตัวแทน
	0	นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิด
ด้านที่ 2 การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม	3	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้อย่างเหมาะสมโดยสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ทุกตัวแทน
	2	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้อย่างเหมาะสมโดยสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้บางตัวแทน
	1	นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดไม่เหมาะสม ไม่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ทุกตัวแทน
	0	นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิด

ตาราง 12 เกณฑ์การให้คะแนน ตอนที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทาง
คณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา

ด้าน	ระดับคะแนน	ลักษณะคำตอบ
ด้านที่ 1 การใช้หรือ สร้างตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ ได้อย่างเหมาะสม	2	นักเรียนเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้อย่างเหมาะสมโดยสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้
	1	นักเรียนเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้ไม่เหมาะสม ไม่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้
	0	นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิด
ด้านที่ 2 การนำตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ไป แก้ปัญหา	2	ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกใช้หรือสร้างขึ้นนั้น นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์
	1	ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกใช้หรือสร้างขึ้นนั้น นำไปสู่การแก้ปัญหาได้เพียงบางส่วน
	0	ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกใช้หรือสร้างขึ้นนั้น นำไปสู่การแก้ปัญหาไม่ได้ หรือ นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เลย

5. นำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปทดลองใช้ (try out) เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข จากนั้นผู้วิจัยปรับแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำส่งให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัด โดยใช้ดัชนี IOC (item objective congruence) และประเมินความถูกต้อง รวมถึงระดับความยากของภาษาที่ใช้ ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์ว่าค่าดัชนี $IOC \geq 0.50$ จึงจะถือว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับโครงสร้างและนิยามที่ต้องการวัด โดยมีข้อคำถาม 1 ข้อ ไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด โดยมีค่า IOC 0.33 ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิท่านหนึ่งเห็นว่าข้อสอบยากเกินไปอาจใช้วัดไม่ได้ ซึ่งจากข้อเสนอแนะนั้นผู้วิจัยจึงได้ปรึกษาอาจารย์ที่ปรึกษาและคงข้อสอบข้อนั้นไว้ เพื่อนำไปทดลองใช้ หาค่าความยากและอำนาจจำแนกเพื่อพิจารณาความเหมาะสม ซึ่งข้อเสนอแนะจากผู้ทรงคุณวุฒิสามารถสรุปได้ดังนี้

5.1 ควรปรับคำสั่งให้ชัดเจนว่าต้องการให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา

เดิม : ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือรูปแบบอื่น ๆ ที่นักเรียนรู้จัก ในการแสดงความคิดเกี่ยวกับข้อมูลในสถานการณ์ข้างต้น

แก้ไขเป็น : ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่น ๆ ที่นักเรียนรู้จัก ในการแสดงความคิดเพื่อหาคำตอบจากข้อมูลในสถานการณ์ข้างต้น

5.2 ควรปรับภาษาที่ใช้ให้สื่อความหมายได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น

เดิม : มีน้ำอยู่ $\frac{3}{4}$ แก้ว

แก้ไขเป็น : มีน้ำอยู่ $\frac{3}{4}$ ของแก้ว

เดิม : แบคทีเรียเป็นสัตว์เซลล์เดียว ขยายพันธุ์โดยการแบ่งเซลล์จากหนึ่งเซลล์เป็นสองเซลล์ จากสองเซลล์ เป็นสี่เซลล์ไปเรื่อย ๆ ถ้าการแบ่งเซลล์แต่ละครั้งใช้เวลา 15 นาที หากมีแบคทีเรียอยู่หนึ่งเซลล์ 1 ชั่วโมงผ่านไปจะมีแบคทีเรียทั้งสิ้น 16 เซลล์

แก้ไขเป็น : แบคทีเรียเป็นสัตว์เซลล์เดียว ขยายพันธุ์โดยการแบ่งเซลล์จากหนึ่งเซลล์เป็นสองเซลล์ จากสองเซลล์เป็นสี่เซลล์ไปเรื่อย ๆ ถ้าแบคทีเรียจะแบ่งเซลล์หนึ่งครั้งทุก ๆ 15 นาทีแล้ว 1 ชั่วโมงผ่านไป แบคทีเรียหนึ่งเซลล์จะแบ่งเซลล์ได้ทั้งสิ้น 16 เซลล์

เดิม : อัตราส่วนนักเรียนชายต่อนักเรียนหญิง เป็น 3 : 2

แก้ไขเป็น : อัตราส่วนของจำนวนนักเรียนชายต่อจำนวนนักเรียนหญิง เป็น 3 : 2

เดิม : สี่เหลี่ยมที่มีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

แก้ไขเป็น : รูปสี่เหลี่ยม(รูปหนึ่ง)มีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

เดิม : คอกม้าในทุ่งหญ้าแห่งหนึ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 20 เมตร ยาว 30 เมตร ม้าสีน้ำตาลตัวหนึ่งถูกล่ามไว้ที่เสาตรงมุมคอกด้วยเชือกยาว 14 เมตร นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่า ม้าสีน้ำตาลสามารถกินหญ้าได้ในบริเวณพื้นที่เท่าใด (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

แก้ไขเป็น : คอกม้าในทุ่งหญ้าแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 20 เมตร ยาว 30 เมตร ม้าสีน้ำตาลตัวหนึ่งในคอกถูกล่ามไว้ที่เสาตรงมุมคอกด้วยเชือกยาว 14 เมตร นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่า ม้าสีน้ำตาลตัวนี้สามารถกินหญ้าได้ในบริเวณพื้นที่มากที่สุดที่ตารางเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

เดิม : มาลีเดินจากบ้านไปตลาดในทางทิศเหนือเป็นระยะทาง 2.4 กิโลเมตร จากนั้นเดินจากตลาดไปวัดในทางทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 700 เมตร และเดินต่อไปในทางทิศใต้ อีก 1.2 กิโลเมตร เพื่อไปสวนสาธารณะ มาลีใช้เวลาในการเดินทางทั้งสิ้น 2 ชั่วโมง นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่ามาลีใช้เวลาเดินทางเฉลี่ยชั่วโมงละกี่กิโลเมตร

แก้ไขเป็น : มาลีเดินจากบ้านไปตลาดในทางทิศเหนือเป็นระยะทาง 2.4 กิโลเมตร จากนั้นเดินจากตลาดไปวัดในทางทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 700 เมตร และเดินต่อไปในทางทิศใต้ อีก 1.2 กิโลเมตร เพื่อไปสวนสาธารณะ มาลีใช้เวลาในการเดินทางทั้งสิ้น 2 ชั่วโมง นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่ามาลีเดินทางด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยชั่วโมงละกี่กิโลเมตร

5.3 ควรปรับข้อมูลที่นักเรียนมักทราบคืออยู่แล้วให้เกิดทักษะการคิดมากยิ่งขึ้น เช่น

เดิม : มีนมรสจืดอยู่ 0.5 ลิตร

แก้ไขเป็น : มีนมรสจืดอยู่ 0.4 ลิตร

6. นำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียนที่ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่งในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา ร้อยเอ็ด เขต 27 ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง ฉบับละ 35 คน รวม 70 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

7. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 6. มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรหาค่าสัมประสิทธิ์อัลฟา (Alpha Coefficient : α) ของ Cronbach โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป โดยใช้สูตรของ (Whitney and Sabers)

8. นำข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์มาคัดเลือกเป็นแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนจำนวน 10 ข้อ และฉบับหลังเรียนจำนวน 10 ข้อ ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบข้อที่ค่า IOC ไม่ผ่านเกณฑ์มาใช้ในแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการนำไปทดลองใช้ พบว่า ข้อสอบมีค่าความยากและอำนาจจำแนกที่เหมาะสม ซึ่งข้อสอบอีกข้อหนึ่งในกลุ่มเนื้อหาเดียวกัน มีค่าความยากและอำนาจจำแนกไม่เหมาะสม ดังนั้นเพื่อให้การกระจายของเนื้อหาสอดคล้องกับโครงสร้างของแบบวัด ผู้วิจัยจึงเลือกใช้ข้อสอบข้อดังกล่าว

9. ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ที่จะนำไปใช้เก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

ค่าความเที่ยง (Reliability)	0.74
ค่าความยาก (p)	0.53 - 0.78
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.23 - 0.66

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ที่จะนำไปใช้เก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

ค่าความเที่ยง (Reliability)	0.84
ค่าความยาก (p)	0.54 - 0.74
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.21 - 0.78

10. ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.2 แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสร้างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ฉบับ เพื่อใช้ในการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวเป็นการประเมินในคาบเรียน มีเนื้อหาสอดคล้องกับการเรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ใช้เวลา 15 นาที ซึ่งมีลักษณะคำถามสัมพันธ์กับองค์ประกอบการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 องค์ประกอบ ได้แก่ องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ข้อ และ องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา จำนวน 2 ข้อ รวมทั้งหมดฉบับละ 4 ข้อ เก็บข้อมูลจำนวน 3 ครั้ง ซึ่งเป็นการประเมินในช่วงท้ายของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 เพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระหว่างเรียน โดยมีรายละเอียดขั้นตอนการสร้างและตรวจสอบคุณภาพดังนี้

1. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมและใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
2. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ
3. สร้างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
4. นำแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น ส่งให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องและให้คำแนะนำเพื่อปรับปรุงแก้ไข
5. นำแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.3 แบบสัมภาษณ์

ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมจากการตอบคำถามในแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้รายละเอียดของพฤติกรรมการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ชัดเจนยิ่งขึ้น และนำข้อมูลมาประกอบการวิเคราะห์ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน โดยผู้วิจัยพิจารณาคะแนนความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์จากแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน แล้วแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับดี ระดับปานกลาง และระดับปรับปรุง จากนั้นใช้การสัมภาษณ์ 3 ครั้ง หลังการใช้แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 ซึ่งในแต่ละครั้งผู้วิจัยจะทำการเลือกนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงที่สุด 3 คนจากแต่ละกลุ่ม รวมทั้งหมด 9 คน ในแต่ละครั้ง เพื่อศึกษาวิธีคิดของนักเรียน โดยมีรายละเอียดขั้นตอนการสร้างและตรวจสอบคุณภาพดังนี้

1. วิเคราะห์องค์ประกอบของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และพิจารณาแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างประเด็นคำถาม
2. สร้างแบบสัมภาษณ์ โดยกำหนดประเด็นคำถามที่จะถาม
3. นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้น ส่งให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความเหมาะสม และให้คำแนะนำเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข
4. นำแบบสัมภาษณ์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยได้ดำเนินการในขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

- 1) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ แบบประเมิน

ลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ พร้อมทั้งจัดเตรียมเอกสารประกอบการเรียน สื่อการสอน และเอกสารอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

2) ผู้วิจัยจัดทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล จาก คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียน เพื่อขอความร่วมมือในการดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2 ขั้นตอนดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ โดยใช้เวลา 55 นาที จากนั้นตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้และนำผลการตรวจให้คะแนนมาวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาใช้แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับดี ระดับปานกลาง และระดับปรับปรุง โดยมีเกณฑ์การแบ่งกลุ่มดังนี้ กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับดี คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวม 40 คะแนนขึ้นไป กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวมตั้งแต่ 31 ถึง 39 คะแนน และกลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับปรับปรุง คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวมน้อยกว่า 31 คะแนน

2) ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ ตามคาบเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานปกติของนักเรียน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 16 คาบ คาบเรียนละ 55 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมสัปดาห์ละ 3 คาบ เป็นเวลา 6 สัปดาห์

3) ในระหว่างการทดลอง ช่วงท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 จะมีการประเมินระหว่างเรียน โดยใช้แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้เวลาครั้งละ 15 นาที เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากนั้นผู้วิจัยตรวจแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงที่สุดจากการตอบแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 คนจากแต่ละกลุ่ม รวมทั้งหมด 9 คนในแต่ละครั้ง

มาสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากการตอบคำถามในแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาวิธีคิดของนักเรียน ซึ่งอาจไม่ใช่ นักเรียนคนเดิมในแต่ละครั้ง

4) หลังจากที่ได้ดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 16 แผน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ โดยใช้เวลา 55 นาที จากนั้นตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้และนำผลการตรวจให้คะแนนมาวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนมาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ SPSS (Statistical Package for Social Science) โดยวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1) การเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน มาคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for paired sample)

2) การเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มาคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ด้วยการทดสอบค่าที (t-test for one sample)

6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (content analysis) เพื่อศึกษาพัฒนาการของ

ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้การวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย สถิติที่ใช้สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

7.1 สถิติที่ใช้สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1) ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC : Index of Item Objectives Congruence) ของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองทั้งหมด

2) หาค่าความเที่ยง (reliability) ของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (alpha coefficient) ของครอนบาค (Cronbach)

3) หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทท์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers)

4) หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทท์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ SPSS (Statistical Package for Social Science) ดังนี้

- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X})
- 2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
- 3) การทดสอบค่าที (t-test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งออกเป็น 2 ตอน โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ดังตารางที่ 13

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ดังตารางที่ 14

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณสามารถนำเสนอข้อมูลได้ดังนี้

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ทั้งหมด 36 คน

ตัวแปร/องค์ประกอบ	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t-test	Sig.
		\bar{x}	S.D.	\bar{x}	S.D.		
ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์	50	33.67	7.46	39.86	7.09	4.76	.00*
องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์	30	20.22	4.51	24.08	4.29	4.34	.00*
องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา	20	13.44	4.59	15.78	3.70	3.29	.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 13 เมื่อพิจารณาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในภาพรวมพบว่า คะแนนความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 33.67 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานก่อนเรียนเท่ากับ 7.46 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 39.86 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานหลังเรียนเท่ากับ 7.09 และมีผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 4.76 สรุปได้ว่า ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณาองค์ประกอบย่อยทั้งสององค์ประกอบของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ในทั้งสององค์ประกอบย่อย หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

ตาราง 14 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมาทั้งหมด 36 คน

ตัวแปร/องค์ประกอบ	คะแนนเต็ม	ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม	\bar{x}	S.D.	t-test	Sig.
ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์	50	35	39.86	7.09	4.11	.00*
องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์	30	21	24.08	4.29	4.32	.00*
องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา	20	14	15.78	3.70	2.89	.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 14 เมื่อพิจารณาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยภาพรวมพบว่า คะแนนความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 39.86 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานหลังเรียนเท่ากับ 7.09 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 4.11 สรุปได้ว่า ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบย่อยทั้งสององค์ประกอบ พบว่า ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมาในทั้งสององค์ประกอบย่อย หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา

การศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้นทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ โดยผู้วิจัยใช้การสังเกตจากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์จำนวน 3 ครั้ง และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากการตอบคำถามในแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ครั้ง

ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอข้อมูลออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และองค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา โดยในแต่ละองค์ประกอบ ผู้วิจัยพิจารณาการเปลี่ยนแปลงจำนวน 3 ระยะ คือ การเปลี่ยนแปลงของนักเรียนในระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 - 5) การเปลี่ยนแปลงของนักเรียนในระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10) และการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนในระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 10 - 15) โดยในแต่ละระยะสังเกตจากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 ตามลำดับ และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากการตอบคำถามในแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หลังการใช้แบบประเมินในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 ตามลำดับ

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยแบ่งนักเรียนกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับดี ระดับปานกลาง และระดับปรับปรุง โดยใช้คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 50 คะแนน) เปรียบเทียบกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มดังนี้ กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับดี คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวม 40 คะแนนขึ้นไป กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวมตั้งแต่ 31 ถึง 39 คะแนน กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับปรับปรุง คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวมน้อยกว่า 31 คะแนน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางจำนวนทั้งหมด 19 คน ระดับปรับปรุงจำนวน 9 คน และ ระดับดีจำนวน 8 คน

ซึ่งการสัมภาษณ์ 3 ครั้ง หลังการใช้แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 นั้น ในแต่ละครั้งผู้วิจัยจะทำการเลือกนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงที่สุดจำนวน 3 คนจากแต่ละกลุ่ม รวมทั้งหมด 9 คนในแต่ละครั้ง เพื่อศึกษาวิธีการคิดของนักเรียน

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยภาพรวม ดังตาราง 15

ตาราง 15 ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยภาพรวม

	องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา
ระยะที่ 1 คาบเรียนที่ 1 - 5	<p>กลุ่มระดับดี นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนข้อความและตัวแปรเพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ นักเรียนใช้ตัวแทนนั้นเพราะเข้าใจง่ายและชอบ</p> <p>กลุ่มระดับปานกลาง นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนอัตราส่วน เศษส่วน และรูปภาพเพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ นักเรียนใช้ตัวแทนนั้นเพราะเข้าใจง่ายและน่าสนใจ</p> <p>กลุ่มระดับปรับปรุง นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนอัตราส่วน เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูล แต่ใช้ตัวแทนได้</p>	<p>กลุ่มระดับดี นักเรียนเลือกใช้ตัวแปร x เพื่อนำมาใช้คำนวณอัตราส่วน จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้ตัวแปรมีความชัดเจน สามารถแก้ปัญหาได้ง่าย</p> <p>กลุ่มระดับปานกลาง นักเรียนเลือกใช้แผนภาพเพื่อนำมาใช้คำนวณอัตราส่วน จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้แผนภาพแบ่งเป็นช่อง ๆ สามารถแก้ปัญหาได้ง่าย เมื่อทราบว่าช่องละเท่าใดก็สามารถหาความสูงได้</p> <p>กลุ่มระดับปรับปรุง นักเรียนเลือกใช้การเขียนข้อความอธิบายการคิดไปที่ละส่วนโดยไม่ได้ลง</p>

	เหมาะสมเพียงบางรูปแบบเท่านั้น นักเรียนใช้ตัวแทนนั้น เพราะเข้าใจ ได้ง่าย	รายละเอียดที่ชัดเจน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ ตัวแทนเรื่องอัตราส่วนเพื่อนำไปแก้ปัญหา ยังไม่ดีเท่าที่ควร
ระยะที่ 2 คาบเรียนที่ 6 - 10	กลุ่มระดับดี นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการ เขียนข้อความ อัตราส่วน ตัวแปร และเปอร์เซ็นต์ เพื่อสื่อความหมาย หรือแสดงข้อมูล นักเรียนใช้ตัวแทน นั้น เพราะเข้าใจได้ง่ายและดูมี หลักการ กลุ่มระดับปานกลาง นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการ เขียนข้อความ อัตราส่วน และ เศษส่วน เพื่อสื่อความหมายหรือ แสดงข้อมูล นักเรียนใช้ตัวแทนนั้น เพราะง่ายต่อการเข้าใจและง่ายใน การหาคำตอบ กลุ่มระดับปรับปรุง นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียน อัตราส่วนและเปอร์เซ็นต์ เพื่อสื่อ ความหมายหรือแสดงข้อมูล แต่ นักเรียนยังไม่สามารถเขียนอธิบาย การนำเสนอได้ชัดเจน นักเรียนใช้ ตัวแทนนั้นเพราะเข้าใจง่าย	กลุ่มระดับดี นักเรียนเลือกใช้การเขียนข้อความ อธิบายแนวคิด จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเริ่มต้นคิดโดยใช้การคิดในใจ และเขียนอธิบายสิ่งที่คิด โดยเห็นว่าการ ใช้ข้อความในการเขียนบรรยาย สามารถ อธิบายสิ่งที่คิดในใจได้ กลุ่มระดับปานกลาง นักเรียนเลือกใช้การเขียนข้อความ อธิบายแนวคิดในการคำนวณ จากการ สัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้ ข้อความบรรยายตามที่คิดอาจทำให้ผู้อื่น เข้าใจสิ่งที่ตนคิดได้ดี กลุ่มระดับปรับปรุง นักเรียนเลือกใช้ข้อความและ อัตราส่วนแสดงวิธีคำนวณ จากการ สัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการ แสดงวิธีทำโดยใช้อัตราส่วนเข้าใจง่าย และสามารถตอบคำถามได้ชัดเจน
ระยะที่ 3 คาบเรียนที่ 10 - 15	กลุ่มระดับดี นักเรียนสามารถใช้รูปแบบ ตัวแปรและแผนภูมิวงกลม เพื่อสื่อ ความหมายหรือแสดงข้อมูล จากการ สัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่า	กลุ่มระดับดี นักเรียนเลือกใช้การเขียนข้อความ ในการแสดงความคิด จากการสัมภาษณ์ เพิ่มเติม นักเรียนถนัดในการใช้ข้อความ ในการเขียนบรรยายและแสดงวิธีทำ

<p>รูปแบบตัวแปร สามารถสื่อความหมายได้เข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้ ส่วนรูปแบบแผนภูมิวงกลม สามารถสื่อความหมายได้เข้าใจและนำเสนอได้ชัดเจนน่าสนใจ</p> <p>กลุ่มระดับปานกลาง</p> <p>นักเรียนสามารถใช้รูปแบบเศษส่วน และ ตัวแปร เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูล ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้ และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่อง ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์</p> <p>กลุ่มระดับปรับปรุง</p> <p>นักเรียนสามารถใช้รูปแบบแผนภูมิวงกลม และ อัตราส่วน เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ แต่ไม่ได้เขียนอธิบายรายละเอียด</p>	<p>เนื่องจากการเรียนส่วนใหญ่จะใช้การ แสดงวิธีทำลักษณะนี้ ทำให้ไม่มั่นใจในการเขียนรูปแบบอื่น ซึ่งนักเรียนมักใช้รูปแบบอื่นในการทด</p> <p>กลุ่มระดับปานกลาง</p> <p>นักเรียนเลือกใช้ข้อความในการแสดงวิธีคิด จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการเขียนข้อความในการแสดงวิธีคิด สามารถเขียนอธิบายให้ครูเข้าใจได้ง่าย ซึ่งหากใช้รูปแบบอื่น เช่น การวาดภาพก็ยังคงต้องเขียนแสดงวิธีทำ จึงไม่เลือกใช้</p> <p>กลุ่มระดับปรับปรุง</p> <p>นักเรียนเลือกใช้ข้อความและแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้ข้อความแสดงวิธีการคิดหาคำตอบสามารถเขียนอธิบายได้ง่ายที่สุด จากการถามชี้แนะถึงรูปภาพและตารางนักเรียนสามารถใช้รูปภาพเขียนอธิบายได้ แต่ไม่ทราบวิธีการใช้ตาราง</p>
--	---

จากตารางที่ 15 เมื่อพิจารณาการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ พบว่า

องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 1 นักเรียนในกลุ่มระดับดีและปานกลางสามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ แต่ไม่สามารถอธิบายรายละเอียดและเหตุผลได้ชัดเจน ส่วนนักเรียนในกลุ่มระดับปรับปรุงยังไม่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ ในระยะที่ 2

นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นจากระยะที่ 1 อย่างเห็นได้ชัดเจน นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น มีการใช้ตัวแทนได้อย่างหลากหลาย สามารถสื่อความหมายได้เข้าใจ และอธิบายเหตุผลในการใช้ให้ชัดเจนมากขึ้น โดยเห็นได้ชัดเจนในนักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและระดับปรับปรุง ในระยะที่ 3 นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นจากระยะที่ 2 นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ดียิ่งขึ้น มีการใช้ตัวแทนได้อย่างหลากหลาย สามารถเขียนอธิบายรายละเอียดและให้เหตุผลในการใช้ตัวแทนได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา ระยะที่ 1 นักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและปรับปรุงสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ แต่ไม่สามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยมีเพียงนักเรียนในกลุ่มระดับดี ที่สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ในระยะที่ 2 นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นจากระยะที่ 1 นักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ดีขึ้น สามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้ชัดเจนมากขึ้น เห็นได้ชัดเจนในนักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและกลุ่มระดับปรับปรุง ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ในระยะที่ 3 นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นจากระยะที่ 2 นักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้ข้อความเพื่อแสดงวิธีการดำเนินการ ในการเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีรายละเอียดการวิเคราะห์ในแต่ละองค์ประกอบดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของนักเรียน 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 - 5) ระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10) และระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 10 - 15) โดยสังเกตจากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 ตามลำดับ และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากการตอบคำถามแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หลังการใช้แบบประเมินในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 ตามลำดับ โดยมีรายละเอียดดังนี้

พัฒนาการของนักเรียนในระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 - 5)

ในระยะที่ 1 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ แต่ยังเขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจนในบางส่วน นักเรียนระบุเหตุผลในการใช้อย่างกว้าง ๆ และไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้รูปแบบนั้นได้มากนัก เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมด นักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดตามความชอบของนักเรียนแต่ละคน ผลการวิเคราะห์รายละเอียดในระยะที่ 1 มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ แต่ยังเขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจนในบางส่วน นักเรียนระบุเหตุผลกว้าง ๆ คือเข้าใจได้ง่าย เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดตามความชอบของนักเรียนแต่ละคน ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 3 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 1

ข้อมูลที่ 1 ถ้าจะหุงข้าวให้ร้อย ข้าวสาร 2 ถ้วย จะต้องใช้น้ำ 3 ถ้วย

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

กำหนดข้าวให้ร้อย ข้าวสาร 2 ถ้วยต่อน้ำ 3 ถ้วย

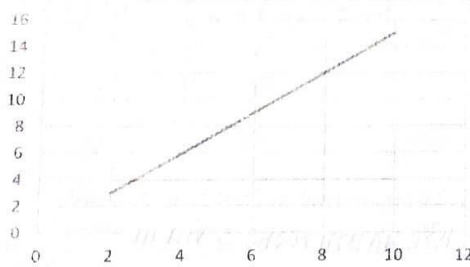
ใช้รูปแบบนี้ เพราะ จะเข้าใจได้ง่าย

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

มี กำหนดข้าวให้ร้อย ข้าวสาร 2x ถ้วย
น้ำ 3x ถ้วย

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ จะทำให้เข้าใจง่าย

ถ้าเด็กชายบอส เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้



นักเรียนคิดว่าเราสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อ

ความคิดจากสถานการณ์ ได้เข้าใจหรือไม่

เพราะอะไร ไม่ เพราะ เขาไม่เขียน

ระบุน้ำในภาพนี้ และแนวอื่น

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ

เพิ่มระบุน้ำในภาพนี้ และแนวอื่น

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด รูปแบบกราฟ

เพราะ สามารถ และเข้าใจง่าย

จากภาพที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับดี เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนข้อความและตัวแปรเพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วน ในส่วนของตัวแปรที่นักเรียนตอบได้ไม่ชัดเจน จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนสามารถระบุให้ชัดเจนขึ้นได้ แต่คิดว่าเข้าใจแล้วจึงไม่ได้ระบุ นักเรียนให้

เหตุผลในการใช้ตัวแทน คือ เข้าใจได้ง่าย จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนใช้ตัวแทนนั้นเพราะเข้าใจง่ายและชอบ นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการใช้รูปแบบนั้นได้ชัดเจน เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลด้วยการใช้กราฟ นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่ากราฟของข้อมูลยังสื่อความคิดได้ไม่เข้าใจ โดยควรระบุหน่วยในแนวตั้งและแนวนอน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนกราฟเพื่อแสดงข้อมูลให้เข้าใจได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงรูปแบบอัตราส่วนเป็นอย่างแรก เพราะกำลังเรียนเรื่องอัตราส่วน และได้เขียนรูปแบบนั้นลงไปในรูปแบบแรก แต่เมื่อพิจารณารูปแบบตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดทำให้นักเรียนเลือกรูปแบบกราฟเป็นรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด เพราะมองว่ากราฟเข้าใจง่ายที่สุด และชอบมากที่สุด ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“หนูคิดว่าเข้าใจแล้ว แต่ถ้ายังไม่เข้าใจต้องเพิ่มว่า x คือ จำนวน จำนวนหนึ่ง”

“เข้าใจได้ง่ายค่ะ หนูชอบใช้ด้วย”

“พอเห็นข้อมูลหนูนึกถึงอัตราส่วนเลยค่ะ อาจจะเพราะกำลังเรียนเรื่องนี้”

“พอมองทั้ง 3 แบบ หนูว่ากราฟเข้าใจง่ายสุด หนูชอบกราฟ”

นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ แต่ยังไม่สามารถอธิบายได้ไม่ชัดเจนในบางส่วน นักเรียนระบุเหตุผลกว้าง ๆ เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดตามความน่าสนใจของข้อมูล ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 4 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 1

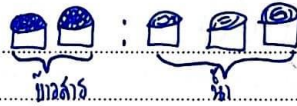
ข้อมูลที่ 1 ถ้าจะหุงข้าวให้ร้อย ข้าวสาร 2 ถ้วย จะต้องใช้น้ำ 3 ถ้วย

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

ปริมาณข้าวสารต่อ น้ำจะเท่ากับ 2:3 หรือ $\frac{2}{3}$

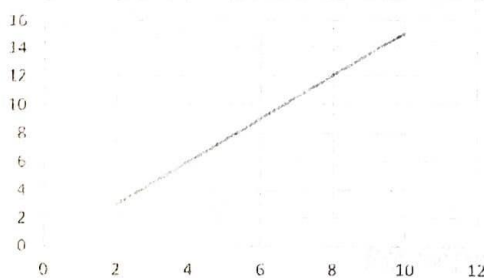
ใช้รูปแบบนี้ เพราะ ง่ายต่อการเข้าใจ

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน



ใช้รูปแบบนี้ เพราะ ใ้ใจง่าย ใ้ผลปววด

ถ้าเด็กชายบอส เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้



นักเรียนคิดว่าเขาสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อ

ความคิดจากสถานการณ์ ได้เข้าใจหรือไม่

เพราะอะไร... ไม่เข้าใจเนื่องจากไม่ทันหมด

ไม่เลยและไม่เห็นหัวของข้อมูล

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ... เขียนอธิบายว่าเส้นตรงเส้นแต่ละเส้นคือจำนวน...
ของใจ และเขียนหัวหัวใจข้อมูล

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด... ผังรูปภาพ/ รูปวาด

เพราะ... ผังรูปภาพเข้าใจง่าย ใ้เห็นข้อมูลง่าย

จากภาพที่ 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนอัตราส่วน เศษส่วน และรูปภาพ เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วน นักเรียนให้เหตุผลในการใช้ตัวแทน คือ เข้าใจได้ง่ายจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนใช้ตัวแทนนั้นเพราะเข้าใจง่ายและน่าสนใจ นักเรียนยังไม่สามารถ

อธิบายเหตุผลในการใช้รูปแบบนั้นได้ชัดเจน เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลด้วยการใช้กราฟ นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่ากราฟของข้อมูลยังสื่อความคิดได้ไม่เข้าใจ มีการเขียนอธิบายไม่เข้าใจในบางส่วน แต่สามารถบอกได้ว่า ควรอธิบายว่าเส้นคือจำนวนอะไรและระบุชื่อหัวเรื่องของข้อมูล แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนกราฟเพื่อแสดงข้อมูลให้เข้าใจได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงรูปแบบอัตราส่วนเป็นอย่างแรก และได้เขียนรูปแบบนั้นลงไปในรูปแบบแรก แต่เมื่อพิจารณารูปแบบตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดทำให้นักเรียนเลือกรูปแบบรูปภาพเป็นรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด เพราะเห็นว่าการใช้รูปภาพสามารถเข้าใจได้ง่ายและเป็นการแสดงข้อมูลที่น่าสนใจ ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“ก็เข้าใจได้ง่ายค่ะ ทั้งอัตราส่วน ทั้งรูปภาพ รูปภาพก็น่าสนใจ”

“นึกถึงอัตราส่วนค่ะ เป็นเรื่องอัตราส่วน”

“ถ้าวาดรูปแล้วดูน่าสนใจกว่า”

นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้บางรูปแบบ นักเรียนเขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน ระบุเหตุผลกว้าง ๆ เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดจากการมองว่าง่ายที่สุด โดยไม่สามารถให้เหตุผลประกอบเพิ่มเติมได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 5 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 1

ข้อมูลที่ 1 ถ้าจะหุงข้าวให้อร่อย ข้าวสาร 2 ถ้วย จะต้องใช้น้ำ 3 ถ้วย

1. นักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

ข้าวสาร : น้ำ
2 ; 3

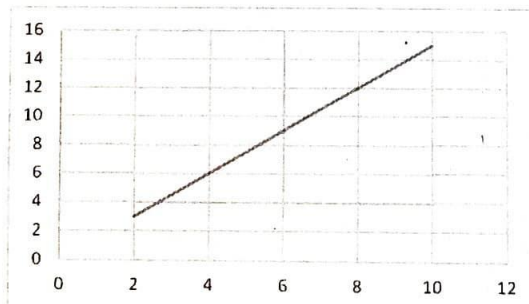
ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจง่าย

2. รูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

ข้าวสาร 2 ถ้วย
น้ำ 3 ถ้วย

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจง่าย

3. เด็กชายบอส เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้



นักเรียนคิดว่าเราสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร
ไม่ เพราะยังไม่รู้สัญลักษณ์

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ
เพิ่มข้อมูลว่าอัตราส่วนข้าวสาร น้ำ
นี้ 1 ถ้วย ต่อ 1.5 ถ้วย

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด
อัตราส่วน
เพราะ เข้าใจง่าย

จากภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนอัตราส่วน เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้ แต่สามารถใช้ตัวแทนที่เหมาะสมเพียงบางรูปแบบ นักเรียนให้เหตุผลในการใช้ตัวแทน คือ เข้าใจได้ง่าย จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนใช้ตัวแทนนั้นเพราะเขียนได้ง่าย นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการใช้

รูปแบบนั้นได้ชัดเจน เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลด้วยการใช้กราฟ นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่ากราฟของข้อมูลยังสื่อความคิดได้ไม่เข้าใจ สามารถบอกได้ว่าควรเพิ่มข้อมูลเกี่ยวกับข่าวสารและน้ำ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนกราฟเพื่อแสดงข้อมูลให้เข้าใจได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงรูปแบบอัตราส่วนเพียงรูปแบบเดียว และได้เขียนรูปแบบนั้นลงไปในรูปแบบแรก จากตัวแทนที่ปรากฏ นักเรียนเลือกรูปแบบอัตราส่วนเป็นรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด โดยที่นักเรียนยังไม่เข้าใจรูปแบบกราฟดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“อัตราส่วนเขียนง่ายดีครับ”

“อัตราส่วนแบบเดียวเลยครับ อีกอันผมไม่รู้จะเขียนอะไรเลยเขียนไปมั่ว ๆ”

“กราฟก็ดูง ๆ ครับ ผมว่าอัตราส่วนแหละง่ายสุด”

พัฒนาการของนักเรียนในระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10)

ในระยะที่ 2 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ดีขึ้นจากระยะที่ 1 เขียนอธิบายได้ชัดเจนขึ้น แต่นักเรียนยังระบุเหตุผลในการใช้อย่างกว้าง ๆ และไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้รูปแบบนั้นได้มากนัก เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมด นักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด โดยมีเหตุผลประกอบในการนำไปใช้งานต่อ ผลการวิเคราะห์รายละเอียดในระยะที่ 2 มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ และเขียนอธิบายได้ชัดเจนมากขึ้นแต่ยังเขียนระบุเหตุผลกว้าง ๆ เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร แต่เขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดจากการมองว่ารูปแบบนั้นชัดเจนที่สุด ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 6 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 2

ข้อมูลที่ 2 เดชาสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 31 คะแนน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

ทำเป็นเปอร์เซ็นต์ → คะแนนที่ได้ : คะแนนเต็ม

$$= 31 : 50$$

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจง่าย

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

เดชาสอบได้คะแนน 31 คะแนน จาก 50 คะแนน เป็น 31:50

ให้เดชาสอบได้ x เปอร์เซ็นต์ ๓๐ 100 → x : 100

$$\frac{31}{50} = \frac{x}{100} \quad | \quad x = \frac{31}{50} \times 100 = 62\%$$

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจง่าย สอนในกิจกรรม

ถ้าเด็กหญิงปังปัง เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้

เดชาสอบได้คะแนนร้อยละ 62

นักเรียนคิดว่าเธอสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร

ได้ เพราะ มีคะแนนเต็มร้อยละ ก็คือ 62 จึงได้ว่าคะแนนเต็มทั้งหมดคือ 100

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรรึจริงจะเข้าใจ

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด แปลงเป็นอัตราส่วน

เพราะ สามารถเข้าใจได้ง่าย และชัดเจนที่ ๕๑

จากตัวอย่างที่ 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับดี เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนข้อความ อัตราส่วน ตัวแปร และเปอร์เซ็นต์ เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วน นักเรียนให้เหตุผลในการใช้ตัวแทน คือ เข้าใจได้ง่าย และดูมีหลักการ นักเรียนเริ่มมีการอธิบายเหตุผลในการใช้รูปแบบนั้นได้มากขึ้น เมื่อให้นักเรียน

พิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลด้วยการใช้ร้อยละ นักเรียนเห็นว่าการสื่อความหมายนั้นเข้าใจแล้ว จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าเดชาสอบได้คะแนนร้อยละ 62 ซึ่งถ้าคะแนนเต็ม 100 เดชาจะสอบได้ 62 คะแนน แต่เมื่อครูเน้นย้ำถึงข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าควรแก้เป็นเดชาสอบได้ร้อยละ 62 ของคะแนนเต็ม 50 ซึ่งจะเป็น 31 คะแนนดังข้อมูลที่กำหนดให้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถใช้รูปแบบร้อยละได้ โดยเมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงรูปแบบอัตราส่วน และได้เขียนรูปแบบนั้นลงไปในรูปแบบแรก และเลือกรูปแบบอัตราส่วนเป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุด เพราะสามารถเข้าใจง่ายและชัดเจน ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“คู่มือหลักการดีค่ะ แสดงให้ดูว่าเป็น 62% นะ”

“เดชาสอบได้ร้อยละ 62 ถ้าคะแนนเต็ม 100 ก็จะได้ 62 คะแนนค่ะ”

“อ้อใช่ค่ะ จริง ๆ ควรแก้เป็น เดชาสอบได้ร้อยละ 62 จากคะแนนเต็ม 50 จะเป็น 31 คะแนนเหมือนข้างบน”

“อัตราส่วนค่ะ 31 ต่อ 50 เพราะง่ายและชัดเจน”

“อัตราส่วนเข้าใจง่ายที่สุดค่ะ รู้ว่าได้ 31 คะแนนจากคะแนนเต็ม 50”

นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ นักเรียนระบุเหตุผลกว้าง ๆ เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร แต่เขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดตามการนำไปใช้หาคำตอบได้ง่าย ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 7 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 2

ข้อมูลที่ 2 เดชาสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 31 คะแนน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

กำหนดให้มี ๕ ข้อเต็ม ๖1 : 50

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ ง่ายในการนำคำตอบ

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

คะแนนได้ ๕ ข้อ คะแนนเต็ม ๖1
50

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ ง่ายต่อการเข้าใจ

ถ้าเด็กหญิงปังปัง เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้

เดชาสอบได้คะแนนร้อยละ 62 .

นักเรียนคิดว่าเธอสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ ได้เข้าใจหรือไม่เพราะอะไร

ไม่พอกว่า 100% ที่คะแนน

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ พอกว่า 100% ที่คะแนน

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด อัตราส่วน

เพราะ ง่ายในการนำคำตอบ

จากภาพที่ 7 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนข้อความ อัตราส่วน และเศษส่วนเพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วน นักเรียนให้เหตุผลในการใช้ตัวแทน คือ ง่ายต่อการเข้าใจและง่ายในการหาคำตอบ นักเรียนเริ่มมีการอธิบายเหตุผลในการใช้รูปแบบนั้นได้มากขึ้น เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลด้วยการใช้ร้อยละ นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าร้อยละสื่อความหมาย

ได้ไม่เข้าใจ ควรแก้ไขโดยบอกว่า 100% คือกี่คะแนน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนรูปแบบร้อยละเพื่อแสดงข้อมูลให้เข้าใจได้ ซึ่งเมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงรูปแบบเศษส่วนเป็นอย่างแรกคล้ายการเขียนคะแนนสอบของครูไว้บนมุมกระดาน และได้เขียนรูปแบบนั้นลงไปในรูปแบบที่สองเมื่อพิจารณารูปแบบตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกอัตราส่วนเป็นรูปแบบที่เข้าใจง่ายที่สุด เพราะง่ายในการนำไปใช้หาคำตอบ ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“ต้องบอกว่า 100% คือกี่คะแนน ถึงจะเข้าใจ เช่น ร้อยละ 62 ของ 50 คะแนน”

“นึกถึงเศษส่วนค่ะ แบบที่ครูชอบเขียนคะแนนสอบไว้ที่มุมขวาด้านบนกระดาน”

“แบบอัตราส่วนจะเอาไปใช้คำนวณหาคำตอบได้ง่ายค่ะ”

นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้บางส่วนแต่เขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน ยังไม่สามารถระบุเหตุผลในการใช้ได้ เมื่อนักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดจากการมองว่าง่ายที่สุด โดยไม่สามารถให้เหตุผลประกอบเพิ่มเติมได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 8 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 2

ข้อมูลที่ 2 เดชาสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 31 คะแนน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

$$\frac{31 \times 100}{50} = \frac{262}{100} = 62:100$$

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจง่าย

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

$$\frac{31 \times 100}{50} = 62\%$$

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจง่าย

ถ้าเด็กหญิงปังปัง เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้

เดชาสอบได้คะแนนร้อยละ 62

นักเรียนคิดว่าเธอสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร

เข้าใจ เพราะ ร้อยละ 62 ของ 50 คือ 31

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด

เพราะ เข้าใจง่าย

จากภาพที่ 8 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการเขียนอัตราส่วนและเปอร์เซ็นต์ เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วน แต่นักเรียนยังไม่สามารถเขียนอธิบายการนำเสนอได้ชัดเจน จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมนักเรียนสามารถเขียนอธิบายเพิ่มเติมได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน นักเรียนให้เหตุผลใน

การใช้ตัวแทน คือ เข้าใจง่าย และไม่สามารถอธิบายเหตุผลในการใช้รูปแบบนั้นได้ เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลด้วยการใช้ร้อยละ นักเรียนเห็นว่าการสื่อความหมายนั้นเข้าใจแล้ว จากการเขียนอธิบายนักเรียนมีความเข้าใจในร้อยละ แต่ยังไม่สามารถใช้เพื่อสื่อความคิดจากข้อมูลได้ จากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด คือ เปอร์เซ็นต์ จากการมองว่าง่ายที่สุด โดยที่นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายเหตุผลที่เลือกได้ ซึ่งเมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงอัตราส่วนร้อยละเพราะกำลังเรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ และได้เขียนทั้งสองรูปแบบนั้น โดยใช้ร้อยละในรูปแบบเปอร์เซ็นต์ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนไม่เลือกใช้รูปแบบอื่นเพราะเห็นว่าอัตราส่วนและร้อยละเหมาะสมแล้ว ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“เขียนอธิบายเพิ่มเติมมั้งครับ ทำให้เป็น 100 จะได้ 62 ต่อ 100 แล้วก็ 62%”

“อัตราส่วนและร้อยละครับ เรียนเรื่องนี้อยู่ก็ต้องใช้เรื่องนี้แน่ ๆ”

“อัตราส่วนและร้อยละก็ที่อยู่แล้วครับ อันอื่นไม่ได้คิด”

“เปอร์เซ็นต์ง่ายที่สุดครับ”

พัฒนาการของนักเรียนในระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 11 - 15)

ในระยะที่ 3 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ดีขึ้นจากระยะที่ 2 เขียนอธิบายได้ชัดเจนขึ้น และสามารถอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้รูปแบบนั้นได้ดีขึ้น เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมด นักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด โดยมีเหตุผลประกอบ ผลการวิเคราะห์รายละเอียดในระยะที่ 3 มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ และเขียนอธิบายได้ชัดเจนมากขึ้น เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร แต่ยังไม่สามารถเขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด โดยมีเหตุผลประกอบที่เหมาะสมยิ่งขึ้น ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 9 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 3

ข้อมูลที่ 2 มีนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์อยู่ 72% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

ใช้ 95×100 เป็น จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$\frac{72}{100} \times X - \frac{72}{100} \times X$$

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจได้

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน



$$100 - 72 = 28\%$$

○ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจเช่นกัน

ถ้าเด็กหญิงอิงอิง เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้

มีนักเรียนที่สอบตกอยู่ $\frac{28}{100}$ คน

นักเรียนคิดว่าเธอสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากข้อมูลที่ให้ข้างต้น ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร

เข้าใจ เพราะมีนักเรียนอยู่ 100 คน สอบตก 28 คน

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด ตัวแปร

เพราะ สามารถถอดตัวแปรแล้วหาคำตอบได้

จากภาพที่ 9 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับดี เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบตัวแปร และแผนภูมิวงกลม เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่องร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ นักเรียนให้เหตุผลในการใช้ตัวแทน คือ เข้าใจได้ จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่ารูปแบบตัวแปร สามารถสื่อความหมายได้เข้าใจ และสามารถนำไปใช้ได้

ส่วนรูปแบบแผนภูมิวงกลม สามารถสื่อความหมายได้เข้าใจและนำเสนอได้ชัดเจนน่าสนใจ แสดงให้เห็นว่านักเรียนเริ่มมีการอธิบายเหตุผลในการใช้รูปแบบนั้นได้ชัดเจนมากขึ้น เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลเป็นเศษส่วน เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลด้วยการใช้ร้อยละ นักเรียนเห็นว่าการสื่อความหมายนั้นเข้าใจแล้ว จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าสิ่งที่เด็กหญิงอิงอิงเขียนแสดงข้อมูลสามารถเข้าใจได้ เพราะสอบตก 28 คนจากนักเรียนทั้งหมด 100 คน หรือสอบตก 28% แต่เมื่อครูถามย้ำถึงหน่วยเป็นคน นักเรียนสามารถบอกได้ว่าหน่วยสื่อความหมายไม่เหมาะสม และสามารถแก้ไขให้ชัดเจนขึ้นได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนรูปแบบเศษส่วนในการนำมาแทนร้อยละ โดยเมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงรูปแบบเศษส่วน และได้เขียนรูปแบบนั้นลงไปในรูปแบบแรกแต่ปรับให้เป็นตัวแปร และเลือกรูปแบบตัวแปรเป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุด เพราะสามารถแทนค่าตัวแปรแล้วนำไปหาคำตอบได้ ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“ใส่ตัวแปรแล้วเข้าใจได้ เอาไปใช้ต่อได้ค่ะ”

“แผนภูมิมีความชัดเจน เอามาแนะนำเสนอก็น่าสนใจดีค่ะ”

“เข้าใจนะคะ สอบตก 28 คนจากทั้งหมด 100 คน ก็สอบตก 28%”

“หน่วยเป็นคน ไม่เหมาะสมเท่าไร น่าจะเปลี่ยนเป็น 28/100 ของจำนวนนักเรียน”

“นึกถึงเศษส่วนค่ะ 72% คือ 72/100 แต่หนูใส่ตัวแปรเข้าไปด้วยในรูปแบบแรก”

“ตัวแปรค่ะ เพราะถ้าเอาจำนวนมาแทนก็ถอดตัวแปรได้เลย”

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไรและเขียนอธิบายได้อย่างชัดเจน นักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดด้วยเหตุผลเห็นภาพได้ชัดเจนและทราบถึงจำนวน ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 10 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 3

ข้อมูลที่ 2 มีนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์อยู่ 72% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

ใส่ไม้เรียนแสดงผ่านวิชาคณิตศาสตร์ $\frac{72}{100}$ ของนักเรียนทั้งหมด

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจง่าย

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

$X =$ จำนวนนักเรียนทั้งหมด
คูณผ่านด้วย $\frac{72}{100} \times$ คน

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจง่าย

ถ้าเด็กหญิงอิงอิง เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้

มีนักเรียนที่สอบตกอยู่ $\frac{28}{100}$ คน

นักเรียนคิดว่าเธอสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากข้อมูลที่ให้ข้างต้น ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร

ไม่ เพราะ ไม่รู้จำนวนนักเรียนทั้งหมด ทำให้หาจำนวนนักเรียนที่สอบตกไม่ได้

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ บอกจำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด เห็นภาพ

เพราะ ทราบจำนวน และ เห็นภาพได้ชัดเจน

จากภาพที่ 10 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบเศษส่วนและตัวแปร เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่องร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ นักเรียนให้เหตุผลในการใช้ตัวแทน คือ เข้าใจง่าย จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่ารูปแบบเศษส่วน สามารถเขียนแทนเปอร์เซ็นต์ได้ง่าย ส่วนรูปแบบตัวแปรคล้ายรูปแบบเศษส่วน แต่ใช้ตัวแปรมาแทนจำนวนนักเรียน แสดงให้เห็นว่านักเรียนเริ่มมีการอธิบายเหตุผลในการใช้รูปแบบนั้นได้ชัดเจนมากขึ้น เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลเป็นเศษส่วน

นักเรียนบอกได้ว่าการสื่อความหมายนั้นไม่เข้าใจ โดยควรบอกจำนวนนักเรียนทั้งหมด แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนรูปแบบเศษส่วนในการนำมาแทนร้อยละ โดยเมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงรูปแบบเศษส่วน และได้เขียนรูปแบบนั้นลงไปในรูปแบบแรก นักเรียนเลือกกราฟเป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุด ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนหมายถึงรูปแบบแผนภูมิวงกลม โดยมีรายละเอียดเป็นเปอร์เซ็นต์ เพราะ ทราบจำนวนและเห็นภาพได้ชัดเจน โดยเป็นรูปแบบที่ไม่ได้ใช้เขียนอธิบาย ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“เศษส่วนเขียนแทนเปอร์เซ็นต์ได้ง่ายค่ะ แล้วก็เอาตัวแปรมาใส่แทนจำนวนนักเรียน
จะได้รูปแบบที่สอง”

“กราฟเหวอคะ ก็วาดวงกลม แบ่งเป็น 72% กับ 28%”

“น่าจะเหมือนกับแผนภูมิวงกลม หนูเรียกว่ากราฟวงกลม แต่เขียนไปว่ากราฟ”

นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้แต่เขียนอธิบายไม่ชัดเจน สามารถระบุเหตุผลในการใช้ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูล นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าตัวอย่างข้อมูลนั้นสื่อความคิดได้เป็นอย่างไร และจากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุดจากการมองว่าใช้งานง่ายไม่ยุ่งยาก ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 11 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 3

ข้อมูลที่ 2 มีนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์อยู่ 72% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

ใช้แผนภูมิวงกลม

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ สัตว์ชนิดนี้แบ่งออกได้ลงล่างแล้ว และเข้าใจง่าย

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

รูปแท่งหรือกราฟ

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ เข้าใจและดูดีภาพชัด และสวยงามน่าดู ใช้สีที่แตกต่างได้

ถ้าเด็กหญิงอิงอิง เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้

มีนักเรียนที่สอบตกอยู่ $\frac{28}{100}$ คน

นักเรียนคิดว่าเธอสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากข้อมูลที่ให้ข้างต้น ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร

เข้าใจ เพราะว่า อาจแปลความ ขวามุมว่า มีนักเรียนที่สอบตก 100 คนก็ได้

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ อาจเพิ่มว่า มีนักเรียนทั้งหมดกี่คน

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด รูปแท่งหรือกราฟ

เพราะ สามารถเข้าใจได้ง่าย ไม่ยุ่งยาก

จากภาพที่ 11 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถใช้รูปแบบแผนภูมิวงกลม และอัตราส่วน เพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ ซึ่งแปลว่านักเรียนเข้าใจความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนเรื่องร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ แต่ไม่ได้เขียนอธิบายรายละเอียด บอกเพียงชื่อรูปแบบ จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมนักเรียนสามารถเขียนอธิบายเพิ่มเติม นักเรียนให้เหตุผลในการใช้ตัวแทนได้เหมาะสมมากขึ้น เมื่อให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างของการแสดงข้อมูลเป็นเศษส่วน นักเรียนเห็นว่าการสื่อความหมายนั้นเข้าใจแล้ว ซึ่งจากการอธิบายเห็นได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจเศษส่วน หากแปลความหมายว่ามีนักเรียน 100 คน แต่ยังไม่สามารถใช้เพื่อสื่อความคิดจากข้อมูลได้

จากตัวแทนที่ปรากฏทั้งหมดนักเรียนเลือกตัวแทนรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด คือเศษส่วน จากการมองว่าเข้าใจง่ายไม่ยุ่งยาก ซึ่งเมื่อนักเรียนอ่านข้อมูลครั้งแรกนักเรียนนึกถึงเศษส่วน เพราะนำมาเขียนได้ง่าย แต่ไม่ได้นำไปเขียนในสองรูปแบบข้างต้น ซึ่งนักเรียนนำมาตอบในรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายที่สุด ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“แผนภูมิวงกลม ก็วาดแผนภูมิวงกลมแล้วใส่รายละเอียดครับ เป็นเปอร์เซ็นต์ก็ได้”

“แบ่งออกได้หลายส่วน เข้าใจง่ายครับ”

“อัตราส่วน นักเรียนที่สอบผ่าน 72 คน ต่อ นักเรียน 100 คนครับ”

“อธิบายง่ายแล้วก็เอาไปคำนวณต่อได้ด้วยครับ”

“เข้าใจนะครับ ถ้าแปลความหมายว่ามีนักเรียนทั้งหมด 100 คน ก็จะสอบตก 28 คน แต่น่าจะเพิ่มว่ามีนักเรียนทั้งหมดกี่คน”

“เศษส่วนครับ เห็นแล้วก็เขียนเศษส่วนก่อนเลย ง่ายดี ไม่ยุ่งยาก”

องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของนักเรียน 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 - 5) ระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10) และระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 10 - 15) โดยสังเกตจากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 ตามลำดับ และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากการตอบคำถามในแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หลังการใช้แบบประเมินในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 ตามลำดับ โดยมีรายละเอียดดังนี้

พัฒนาการของนักเรียนในระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 - 5)

ในระยะที่ 1 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายส่วนใหญ่สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้เพียงบางส่วน โดยนักเรียนในกลุ่มระดับดีสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ส่วนนักเรียนในกลุ่มระดับปานกลางและระดับปรับปรุงสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้บางส่วน โดยไม่สามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน ผลการวิเคราะห์รายละเอียดในระยะที่ 1 มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม โดยสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ และตัวแทนที่นักเรียนเลือกใช้หรือสร้างขึ้นนั้นสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 12 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 1

สถานการณ์ที่ 1 อัตราส่วนความสูงของกิ่งต่อความสูงของยอดเป็น 4 : 5 ถ้าความสูงของทั้ง 2 คนรวมเป็น 342 เซนติเมตร

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าแต่ละคนมีความสูงกี่เซนติเมตร

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบใดก็ได้ ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

ได้แต่ละส่วนยาว X เซนติเมตร

ส่วนสูงกิ่งต่อยอด $4X : 5X$

ถ้า $4X + 5X = 342$ เซนติเมตร

$9X = 342$

$X = 38$

กิ่งสูง $4X = 4 \times 38$

$= 152$ เซนติเมตร

ยอดสูง $5X = 5 \times 38$

$= 190$ เซนติเมตร

∴ ส่วนสูงของกิ่งคือ 152 เซนติเมตร ส่วนสูงของยอดคือ 190 เซนติเมตร

จากภาพที่ 12 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนความสูงระหว่างกิ่งและยอดได้อย่างเหมาะสม โดยเลือกใช้ตัวแปร x แทนความยาวแต่ละส่วน เพื่อนำมาใช้คำนวณอัตราส่วน แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วนเพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ และสามารถเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบได้อย่างเหมาะสม สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้ตัวแปรมีความชัดเจน สามารถแก้ปัญหาได้ง่าย ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“ชัดเจนดีค่ะ ถ้าหาค่าตัวแปรได้ ก็ทราบความสูงเลย”

นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้ แต่ยังไม่สามารถเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน ขาดการอธิบายในรายละเอียดบางส่วน แต่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 13 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 1

สถานการณ์ที่ 1 อัตราส่วนความสูงของกิ่งต่อความสูงของยอดเป็น 4 : 5 ถ้าความสูงของทั้ง 2 คนรวมเป็น 342 เซนติเมตร

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าแต่ละคนมีความสูงกี่เซนติเมตร

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบใดก็ได้ ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ

$$342 \div 9$$

$$= 38$$

$$\text{กิ่ง} = 38 \times 4$$

$$= 152$$

$$\text{ยอด} = 38 \times 5$$

$$= 190$$

∴ กิ่งสูง 152 ซม. , ยอดสูง 190 ซม.

จากภาพที่ 13 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนความสูงระหว่างกิ่งและยอดได้อย่างเหมาะสม โดยเลือกใช้แผนภาพเพื่อนำมาใช้คำนวณอัตราส่วน แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วนเพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ แต่ยังเขียนอธิบายแสดงความคิดจากสถานการณ์ไม่ชัดเจนบางส่วน ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้แผนภาพแบ่งเป็นช่อง ๆ สามารถแก้ปัญหาได้ง่าย เมื่อทราบว่าช่องละเท่าใดก็สามารถหาความสูงได้ ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“ถ้าแบ่งทั้งหมดเป็นช่อง ๆ หารออกมาก็รู้ว่าช่องละเท่าไร”

นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้บางส่วน เขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้เพียงบางส่วน ขาดการอธิบายในรายละเอียด และสื่อความหมายได้ไม่ชัดเจน แต่ยังสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 14 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 1

สถานการณ์ที่ 1 อัตราส่วนความสูงของกิ่งต่อความสูงของยอดเป็น 4 : 5 ถ้าความสูงของทั้ง 2 คนรวมเป็น 342 เซนติเมตร

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าแต่ละคนมีความสูงกี่เซนติเมตร

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบใดก็ได้ ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

รวมส่วนสูง 4 + 5 = 9

ความสูงของส่วน $\frac{342}{9} = 38$ ซม.

ความสูงของกิ่ง 38 x 4 = 152 ซม.

ความสูงของยอด 38 x 5 = 190 ซม.

จากภาพที่ 14 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนความสูงระหว่างกิ่งและยอดได้เพียงบางส่วน โดยใช้การเขียนข้อความอธิบายการคิดไปทีละส่วนโดยไม่ได้ลงรายละเอียดที่ชัดเจน แต่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วนเพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ยังไม่ดีเท่าที่ควร จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนมีลำดับการคิดที่ถูกต้อง แต่เขียนอธิบายแนวคิดได้ไม่ชัดเจน ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“ผมคิดจากความสูงของกิ่งต่อยอด คือ 4 : 5 รวมเป็น 9 ส่วน
จะหาความสูงต่อส่วนก็เอา 342 หารด้วย 9 จะได้ส่วนละ 38 เซนติเมตร ครับ
แล้วเอา 38 คูณด้วย 4 จะได้ความสูงของกิ่ง
แล้วก็เอา 38 คูณด้วย 5 จะได้ความสูงของยอดครับ”

พัฒนาการของนักเรียนในระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10)

ในระยะที่ 2 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายส่วนใหญ่สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้เพียงบางส่วน โดยนักเรียนในกลุ่มระดับดีสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ส่วนนักเรียนในกลุ่มระดับปานกลางและระดับปรับปรุงสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้บางส่วน โดยไม่สามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน ผลการวิเคราะห์รายละเอียดในระยะที่ 2 มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม โดยสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ และตัวแทนที่นักเรียนเลือกใช้หรือสร้างขึ้นนั้นสามารถนำไปสู่แก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 15 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยะที่ 2

สถานการณ์ที่ 1 ป้าชงกาแฟ 5 แก้ว โดยใช้อัตราส่วนของกาแฟต่อน้ำ 3 ช้อนโต๊ะต่อน้ำ 5 ถ้วย ถ้าป้าต้องการชงกาแฟเลี้ยงพนักงานจำนวน 40 คน คนละ 1 แก้ว :

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่า ป้าจะต้องใช้กาแฟต่อน้ำ 24 ช้อนโต๊ะ

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบใดก็ได้ ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

$$\text{จำนวนกาแฟ} \frac{40}{5} = 8 \text{ แก้ว}$$

$$5 \text{ แก้ว ใช้สัดส่วน} \text{กาแฟ} 3 \text{ ช้อนโต๊ะ ต่อน้ำ} 5 \text{ ถ้วย}$$

$$40 \text{ แก้ว ใช้สัดส่วน} \text{กาแฟ} 3 \times 8 = 24 \text{ ช้อนโต๊ะ} \text{ ต่อน้ำ} 5 \times 8 = 40 \text{ ถ้วย}$$

ตอบ ป้าจะต้องใช้กาแฟ 24 ช้อนโต๊ะ

จากภาพที่ 15 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนกาแฟต่อน้ำได้อย่างเหมาะสม โดยเลือกใช้การเขียนข้อความอธิบายแนวคิดในการคำนวณกาแฟต่อน้ำ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วนเพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียน เริ่มต้นคิดโดยใช้การคิดในใจ และเขียนอธิบายสิ่งที่คิด โดยเห็นว่าการใช้ข้อความในการเขียนบรรยาย สามารถอธิบายสิ่งที่คิดในใจได้ ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“หนูเริ่มคิดจากการคิดในใจคล้าย ๆ การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ค่ะ ชงกาแพ 5 แก้ว ใช้กาแพต่อน้ำเป็น 3:5 ถ้าจะชง 40 แก้ว ก็คูณ 8 เข้าไปค่ะ จะได้ 24 ซ้อนโต๊ะ”

“คิดในใจแล้วเอามาเขียนได้เลยค่ะ อธิบายเพิ่มอีกนิดหน่อย”

นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้ และสามารถเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น มีการอธิบายในรายละเอียดมากขึ้น สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 16 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 2

สถานการณ์ที่ 1 ป้าชงกาแพ 5 แก้ว โดยใช้อัตราส่วนของกาแพต่อน้ำ 3 ซ้อนโต๊ะต่อน้ำ 5 ถ้วย ถ้าป้าต้องการชงกาแพเลี้ยงพนักงานจำนวน 40 คน คนละ 1 แก้ว

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่า ป้าจะต้องใช้กาแพต่อน้ำกี่ซอง

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบใดก็ได้ ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ :

40 คน คนละ 1 แก้ว ได้ 40 แก้ว

สัดส่วน = 5 แก้ว ได้ชง $\frac{40}{3} = 8$ ซอง

ปกติ 9 ซองคนละ 3 ซองโต๊ะ = ชง เพิ่ม 8 เท่า

∴ ได้ 24 ซองโต๊ะ

จากภาพที่ 16 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม โดยเลือกใช้การเขียนข้อความอธิบายแนวคิดในการคำนวณกาแพต่อน้ำ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วนเพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้ข้อความบรรยายตามที่คิดอาจทำให้ผู้อื่นเข้าใจสิ่งที่ตนคิดได้ดี ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“เขียนตามที่หนูคิด คนอื่นก็น่าจะเข้าใจนะค่ะ”

นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้ และสามารถเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น แสดงรายละเอียดการดำเนินการ และสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 17 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 2

สถานการณ์ที่ 1 ป้าชงกาแฟ 5 แก้ว โดยใช้อัตราส่วนของกาแฟต 3 ช้อนโต๊ะต่อน้ำ 5 ถ้วย ถ้าป้าต้องการชงกาแฟเลี้ยงพนักงานจำนวน 40 คน คนละ 1 แก้ว :

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่า ป้าจะต้องใช้กาแฟตกี่ช้อนโต๊ะ

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบใดก็ได้ ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

ภาพ : ผสมกาแฟ : น้ำ
 $5 : 3 : 5.0 \times 8$
 แก้ว : ช้อนโต๊ะ : แก้ว
 $40 : 24 : 40$
 : ใช้กาแฟต 24 ช้อนโต๊ะ
 มงข 24 ช้อนโต๊ะ

จากภาพที่ 17 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วน กาแฟต่อผงกาแฟต่อน้ำ ได้อย่างเหมาะสม โดยเลือกใช้ข้อความและอัตราส่วนแสดงวิธีคำนวณกาแฟต แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องอัตราส่วนเพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการแสดงวิธีทำโดยการคูณอัตราส่วนเข้าใจง่าย และสามารถตอบคำถามได้ชัดเจน ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“เขียนแบบนี้เข้าใจง่ายครับ เห็นเลยว่ากาแฟ 40 แก้ว ต้องใช้กาแฟต 24 ช้อนโต๊ะ”

พัฒนาการของนักเรียนในระยาะที่ 3 (คาบเรียนที่ 11 - 15)

ในระยาะที่ 3 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายส่วนใหญ่สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้นจากระยาะที่ 2 โดยนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ และนักเรียนในกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้ชัดเจนมากขึ้นจากระยาะที่ 2 ผลการวิเคราะห์รายละเอียดในระยาะที่ 3 มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม โดยสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ และตัวแทนที่นักเรียนเลือกใช้หรือสร้างขึ้นนั้นสามารถนำไปสู่แก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 18 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับดี ในระยาะที่ 3

สถานการณ์ที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า STUV เป็นรูปต้นแบบ ซึ่งมีความกว้าง 8 เซนติเมตรและยาว 14 เซนติเมตร หากต้องการย่อรูปดังกล่าว 90%

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่า ความกว้างและความยาวของรูปย่อ นั้นเป็นกี่เซนติเมตร

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบใดก็ได้ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

$$\text{สี่เหลี่ยมผืนผ้าอีก } 8 \text{ ซม. ย่อ } 90\% \rightarrow \frac{90}{100} \times 8 = 7.2$$

$$\text{สี่เหลี่ยมผืนผ้าอีก } 14 \text{ ซม. ย่อ } 90\% \rightarrow \frac{90}{100} \times 14 = 12.6$$

ตอบ สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ย่อ 12.6 ซม. และ 7.2 ซม. อีก 12.6 ซม. และ 7.2 ซม. อีก 7.2 ซม. และ 7.2 ซม.

จากภาพที่ 18 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับดี สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของรูปย่อจากรูปต้นแบบได้อย่างเหมาะสม โดยเลือกใช้การเขียนข้อความในการแสดงความคิดของการหารูปย่อ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องร้อยละและเปอร์เซ็นต์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนถนัดในการใช้ข้อความในการเขียนบรรยายและแสดงวิธีทำ เนื่องจากการเรียนส่วนใหญ่จะการใช้การแสดงวิธีทำลักษณะนี้ ทำให้ไม่มั่นใจในการเขียนรูปแบบอื่น ซึ่งนักเรียนมักใช้รูปแบบอื่นในการทด ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“ถนัดการเขียนแสดงวิธีทำแบบนี้ค่ะ”

“รูปแบบอื่นอาจจะไม่ค่อยได้ใช้ เลยไม่มั่นใจเลยในการเขียน
แต่เวลาทบทวน ๆ ก็ใช้รูปแบบอื่นอยู่นะคะ”

นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม และสามารถเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้ชัดเจน มีการอธิบายในรายละเอียดมากขึ้น สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 19 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง ในระยะที่ 3

สถานการณ์ที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า STUV เป็นรูปต้นแบบ ซึ่งมีความกว้าง 8 เซนติเมตรและยาว 14 เซนติเมตร หากต้องการย่อรูปดังกล่าว 90%

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่า ความกว้างและความยาวของรูปย่อจะเป็นกี่ เซนติเมตร

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบอื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบนี้ได้ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

$$\begin{aligned} \text{รูปย่อ} &= 90\% \\ \text{ความกว้าง} &= \frac{90}{100} \times 8 \\ &= 7.2 \text{ เซนติเมตร} \\ \text{ความยาว} &= \frac{90}{100} \times 14 \\ &= 12.6 \text{ เซนติเมตร} \\ \text{ตอบ} \quad \text{ความกว้าง} &= \text{ความยาวของรูปย่อนี้เท่ากับ } 7.2 \text{ ท.} = 12.6 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

จากภาพที่ 19 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปานกลาง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อแสดงความสัมพันธ์ของรูปย่อจากรูปต้นแบบได้อย่างเหมาะสม โดยเลือกใช้ข้อความในการแสดงวิธีการหอรูปย่อ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องร้อยละและเปอร์เซ็นต์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้ข้อความแสดงวิธีการคิดสามารถเขียนอธิบายให้ครูเข้าใจได้ง่าย ซึ่งหากใช้รูปแบบอื่นเช่นการวาดภาพก็ยังคงต้องเขียนแสดงวิธีทำจึงไม่เลือกใช้ ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“ครูน่าจะเข้าใจ เพราะเขียนเป็นขั้นตอน ความกว้าง ความยาว แล้วก็ตอบ”

“รูปแบบอื่นก็คงวาดรูปสี่เหลี่ยมค่ะ แต่ก็ต้องเขียนเลขอยู่ดีก็เลยไม่วาด”

นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ได้เหมาะสม และสามารถเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้ชัดเจน อธิบายรายละเอียดได้ดี และสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ดังตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 20 ผลงานแสดงองค์ประกอบที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง ในระยะที่ 3

สถานการณ์ที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า STUV เป็นรูปต้นแบบ ซึ่งมีความกว้าง 8 เซนติเมตรและยาว 14 เซนติเมตร หากต้องการย่อรูปดังกล่าว 90%

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่า ความกว้างและความยาวของรูปย่อจะเป็นกี่ เซนติเมตร

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ รูปแบบ อื่นๆที่นักเรียนรู้จัก รูปแบบใดก็ได้ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

$$\boxed{\text{ผ}}$$
 วัดความกว้าง 8 ซม. 90% $\rightarrow \frac{90}{100} \times 8 = 7.2$

$$\boxed{\text{ผ}}$$
 วัดความยาว 14 ซม. 90% $\rightarrow \frac{90}{100} \times 14 = 12.6$

ตอบ $\boxed{\text{ผ}}$ รูปใหม่ต้นแบบ 12.6 ซม. ด้านกว้างยาว 7.2 ซม.

จากภาพที่ 20 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุง สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของรูปย่อจากรูปต้นแบบได้อย่างเหมาะสม โดยเลือกใช้ข้อความและแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนเรื่องร้อยละและเปอร์เซ็นต์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนเห็นว่าการใช้ข้อความแสดงวิธีการคิดหาคำตอบสามารถเขียนอธิบายได้ง่ายที่สุด จากการถามชี้แนะถึงรูปภาพและตารางนักเรียนสามารถใช้รูปภาพเขียนอธิบายได้ แต่ไม่ทราบวิธีการใช้ตาราง ดังบทสัมภาษณ์ต่อไปนี้

“เขียนง่ายที่สุด รูปแบบอื่นไม่รู้จะเขียนแบบไหน”

“รูปภาพหรือคะ ก็ได้คะ วาดสี่เหลี่ยมแล้วเขียน แต่ตารางไม่แน่ใจคะ”

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังต่อไปนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา ร้อยเอ็ด เขต 27 ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกโดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ จำนวน 36 คน ที่มีลักษณะคละความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาอยู่ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา ร้อยเอ็ด เขต 27 ในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ โดยผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ครอบคลุม

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 16 แผน ระยะเวลา 16 คาบ (คาบละ 55 นาที)

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน แต่ละฉบับแบ่งออกเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 วัดองค์ประกอบที่ 1 คือความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และตอนที่ 2 วัดองค์ประกอบที่ 2 คือความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา ซึ่งแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับผ่านการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาและระดับความยากของภาษาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ และนำไปทดลองกับนักเรียนที่มีลักษณะใกล้เคียงกลุ่มตัวอย่าง พบว่า แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง มีค่าความเที่ยง 0.74 ค่าความยาก (p) 0.53 - 0.78 ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.23 - 0.66 และ แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง มีค่าความเที่ยง 0.84 ค่าความยาก (p) 0.54 - 0.74 ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.21 - 0.78

2.2 แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ใช้ในการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวเป็นแบบประเมินในคาบเรียน มีเนื้อหาสอดคล้องกับการเรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ใช้เวลา 15 นาที ซึ่งมีลักษณะคำถามสัมพันธ์กับองค์ประกอบการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 องค์ประกอบ ได้แก่ ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ข้อ และความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา จำนวน 2 ข้อ รวมทั้งหมด 4 ข้อ เก็บข้อมูลจำนวน 3 ครั้ง ซึ่งเป็นการประเมินในช่วงท้ายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 เพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระหว่างเรียน

2.3 แบบสัมภาษณ์ ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมจากการตอบคำถามในแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้รายละเอียดของพฤติกรรมการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ชัดเจนยิ่งขึ้น และนำข้อมูลมาประกอบการวิเคราะห์ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน โดยผู้วิจัย สัมภาษณ์ 3 ครั้ง หลังการใช้แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 ซึ่งในแต่ละครั้งผู้วิจัย จะทำการเลือกนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงสุดจำนวน 3 คนจากนักเรียนในกลุ่มระดับดี ปานกลาง และปรับปรุง รวมทั้งหมด 9 คนในแต่ละครั้ง เพื่อศึกษาวิธีคิดของนักเรียน

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยได้ดำเนินการในขั้นเตรียมการ ขึ้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ พร้อมทั้งจัดเตรียมเอกสารประกอบการเรียน สื่อการสอน และเอกสารอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

1.2 ผู้วิจัยจัดทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียน เพื่อขอความร่วมมือในการดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลา 55 นาที จากนั้นตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้และนำผลการตรวจให้คะแนนมาวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาใช้แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับดี ระดับปานกลาง และระดับปรับปรุง โดยมีเกณฑ์การแบ่งกลุ่มดังนี้ กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับดี คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวม 40 คะแนน

ขึ้นไป กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวมตั้งแต่ 31 ถึง 39 คะแนน กลุ่มที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับปรับปรุง คือนักเรียนที่ได้คะแนนรวมน้อยกว่า 31 คะแนน

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ ตามคาบเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานปกติของนักเรียน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 16 คาบ คาบเรียนละ 55 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมสัปดาห์ละ 3 คาบ เป็นเวลา 6 สัปดาห์

2.3 ในระหว่างการทดลอง ช่วงท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนที่ 5, 10 และ 15 จะมีการประเมินระหว่างเรียน โดยใช้แบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้เวลาครั้งละ 15 นาที เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากนั้นผู้วิจัยตรวจสอบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงที่สุดจากการตอบแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 คนจากแต่ละกลุ่ม รวมทั้งหมด 9 คนในแต่ละครั้ง มาสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากการตอบคำถามในแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาวิธีคิดของนักเรียน ซึ่งอาจไม่ใช่ที่นักเรียนคนเดิมในแต่ละครั้ง จากนั้นผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยแบ่งการสรุปผลออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และองค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา

2.4 หลังจากที่ได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้จนครบทั้ง 16 แผน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลา 55 นาที จากนั้นตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้และนำผลการตรวจให้คะแนนมาวิเคราะห์ข้อมูล

2.5 ผู้วิจัยนำคะแนนของนักเรียนมาวิเคราะห์ข้อมูล ทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ SPSS (Statistical Package for Social Science) มีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1) การเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา โดยคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for paired sample)

2) การเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม โดยคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับเกณฑ์ ด้วยการทดสอบค่าที (t-test for one sample)

2.6 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์และการสัมภาษณ์ ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ มาวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (content analysis) เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ

พัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยภาพรวม พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปในทางที่ดีขึ้น โดยเห็นได้ชัดเจนในระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10) และพัฒนามากขึ้นในระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 11 - 15) นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจ สามารถเขียนอธิบายรายละเอียดของการใช้ตัวแทนได้ค่อนข้างชัดเจนและอธิบายเหตุผลในการใช้ตัวแทนได้ และนักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม สามารถเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้ เมื่อพิจารณาการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ พบว่า

องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิด และความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 - 5) นักเรียนในกลุ่มระดับดีและปานกลางใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ แต่ไม่สามารถอธิบายรายละเอียดและเหตุผลได้ชัดเจน ส่วนนักเรียนในกลุ่มระดับปรับปรุงยังไม่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ ในระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10) นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นจากระยะที่ 1 อย่างเห็นได้ชัดเจน นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น มีการใช้ตัวแทนได้อย่างหลากหลาย สามารถสื่อความหมายให้เข้าใจได้ และอธิบายเหตุผลในการใช้ได้ชัดเจนมากขึ้น โดยเห็นได้ชัดเจนในนักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและระดับปรับปรุง ในระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 11 - 15) นักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้นจากระยะที่ 2 นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ดียิ่งขึ้น มีการใช้ตัวแทนได้อย่างหลากหลาย สามารถเขียนอธิบายรายละเอียดและให้เหตุผลในการใช้ตัวแทนได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา ระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 - 5) นักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและปรับปรุงสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ แต่ไม่สามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยมีเพียงนักเรียนในกลุ่มระดับดี ที่สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ในระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10) นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นจากระยะที่ 1 นักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ดีขึ้น สามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้ชัดเจนมากขึ้น เห็นได้ชัดเจนในนักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและกลุ่มระดับปรับปรุง ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ในระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 11 - 15) นักเรียน

มีพัฒนาการดีขึ้นจากระยะที่ 2 นักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้ข้อความเพื่อแสดงวิธีการดำเนินการในการเขียนแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ

อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา พบว่า ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการอภิปรายดังนี้

การที่ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนนั้น เป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีจุดเน้นในการถ่ายโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ใหม่ด้วยแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในเชิงเปรียบเทียบ มีการใช้สถานการณ์ที่พบในชีวิตจริง หรือสถานการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์ที่นักเรียนมีอยู่เดิม เพื่อให้ นักเรียนสามารถทำความเข้าใจและสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรมมากขึ้น จะเห็นได้จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ เป็นขั้นตอนที่ครูเสนอสถานการณ์ใหม่และให้รายละเอียดเกี่ยวกับสถานการณ์ เมื่อนักเรียนเผชิญสถานการณ์นักเรียนสามารถวิเคราะห์และทำความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์นั้น รวมถึงมีการรวบรวมข้อมูลที่สำคัญจากสถานการณ์เพื่อให้พร้อมต่อการนำข้อมูลไปสร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา

ขั้นที่ 2 สร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา เป็นขั้นตอนที่ครูอธิบายเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาโดยใช้การคิดเชิงอุปมา และมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนฝึกการคิดเชิงอุปมา ด้วยการคิดหารูปแบบ ความสัมพันธ์ หรือหลักการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยการอุปมาระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ใหม่กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้านี้หรือแนวคิด

อื่น ๆ ที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ปัญหา นั้น เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิดสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคย หรือประสบการณ์ที่นักเรียนมีอยู่เดิม

ขั้นที่ 3 สื่อสารแนวคิด เป็นขั้นตอนที่ครูและนักเรียนสื่อสารแนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์โดยการคิดเชิงอุปมา ซึ่งสามารถสื่อสารแนวคิดโดยใช้การอธิบายด้วยภาษาหรือวิธีการต่าง ๆ ตามความถนัดของแต่ละบุคคล สามารถใช้แบบจำลองทางความคิดที่เหมาะสมกับสถานการณ์ในการอธิบายร่วมด้วยเพื่อให้เข้าใจได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 4 อภิปรายแลกเปลี่ยนการคิดเชิงอุปมาและสร้างข้อสรุป เป็นขั้นตอนที่ครูและนักเรียนร่วมกันพูดคุยและอภิปรายถึงการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงแนวคิดที่ใช้ในการอุปมาและสร้างความสัมพันธ์มาสู่สถานการณ์ เพื่อสร้างข้อสรุปถึงความสัมพันธ์และการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์

จากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาข้างต้น ส่งผลให้ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนดีขึ้น เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ส่งเสริมให้นักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งนักเรียนจะได้ใช้การวิเคราะห์และทำความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์นั้น รวมถึงรวบรวมข้อมูลที่สำคัญจากสถานการณ์ แล้วนำมาสร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา มีการคิดหารูปแบบความสัมพันธ์ หรือใช้การเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ใหม่กับความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้าหรือความคิดอื่น ๆ ที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวันที่มีความเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหานั้น โดยครูจะใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดอยู่เสมอ และได้ใช้การสื่อสารแนวคิดจากการสร้างความสัมพันธ์โดยการคิดเชิงอุปมา ด้วยการใช้ภาษาและวิธีการของตนเอง ซึ่งนักเรียนมักจะคิดหารูปแบบที่เหมาะสมในการจำลองความคิดของตนเอง เพื่ออธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ มีการพูดคุยอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดและเหตุผลเพื่อสร้างข้อสรุปถึงความสัมพันธ์และการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมจากสถานการณ์

ผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับ NCTM (2000b) ที่อธิบายบทบาทของครูในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นว่า ครูสามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้อย่างเหมาะสม โดยให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนการคิดและการสื่อสารความคิดของนักเรียน ซึ่งครูจะช่วยให้นักเรียนพัฒนาการใช้

ตัวแทนได้โดยรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนผ่านการถามคำถาม และพยายามทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียน และสอดคล้องกับที่ อรชร ภูบุญเดิม (2550) พบว่า การฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดเพื่อหาวิธีในการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา รวบรวมข้อมูล สื่อสารความเข้าใจกับผู้อื่น ตลอดจนสามารถเลือกและประยุกต์ใช้ตัวแทนด้วยความเข้าใจ และสอดคล้องกับ สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) ที่พบว่าครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูจะต้องตระหนักและส่งเสริมนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแทน ได้แก่ ส่งเสริมการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยให้ออกาสนักเรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายอย่างเหมาะสม ส่งเสริมการหาวิธีการในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อสนับสนุนให้นักเรียน ได้ใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายผ่านการคิดและการสื่อสาร โดยรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน จากการถามคำถามและพยายามทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนสื่อสาร และฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยฝึกให้นักเรียนได้ฟัง พูด อ่าน และเขียน และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตัวแทนทางคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ ก่อนลงมือแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาความเชื่อมั่น ความชำนาญ และความสมบูรณ์ในการใช้ตัวแทนของนักเรียน และยังสอดคล้องกับ กุลนิตา บลัมปีติวิริยะเวช (2559) ที่พบว่าแนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ คือการส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนความคิดและการสื่อสารความคิดนั้นของนักเรียนในรูปแบบของตัวแทนที่หลากหลาย โดยการรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน การใช้คำถาม และอำนวยความสะดวกต่อการสร้างและใช้ตัวแทนของนักเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม พบว่าความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาหลังเรียน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2 ผู้วิจัยนำเสนอผลการอภิปรายดังนี้

การที่ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม นั้น เป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ซึ่งมีจุดเน้นและขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนดังที่กล่าวในการอภิปรายผลการวิจัยในข้อที่ 1 ทำให้นักเรียนมี

ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นและผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม โดยคะแนนความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 39.86 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.72 ของคะแนนเต็ม และเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยในองค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 24.08 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 80.26 ของคะแนนเต็ม และในองค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 15.78 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.90 ของคะแนนเต็ม

หลังจากจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นที่น่าพอใจ โดยมีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ เป็นผลมาจากเมื่อนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดหารูปแบบความสัมพันธ์ มีการเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ใหม่กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้าหรือแนวคิดอื่นๆที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ฝึกคิดหาคำตอบ และฝึกให้เหตุผลเพื่อตอบคำถามของครู และได้ฝึกการสื่อสารแนวคิดของตนเองผ่านการนำเสนอในรูปแบบต่างๆให้ครูและเพื่อนเข้าใจสิ่งที่ตนเองต้องการแสดง ซึ่งนักเรียนจะเริ่มใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการจำลองความคิดของตนเอง ได้อภิปรายพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวความคิดกับเพื่อน ทำให้ได้พบกับตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายมากขึ้น จึงสามารถนำไปปรับใช้ได้เหมาะสมมากยิ่งขึ้น นอกจากนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา ยังทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน และมีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น อีกทั้งนักเรียนยังได้ฝึกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ในการตอบแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ดีมากขึ้น และสามารถให้เหตุผลในการเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมอีกด้วย

ผลการวิจัยในข้อนี้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Haidar & Jahring (2020) ที่ศึกษาวิธีการสอน โดยกำหนดบริบทปัญหาในรูปแบบของการอุปมาของแนวคิดจากนั้นให้นักเรียนระบุแนวคิดที่มีอยู่ในปัญหาและสร้างอุปมาอื่น ๆ จากแนวคิดนั้นโดยในการระบุแนวคิดนักเรียนต้องเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ ด้วยการแสดงผ่านรูปภาพ ตาราง กราฟทางคณิตศาสตร์ นิพจน์หรือข้อความที่เขียนอื่น ๆ และอภิปรายนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ที่พวกเขาสร้างขึ้น พบว่านักเรียนมีความ

กระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้นและมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Febriyanti & Wulandari (2020) ที่ได้ศึกษาความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์โดยการใช้รูปแบบการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมา โดยมีตัวชี้วัด ได้แก่ เชื่อมแนวคิดที่แตกต่างกันสองแนวคิด เชื่อมโยงความคิดที่แตกต่างกับความรู้ก่อนหน้านี้ สร้างแบบจำลอง วิเคราะห์ โดยอธิบายถึงความคล้ายคลึงกันของสองแนวคิด สรุบบัญชีจากสิ่งที่ทำ และการนำผลลัพธ์ที่ได้รับไปใช้กับปัญหาที่เกิดขึ้น และพบว่ารูปแบบการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมา มีผลต่อความสนใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Afrilianto (2012) ที่ได้สรุปว่ามีการพัฒนาการทำความเข้าใจแนวคิดและความสามารถเชิงกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา และนักเรียนแสดงทัศนคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Iik Nurhikmayati (2017) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา รวมถึงประเมินทัศนคติทางคณิตศาสตร์และการตอบสนองต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การเรียนรู้ด้วยแนวคิดเชิงอุปมา พบว่าความสามารถในการเข้าใจและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมาดีกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติ นักเรียนมีความคิดเชิงบวกต่อการเรียนรู้อคณิตศาสตร์และการเรียนรู้ด้วยแนวทางการคิดเชิงอุปมา

3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา พบว่า ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีพัฒนาการเป็นไปในทิศทางที่ดีขึ้นทั้งในภาพรวมและเมื่อจำแนกตามองค์ประกอบย่อยทั้ง 2 องค์ประกอบ สอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 3

การศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น โดยผู้วิจัยศึกษาจากแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ครั้ง และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมจากการตอบคำถามในแบบประเมิน จำนวน 3 ครั้ง เมื่อแบ่งผลการศึกษาออกเป็น 2 องค์ประกอบ โดยในแต่ละองค์ประกอบ พิจารณา 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 - 5) ระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 6 - 10) และระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 11 - 15) มีรายละเอียดดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิด และความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 1 นักเรียนยังมีพัฒนาการในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไม่ดีเท่าที่ควร นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ แต่ไม่สามารถอธิบายรายละเอียดและเหตุผลได้ชัดเจน ซึ่งจากการสังเกตของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนในกลุ่มระดับดี และระดับปานกลางสามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลายทั้งที่เคยเรียนผ่านมาหรือพบในบทเรียนเพื่อสื่อความหมายหรือแสดงข้อมูลได้ ส่วนนักเรียนในกลุ่มระดับปรับปรุงยังไม่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ โดยมักใช้ตัวแทนเพียงเท่าที่พบในบทเรียนเท่านั้น เนื่องจากนักเรียนกลุ่มระดับปรับปรุงมีทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ยังไม่ดีเท่าที่ควร และขาดประสบการณ์ในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย จึงมักใช้เพียงตัวแทนที่คล้ายคลึงในบทเรียน

ระยะที่ 2 นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นจากระยะที่ 1 อย่างเห็นได้ชัดเจน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น มีการใช้ตัวแทนได้อย่างหลากหลาย สามารถสื่อความหมายได้เข้าใจ และอธิบายเหตุผลในการใช้ตัวแทนได้ชัดเจนมากขึ้น โดยเห็นได้ชัดในนักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและระดับปรับปรุง เนื่องจากนักเรียนได้ฝึกฝนการสร้างความสัมพันธ์ การคิดหารูปแบบที่เหมาะสมในการสื่อสารแนวคิดของตนเอง มีการตอบคำถามครูผู้สอนเกี่ยวกับแนวคิดและวิธีการต่าง ๆ และมีการอภิปรายพูดคุยถึงการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์และเหตุผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา จึงทำให้นักเรียนสามารถเขียนอธิบายได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เริ่มมีการให้เหตุผล และเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาสื่อสารแนวคิดของตนเอง สอดคล้องกับที่ NCTM (2000a) ได้เสนอว่า ครูสามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้อย่างเหมาะสม โดยให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนการคิดและการสื่อสารความคิดของนักเรียน ซึ่งครูจะช่วยให้ นักเรียนพัฒนาการใช้ตัวแทนได้โดยรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนผ่านการถามคำถาม และพยายามทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียน และจากการสังเกตของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนมีการใช้ตัวแทนที่หลากหลายมากขึ้นในการสื่อความหมาย เนื่องจากนักเรียนได้สังเกตตัวแทนทางคณิตศาสตร์จากการแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อน และได้พบตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายเพิ่มขึ้น

ระยะที่ 3 นักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้นจากระยะที่ 2 นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ดียิ่งขึ้น มีการใช้ตัวแทนได้อย่างหลากหลาย สามารถเขียนอธิบายรายละเอียดและให้เหตุผลในการใช้ตัวแทนได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เป็นผลมาจากการที่นักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมาที่มากขึ้น ซึ่งการฝึกฝนที่มากขึ้นจะช่วย

ให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแสดงแนวคิดสูงขึ้น กล้าที่จะใช้ตัวแทนที่หลากหลาย และมีเหตุผลในการเลือกใช้ตัวแทนมากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ Iik Nurhikmayati (2017) ที่ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการคิดเชิงอุปมา พบว่าความสามารถในการเข้าใจและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการคิดเชิงอุปมาดีกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา

ระยะที่ 1 นักเรียนยังมีพัฒนาการไม่ดีเท่าที่ควร นักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและปรับปรุงสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ แต่ไม่สามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน มีเพียงนักเรียนในกลุ่มระดับดี ที่สามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม เนื่องจากนักเรียนในกลุ่มระดับดีมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างดี สามารถเขียนแสดงวิธีทำได้อย่างคล่องแคล่ว ซึ่งในการทำแบบฝึกหัดหรือการสอบ มักต้องเขียนแสดงวิธีอยู่เสมอ

ระยะที่ 2 นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นจากระยะที่ 1 นักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ดีขึ้น สามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจนมากขึ้น โดยเห็นได้ชัดเจนในนักเรียนกลุ่มระดับปานกลางและกลุ่มระดับปรับปรุง ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนได้คิดสร้างความสัมพันธ์ คิดหารูปแบบที่เหมาะสมในการสื่อสารแนวคิดของตนเอง และมีการอภิปรายพูดคุยถึงการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์และเหตุผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมา จึงทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาสื่อสารแนวคิดของตนเองได้ สอดคล้องกับ อรุณา อัญโย (2553) ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน ในการแก้ปัญหาเรื่องเดียวกัน และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Haidar & Jahring (2020) ซึ่งได้ศึกษาวิธีการสอนโดยกำหนดบริบทปัญหาในรูปแบบของการอุปมาของแนวคิด โดยเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ ด้วยการแสดงผ่านรูปภาพ ตาราง กราฟทางคณิตศาสตร์ นิพจน์หรือข้อความที่เขียนอื่น ๆ และอภิปรายนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ที่พวกเขาสร้างขึ้น ซึ่งพบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้นและมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

ระยะที่ 3 นักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้นจากระยะที่ 2 นักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงความคิดจากสถานการณ์ได้อย่างชัดเจน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้ข้อความในการเขียนแสดงวิธีการดำเนินการ ในการแสดงความคิดจากสถานการณ์เพื่อหาคำตอบ เนื่องจาก นักเรียนใช้การแสดงวิธีทำแบบฝึกหัดหรือข้อสอบโดยใช้วิธีเขียนบรรยาย และแสดงวิธีดำเนินการเช่นนี้เป็นประจำ ทำให้นักเรียนไม่มั่นใจในการใช้รูปแบบอื่นในการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ เพราะกลัวทำผิด หรือครูไม่ให้คะแนน ซึ่งสอดคล้องกับที่ อารีย์ เมฆวิสัย (2552) ได้กล่าวว่า บางครั้งในการสอบของโรงเรียนนักเรียนจะแสดงความคิดออกมาในรูปแบบต่าง ๆ แต่ครูผู้สอนไม่ให้คะแนน จึงทำให้รู้สึกว่าคุณจำกัดความคิด นักเรียนจึงไม่ชอบใช้ตัวแทนที่ตนเองไม่ถนัดในการสอบ แต่ก็เป็นเรื่องที่เลี่ยงไม่ได้ถ้าครูผู้สอนให้ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แบบที่เรียนในขณะนั้น

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลการวิจัยไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีจุดเน้นในการถ่ายโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ใหม่ด้วยแนวคิดที่นักเรียนคุ้นเคยในเชิงเปรียบเทียบ หากครูต้องการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน ครูควรใช้เวลาในการเตรียมการสอนที่มากพอ มีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้เป็นขั้นตอน ควรศึกษาและทำความเข้าใจขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียด มีการเตรียมตัวอย่างสถานการณ์ที่หลากหลาย และนักเรียนคุ้นเคยซึ่งเกี่ยวข้องกับการเรียนในบทเรียน มีการเตรียมคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนฝึกคิดเชิงอุปมา คิดหาความสัมพันธ์ และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารแนวคิด มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. เมื่อครูนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาไปใช้ในการเรียนการสอน ในขั้นตอนการสร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา ครูควรอธิบายเนื้อหาหรือตัวอย่างสถานการณ์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกคิดเชิงอุปมาด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกการคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ใหม่กับความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้า หรือความคิดอื่น ๆ ที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวันที่มีความเกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

3. เมื่อครูต้องการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาไปใช้กับเนื้อหาอื่น ๆ ควรพิจารณาถึงลักษณะของเนื้อหาในเรื่องนั้นว่าเอื้อต่อการใช้การอุปมาเพียงใด มีตัวอย่างสถานการณ์ที่เหมาะสมชัดเจนเป็นรูปธรรมมากน้อยเพียงใด หากใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมาแล้วจะทำให้เรียนดีขึ้นหรือไม่ โดยในบางเนื้อหาอาจไม่สามารถใช้การคิดเชิงอุปมาได้ หรือบางเนื้อหาเมื่อใช้การคิดเชิงอุปมาแล้วทำให้การอธิบายเนื้อหาทำได้ยากยิ่งขึ้นไม่เหมาะสมในการนำไปใช้ ดังนั้นครูควรพิจารณาเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหา

4. ผู้ที่สนใจจะนำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปปรับใช้ในเนื้อหาอื่น ๆ ควรพิจารณาถึง ลักษณะของข้อความรวมถึงคำถามย่อยให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่ต้องการนำไปใช้ การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญในเนื้อหานั้น การสร้างแบบวัดตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ควรคำนึงว่าต้องการวัดในแนวคิดหลักเรื่องใด ต้องการให้ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แทนข้อมูลใด ข้อมูลหนึ่งหรือแทนทั้งสถานการณ์ หากพิจารณาไม่ละเอียด แบบวัดที่สร้างขึ้นนั้นอาจเป็นการวัดทักษะอื่น ๆ และไม่สอดคล้องกับการวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ส่วนเกณฑ์การให้คะแนน ควรศึกษาและปรับปรุงเกณฑ์การให้คะแนนให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่ต้องการวัด

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาความสามารถหรือทักษะกระบวนการด้านอื่น ๆ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา เช่น ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา มีการคิดหารูปแบบ ความสัมพันธ์ ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ใหม่กับความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ก่อนหน้า หรือความคิดอื่น ๆ ที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวัน และมีการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารแนวคิดของตนเอง แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

- Afrilianto, M. (2012). Peningkatan pemahaman konsep dan kompetensi strategis matematis siswa smp dengan pendekatan metaphorical thinking. *Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, 1(2), 192-202.
- Brahier, D. J. (2005). *Teaching Secondary and Middle School Mathematics: Bowling Green State University*.
- Carreira, S. (2001). Where There's a Model, There's a Metaphor: Metaphorical Thinking in Students' Understanding of a Mathematical Model. *An International Journal Mathematical Thinking and Learning*, 3(4), 261-287.
- Cuoco, A., & Curcio, F. R. (2001). *The Role of Representation in School Mathematics*. U.S.A.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Dossey, J. A., & et al. (2002). *Mathematics Methods for Today's Mathematics Classroom: A Contemporary Approach to Teaching Grades 7 – 12 (1 ed.)*: Pacific Grove, CA: Books/Cole.
- Febriyanti, N. K. S., & Wulandari, I. A. (2020). Mathematics Learning Interest of Elementary School Students in Using Metaphorical Thinking Learning Model. *Journal Of Education Technology*, 4(3), 273-278.
- Goldin, G., & Kaput, J. J. (1996). *A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics*. Theories of mathematical learning. Mahwah, NJ: Erlbaum Associates.
- Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing representation: Learning with and about representational forms. *Phi Delta Kappan*, 79, 361-367.
- Haidar, I., & Jahring (2020). The Effectiveness Of Metaphorical Thinking Approach To Improve The Mathematical Representation Ability. *Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 8(1), 54-61.
- Hall, R. (1996). Representation as shared Activity: Situated Cognition and Dewey's Cartography of Experience. *The journal of Research in Science Teaching*, 5(3), 209-238.

- Hendriana, H. (2009). Pembelajaran dengan pendekatan metaphorical thinking untuk meningkatkan kemampuan pemahaman matematik, komunikasi matematik dan kepercayaan diri siswa sekolah menengah pertama. (Doctor of Philosophy thesis), Universitas Pendidikan Indonesia.
- Hendriana, H. (2012). Pembelajaran matematika humanis dengan metaphorical thinking untuk meningkatkan kepercayaan diri siswa. *Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, 1(1), 90-103.
- Hendriana, H. (2017). Senior high school teachers' mathematical questioning ability and metaphorical thinking learning. *Journal of Mathematics Education*, 6(1), 51-58.
- Hendriana, H., Rohaeti, E. E., & Hidayat, W. (2017). Metaphorical thinking learning and junior high school teachers' mathematical questioning ability. *Journal on Mathematics Education*, 8(1), 55-64.
- Hiebert, J. (1990). *The role of routine procedures in the development of mathematical competence*. In T. J. Cooney (Ed.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s: 1990 yearbook* (pp.31-40). Reston, VA : National Council of Teachers of mathematics.
- Janvier, C. (1987). *Translation processes in mathematics education*. Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.
- Janvier, C. (1987). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. London: Lawrence Erlbaum.
- Janvier, C., Girardon, C., & Morand, J. (2000). *Mathematical Symbols and Representations*. In Wilson P.S. (Ed.), *Research Ideas for the Classroom High School Mathematics* (pp.45-63): National Council of Teacher of Mathematics.
- Jonassen, D. H. (2000). *Computers as MindTools for School: Engaging Critical Thinking*. Columbus, OH: Merrill/Prentice Hall.
- Lakoff, G., & Johnson, M. (1980). *Metaphors We Live By*. Chicago, IL: University of Chicago Press.

- Lesh, R. (1979). *Mathematical learning disabilities: Considerations for identification, diagnosis, and remediation. Applied mathematical problem solving*, 111-180.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). *Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 33-40.
- Lubinski, C. A., & Otto, A. D. (2002). "Meaningful mathematical Representations and Early Algebraic Reasoning" *Teaching Children Mathematics*, 9(2), 76-80.
- Moyer, P. S., & Mailey, R. E. (2004). Inchworm and a Half. *Teaching Children Mathematics*. 10(4): 244-252.
- NAB, Department of Art & Design, Iowa State University. (2009). *Metaphoric thinking*. Iowa State University.
- National Council of Teachers of mathematics. (2000a). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: National Council of Teachers of mathematics.
- National Council of Teachers of mathematics. (2000b). *Accessibility Strategies for Mathematics*. Principles and Standards for School Mathematics.
- Navaneedhan, C. G., & Kamalanabhan T. J. (2016). Is Metaphorical thinking related to development of Cognitive structures among learners. *World scientific news*, 52, 1-13.
- Nurhikmayati, L. (2017). Pembelajaran Dengan Pendekatan Metaphorical Thinking untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematis Siswa SMP. *Jurnal Theorems (The Original Research of Mathematics)*. 1(2), 42-50.
- Palmer, S.E. (1978). *Fundamental Aspects of Cognitive Representation*. In E. Rosch and B. B. Lloyd (eds.), *Cognition and Categorization* (pp.49-90): Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rider, R. (2007). *Shifting from Traditional to Nontraditional Teaching Practices Using Multiple Representations. Mathematics Teacher*, 100(7), 494-500.

- Saputri, I., Susanti, E., & Aisyah, N. (2017). Kemampuan penalaran matematis siswa menggunakan pendekatan metaphorical thinking pada materi perbandingan kelas viii di smpn 1 indralaya utara. *Jurnal Elemen*, 3(1), 14-24.
- Schutz, J. E., & Waters, M.S. (2000). *Why Representation*. Mathematics Teacher.
- Sunday,P., Jatmiko, A., & Widyastuti, R. (2020). Metaphorical thinking approach with google classroom: Its effect towards students' understanding of mathematical concept skills. *Indonesian Journal of Science and Mathematics Education*, 3(1), 37-47.
- Whitin, D. J., & Whitin, P. E. (1996). Fostering Metaphorical Thinking through Children's Literature. Yearbook (National Council of Teachers of Mathematics) 1996, 60-65.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กัลยา ทองสุ. (2545). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. [ปริญญา นิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต], มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช. (2559). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น*. [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต], จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จริยวดี บรรทัดเที่ยง. (2547). *ผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับกราฟ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1*. [สารนิพนธ์ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต], มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เจิดชัย อุดมพันธ์. (2555). *อุปลักษณเกี่ยวกับโรคในภาษาไทยถิ่นใต้*. [วิทยานิพนธ์ปริญญาปรัชญา ดุษฎีบัณฑิต], มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.

- วิรัชดา ทานิล. (2553). การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ PIRIE และ KIEREN เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. [วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต], มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- วารุณี เพ็ชรสุวรรณ. (2557). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้การแสดงแทนที่หลากหลายสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. [การค้นคว้าอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต], มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ศูนย์ดำเนินงาน PISA แห่งชาติ, สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). ผลการประเมิน PISA 2018 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2562). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2562. สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2562). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2562. สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2562). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2562. สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, กระทรวงศึกษาธิการ. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, กระทรวงศึกษาธิการ. (2559). สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, กระทรวงศึกษาธิการ.
- สรินนา หมอนสุภาพ. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง เศษส่วน. [สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต], มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- สุจิตรา บุญรอด. (2556). การศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมโดยใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. [วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต], มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- สุจินดา เอี่ยมโสภาส. (2552). ผลการใช้ชุดการเรียน “Learning Mathematics Through English” ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน (representation) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. [สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต], มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุดารัตน์ อางหาญ. (2561). เอกสารประกอบการสอน รายวิชา 221102 ตรรกะการคิดและการแก้ปัญหาทางธุรกิจ. มหาวิทยาลัยพะเยา.
- สาวิตรี มูลสุวรรณ. (2557). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต], จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อรชร ญบุญเต็ม. (2550). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ตัวแทน (Representation). [สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต], มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อรญา อัญญา. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน. [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต], จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). เอกสารประกอบการสอน รายวิชา 2704686 ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2547). (อัดสำเนา).
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.
กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อารีย์ เมฆวิสัย. (2552). การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และ
พฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แตกต่างกัน. [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต],
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.





ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้องของภาษาและระดับความยากของภาษาที่ใช้ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียน มีรายนามดังต่อไปนี้

- | | |
|--|--|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด | อาจารย์ประจำคณะศึกษาศาสตร์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. ดร.พุดเตย ตาพัวฒน์ | นักวิชาการอาวุโส
สาขาการวัดและประเมินผล
ระดับนานาชาติ สถาบันส่งเสริมการ
สอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 3. ครูช่อเอื้อง ขุนทน | ครูชำนาญการพิเศษ
หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ โรงเรียนพุทธจักรวิทยา |



ที่ อว ๖๔.๖/๕๓๒๗

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๖ ตุลาคม ๒๕๖๔

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญวรัตน์ สมทรัพย์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคอนง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิชาชีพ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๙๑ - ๗๗๖๗๘๙๒ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ ts.kwanz@gmail.com

ที่ อว ๖๔.๖/๕๓๒๘



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๖ ตุลาคม ๒๕๖๔

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญวรัตน์ สมทรัพย์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้จึงขอเชิญ ดร.พุดเตย ตาหวิวัฒน์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ดร.พุดเตย ตาหวิวัฒน์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ตรวจสอบเครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกกาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิชาชีพ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๙๑ - ๗๗๖๗๘๙๒ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ ts.kwanz@gmail.com

ที่ อว ๖๔.๖/๕๓๒๙

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๖ ตุลาคม ๒๕๖๔

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพุทธจักรวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญรัตน์ สมทรัพย์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้จึงขอเชิญ ครูช่อเอื้อง ขุนทน เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ครูช่อเอื้อง ขุนทน เป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ตรวจสอบเครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวงงาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิชาชีพ ฝ่ายวิชาการ

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๙๑ - ๗๗๖๗๘๙๒ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ ts.kwanz@gmail.com

ที่ อว ๖๔.๖/๕๘๖๓

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๘ พฤศจิกายน ๒๕๖๔

เรื่อง ขอตกลงใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีศึกษา จังหวัดร้อยเอ็ด

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญวรัตน์ สมทรัพย์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องขอตกลงใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ขอตกลงใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิชาชีพ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๙๑ - ๗๗๖๗๘๔๒ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ ts.kwanz@gmail.com

ที่ อว ๖๔.๖/๖๑๙๑



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๑ ธันวาคม ๒๕๖๔

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวธัญวรัตน์ สมทรัพย์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การคิดเชิงอุปมากับการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดเชิงอุปมา กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้เก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิชาชีพ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๙๑ - ๗๗๖๗๘๙๒ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ ts.kwanz@gmail.com

ภาคผนวก ค
ตารางวิเคราะห์เนื้อหาและโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์



ตารางวิเคราะห์เนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ระยะ	เครื่องมือ	องค์ประกอบที่วัด	เนื้อหา
ก่อนเรียน	แบบวัด ความสามารถ ในการใช้ ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน	การใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ 1) ความสามารถในการใช้ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ใน การแสดงหรือสื่อความคิด และความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการ เลือกใช้หรือสร้างตัวแทน ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไป แก้ปัญหา	ครอบคลุมเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียน มาแล้วในชั้นประถมศึกษาและ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียน ที่ 1 แบ่งเป็นกลุ่มเนื้อหา ดังนี้ 1) เศษส่วนและทศนิยม 2) จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง 3) อัตราส่วนและร้อยละ 4) รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน 5) การนำเสนอข้อมูล
หลังเรียน	แบบวัด ความสามารถ ในการใช้ ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน	การใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ 1) ความสามารถในการใช้ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ใน การแสดงหรือสื่อความคิด และความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการ เลือกใช้หรือสร้างตัวแทน ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไป แก้ปัญหา	ครอบคลุมเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียน มาแล้วในชั้นประถมศึกษาและ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียน ที่ 1 แบ่งเป็นกลุ่มเนื้อหา ดังนี้ 1) เศษส่วนและทศนิยม 2) จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง 3) อัตราส่วนและร้อยละ 4) รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน 5) การนำเสนอข้อมูล

โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

กลุ่มเนื้อหา	องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อ ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์		องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้าง ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไป แก้ปัญหา	
	จำนวนข้อที่ ทดลองใช้	จำนวนข้อ ที่ใช้จริง	จำนวนข้อที่ ทดลองใช้	จำนวนข้อ ที่ใช้จริง
เศษส่วนและทศนิยม	2 (ข้อที่ 1, 2)	1	2 (ข้อที่ 1, 2)	1
จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง	2 (ข้อที่ 3, 4)	1	2 (ข้อที่ 3, 4)	1
อัตราส่วนและร้อยละ	2 (ข้อที่ 5, 6)	1	2 (ข้อที่ 5, 6)	1
รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน	2 (ข้อที่ 7, 8)	1	2 (ข้อที่ 7, 8)	1
การนำเสนอข้อมูล	2 (ข้อที่ 9, 10)	1	2 (ข้อที่ 9, 10)	1
รวม	10	5	10	5

โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

กลุ่มเนื้อหา	องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อ ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์		องค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้าง ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไป แก้ปัญหา	
	จำนวนข้อที่ ทดลองใช้	จำนวนข้อ ที่ใช้จริง	จำนวนข้อที่ ทดลองใช้	จำนวนข้อ ที่ใช้จริง
เศษส่วนและทศนิยม	2 (ข้อที่ 1, 2)	1	2 (ข้อที่ 1, 2)	1
จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง	2 (ข้อที่ 3, 4)	1	2 (ข้อที่ 3, 4)	1
อัตราส่วนและร้อยละ	2 (ข้อที่ 5, 6)	1	2 (ข้อที่ 5, 6)	1
รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน	2 (ข้อที่ 7, 8)	1	2 (ข้อที่ 7, 8)	1
การนำเสนอข้อมูล	2 (ข้อที่ 9, 10)	1	2 (ข้อที่ 9, 10)	1
รวม	10	5	10	5



ภาคผนวก ง
ผลการประเมินแบบวัดจากผู้ทรงคุณวุฒิ และผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ

การประเมินแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์จากผู้ทรงคุณวุฒิ

1. การประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนความสอดคล้อง เป็นการประเมินข้อคำถามที่ใช้วัดในแต่ละองค์ประกอบว่ามีความสอดคล้องกับองค์ประกอบทั้ง 2 ด้านของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ระดับความคิดเห็น	ความหมาย
1	แน่ใจว่า คำถามในข้อสอบข้อดังกล่าวมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ต้องการวัด
0	ไม่แน่ใจว่า คำถามในข้อสอบข้อดังกล่าวมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ต้องการวัด
-1	แน่ใจว่า คำถามในข้อสอบข้อดังกล่าวไม่มีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ต้องการวัด

2. การประเมินความเหมาะสมของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนความเหมาะสม เป็นการประเมินการใช้ภาษาของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบการประเมิน ได้แก่ ความถูกต้องของภาษาที่ใช้ในข้อสอบ ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ในข้อสอบ ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ในข้อสอบ กับระดับผู้เรียน

ระดับความคิดเห็น	ความหมาย
5	เหมาะสมมากที่สุด
4	เหมาะสมมาก
3	เหมาะสมปานกลาง
2	เหมาะสมน้อย
1	เหมาะสมน้อยที่สุด
0	ไม่เหมาะสมเลย

ระดับการประเมินความสอดคล้องเฉลี่ย (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน $IOC \geq 0.67$ หมายถึง ใช้ได้

ระดับการประเมินความเหมาะสมเฉลี่ย (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน 4.01 – 5.00 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

คะแนน 3.01 – 4.00 หมายถึง เหมาะสมมาก

คะแนน 2.01 – 3.00 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

คะแนน 1.01 – 2.00 หมายถึง เหมาะสมน้อย

คะแนน 0.01 – 1.00 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่า $IOC \geq 0.67$ และค่าความเหมาะสม 3.01- 5.00

ผลการประเมินแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ผลการประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดฉบับก่อนเรียน (ตอนที่ 1)					
ข้อที่	ผู้ทรงคุณวุฒิ 1	ผู้ทรงคุณวุฒิ 2	ผู้ทรงคุณวุฒิ 3	IOC	สรุป
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	0	0.67	ใช้ได้
3	1	1	0	0.67	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	1	1	ใช้ได้
7	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	ใช้ได้
ผลการประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดฉบับก่อนเรียน (ตอนที่ 2)					
ข้อที่	ผู้ทรงคุณวุฒิ 1	ผู้ทรงคุณวุฒิ 2	ผู้ทรงคุณวุฒิ 3	IOC	สรุป
1	1	1	-1	0.33	ใช้ไม่ได้*
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	0	0.67	ใช้ได้
5	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	1	1	ใช้ได้
7	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	ใช้ได้

* หมายเหตุ ข้อที่ 1 ตอนที่ 2 ผู้ทรงคุณวุฒิท่านที่ 3 ประเมินโดยให้คะแนน -1 โดยให้ข้อเสนอแนะว่า สถานการณ์ยากเกินไปสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อาจใช้วัดตามองค์ประกอบไม่ได้ ผู้วิจัยจึงได้นำประเด็นดังกล่าวมาขอคำปรึกษาจากอาจารย์ที่ปรึกษาแล้วจึงคงไว้ดังเดิม เนื่องจาก ได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง พบว่า ข้อสอบมีค่าความยากและอำนาจจำแนกที่เหมาะสม

ผลการประเมินความเหมาะสมของแบบวัดฉบับก่อนเรียน (ตอนที่ 1)					
ข้อที่	ความถูกต้องของ ภาษาที่ใช้ใน ข้อสอบ (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ความชัดเจนของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ความเหมาะสมของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ กับระดับผู้เรียน (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ค่าเฉลี่ย รวม	ความ เหมาะสม
1	4.67	5.00	5.00	4.89	มากที่สุด
2	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
3	3.67	3.67	4.00	3.78	มาก
4	4.00	4.00	4.33	4.11	มากที่สุด
5	3.67	4.00	4.33	4.00	มากที่สุด
6	4.00	4.00	4.33	4.11	มากที่สุด
7	5.00	4.67	5.00	4.89	มากที่สุด
8	4.33	4.67	4.67	4.56	มากที่สุด
9	4.67	4.67	4.67	4.67	มากที่สุด
10	4.33	4.67	4.67	4.56	มากที่สุด
ผลการประเมินความเหมาะสมของแบบวัดฉบับก่อนเรียน (ตอนที่ 2)					
ข้อที่	ความถูกต้องของ ภาษาที่ใช้ใน ข้อสอบ (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ความชัดเจนของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ความเหมาะสมของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ กับระดับผู้เรียน (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ค่าเฉลี่ย รวม	ความ เหมาะสม
1	4.33	4.67	4.00	4.33	มากที่สุด
2	4.00	4.33	4.33	4.22	มากที่สุด
3	4.00	4.00	4.67	4.22	มากที่สุด
4	4.33	4.33	4.33	4.33	มากที่สุด
5	4.67	5.00	5.00	4.89	มากที่สุด
6	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
7	4.00	2.67	4.33	3.67	มาก
8	4.33	4.67	4.67	4.56	มากที่สุด
9	4.67	4.67	4.67	4.67	มากที่สุด
10	4.33	4.67	4.67	4.56	มากที่สุด

ผลการประเมินแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ผลการประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดฉบับหลังเรียน (ตอนที่ 1)					
ข้อที่	ผู้ทรงคุณวุฒิ 1	ผู้ทรงคุณวุฒิ 2	ผู้ทรงคุณวุฒิ 3	IOC	สรุป
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	1	1	ใช้ได้
7	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	ใช้ได้
ผลการประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดฉบับหลังเรียน (ตอนที่ 2)					
ข้อที่	ผู้ทรงคุณวุฒิ 1	ผู้ทรงคุณวุฒิ 2	ผู้ทรงคุณวุฒิ 3	IOC	สรุป
1	1	1	0	0.67	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	1	1	ใช้ได้
7	1	1	0	0.67	ใช้ได้
8	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	ใช้ได้

ผลการประเมินความเหมาะสมของแบบวัดฉบับหลังเรียน (ตอนที่ 1)					
ข้อที่	ความถูกต้องของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ความชัดเจนของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ความเหมาะสมของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ กับระดับผู้เรียน (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ค่าเฉลี่ยรวม	ความ เหมาะสม
1	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
2	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
3	4.33	3.33	4.33	4.00	มากที่สุด
4	4.00	4.33	4.33	4.22	มากที่สุด
5	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
6	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
7	5.00	4.67	5.00	4.89	มากที่สุด
8	4.33	4.67	4.67	4.56	มากที่สุด
9	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
10	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
ผลการประเมินความเหมาะสมของแบบวัดฉบับหลังเรียน (ตอนที่ 2)					
ข้อที่	ความถูกต้องของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ความชัดเจนของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ความเหมาะสมของ ภาษาที่ใช้ในข้อสอบ กับระดับผู้เรียน (ค่าเฉลี่ย 3 ท่าน)	ค่าเฉลี่ยรวม	ความ เหมาะสม
1	4.33	4.33	4.33	4.33	มากที่สุด
2	4.00	4.33	4.33	4.22	มากที่สุด
3	4.33	4.67	4.67	4.56	มากที่สุด
4	4.33	4.67	4.67	4.56	มากที่สุด
5	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
6	5.00	5.00	5.00	5.00	มากที่สุด
7	4.33	4.33	4.33	4.33	มากที่สุด
8	4.67	4.67	4.67	4.67	มากที่สุด
9	4.33	4.67	4.67	4.56	มากที่สุด
10	4.67	4.67	4.67	4.67	มากที่สุด

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
จากการทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์ค่าความยาก (p)

$p < 0.20$	หมายถึง	ยากมาก
$0.20 \leq p \leq 0.39$	หมายถึง	ค่อนข้างยาก
$0.40 \leq p \leq 0.59$	หมายถึง	ยากปานกลาง
$0.60 \leq p \leq 0.80$	หมายถึง	ค่อนข้างง่าย
$p > 0.80$	หมายถึง	ง่ายมาก

เกณฑ์ค่าอำนาจจำแนก (r)

$r < 0.19$	หมายถึง	อำนาจจำแนกต่ำ
$0.20 \leq r \leq 0.39$	หมายถึง	อำนาจจำแนกปานกลาง
$0.40 \leq r \leq 0.59$	หมายถึง	อำนาจจำแนกดี
$r \geq 0.60$	หมายถึง	อำนาจจำแนกดีมาก

มีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด ดังนี้

ค่าความยาก (p)	0.20 - 0.80
ค่าอำนาจจำแนก (r)	มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป
ค่าความเที่ยงทั้งฉบับ	มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

**ตารางวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดของการทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทน
ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน**

ค่าความเที่ยงทั้งฉบับ (Reliability) 0.843

ตอนที่ 1			
ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์			
กลุ่มเนื้อหา	ข้อที่ทดลองใช้	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
เศษส่วนและ ทศนิยม	1	0.8542	0.2917
	2	0.6875	0.3333
จำนวนเต็มและ เลขยกกำลัง	3	0.5417	0.2917
	4	0.5833	0.2917
อัตราส่วนและ ร้อยละ	5	0.7396	0.3542
	6	0.6771	0.3125
รูปเรขาคณิตและ เส้นขนาน	7	0.7188	0.3542
	8	0.7396	0.0208
การนำเสนอ ข้อมูล	9	0.7500	0.2083
	10	0.7396	0.2292
ตอนที่ 2			
ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา			
กลุ่มเนื้อหา	ข้อที่ทดลองใช้	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
เศษส่วนและ ทศนิยม	1*	0.6719	0.3438
	2	0.8906	0.1563
จำนวนเต็มและ เลขยกกำลัง	3	0.7344	0.2813
	4	0.6406	0.3438
อัตราส่วนและ ร้อยละ	5	0.7500	0.3750
	6	0.7344	0.2813
รูปเรขาคณิตและ เส้นขนาน	7	0.6094	0.5313
	8	0.6719	0.5313
การนำเสนอ ข้อมูล	9	0.5781	0.7188
	10	0.5313	0.6250

* หมายเหตุ ข้อ 1 มีค่า IOC 0.33 โดยผู้ทรงคุณวุฒิท่านหนึ่งให้ข้อเสนอแนะว่า สถานการณ์ยากเกินไปสำหรับนักเรียน อาจใช้วัดตามองค์ประกอบไม่ได้ ซึ่งผู้วิจัยคงไว้ดังเดิม เนื่องจาก ได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง พบว่า ข้อสอบมีค่าความยากและอำนาจจำแนกที่เหมาะสม

**ตารางวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดของการทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทน
ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน**

ค่าความเที่ยงทั้งฉบับ (Reliability) 0.869

ตอนที่ 1			
ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์			
กลุ่มเนื้อหา	ข้อที่ทดลองใช้	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
เศษส่วนและ ทศนิยม	1	0.7604	0.2292
	2	0.7188	0.2708
จำนวนเต็มและ เลขยกกำลัง	3	0.4688	0.3125
	4	0.5208	0.2500
อัตราส่วนและ ร้อยละ	5	0.7917	0.2083
	6	0.7500	0.2083
รูปเรขาคณิตและ เส้นขนาน	7	0.6667	0.3333
	8	0.7292	0.1250
การนำเสนอ ข้อมูล	9	0.7500	0.1667
	10	0.6667	0.2500
ตอนที่ 2			
ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา			
กลุ่มเนื้อหา	ข้อที่ทดลองใช้	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
เศษส่วนและ ทศนิยม	1	0.5938	0.6875
	2	0.8750	0.2500
จำนวนเต็มและ เลขยกกำลัง	3	0.6563	0.5000
	4	0.5625	0.5625
อัตราส่วนและ ร้อยละ	5	0.5625	0.8125
	6	0.8281	0.2188
รูปเรขาคณิตและ เส้นขนาน	7	0.3750	0.3750
	8	0.6094	0.6563
การนำเสนอ ข้อมูล	9	0.7188	0.3125
	10	0.6406	0.5938

แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยงทั้งฉบับ (Reliability) 0.736

ตอนที่ 1			
ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์			
กลุ่มเนื้อหา	ข้อที่ใช้จริง	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
เศษส่วนและทศนิยม	2	0.6667	0.3750
จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง	3	0.5313	0.3542
อัตราส่วนและร้อยละ	5	0.7604	0.3542
รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน	7	0.7083	0.4583
การนำเสนอข้อมูล	9	0.7188	0.2292
ตอนที่ 2			
ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา			
กลุ่มเนื้อหา	ข้อที่ใช้จริง	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
เศษส่วนและทศนิยม	1*	0.6094	0.3438
จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง	3	0.7813	0.2500
อัตราส่วนและร้อยละ	5	0.7656	0.3438
รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน	7	0.6406	0.4688
การนำเสนอข้อมูล	9	0.6094	0.6563

* หมายเหตุ ข้อ 1 ตอนที่ 2 มีค่า IOC 0.33 เนื่องจากผู้ทรงคุณวุฒิท่านที่ 3 เสนอแนะว่า สถานการณ์ยากเกินไปสำหรับนักเรียนชั้น ม.1 แต่จากการนำไปทดลองใช้ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาได้ ทั้งยังมีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์เหมาะสม ส่วนข้อ 2 ตอนที่ 2 ซึ่งอยู่ในกลุ่มเนื้อหาเดียวกัน มีค่าความยากและอำนาจจำแนกไม่เหมาะสม คือ ง่ายมากและอำนาจจำแนกต่ำ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกใช้ข้อ 1

แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยงทั้งฉบับ (Reliability) 0.840

ตอนที่ 1			
ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์			
กลุ่มเนื้อหา	ข้อที่ใช้จริง	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
เศษส่วนและทศนิยม	2	0.7396	0.3125
จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง	3	0.5417	0.4583
อัตราส่วนและร้อยละ	6	0.7292	0.2083
รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน	7	0.6667	0.3333
การนำเสนอข้อมูล	10	0.6771	0.2708
ตอนที่ 2			
ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา			
กลุ่มเนื้อหา	ข้อที่ใช้จริง	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
เศษส่วนและทศนิยม	1	0.6250	0.7500
จำนวนเต็มและเลขยกกำลัง	4	0.5625	0.5625
อัตราส่วนและร้อยละ	5	0.5469	0.7813
รูปเรขาคณิตและเส้นขนาน	8	0.5625	0.5625
การนำเสนอข้อมูล	10	0.6094	0.5313



ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ข้อที่ 1 มีนมรสจืดอยู่ 0.4 ลิตร

ให้นักเรียนใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือรูปแบบอื่น ๆ ที่นักเรียนรู้จัก ในการแสดงข้อมูลจากสถานการณ์ข้างต้นเท่าที่นักเรียนจะคิดได้

<p>รูปแบบที่ 1</p>	<p>รูปแบบที่ 2</p>
<p>รูปแบบที่ 3</p>	<p>รูปแบบที่ 4</p>
<p>รูปแบบอื่น ๆ</p>	

ข้อที่ 1 นางสาวกุกโกใช้เงินเดือนของเธอตอนนี้ เป็นค่าเครื่องแต่งกาย $\frac{3}{8}$ ของเงินเดือน จ่ายค่าเช่าบ้าน $\frac{2}{5}$ ของเงินที่เหลือจากจ่ายค่าเครื่องแต่งกาย และจ่ายค่าอาหารอีก 1,000 บาท เธอยังเหลือเงินอีกเดือนละ 500 บาท นักเรียนจะทราบจำนวนเงินเดือนและค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ของนางสาวกุกโก ได้อย่างไร

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือรูปแบบอื่น ๆ ที่นักเรียนรู้จัก ในการแสดงความคิดเพื่อหาคำตอบจากข้อมูลในสถานการณ์ข้างต้น

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

ข้อที่ 1 เด็กชายม่อนมีเงินอยู่ 4 บาท 25 สตางค์

ให้นักเรียนใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือรูปแบบอื่น ๆ ที่นักเรียนรู้จัก ในการแสดงข้อมูลจากสถานการณ์ข้างต้นเท่าที่นักเรียนจะคิดได้

<p>รูปแบบที่ 1</p>	<p>รูปแบบที่ 2</p>
<p>รูปแบบที่ 3</p>	<p>รูปแบบที่ 4</p>
<p>รูปแบบอื่น ๆ</p>	

ข้อที่ 1 ถังน้ำใบหนึ่งมีน้ำอยู่ $\frac{4}{5}$ ของถัง เมื่อใช้น้ำไป $\frac{1}{4}$ ของน้ำที่มีอยู่ และน้ำรั่วไป 20 ลิตร
แล้วยังเหลือน้ำอยู่ 220 ลิตร นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าเดิมมีน้ำในถังกี่ลิตร

ให้นักเรียนเลือกใช้ รูปภาพ/กราฟ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์ หรือ
รูปแบบอื่น ๆ ที่นักเรียนรู้จัก ในการแสดงความคิดเพื่อหาคำตอบจากข้อมูลในสถานการณ์ข้างต้น

ตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 1

ข้อมูลที่ 1 ถ้าจะหุงข้าวให้อร่อย ข้าวสาร 2 ถ้วย จะต้องใช้น้ำ 3 ถ้วย

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

.....

.....

.....

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

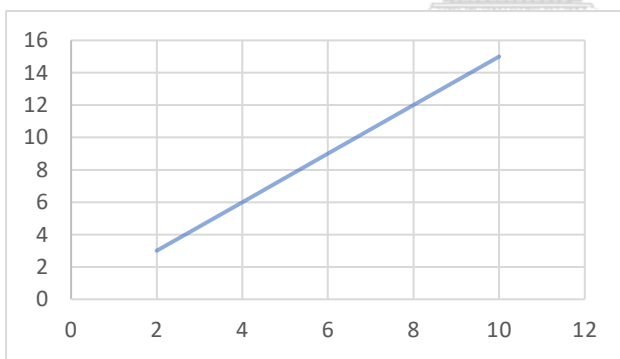
.....

.....

.....

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ.....

ถ้าเด็กชายบอส เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้



นักเรียนคิดว่าเขาสามารถแสดงข้อมูล

หรือสื่อความคิดจากสถานการณ์

ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร

.....

.....

.....

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ

.....

.....

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด.....

เพราะ.....

.....

.....

ตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 2

ข้อมูลที่ 2 เดชาสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 31 คะแนน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

.....

.....

.....

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

.....

.....

.....

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ.....

ถ้าเด็กหญิงปั้งปั้ง เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้

เดชาสอบได้คะแนนร้อยละ 62

นักเรียนคิดว่าเธอสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร

.....

.....

.....

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ

.....

.....

.....

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด.....

เพราะ.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างแบบประเมินลักษณะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 3

ข้อมูลที่ 2 มีนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์อยู่ 72% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

เมื่อนักเรียนเห็นข้อมูลดังกล่าว นักเรียนจะสื่อสารหรือแสดงข้อมูลนี้ ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างไร

.....

.....

.....

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ

มีรูปแบบอื่นอีกไหม ที่นักเรียนคิดว่าสามารถแสดงข้อมูล หรือ สื่อความคิด ให้เข้าใจได้เช่นกัน

.....

.....

.....

ใช้รูปแบบนี้ เพราะ.....

ถ้าเด็กหญิงอิงอิง เขียนแสดงข้อมูล ดังนี้

มีนักเรียนที่สอบตกอยู่ $\frac{28}{100}$ คน

นักเรียนคิดว่าเธอสามารถแสดงข้อมูลหรือสื่อความคิดจากสถานการณ์ ได้เข้าใจหรือไม่ เพราะอะไร

.....

.....

หากไม่เข้าใจ นักเรียนคิดว่าควรแก้เป็นอย่างไรจึงจะเข้าใจ

.....

.....

จากรูปแบบทั้งหมดนักเรียนคิดว่ารูปแบบใดเข้าใจได้ง่ายที่สุด.....

เพราะ.....

.....

.....

ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ วัน/เดือน/ปี..... การสัมภาษณ์ครั้งที่.....

ชื่อ - นามสกุล..... กลุ่มคะแนน (ดี/ปานกลาง/ปรับปรุง)

ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแสดงหรือสื่อความคิด และความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

ประเด็นการสัมภาษณ์ ขณะที่นักเรียนได้อ่านสถานการณ์แล้วต้องการแสดงข้อมูลจากสถานการณ์

1. สิ่งที่น่าสนใจถึงเมื่ออ่านข้อมูล (ภาพ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์)

- นึกถึงอะไรเป็นอย่างแรก เพราะอะไร.....

.....

- ได้เขียนรูปแบบนั้นลงไปไหม

- ทำไมถึงเปลี่ยนใจเลือกรูปแบบอื่น

.....

2. เหตุผลที่นักเรียนแสดงความคิด (เลือกเพราะอะไร คิดอะไรจึงเลือก ทำไมจึงไม่เลือกอย่างอื่น

รูปแบบ 1.....

.....

รูปแบบ 2

.....

รูปแบบ 3 เข้าใจไม่เข้าใจอย่างไร.....

.....

.....

รูปแบบที่เข้าใจง่ายสุด

.....

.....

ตอนที่ 2 ความสามารถในการเลือกใช้หรือสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหา

ประเด็นการสัมภาษณ์ นักเรียนลองเล่าให้ฟังหน่อยว่า เมื่อนักเรียนอ่านสถานการณ์แล้ว

1. นักเรียนเริ่มต้นคิดจากอะไรก่อน วิเคราะห์ส่วนใดของสถานการณ์ แล้วทำอย่างไรต่อไป

สถานการณ์ 1.....

.....

.....

สถานการณ์ 2.....

.....

.....

2. ทำไมถึงเลือกใช้รูปแบบนี้ (ภาพ/ตาราง/ตัวแปร/สัญลักษณ์/ข้อความทางคณิตศาสตร์) ในการแสดงความคิดเกี่ยวกับข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อนำไปแก้ปัญหา รูปแบบนี้คืออะไร

สถานการณ์ 1.....

.....

.....

สถานการณ์ 2.....

.....

.....

ประเด็นอื่น ๆ เพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์ 2 (ค21102)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ

เรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน

ผู้สอน นางสาวธัญวรัตน์ สมทรัพย์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ภาคเรียนที่ 2

เวลา 1 คาบเรียน

สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ค 1.1 ม.1/3 เข้าใจและประยุกต์ใช้อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

1.จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. ห้อตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1. ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สื่อความหมายของอัตราส่วนได้

2. ให้เหตุผลประกอบการห้อตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ได้

3. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียน

1. มีวินัย

2. มุ่งมั่นในการทำงาน

2. สารสำคัญ

หลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้

1. **หลักการคูณ** เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใด ด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

$$\text{(กำหนด } a, b \text{ และ } c \text{ เป็นจำนวนนับ } \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \text{) หรือ } a : b = ac : bc$$

2. **หลักการหาร** เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใด ด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

$$\text{(กำหนด } a, b \text{ และ } c \text{ เป็นจำนวนนับ } \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c} \text{) หรือ } a : b = \frac{a}{c} : \frac{b}{c}$$

3. สารการเรียนรู้

กิจกรรม “น้ำส้มของเด็กชายหนึ่ง”

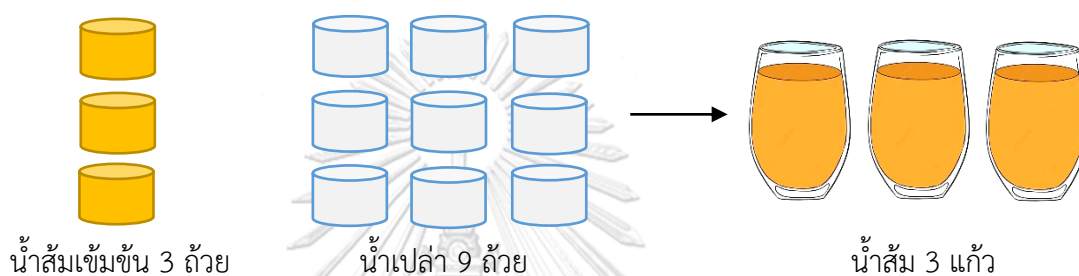
สถานการณ์ 1 เด็กชายหนึ่งอยากกินน้ำส้ม จึงให้คุณแม่ทำน้ำส้มให้กิน ขณะที่คุณแม่กำลังทำน้ำส้ม เขาขอให้คุณแม่สอนวิธีชงน้ำส้ม เพื่อที่ต่อจากนี้จะนำไปชงให้เพื่อน ๆ ดื่ม โดยคุณแม่บอกว่า การชงน้ำส้ม 1 แก้ว มีส่วนผสมดังนี้ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย และน้ำเปล่า 3 ถ้วย



ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้ม 2 แก้ว ให้น้องสาวและคุณพ่อ จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร



ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มเพิ่มเป็น 3 แก้ว จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร



แสดงว่า น้ำส้ม 1 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $1 : 3$ หรือ $\frac{1}{3}$

น้ำส้ม 2 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $2 : 6$ หรือ $\frac{2}{6}$

น้ำส้ม 3 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $3 : 9$ หรือ $\frac{3}{9}$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นักเรียนสังเกตใหม่ว่า หากต้องการผสมน้ำส้มจำนวนเพิ่มขึ้น อัตราส่วนจะเกี่ยวข้องกับ $1 : 3$

อย่างไร

เพิ่มขึ้นโดยการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน เช่น ถ้าต้องการผสมน้ำส้มจำนวน 3 แก้ว ก็ต้องคูณด้วย 3 ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จะได้ น้ำส้มเข้มข้น 3 ถ้วย และน้ำเปล่า 9 ถ้วย นั่นคือ อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $3 : 9$

หากเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มให้เพื่อนจำนวน 10 แก้ว จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร

คุณด้วย 10 ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จะได้น้ำส้มเข้มข้น 10 ถ้วย และน้ำเปล่า 30 ถ้วย ดังนั้นอัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $10 : 30$

ถ้าเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มให้เพื่อนทั้งห้องเรียนจำนวน 36 แก้ว จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร

คุณด้วย 36 ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จะได้น้ำส้มเข้มข้น 36 ถ้วย และน้ำเปล่า 108 ถ้วย ดังนั้น อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $36 : 108$

อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็นดังนี้

$$1 : 3, 2 : 6, 3 : 9, 10 : 30, 36 : 108$$

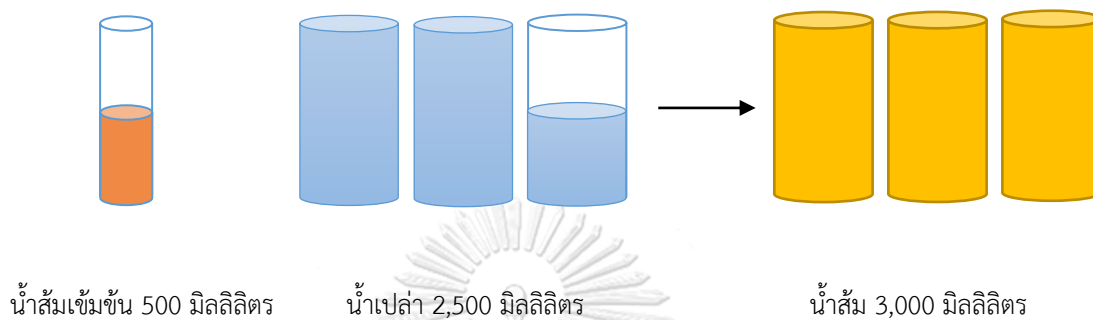
จะเห็นว่า อัตราส่วนเหล่านี้เป็นอัตราส่วนที่ได้มาจากการผสมน้ำส้มโดยใช้น้ำส้มเข้มข้นและน้ำเปล่าในปริมาณแบบเดียวกัน คือ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย จะต้องใช้น้ำเปล่า 3 ถ้วย

ดังนั้น อัตราส่วนทั้งหมดเป็นอัตราส่วนที่แสดงอัตราเดียวกัน เรียกว่า อัตราส่วนที่เท่ากัน

เขียนได้ดังนี้ $1 : 3 = 2 : 6 = 3 : 9 = 10 : 30 = 36 : 108$

หรือ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{10}{30} = \frac{36}{108}$

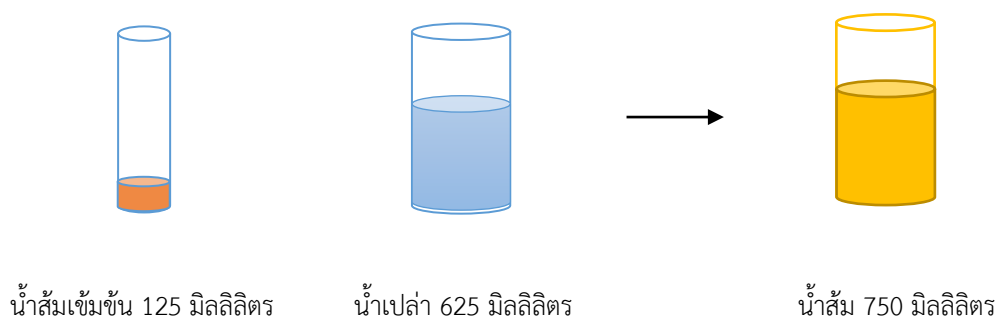
สถานการณ์ 2 เด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มดื่มในงานวันเกิดน้องสาว จึงไปซื้อน้ำส้มเข้มข้นที่ร้านค้า พบว่า น้ำส้มยี่ห้อเดิมที่คุณแม่ใช้ประจำหมด เขาจึงซื้อน้ำส้มอีกยี่ห้อหนึ่งกลับมาที่บ้าน จากนั้นเมื่อเขาอ่านวิธีผสมข้างขวด ระบุไว้ว่า ให้ผสมน้ำส้มเข้มข้นทั้งหมด (500 มิลลิลิตร) กับน้ำเปล่าจำนวน 2.5 ลิตร



ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้ม 1,500 มิลลิลิตร ให้เพื่อน ๆ ของน้องสาว จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร



ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มเพียง 750 มิลลิลิตร จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร



แสดงว่า

น้ำส้ม 3,000 มิลลิลิตร อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $500 : 2,500$ หรือ $\frac{500}{2500}$

น้ำส้ม 1,500 มิลลิลิตร อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $250 : 1,250$ หรือ $\frac{250}{1250}$

น้ำส้ม 750 มิลลิลิตร อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $125 : 625$ หรือ $\frac{125}{625}$

นักเรียนสังเกตใหม่ว่าหากต้องการผสมน้ำส้มจำนวนลดลง อัตราส่วนจะเกี่ยวข้องกับ $500 : 2500$

อย่างไร

ลดลงโดยการหารด้วยจำนวนที่เท่ากัน ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน เช่น ถ้าต้องการผสมน้ำส้มจำนวน 1,500 มิลลิลิตร ก็ต้องหารด้วย 2 จะได้น้ำส้มเข้มข้น 250 มิลลิลิตร และน้ำเปล่า 1,250 มิลลิลิตร นั่นคือ อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $250 : 1,250$

หากเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มจำนวน 600 มิลลิลิตร จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร

หารด้วย 5 ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จะได้น้ำส้มเข้มข้น $\frac{500}{5} = 100$ มิลลิลิตร และน้ำเปล่า $\frac{2500}{5} = 500$ มิลลิลิตร นั่นคือ อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $100 : 500$

ถ้าเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มเพื่อดื่มเอง 1 แก้ว ซึ่งมีปริมาตร 300 มิลลิลิตร จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร

หารด้วย 10 ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จะได้น้ำส้มเข้มข้น $\frac{500}{10} = 50$ มิลลิลิตร และน้ำเปล่า $\frac{2500}{10} = 250$ มิลลิลิตร นั่นคือ อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $50 : 250$

อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็นดังนี้

$$500 : 2,500, 250 : 1,250, 125 : 625, 100 : 500, 50 : 250$$

จะเห็นว่า อัตราส่วนเหล่านี้เป็นอัตราส่วนที่ได้มาจากการผสมน้ำส้มโดยใช้ น้ำส้มเข้มข้นและน้ำเปล่าในปริมาณแบบเดียวกัน คือ น้ำส้มเข้มข้น 500 มิลลิลิตร จะต้องใช้น้ำเปล่า 2500 มิลลิลิตร

ดังนั้น อัตราส่วนทั้งหมดเป็น อัตราส่วนที่เท่ากัน

เขียนได้ดังนี้ $500 : 2,500 = 250 : 1,250 = 125 : 625 = 100 : 500 = 50 : 250$

หรือ $\frac{500}{2,500} = \frac{250}{1,250} = \frac{125}{625} = \frac{100}{500} = \frac{50}{250}$

การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้มีหลักการ ดังนี้

1. **หลักการคูณ** เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใด ด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

(กำหนด a, b และ c เป็นจำนวนนับ $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$) หรือ $a : b = ac : bc$

2. **หลักการหาร** เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใด ด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

(กำหนด a, b และ c เป็นจำนวนนับ $\frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$) หรือ $a : b = \frac{a}{c} : \frac{b}{c}$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ (5 นาที)

1. ครูทบทวนความรู้เดิมเรื่องการเขียนอัตราส่วน ที่เรียนไปในคาบเรียนที่ผ่านมา
2. ครูกล่าวถึงสถานการณ์ เช้าวันหนึ่งคุณแม่ให้นักเรียนไปซื้อไข่ไก่ที่ร้านค้าข้างบ้านจำนวน 6 ฟอง โดยไข่ไก่ 2 ฟองราคา 10 บาท ครูให้นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์เกี่ยวข้องกับเรื่องอัตราส่วนอย่างไร โดยครูอธิบายว่าปัญหาเหล่านี้เป็นเรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน และครูชี้แจงจุดประสงค์ในการเรียน คือ การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (45 นาที)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์

1.1 ครูเสนอกิจกรรมน้ำส้มของเด็กชายหนึ่ง ในสถานการณ์ที่ 1 เด็กชายหนึ่งอยากดื่มน้ำส้ม จึงให้คุณแม่ทำน้ำส้มให้ดื่ม จากนั้นจึงต้องการให้คุณแม่สอนวิธีชงน้ำส้ม เพื่อที่ความต้องการจะนำไปชงให้เพื่อน ๆ ดื่ม โดยการชงน้ำส้ม 1 แก้ว มีส่วนผสมดังนี้ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย และน้ำเปล่า 3 ถ้วย

1.2 ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ที่ 1 และถามถึงข้อมูลสำคัญจากสถานการณ์ นั่นคือ การชงน้ำส้ม 1 แก้ว มีส่วนผสมคือ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย และน้ำเปล่า 3 ถ้วย ถ้าเขาต้องการชงน้ำส้มให้เพื่อน ๆ ดื่มจะทำอย่างไร

ขั้นที่ 2 สร้างความสัมพันธ์โดยการอุปมา

2.1 ครูอธิบายถึงการผสมน้ำส้มโดยใช้รูปภาพ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย และน้ำเปล่า 3 ถ้วย ผสมกันจะได้น้ำส้มจำนวน 1 แก้ว

2.2 ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยถามนักเรียนว่า ถ้าหนึ่งต้องการชงน้ำส้ม 2 แก้ว ให้น้องสาวและคุณพ่อจะต้องทำอย่างไร (ใช้ส่วนผสมเพิ่มขึ้น 1 เท่า นั่นคือน้ำส้มเข้มข้น 2 ถ้วย และน้ำเปล่า 6 ถ้วย)

2.3 ครูใช้การถามตอบกับนักเรียนว่า ถ้าหากหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มเพิ่มเป็น 3 แก้ว จะต้องทำอย่างไร (ใช้ส่วนผสมเพิ่มขึ้นอีกเป็น น้ำส้มเข้มข้น 3 ถ้วย และน้ำเปล่า 9 ถ้วย)

2.4 ครูใช้การอุปมาเปรียบเทียบจำนวนน้ำส้มเข้มข้นกับจำนวนน้ำเปล่าจากรูปภาพเป็นอัตราส่วน ดังนี้

- น้ำส้ม 1 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น 1 : 3 หรือ $\frac{1}{3}$
- น้ำส้ม 2 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น 2 : 6 หรือ $\frac{2}{6}$
- น้ำส้ม 3 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น 3 : 9 หรือ $\frac{3}{9}$

ขั้นที่ 3 สื่อสารแนวคิด

3.1 ครูให้นักเรียนสังเกตว่า หากต้องการผสมน้ำส้มจำนวนเพิ่มขึ้น อัตราส่วนจะเกี่ยวข้องกับ $1 : 3$ อย่างไร (เพิ่มขึ้นโดยการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน เช่น ถ้าต้องการผสมน้ำส้มจำนวน 3 แก้ว ก็ต้องคูณด้วย 3 จะได้น้ำส้มเข้มข้น 3 ถ้วย และน้ำเปล่า 9 ถ้วย นั่นคือ อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $3 : 9$)

3.2 ครูถามนักเรียนว่า หากเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มให้เพื่อนจำนวน 10 แก้วจะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร (คูณด้วย 10 ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จะได้น้ำส้มเข้มข้น 10 ถ้วย และน้ำเปล่า 30 ถ้วย ดังนั้นอัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $10 : 30$)

3.3 ครูถามนักเรียนต่อว่า หากเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มให้เพื่อนทั้งห้องเรียนจำนวน 36 แก้ว จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร (คูณด้วย 36 ทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จะได้น้ำส้มเข้มข้น 36 ถ้วย และน้ำเปล่า 108 ถ้วย ดังนั้น อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น $36 : 108$)

3.4 ครูให้นักเรียนสังเกตถึงอัตราส่วน $1 : 3, 2 : 6, 3 : 9, 10 : 30, 36 : 108$ จะเห็นว่าอัตราส่วนเหล่านี้เป็นอัตราส่วน ที่ได้มาจากการผสมน้ำส้มโดยใช้ น้ำส้มเข้มข้นและน้ำเปล่าในปริมาณแบบเดียวกัน คือ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย จะต้องใช้น้ำเปล่า 3 ถ้วย

3.4 ครูอธิบายแนวคิดข้างต้น อัตราส่วนที่ได้จากการคูณจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน $a : b$ ด้วยจำนวนเดียวกันที่ไม่ใช่ศูนย์ จะเป็นอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $a : b$ ซึ่งเราจะเรียกว่า หลักการคูณ

ขั้นที่ 4 อภิปรายแลกเปลี่ยนการคิดเชิงอุปมาและสร้างข้อสรุป

4.1 ครูให้นักเรียนทำสถานการณ์ที่ 2 ด้วยตนเอง โดยใช้แนวคิดจากสถานการณ์ที่ 1 มาปรับใช้ซึ่งสถานการณ์ที่ 2 เป็นการหารด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งทั้งจำนวนแรกและจำนวนหลังของอัตราส่วน จากนั้นร่วมอภิปรายแนวการคิดจากสถานการณ์โดยใช้การถามตอบกับนักเรียน ครูอธิบายเพิ่มเติมและสรุปถึงหลักการหาร

4.2 ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสรุปหลักการ การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ และสรุปถึงหลักการคูณและหลักการหาร โดยหลักการคูณ คือ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใด

ด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม และหลักการหาร คือ เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

4.3 ครูให้นักเรียนทำใบงานเรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน จากนั้นใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อเฉลยแนวความคิดของใบงาน

ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้เรียนในคาบเรียนนี้ โดยครูกล่าวถึงสถานการณ์การผสมน้ำส้ม ซึ่งเป็นการใช้อัตราส่วนที่เท่ากันในชีวิตประจำวัน และใช้การถามตอบกับนักเรียนสรุปถึงอัตราส่วนที่เท่ากัน

5. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ
2. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

6.การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ				
1. หาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ได้	สังเกตจากการตอบคำถาม/ใบงาน	คำถาม/ใบงาน	นักเรียนร้อยละ 70 สามารถตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน	
ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ				
1. ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สื่อความหมายของอัตราส่วนได้	สังเกตจากการทำใบงาน	ใบงาน	นักเรียนร้อยละ 70 สามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน	
2. ให้เหตุผลประกอบการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ได้	สังเกตจากการตอบคำถาม	คำถาม	นักเรียนร้อยละ 70 สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน	
3. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้	สังเกตจากการตอบคำถาม	คำถาม	นักเรียนร้อยละ 70 สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน	
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียน				
1. มีวินัย (เข้าเรียนตรงเวลา)	การสังเกตการเข้าห้องเรียน	แบบบันทึกการเข้าชั้นเรียน	นักเรียนร้อยละ 80 ของห้องเรียนเข้าเรียนตรงเวลา ถือว่าผ่าน	
2. มุ่งมั่นในการทำงาน (มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน)	สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 สามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน	

บันทึกผลหลังการจัดกิจกรรม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไขปัญหา/ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(.....)

...../...../.....

ใบกิจกรรม “น้ำส้มของเด็กชายหนึ่ง”

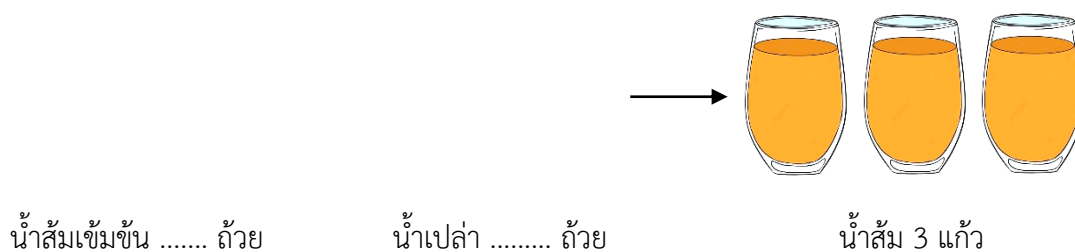
สถานการณ์ 1 เด็กชายหนึ่งอยากกินน้ำส้ม จึงให้คุณแม่ทำน้ำส้มให้กิน ขณะที่คุณแม่กำลังทำน้ำส้ม เขาขอให้คุณแม่สอนวิธีชงน้ำส้ม เพื่อที่ต่อมารจะนำไปชงให้เพื่อน ๆ ดื่ม โดยคุณแม่บอกว่า การชงน้ำส้ม 1 แก้ว โดยมีส่วนผสมดังนี้ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย และน้ำเปล่า 3 ถ้วย



ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้ม 2 แก้ว ให้น้องสาวและคุณพ่อ จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร



ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มเพิ่มเป็น 3 แก้ว จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร



แสดงว่า

น้ำส้ม 1 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น หรือ

น้ำส้ม 2 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น หรือ

น้ำส้ม 3 แก้ว อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น หรือ

นักเรียนสังเกตไหมว่า หากต้องการผสมน้ำส้มจำนวนเพิ่มขึ้น อัตราส่วนจะเกี่ยวข้องกับ 1 : 3

อย่างไร

.....

.....

.....

หากเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มให้เพื่อนจำนวน 10 แก้ว จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร

.....

.....

.....

ถ้าเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มให้เพื่อนทั้งห้องเรียนจำนวน 36 แก้ว จะต้องใช้ส่วนผสม

อย่างไร

.....

.....

.....

อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า

เป็นดังนี้ , , , ,

จะเห็นว่า อัตราส่วนเหล่านี้เป็นอัตราส่วนที่ได้มาจากการผสมน้ำส้มโดยใช้น้ำส้มเข้มข้นและน้ำเปล่า

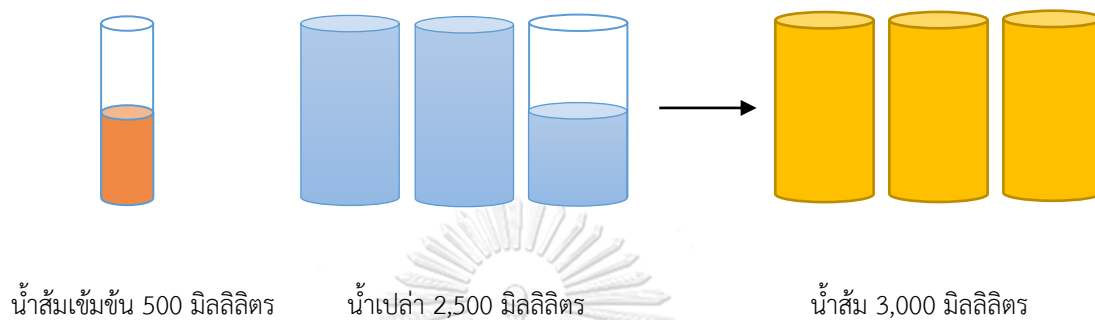
ในปริมาณ แบบเดียวกัน คือ น้ำส้มเข้มข้น 1 ถ้วย จะต้องใช้น้ำเปล่า 3 ถ้วย

ดังนั้น อัตราส่วนทั้งหมดเป็นอัตราส่วนที่แสดงอัตราเดียวกัน เรียกว่า **อัตราส่วนที่เท่ากัน**

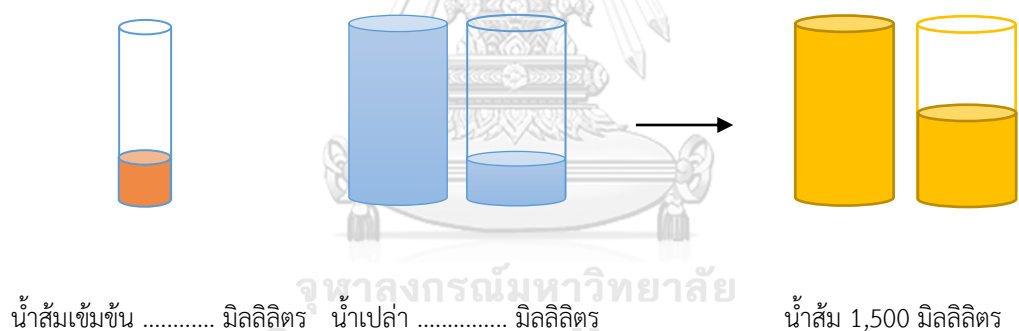
เขียนได้ดังนี้

หรือ

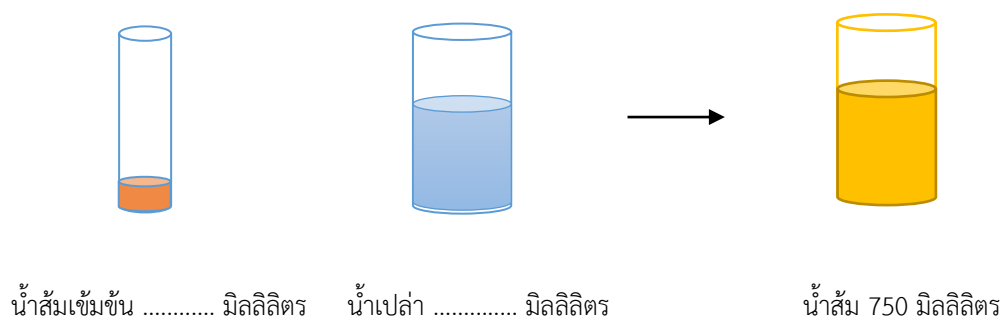
สถานการณ์ 2 เด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มดื่มในงานวันเกิดน้องสาว จึงไปชื้อน้ำส้มเข้มข้นที่ร้านค้า พบว่า น้ำส้มยี่ห้อเดิมที่คุณแม่ใช้ประจำหมด เขาจึงชื้อน้ำส้มอีกยี่ห้อหนึ่งกลับมาที่บ้าน จากนั้นเมื่อเขาอ่านวิธีผสมข้างขวด ระบุไว้ว่า ให้ผสมน้ำส้มเข้มข้นทั้งหมด (500 มิลลิลิตร) กับน้ำเปล่าจำนวน 2.5 ลิตร



ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้ม 1,500 มิลลิลิตร ให้เพื่อน ๆ ของน้องสาว จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร



ถ้าหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มเพียง 750 มิลลิลิตร จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร



แสดงว่า

น้ำส้ม 3,000 มิลลิลิตร อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น หรือ

น้ำส้ม 1,500 มิลลิลิตร อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น หรือ

น้ำส้ม 750 มิลลิลิตร อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า เป็น หรือ

นักเรียนสังเกตไหมว่าหากต้องการผสมน้ำส้มจำนวนลดลง อัตราส่วนจะเกี่ยวข้องกับ 500 : 2500
อย่างไร

.....

.....

.....

หากเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มจำนวน 600 มิลลิลิตร จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร

.....

.....

ถ้าเด็กชายหนึ่งต้องการผสมน้ำส้มเพื่อดื่มเอง 1 แก้ว ซึ่งมีปริมาตร 300 มิลลิลิตร จะต้องใช้
ส่วนผสมอย่างไร

.....

.....

อัตราส่วนจำนวนน้ำส้มเข้มข้นต่อจำนวนน้ำเปล่า
เป็นดังนี้ , , , ,
CHULALONGKORN UNIVERSITY

จะเห็นว่า อัตราส่วนเหล่านี้เป็นอัตราส่วนที่ได้มาจากการผสมน้ำส้มโดยใช้น้ำส้มเข้มข้นและน้ำเปล่า
ในปริมาณแบบเดียวกัน คือ น้ำส้มเข้มข้น 500 มิลลิลิตร จะต้องใช้น้ำเปล่า 2500 มิลลิลิตร

ดังนั้น อัตราส่วนทั้งหมดเป็น อัตราส่วนที่เท่ากัน เช่นเดียวกับกับสถานการณ์ 1

เขียนได้ดังนี้

หรือ

การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้มีหลักการ ดังนี้

1. **หลักการคูณ** เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใด ด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้น ไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

$$\text{(กำหนด } a, b \text{ และ } c \text{ เป็นจำนวนนับ } \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \text{) หรือ } a : b = ac : bc$$

2. **หลักการหาร** เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใด ด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้น ไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

$$\text{(กำหนด } a, b \text{ และ } c \text{ เป็นจำนวนนับ } \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c} \text{) หรือ } a : b = \frac{a}{c} : \frac{b}{c}$$



ใบงาน เรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน

1. จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนด มาอีก 4 อัตราส่วนโดยใช้หลักการคูณและหลักการหาร



รถจักรยานยนต์จำนวน 2 คัน



รถจักรยานจำนวน 3 คัน

$$\frac{2}{3} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{2}{2} = \square$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{3}{3} = \square$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{4}{4} = \square$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{5}{5} = \square$$

อัตราส่วน

จำนวนรถจักรยานยนต์ต่อจำนวนรถจักรยาน
เขียนแทนด้วย หรือ.....

อัตราส่วนที่เท่ากับ.....

คือ



แมวจำนวน 90 ตัว



สุนัขจำนวน 54 ตัว

$$\frac{90}{54} \div \frac{\quad}{\quad} = \frac{2}{2} = \square$$

$$\frac{90}{54} \div \frac{\quad}{\quad} = \frac{3}{3} = \square$$

$$\frac{90}{54} \div \frac{\quad}{\quad} = \frac{6}{6} = \square$$

$$\frac{90}{54} \div \frac{\quad}{\quad} = \frac{9}{9} = \square$$

อัตราส่วน จำนวนแมวต่อจำนวนสุนัข

เขียนแทนด้วย หรือ.....

อัตราส่วนที่เท่ากับ.....

คือ

2. ร้านค้าแห่งหนึ่งขายปากกาในราคาโหลละ 24 บาท กานดาต้องการซื้อปากกา 72 ด้าม กานดาต้องจ่ายเงินเท่าไร นิภาต้องการซื้อปากกาในราคาเดียวกันนี้บ้าง แต่มีเงินเพียง 6 บาท ถ้าร้านค้ายอมขายปลีกให้ในราคาเดียวกัน นิภาจะซื้อปากกาได้กี่ด้าม

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. วีระต้องการระบายสีภาพพุงนา โดยผสมสีที่ต้องการใช้ด้วยสูตรการผสมสีตามอัตราส่วนของ ปริมาณแม่สีดังนี้

สีเขียว A มีส่วนผสมของปริมาณสีน้ำเงินต่อสีเหลือง เป็น 3 : 2

สีเขียว B มีส่วนผสมของปริมาณสีน้ำเงินต่อสีเหลือง เป็น 2 : 1

สีเขียว C มีส่วนผสมของปริมาณสีน้ำเงินต่อสีเหลือง เป็น 1 : 2

สีส้ม A มีส่วนผสมของปริมาณสีแดงต่อสีเหลือง เป็น 2 : 3

สีส้ม B มีส่วนผสมของปริมาณสีแดงต่อสีเหลือง เป็น 3 : 2

ให้นักเรียนเปรียบเทียบระดับความเข้มสีแต่ละคู่ต่อไปนี้

- 3.1) ระหว่างสีเขียว A กับสีเขียว B สีใดเป็นสีเขียวเข้มกว่ากัน เพราะเหตุใด

.....

- 3.2) ระหว่างสีเขียว B กับสีเขียว C สีใดเป็นสีเขียวอ่อนกว่ากัน เพราะเหตุใด

.....

- 3.3) ระหว่างสีส้ม A กับสีส้ม B สีใดเป็นสีส้มอมแดงมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

.....

- 3.4) ถ้าเพิ่มส่วนผสมของสีเขียว A อีกอย่างละ 1 ส่วน แล้วสีที่ได้จะยังเป็นสีเขียว A หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	ฉัฎฐวรรตน์ สมทรัพย์
วัน เดือน ปี เกิด	28 พฤศจิกายน 2537
สถานที่เกิด	ร้อยเอ็ด
วุฒิการศึกษา	สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต เกียรตินิยมอันดับ 2 สาขามัธยมศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2560 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2562
ที่อยู่ปัจจุบัน	88/61 หมู่ 8 แขวงท่าแร้ง เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร 10220