

บทที่ 3

ฟังก์ชันเป้าหมายที่ใช้ในการพิจารณา และการคำนวณค่าของฟังก์ชันเป้าหมาย

ในการวางแผนติดตั้งตัวเก็บประจุ มีข้อที่จะต้องพิจารณาหลายประการ สิ่งหนึ่งที่สำคัญได้แก่ ฟังก์ชันเป้าหมาย (Objective function) ที่ใช้ในการพิจารณา เนื่องจากฟังก์ชันเป้าหมายเป็นสิ่งที่บ่งบอกถึงความต้องการของผู้วางแผนว่าต้องการได้สิ่งใดเป็นสำคัญจากการติดตั้งตัวเก็บประจุในระบบ โดยทั่วไปแล้วฟังก์ชันเป้าหมายที่ใช้พิจารณามีหลายอย่าง แต่โดยทั่วไปจะมีอยู่ 2 ประเภทได้แก่ ฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการค่าสูงสุด [8] ซึ่งโดยทั่วไปจะเป็นการหาค่าสูงสุดของผลตอบแทนที่ได้รับจากการติดตั้งตัวเก็บประจุ สำหรับฟังก์ชันเป้าหมายอีกประเภทคือฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการหาค่าต่ำสุดซึ่งเป็นมูลค่ารวมระหว่างการลงทุนติดตั้งตัวเก็บประจุและมูลค่าของพลังงานสูญเสียที่เกิดขึ้น [9] ดังนั้นในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงความหมาย และรายละเอียดของฟังก์ชันเป้าหมาย รวมถึงวิธีการคำนวณค่าต่าง ๆ ในสมการฟังก์ชันเป้าหมายด้วย

3.1 ฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการหาค่าสูงสุด

ฟังก์ชันที่ต้องการหาค่าสูงสุดคือ ฟังก์ชันของมูลค่าของผลตอบแทนที่ได้รับจากการติดตั้งตัวเก็บประจุโดยจะคิดเป็นมูลค่าของผลตอบแทนต่อปี ซึ่งจะมีรูปแบบทั่วไปของสมการดังสมการที่(3.1) [7]

$$\text{Maximize } \sum \Delta \$ = \Delta \$_G + \Delta \$_T + \Delta \$_S + \Delta \$_F + \Delta \$_{ACE} + \Delta \$_{BEC} - AEIC_c \quad (3.1)$$

โดยที่

$\Delta \$_G$ คือมูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากระบบการผลิตที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น (Benefits Due to Released Generation Capacity, บาท)

$\Delta \$_T$ คือมูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากระบบสายส่งที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น (Benefits Due to Released Transmission Capacity, บาท)

- ΔS_s คือมูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากสถานีส่งจ่ายไฟฟ้าในระบบจำหน่ายไฟฟ้าสามารถรับโหลดได้มากขึ้น (Benefits Due to Released Distribution Substation Capacity, บาท)
- ΔS_f คือมูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากสายป้อนที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น (Benefits Due to Released Feeder Capacity, บาท)
- ΔS_{ACE} คือมูลค่าของผลตอบแทนที่ได้รับจากการลดพลังงานสูญเสีย (Benefits Due to Reduced Energy Losses, บาท)
- ΔS_{BEC} คือมูลค่าของผลตอบแทนที่ได้รับจากการปรับปรุงระดับแรงดัน (Benefits Due to Voltage Improvement, บาท)
- AEIC_c คือมูลค่าของตัวเก็บประจุที่ติดตั้งซึ่งเป็นราคาต่อปี (Annual Cost of Installed Capacitors)

จากสมการที่(3.1) สามารถแยกมูลค่าของผลตอบแทนที่ได้รับจากการติดตั้งตัวเก็บประจุได้ 3 ประเภทคือ

- 1) มูลค่าของการลดลงของความต้องการทางไฟฟ้า
- 2) มูลค่าของการลดลงของพลังงานที่ต้องสูญเสีย
- 3) มูลค่าของการใช้พลังงานเพิ่มขึ้นเนื่องจากการปรับปรุงระดับแรงดัน

โดยมูลค่าของผลตอบแทนแต่ละประเภทสามารถอธิบายรายละเอียดได้ดังต่อไปนี้

3.1.1 มูลค่าของการลดลงของความต้องการทางไฟฟ้า

มูลค่าของผลตอบแทนที่ได้รับจากการติดตั้งตัวเก็บประจุ ซึ่งเป็นส่วนที่มาจากการลดลงของความต้องการทางไฟฟ้าสามารถแยกคิดได้เป็นดังนี้

- 1) มูลค่าของผลตอบแทนที่ได้รับจากระบบการผลิตที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น (ΔS_G)

เมื่อทำการติดตั้งตัวเก็บประจุกำลังในระบบไฟฟ้า สามารถทำให้ระบบการผลิตสามารถรองรับโหลดได้มากขึ้น คิดได้โดยประมาณจากสมการที่(3.2)[7]

$$\Delta S_G = \begin{cases} \left[\left(1 - (Q_c^2 \times \cos^2 \theta) / S_G^2 \right)^{1/2} + (Q_c \times \sin \theta) / S_G - 1 \right] S_G ; Q_c > 0.1 S_G \\ Q_c \times \sin \theta ; Q_c \leq 0.1 S_G \end{cases} \quad (3.2)$$

โดยที่

ΔS_G คือความสามารถในการรองรับโหลดที่มากขึ้นจากความสามารถในการผลิตไฟฟ้าที่ค่าตัวประกอบกำลังเดิมก่อนติดตั้งตัวเก็บประจุ (kVA)

S_G คือความสามารถในการผลิตไฟฟ้า (kVA)

Q_C คือขนาดของตัวเก็บประจุกำลังที่ทำการติดตั้ง (kVAR)

$\cos \theta$ คือค่าตัวประกอบกำลังก่อนทำการติดตั้งตัวเก็บประจุ

ดังนั้นมูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากระบบการผลิตที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น จะเป็นไปตามสมการที่ (3.3)[7]

$$\Delta s_G = \Delta S_G \times C_G \times i_G \quad (3.3)$$

โดยที่

C_G คือราคาของกำลังการผลิต (บาท/kW)

i_G คืออัตราต้นทุนเป็นราคาต่อปีของกำลังการผลิต (Annual Fixed Charge Rate Applicable to Generation)

2) มูลค่าของผลตอบแทนที่ได้รับจากระบบสายส่งที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น (ΔS_T)

เมื่อทำการติดตั้งตัวเก็บประจุกำลังในระบบไฟฟ้า สามารถทำให้ระบบส่งสามารถรองรับโหลดได้มากขึ้น คิดได้โดยประมาณจากสมการที่(3.4)[7]

$$\Delta S_T = \begin{cases} \left[\left(1 - (Q_C^2 \times \cos^2 \theta) / S_T^2 \right)^{1/2} + (Q_C \times \sin \theta) / S_T - 1 \right] S_T ; Q_C > 0.1 S_T \\ Q_C \times \sin \theta ; Q_C \leq 0.1 S_T \end{cases} \quad (3.4)$$

โดยที่

ΔS_T คือความสามารถในการรองรับโหลดที่มากขึ้นจากความสามารถในการรับกำลังไฟฟ้าของระบบสายส่งที่ค่าตัวประกอบกำลังเดิมก่อนติดตั้งตัวเก็บประจุ (kVA)

S_T คือความสามารถในการรับกำลังไฟฟ้าของสายส่ง (kVA)

ดังนั้นมูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากระบบสายส่งที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น จะเป็นไปตามสมการที่ (3.5)[7]

$$\Delta s_T = \Delta S_T \times C_T \times i_T \quad (3.5)$$

โดยที่

C_T คือราคาของระบบสายส่ง (บาท/kW)

i_T คืออัตราตัวคูณเป็นราคาต่อปีของระบบสายส่ง (Annual Fixed Charge Rate Applicable to Transmission)

- 3) มูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากสถานีส่งจ่ายไฟฟ้าในระบบจำหน่ายไฟฟ้าสามารถรับโหลดได้มากขึ้น (ΔS_s)

เมื่อทำการติดตั้งตัวเก็บประจุกำลังในระบบไฟฟ้า สามารถทำให้สถานีส่งจ่ายไฟฟ้าในระบบจำหน่ายสามารถรองรับโหลดได้มากขึ้น คิดได้โดยประมาณจากสมการที่(3.6)[7]

$$\Delta S_s = \begin{cases} \left[\left(1 - (Q_c^2 \times \cos^2 \theta) / S_s^2 \right)^{1/2} + (Q_c \times \sin \theta) / S_s - 1 \right] S_s ; Q_c > 0.1 S_s \\ Q_c \times \sin \theta ; Q_c \leq 0.1 S_s \end{cases} \quad (3.6)$$

โดยที่

ΔS_s คือความสามารถในการรองรับโหลดที่มากขึ้นจากความสามารถในรับกำลังไฟฟ้าของสถานีส่งจ่ายไฟฟ้าในระบบจำหน่ายไฟฟ้าที่ค่าตัวประกอบกำลังเดิมก่อนติดตั้งตัวเก็บประจุ (kVA)

S_s คือความสามารถในการรับกำลังไฟฟ้าของสถานีส่งจ่ายไฟฟ้าในระบบจำหน่ายไฟฟ้า (kVA)

ดังนั้นมูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากสถานีส่งจ่ายไฟฟ้าในระบบจำหน่ายไฟฟ้าที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น จะเป็นไปตามสมการที่ (3.7)[7]

$$\Delta S_s = \Delta S_s \times C_s \times i_s \quad (3.7)$$

โดยที่

C_s คือราคาของสถานีส่งจ่ายไฟฟ้าในระบบจำหน่ายไฟฟ้า (บาท/kW)

i_s คืออัตราตัวคูณเป็นราคาต่อปีของสถานีส่งจ่ายไฟฟ้าในระบบจำหน่ายไฟฟ้า (Annual Fixed Charge Rate Applicable to Distribution Substation)

- 4) มูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากสายป้อนที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น (ΔS_F)

ข้อจำกัดของความสามารถในการรองรับกำลังไฟฟ้าของสายป้อนเกิดจากแรงดันตกมากกว่าข้อจำกัดทางอุณหภูมิ (thermal limit)[7] ดังนั้นการลดลงของแรงดันตกจากการติดตั้งตัวเก็บประจุจึงเป็น

ส่วนสำคัญในการเพิ่มการรองรับ โหลดของสายป้อน ซึ่งความสามารถในการรองรับโหลดได้มากขึ้นของสายส่งคำนวณได้โดยประมาณจากสมการที่(3.8)[7]

$$\Delta S_F = \frac{(Q_{C,3\phi}) \times x}{x \sin \theta + r \cos \theta} \quad (3.8)$$

โดยที่

ΔS_F คือความสามารถในการรองรับ โหลดที่มากขึ้นจากความสามารถในการรองรับกำลังไฟฟ้าของสายป้อนที่ค่าตัวประกอบกำลังเดิมก่อนติดตั้งตัวเก็บประจุ (kVA)

$Q_{C,3\phi}$ คือขนาดของตัวเก็บประจุสามเฟส (kVAR)

x คือรีแอกทีฟของสายป้อน (โอห์ม/หน่วยความยาว)

r คือความต้านทานของสายป้อน (โอห์ม/หน่วยความยาว)

θ คือมุมของตัวประกอบกำลังก่อนติดตั้งตัวเก็บประจุ

ดังนั้นมูลค่าของผลตอบแทนต่อปีที่ได้รับจากสายป้อนที่สามารถรับโหลดได้มากขึ้น จะเป็นไปตามสมการที่ (3.9)[7]

$$\Delta S_F = \Delta S_F \times C_F \times i_F \quad (3.9)$$

โดยที่

C_F คือราคาของสายป้อนในระบบจำหน่ายไฟฟ้า (บาท/kVA)

i_F คืออัตราตัวคูณเป็นราคาต่อปีของสายป้อนในระบบจำหน่ายไฟฟ้า (Annual Fixed Charge Rate Applicable to Feeder)

3.1.2 มูลค่าของการลดลงของพลังงานที่ต้องสูญเสีย

การลดลงของพลังงานสูญเสียในเวลา 1 ปีที่เกิดขึ้นในสายป้อน จากการติดตั้งตัวเก็บประจุกำลังสามารถประมาณได้จากสมการที่(3.10)

$$\Delta ACE = \frac{Q_{C,3\phi} R (2S_{L,3\phi} \sin \theta - Q_{C,3\phi}) 8760}{1000 \times V_{L-L}^2} \quad (3.10)$$

โดยที่

ΔACE คือการลดลงของพลังงานสูญเสียในเวลา 1 ปี (kWh/ปี)

$Q_{C,3\phi}$ คือขนาดของตัวเก็บประจุสามเฟสที่ติดตั้ง (kVAR)

R คือความต้านทานรวมของสายป้อนของกระแสไหลดที่ติดตั้งตัวเก็บประจุไหลผ่าน (Ω)

$S_{L,3\phi}$ คือโหลดก่อนทำการติดตั้งตัวเก็บประจุ (kVA)

θ คือมุมของค่าตัวประกอบกำลัง

V_{L-L} คือแรงดันระหว่างสาย (kV)

ในการประเมินมูลค่าของพลังงานสูญเสียที่ลดลง จะเป็นไปตามสมการที่(3.11)[7]

$$\Delta s_{ACE} = \Delta AEC \times EC \quad (3.11)$$

โดยที่

EC คือราคาของพลังงานไฟฟ้า (บาท/kWh)

3.1.3 มูลค่าของการใช้พลังงานเพิ่มขึ้นเนื่องจากการปรับปรุงระดับแรงดัน

การติดตั้งตัวเก็บประจุไฟฟ้า จะส่งผลทำให้ระดับแรงดันในระบบไฟฟ้าสูงขึ้น ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้การใช้พลังงานในโหลดบางประเภทมีมากขึ้นเช่น โหลดแสงสว่าง[7] โดยการใช้พลังงานเพิ่มขึ้นของโหลดนั้นจะเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนระหว่างแรงดันเฉลี่ยก่อนและหลังติดตั้งตัวเก็บประจุ การคิดมูลค่าของการใช้พลังงานเพิ่มขึ้นในส่วนนี้สามารถประมาณได้จากสมการที่(3.12)[7]

$$\Delta s_{BEC} = \Delta BEC \times BEC \times EC \quad (3.12)$$

โดยที่

ΔBEC คือร้อยละของพลังงานของโหลดที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากระดับแรงดันในระบบที่เพิ่มขึ้น

BEC คือการใช้พลังงานไฟฟ้าต่อปีในระบบไฟฟ้า (kWh/ปี)

EC คือราคาของพลังงานไฟฟ้า (บาท/kWh)

ที่กล่าวมาในข้างต้นคือ ความหมายของแต่ละพจน์ของฟังก์ชันเป้าหมายในสมการที่(3.1) จากการแข่งขันของการแบ่งกลุ่มของการตอบแทนที่เกิดขึ้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงยึดบางส่วนของแนวการแข่งขันของผลตอบแทนที่เกิดขึ้นตามสมการที่(3.1) และเพื่อลดความยุ่งยากในการคำนวณ ฟังก์ชันเป้าหมายที่ใช้ในการวางแผนติดตั้งตัวเก็บประจุ จึงเป็นไปตามสมการที่(3.13)

3.1.4. ฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการหาค่าสูงสุดที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ [8]

$$\text{Maximize} \quad K_p LP + K_c LE - \sum_{k=1}^{N_c} C_k(u_k) \quad (3.13)$$

Subject to

$$F(u_k, X) = 0$$

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max}$$

โดยที่

V_i คือแรงดันที่บัส i

V_{\min} และ V_{\max} คือขีดจำกัดล่าง และขีดจำกัดบนของระดับแรงดันที่บัสในระบบ

$C_k(u_k)$ คือฟังก์ชันราคาของตัวเก็บประจุ ขนาดต่าง ๆ

u_k คือขนาดของตัวเก็บประจุ และ $u_k \geq 0$

X คือ ตัวแปรในการทำโหลดโฟลว์ เช่นขนาดแรงดันที่บัส

$F(u_k, X)$ คือเงื่อนไขของโหลดโฟลว์ เช่น $P_{gen} - P_{load} - P_{loss} = 0$

N_c คือจำนวนตัวเก็บประจุทั้งหมด

LP คือส่วนต่างของกำลังสูญเสียระหว่างสถานะก่อนติดตั้งตัวเก็บประจุ และหลังติดตั้งตัวเก็บประจุ ในช่วงโหลดสูงสุดของระบบ (kW)

LE คือส่วนต่างของพลังงานสูญเสียทั้งหมดในระบบระหว่างสถานะก่อนติดตั้งตัวเก็บประจุ และหลังติดตั้งตัวเก็บประจุ (kWh/ปี)

K_p คือราคาค่าใช้จ่ายของกำลังสูญเสียเป็นมูลค่าเงิน (บาท/kW.ปี)

K_c คือราคาค่าใช้จ่ายของพลังงานสูญเสียให้เป็นมูลค่าเงิน (บาท/kWh)

จากสมการที่(3.13) พจน์แรกของสมการคือผลตอบแทนที่ได้รับจากการลดความต้องการทางไฟฟ้าโดยมีความหมายเดียวกับที่กล่าวในหัวข้อ 3.1.1 นั่นเอง สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้การคิดมูลค่าของผลตอบแทนในส่วนนี้จะคิดจากการลดกำลังสูญเสียในช่วงเวลาโหลดสูงสุดคูณด้วยค่า K_p ซึ่งเป็นค่าต้นทุนส่วนเพิ่มระยะยาวในการรองรับโหลดที่เพิ่มขึ้น (Long Run Marginal Cost)

3.2 ฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการหาค่าต่ำสุด [4]

ฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการหาค่าต่ำสุด คือผลรวมของมูลค่าพลังงานสูญเสียที่เกิดขึ้นกับมูลค่าการลงทุนติดตั้งตัวเก็บประจุ โดยลักษณะของฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการหาค่าต่ำสุดที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ มีลักษณะดังสมการที่(3.14)

$$\text{Minimize} \quad \sum_{k=1}^{N_c} C_k (u_k) + K_c \sum_{i=1}^{N_T} T_i P_{\text{Loss}} (u_k, X) \quad (3.14)$$

Subject to

$$F(u_k, X) = 0$$

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max}$$

โดยที่

V_i คือแรงดันที่บัส i

V_{\min} และ V_{\max} คือขีดจำกัดล่าง และขีดจำกัดบนของระดับแรงดันที่บัสในระบบ

$C_k(u_k)$ คือฟังก์ชันราคาของตัวเก็บประจุ ขนาดต่าง ๆ

u_k คือขนาดของตัวเก็บประจุ และ $u_k \geq 0$

X คือ ตัวแปรในการทำโหลดโฟลว์ เช่นขนาดแรงดันที่บัส

$F(u_k, X)$ คือเงื่อนไขของโหลดโฟลว์ เช่น $P_{\text{gen}} - P_{\text{load}} - P_{\text{loss}} = 0$

$P_{\text{Loss}}(u_k, X)$ คือ ฟังก์ชันกำลังจริงสูญเสีย

N_c คือจำนวนตัวเก็บประจุทั้งหมด

T_i คือระยะเวลาของช่วงเวลาโหลด i (ชั่วโมง)

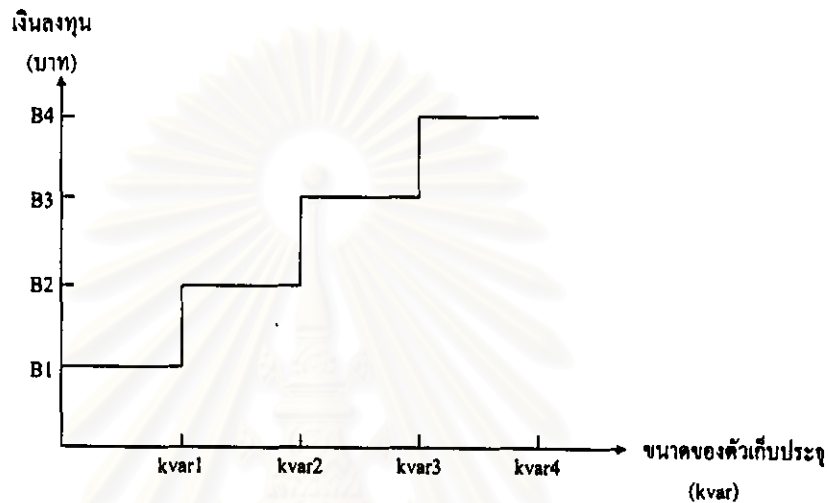
N_T คือจำนวนช่วงเวลาโหลด

K_c คือราคาค่าใช้จ่ายของพลังงานสูญเสียให้เป็นมูลค่าเงิน (บาท/kWh)

ในการคำนวณค่าของฟังก์ชันเป้าหมายทั้งสองประเภท จะต้องคำนวณค่าของกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้น และค่าของแรงดันที่แต่ละบัสในระบบ ไฟฟ้ารวมทั้งคำนวณราคาของตัวเก็บประจุด้วย ซึ่งจะได้แสดงถึงวิธีการคำนวณค่าต่าง ๆ ดังกล่าวต่อไป

3.3 การคิดราคาของตัวเก็บประจุ

เนื่องจากขนาดของตัวเก็บประจุนั้น เป็นตัวแปรไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นในบทความนี้จะพิจารณา ราคาของตัวเก็บประจุแบบเป็นขั้นบันไดตามขนาดของตัวเก็บประจุดังแสดงในรูปที่ 3.1 ซึ่งสอดคล้องกับราคาในทางปฏิบัติที่ตัวเก็บประจุที่มีขนาดต่างกันจะมีราคาที่แตกต่างกัน



รูปที่ 3.1 ลักษณะของฟังก์ชันราคาตัวเก็บประจุ

ดังนั้นในการคิดราคาของตัวเก็บประจุจะแยกคิดราคาของตัวเก็บประจุเป็นตัว ซึ่งแต่ละตัวที่ติดตั้งจะคิดราคาลงทุนในหนึ่งปี เนื่องจากฟังก์ชันเป้าหมายที่ใช้ในการพิจารณาเป็นค่าที่พิจารณาในช่วงเวลาหนึ่งปี โดยราคาของตัวเก็บประจุที่นำมาคิดจะประกอบด้วยราคาของตัวเก็บประจุซึ่งมีอายุการใช้งาน 15 ปี รวมถึงอัตราค่าบำรุงรักษาและอัตราดอกเบี้ย แล้วนำมาแปลงหน่วยราคาโดยคิดอายุการใช้งานในหนึ่งปี

3.4 การคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้า

ในการคำนวณค่าของฟังก์ชันเป้าหมาย และเงื่อนไขในการวางแผนติดตั้งตัวเก็บประจุ จำเป็นต้องคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้า (Load flow) เพื่อหาค่าที่จะต้องนำไปใช้ เช่น กำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นแรงดันที่บัส เป็นต้น

วิธีที่ใช้ในการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้คือ วิธีนิวตัน-ราฟสันแบบพิคคิงเชิงขั้ว เนื่องจากพารามิเตอร์บางส่วนที่ได้จากการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีดังกล่าวจะนำไปใช้ในการคิดดัชนีกำหนดตำแหน่ง ซึ่งจะได้นำเสนอในบทความต่อไป สำหรับรายละเอียดในการคำนวณการไหลด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสันแบบพิคคิงเชิงขั้วมีดังต่อไปนี้

3.4.1 สมการการไหลของกำลังไฟฟ้าตามวิธีนิวัตน์-ราฟสันแบบพิกัดเชิงขั้ว [9]

สำหรับระบบกำลังไฟฟ้าขนาด n บัส

สมการกำลังไฟฟ้าที่บัส i ใดๆ คือ

$$P_i - jQ_i = V_i^* \cdot I_i \quad (3.15)$$

โดยที่ กระแสไฟฟ้าที่บัส i มีค่าดังนี้

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} \cdot V_j \quad (3.16)$$

แทนค่า I_i จากสมการที่ (3.16) ลงในสมการที่ (3.15) จะได้ว่า

$$P_i - jQ_i = V_i^* \cdot \sum_{j=1}^n Y_{ij} \cdot V_j \quad (3.17)$$

โดยที่

- P_i คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลเข้าสู่บัส i
 - Q_i คือ กำลังไฟฟ้รีแอกทีฟที่ไหลเข้าสู่บัส i
 - V_i, V_j คือ แรงดันไฟฟ้าที่บัส i และ j ตามลำดับ
 - V_i^* คือ สังยุคเชิงซ้อน (Complex conjugate) ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส i
 - I_i คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าสู่บัส i
 - Y_{ij} คือ สมาชิกในตำแหน่งที่ (i,j) ของบัสแอดมิตแดนซ์เมตริกซ์
 - n คือ จำนวนบัสทั้งหมดในระบบกำลังไฟฟ้า
- กำหนดให้

$$V_i = |V_i| e^{j\theta_i} \quad (3.18)$$

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{j\delta_{ij}} \quad (3.19)$$

โดยที่

$|V_i|$, θ_i คือ ขนาดและมุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัส i ตามลำดับ

$|Y_{ij}|$, δ_{ij} คือขนาดและมุมของสมาชิกในตำแหน่งที่ (i,j) ของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์

เมื่อทำการแยกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของสมการที่ (3.17) จะได้กำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกทีฟที่บัส i ใดๆ ยกเว้นบัสแหล่งจ่าย (Source Bus) ดังนี้

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i V_j Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) \quad (3.20)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) \quad (3.21)$$

เนื่องจากสมการที่ (3.20) และ (3.21) มีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นในการวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน จะเปลี่ยนสมการดังกล่าวให้อยู่ในลักษณะที่เป็นเชิงเส้น โดยอยู่ในรูปของสมการความคลาดเคลื่อนของปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

โดยที่

ΔP คือเวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของกำลังไฟฟ้าจริงที่บัสซึ่งมีมิติเท่ากับ $(n-1) \times 1$

ΔQ คือเวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของกำลังไฟฟารีแอกทีฟที่บัสซึ่งมีมิติเท่ากับ $(n-1) \times 1$

$\Delta \theta$ คือเวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของมุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัสซึ่งมีมิติเท่ากับ $(n-1) \times 1$

$\Delta |V|$ คือเวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัสซึ่งมีมิติเท่ากับ $(n-1) \times 1$

ซึ่งบัส p ใดๆ ยกเว้นบัสแหล่งจ่าย สามารถคำนวณ ΔP และ ΔQ ได้จาก

$$\begin{aligned}\Delta P_p &= P_{p(\text{schedule})} - P_p \\ &= \left(P_{p(\text{gen})} - P_{p(\text{load})} \right) - P_p\end{aligned}\quad (3.23)$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_p &= Q_{p(\text{schedule})} - Q_p \\ &= \left(Q_{p(\text{gen})} - Q_{p(\text{load})} \right) - Q_p\end{aligned}\quad (3.24)$$

J คือจาโคเบียนเมตริกซ์ จะประกอบด้วยจาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย J_1, J_2, J_3 และ J_4 ดังสมการที่ (3.25) โดยที่สมาชิกใดๆของจาโคเบียนเมตริกซ์ย่อยเหล่านี้ ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส และกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟสุทธิที่บัส เทียบกับมุม θ และขนาด $|V|$ ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส โดยมีรายละเอียดการคำนวณดังนี้

$$\begin{bmatrix} J \\ J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}\quad (3.25)$$

โดยที่

จาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย J_1

$$J_1 = \left[\frac{\partial P}{\partial \theta} \right]_{(n-1) \times (n-1)}\quad (3.26)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่ (p,q) ของ J_1 สำหรับบัส i ใดๆ ยกเว้นบัสแหล่งจ่าย ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส เทียบกับมุม θ ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} &= |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) & ; i \neq j \\ \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} &= - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) & ; i = j\end{aligned}\right\} \quad (3.27)$$

จาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย J_2

$$J_2 = \left[\frac{\partial P}{\partial |V|} \right]_{(n-1) \times (n-1)} \quad (3.28)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่ (i,j) ของ J_2 สำหรับบัส i ใดๆ ยกเว้นบัสแหล่งจ่าย ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส เทียบกับขนาด $|V|$ ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial V_j} &= |V_i Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) && ; i \neq j \\ \frac{\partial P_i}{\partial V_i} &= 2|V_i Y_{ii}| \cos \delta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) && ; i = j \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

จาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย J_3

$$J_3 = \left[\frac{\partial Q}{\partial \theta} \right]_{(n-1) \times (n-1)} \quad (3.30)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่ (p,q) ของ J_3 สำหรับบัส i ใดๆ ยกเว้นบัสแหล่งจ่าย ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟารีแอกทีฟสุทธิที่บัส เทียบกับมุม θ ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} &= -|V_i V_j Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) && ; i \neq j \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j Y_{ij}| \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) && ; i = j \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

จาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย J_4

$$J_4 = \left[\frac{\partial Q}{\partial |V|} \right]_{(n-1) \times (n-1)} \quad (3.32)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่ (i, j) ของ J_4 สำหรับบัส i ใดๆ ยกเว้นบัสแหล่งจ่ายได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟสุทธิที่บัส เทียบกับขนาด $|V|$ ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} &= |V_i Y_{ij}| \sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) && ; i \neq j \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} &= -2|V_i Y_{ii}| \sin \delta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j Y_{ij}| \sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) && ; i = j \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

เมื่อสามารถคำนวณเวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนของกำลังจริง (ΔP) เวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนของกำลังรีแอกทีฟ (ΔQ) และจาโคเบียนเมตริกซ์ J แล้วสามารถคำนวณค่าปรับแต่งแรงดันไฟฟ้าที่บัส ในการคำนวณรอบที่ k ได้ดังสมการที่(3.34)

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

ดังนั้นแรงดันไฟฟ้าของการคำนวณในรอบที่ $k+1$ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \theta_p^{(k+1)} &= \theta_p^{(k)} + \Delta \theta_p^{(k)} \\ |V_p|^{(k+1)} &= |V_p|^{(k)} + \Delta |V_p|^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

เงื่อนไขการลู่เข้าของคำตอบคือ

$$\left. \begin{aligned} |\max \Delta P^{(k)}| &\leq \epsilon_p \\ |\max \Delta Q^{(k)}| &\leq \epsilon_Q \\ k &\leq k_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

โดยที่

$|\max \Delta P^{(k)}|$ คือ ขนาดของความคลาดเคลื่อนที่มีค่ามากที่สุดทางกำลังไฟฟ้าจริงสำหรับการคำนวณในรอบที่ k ใดๆ

$|\max \Delta Q^{(k)}|$ คือ ขนาดของความคลาดเคลื่อนที่มีค่ามากที่สุดทางกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟสำหรับการคำนวณในรอบที่ k ใดๆ

ϵ_P คือค่าผิดพลาดที่กำหนดให้ยอมรับได้ทางกำลังไฟฟ้าจริง

ϵ_Q คือค่าผิดพลาดที่กำหนดให้ยอมรับได้ทางกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

k คือจำนวนรอบที่ใช้คำนวณเพื่อการเข้าสู่ของคำตอบ

k_{\max} คือจำนวนรอบสูงสุดที่กำหนดให้คำนวณได้

ภายหลังจากการหาค่าของแรงดันที่แต่ละบัสแล้ว สามารถคำนวณหา กำลังไฟฟ้าที่ไหล และกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นในสายส่ง และหม้อแปลงต่าง ๆ ได้ดังนี้

1) กำลังไฟฟ้าที่ไหล และกำลังสูญเสียในสายส่ง

พิจารณาสายส่งที่เชื่อมต่อระหว่างบัส i และบัส j กระแสไฟฟ้าที่บัส i (i_i) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} i_i &= i_{\text{line}} + i_{\text{charging}} \\ &= (V_i - V_j) \cdot y_{\text{serij}} + V_i \cdot \frac{y_{\text{shtij}}}{2} \end{aligned} \quad (3.37)$$

โดยที่

i_{line} คือกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่ง ij

i_{charging} คือกระแสไฟฟ้าที่ไหลจากบัส i ลงสู่พื้นดินตามไลน์ชาร์จิ่ง

V_i และ V_j คือแรงดันไฟฟ้าที่บัส i และ j ตามลำดับ

y_{serij} คือค่าแอดมิตแตนซ์อนุกรมของสายส่งระหว่างบัส i และบัส j มีค่าเท่ากับ $1/(R_{ij} + jX_{ij})$

$y_{\text{shtij}}/2$ คือ ครึ่งหนึ่งของค่าไลน์ชาร์จิ่งแอดมิตแตนซ์ทั้งหมดของสายส่ง ij

กำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่ง ij จากบัส i ไปสู่บัส j คำนวณได้ดังนี้

$$P_{ij} - jQ_{ij} = V_i^* i_i \quad (3.38)$$

แทนค่า i_j จากสมการที่ (3.37) ลงในสมการที่ (3.38) จะได้ว่า

$$P_{ij} - jQ_{ij} = V_i^* (V_i - V_j) y_{serij} + V_i^* V_i \frac{y_{shtij}}{2} \quad (3.39)$$

ในทำนองเดียวกัน กำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่ง ij จากบัส j ไปสู่อบัส i คำนวณได้ดังนี้

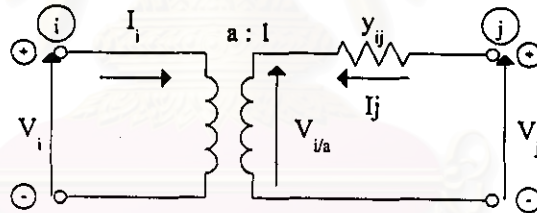
$$P_{ji} - jQ_{ji} = V_j^* (V_j - V_i) y_{serij} + V_j^* V_j \frac{y_{shtij}}{2} \quad (3.40)$$

กำลังสูญเสียในสายส่ง ij มีค่าเท่ากับ ผลรวมทางพีชคณิตของกำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลจากบัส i ไปสู่อบัส j และที่ไหลจากบัส j ไปสู่อบัส i ซึ่งเป็นไปตามสมการที่(3.41)

$$P_{\text{loss}(ij)} = P_{ij} + P_{ji} \quad (3.41)$$

2) กำลังไฟฟ้าที่ไหลและกำลังสูญเสียในหม้อแปลง

พิจารณาวงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟฟ้าในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 วงจรสมมูลของหม้อแปลงไฟฟ้า

กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส i ไปสู่อบัส j คือ

$$P_{ij} - jQ_{ij} = \left(\frac{1}{a} \right)^* \cdot V_i^* \cdot \left[\left(\frac{1}{a} \right) \cdot V_i - V_j \right] \cdot y_{ij} \quad (3.42)$$

ในขณะเดียวกัน กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส j ไปสู่อบัส i คือ

$$P_{ji} - jQ_{ji} = V_j^* \cdot \left[V_j - \frac{V_i}{a} \right] \cdot y_{ij} \quad (3.43)$$

โดยที่

a คือ อัตราส่วนการแปลงของหม้อแปลงไฟฟ้า ij

V_i และ V_j คือ แรงดันไฟฟ้าที่บัส i และ j ตามลำดับ

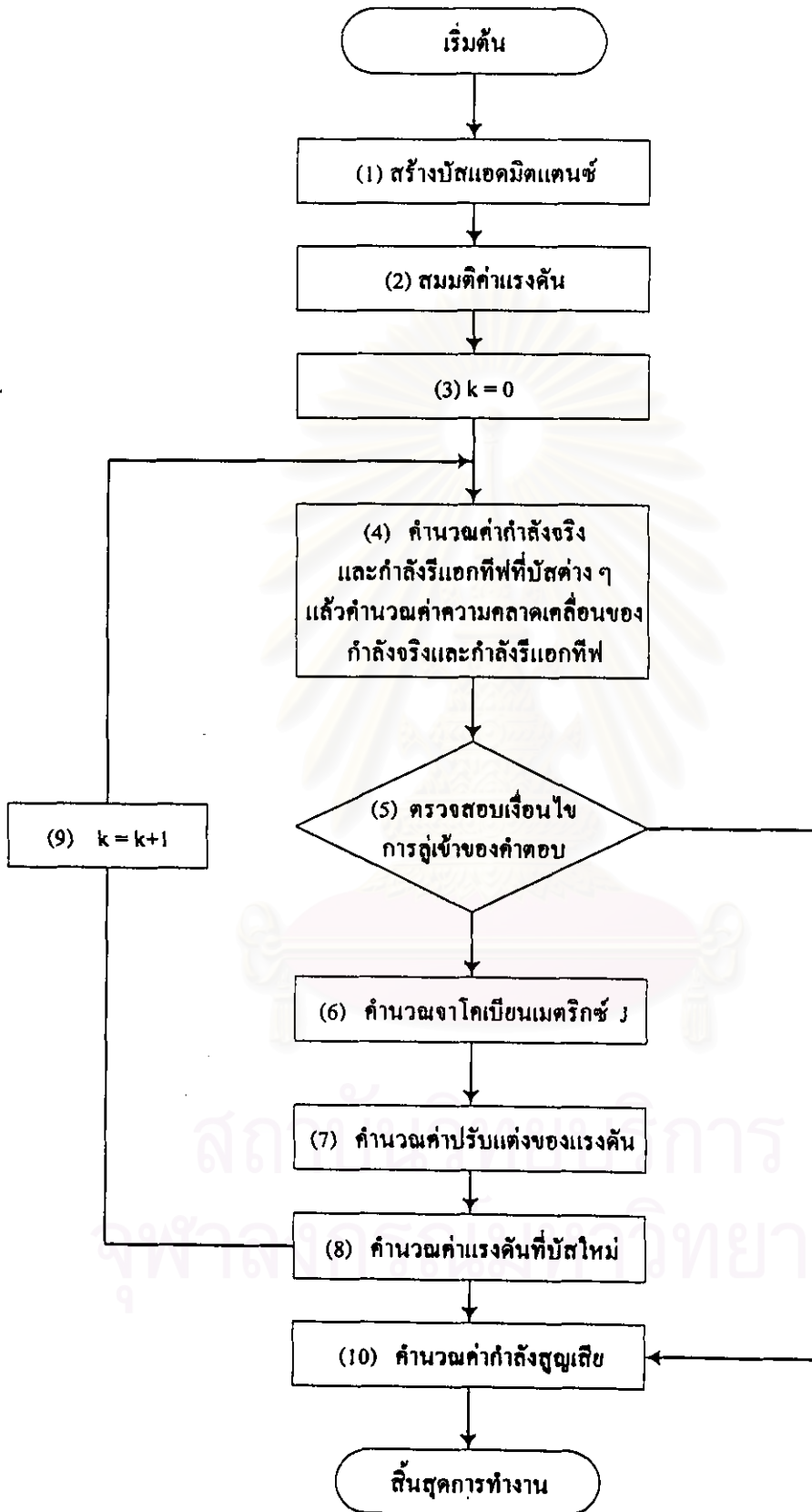
กำลังสูญเสียในหม้อแปลงไฟฟ้าที่ต่ออยู่ระหว่างบัส i และบัส j สามารถคำนวณได้จาก สมการที่ (3.41) เช่นเดียวกับสายส่ง

3.4.2 ขั้นตอนการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสันแบบพิกัดเชิงขั้ว

จากหลักการที่กล่าวมาข้างต้น สามารถกล่าวเป็นขั้นตอนในการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสันแบบพิกัดเชิงขั้วได้ดังต่อไปนี้

- 1) สร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ (Bus Admittance Matrix)
- 2) สมมติแรงดันเริ่มต้นที่บัสต่าง ๆ ยกเว้นบัสแหล่งจ่าย
- 3) กำหนดดัชนีรอบการคำนวณ $k=0$
- 4) คำนวณค่ากำลังจริง และกำลังรีแอกทีฟ ทุก ๆ บัส p ยกเว้นบัสแหล่งจ่าย ตามสมการที่(3.20) และสมการที่(3.21) จากนั้นคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของกำลังจริง และกำลังรีแอกทีฟตามสมการที่ (3.23) และสมการที่(3.24)
- 5) ตรวจสอบเงื่อนไขการลู่เข้า ตามสมการที่(3.36) ถ้าเงื่อนไขตามสมการที่(3.36) เป็นจริง ให้ข้ามไปทำขั้นตอนที่10
- 6) คำนวณจาโคเบียนเมตริกซ์ J จากสมการที่(3.25) ถึงสมการที่(3.33)
- 7) คำนวณค่าปรับแต่งขนาดของแรงดันที่บัส ($\Delta|V|$) และมุมของแรงดันที่บัส ($\Delta\theta$) ตามสมการที่ (3.34)
- 8) คำนวณค่าแรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่ตามสมการที่(3.35)
- 9) ให้ $k = k+1$ แล้วย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ 4 โดยใช้ค่าแรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่ซึ่งได้จากขั้นตอนที่ 8
- 10) คำนวณกำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่าน และกำลังสูญเสียในสายป้อน ตามสมการที่(3.39) ถึงสมการที่(3.41) และกำลังสูญเสียในหม้อแปลงตามสมการที่(3.42) และสมการที่(3.43)

จากขั้นตอนที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถสรุปเป็นแผนผังขั้นตอนได้ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนผังขั้นตอนการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสันแบบพิทัดเชิงซ้ำ