

ระเบียบวิธีฟิสิกส์ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัว



นายวรสิทธิ์ กาญจนกิจเกษม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2541

ISBN 974-331-295-1

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

25 S.A. 2545

I 18625473

**A FINITE ELEMENT METHOD FOR STEADY-STATE
VISCOUS INCOMPRESSIBLE FLOW**



Mr. Worasit Kanjanakijkasem

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering**

Graduated School

Chulalongkorn University

Academic Year 1998

ISBN 974-331-295-1

วรสิทธิ์ กาญจนกิจเกษม : ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลแบบไม่อัดตัว
ชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัว (A FINITE ELEMENT METHOD FOR STEADY-STATE
VISCOUS INCOMPRESSIBLE FLOW) อ. ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์
เดชะอำไพ, 145 หน้า. ISBN 974-331-295-1.

วิทยานิพนธ์นี้แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัว
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับปัญหาการไหลนี้ ถูก
ประดิษฐ์ขึ้นจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่สอดคล้องกับการอนุรักษ์มวล การอนุรักษ์โมเมนตัม
และการอนุรักษ์พลังงาน ด้วยวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง เนื่องจากสมการไฟไนต์เอลิเมนต์เหล่านี้
เป็นสมการไม่เชิงเส้นจึงต้องประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสันในการหาผลลัพธ์ ซึ่ง
ได้นำมาใช้ในการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกันขึ้นมา

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ถูกตรวจสอบความถูกต้องโดยการนำผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์
ปัญหาการไหลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ในบทความทางวิชาการใน
วารสารทางวิชาการระดับนานาชาติ ก่อนนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ไปแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนมาก
ยิ่งขึ้น ผลลัพธ์ของการไหลที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหาต่างๆในวิทยานิพนธ์นี้ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิ
ภาพของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการทำนายรูปแบบการไหลที่ซับซ้อนได้ ซึ่งจะทำให้ผู้วิเคราะห์
เกิดความเข้าใจในปรากฏการณ์ของการไหลมากขึ้น อันจะนำไปสู่การออกแบบที่ดีขึ้นในทางปฏิบัติ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา 2541

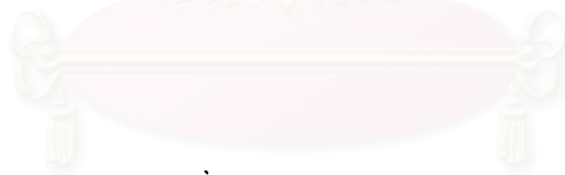
ลายมือชื่อนิสิต วรสิทธิ์ กาญจนกิจเกษม
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ปราโมทย์ เดชะอำไพ
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาพร้อม

3971570721 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING
KEY WORD: FINITE ELEMENT

WORASIT KANJANAKIJKASEM : A FINITE ELEMENT METHOD FOR
STEADY-STATE VISCOUS INCOMPRESSIBLE FLOW. THESIS ADVISOR :
PROF. PRAMOTE DECHAUMPHAI, Ph.D. 145 pp.
ISBN 974-331-295-1.

This thesis presents a finite element method for steady-state viscous incompressible flow. Corresponding finite element equations were derived from the set of partial differential equations which satisfy the law of conservation of mass, conservation of momentums, and conservation of energy by using the method of weighted residuals. Because these derived finite element equations were non-linear, Newton-Raphson iterative method was applied to solve them and used in the development of the corresponding computer program.

The computer program was verified by comparison the results obtained with the results of technical papers from the international journals before applying to solve more complex problems. The results in this thesis have demonstrated the capability of the finite element method for the prediction of complex flow behaviors. Such results can help analysts to understand detailed flow phenomena in order to further improve the design.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....

สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....

ปีการศึกษา..... 2541.....

ลายมือชื่อนิสิต..... วรสิทธิ์ : ภาควิชาวิศวกรรม.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... Worasit Kanjanakijkasem.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เตชะอำไพ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้ให้ทั้งความรู้ คำแนะนำ ตลอดจนคำปรึกษาที่มีคุณค่ายิ่งในการนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัย และการทำงานในอนาคต

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ขงเจริญ ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ ทวี เวชพฤติ และ รองศาสตราจารย์ ดร. มานิจ ทองประเสริฐ กรรมการ ที่ได้ให้คำแนะนำและถ่ายทอดความรู้ตลอดระยะเวลาในการทำงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากขึ้น

ขอขอบพระคุณ คุณปัญญา จันทรไพแสง และอาจารย์จักษณี วิรุฬห์ศรี ที่ได้แนะนำวิธีการใช้โปรแกรมกราฟฟิคในการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ขอขอบพระคุณ คุณวิโรจน์ ลิ้มตระกูล ที่ได้เสนอแนะข้อคิดเห็นอันเป็นประโยชน์ต่อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และขอขอบพระคุณ คุณสุพัฒน์พงศ์ ลิกขำบัณฑิต ที่มีส่วนร่วมในการปรับปรุงโปรแกรมย่อยบางโปรแกรมในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสามารถนำมาใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ตลอดจนเพื่อนๆ และรุ่นพี่ปริญญาโททุกท่านมา ณ ที่นี้ด้วย

ท้ายสุดนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา ที่ให้กำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยเสมอมา และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นกตัญญูตาบูชาต่อบิดามารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ญ
สารบัญภาพ	ภ
คำอธิบายสัญลักษณ์	ณ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	2
1.3 วิธีดำเนินงานและขอบเขตของวิทยานิพนธ์	3
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์	4
บทที่ 2 สมการพื้นฐานของการไหล	5
2.1 ความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับของไหล	5
2.2 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล	6
2.3 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม	7
2.4 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน	10
2.5 ความเค้นที่กระทำบนชิ้นส่วนของของไหล	13
2.6 เงื่อนไขขอบเขตของการไหล	14
2.7 บทสรุปของสมการพื้นฐานของการไหล	16
บทที่ 3 การไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัว	18
3.1 การจำแนกประเภทของการไหล	18

	หน้า
3.2 สมมุติฐานของการไหลที่ใช้ในวิทยานิพนธ์	20
3.3 ผลของแรงลอยตัวอันเนื่องมาจากความแตกต่างของอุณหภูมิ	22
3.4 สมการของการไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัว	23
บทที่ 4 การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	24
4.1 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	24
4.2 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบ 6 จุดต่อ	27
4.3 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	29
4.4 การประยุกต์ระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสัน	32
4.5 การประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์	35
บทที่ 5 ระเบียบวิธีการเคลื่อนลงในทิศทางสังยุคที่สร้างจากความลาดชัน	42
5.1 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองของเวกเตอร์	42
5.2 ระเบียบวิธีการเคลื่อนลงมากที่สุด	43
5.3 ระเบียบวิธีการเคลื่อนลงในทิศทางสังยุค	48
5.4 ระเบียบวิธีการเคลื่อนลงในทิศทางสังยุคที่สร้างจากความลาดชัน	49
บทที่ 6 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืด	51
ที่สภาวะอยู่ตัว	
6.1 ขั้นตอนการคำนวณ	51
6.2 รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	54
6.3 ลักษณะของไฟล์ข้อมูลนำเข้า	54
6.4 ลักษณะของไฟล์ผลลัพธ์	56
บทที่ 7 การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	57
7.1 พารามิเตอร์ไร้มิติที่ใช้ในการวิเคราะห์การไหล	57
7.2 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	59
7.3 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องว่างระหว่างทรงกระบอกที่มี	63
จุดศูนย์กลางร่วมกัน	

	หน้า
7.4 การพาความร้อนแบบบังคับจากทรงกระบอกร้อน	67
7.5 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจาก	72
ด้านล่าง	
บทที่ 8 การนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆ	78
8.1 การไหลในช่องทางการไหลที่มีทรงกระบอกสี่เหลี่ยมมุมทงุมสูง	78
ยึดติดอยู่ภายใน	
8.2 การพาความร้อนแบบอิสระระหว่างทรงกระบอกสองอันใน	81
ช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปวงกลม	
8.3 การจำลองการหมุนเวียนของอากาศในอาคารรูปโดม	87
8.4 การไหลในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน	89
บทที่ 9 บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ	94
9.1 บทสรุป	94
9.2 ปัญหาที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์	96
9.3 ข้อเสนอแนะ	97
รายการอ้างอิง	98
ภาคผนวก	101
ภาคผนวก ก รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ INCF	102
ภาคผนวก ข การคำนวณหาฟลักซ์ความร้อนที่ผนัง	121
ภาคผนวก ค ตัวอย่างไฟล์ข้อมูลนำเข้าและไฟล์ผลลัพธ์	124
ประวัติผู้วิจัย	145

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 7.1a การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของการนำความร้อนสมมูล ที่ทรงกระบอกด้านใน	66
ตารางที่ 7.1b การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของการนำความร้อนสมมูล ที่ทรงกระบอกด้านนอก	66
ตารางที่ 7.2 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของนัสเซลล์ท์นัมเบอร์ที่ผิวของทรงกระบอก	72
ตารางที่ 7.3 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของนัสเซลล์ท์นัมเบอร์ในกรณี 31×31 จุดต่อกับ 31×31 จุดต่อ	75
ตารางที่ 7.4 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของนัสเซลล์ท์นัมเบอร์ในกรณี 61×61 จุดต่อกับ 31×31 จุดต่อ	77
ตารางที่ 8.1 จำนวนเอลิเมนต์และจุดต่อของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหา การพาความร้อนแบบอิสระระหว่างทรงกระบอกสองอันในช่องปิด ที่มีหน้าตัดรูปวงกลม	87
ตารางที่ 8.2 จำนวนเอลิเมนต์และจุดต่อของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหา การไหลในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน	90

สารบัญภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 ความสมดุลของการไหลของมวลผ่านปริมาตรควบคุม	6
รูปที่ 2.2 ความสมดุลของแรงที่กระทำบนชิ้นส่วนของไหล	7
รูปที่ 2.3 อัตราการถ่ายเทความร้อนเข้าสู่ปริมาตรควบคุมของของไหล	10
รูปที่ 2.4 อัตราการทำงานของของไหลที่กระทำบนผิวของปริมาตรควบคุม	10
รูปที่ 2.5 โดเมนของการไหลและเงื่อนไขขอบเขต	15
รูปที่ 4.1 การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ	24
รูปที่ 4.2 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบ 3 จุดต่อที่มีตัวไม่ทราบค่า ณ ตำแหน่งจุดต่อ	25
รูปที่ 4.3 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบ 6 จุดต่อ	27
รูปที่ 4.4 ความดันที่กระทำบนด้านหนึ่งของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบ 6 จุดต่อ	39
รูปที่ 4.5 การถ่ายเทความร้อนเข้าสู่ด้านหนึ่งของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบ 6 จุดต่อ	41
รูปที่ 5.1 พื้นผิวของฟังก์ชันกำลังสองของเวกเตอร์ในสองมิติ	44
รูปที่ 5.2 การเริ่มต้นเดาผลลัพธ์ของระเบียบวิธีการเคลื่อนลงมากที่สุด	45
รูปที่ 5.3 รอยตัดของพื้นผิวของฟังก์ชันกำลังสองของเวกเตอร์กับระนาบในแนวตั้งและจุดต่ำสุดของรอยตัด	45
รูปที่ 5.4 จุดที่ให้ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองของเวกเตอร์ในทิศทางของเวกเตอร์ค่าตกค้าง ($x_{(i)}$)	46
รูปที่ 5.5 การลู่เข้าของผลลัพธ์โดยระเบียบวิธีการเคลื่อนลงมากที่สุด	47
รูปที่ 6.1 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ INCF	52
รูปที่ 7.1 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	59
รูปที่ 7.2 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในกรณีที่มี $Pr=1$ และ $Ra=10^4$	
(a) รูปแบบการไหล	60
(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	60

รูปที่ 7.3	การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ในกรณีที่ $Pr=1$ และ $Ra=10^5$	
	(a) รูปแบบการไหล	61
	(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	61
รูปที่ 7.4	การเปรียบเทียบผลลัพท์ของการไหลที่ระยะกึ่งกลางความสูงของช่องปิด	
	(a) ความเร็วไร้มิติในแนวดิ่ง	62
	(b) อุณหภูมิไร้มิติ	62
รูปที่ 7.5	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาการพาความร้อนแบบอิสระใน ช่องว่างระหว่างทรงกระบอกที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน	63
รูปที่ 7.6	ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิและรูปแบบการไหลของปัญหา การพาความร้อนแบบอิสระในช่องว่างระหว่างทรงกระบอกที่มี จุดศูนย์กลางร่วมกันในกรณีที่ $Pr=0.7$ และ $Ra=3000$	64
รูปที่ 7.7	ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิและรูปแบบการไหลของปัญหา การพาความร้อนแบบอิสระในช่องว่างระหว่างทรงกระบอกที่มี จุดศูนย์กลางร่วมกันในกรณีที่ $Pr=0.7$ และ $Ra=10000$	65
รูปที่ 7.8	การเปรียบเทียบการนำความร้อนสมมูลที่ผิวของทรงกระบอก	
	(a) ทรงกระบอกด้านใน	66
	(b) ทรงกระบอกด้านนอก	67
รูปที่ 7.9	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาการพาความร้อนแบบบังคับ จากทรงกระบอกร้อน	68
รูปที่ 7.10	รูปแบบการไหลของปัญหาการพาความร้อนแบบบังคับจากทรงกระบอกร้อน	
	(a) $Re^{0.45} = 3$	69
	(b) $Re^{0.45} = 4$	69
	(c) $Re^{0.45} = 5$	70
รูปที่ 7.11	ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิจากปัญหาการพาความร้อนแบบ บังคับจากทรงกระบอกร้อนในกรณีที่ $Re^{0.45} = 5$	70
รูปที่ 7.12	ค่าสัมประสิทธิ์ถ่ายเทที่ตำแหน่งต่าง ๆ บนผิวของทรงกระบอก ในกรณีที่ $Re^{0.45} = 5$	71

	หน้า
รูปที่ 7.13 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาการพาความร้อนแบบอิสระ ในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจากด้านล่าง	72
รูปที่ 7.14 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจากด้านล่าง ในกรณีที่มี $Ra = 10000$ โดยมีเงื่อนไขขอบเขตแบบกำหนดอุณหภูมิ	
(a) รูปแบบการไหล	73
(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	73
รูปที่ 7.15 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจากด้านล่าง ในกรณีที่มี $Ra = 10000$ โดยมีเงื่อนไขขอบเขตแบบกำหนดฟลักซ์ความร้อน	
(a) รูปแบบการไหล	74
(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	74
รูปที่ 7.16 คำนวณเซลล์ที่มีเบอร์ที่ตำแหน่งต่าง ๆ บนผนังทางด้านซ้ายของช่องปิด	
(a) กำหนดอุณหภูมิ	76
(b) กำหนดฟลักซ์ความร้อน	76
รูปที่ 8.1 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาการไหลในช่องทางการไหลที่มี ทรงกระบอกสี่เหลี่ยมมุมฉากสูงยึดติดอยู่ภายใน	79
รูปที่ 8.2 การไหลในช่องทางการไหลที่มีทรงกระบอกสี่เหลี่ยมมุมฉากสูงยึดติดอยู่ภายใน	
(a) รูปแบบการไหล	80
(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	80
(c) ลักษณะการกระจายของความดัน	80
รูปที่ 8.3 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิสำหรับกรณีที่เงื่อนไขขอบเขตที่ ผนังด้านบนและด้านล่างถูกหุ้มด้วยฉนวนความร้อน	81
รูปที่ 8.4 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิสำหรับกรณีที่เงื่อนไขขอบเขตที่ ผนังด้านบนถูกหุ้มด้วยฉนวนความร้อนแต่ผนังด้านล่างมีอุณหภูมิ 40 องศาเซลเซียส	81
รูปที่ 8.5 รูปแบบของปัญหาการพาความร้อนแบบอิสระระหว่างทรงกระบอก สองอันในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปวงกลม	82

รูปที่ 8.6	การพาความร้อนแบบอิสระระหว่างทรงกระบอกสองอันในช่องปิดที่มีหน้าตัด รูปวงกลมในกรณีที่ระนาบของทรงกระบอกทำมุม 0 องศากับแกน x	
	(a) รูปแบบการไหล	83
	(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	83
รูปที่ 8.7	การพาความร้อนแบบอิสระระหว่างทรงกระบอกสองอันในช่องปิดที่มีหน้าตัด รูปวงกลมในกรณีที่ระนาบของทรงกระบอกทำมุม 30 องศากับแกน x	
	(a) รูปแบบการไหล	84
	(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	84
รูปที่ 8.8	การพาความร้อนแบบอิสระระหว่างทรงกระบอกสองอันในช่องปิดที่มีหน้าตัด รูปวงกลมในกรณีที่ระนาบของทรงกระบอกทำมุม 60 องศากับแกน x	
	(a) รูปแบบการไหล	85
	(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	85
รูปที่ 8.9	การพาความร้อนแบบอิสระระหว่างทรงกระบอกสองอันในช่องปิดที่มีหน้าตัด รูปวงกลมในกรณีที่ระนาบของทรงกระบอกทำมุม 90 องศากับแกน x	
	(a) รูปแบบการไหล	86
	(b) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ	86
รูปที่ 8.10	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาการหมุนเวียนของอากาศใน อาคารรูปโดม	88
รูปที่ 8.11	ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในกรณีที่ อากาศเย็นถูกเป่าเข้าด้วยความเร็วต่ำ	88
รูปที่ 8.12	ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในกรณีที่ อากาศเย็นถูกเป่าเข้าด้วยความเร็วสูง	89
รูปที่ 8.13	รูปแบบของปัญหาการไหลในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน	90
รูปที่ 8.14	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์การไหลใน อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน	90

รูปที่ 8.15	ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิของปัญหาการไหลในอุปกรณ์ แลกเปลี่ยนความร้อน	
(a)	อัตราส่วน $1/d = 0.0$	91
(b)	อัตราส่วน $1/d = 0.1$	91
(c)	อัตราส่วน $1/d = 0.2$	91
(d)	อัตราส่วน $1/d = 0.3$	92
(e)	อัตราส่วน $1/d = 0.4$	92
(f)	อัตราส่วน $1/d = 0.5$	92
รูปที่ 8.16	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิที่เพิ่มขึ้นกับอัตราส่วน $1/d$	93
รูปที่ ข.1	เอลิเมนต์ที่มีด้านอยู่บนขอบเขตที่เป็นผนัง	121

คำอธิบายสัญลักษณ์

\vec{a}	เวกเตอร์ของความเร่ง
a_x	ความเร่งในแนวแกน x
a_y	ความเร่งในแนวแกน y
c	ความร้อนจำเพาะเมื่อปริมาตรคงที่
c_p	ความร้อนจำเพาะเมื่อความดันคงที่
d	ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอก
e	พลังงานภายในต่อหนึ่งหน่วยมวล
e_0	พลังงานภายในต่อหนึ่งหน่วยมวลที่อุณหภูมิเฉลี่ย
\vec{f}	เวกเตอร์ของแรงวัตถุต่อหนึ่งหน่วยมวล
f_x	แรงวัตถุต่อหนึ่งหน่วยมวลในแนวแกน x
f_y	แรงวัตถุต่อหนึ่งหน่วยมวลในแนวแกน y
g	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
h	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน
\hat{i}	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวแกน x
\hat{j}	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวแกน y
k	สัมประสิทธิ์การนำความร้อน
k_{eq}	สัมประสิทธิ์การนำความร้อนสมมูล
l	ความยาวเฉพาะ
m	มวลของวัตถุ
p	ความดันรวม
q	ความร้อนที่ผลิตได้เองต่อหนึ่งหน่วยมวล
q_s	ฟลักซ์ความร้อนที่ถ่ายเทเข้าสู่โตเมนของการไหลผ่านผนัง
q_x	อัตราการถ่ายเทความร้อนในแนวแกน x
q_y	อัตราการถ่ายเทความร้อนในแนวแกน y
\vec{r}	เวกเตอร์แสดงตำแหน่ง
r_i	รัศมีของทรงกระบอกด้านใน
r_o	รัศมีของทรงกระบอกด้านนอก

s	ระยะเยื้องศูนย์
t	เวลา
u	ความเร็วในแนวแกน x
v	ความเร็วในแนวแกน y
x	ระยะในแนวแกน x
y	ระยะในแนวแกน y
A	พื้นที่ของเอลิเมนต์
$[A]$	เมตริกซ์คงที่ของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ อันดับสอง
$[B]$	เมตริกซ์คงที่เชิงอนุพันธ์ x
$[C]$	เมตริกซ์คงที่เชิงอนุพันธ์ y
C_α	เวกเตอร์เมตริกซ์ของแรงวัตถุ
D	ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของช่องปิดที่หน้าตัดรูปวงกลม
D_α	เวกเตอร์เมตริกซ์ของแรงลอยตัว
E_i	พลังงานรวมของปริมาตรควบคุม
\bar{F}	เวกเตอร์ของแรงกระทำบนวัตถุ
F_x	แรงกระทำบนวัตถุในแนวแกน x
F_y	แรงกระทำบนวัตถุในแนวแกน y
$[H]$	เมตริกซ์ของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์อันดับหนึ่ง
H_i	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์อันดับหนึ่ง
$H_{\alpha\beta^x}$	เมตริกซ์คงที่เชิงแรงในแนวแกน x
$H_{\alpha\beta^y}$	เมตริกซ์คงที่เชิงแรงในแนวแกน y
$K_{\alpha\beta}$	เมตริกซ์คงที่ของการลอยตัว
$K_{\alpha\beta^x}$	เมตริกซ์แรงเฉื่อยในแนวแกน x
$K_{\alpha\beta^y}$	เมตริกซ์แรงเฉื่อยในแนวแกน y
L_i	ฟังก์ชันพิกัดของพื้นที่
$M_{\alpha\beta^{xx}}, M_{\alpha\beta^{yy}}$	เมตริกซ์คงที่เชิงความร้อน
$[N]$	เมตริกซ์ของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์อันดับสอง
N_i	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์อันดับสอง

Nu	นัสเซิลท์นัมเบอร์
P_x	แรงที่กระทำบนขอบเขตในแนวแกน x
P_y	แรงที่กระทำบนขอบเขตในแนวแกน y
Pr	พริ้นด์เทิลนัมเบอร์
Q	ความร้อนที่ถ่ายเทเข้าสู่ปริมาตรควบคุม
$Q_{\alpha'}$	เวกเตอร์เมตริกซ์ของแรงในแนวแกน x
$Q_{\alpha''}$	เวกเตอร์เมตริกซ์ของแรงในแนวแกน y
$Q_{\alpha'}$	เวกเตอร์เมตริกซ์ของการถ่ายเทความร้อน
$\{R\}$	เมตริกซ์ของฟังก์ชันพิคัดของพื้นที่อันดับสอง
Ra	เรย์เลห์นัมเบอร์
Re	เรย์โนลด์นัมเบอร์
$S_{\alpha\beta'x}, S_{\alpha\beta'y}$	เมตริกซ์คงที่ของผลรวมเชิงความหนืด
$S_{\alpha\beta'x}, S_{\alpha\beta'y}$	เมตริกซ์คงที่เชิงความหนืด
T	อุณหภูมิ
T_0	อุณหภูมิเฉลี่ย
T_i	อุณหภูมิที่ทางเข้า
T_m	ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิสูงสุดและต่ำสุด
\bar{V}	เวกเตอร์ของความเร็ว
W	งานที่สิ่งแวดล้อมกระทำบนผิวของปริมาตรควบคุม
α	การแพร่กระจายเชิงความร้อน
β	สัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อน
δ_{ij}	Kronecker delta
ϵ	ผลรวมของพลังงานภายในและพลังงานจลน์ต่อหนึ่งหน่วยมวล
λ	Second viscosity coefficient
μ	ความหนืดพลศาสตร์
ν	ความหนืดจลนศาสตร์
θ	การจัดเชิงมุม
ρ	ความหนาแน่น
σ_x	ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน x

σ_y	ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน y
τ_{xy}	ความเค้นเฉือนในแนวแกน y บนระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x
τ_{yx}	ความเค้นเฉือนในแนวแกน x บนระนาบที่ตั้งฉากกับแกน y
ΔT	ผลต่างของอุณหภูมิสูงสุดและต่ำสุด
Φ	ฟังก์ชันการกระจายความหนืด



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย