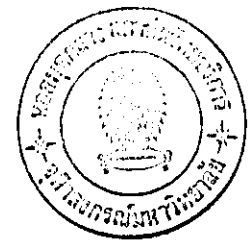

บทที่ 9

บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ

9.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงวิธีการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการแก้ปัญหาการไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัวในสองมิติ โดยเริ่มจากการกล่าวถึงความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์ในบทที่ 1 ซึ่งชี้ให้เห็นถึงความจำเป็นในการหาผลลัพธ์เชิงตัวเลขเพื่อนำมาใช้ในการออกแบบ การพัฒนาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ขึ้นมาใช้ในการหาผลลัพธ์เชิงตัวเลข การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาต่าง ๆ จนกระทั่งนำมาใช้กับปัญหาเกี่ยวกับการไหล ซึ่งยังอยู่ในระดับของการวิจัยและพัฒนาเท่านั้น เนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาดังกล่าวประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยหลายสมการที่มีความสัมพันธ์กัน และก่อให้เกิดระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้นขึ้นมา ทำให้การหาผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำสูงกระทำได้ไม่ง่ายนัก

เพื่อให้เข้าใจความหมายทางกายภาพของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาการไหลในสองมิติอย่างชัดเจน ในบทที่ 2 จึงแสดงขั้นตอนการประดิษฐ์ระบบสมการดังกล่าวอย่างละเอียด ซึ่งประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ทั้งหมด 4 สมการ ได้แก่ สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน x และ y และสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน รวมทั้งเงื่อนไขขอบเขตที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ดังกล่าวอีกด้วย เนื่องจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ประดิษฐ์ขึ้นนี้มีความซับซ้อนมาก ดังนั้นในบทที่ 3 จึงได้กล่าวถึงสมมุติฐานต่าง ๆที่ใช้ในการวิเคราะห์การไหลในวิทยานิพนธ์นี้ ซึ่งทำให้ระบบสมการที่ประดิษฐ์ขึ้นมีความซับซ้อนน้อยลงแต่ในขณะเดียวกันยังสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์การไหลได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังรวมผลของแรงลอยตัวอันเนื่องมาจากความแตกต่างของอุณหภูมิเข้าไปในสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัมอีกด้วย เพื่อให้ระบบสมการที่ประดิษฐ์ขึ้นนี้นำไปใช้กับปัญหาการพาความร้อนได้

หลังจากได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่จะนำมาใช้วิเคราะห์การไหลดังแสดงในบทที่ 3 แล้ว ในบทที่ 4 จึงกล่าวถึงขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้วดำเนินการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากระบบสมการดังกล่าวด้วยวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง เนื่องจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเป็นระบบสมการไม่เชิงเส้น ดังนั้นสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้มาจึงเป็นระบบสมการไม่เชิงเส้นด้วย จึงต้องนำระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสันมาประยุกต์ใช้

ในการหาผลลัพธ์ด้วย นอกจากนี้ยังแสดงวิธีการประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกันได้โดยตรงไว้ที่ท้ายบทอีกด้วย

การนำระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสันมาประยุกต์ใช้ในการหาผลลัพธ์ในบทที่ 4 ก่อให้เกิดระบบสมการเชิงเส้นขึ้นมา ซึ่งโดยปกติแล้วจะใช้ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ แต่เสียเวลาในการหาผลลัพธ์ค่อนข้างมาก ดังนั้นในบทที่ 5 จึงนำเสนอระเบียบวิธีที่ใช้เวลาในการหาผลลัพธ์น้อยกว่าระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ขึ้นมา ซึ่งก็คือระเบียบวิธีการเคลื่อนลงในทิศทางสังยุคที่สร้างจากความลาดชัน โดยเริ่มจากการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองของเวคเตอร์ การหาผลลัพธ์ด้วยระเบียบวิธีการเคลื่อนลงมากที่สุดและระเบียบวิธีการเคลื่อนลงในทิศทางสังยุค ซึ่งเป็นรากฐานของระเบียบวิธีการเคลื่อนลงในทิศทางสังยุคที่สร้างจากความลาดชัน

หลังจากที่ได้ประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ดังแสดงในบทที่ 4 และเรียนรู้ระเบียบวิธีการเคลื่อนลงในทิศทางสังยุคที่สร้างจากความลาดชันในบทที่ 5 แล้ว โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกันที่สามารถทำการคำนวณบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลจึงถูกประดิษฐ์ขึ้น ดังมีรายละเอียดในบทที่ 6 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้นนี้มีชื่อว่า INCF ได้รับการดัดแปลงให้ใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์น้อยลงกว่าปกติ ซึ่งจะทำให้แก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ได้สะดวกมากขึ้น

ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้นในบทที่ 6 ได้รับการตรวจสอบความถูกต้องในบทที่ 7 โดยนำผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ของบทความที่ได้รับการตีพิมพ์ในวารสารทางวิชาการระดับนานาชาติ (International journal) ปัญหาที่นำมาใช้ในการตรวจสอบได้แก่ การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส การพาความร้อนแบบอิสระในช่องว่างระหว่างทรงกระบอกที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน การพาความร้อนแบบบังคับจากทรงกระบอกร้อน และการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจากด้านล่าง หลังจากมีความมั่นใจในความถูกต้องของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นแล้ว จึงนำไปวิเคราะห์ปัญหาต่าง ๆที่มีความซับซ้อนมากขึ้นดังแสดงในบทที่ 8 เพื่อแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในทางปฏิบัติ ตัวอย่างของปัญหาที่ถูกวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ได้แก่ การไหลในช่องทางการไหลที่มีทรงกระบอกสี่เหลี่ยมอุณหภูมิสูงยึดติดอยู่ภายใน การพาความร้อนแบบอิสระระหว่างทรงกระบอกสองอันในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปวงกลม การจำลองการหมุนเวียนของอากาศในอาคารรูปโดม และการไหลในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน

9.2 ปัญหาที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์

1. ปัญหาในการสร้างไฟล์ข้อมูลนำเข้า

ในระยะเริ่มแรกของการทำวิทยานิพนธ์ผู้วิจัยไม่สามารถสร้างไฟล์ข้อมูลนำเข้าของแบบจำลองขนาดใหญ่ได้ เนื่องจากโปรแกรม NASTRAN ซึ่งเป็นโปรแกรมกราฟฟิคที่ผู้วิจัยใช้ในการสร้างแบบจำลองไม่สามารถสร้างข้อมูลที่สอดคล้องกับความต้องการของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นได้ ผู้วิจัยได้ใช้เวลานานพอสมควรในการศึกษารูปแบบของข้อมูลที่ได้จากโปรแกรม NASTRAN เพื่อประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์อีกโปรแกรมหนึ่งมาช่วยในการสร้างไฟล์ข้อมูลนำเข้าให้สะดวกมากขึ้น

2. ปัญหาในการหาผลลัพธ์ของระบบสมการเชิงเส้น

ในครั้งแรกที่ทำการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้นมานั้นใช้ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น ซึ่งเสียเวลาในการหาผลลัพธ์ค่อนข้างมากและไม่สะดวกในการแก้ปัญหาในทางปฏิบัติ ผู้วิจัยจึงต้องทำการศึกษาระเบียบวิธีการเคลื่อนลงในทิศทางสังยุคที่สร้างจากความลาดชัน และโปรแกรมย่อยในเอกสารอ้างอิงหมายเลข 20 รวมทั้งดัดแปลงโปรแกรมย่อยเกือบทั้งหมดที่ได้ประดิษฐ์ขึ้น เพื่อเปลี่ยนแปลงวิธีการในการหาผลลัพธ์ของระบบสมการเชิงเส้นให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

3. ปัญหาในการคำนวณไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์

เนื่องจากสมการไฟไนต์เอลิเมนต์อยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้น ทำให้ต้องประยุกต์ระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสันในการหาผลลัพธ์ด้วย ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์จึงมีความซับซ้อนการประดิษฐ์โปรแกรมย่อยเพื่อคำนวณไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์เหล่านี้ จำเป็นต้องกระทำอย่างเป็นขั้นเป็นตอน และมีความระมัดระวังมากเป็นพิเศษ เนื่องจากการหาข้อผิดพลาดในตัวโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในแต่ละจุดนั้นเสียเวลาค่อนข้างมาก

4. ปัญหาในการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้น

เนื่องจากปัญหาที่ทำการวิจัยในวิทยานิพนธ์นี้เป็นปัญหาแบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ที่ผลลัพธ์อาจจะไม่ลู่เข้าก็ได้ จากประสบการณ์ที่ได้รับในขณะทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้พบว่า การที่ผลลัพธ์ไม่ลู่เข้านั้นเกิดจากการใช้จำนวนเอลิเมนต์ที่น้อยเกินไป ซึ่งไม่เพียงพอที่จะแสดงรูปแบบการไหลที่ซับซ้อนได้ วิธีการแก้ไขปัญหาดังกล่าวสามารถกระทำได้โดยเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้ให้มากขึ้น แต่การเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ให้มากขึ้นจำเป็นต้องใช้ปริมาณหน่วยความ

จำของคอมพิวเตอร์ที่มากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งในทางปฏิบัติหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์มีจำกัด และอาจจะไม่เพียงพอในการแก้ปัญหา แต่อย่างไรก็ตามเครื่องคอมพิวเตอร์ในอนาคตย่อมจะมีหน่วยความจำที่มากกว่าในปัจจุบันนี้ ดังนั้นปัญหาดังกล่าวจึงลดลงได้อย่างแน่นอน

ปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นอีกปัญหาหนึ่งก็คือ ความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้ จากตัวอย่างในหัวข้อที่ 7.5 พบว่าการใช้จำนวนเอลิเมนต์น้อย ๆ นั้น แม้ว่าจะสามารถหาผลลัพธ์ออกมาได้ แต่ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูง ซึ่งการแก้ปัญหาดังกล่าวอาจกระทำได้โดยดัดแปลงเงื่อนไขขอบเขตให้มีความต่อเนื่องมากขึ้น หรือใช้เทคนิคการปรับขนาดมาช่วยในการวิเคราะห์การไหลในกรณีที่เงื่อนไขขอบเขตมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว

9.3 ข้อเสนอแนะ

ปัญหาที่สำคัญที่สุดในการวิจัยในวิทยานิพนธ์นี้ก็คือ ปัญหาเกี่ยวกับปริมาณหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ไม่เพียงพอ ซึ่งมีแนวทางในการแก้ปัญหาอยู่ 2 แนวทางด้วยกันคือ

แนวทางแรกในการแก้ปัญหาก็คือ การใช้เทคนิคการปรับขนาด (Adaptive meshing technique) มาช่วยในการวิเคราะห์การไหล ซึ่งวิธีการดังกล่าวจะช่วยปรับขนาดของเอลิเมนต์ในบริเวณที่ผลลัพธ์มีการเปลี่ยนแปลงสูง ๆให้มีขนาดเล็กลง เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น ในขณะเดียวกันก็จะปรับขนาดของเอลิเมนต์ในบริเวณอื่น ๆให้มีขนาดใหญ่ขึ้น เพื่อลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณลง ซึ่งจัดว่าเป็นงานวิจัยในระดับที่สูงขึ้นไปอีกระดับหนึ่ง

อีกแนวทางหนึ่งในการแก้ปัญหาก็คือ การเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ของความเร็วและอุณหภูมิให้มีอันดับเท่ากับฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ของความดัน วิธีการนี้ช่วยลดหน่วยความจำที่ต้องใช้ลงได้ เนื่องจากใช้วิธีการหาผลลัพธ์ของระบบสมการต่างไปจากวิธีการเดิม ซึ่งแนวทางดังกล่าวนี้สามารถดำเนินการวิจัยเป็นงานวิจัยอีกชิ้นหนึ่งได้

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้นมานี้สามารถวิเคราะห์การไหลเฉพาะที่สภาวะอยู่ตัวเท่านั้น แต่ปัญหาการไหลในทางปฏิบัติอาจจะไม่เกิดสภาวะอยู่ตัวขึ้นก็ได้ ดังนั้นงานวิจัยที่สานต่อจากวิทยานิพนธ์นี้ได้ก็คือ การประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาชั่วขณะ (Transient problems) เนื่องจากไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์บางส่วนที่จำเป็นต้องใช้ในงานวิจัยดังกล่าวได้ถูกประดิษฐ์ขึ้นในวิทยานิพนธ์นี้แล้ว