

บทที่ 3

สมมูลภายนอก

บทนี้กล่าวถึงการสร้างระบบสมมูลของระบบไฟฟ้ากำลังเดิมโดยใช้ผลการแบ่งแยกโครงข่าย บัสในพื้นที่ที่ต้องการศึกษาหรือบัสที่เกิดการรบกวนรวมทั้งบัสในบริเวณใกล้เคียงจะถูกใช้ในการกำหนดส่วนของระบบที่จำเป็นต้องใช้ในการวิเคราะห์ ส่วนของระบบดังกล่าวจะเรียกว่าโครงข่ายภายใน (internal network) โครงข่ายภายในนี้จะถูกคงรูปเดิมไว้ แต่ส่วนที่เหลือของระบบซึ่งเรียกว่าโครงข่ายภายนอก (external network) จะถูกแทนด้วยสมมูลภายนอกซึ่งสร้างขึ้นโดยใช้ผลการแบ่งแยกโครงข่ายและผลการวิเคราะห์โหลดโพลีในกรณีฐาน เมื่อนำโครงข่ายภายในมารวมกับสมมูลภายนอกจะได้ระบบสมมูลที่มีขนาดเล็กกว่าระบบเดิม แต่มีจุดทำงานเริ่มต้นและพฤติกรรมแบบสถิตรอบ ๆ จุดทำงานเริ่มต้นที่ใกล้เคียงกับระบบเดิม

3.1 การกำหนดโครงข่ายภายในและโครงข่ายภายนอก

หลังจากทำการแบ่งแยกโครงข่ายทั้งหมดออกเป็นกลุ่ม ๆ แล้ว ก็แบ่งโครงข่ายของระบบออกเป็นโครงข่ายภายในและโครงข่ายภายนอก โดยโครงข่ายภายในคือส่วนของโครงข่ายที่เราสนใจจะวิเคราะห์อย่างละเอียด และโครงข่ายภายนอกเป็นส่วนที่จะถูกแทนด้วยสมมูลภายนอก

ให้ Ω_{cut} เป็นเซตของบัสที่เราสนใจ หรือเป็นเซตของบัสที่เกิดเหตุการณ์ขัดข้อง เช่น บัสที่มีขนาดแรงดันต่ำเกินไปหรือสูงเกินไป บัสที่เป็นขั้วของสายส่งที่หลุดออกไป เป็นต้น เราจะถือว่าทุกบัสในกลุ่ม C อยู่ในโครงข่ายภายใน ถ้าเข้าเงื่อนไขต่อไปนี้

- 1) มีบัสใน Ω_{cut} อยู่ในกลุ่ม C
- 2) มีบัสในกลุ่ม C ที่เชื่อมต่อโดยตรงกับบัสใน Ω_{cut}
- 3) มีบัสในกลุ่ม C เชื่อมต่อกับบัสที่เชื่อมต่อโดยตรงกับบัสใน Ω_{cut}

เงื่อนไขข้างต้นทำให้บัสใน Ω_{cut} ไม่อยู่ใกล้ขอบเขตระหว่างโครงข่ายภายใน และโครงข่ายภายนอกจนเกินไป

โครงข่ายภายนอกจะประกอบไปด้วยกลุ่มของบัสที่ไม่ได้อยู่ในโครงข่ายภายใน และจะถูกแทนด้วยสมมูลภายนอกที่เหมาะสมต่อไป เมื่อนำสมมูลภายนอกที่หาได้ไปรวมกับโครงข่ายภายในจะได้ระบบสมมูลที่มีจำนวนบัสน้อยลง ซึ่งจะถูกนำไปใช้ในการวิเคราะห์แทนระบบเดิม

3.2 การสร้างสมมูลภายนอก

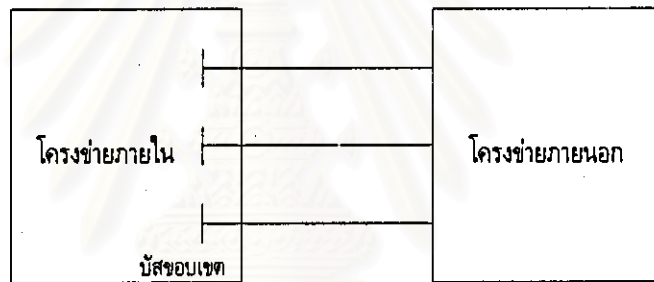
สมมูลภายนอก คือโครงข่ายสมมูลของโครงข่ายภายนอก คุณสมบัติของสมมูลภายนอกที่สำคัญคือควรมีจำนวนบัสน้อย ในขณะที่ยังคงสามารถแสดงพฤติกรรมของโครงข่ายภายนอกรอบ ๆ จุดทำงานเดิมได้ดีด้วย ทำให้สามารถคำนวณแรงดันของบัสในโครงข่ายภายใน การไหลของกำลังไฟฟ้ารวมทั้งกำลังสูญเสีย

ในกิ่งของโครงข่ายภายในรอบ ๆ จุดทำงานเริ่มต้นได้ใกล้เคียงกับการคำนวณจากระบบเต็ม นอกจากนี้ยังอาจมีคุณสมบัติเพิ่มเติมอื่น ๆ อีก เช่น สามารถปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ในสมมูลภายนอกได้เพื่อแทนการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ในโครงข่ายภายนอก ทำให้สามารถใช้งานได้ในช่วงที่กว้างขึ้น หรือสามารถประมาณกำลังสูญเสียในโครงข่ายภายนอกได้ เป็นต้น

ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้สมมูลภายนอกแบบ Extended Ward และ REI เพราะทำให้สามารถใช้โปรแกรมวิเคราะห์โพลีไฟลท์ทั่วไปในการทดสอบได้

3.2.1 สมมูลภายนอกแบบ Extended Ward

หลังจากกำหนดโครงข่ายภายในและโครงข่ายภายนอกได้แล้ว จะสามารถแสดงโครงข่ายทั้งหมดได้ด้วยรูปที่ 3.1 โดยบัสขอบเขต (boundary bus) เป็นบัสในโครงข่ายภายในที่เชื่อมต่อโดยตรงกับบัสในโครงข่ายภายนอก



รูปที่ 3.1 โครงข่ายภายใน โครงข่ายภายนอก และบัสขอบเขต

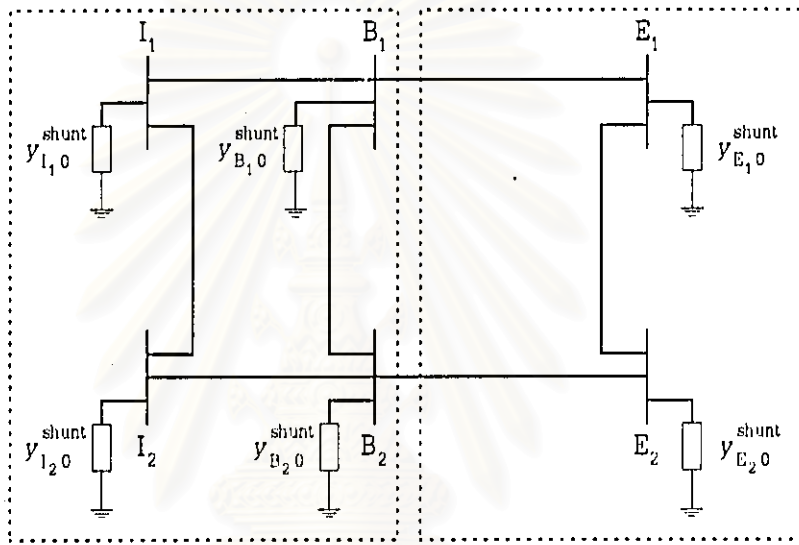
เราสามารถเขียนสมการโหนดแอดมิตแทนซ์เมทริกซ์ (nodal admittance matrix equation) เมื่อกำหนดจุดทำงานเริ่มต้น ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} Y_{EE} & Y_{EB} & 0 \\ Y_{BE} & Y_{BB}^E + Y_{BB}^I & Y_{BI} \\ 0 & Y_{IB} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_E \\ E_B \\ E_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_E \\ I_B \\ I_I \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

โดยตัวห้อยกับตัวยก I, B และ E แสดงว่าแอดมิตแทนซ์นั้นอยู่ในตำแหน่งที่เกี่ยวข้องกับโครงข่ายภายใน บัสขอบเขต และโครงข่ายภายนอกตามลำดับ

จากสมการ (3.1) จะเห็นว่าเมทริกซ์ย่อยที่อยู่ในตำแหน่งซึ่งทั้งแนวตั้งและแถวสอดคล้องกับบัสขอบเขต นั่นคือมีตัวห้อยเป็น BB จะถูกแยกออกเป็นสองส่วน ได้แก่ Y_{BB}^E และ Y_{BB}^I โดย Y_{BB}^E ประกอบไปด้วยแอดมิตแทนซ์ที่เกี่ยวข้องกับทั้งบัสขอบเขตและบัสในโครงข่ายภายนอก ได้แก่ ส่วนที่มาจากแอดมิตแทนซ์

อนุกรมและตัวอัดประจุสายส่ง (line charging) ของสายส่งซึ่งเชื่อมบัสขอบเขตกับบัสในโครงข่ายภายนอก ส่วน Y_{BB}^l ประกอบไปด้วยแอดมิตแทนซ์ที่เกี่ยวข้องกับบัสขอบเขตเท่านั้นหรือเกี่ยวข้องกับทั้งบัสขอบเขตและบัสในโครงข่ายภายใน ได้แก่ ส่วนที่มาจากแอดมิตแทนซ์อนุกรมและตัวอัดประจุสายส่งของสายส่งที่เชื่อมระหว่างบัสขอบเขตกับบัสขอบเขต ส่วนที่มาจากตัวต่อขนานอื่นซึ่งไม่ใช่ตัวอัดประจุสายส่งที่บัสขอบเขต ส่วนที่มาจากแอดมิตแทนซ์อนุกรมและตัวอัดประจุสายส่งของสายส่งที่เชื่อมระหว่างบัสขอบเขตกับบัสในโครงข่ายภายใน ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสร้างเมทริกซ์ของแอดมิตแทนซ์ตามสมการ (3.1) โดยใช้ระบบในรูปที่ 3.2



โครงข่ายภายใน

โครงข่ายภายนอก

สำหรับสายส่งที่เชื่อมบัส i กับบัส j ให้แอดมิตแทนซ์อนุกรม = y_{ij}^{series}
 และตัวอัดประจุสายส่งรวม = y_{ij}^{shunt}

รูปที่ 3.2 ระบบตัวอย่าง

จากระบบในรูปที่ 3.2 จะหาแอดมิตแทนซ์ตามสมการ (3.1) ได้ดังนี้

$$\mathbf{Y}_{EE} = \begin{bmatrix} y_{B_1E_1}^{series} + y_{E_1E_2}^{series} + \frac{1}{2} y_{B_1E_1}^{shunt} + \frac{1}{2} y_{E_1E_2}^{shunt} + y_{E_1,0}^{shunt} & -y_{E_1E_2}^{series} \\ -y_{E_1E_2}^{series} & y_{B_2E_2}^{series} + y_{E_1E_2}^{series} + \frac{1}{2} y_{B_2E_2}^{shunt} + \frac{1}{2} y_{E_1E_2}^{shunt} + y_{E_2,0}^{shunt} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{EB} = \begin{bmatrix} -y_{B_1E_1}^{series} & 0 \\ 0 & -y_{B_2E_2}^{series} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{BB}^E = \begin{bmatrix} y_{B_1E_1}^{series} + \frac{1}{2} y_{B_1E_1}^{shunt} & 0 \\ 0 & y_{B_2E_2}^{series} + \frac{1}{2} y_{B_2E_2}^{shunt} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}_{BB}^I &= \begin{bmatrix} y_{B_1 B_2}^{\text{series}} + y_{I_1 B_1}^{\text{series}} + \frac{1}{2} y_{B_2 B_2}^{\text{shunt}} + \frac{1}{2} y_{I_1 B_1}^{\text{shunt}} + y_{B_1 0}^{\text{shunt}} & -y_{B_1 B_2}^{\text{series}} \\ -y_{B_1 B_2}^{\text{series}} & y_{B_1 B_2}^{\text{series}} + y_{I_2 B_2}^{\text{series}} + \frac{1}{2} y_{B_1 B_2}^{\text{shunt}} + \frac{1}{2} y_{I_2 B_2}^{\text{shunt}} + y_{B_2 0}^{\text{shunt}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{Y}_{BI} &= \begin{bmatrix} -y_{I_1 B_1}^{\text{series}} & 0 \\ 0 & -y_{I_2 B_2}^{\text{series}} \end{bmatrix} & \mathbf{Y}_{IB} &= \begin{bmatrix} -y_{I_1 B_1}^{\text{series}} & 0 \\ 0 & -y_{I_2 B_2}^{\text{series}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{Y}_{II} &= \begin{bmatrix} y_{I_1 I_2}^{\text{series}} + y_{I_1 B_1}^{\text{series}} + \frac{1}{2} y_{I_1 I_2}^{\text{shunt}} + \frac{1}{2} y_{I_1 B_1}^{\text{shunt}} + y_{I_1 0}^{\text{shunt}} & -y_{I_1 I_2}^{\text{series}} \\ -y_{I_1 I_2}^{\text{series}} & y_{I_1 I_2}^{\text{series}} + y_{I_2 B_2}^{\text{series}} + \frac{1}{2} y_{I_1 I_2}^{\text{shunt}} + \frac{1}{2} y_{I_2 B_2}^{\text{shunt}} + y_{I_2 0}^{\text{shunt}} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

ในขั้นต้นจะสร้างสมมูลภายนอกแบบ Ward [9, 10 และ 11] โดยกำจัดบัสในโครงข่ายภายนอกตามสมการ (3.1) ด้วยวิธีการกำจัดของเกาส์ซึ่งได้ผลดังนี้

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{BB}^W + \mathbf{Y}_{BB}^I & \mathbf{Y}_{BI} \\ \mathbf{Y}_{IB} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_B \\ \mathbf{E}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_B^W \\ \mathbf{I}_I \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

โดย $\mathbf{Y}_{BB}^W = \mathbf{Y}_{BB}^E - \mathbf{Y}_{BE} \mathbf{Y}_{EE}^{-1} \mathbf{Y}_{EB}$ และ $\mathbf{I}_B^W = \mathbf{I}_B - \mathbf{Y}_{BE} \mathbf{Y}_{EE}^{-1} \mathbf{I}_E$

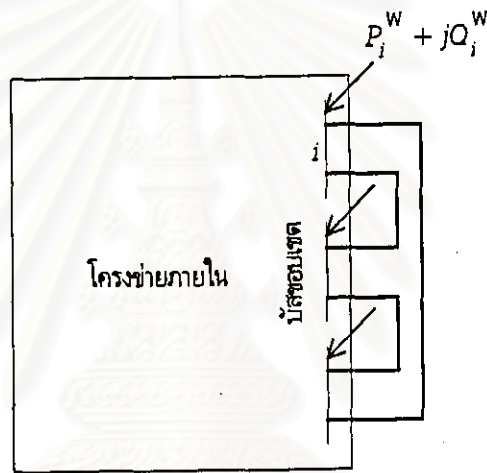
จะสังเกตได้จากสมการ (3.2) ว่าเฉพาะ \mathbf{Y}_{EE}^E , \mathbf{Y}_{EB}^E และ \mathbf{Y}_{BE}^E จะถูกยุบไป ในขณะที่ \mathbf{Y}_{BB}^E เปลี่ยนไปเป็น \mathbf{Y}_{BB}^W ซึ่งแทนสมมูลภายนอกแบบ Ward นั้นเอง แต่ \mathbf{Y}_{BI}^I เหมือนเดิม ส่วน \mathbf{I}_B^W เป็นกระแสสมมูลที่ฉีดเข้าบัสขอบเขตซึ่งสามารถแปลงกลับไปเป็นกำลังสมมูลที่ฉีดเข้าบัสขอบเขตได้ถ้าทราบแรงดันที่บัสขอบเขต ณ จุดทำงานเริ่มต้น นอกจากนั้นยังมีสิ่งที่จะต้องปรับปรุงในการกำจัดของเกาส์ข้างต้น นั่นคือการรวมตัวต่อขนานของโครงข่ายภายนอกไว้ในเมทริกซ์ของแอดมิตแทนซ์ เพราะหลังจากกำจัดบัสในโครงข่ายภายนอก จะเกิดตัวต่อขนานสมมูลจากโครงข่ายภายนอกที่บัสขอบเขต กำลังในตัวต่อขนานสมมูลนี้จะขึ้นกับขนาดแรงดันที่บัสขอบเขตอย่างมาก แต่ในทางปฏิบัติขนาดแรงดันที่บัสขอบเขตมีผลต่อกำลังในตัวต่อขนานของโครงข่ายภายนอกเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ดังนั้นขณะที่ทำการกำจัดของเกาส์ จะไม่รวมตัวต่อขนานของโครงข่ายภายนอกไว้ในเมทริกซ์ของแอดมิตแทนซ์ ส่วนกำลังในตัวต่อขนานเหล่านี้สามารถชดเชยได้ด้วยการปรับขอบเขต (boundary matching) ของกำลังที่ฉีดเข้าบัสขอบเขตจากโครงข่ายภายนอก ณ จุดทำงานเริ่มต้น

จากตัวอย่างการสร้างเมทริกซ์ของแอดมิตแทนซ์สำหรับระบบในรูปที่ 3.2 หากไม่รวมตัวต่อขนานทั้งหมดในโครงข่ายภายนอกจะหา \mathbf{Y}_{EE}^E , \mathbf{Y}_{EB}^E , \mathbf{Y}_{BE}^E และ \mathbf{Y}_{BB}^E ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}_{EE}^E &= \begin{bmatrix} y_{B_1 E_1}^{\text{series}} + y_{E_1 E_2}^{\text{series}} & -y_{E_1 E_2}^{\text{series}} \\ -y_{E_1 E_2}^{\text{series}} & y_{B_2 E_2}^{\text{series}} + y_{E_1 E_2}^{\text{series}} \end{bmatrix} & \mathbf{Y}_{EB}^E &= \begin{bmatrix} -y_{B_1 E_1}^{\text{series}} & 0 \\ 0 & -y_{B_2 E_2}^{\text{series}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{Y}_{BE}^E &= \begin{bmatrix} -y_{B_1 E_1}^{\text{series}} & 0 \\ 0 & -y_{B_2 E_2}^{\text{series}} \end{bmatrix} & \mathbf{Y}_{BB}^E &= \begin{bmatrix} y_{B_1 E_1}^{\text{series}} & 0 \\ 0 & y_{B_2 E_2}^{\text{series}} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการกำจัดของเกาส์ตามสมการ (3.2) ได้

ในรูปที่ 3.3 แสดงระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward ซึ่งไม่ได้รวมตัวต่อขนานในโครงข่ายภายนอกขณะทำการกำจัดของเกาส์ ซึ่งจะเห็นว่าในสมมูลภายนอกที่ได้จะไม่มิตัวต่อขนานสมมูลปรากฏอยู่ที่บัสขอบเขต นอกจากนั้นโดยปกติเมทริกซ์ Y_{BB}^W ที่ได้จากการกำจัดแบบเกาส์จะมีสมาชิกทุกตัวในเมทริกซ์ไม่เป็นศูนย์ นั่นคือสมมูลภายนอกซึ่งต่อกับบัสขอบเขตดังรูปที่ 3.3 จะเป็นกราฟแบบบริบูรณ์ ทำให้ความเบาบาง (sparsity) ของเมทริกซ์ของแอดมิตแทนซ์ของระบบสมมูลน้อยลง แต่ก็ไม่มากนักเพราะโดยปกติบัสขอบเขตจะมีจำนวนไม่มาก นอกจากนั้นถึงสมมูลบางกึ่งในสมมูลภายนอกยังมีขนาดอิมพีแดนซ์สูงมาก ซึ่งเราอาจละเลยกึ่งสมมูลที่มีขนาดอิมพีแดนซ์สูงเกิน 3 per unit และชดเชยความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการละเลยกึ่งสมมูลเหล่านี้ด้วยการปรับขอบเขตก็จะช่วยให้ความเบาบางของระบบเพิ่มขึ้นได้



รูปที่ 3.3 ระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward

ในทางปฏิบัติเราไม่จำเป็นต้องคำนวณ I_B^W ในสมการ (3.2) แต่จะคำนวณเพียง Y_{BB}^W แล้วจึงคำนวณกำลังสมมูลที่ฉีดเข้าบัสขอบเขตในรูปที่ 3.3 โดยวิธีการปรับขอบเขตของกำลังที่บัสขอบเขต ณ จุดทำงานเริ่มต้น ดังนี้

$$P_i^W - jQ_i^W = E_B^{(0)*} \left[(Y_{BB}^W + Y_{BB}^I) E_B^{(0)} + Y_{BI} E_i^{(0)} \right] \quad (3.3)$$

กำลังสมมูลที่หาได้นี้จะประกอบไปด้วยกำลังที่มาจากระแส ณ จุดทำงานเริ่มต้นที่ฉีดเข้าบัสขอบเขต กำลังสมมูลซึ่งมาจากกระแสที่ฉีดเข้าบัสในโครงข่ายภายนอกซึ่งถูกยุบโดยการกำจัดของเกาส์ และกำลังที่มาจากการชดเชยอื่น ๆ เช่น กำลังชดเชยของตัวต่อขนานในโครงข่ายภายนอกซึ่งไม่นำมารวมในขณะทำการกำจัดของเกาส์ และกำลังชดเชยจากการละเลยกึ่งสมมูลที่มีขนาดอิมพีแดนซ์สูง ๆ เป็นต้น ภายหลังจากการปรับขอบเขต จุดทำงานเริ่มต้นของระบบสมมูลในรูปที่ 3.3 จะตรงกับจุดทำงานเริ่มต้นของระบบเดิม

การกำจัดบัสโหลดและบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอกโดยสมมติให้กระแสที่ฉีดเข้าบัสในโครงข่ายภายนอกมีค่าคงที่ ณ จุดทำงานเริ่มต้น จะใกล้เคียงกับการสมมติให้กำลังปรากฏ (apparent power) ที่ฉีด

เข้าบัสในโครงข่ายภายนอกมีค่าคงที่ ดังนั้นหากไม่มีการเปลี่ยนแปลงของกำลังปรากฏที่บัสโหลดและกำลังแอกทีฟ (active power) ที่ฉีดเข้าบัสแรงดัน สมมูลภายนอกแบบ Ward จะสามารถจำลองผลตอบของกำลังแอกทีฟขนาดเล็กที่มาจากทั้งบัสโหลดและบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอกได้ดี นอกจากนี้ยังสามารถจำลองผลตอบของกำลังรีแอกทีฟ (reactive power) ขนาดเล็กที่มาจากบัสโหลดในโครงข่ายภายนอกได้ดีอีกด้วย แต่จะไม่สามารถจำลองผลตอบของกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กที่มาจากบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอกได้ เพราะกำลังรีแอกทีฟที่ฉีดเข้าบัสแรงดันมีค่าไม่คงที่ ดังนั้นปัญหาที่สำคัญในระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward คือความคลาดเคลื่อนของกำลังรีแอกทีฟที่ไหลจากโครงข่ายภายนอก วิธีหนึ่งที่สามารถแก้ปัญหานี้ได้คือการกำจัดเฉพาะบัสโหลดในโครงข่ายภายนอก แต่ไม่กำจัดบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอก โครงข่ายสมมูลที่ได้จากวิธีนี้เรียกว่าสมมูลภายนอกแบบ Ward-PV [9, 10 และ 11] ถ้าเขียนสมการโหนดแอดมิตแทนซ์เมทริกซ์เช่นเดียวกับสมการ (3.1) ใหม่ โดยแยกส่วนที่เป็นบัสโหลดและบัสแรงดันของโครงข่ายภายนอกจะได้ผลดังนี้

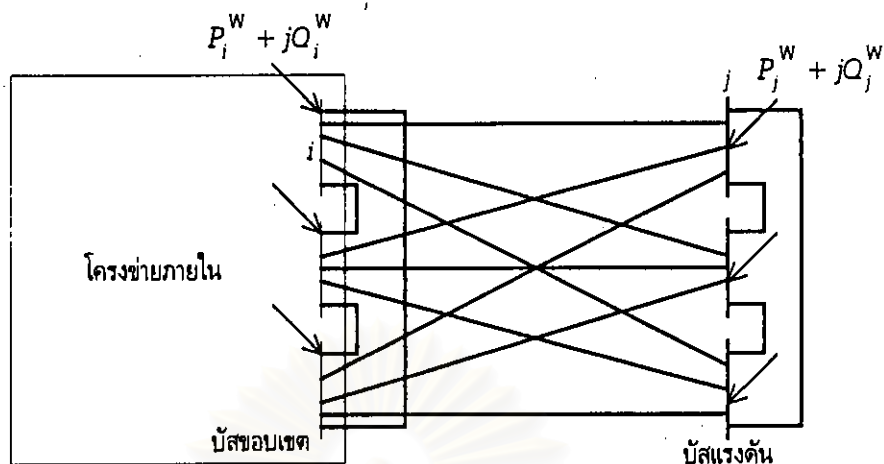
$$\begin{bmatrix} Y_{LL} & Y_{LV} & Y_{LB} & 0 \\ Y_{VL} & Y_{VV} & Y_{VB} & 0 \\ Y_{BL} & Y_{BV} & Y_{BB}^E + Y_{BB}^I & Y_{BI} \\ 0 & 0 & Y_{IB} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_L \\ E_V \\ E_B \\ E_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_L \\ I_V \\ I_B \\ I_I \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

โดยตัวห้อย L และ V แสดงว่าแอดมิตแทนซ์นั้นอยู่ในตำแหน่งที่เกี่ยวข้องกับบัสโหลด และบัสแรงดันตามลำดับในโครงข่ายภายนอก จากนั้นจะกำจัดเฉพาะบัสโหลดในโครงข่ายภายนอกโดยวิธีการกำจัดของเกาส์ซึ่งได้ผลดังนี้

$$\begin{bmatrix} Y_{VV}^{WV} & Y_{VB}^{WV} & 0 \\ Y_{BV}^{WV} & Y_{BB}^{WV} + Y_{BB}^I & Y_{BI} \\ 0 & Y_{IB} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_V \\ E_B \\ E_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_V^{WV} \\ I_B^{WV} \\ I_I \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \text{โดย } Y_{VV}^{WV} &= Y_{VV} - Y_{VL} Y_{LL}^{-1} Y_{LV}, & Y_{VB}^{WV} &= Y_{VB} - Y_{VL} Y_{LL}^{-1} Y_{LB}, \\ Y_{BV}^{WV} &= Y_{BV} - Y_{BL} Y_{LL}^{-1} Y_{LV}, & Y_{BB}^{WV} &= Y_{BB}^E - Y_{BL} Y_{LL}^{-1} Y_{LB}, \\ I_V^{WV} &= \hat{I}_V - Y_{VL} Y_{LL}^{-1} I_L, & \text{และ } I_B^{WV} &= I_B - Y_{BL} Y_{LL}^{-1} I_L \end{aligned}$$

จากสมการ (3.5) Y_{VV}^{WV} , Y_{VB}^{WV} , Y_{BV}^{WV} และ Y_{BB}^{WV} แทนสมมูลภายนอกแบบ Ward-PV และหากไม่รวมตัวต่อขนานจากโครงข่ายภายนอกไว้ใน Y_{LL} , Y_{LV} , Y_{LB} , Y_{VL} , Y_{VV} , Y_{VB} , Y_{BL} , Y_{BV} และ Y_{BB}^E ด้วยเหตุผลเช่นเดียวกันกับในการสร้างสมมูลภายนอกแบบ Ward ข้างต้น จะได้สมมูลภายนอกแบบ Ward-PV ดังรูปที่ 3.4 โดยกำลังสมมูลที่บัสขอบเขตและบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอกสามารถทำได้จากการปรับขอบเขต



รูปที่ 3.4 ระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward-PV

สมมูลภายนอกแบบ Ward-PV มีความถูกต้องสูงในการจำลองผลตอบของทั้งกำลังแอกทีฟและกำลังรีแอกทีฟที่มาจากโครงข่ายภายนอก แต่จะเห็นว่าการไม่กำจัดบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอกทำให้จำนวนบัสของระบบสมมูลในรูปที่ 3.4 ซึ่งใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward-PV มากกว่าจำนวนบัสของระบบสมมูลในรูปที่ 3.3 ซึ่งใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward เท่ากับจำนวนบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอก ซึ่งในระบบไฟฟ้ากำลังขนาดใหญ่ จำนวนบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอกอาจมีอยู่เป็นจำนวนมาก นอกจากนั้นโดยปกติสมมูลภายนอกจะมีลักษณะเป็นกราฟแบบบริบูรณ์ด้วย ทำให้ความเบาบางของระบบลดลงมาก ดังนั้นเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว จะทำการหาสมมูลภายนอกแบบอื่นที่มีข้อดีในเรื่องจำนวนบัสที่น้อยและผลตอบกำลังแอกทีฟที่ดีเช่นเดียวกับสมมูลภายนอกแบบ Ward และให้ความถูกต้องของผลตอบกำลังรีแอกทีฟใกล้เคียงกับสมมูลภายนอกแบบ Ward-PV ด้วย

สมมูลภายนอกที่จะนำเสนอต่อไปคือสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward [9, 10 และ 11] ซึ่งสร้างจากสมมูลภายนอกแบบ Ward หากแต่ทำการเพิ่มกิ่งเข้าไปที่บัสขอบเขตเพื่อปรับผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กให้ถูกต้องยิ่งขึ้น การปรับผลตอบของกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กทำได้โดยการหาผลต่างของผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กระหว่างสมมูลภายนอกแบบ Ward กับสมมูลภายนอกแบบ Ward-PV แล้วนำไปเพิ่มให้กับสมมูลภายนอกแบบ Ward โดยการฉีดเข้าที่บัสขอบเขตผ่านกิ่งสมมูลที่เหมาะสม

ต่อไปจะหาผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กของระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward-PV ด้วยวิธีเดียวกันกับที่ใช้ในการวิเคราะห์ไหลดโพลร์แบบฟาสต์ดีคัปเปิล (fast decoupled load flow) เนื่องจากเราสนใจเฉพาะกำลังรีแอกทีฟที่ได้จากบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอก และขนาดแรงดันของบัสแรงดันในสมมูลภายนอกมีค่าคงที่ ดังนั้นจากสมการ (3.5) จะเขียนสมการแสดงผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กของระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward-PV ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_B}{V_B} \\ \frac{\Delta Q_I}{V_I} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{BB}^{wv} + \mathbf{B}_{BB}^I & \mathbf{B}_{BI} \\ \mathbf{B}_{IB} & \mathbf{B}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_B \\ \Delta V_I \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

โดย \mathbf{B}_{BB}^{wv} , \mathbf{B}_{BB}^I , \mathbf{B}_{BI} , \mathbf{B}_{IB} และ \mathbf{B}_{II} คือ ส่วนจินตภาพของ \mathbf{Y}_{BB}^{wv} , \mathbf{Y}_{BB}^I , \mathbf{Y}_{BI} , \mathbf{Y}_{IB} และ \mathbf{Y}_{II} ในสมการ (3.5) ตามลำดับ และไม่รวมแนวตั้งและแถวที่เกี่ยวข้องกับบัสแรงดันและบัสอ้างอิงเพราะขนาดแรงดันที่บัสเหล่านี้มีค่าคงที่ ดังนั้นในสมการ (3.6) จะมีเฉพาะแนวตั้งและแถวที่เกี่ยวข้องกับบัสโหลดเท่านั้น

จากสมการ (3.6) จะได้ผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กของสมมูลภายนอกแบบ Ward-PV ที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงของขนาดแรงดันที่บัสขอบเขตซึ่งเป็นบัสโหลดดังนี้

$$\left[\frac{\Delta Q_B^{wv}}{V_B} \right] = -\mathbf{B}_{BB}^{wv} \Delta V_B \quad (3.7)$$

ในทำนองเดียวกัน จะทำการหาผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กของสมมูลภายนอกแบบ Ward จากเมทริกซ์ของแอดมิตแทนซ์ในสมการ (3.2) ได้ผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กของสมมูลภายนอกแบบ Ward ที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงของขนาดแรงดันที่บัสขอบเขตซึ่งเป็นบัสโหลดดังนี้

$$\left[\frac{\Delta Q_B^w}{V_B} \right] = -\mathbf{B}_{BB}^w \Delta V_B \quad (3.8)$$

โดย \mathbf{B}_{BB}^w เท่ากับส่วนจินตภาพของ \mathbf{Y}_{BB}^w ในสมการ (3.2) และคิดเฉพาะแนวตั้งกับแถวที่เกี่ยวข้องกับบัสขอบเขตที่เป็นบัสโหลดเท่านั้น

จากสมการ (3.7) และสมการ (3.8) จะได้ความแตกต่างของผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กระหว่างสมมูลภายนอกแบบ Ward กับสมมูลภายนอกแบบ Ward-PV ดังสมการ (3.9)

$$\left[\frac{\Delta Q_B^{w,wv}}{V_B} \right] = \left[\frac{\Delta Q_B^w}{V_B} \right] - \left[\frac{\Delta Q_B^{wv}}{V_B} \right] = (\mathbf{B}_{BB}^{wv} - \mathbf{B}_{BB}^w) \Delta V_B \quad (3.9)$$

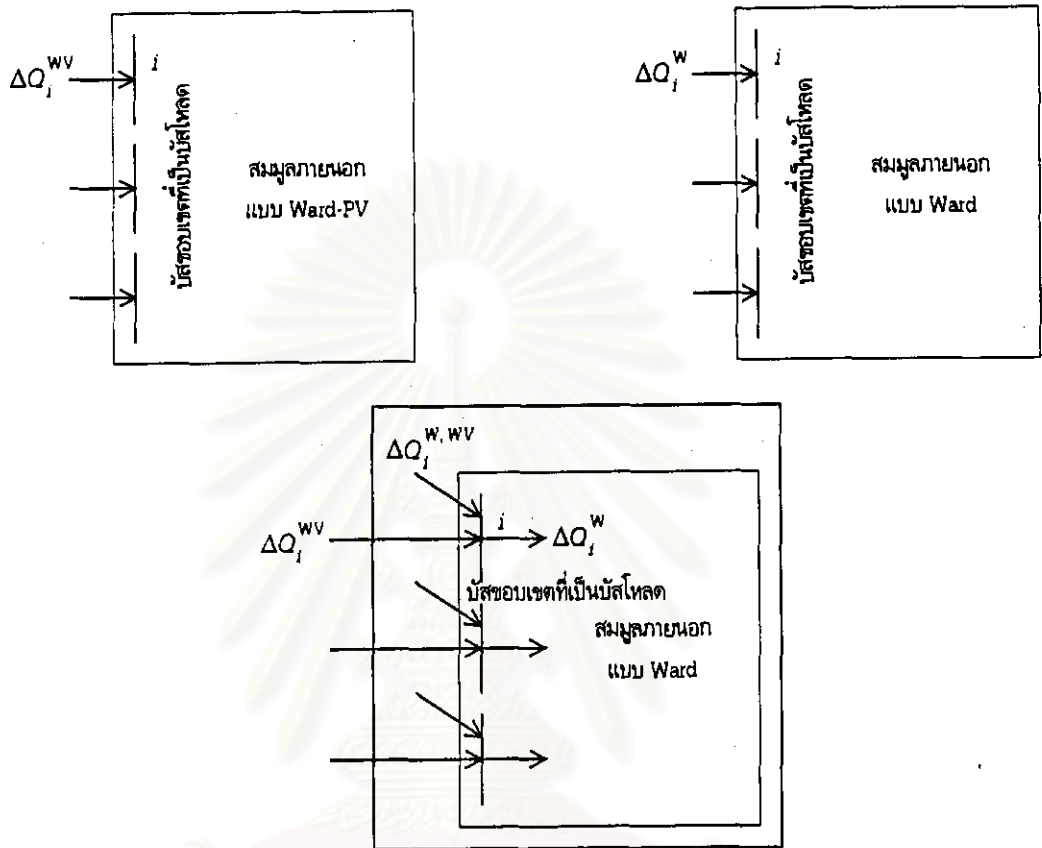
และสำหรับบัสขอบเขต i ที่เป็นบัสโหลด จะได้ความแตกต่างของผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กดังนี้

$$\Delta Q_i^{w,wv} = V_i \left[\sum_{k \in B_L} B_{ik}^{wv} \Delta V_k - \sum_{k \in B_L} B_{ik}^w \Delta V_k \right] \quad (3.10)$$

โดย B_L คือ เซตของบัสขอบเขตที่เป็นบัสโหลด

ผลต่างของผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กตามสมการ (3.10) เมื่อนำไปฉีดเข้าบัสขอบเขตที่เป็นบัสโหลดของสมมูลภายนอกแบบ Ward ดังรูปที่ 3.5 จะได้ผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กตรงกับในสมมูลภายนอก

นอกแบบ Ward-PV แต่สมการ (3.10) ไม่สามารถรวมเข้ากับสมมูลภายนอกแบบ Ward แล้วใช้โปรแกรมวิเคราะห์โหลดโพลาร์แบบทั่วไปได้ ดังนั้นจะทำการประมาณสมการ (3.10) ต่อไป



รูปที่ 3.5 การปรับปรุงสมมูลภายนอกแบบ Ward ให้มีผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กตรงกับสมมูลภายนอกแบบ Ward-PV

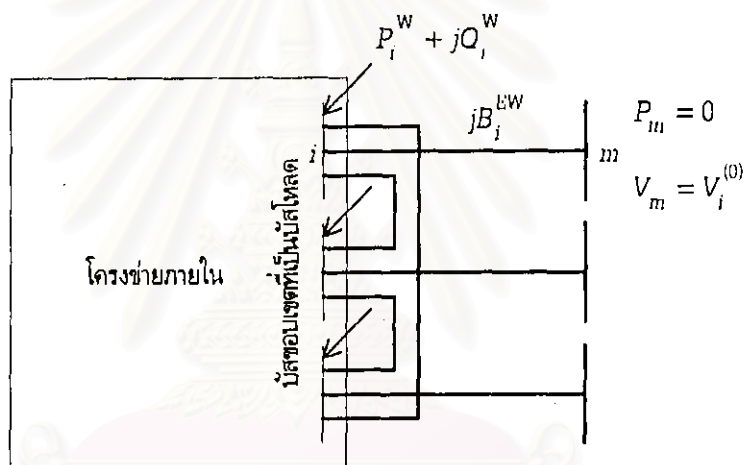
สำหรับบัสขอบเขต i ที่เป็นบัสโหลด จะประมาณว่าการเปลี่ยนแปลงของขนาดแรงดันที่บัสขอบเขต ซึ่งเป็นบัสโหลดมีขนาดเท่ากันหมด นั่นคือ $\Delta V_k \approx \Delta V_i$ โดย $k \in B_L - (i)$ และถ้าไม่ได้รวมตัวต่อขนานในโครงข่ายภายนอกขณะที่หาสมมูลภายนอกแบบ Ward จะได้ $\sum_{k \in B} B_{ik}^w = \left(\sum_{k \in B_L} B_{ik}^w + \sum_{k \in B - B_L} B_{ik}^w \right) = 0$ โดย B คือ เซตของบัสขอบเขตทั้งหมด ดังนั้นจากสมการ (3.10) จะประมาณได้ว่า

$$\Delta Q_i^{w,wv} \approx V_i \left(\sum_{k \in B_L} B_{ik}^{wv} + \sum_{k \in B - B_L} B_{ik}^w \right) \Delta V_i = V_i B_i^{EW} \Delta V_i \equiv \Delta Q_i^{w,Ew_i} \quad (3.11)$$

โดย $B_i^{EW} = \sum_{k \in B_L} B_{ik}^{WV} + \sum_{k \in B-B_L} B_{ik}^W$ และ $\Delta Q_i^{W,EW_1}$ คือ ความแตกต่างของผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาด

เล็กที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงของขนาดแรงดันที่บัสขอบเขตซึ่งเป็นบัสโหนดระหว่างสมมูลภายนอกแบบ Ward กับ Extended Ward 1 [9, 10 และ 11]

การสร้างสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 1 ให้ได้ส่วนเพิ่มของผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาด เล็กตามสมการ (3.11) ทำได้โดยการต่อเติมจากสมมูลภายนอกแบบ Ward ในรูปที่ 3.3 ให้เป็นดังรูปที่ 3.6 ด้วยการต่อบัสแรงดันเข้ากับแต่ละบัสขอบเขต i ที่เป็นบัสโหนดผ่านกึ่งที่มีค่าแอดมิตแทนซ์เป็น jB_i^{EW} และ บัสแรงดันที่ต่อเพิ่มนี้มีกำลังแอกทีฟที่ฉีดเข้าเป็นศูนย์ และขนาดแรงดันเท่ากับขนาดแรงดัน ณ จุดทำงานเริ่ม ต้นของบัสขอบเขต i



รูปที่ 3.6 ระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 1

เราสามารถแสดงให้เห็นว่ากำลังปรากฏที่ไหลเข้าบัสขอบเขตที่เป็นบัสโหนดผ่านทางกึ่งที่ต่อเพิ่มเข้าไป ดังรูปที่ 3.6 จะมีเฉพาะกำลังรีแอกทีฟซึ่งมีค่าเท่ากับสมการ (3.11) ได้ดังนี้

ให้ i เป็นบัสขอบเขตที่เป็นบัสโหนด โดยมีขนาดแรงดัน ณ จุดทำงานเริ่มต้นเท่ากับ $V_i^{(0)}$

m เป็นบัสแรงดันที่ต่อเพิ่มเข้าไปที่บัสขอบเขต i ผ่านกึ่งที่มีค่าแอดมิตแทนซ์เป็น jB_i^{EW}

โดยบัสแรงดัน m มีกำลังแอกทีฟที่ฉีดเข้าเป็น 0 และมีขนาดแรงดันที่กำหนดเป็นขนาดแรงดัน ณ จุดทำงาน เริ่มต้นของบัส i

และ $\bar{I}_i^{EW_1}$ เป็นกระแสที่ไหลเข้าบัสขอบเขต i ผ่านกึ่งที่ต่อเพิ่ม จะได้

$$\bar{I}_i^{EW_1} = jB_i^{EW} (\bar{V}_m - \bar{V}_i)$$

ดังนั้นกำลังปรากฏที่ฉีดเข้าบัสแรงดัน m จะหาได้ดังนี้

$$\bar{S}_m = \bar{V}_m (\bar{I}_i^{EW_1})^* = \bar{V}_m (-jB_i^{EW}) (\bar{V}_m^* - \bar{V}_i^*) = -jB_i^{EW} (\bar{V}_m^2 - \bar{V}_m \bar{V}_i^*)$$

เนื่องจากกำลังแอกทีฟที่ฉีดเข้าบัสแรงดัน m เป็น 0 จะได้ว่า

$$P_m = 0 = \text{Re}(\bar{S}_m) = -B_i^{EW} \text{Im}(\bar{V}_m \bar{V}_i^*) = -B_i^{EW} V_m V_i \sin(\theta_m - \theta_i)$$

ดังนั้นจะได้ $\theta_m = \theta_i$ และสามารถหาค่ากำลังปรากฏที่โหนดเข้าบัสขอบเขต i ผ่านทางกิ่งที่ต่อเพิ่มได้ดังนี้

$$\bar{V}_i (\bar{I}_i^{EW})^* = \bar{V}_i (-jB_i^{EW}) (\bar{V}_m - \bar{V}_i^*) = -jB_i^{EW} (\bar{V}_i \bar{V}_m - V_i^2)$$

แต่เนื่องจาก $\theta_m = \theta_i$ และ $V_m = V_i^{(0)}$ ดังนั้นจะได้ว่า

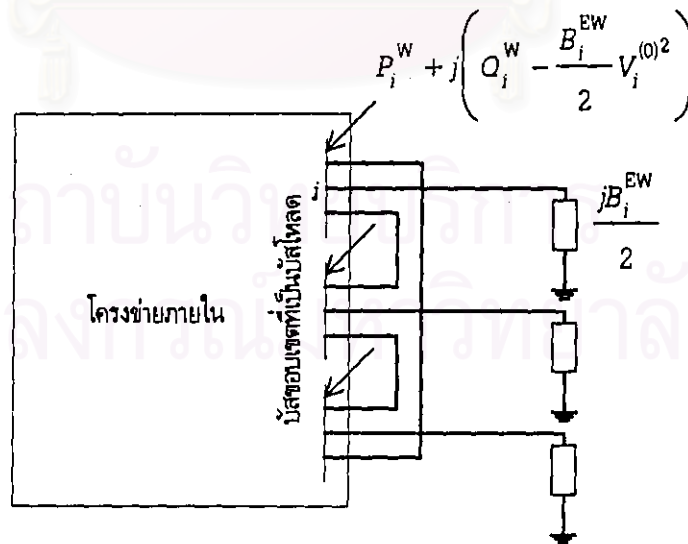
$$\bar{V}_i (\bar{I}_i^{EW})^* = -jB_i^{EW} (V_i V_i^{(0)} - V_i^2) = jV_i B_i^{EW} (V_i - V_i^{(0)}) = jV_i B_i^{EW} \Delta V_i = j\Delta Q_i^{EW, W}$$

ซึ่งตรงกับความต้องการในสมการ (3.11) นอกจากนั้นจะพบว่า ณ จุดทำงานเริ่มต้น บัสแรงดันที่ต่อเพิ่มนี้จะไม่ส่งทั้งกำลังแอกทีฟและรีแอกทีฟให้โครงข่ายภายใน ดังนั้นในการปรับขอบเขตจะได้กำลังสมมูลที่ฉีดเข้าบัสขอบเขตในกรณีของสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 1 ตามรูปที่ 3.6 เหมือนกับในกรณีของสมมูลภายนอกแบบ Ward ตามรูปที่ 3.3

เราสามารถปรับปรุงสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 1 ได้โดยยังคงได้ส่วนเพิ่มของผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กใกล้เคียงกันแต่ไม่ต้องเพิ่มบัสแรงดัน เพียงแต่เพิ่มตัวต่อขนาน $jB_i^{EW} / 2$ เข้าที่แต่ละบัสขอบเขต i ที่เป็นบัสโหนดของสมมูลภายนอกแบบ Ward ดังในรูปที่ 3.7 ส่วนกำลังรีแอกทีฟในตัวต่อขนานนี้ที่จุดทำงานเริ่มต้นจะถูกชดเชยในการปรับขอบเขต ดังนั้นกำลังสมมูลที่ฉีดเข้าบัสขอบเขต i ตามรูปที่

3.7 จึงเป็น $P_i^W + j \left(Q_i^W - \frac{B_i^{EW}}{2} V_i^{(0)2} \right)$ ต่างกับในกรณีของสมมูลภายนอกแบบ Ward ตามรูปที่ 3.3

เราจะเรียกสมมูลภายนอกแบบนี้ว่าสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 2 [9 และ 10]



รูปที่ 3.7 ระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 2

ความแตกต่างของผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงของขนาดแรงดันที่บัสขอบเขตซึ่งเป็นบัสโหนดของสมมูลภายนอกแบบ Ward กับ Extended Ward 2 จะเป็นดังนี้

$$\Delta Q_i^{W,EW_2} = \frac{B_i^{EW}}{2} V^2 - \frac{B_i^{EW}}{2} V_i^{(0)2} = V_i B_i^{EW} \Delta V_i - \frac{B_i^{EW}}{2} (\Delta V_i)^2 \approx \Delta Q_i^{W,EW_1} \quad (3.12)$$

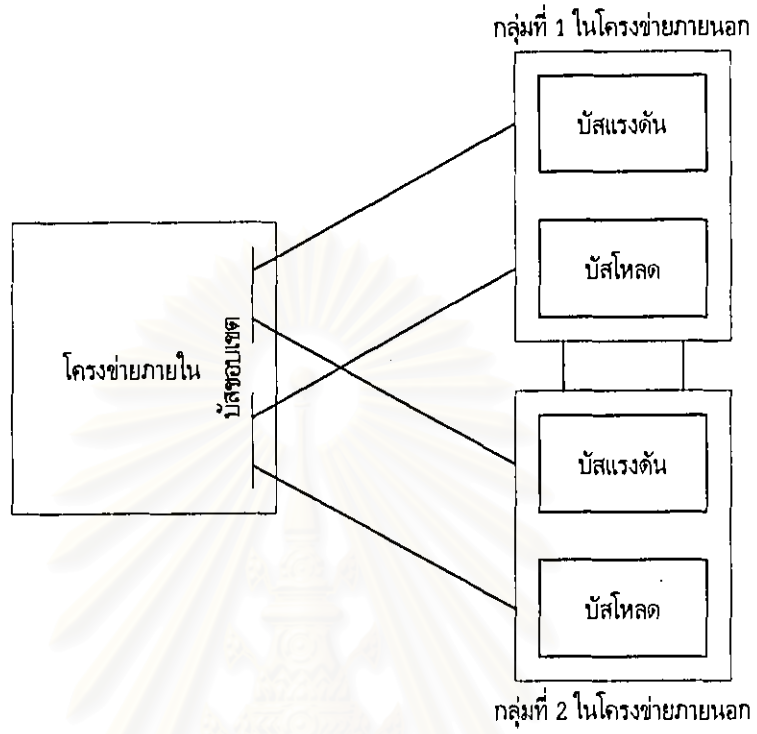
จะเห็นว่า $\Delta Q_i^{W,EW_2}$ มีค่าใกล้เคียงกับ $\Delta Q_i^{W,EW_1}$ ถ้าขนาดแรงดันที่บัสขอบเขตซึ่งเป็นบัสโหนดมีการเปลี่ยนแปลงไม่มากนัก

เนื่องจากสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 2 มีคุณสมบัติใกล้เคียงกับสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 1 มาก แต่มีข้อดีกว่าตรงที่ไม่ต้องเพิ่มบัสแรงดัน ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จะเลือกใช้สมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 2 และต่อไปหากกล่าวถึงสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward จะหมายถึงความถึงสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward 2

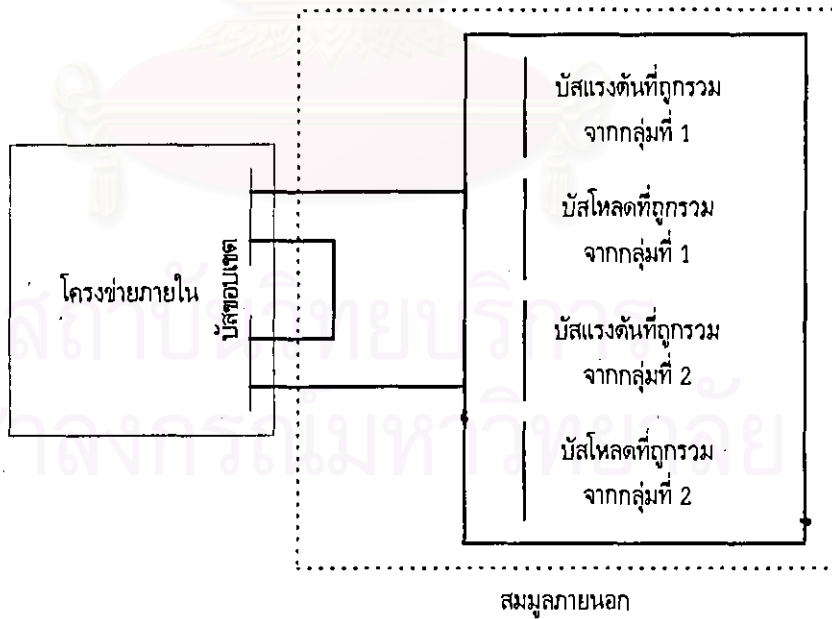
3.2.2 สมมูลภายนอกแบบ REI

สมมูลภายนอกแบบ REI (Radial Equivalent Independent) [9, 10, 12 และ 13] สร้างโดยการรวมบัสประเภทเดียวกันในแต่ละกลุ่มของโครงข่ายภายนอกที่ได้จากผลการแบ่งแยกเข้าด้วยกันเป็นบัสเดียว โดยบัสแรงดันทั้งหมดที่ยังไม่ถึงขีดจำกัดกำลังรีแอกทีฟในแต่ละกลุ่มของบัสที่ได้จากการแบ่งแยกจะถูกรวมเป็นบัสแรงดันเพียงบัสเดียว ส่วนบัสโหนดทั้งหมดรวมทั้งบัสแรงดันที่ถึงขีดจำกัดกำลังรีแอกทีฟ (บัสแรงดันที่ถึงขีดจำกัดกำลังรีแอกทีฟถูกเปลี่ยนเป็นบัสโหนด) ในแต่ละกลุ่มก็จะถูกรวมเป็นโหนดบัสเพียงบัสเดียวเช่นกัน ดังแสดงในรูปที่ 3.8

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



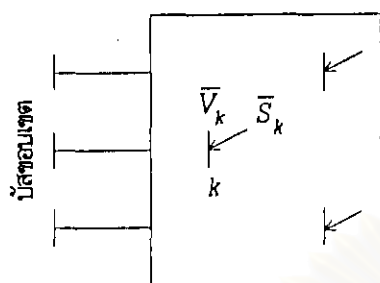
(ก)



(ข)

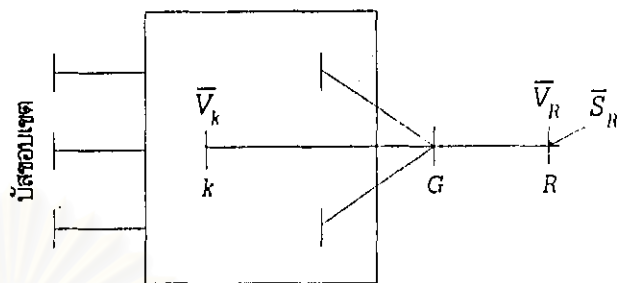
รูปที่ 3.8 การรวมบัสในโรงข้ายภายนอก

พิจารณากลุ่มของบัสที่จะถูกรวมดังในรูปที่ 3.9(ก)



บัสที่จะรวม

(ก)



บัสที่จะรวม

(ข)

รูปที่ 3.9 การสร้างปม REI สำหรับสมมูลภายนอกแบบ REI

สมมติว่าในแต่ละบัส k ที่จะถูกรวมมีค่าแรงดันเริ่มต้นเป็น $\bar{V}_k^{(0)} = V_k^{(0)} \angle \theta_k^{(0)}$ และมีค่ากระแสและกำลังปรากฏที่ฉีดเข้าบัส ณ จุดทำงานเริ่มต้นเป็น $\bar{I}_k^{(0)}$ และ $\bar{S}_k^{(0)}$ ตามลำดับ ขั้นตอนการรวมบัสจะเป็นดังนี้

1) ย้ายการฉีดออกจากทุกบัสที่จะทำการรวม แล้วสร้างปม REI (REI node) R ซึ่งมีกระแสและกำลังปรากฏที่ฉีดเข้าปมเท่ากับผลรวมของการฉีดที่ถูกย้ายออกไปจากบัส k นั่นคือ

$$\bar{I}_R^{(0)} = \sum_k \bar{I}_k^{(0)} \quad (3.13)$$

และ

$$\bar{S}_R^{(0)} = \sum_k \bar{S}_k^{(0)} \quad (3.14)$$

ดังนั้น

$$\bar{V}_R^{(0)} = \bar{S}_R^{(0)} / \bar{I}_R^{(0)*} \quad (3.15)$$

2) เพิ่มโครงข่ายระหว่างปม R กับกลุ่มของบัสที่จะรวมดังรูปที่ 3.9(ข) โดย

$$Y_{RG} = \bar{S}_R^{(0)*} / V_R^{(0)2} \quad (3.16)$$

และ

$$Y_{kG} = -\bar{S}_k^{(0)*} / V_k^{(0)2} \quad (3.17)$$

ซึ่งจะพบว่าแรงดันที่ปม G จะเท่ากับศูนย์ ณ จุดทำงานเริ่มต้น

3) กำจัดบัส k และปม G ของทุก ๆ กลุ่มของบัสที่ถูกรวมโดยวิธีการกำจัดของเกาส์ได้ระบบสมมูลที่ประกอบไปด้วยโครงข่ายภายใน และปม REI ทั้งหมดที่เหลือจากการกำจัด

ที่มาของการใช้ค่าแอดมิตแทนซ์ตามสมการ (3.16) และ (3.17) นั้นเนื่องมาจากความต้องการให้จุดทำงานเริ่มต้นของระบบในรูปที่ 3.9(ข) ตรงกับระบบเดิมในรูปที่ 3.9(ก) (ไม่รวมปม G และปม R) พิจารณารูปที่ 3.9(ข) จะสังเกตได้ว่าถ้ากระแสซึ่งฉีดเข้าบัส k ผ่านแอดมิตแทนซ์ Y_{kG} สำหรับทุกบัส k ในกลุ่มบัสที่จะ

รวม มีค่าเป็น $\bar{I}_k^{(0)}$ จุดทำงานของระบบในรูปที่ 3.9(ข) ยกเว้นปม G และปม R จะตรงกับจุดทำงานเริ่มต้นของระบบในรูปที่ 3.9(ก) ในขณะนี้เราได้กำหนดจุดทำงานเริ่มต้นแก่ปม R ให้เป็น $\bar{V}_R^{(0)} = \bar{S}_R^{(0)} / \bar{I}_R^{(0)}$ แล้ว โดย $\bar{I}_R^{(0)} = \sum_k \bar{I}_k^{(0)}$ และ $\bar{S}_R^{(0)} = \sum_k \bar{S}_k^{(0)}$ เพื่อความง่ายเราจะกำหนดแรงดันเริ่มต้นที่ปม G เป็น $\bar{V}_G^{(0)} = 0$ แล้วจะหาแอดมิตแทนซ์ Y_{RG} และ Y_{kG} ที่ทำให้กระแสที่ฉีดเข้าบัส k ผ่านแอดมิตแทนซ์ Y_{kG} ณ จุดทำงานเริ่มต้น สำหรับทุกบัส k ในกลุ่มบัสที่จะรวม มีค่าเป็น $\bar{I}_k^{(0)}$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\text{กระแสที่ฉีดเข้าบัส } k \text{ ผ่านแอดมิตแทนซ์ } Y_{kG} = \bar{I}_k^{(0)} = Y_{kG} (\bar{V}_G^{(0)} - \bar{V}_k^{(0)}) = -Y_{kG} \bar{V}_k^{(0)}$$

$$\text{ดังนั้น } Y_{kG} = -\bar{I}_k^{(0)} / \bar{V}_k^{(0)} = -(\bar{S}_k^{(0)} / \bar{V}_k^{(0)})^* / \bar{V}_k^{(0)} = -\bar{S}_k^{(0)*} / \bar{V}_k^{(0)2} \text{ ตรงกับสมการ (3.17)}$$

$$\text{กระแสที่ไหลออกจากปม } R \text{ ผ่านแอดมิตแทนซ์ } Y_{RG} = \sum_k \bar{I}_k^{(0)} = \bar{I}_R^{(0)} = Y_{RG} (\bar{V}_R^{(0)} - \bar{V}_G^{(0)}) = Y_{RG} \bar{V}_R^{(0)}$$

$$\text{ดังนั้น } Y_{RG} = \bar{I}_R^{(0)} / \bar{V}_R^{(0)} = (\bar{S}_R^{(0)} / \bar{V}_R^{(0)})^* / \bar{V}_R^{(0)} = \bar{S}_R^{(0)*} / \bar{V}_R^{(0)2} \text{ ตรงกับสมการ (3.16)}$$

มีข้อสังเกตอย่างหนึ่งว่าโครงข่ายซึ่งถูกใส่เข้าไประหว่างกลุ่มของบัสที่จะรวมกับปม R จะไม่มีกำลังสูญเสีย ณ จุดทำงานเริ่มต้น ทั้งนี้เพราะกำลังปรากฏซึ่งฉีดเข้าปม R มีค่าเป็นผลรวมของกำลังปรากฏซึ่งฉีดเข้าบัส k ผ่านแอดมิตแทนซ์ Y_{kG} ดังนั้นกำลังสูญเสียของระบบในรูปที่ 3.9(ข) จะตรงกับกำลังสูญเสียของระบบเดิมในรูปที่ 3.9(ก) นอกจากนั้นในขณะที่ทำการกำจัดบัส k และปม G โดยวิธีการกำจัดของเกาส์ ทั้งบัส k และปม G จะไม่มีการฉีดของกระแสอยู่เลย ดังนั้นระบบสมมูลที่ได้จะมีกำลังสูญเสีย ณ จุดทำงานเริ่มต้นตรงกับระบบในรูปที่ 3.9 (ข) ซึ่งตรงกับกำลังสูญเสียของระบบเดิมในรูปที่ 3.9(ก) ด้วย ซึ่งแสดงได้ดังนี้

ให้ E_1 และ I_1 เป็นเวกเตอร์แรงดันและเวกเตอร์กระแสตามลำดับ ณ จุดทำงานเริ่มต้นของบัสที่จะถูกกำจัด ได้แก่ บัส k และปม G ทั้งหมด

ให้ E_2 และ I_2 เป็นเวกเตอร์แรงดันและเวกเตอร์กระแสตามลำดับ ณ จุดทำงานเริ่มต้นของบัสในระบบสมมูล ได้แก่ บัสในโครงข่ายภายใน และปม R ทั้งหมด

ดังนั้นจะได้สมการโหนดแอดมิตแทนซ์เมทริกซ์ของระบบในรูปที่ 3.9(ข) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากระบบในรูปที่ 3.9(ข) มีกำลังสูญเสียตรงกับระบบเดิม ดังนั้นระบบเดิมมีกำลังสูญเสีย ณ จุดทำงานเริ่มต้นเป็น $\mathbf{E}_1^T \mathbf{I}_1 + \mathbf{E}_2^T \mathbf{I}_2$ จากนั้นทำการกำจัดบัส k และปม G ออกจะได้

$$(\mathbf{Y}_{22} - \mathbf{Y}_{21} \mathbf{Y}_{11}^{-1} \mathbf{Y}_{12}) \mathbf{E}_2 = \mathbf{I}_2 - \mathbf{Y}_{21} \mathbf{Y}_{11}^{-1} \mathbf{I}_1$$

ดังนั้นระบบสมมูลที่ได้มีกำลังสูญเสีย ณ จุดทำงานเริ่มต้นเป็น $\mathbf{E}_2^T (\mathbf{I}_2 - \mathbf{Y}_{21} \mathbf{Y}_{11}^{-1} \mathbf{I}_1)$

แต่เนื่องจาก $\mathbf{I}_1 = 0$ ดังนั้นกำลังสูญเสีย ณ จุดทำงานเริ่มต้นในระบบสมมูลจะเท่ากับในระบบเดิม คือ $\mathbf{E}_2^T \mathbf{I}_2$

ดังนั้นระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ REI จะสามารถใช้ประมาณกำลังสูญเสียรวมของระบบเดิมได้ แต่จุดทำงานต้องไม่เปลี่ยนไปจากเดิมมากนัก ซึ่งต่างกับระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Ward ซึ่งกำลังสูญเสียในโครงข่ายภายในของระบบสมมูล ณ จุดทำงานเริ่มต้นเท่านั้นที่เท่ากับระบบเดิม

นอกจากนี้ยังมีสิ่งที่ต้องปรับปรุงในการหาสมมูลภายนอกแบบ REI ข้างต้น นั่นคือการรวมตัวต่อขนานของโครงข่ายภายนอกไว้ในขณะสร้างสมมูลภายนอกแบบ REI เพราะเมื่อทำการกำจัดบัส k และบัส G ออก จะเกิดตัวต่อขนานสมมูลของโครงข่ายภายนอกที่บัสขอบเขตและบัส R ทำให้กำลังในตัวต่อขนานสมมูลนี้ขึ้นกับขนาดแรงดันที่บัสขอบเขตและบัส R มากเกินความเป็นจริง จะเห็นว่าปัญหานี้เป็นปัญหาเดียวกันกับที่เกิดขึ้นในสมมูลภายนอกแบบ Ward ซึ่งได้กล่าวไปแล้ว ดังนั้นจะทำการปรับปรุงด้วยวิธีการเดียวกัน นั่นคือจะไม่รวมตัวต่อขนานของโครงข่ายภายนอกในขณะสร้างสมมูลภายนอกแบบ REI แล้วชดเชยกำลังในตัวต่อขนานเหล่านี้ด้วยการปรับขอบเขตภายหลังที่ได้กำจัดบัส k และบัส G แล้ว การแก้ไขปัญหานี้จะทำให้ระบบสมมูลที่ได้มีกำลังสูญเสีย ณ จุดทำงานเริ่มต้นไม่ตรงกับในระบบเดิม เพราะในขณะทำการกำจัดของเกาส์จะมีกำลังในตัวต่อขนานที่ฉีดเข้าบัส k และบัส G อยู่ แต่กำลังสูญเสีย ณ จุดทำงานเริ่มต้นจะต่างกันไม่มากนักถ้ากำลังในตัวต่อขนานของโครงข่ายภายนอกมีค่าน้อย นอกจากนี้ยังมีอีกวิธีหนึ่งในการแก้ไขปัญหานี้ข้างต้น โดยการเปลี่ยนแอมิตแทนซ์ของตัวต่อขนานที่บัส k ไปเป็นกำลังที่ฉีดเข้าบัส k ณ จุดทำงานเริ่มต้น รวมเข้ากับกำลังที่ฉีดเข้าบัส k เดิม จากนั้นจึงหาสมมูลภายนอกแบบ REI วิธีหลังนี้ทำให้ไม่ต้องทำการปรับขอบเขต และกำลังสูญเสีย ณ จุดทำงานเริ่มต้นของระบบสมมูลที่ได้ก็ตรงกับระบบเดิมด้วย อย่างไรก็ตามในการนำไปใช้งานแบบออนไลน์ เรามักจะไม่รู้สถานะที่แท้จริงของทุกบัสในโครงข่ายภายนอก ดังนั้นจึงควรทำ การปรับขอบเขตเพื่อปรับระบบสมมูลให้ใกล้เคียงกับระบบเดิม สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้วิธีแรก นั่นคือชดเชยกำลังในตัวต่อขนานในขณะทำการปรับขอบเขต

สำหรับขีดจำกัดของกำลังรีแอกทีฟของบัส R ที่แทนบัสแรงดันอาจกำหนดให้เป็นผลรวมของขีดจำกัดของกำลังรีแอกทีฟของบัสแรงดันที่ถูกรวมเป็นบัส R นั้น หากทำเช่นนี้แสดงว่าบัส R ที่เป็นบัสแรงดันจะถึงขีดจำกัดก็ต่อเมื่อบัสแรงดันทั้งหมดที่ถูกรวมเป็นบัส R นั้นถึงขีดจำกัดหมด ถึงแม้จะค่อนข้างผิดจากความเป็นจริง แต่การที่มีการรวมขีดจำกัดของกำลังรีแอกทีฟไว้ในสมมูลภายนอกแบบ REI ก็เป็นข้อดีอย่างหนึ่งเทียบกับสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward ที่ไม่มีการคิดขีดจำกัดของบัสแรงดันในโครงข่ายภายนอกเลย

เมื่อพิจารณาจำนวนบัสในระบบสมมูลที่ได้จากการใช้ผลการแบ่งแยกเดียวกัน จะพบว่าระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ Extended Ward จะมีจำนวนบัสน้อยกว่าระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ REI เพราะในสมมูลภายนอกแบบ REI จะมีบัส R เพิ่มเข้ามาซึ่งเป็นตัวแทนบัสแรงดัน และบัสโหลดในแต่ละกลุ่ม นอกจากนี้ระบบสมมูลที่ใช้สมมูลภายนอกแบบ REI จะมีความเบาบางน้อยกว่าด้วย เพราะบัสขอบเขตและบัส R ในสมมูลภายนอกแบบ REI จะต่อกันเป็นกราฟแบบบริบูรณ์ อย่างไรก็ตามกึ่งสมมูลบางกึ่งในสมมูลภายนอกแบบ REI จะมีขนาดอิมพีแดนซ์สูงมาก เช่นเดียวกับในสมมูลภายนอกแบบ Ward ซึ่งเราอาจจะเลย

กึ่งสมมูลที่มีขนาดอิมพีแดนซ์สูงเกิน 3 per unit และชดเชยความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการละลายกึ่งสมมูลเหล่านี้ด้วยการปรับขอบเขตก็จะช่วยให้ความเบาบางของระบบมากขึ้นได้

ในสมมูลภายนอกแบบ REI ไม่ได้รวมผลตอบกำลังขนาดเล็กรอบจุดทำงานเริ่มต้น แต่ใช้การรวมจุดทำงานเริ่มต้นของระบบเดิมเข้ากับระบบสมมูลเท่านั้น และกำลังรีแอกทีฟจากโครงข่ายภายนอกจะได้จากปม R ที่แทนบัสแรงดัน ในขณะที่สมมูลภายนอกแบบ Extended Ward สร้างจากสมมูลภายนอกแบบ Ward ซึ่งแสดงผลตอบกำลังแอกทีฟขนาดเล็กได้ดี แล้วปรับผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กให้ใกล้เคียงกับสมมูลภายนอกแบบ Ward-PV ซึ่งให้ผลตอบกำลังรีแอกทีฟขนาดเล็กได้ดี โดยเพิ่มตัวต่อขนานสมมูลที่ปรับขอบเขตซึ่งเป็นบัสโหลด ดังนั้นจึงอาจคาดได้ว่าสมมูลภายนอกแบบ Extended Ward จะมีความน่าเชื่อถือสูงกว่า แต่สมมูลภายนอกแบบ REI ยังมีจุดเด่นอย่างหนึ่ง คือ ปม R ที่แทนบัสแรงดัน และบัสโหลด สามารถถูกปรับเปลี่ยนให้สอดคล้องกับพารามิเตอร์ในโครงข่ายภายนอกที่เปลี่ยนไปได้ เช่น ถ้ามีการเพิ่มการผลิตที่บัสแรงดันบัสหนึ่งในโครงข่ายภายนอก ก็จะสามารถแทนได้ด้วยการเพิ่มการผลิตเป็นจำนวนเดียวกันที่ปม R ซึ่งบัสแรงดันบัสนั้นถูกรวมอยู่ เป็นต้น ในขณะที่สมมูลภายนอกแบบ Extended Ward ไม่สามารถรองรับการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ในโครงข่ายภายนอกได้เลย

รายละเอียดของสมมูลภายนอกแบบ REI ที่กล่าวมาข้างต้นเป็นหลักการใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ แต่นอกจากนี้ยังมีการปรับเปลี่ยนอื่น ๆ ที่สามารถทำได้อีกกับสมมูลภายนอกแบบ REI เช่น Housos et al. [12] กล่าวถึงการกำจัดปม REI ที่แทนบัสโหลดในขั้นตอนการกำจัดของเกาส์ ด้วยเหตุผลว่าบัสโหลดเหล่านี้ไม่ได้จ่ายกำลังรีแอกทีฟให้โครงข่ายภายใน นอกจากนั้นยังกล่าวถึงเทคนิคต่าง ๆ ในการจับกลุ่มบัสที่จะรวมเป็นปม REI ด้วย และ Dy Liaccao et al. [13] กล่าวถึงการปรับปรุงแบบออนไลน์ของสมมูลภายนอกแบบ REI เป็นต้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย