

บทที่ 4

สภาวะสุดท้ายประลัย

4.1 โมเดลสำหรับการพิจารณาในสภาวะสุดท้าย

4.1.1 โมเดลของการกระจายหน่วยแรงอัดในหน้าตัดคอนกรีต

การกระจายหน่วยแรงอัดในหน้าตัดคอนกรีตมีความสัมพันธ์โดยตรงกับความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของคอนกรีต ในการศึกษานี้ได้ใช้โมเดลของการกระจายของหน่วยแรงอัดในหน้าตัดคอนกรีตตามสมการ ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของคอนกรีตของ Collins et al⁽¹⁾ ซึ่งได้แนะนำสมการความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียดของคอนกรีต (บทที่ 2) โดยที่ค่าความเครียดที่หน่วยแรงสูงสุดมีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นตามกำลังอัดของคอนกรีตที่เพิ่มขึ้น

ในการพิจารณากำลังที่ใช้ออกแบบจะทำได้โดยการแทนค่ากำลังอัดประลัยของคอนกรีต (f_{ck}) ในสมการความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียด ด้วยค่ากำลังที่ใช้ออกแบบ (f_{cd}) จะได้สมการ

$$f_c = f_{cd} \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \frac{n}{n-1 + (\epsilon_c/\epsilon_o)^{nk}} \quad (4.1)$$

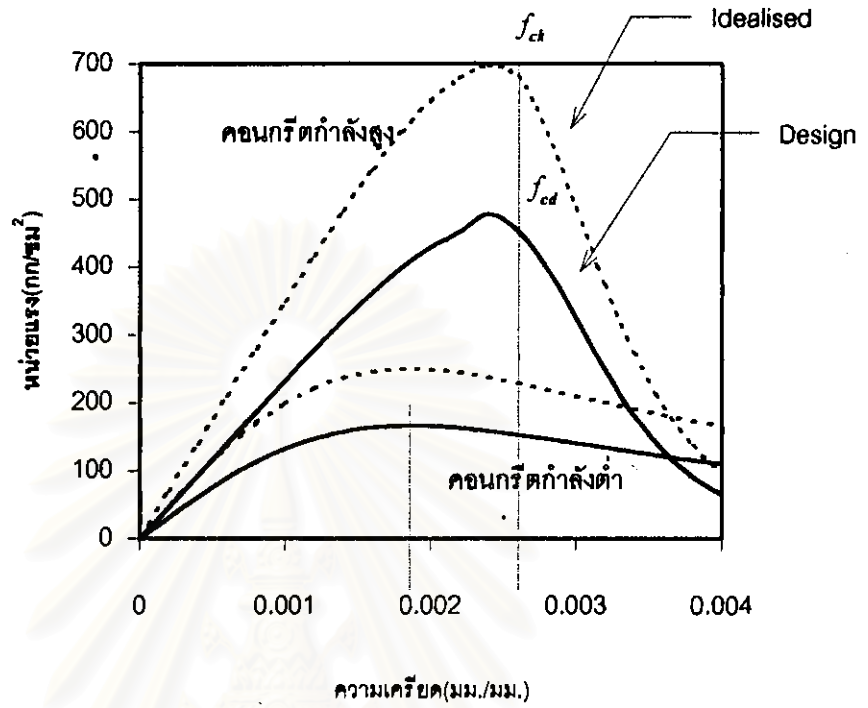
โดยที่ $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ (4.2)

เมื่อ f_{ck} คือ กำลังอัดประลัยของคอนกรีต f_{cd} คือ กำลังที่ใช้ออกแบบของคอนกรีต γ_c คือ ส่วนประกอบปลอดภัยของคอนกรีต และ ค่าพารามิเตอร์ k, n, ϵ_o สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.14) - (2.18) บทที่ 2

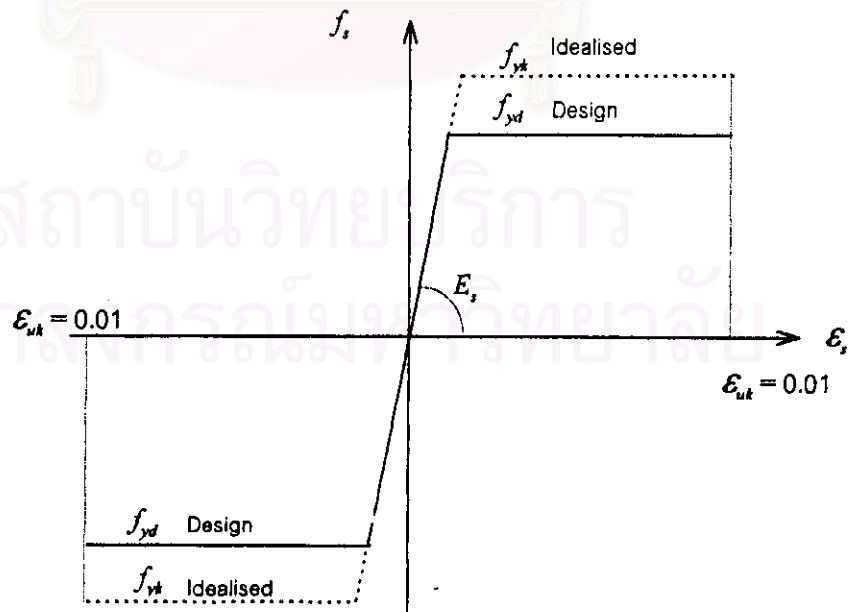
4.1.2 โมเดลของหน่วยแรงในเหล็กเสริม

ค่าหน่วยแรงดึงและหน่วยแรงอัดที่ใช้ออกแบบของเหล็กเสริมสามารถคำนวณหาได้จากสมการ

$$f_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (4.3)$$



รูปที่ 4.1 โมเดลของหน่วยแรงอัดของคอนกรีต



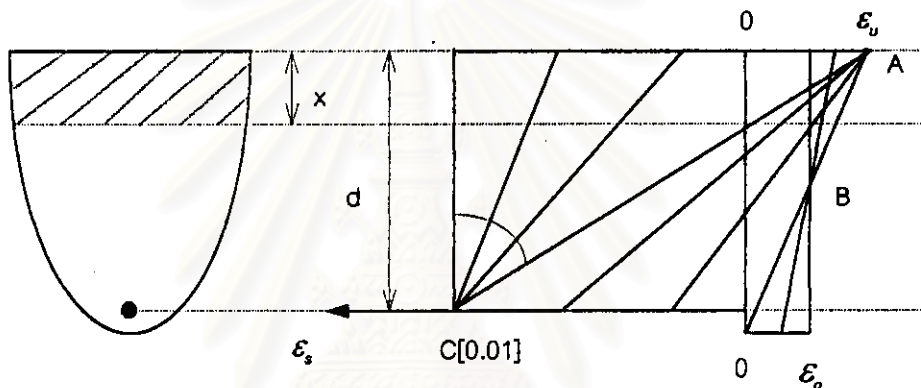
รูปที่ 4.2 โมเดลของหน่วยแรงในเหล็กเสริม

เมื่อ $f_{c,t}$ คือ กำลังดึงที่จุดกลางของเหล็กเสริม $f_{s,t}$ คือ กำลังที่ใช้ออกแบบของเหล็กเสริม และ y คือ ส่วนประกอบปลอดภัยของเหล็กเสริม

4.1.3 ความเครียดที่สภาวะสุดท้าย

สำหรับการวิเคราะห์โดยอาศัยจากโมเดลต่างๆที่เสนอไว้ข้างต้นในสภาวะสุดท้าย จะต้องพิจารณาขีดจำกัดของค่าความเครียด ตามไดอะแกรมในรูปที่ 4.3 ซึ่งถูกสมมุติขึ้นว่าไดอะแกรมจะต้องลากผ่านจุด A หรือ จุด B

ไดอะแกรมที่ลากผ่านจุด A จะเกี่ยวข้องกับการรับแรงดัด ส่วนไดอะแกรมที่ลากผ่านจุด B จะเกี่ยวข้องกับการรับแรงอัด หรือ การรับทั้งแรงดัดร่วมกับแรงอัด

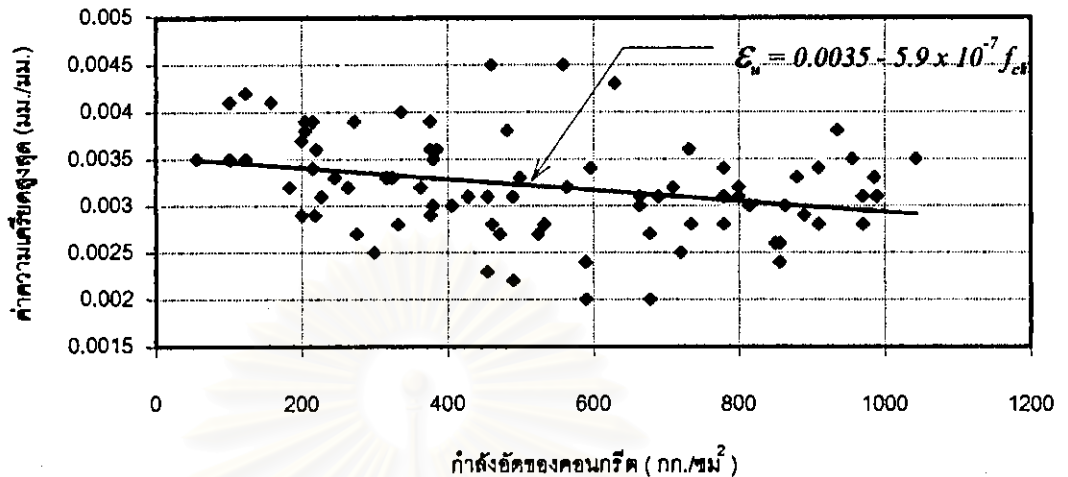


รูปที่ 4.3 การกำหนดความเครียดที่สภาวะสุดท้าย

4.1.4 ความเครียดสูงสุดของคอนกรีต

จากการรวบรวมผลการทดสอบค่าความเครียดสูงสุดของคอนกรีตจากงานวิจัยต่าง ๆ พบว่าที่คอนกรีตกำลังปกติ (< 500 กก./ซม²) ค่าความเครียดสูงสุดจะมีการกระจายหนาแน่นในช่วง 0.0030-0.0040 และที่คอนกรีตกำลังสูง (> 500 กก./ซม²) ค่าความเครียดสูงสุดจะมีการกระจายหนาแน่นในช่วง 0.0025-0.0035 ซึ่งโดยการวิเคราะห์สมการถดถอย (Regression Analysis) จะพบว่าค่าความเครียดสูงสุด ϵ_u มีค่าเท่ากับ $0.0035 - 5.9 \times 10^{-7} f_{c,t}$ เมื่อ $f_{c,t}$ คือ ค่ากำลังอัดประลัยรูปทรงกระบอกของคอนกรีต (กก./ซม²) ซึ่งแสดงให้เห็นแนวโน้มว่าค่าความเครียดสูงสุดของคอนกรีตจะลดลงตามกำลังอัดของคอนกรีตที่เพิ่มขึ้น

โดยที่ CEB-MC90⁽³⁾ และ มาตรฐานต่างๆที่ใช้ในกลุ่มประเทศแถบยุโรป ได้กำหนดความเครียดสูงสุดของคอนกรีต ϵ_u ให้เท่ากับ 0.0035 ในขณะที่ ACI318-95⁽¹⁾ ได้กำหนดให้ ϵ_u มีค่าเพียง 0.003 เท่านั้น และ ACI Committee 363⁽⁴²⁾ ได้นแนะนำค่า ϵ_u สำหรับคอนกรีตกำลังสูง มีค่าเท่ากับ 0.003 เช่นเดียวกับในคอนกรีตกำลังปกติ



รูปที่ 4.4 ค่าความเครียดสูงสุดของคอนกรีต^(42,52)

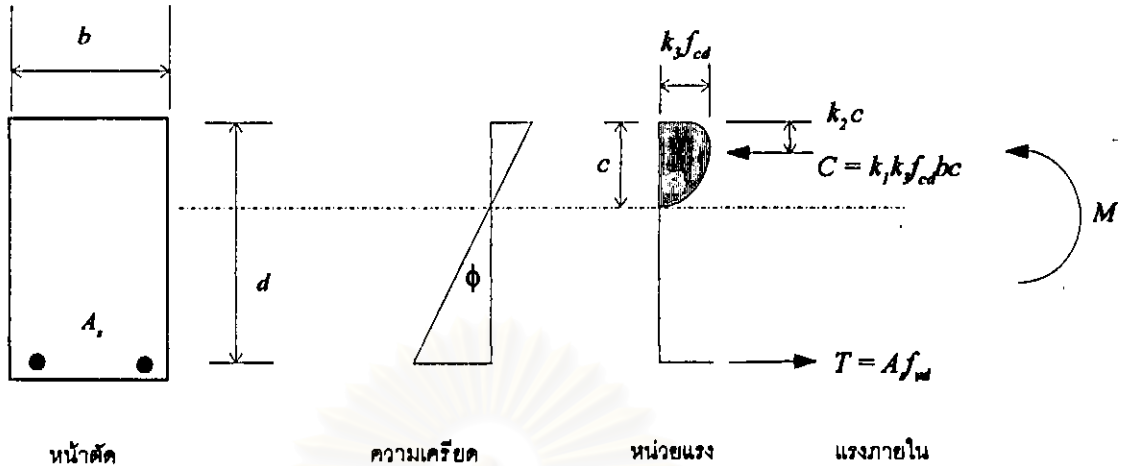
4.2 แรงดัด (Flexure)

สมมุติฐานเบื้องต้นสำหรับการพิจารณาพฤติกรรมด้านแรงดัดของหน้าตัด คอนกรีตเสริมเหล็กคือ

1. ธรรมชาติของหน้าตัดยังคงเป็นระนาบเช่นเดียวกับหน้าตัดก่อนการดัด
2. ความเครียดของเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับความเครียดของคอนกรีตที่ระดับเดียวกัน
3. หน่วยแรงของคอนกรีตและเหล็กเสริมสามารถคำนวณได้จากค่าความเครียด
4. กำลังดึงของคอนกรีตถือว่าน้อยมากและไม่นำมาพิจารณาหากำลังดัดประลัย
5. คอนกรีตจะถือว่าวิบัติเมื่อค่าความเครียดขั้วมีค่าถึงจุดที่กำหนด
6. ทราบความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของคอนกรีตเพื่อที่จะกำหนดขนาดและการกระจายของหน่วยแรงอัด

4.2.1 กำลังดัดของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็ก

ค่ากำลังดัด (Flexural Strength) ของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กจะสมมุติให้เกิดขึ้นเมื่อค่าความเครียดบนผิวรับแรงอัดเท่ากับ ค่าความเครียดประลัยของคอนกรีต โดยที่ความเครียดในเหล็กเสริมรับแรงดึงอาจจะมากกว่าหรือน้อยกว่าความเครียดที่จุดคลากที่จุดเริ่มรกรกของการคลากที่เกิดขึ้น ถ้าปริมาณเหล็กเสริมมีน้อยก็จะเกิดการคลาก ก่อนเกิดการอัดประลัยของคอนกรีตเป็นผลให้เกิดการวิบัติในลักษณะที่มีความเหนียวซึ่งจะมีการเสียรูปมาก ในทางตรงกันข้ามเมื่อปริมาณเหล็กเสริมมีมากทำให้ยังคงอยู่ในช่วงอีลาสติกเมื่อเกิดการอัดประลัยของคอนกรีตทำให้เกิดการวิบัติแบบเปราะที่เกิดขึ้นอย่างทันทีทันใด



รูปที่ 4.5 สภาวะเมื่อเกิดกำลังประลัยของคาน⁽⁶³⁾

การกระจายหน่วยแรงอัดของคอนกรีตมีลักษณะคล้ายกับความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียด ดังแสดงไว้ข้างต้นจากรูปผลรวมของแรงอัด C คือผลรวมของหน่วยแรงอัดที่กระทำบนพื้นที่รับแรงอัดของคอนกรีตพิจารณาได้จากสมการ

$$C = k_1 k_3 f_{cd} b c \quad (4.4)$$

สภาวะการวิบัติที่มีความเหนียวซึ่งเหล็กเสริมกับแรงดึงมีความเครียดสูงกว่าจุดคาน ค่าแรงดึง T ในเหล็กเสริมคือ

$$T = A_s f_{yd} \quad (4.5)$$

จากการสมมูลย์ของแรง C และ T จะได้

$$k_1 k_3 f_{cd} b c = A_s f_{yd} \quad (4.6)$$

ดังนั้น

$$c = \frac{A_s f_{yd}}{k_1 k_3 f_{cd} b} \quad (4.7)$$

ค่าโมเมนต์ดัดประลัยคือ

$$M_u = T(d - k_2 c) = A_s f_{yd}(d - k_2 c) \quad (4.8)$$

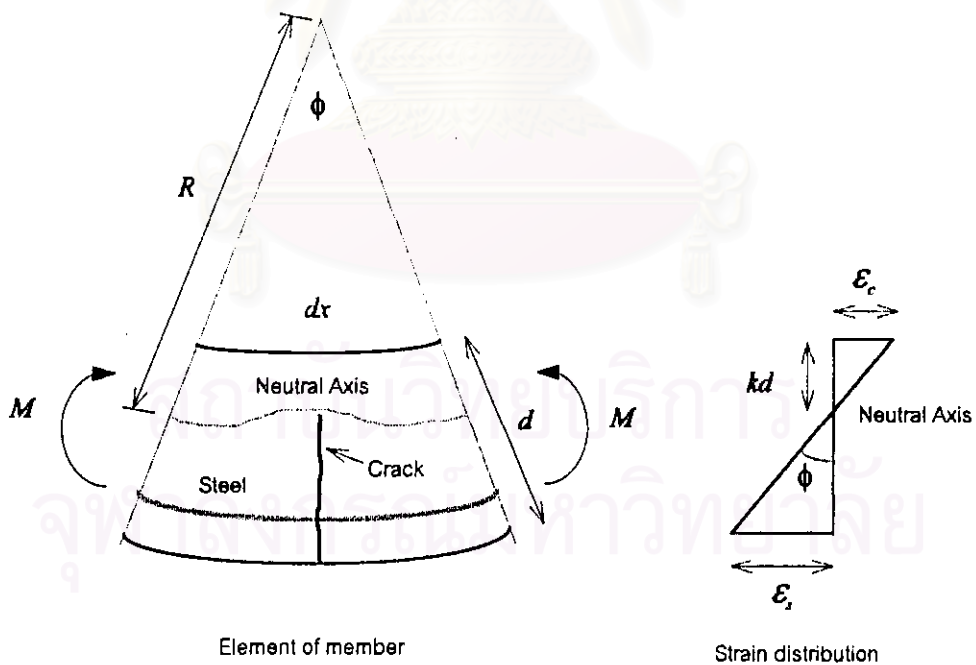
ดังนั้น

$$M_u = \rho f_{yd} \left(1 - \frac{k_2 \rho f_{yd}}{k_1 k_3 f_{cd}} \right) b d^2 = R_u b d^2 \quad (4.9)$$

4.2.2 คุณสมบัติความเหนียวของชิ้นส่วน

รูปที่ 4.6 แสดงชิ้นส่วนคอนกรีตเสริมเหล็กเริ่มแรกเป็นเส้นตรงและมีโมเมนต์เท่ากันกระทำที่ปลายทั้งสองข้าง โดยมีรัศมีความโค้ง R วัดถึงแนวแกนสะเทิน ความลึกจากผิวรับแรงอัดถึงแกนสะเทิน kd ความเครียดของคอนกรีตบนผิวแรงอัด ϵ_c และความเครียดของเหล็กเสริมรับแรงดึง ϵ_s จะแปรเปลี่ยนไปตามแนวแกนของชิ้นส่วน ดังนั้นเมื่อพิจารณาเพียงชิ้นส่วนเล็ก ๆ ความยาว dx ค่าการหมุนที่ระหว่างปลายชิ้นส่วนทั้งสองคือ

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{kd} = \frac{\epsilon_s}{d(1-k)} \quad (4.10)$$



รูปที่ 4.6 การเลี้ยวของชิ้นส่วนรับแรงดัด

และโดยความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ M และความโค้ง ϕ คือ

$$\phi = \frac{M}{EI} \quad (4.11)$$

ในทางทฤษฎีความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์กับความโค้งจะหาได้โดยการเพิ่มค่าความเครียดของคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัดซึ่งจะสอดคล้องกับการเพิ่มหรือการลดลงของค่าความเครียดในเหล็กเสริมด้วย เนื่องจาก การกระจายของความเครียดเป็นเส้นตรง จนกระทั่งทำให้แรงอัดรวมของคอนกรีตบนหน้าตัดและแรงดึงของเหล็กเสริมในหน้าตัดอยู่ในสมดุลย์

คุณสมบัติความเหนียวของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กนั้นอาจกำหนดโดยค่าดัชนีความเหนียวจากความโค้ง (Curvature Ductility Index) ซึ่งเท่ากับอัตราส่วนระหว่างค่าความโค้งประลัย และค่าความโค้งเมื่อเหล็กเสริมเริ่มเกิดการคราก ดังนี้

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (4.12)$$

4.2.3 อัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลย์

ที่สภาวะความเครียดสมดุลย์ค่าความเครียดสูงสุดของคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัดจะถึงความเครียดประลัย ϵ_u พร้อมทั้งที่เหล็กเสริมรับแรงดึงถึงความเครียดคลาก $\epsilon_s = f_{yd}/E_s$ ซึ่งค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลย์สามารถสร้างขึ้นบนพื้นฐานของสภาวะความเครียดสมดุลย์

$$c_b = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_s} d \quad (4.13)$$

แรงอัดในคอนกรีต C

$$C = k_1 k_3 f_{cd} b c_b \quad (4.14)$$

แรงดึงในเหล็กเสริม T

$$T = A_s f_y = \rho_s b d f_{yd} \quad (4.15)$$

โดยการสมดุลย์ของแรงอัดในคอนกรีต C และ แรงดึงในเหล็กเสริม T

$$k_1 k_3 f_{cd} b c b = \rho_b b d f_{yd} \tag{4.16}$$

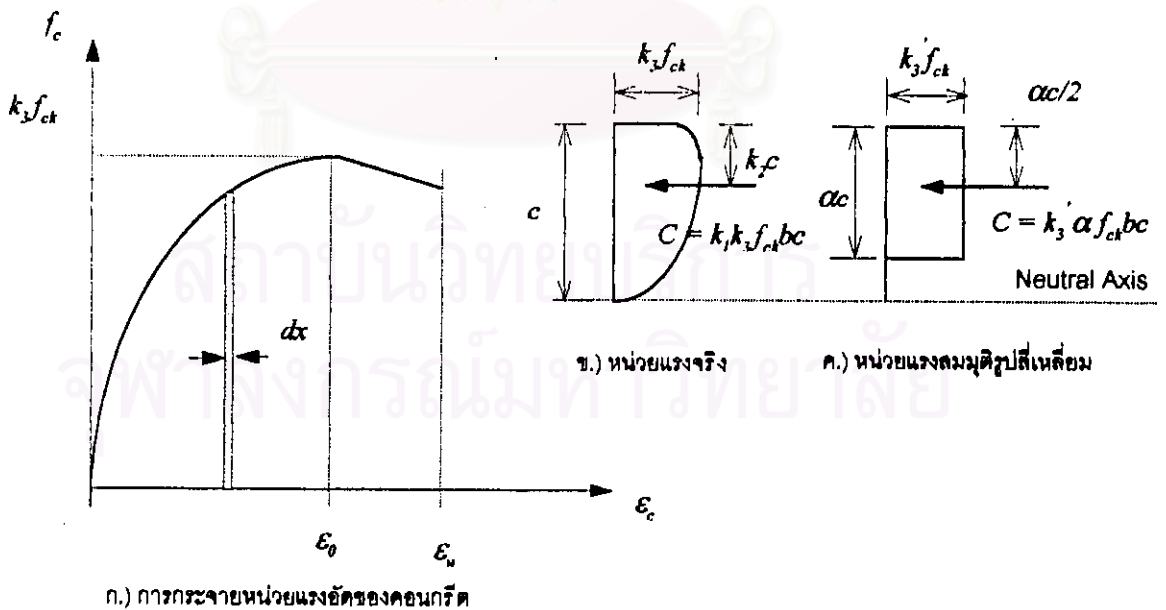
ดังนั้น

$$\rho_b = k_1 k_3 \frac{f_{cd} \epsilon_u}{f_{yd} \epsilon_u + \epsilon_y} \tag{4.17}$$

4.2.4 การวิเคราะห์

ก. การกระจายหน่วยแรงอัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเทียบเท่า (Equivalent Rectangular Stress Block)

โมเดลของการกระจายหน่วยแรงอัดในหน้าตัดคอนกรีตในรูปที่ 4.1 จะมีความยุ่งยากซับซ้อน เนื่องจากการคำนวณหาแรงลัพท์ และ จุดศูนย์รวมของแรงลัพท์ จะทำได้โดยการอินทิเกรตสมการที่ (4.1) ด้วยการอินทิเกรตเชิงตัวเลข (Numerical Intrigation) ซึ่งไม่สะดวกนักสำหรับการคำนวณออกแบบทั่วไป ดังนั้นในการศึกษาเรื่องนี้จึงได้ทำการประมาณค่าการกระจายหน่วยแรงอัดของคอนกรีตดังกล่าวในรูปแบบของสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งเป็นรูปแบบที่ง่ายและสะดวกต่อการคำนวณมากที่สุด



รูปที่ 4.7 โมเดลของการกระจายหน่วยแรงอัดในหน้าตัดคอนกรีต

โดยพิจารณาจากรูปที่ 4.7 อาจสังเกตการที่ค่าให้ผลรวมของแรงของหน่วยแรงสมมุติรูปสี่เหลี่ยมมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงจากหน่วยแรงจริง และให้จุดศูนย์กลางรวมของแรงอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน ทั้งนี้ไม่ได้หมายความว่า การกระทำหน่วยแรงอัดในหน้าตัดคอนกรีตจะเป็นรูปสี่เหลี่ยม แต่เป็นเพียงเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยประมาณค่าผลที่เกิดขึ้นจากการกระจายหน่วยแรงจริงเท่านั้น

ขั้นตอนการประมาณค่า α และค่า k_3' ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในรูปที่ 4.7 ทำได้ดังนี้

1. กำหนดให้ตำแหน่งของจุดรวมแรงลัพธ์อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกันจะได้

$$k_2 = \frac{\alpha}{2} \quad (4.18)$$

$$\alpha = 2k_2 \quad (4.19)$$

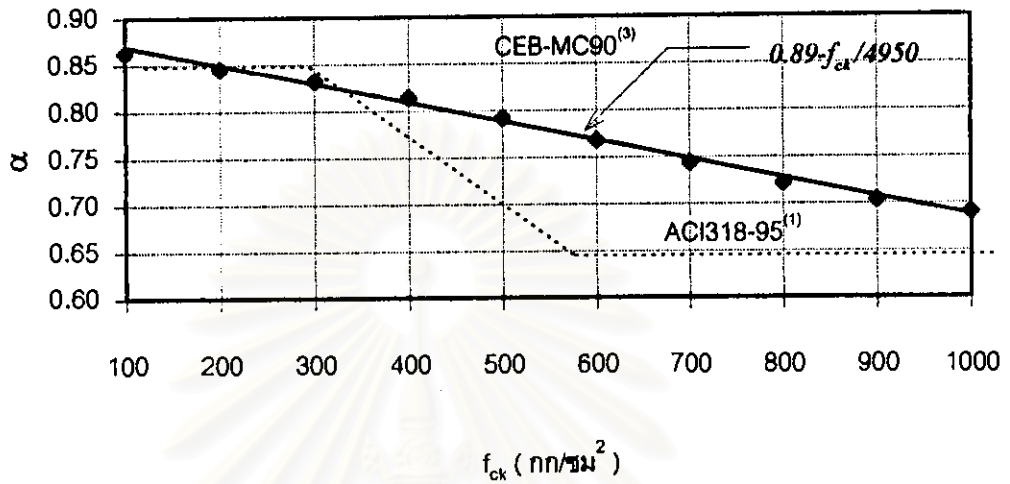
2. ให้ผลรวมของแรงของหน่วยแรงสมมุติรูปสี่เหลี่ยมมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงจากหน่วยแรงจริง

$$k_1 k_3 = k_3' \alpha \quad (4.20)$$

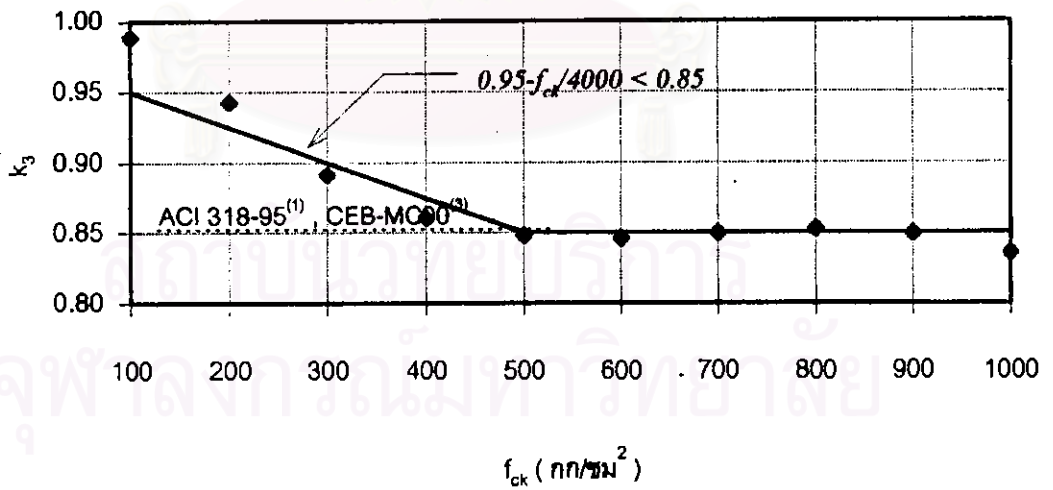
$$k_3' = \frac{k_1 k_3}{\alpha} \quad (4.21)$$

ตารางที่ 4.1 การวิเคราะห์ค่า α และค่า k_3' ของหน่วยแรงอัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

f_{ck} กก./ซม. ²	$k_1 k_3$	k_2	α	k_3'
100	0.8533	0.4316	0.8632	0.9885
200	0.7974	0.4229	0.8458	0.9428
300	0.7417	0.4161	0.8322	0.8913
400	0.7010	0.4072	0.8144	0.8608
500	0.6719	0.3962	0.7924	0.8479
600	0.6501	0.3842	0.7684	0.8460
700	0.6323	0.3721	0.7442	0.8496
800	0.6155	0.3609	0.7218	0.8527
900	0.5977	0.3519	0.7038	0.8492
1000	0.5775	0.3455	0.6910	0.8357



รูปที่ 4.8 ค่า α ตามกำลังอัดของคอนกรีต



รูปที่ 4.9 ค่า k_3 ตามกำลังอัดของคอนกรีต

3. นำผลการวิเคราะห์ค่า α และค่า k'_3 ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าข้างต้น มาทำการวิเคราะห์สมการถดถอยเชิงเส้นตรง (Linear Regression) จะได้สมการสำหรับค่า α และค่า k'_3 ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังนี้

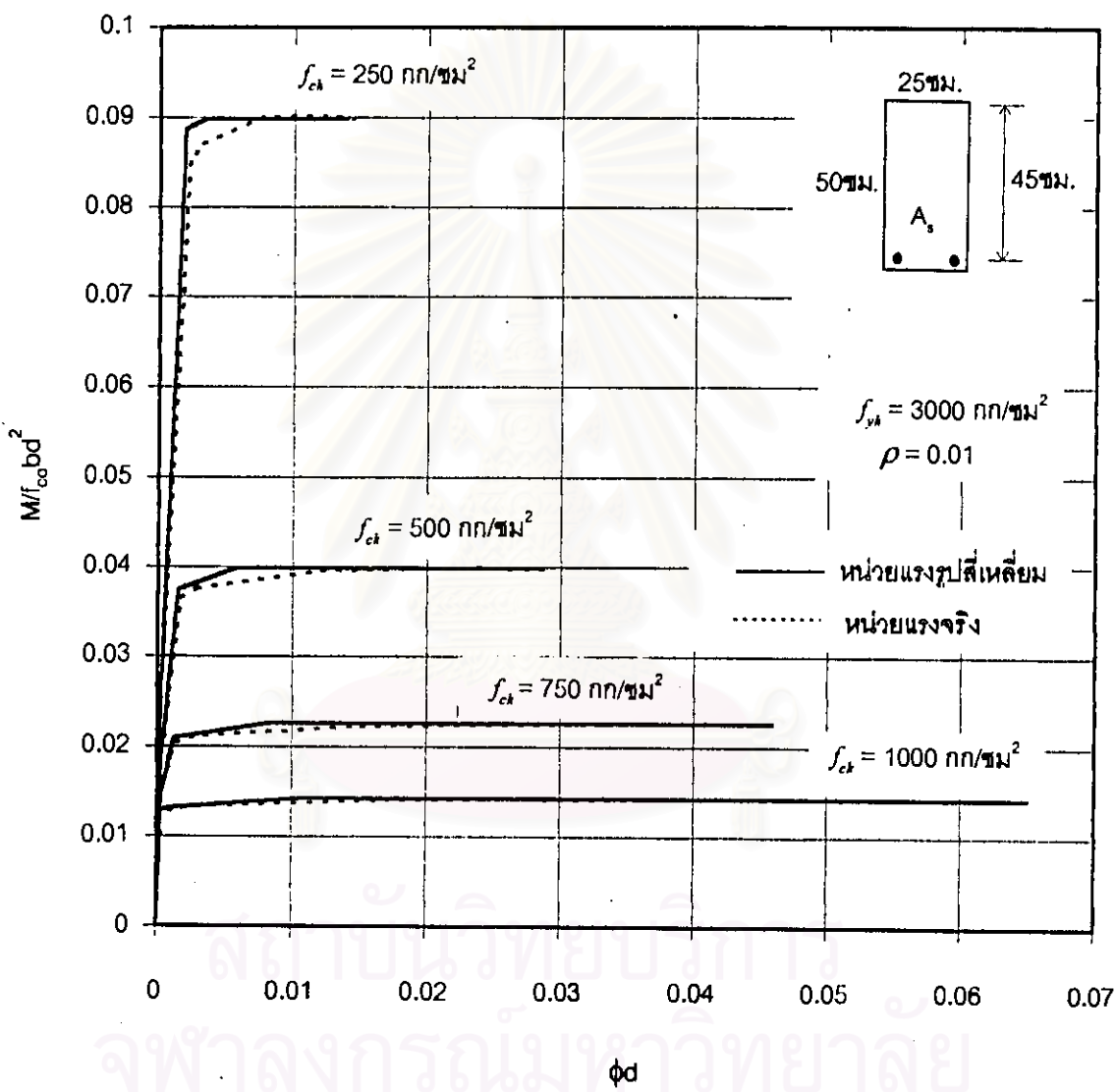
$$\alpha = 0.89 - \frac{f_{\alpha}}{4950} \tag{4.22}$$

$$k'_3 = 0.95 - \frac{f_{\alpha}}{4000} \tag{4.23}$$

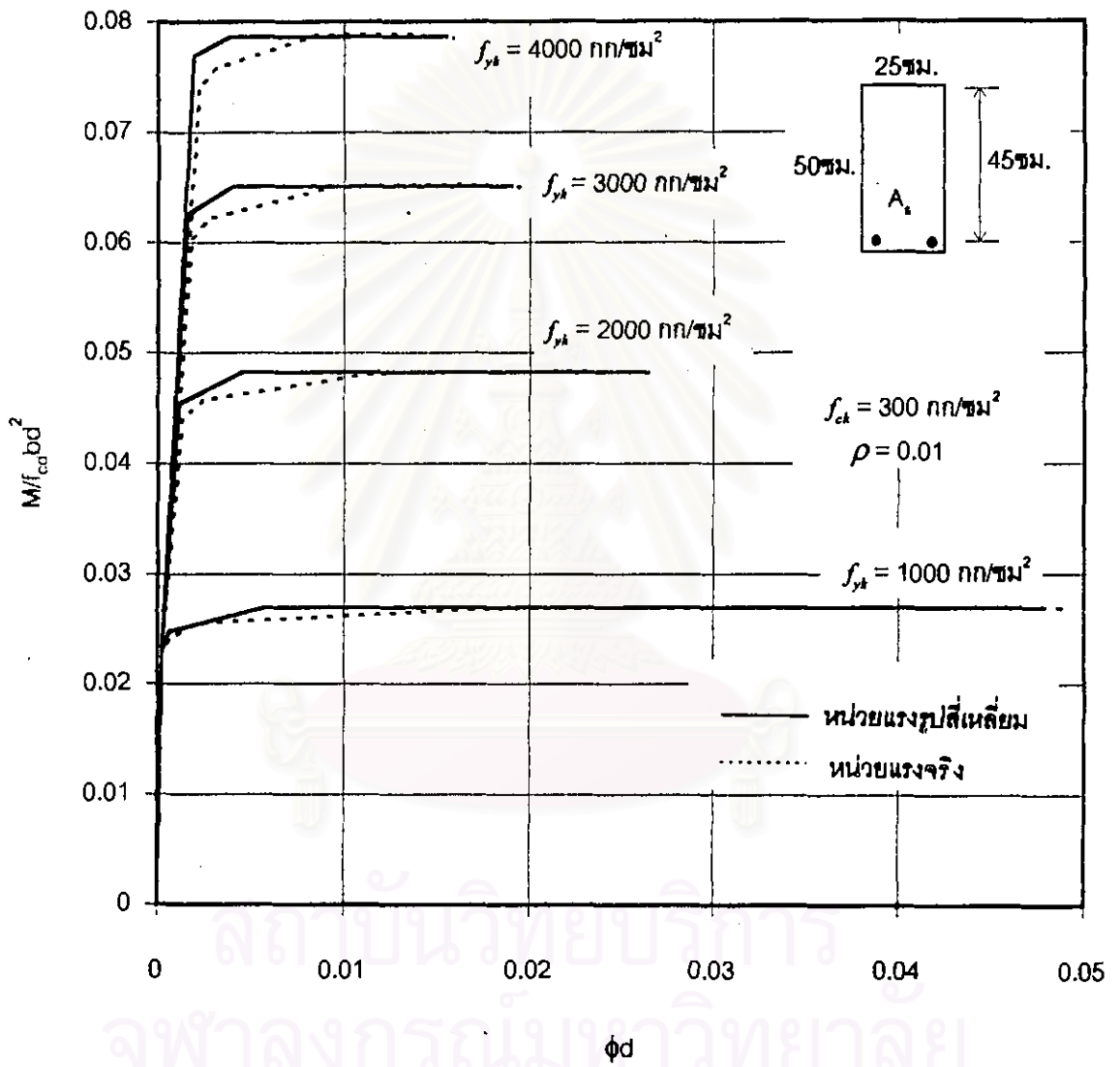
อย่างไรก็ตามถ้าหากจะพิจารณาใช้ค่า $k'_3 = 0.85$ เช่นเดียวกับ ACI 318-95⁽¹⁾, CEB-MC90⁽³⁾ ก็จะทำให้ค่าอยู่ในช่วงที่อนุรักษ์มากกว่า อีกทั้งยังสะดวกต่อการออกแบบมากกว่า

ข. การตรวจสอบผลของค่ากำลังดัดที่ใช้ออกแบบ

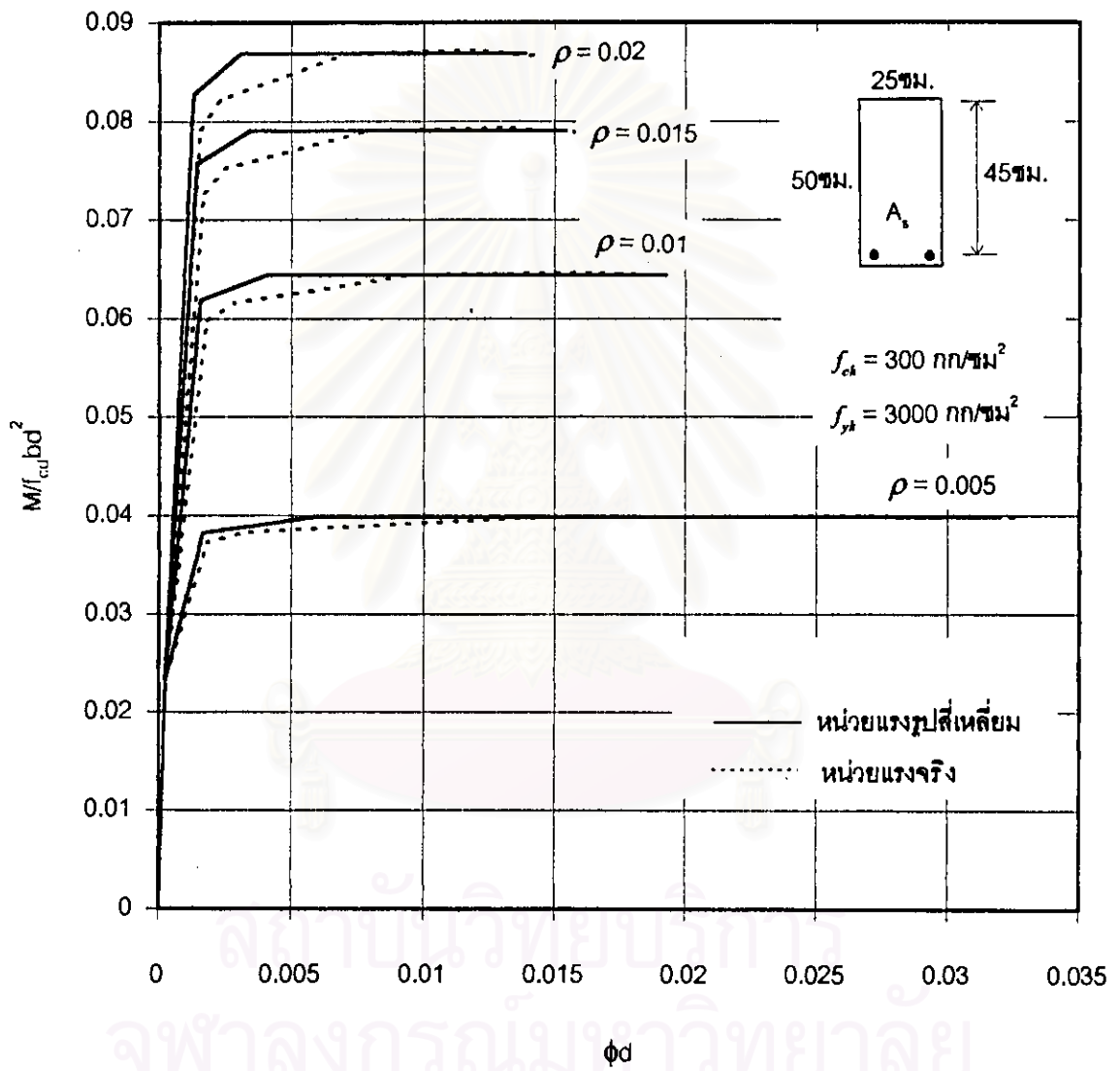
จากรูปแบบของการกระจายหน่วยแรงดัดในหน้าตัดคอนกรีตที่ได้เสนอไว้ข้างต้น นำมาทำการเปรียบเทียบผลของค่ากำลังดัดสำหรับการออกแบบ โดยทำการวิเคราะห์เปรียบเทียบเชิงพฤติกรรม ซึ่งแสดงได้ในลักษณะของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ กับความโค้ง (Moment - Curvature Relationship) ดังแสดงในรูปที่ 4.1-4.3 พบว่า ค่าโมเมนต์ดัดและค่าความโค้ง ที่ได้จากการประมาณการกระจายหน่วยแรงดัดในหน้าตัดคอนกรีต ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการใช้การกระจายหน่วยแรงดัดจริง โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง 1-3 % เท่านั้น



รูปที่ 4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งตามกำลังอัดของคอนกรีต



รูปที่ 4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งตามกำลังดึงของเหล็กเสริม



รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งปริมาณเหล็กเสริม

ตารางที่ 4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัด และ ความโค้ง ตามกำลังอัดของคอนกรีต

f_{ck} กก./ซม. ²	At Cracking		At Yield		At Ultimate		DI
	$M_{cr}/f_{ck}bd^2$	$\phi_{cr}d$	$M_y/f_{ck}bd^2$	ϕ_yd	$M_u/f_{ck}bd^2$	ϕ_ud	ϕ_u/ϕ_y
250	0.02524 (0.02524)	0.00023 (0.00023)	0.08884 (0.08516)	0.00188 (0.0022)	0.08987 (0.08989)	0.01385 (0.01435)	7.37 (6.52)
500	0.01804 (0.01804)	0.00025 (0.00025)	0.03748 (0.03635)	0.00149 (0.00169)	0.03983 (0.03974)	0.02859 (0.02845)	19.19 (16.83)
750	0.01482 (0.01482)	0.00026 (0.00026)	0.02097 (0.02039)	0.00121 (0.00135)	0.02258 (0.02258)	0.04589 (0.04578)	37.93 (33.91)
1000	0.01289 (0.01289)	0.00027 (0.00027)	0.01317 (0.01282)	0.00099 (0.0011)	0.01425 (0.01424)	0.06502 (0.06286)	65.68 (57.15)

() คำนวณจากหน่วยแรงจริง

ตารางที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัด และ ความโค้ง ตามกำลังดึงของเหล็กเสริม

f_{ck} กก./ซม. ²	At Cracking		At Yield		At Ultimate		DI
	$M_{cr}/f_{ck}bd^2$	$\phi_{cr}d$	$M_y/f_{ck}bd^2$	ϕ_yd	$M_u/f_{ck}bd^2$	ϕ_ud	ϕ_u/ϕ_y
250	0.02311 (0.02311)	0.00023 (0.00023)	0.02476 (0.02401)	0.00062 (0.00071)	0.02899 (0.02697)	0.04774 (0.04901)	77.00 (69.03)
500	0.02311 (0.02311)	0.00023 (0.00023)	0.04539 (0.04388)	0.00113 (0.0013)	0.04826 (0.04821)	0.02619 (0.02675)	23.18 (20.58)
750	0.02311 (0.02311)	0.00023 (0.00023)	0.06258 (0.06038)	0.00156 (0.0018)	0.06515 (0.06505)	0.01901 (0.01947)	12.19 (10.82)
1000	0.02311 (0.02311)	0.00023 (0.00023)	0.07691 (0.07409)	0.00192 (0.00222)	0.07864 (0.07849)	0.01548 (0.01586)	8.06 (7.14)

() คำนวณจากหน่วยแรงจริง

ตารางที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัด และความโค้ง ตามปริมาณเหล็กเสริม

f_{ct} กก./ซม. ²	At Cracking		At Yield		At Ultimate		DI
	$M_c / f_{ck} b d^2$	$\phi_c d$	$M_y / f_{ck} b d^2$	$\phi_y d$	$M_u / f_{ck} b d^2$	$\phi_u d$	ϕ_u / ϕ_y
250	0.02325 (0.02325)	0.00024 (0.00024)	0.03828 (0.03728)	0.00165 (0.00183)	0.03988 (0.03985)	0.03199 (0.03268)	19.39 (17.86)
500	0.02311 (0.02311)	0.00023 (0.00023)	0.0619 (0.05974)	0.00155 (0.00178)	0.06449 (0.06439)	0.01925 (0.01966)	12.42 (11.04)
750	0.02306 (0.02306)	0.00023 (0.00023)	0.07574 (0.07272)	0.00141 (0.00167)	0.07906 (0.07891)	0.01541 (0.01576)	10.93 (9.44)
1000	0.0231 (0.0231)	0.00023 (0.00023)	0.08277 (0.07917)	0.00126 (0.00153)	0.08689 (0.0867)	0.01387 (0.01419)	11.01 (9.27)

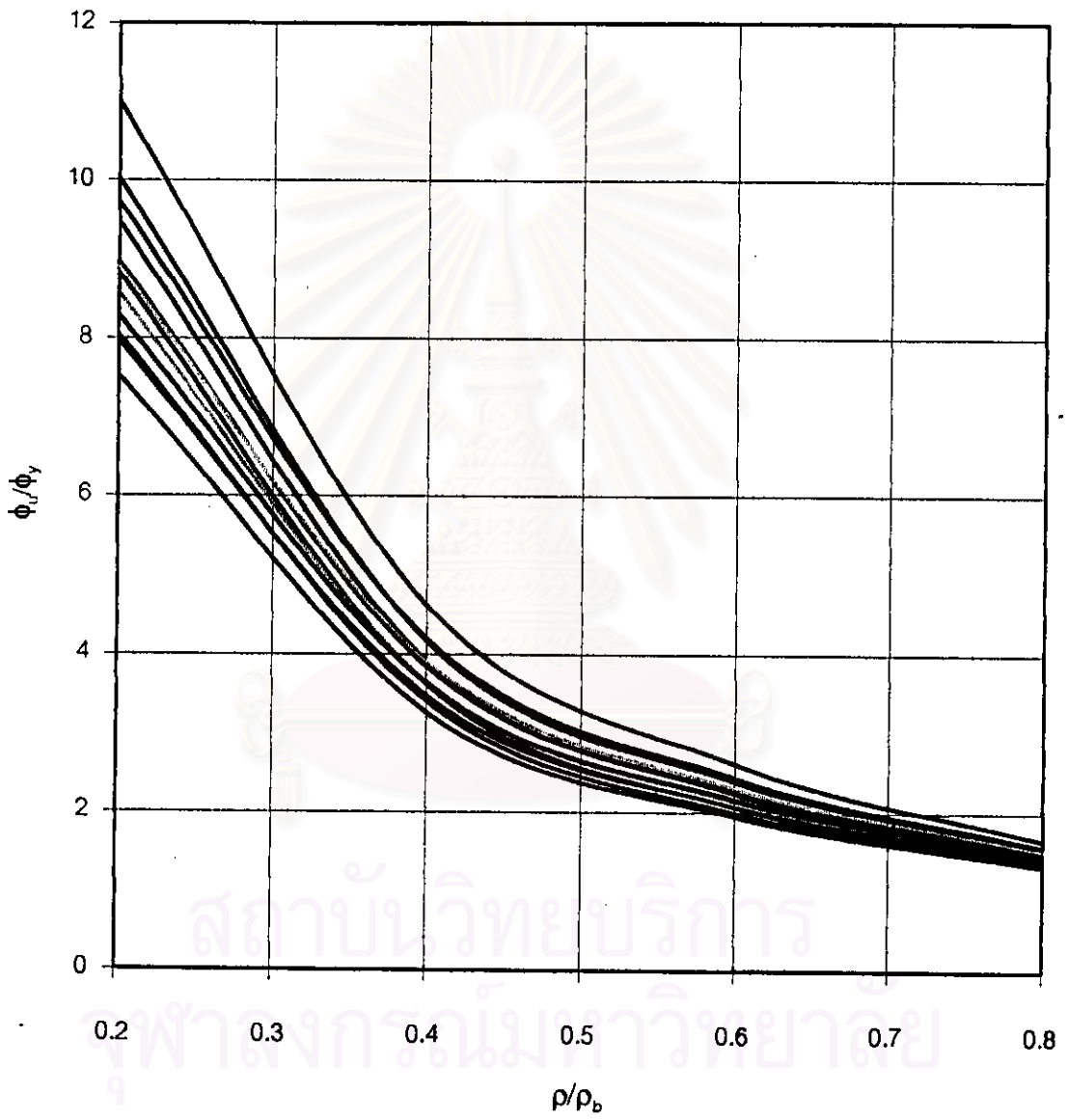
() คำนวณจากหน่วยแรงจริง

ค. ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมสูงสุด

เพื่อให้แน่ใจว่าการวิบัติของชิ้นส่วนรับแรงดัดจะเกิดการวิบัติในลักษณะที่มีความเหนียว (Ductile) ได้ Furlong⁽⁶³⁾ ได้แนะนำค่าดัชนีความเหนียวจากความโค้ง n เพื่อให้ชิ้นส่วนรับแรงดัดเกิดการหมุนเพียงพอที่จะให้เกิดการกระจายโมเมนต์ (Moment Redistribution) ได้ ในรูปของสมการ

$$n = 1 + 0.235 \frac{L}{d} \quad (4.24)$$

ซึ่งค่า L/d ที่ใช้งานทั่วไปมีค่าอยู่ระหว่าง 15 ถึง 20 ดังนั้น ค่า n ในสมการที่ (4.24) ควรจะมีค่าอยู่ระหว่าง 4 ถึง 6 สำหรับการวิเคราะห์ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมสูงสุด (ρ_{max}) ในการศึกษานี้ ได้ทำการพลอตกราฟความสัมพันธ์ของค่าดัชนีของความเหนียวจากความโค้ง n ของหน้าตัดที่แปรเปลี่ยนตามอัตราส่วนเหล็กเสริมต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมมูลย์ (ρ / ρ_o) ดังแสดงในรูปที่ 4.13 โดยทำการแปรค่ากำลังอัดของคอนกรีต และค่ากำลังครากของเหล็กเสริมดังแสดงในตารางที่ 4.5 และ กำหนดให้ค่าดัชนีของความเหนียว n มีค่าไม่เกิน 4 ทำการวิเคราะห์ค่า ρ / ρ_o จากรูปที่ 4.13 ที่กำลังอัดของคอนกรีตต่าง ๆ และเหล็กเสริมที่กำลังต่าง ๆ ดังแสดงไว้ในตารางที่ 4.5



รูปที่ 4.13 ค่าดัชนีความเหนียวจากความโค้ง n ของหน้าตัดที่แปรเปลี่ยนตาม (ρ/ρ_b)

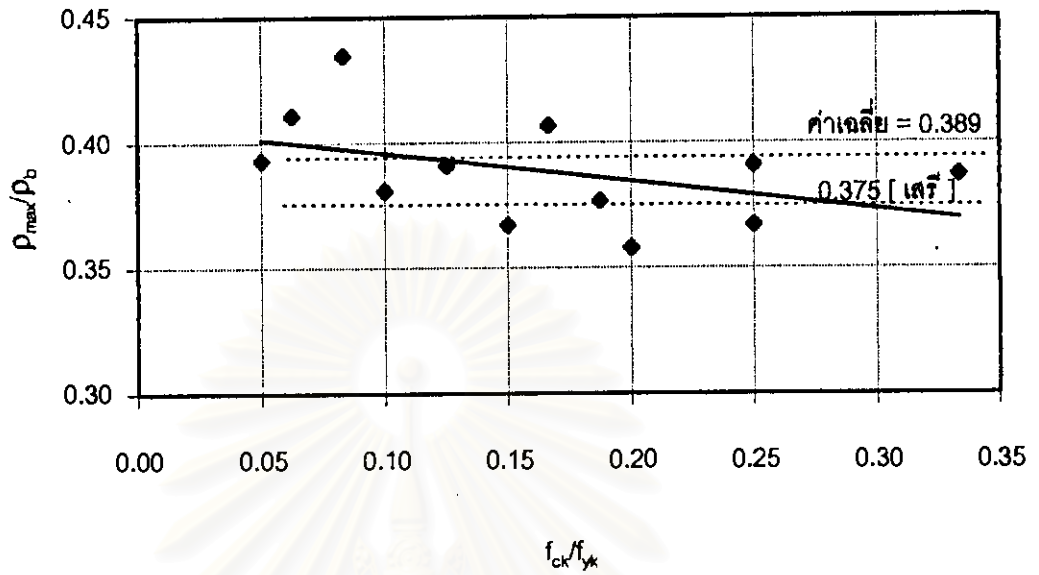
ตารางที่ 4.5 ค่า ρ/ρ_b ที่ได้จากการวิเคราะห์เมื่อ ค่าดัชนีความเหนียวจากความโค้งมีค่าเท่ากับ 4

f_{ct} กก/ซม ²	f_{yt} กก/ซม ²	ϵ_u	ϵ_y	k_1/k_3	ρ_b	f_{ct}/f_{yt}	ρ/ρ_b ($u=4$)
250	3000	0.0034	0.0015	0.76769	0.0443	0.0833	0.435
250	4000	0.0034	0.0020	0.76769	0.0301	0.0625	0.411
250	5000	0.0034	0.0025	0.76769	0.0220	0.0500	0.393
500	3000	0.0032	0.0015	0.67189	0.0764	0.1667	0.407
500	4000	0.0032	0.0020	0.67189	0.0519	0.1250	0.391
500	5000	0.0032	0.0025	0.67189	0.0379	0.1000	0.381
750	3000	0.0031	0.0015	0.62394	0.1049	0.2500	0.391
750	4000	0.0031	0.0020	0.62394	0.0709	0.1875	0.377
750	5000	0.0031	0.0025	0.62394	0.0517	0.1500	0.367
1000	3000	0.0029	0.0015	0.57746	0.1273	0.3333	0.387
1000	4000	0.0029	0.0020	0.57746	0.0858	0.2500	0.367
1000	5000	0.0029	0.0025	0.57746	0.0623	0.2000	0.358

จากนั้นทำการพลอตค่าความสัมพันธ์ระหว่างค่า ρ_{max}/ρ_b ที่ค่า f_{ct}/f_{yt} ต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 4.14 และทำการวิเคราะห์สมการถดถอย (Regression Analysis) ของผลข้อมูลดังกล่าว จะได้สมการ

$$\frac{\rho_{max}}{\rho_b} = 0.4070 - 0.1120 \frac{f_{ct}}{f_{yt}} \quad (4.25)$$

ค่า ρ_{max}/ρ_b จากการวิเคราะห์โดยใช้สมมติฐานต่างๆ ข้างต้นจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.350 ถึง 0.450 โดยที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.389 ดังแสดงในรูปที่ 4.14 ทั้งนี้ ACI318-95 ได้กำหนดให้ค่าอัตราเหล็กเสริมสูงสุด ρ_{max} มีค่าเท่ากับ $0.75 \rho_b$ สำหรับการออกแบบโดยทั่วไป ซึ่งจะให้ค่าดัชนีของความเหนียวประมาณ 2 เท่านั้น และกำหนดให้มีค่าเท่ากับ $0.50 \rho_b$ สำหรับการออกแบบโดยให้มีการจัดกระจายโมเมนต์ได้ ส่วนในคอนกรีตกำลังสูง เสรี ได้เสนอค่าอัตราเหล็กเสริมสูงสุด ρ_{max} สำหรับการออกแบบคอนกรีตกำลังสูงมีค่าเท่ากับ $0.375 \rho_b$



รูปที่ 4.14 สัดส่วนปริมาณเหล็กเสริมสูงสุดตามสัดส่วนกำลังของคอนกรีตและเหล็กเสริม f_{ck}/f_{yk}

ง. ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมต่ำสุดสำหรับหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยม

ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมต่ำสุด (ρ_{min}) กำหนดขึ้นจากค่าโมเมนต์ดัดที่ทำให้เกิดการแตกร้าว M_{cr} ซึ่งค่าโมเมนต์ดัดที่น้อยที่สุดของหน้าตัดจะต้องไม่น้อยกว่า ค่าโมเมนต์ดัดแตกร้าว M_{cr}

$$M > M_{cr} \tag{4.26}$$

เมื่อ

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \tag{4.27}$$

สำหรับรูปตัดสี่เหลี่ยม

$$M_{cr} = f_r \frac{bh^3 / 12}{h / 2}$$

$$M_{cr} = f_r \frac{bh^2}{6} \tag{4.28}$$

ค่ากำลังดึงของหน้าตัดมีค่าเท่ากับ

$$M_u = A_s f_{yd} (d - k_2 c) \quad (4.29)$$

$$A_s f_{yd} (d - k_2 c) = f_r \frac{bh^2}{6} \quad (4.30)$$

เมื่อ $A_s = \rho_{\min} bd$ และ $k_2 c$ มีค่าประมาณ $0.05d$ (ρ_{\min} น้อย) จะได้

$$\rho_{\min} bdf_{yd}(0.95d) = f_r \frac{bh^2}{6} \quad (4.31)$$

และสมมติ $d=0.9h$ จะได้

$$\rho_{\min} = 0.22 \frac{f_r}{f_{yd}} \quad (4.32)$$

ซึ่งพบว่า ρ_{\min} จะมีค่าเป็นสัดส่วนระหว่างค่าโมดูลัสแตกหัก (f_r) กับค่ากำลังดึงของเหล็กเสริม (f_{yd}) ซึ่งค่าโมดูลัสแตกหักมีค่าเป็นสัดส่วนโดยตรงค่ากำลังอัดของคอนกรีต ดังนั้นจะเห็นว่าที่ค่ากำลังดึงของเหล็กเสริมโต ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมต่ำสุดจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามกำลังอัดของคอนกรีตที่เพิ่มขึ้นและที่ค่ากำลังอัดของคอนกรีตต่าง ๆ ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมต่ำสุดจะมีค่าลดลงตามกำลังดึงของเหล็กเสริมที่เพิ่มขึ้น โดยหากพิจารณาใช้ความสัมพันธ์ระหว่างโมดูลัสแตกหักกับกำลังอัดของคอนกรีต $f_r = 1.98(f_{ck})^{0.50}$ และใช้ค่าส่วนประกอบปลอดภัยของเหล็กเสริม (γ_s) เท่ากับ 1.20 (ดูรายละเอียดในบทที่ 3) จะได้

$$\rho_{\min} = 0.522 \frac{f_{ck}^{0.5}}{f_{yk}} \quad (4.33)$$

ซึ่งหากพิจารณาอัตราส่วนเหล็กเสริมน้อยที่สุดดังกล่าวจะเห็นว่าค่า ρ_{\min} มีค่าอยู่ในช่วง $7.4/f_{yk}$ ถึง $16.5/f_{yk}$ สำหรับค่า f_{ck} ในช่วง 200 - 1000 กก/ซม² โดยมีค่าเฉลี่ยที่ $12.5/f_{yk}$ สำหรับ ทั้งนี้ ACI318-95⁽¹⁾ ได้กำหนดให้ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมต่ำสุด ρ_{\min} มีค่าเท่ากับ $14/f_y$ หรือ เนื้อที่ของเหล็กเสริมที่ใช้สำหรับทุกหน้าตัดที่รับโมเมนต์ต้องมีปริมาณไม่น้อยกว่า 1.33 เท่าของค่าที่ได้จากการวิเคราะห์

4.2.5 การคำนวณออกแบบหน้าตัดคอนกรีตรับแรงดัด

ก. ค่าโมเมนต์ดัดสูงสุด

จากสมการสำหรับคำนวณค่าโมเมนต์ดัดประลัย สมการที่ (4.9) ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น อาจจะเขียนสมการดังกล่าวในรูปของ

$$M_u = f_{cd} b d^2 \omega \left(1 - \frac{k_2}{k_1 k_3} \omega\right) \quad (4.34)$$

$$\text{เมื่อ } \omega = \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

ทำการแทนค่า $k_3 = 0.85$ และ $k_2 = k_1 / 2$ ในสมการที่ (4.34) โดยใช้ค่าส่วนประกอบปลอดภัยของคอนกรีต (γ_c) เท่ากับ 1.80 และส่วนประกอบปลอดภัยของเหล็กเสริม (γ_s) เท่ากับ 1.20 จะได้กราฟสำหรับคำนวณค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กใดๆ ดังแสดงในภาคผนวก รูปที่ ผ.1

ข. ปริมาณเหล็กเสริม A_s คำนวณได้จากสมการ

$$A_s = \frac{M_u}{f_{yd} j d} \quad (4.35)$$

โดยที่

$$j d = \left(1 - \frac{\beta c}{2}\right) d \quad (4.36)$$

โดยทั่วไปแล้ว ค่า j จากสมการที่ 4.36 ข้างต้นจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.85 - 0.95 ในการคำนวณออกแบบ อาจจะประมาณค่า j ในเบื้องต้นเท่ากับ 0.875 และ 0.925⁽⁶⁴⁾ สำหรับออกแบบคาน และ พื้นตามลำดับ จากนั้นเมื่อได้เลือกค่า A_s ตามสมการที่ 4.35 แล้ว จึงนำไปทำการตรวจสอบค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดของหน้าตัดที่ถูกต้อง ตามสมการที่ 4.34 หรืออาจจะใช้อ่านค่า จากกราฟในรูปที่ ผ.1 อย่างไรก็ตามจะต้องควบคุมค่าอัตราส่วนเหล็กเสริม ρ ให้มีค่าอยู่ระหว่างค่าจาก สมการที่ (4.25) และ (4.33) ด้วย

4.3 แรงเฉือน (Shear)

4.3.1 แรงเฉือนในคาน

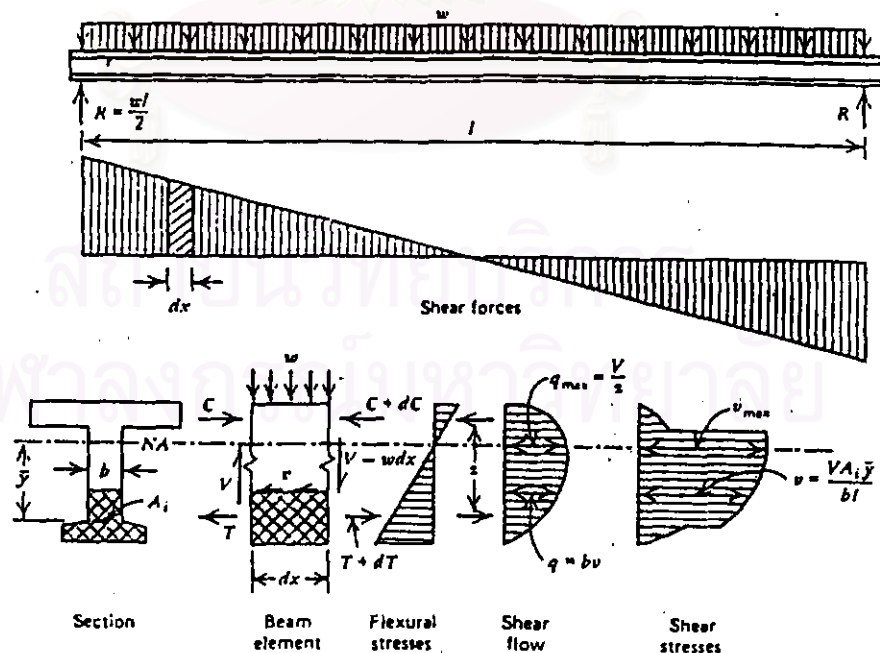
ก. หน่วยแรงเฉือนของคานคอนกรีต

แรงเฉือนที่กระทำบนหน้าตัดโครงสร้างรับแรงคัตสามารถพิจารณาได้จากหลักการสมดุลของชิ้นส่วนเล็กๆ จะเห็นได้ชัดว่า หน่วยแรงเฉือนในระนาบราบและแนวดิ่งของชิ้นส่วนจะมีขนาดเท่ากับหน่วยแรงเฉือนในแนวราบสำหรับคานที่มีคุณสมบัติเป็นเนื้อเดียวกันสม่ำเสมอทุกทิศทาง (Homogeneous and isotropic) เช่น คานคอนกรีตที่ยังไม่แตกกร้าว พิจารณารูปที่ 4.16 จากการสมดุลของหน่วยแรงคัตภายในคานจะได้ค่าหน่วยแรงเฉือนในแนวราบ คือ

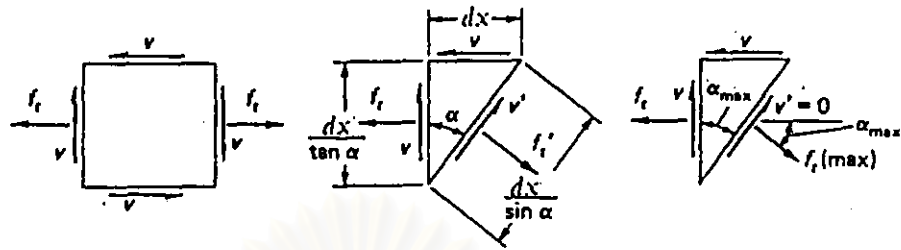
$$v = \frac{V A_i \bar{y}}{b I} = \frac{V Q}{I b} \quad (4.37)$$

และการไหลของแรงเฉือนที่แผ่นเฉือนคือ

$$q = vb \quad (4.38)$$



รูปที่ 4.16 การกระจายของแรงเฉือน



รูปที่ 4.17 สภาวะของหน่วยแรงบนชิ้นส่วนที่เหล็ยมีเล็ก ๆ

ณ ตำแหน่งใดๆ ได้แก่แกนละเทินของคานที่วัสดุมีคุณสมบัติเป็นเนื้อเดียวกัน (Homogeneous) จะมีหน่วยแรงดึง และหน่วยแรงเฉือน กระทำ โดยการพิจารณาชิ้นส่วนเล็ก ๆ ดังรูปที่ 4.17 และจากการ สมดุลย์ของแรงกระทำบนชิ้นส่วนซึ่งมีความกว้างจะได้

$$f'_i \left(\frac{b dx}{\sin \alpha} \right) = f_i \left(\frac{b dx}{\sin \alpha} \right) \cos \alpha + v (b dx) \cos \alpha + v \left(\frac{b dx}{\tan \alpha} \right) \sin \alpha \quad (4.39)$$

$$v' \left(\frac{b dx}{\sin \alpha} \right) = f_i \left(\frac{b dx}{\tan \alpha} \right) \sin \alpha + v (b dx) \sin \alpha + v \left(\frac{b dx}{\tan \alpha} \right) \cos \alpha \quad (4.40)$$

$$f'_i = \frac{1}{2} f_i (1 + \cos 2\alpha) + v \sin 2\alpha \quad (4.41)$$

$$v' = \frac{1}{2} f_i \sin 2\alpha - v \cos 2\alpha \quad (4.42)$$

ค่า α_{\max} ที่ทำให้ f'_i มีค่าสูงสุด และในขณะเดียวกันทำให้ v' มีค่าเท่ากับศูนย์โดยการดิฟเฟอเรนเชียล f'_i เทียบกับ α

$$\frac{df'_i}{d\alpha} = -f_i \sin 2\alpha + 2v \cos 2\alpha = 0 \quad (4.43)$$

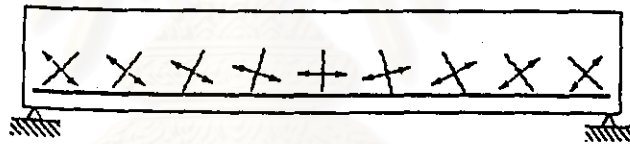
ดังนั้น

$$\tan 2\alpha_{\max} = \frac{2v}{f_1} \quad (4.44)$$

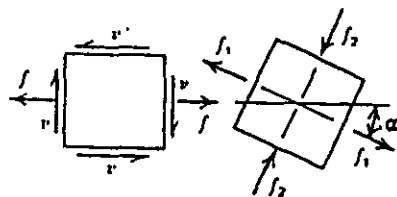
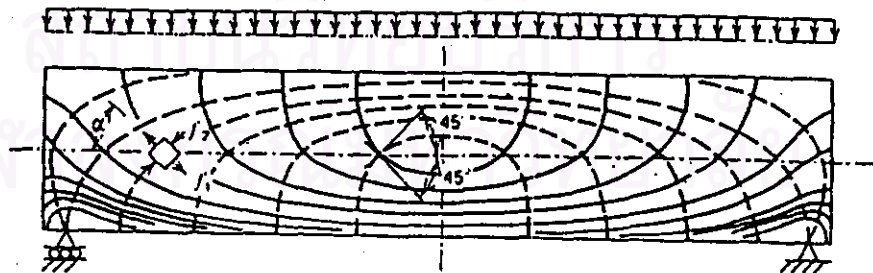
และจะได้

$$f_{t,\max} = \frac{f_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{f_1}{2}\right)^2 + v^2} \quad (4.45)$$

สมการที่ (4.45) ข้างต้นก็คือค่าหน่วยแรงดึงหลัก (Principal Tensile Stress) $f_{t,\max}$ ซึ่งสอดคล้องกับค่ามุมที่ให้หน่วยแรงดึงสูงสุดคือ α_{\max} ค่าหน่วยแรงดึงหลักนี้จะเข้าใกล้หน่วยแรงดึงตามยาว f_1 ถ้าแรงเฉือนมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ซึ่งทิศทางการเข้าใกล้แนวราบ และจะมีค่าเข้าใกล้หน่วยแรงเฉือน v ถ้าหน่วยแรงดึงตามยาวมีค่าน้อยซึ่งมีทิศทางเข้าใกล้ 45° กับแนวแกนของคานาดังแสดงในรูปที่ 4.18 ในรูปที่ 4.19 แสดงเส้นหน่วยแรงหลักในคานาที่วัตถุมีคุณสมบัติเป็นเนื้อเดียวกัน



รูปที่ 4.18 ทิศทางการแตกหักในคานาช่วงเดียว



รูปที่ 4.19 เส้นแสดงหน่วยแรงหลักในคานาที่มีคุณสมบัติเป็นเนื้อเดียวน้ำเสมอ

จะเห็นว่าแรงในแนวราบที่ส่งผ่านบริเวณแตกร้าวของหน้าตัดในจุดมคติจะมีค่าคงที่ ดังนั้นการไหลของแรงเฉือนในบริเวณรับแรงดิ่งจะคงที่ ค่าแรงดิ่งที่เพิ่มขึ้นระหว่างหน้าตัดคือ

$$dT = v b dx \tag{4.46}$$

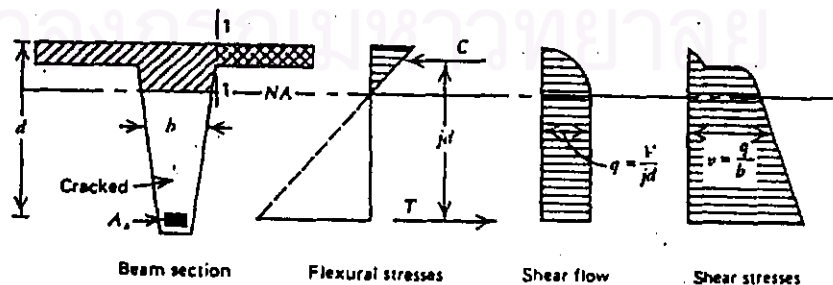
$$v = \frac{1}{b} \frac{dT}{dx} \tag{4.47}$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{dM}{jd} \tag{4.48}$$

$$v = \frac{1}{b} \frac{dM}{jd} \frac{V}{dx} = \frac{V}{bjd} \tag{4.49}$$

จากสมการที่ 4.49 จะเห็นว่าค่าหน่วยแรงเฉือนจะขึ้นอยู่กับความกว้างของเอว (Web) ซึ่งคอนกรีตได้ แกนละเทินสมมุติว่าอยู่ในสถานะที่เกิดแรงเฉือนล้วน (Pure shear) และสมการนี้ใช้สำหรับบอกขนาดของแรงดิ่งแนวทะแยงในบริเวณรับแรงดิ่งซึ่งแตกร้าวของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งหมายความว่าหน่วยแรงเฉือนจะถูกส่งผ่านหน้าตัดโดยไม่คำนึงว่าจะมีการแตกร้าวเนื่องจากแรงดัดหรือไม่ โดยที่หน่วยแรงดิ่งหลักมีค่าใกล้เคียงกับค่าหน่วยแรงเฉือนและมีทิศทางทำมุม 45 องศากับแนวแกนของคาน ดังนั้นเพื่อความสะดวกจึงใช้สมการที่ง่ายเพื่อเป็นดัชนี ในการบอกขนาดของหน่วยแรงเฉือน⁽²²⁾ คือ

$$v = \frac{V}{bd} \tag{4.50}$$



รูปที่ 4.20 หน่วยแรงเฉือนบนหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กในจุดมคติที่เกิดการแตกร้าว

ข. กำลังรับแรงเฉือนของคานคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็กปลอก

กำลัง ณ จุดที่เกิดรอยร้าวแนวทแยงโดยทั่วไปเป็นการแตกร้าวแบบเฉือน-ดัดได้กำหนดให้เป็นกำลังเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ไม่เสริมเหล็กปลอก โดยอยู่บนพื้นฐานเกี่ยวกับตัวแปรที่เกี่ยวข้องและจากผลการทดสอบซึ่งความสัมพันธ์ของตัวแปรหาได้ทางสถิติ

สมมติให้ค่ากำลังถึงค่าสูงสุดเมื่อหน่วยแรงดึงหลักมีค่าเท่ากับกำลังดึงของคอนกรีต ซึ่งเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ f_{cd}^m เมื่อ m คือค่าคงที่ใดๆที่ต่ำกว่า 1 ถึงแม้ว่าการกระจายหน่วยแรงดัดและหน่วยแรงเฉือนที่แน่นอนในหน้าตัดไม่สามารถระบุได้แต่อาจสมมุติว่าหน่วยแรงดึงดัด (Flexural Tensile Stress) แปรผันตามค่า E_c/E_s คูณด้วยหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมและค่า v แปรผันตามค่าหน่วยแรงเฉือนเฉลี่ย สมมติว่าค่า E_c แปรตามค่า f_{cd}^m และให้ V_n และ M_n คือค่าแรงเฉือน และโมเมนต์ดัดประลัยระบุตามลำดับ ณ หน้าตัดใดๆ เมื่อเกิดการแตกร้าวแนวทแยง

$$v = c_1 \frac{V_n}{bd} \quad (4.51)$$

และหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมเป็นสัดส่วนกับ $\frac{M_n}{A_s d}$ ดังนั้นค่าหน่วยแรงดึงในคอนกรีตมีค่าเท่ากับ

$$f_t \propto f_s \frac{E_c}{E_s} \propto \frac{M_n E_c}{A_s d E_s} \propto \frac{M_n f_{cd}^m}{A_s d E_s} \propto \frac{M_n f_{cd}^m}{bd^2 \rho E_s} \quad (4.52)$$

$$f_t = \frac{c_4 f_{cd}^m M_n}{E_s \rho bd^2} \quad (4.53)$$

เนื่องจาก E_s เป็นตัวที่รู้ค่า และกำลังรับแรงดึงของคอนกรีตสามารถแสดงในรูปของ

$$f_{t, \max} = c_5 f_{cd}^m \quad (4.54)$$

แทนค่าสมการที่ (4.51) และ (4.53) ลงในสมการที่ (4.45) จะได้

$$\frac{V_n}{bd f_{cd}^m} = \frac{c_5}{\left[\frac{1 c_4 M_n f_{cd}^m}{2 E_s V_n d \rho} + \sqrt{\left(\frac{1 c_4 M_n f_{cd}^m}{2 E_s V_n d \rho} \right)^2 + c_1^2} \right]} \quad (4.55)$$

จะสังเกตว่าตัวแปรที่เกี่ยวข้องคือ V_n/bdf_{cd}^m และ $(M_n f_{cd}^m)(E_s \rho V_n d)$ โดยตัวแปรทั้งสองนี้เป็นจำนวนไร้มิติเนื่องจาก มีหน่วยเป็นแรงต่อหน่วยพื้นที่ โดยการกำหนดค่า $m = 0.5$ ⁽²²⁾ สมการข้างต้นก็จะสามารถเขียนใหม่ให้สัมพันธ์กับพารามิเตอร์หลัก 2 ตัวได้แก่ $A = V/bdf_{cd}^{0.5}$ ซึ่งแทนค่ากำลังดึงในแนวทแยงของคอนกรีต และ $B = (f_{cd}^{0.5}/\rho)(M/Vd)$ ซึ่งแทนค่าคุณสมบัติของหน้าตัดที่กำลังพิจารณา

$$\frac{V}{bdf_{cd}^{0.5}} = A + B \frac{\rho V d}{M f_{cd}^{0.5}} \quad (4.56)$$

$$v = \frac{V}{bd} = A f_{cd}^{0.5} + B \frac{\rho V d}{M} \quad (4.57)$$

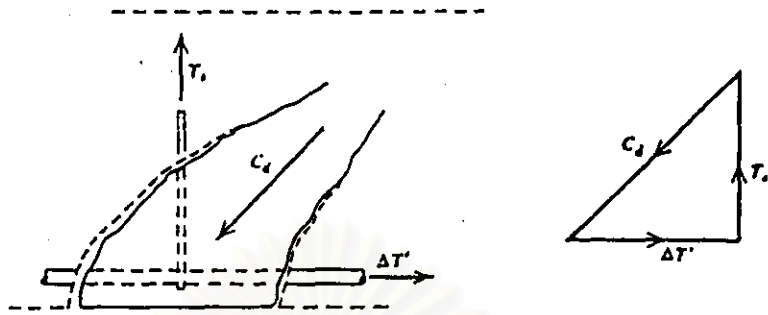
ก. กำลังรับแรงเฉือนของคานคอนกรีตที่เสริมเหล็กปลอก

การเสริมเหล็กในแกนตั้งเช่นเหล็กปลอกเพื่อรับแรงเฉือนนั้นจะไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพื้นฐานกลไกของความต้านทานแรงเฉือน จากชิ้นส่วนคอนกรีตที่ยึดเหนี่ยว ΔT ซึ่งต้านทานโดยการรวมกันของปฏิริยาขัดกันของมวลรวม (Aggregate Interlock) , ปฏิริยาเดือย (Dowel Action) และโมเมนต์ดัดที่ฐานคอนกรีตที่ยื่นส่วนอื่นๆคือแรงยึดเหนี่ยว สามารถต้านทานได้โดยปฏิริยาโครงข้อหมุน (Truss Action) โดยคอนกรีตที่ยื่นหน้าที่เป็น ชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวทแยง

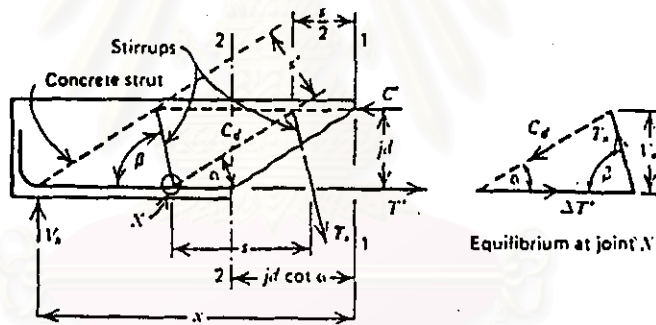
เหล็กปลอกช่วยในกลไกรับแรงเฉือนโดย

1. ช่วยเพิ่มแรงเฉือนที่ปฏิริยาเดือยจะรับได้โดยรองรับเหล็กเสริมตามยาวที่ถูกรอยร้าวตัดผ่าน
2. ลดค่าหน่วยแรงดึงดัดภายในส่วนคอนกรีตที่ยื่นโดยแรงอัดแนวทแยง C_d
3. จำกัดความกว้างของรอยแตกร้าวแนวทแยงโดยการโอบ (Enhancing) และรักษาแรงเฉือนที่รับโดยการขัดกันของมวลรวมรวมทั้งลดปริมาณการแทงลึกเข้าไปในบริเวณรับแรงอัด ดังนั้นพื้นที่ที่ยังไม่แตกร้าวก็จะมีมากขึ้น
4. ป้องกันการวิบัติจากแรงยึดเหนี่ยวเมื่อเกิดรอยแตกร้าวแยกเกิดขึ้นในบริเวณยึดรั้ง (Anchorage Zone) เนื่องจากปฏิริยาเดือยและแรงยึดรั้ง
5. รับแรงเฉือนส่วนที่เกินจากกำลังรับแรงเฉือนของคานคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็กปลอก

กลไกของโครงข้อหมุนอุปมัย (Truss Analogy) จะเริ่มขึ้นภายหลังรอยแตกร้าวแนวทแยงเท่านั้นการอุปมาให้การรับแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เหล็กปลอกเป็นแบบโครงข้อหมุน ซึ่งถูกสมมุติให้รอยแตกร้าวแนวทแยงทำมุมกับแนวคานมีค่า 45 องศา และโครงข้อหมุนอุปมัยได้แสดงในรูปที่ 4.22 จากการสมมุติของแรงเฉือน x จะได้



รูปที่ 4.21 ส่วนยื่นของคอนกรีตที่ทำหน้าที่เหมือน Strut



รูปที่ 4.22 แรงภายในโครงข้อหมุนขุยมั้ย

$$V_s = C_d \sin \alpha = T_s \sin \beta \tag{4.58}$$

ระยะเรียงเหล็กปลอกจากเขาคณิต

$$S = jd(\cot \alpha + \cot \beta) \tag{4.59}$$

ตั้งมั่นแรงในเหล็กปลอกต่อหน่วยความยาว

$$\frac{T_s}{S} = \frac{V_s}{j d \sin \beta (\cot \alpha + \cot \beta)} = \frac{A_v f_s}{S} \quad (4.60)$$

เพื่อให้ได้กำลังในจุดมคติเหล็กปลอกจะยึดจนถึงจุดคราก $f_s = f_{yw}$ และ $j d \cong d$

$$V_s = \frac{A_v f_{yw} d}{S} \sin \beta (\cot \alpha + \cot \beta) \quad (4.61)$$

สมมุติให้แรงยึดแนวทะแยง C_d มีค่าหน่วยแรงตมำเสมอจะได้

$$f_{cd} = \frac{C_d}{b S'} \quad (4.62)$$

โดย

$$S' = S \sin \alpha = j d \sin^2 \alpha (\cot \alpha + \cot \beta) \quad (4.63)$$

ดังนั้น

$$f_{cd} = \frac{V_s}{b d \sin^2 \alpha (\cot \alpha + \cot \beta)} \quad (4.64)$$

จากกลไกการรับแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ไม่เสริมเหล็กปลอกและกลไกของโครงข้อหมุน ในการรับแรงเฉือนของเหล็กปลอก ซึ่งสามารถทำการรวมกัน (Superimposed) ระหว่างปฏิกิริยาทั้ง 2 แบบ จะได้กำลังรับแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมเหล็กปลอก โดยเมื่อคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมเหล็กปลอกถึงจุดวิบัติความเค้นของเหล็กปลอกจะถึงจุดคราก จากสมการที่(4.55) เมื่อเหล็กปลอกตั้งฉากกับความยาวคานและสมมุติให้รอยแตกข้าวแนวทะแยงทำมุม 45 องศากับความยาวคาน

$$V_n = V_c + V_s = V_c + \frac{A_v f_{yw} d}{S} \quad (4.65)$$

$$v_n = v_c + r f_{yw} \quad (4.66)$$

โดยที่ $r = \frac{A_v}{b S}$

จากการที่ชิ้นส่วนคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมเหล็กปลอกโดยส่วนใหญ่จะพิจารณาโดยการรวมผลของการรับกำลังโดยคอนกรีต V_c และโดยเหล็กปลอก V_s ซึ่งกำลังรับแรงเฉือนโดยคอนกรีตนั้นอาจจะกำหนดให้เท่ากับกำลังรับแรงเฉือน ณ จุดที่แตกร้าวนวทหะแยง V_{cr} หรือกำลังรับแรงเฉือน ณ จุดประลัย V_{uo} และกำลังรับแรงเฉือนโดยเหล็กปลอกนั้นสามารถหาได้โดยใช้วิธีโครงข้อหมุนอุปมัย ดังนั้นกำลังรับแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมเหล็กปลอกจึงอาจวิเคราะห์ได้เช่นเดียวกับในสมการที่ (4.65) และ สมการที่(4.66) ข้างต้น

ง. ข้อเสนอเพื่อการวิเคราะห์กำลังรับแรงเฉือนทางเดียว (One-Way Shear) ของหน้าตัด

ในการศึกษาเรื่องกำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ได้ทำการรวบรวมข้อมูลจากผลการทดสอบจากงานวิจัยที่ผ่านมา⁽²²⁾ วิเคราะห์ตามหลักสถิติโดยอาศัยสมการในรูปของ $v_c = A\sqrt{f_{ck}} + B\rho\frac{Vd}{M}$ ใช้วิธีการวิเคราะห์สมการถดถอยทางสถิติ (Regression Analysis) วิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ A และ B ซึ่งเป็นพารามิเตอร์หลักจากสมการข้างต้น ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ในส่วนของคอนกรีตกำลังปกติ ($f_{ck} < 500$ กก/ซม²) อาศัยข้อมูลผลการทดสอบ 194 ตัวอย่าง ทำการพลอตค่า $v_c/\sqrt{f_{ck}}$ กับค่า $\rho\frac{Vd}{M}$ จากนั้นทำการวิเคราะห์สมการถดถอยของชุดข้อมูลข้างต้นจะได้สมการดังนี้

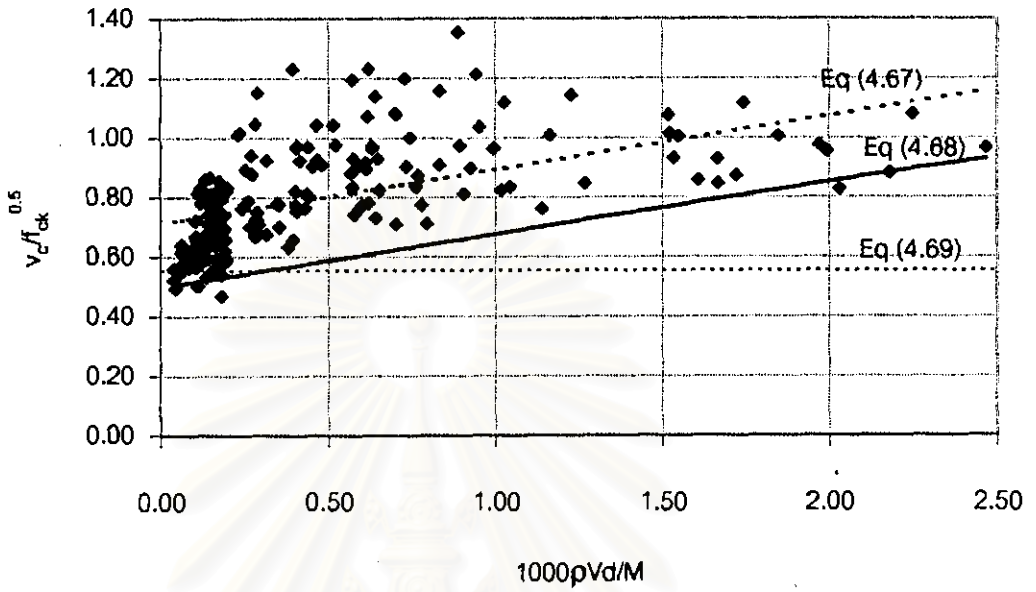
$$v_c = 0.712\sqrt{f_{ck}} + 180\rho\frac{Vd}{M} \quad (4.67)$$

อย่างไรก็ตาม ACI-ASCE Committee 326⁽²²⁾ ได้แนะนำสมการวิเคราะห์กำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดไว้ดังนี้

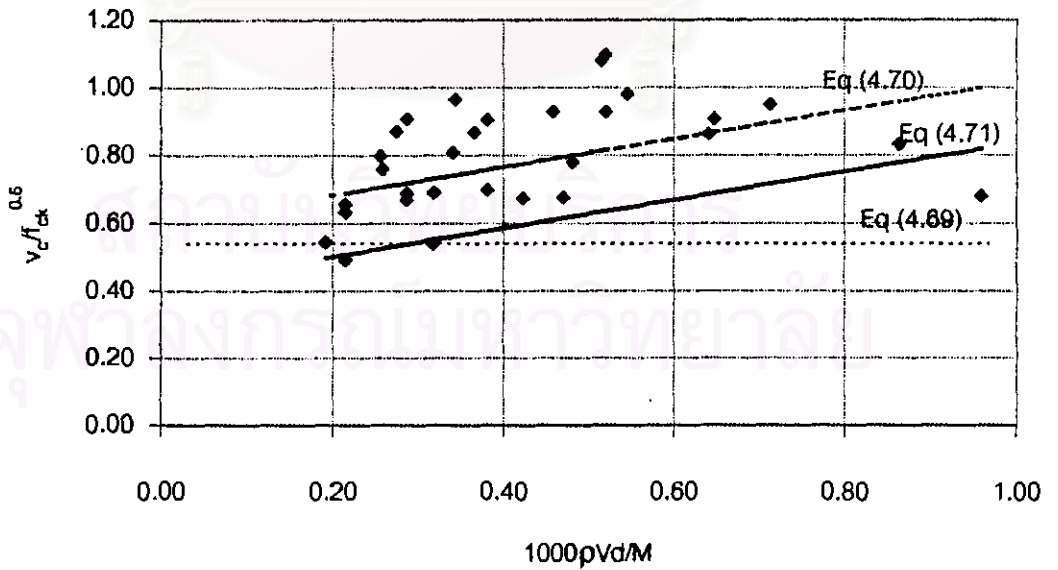
$$v_c = 0.5\sqrt{f_{ck}} + 176\rho\frac{Vd}{M} \leq 0.926\sqrt{f_{ck}} \quad (4.68)$$

ซึ่งจากการวิเคราะห์ชุดข้อมูลดังกล่าวพบว่าค่าเฉลี่ยของ $v_c/\sqrt{f_{ck}}$ มีค่าเท่ากับ 0.804 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.178 ดังนั้นอาจจะพิจารณาค่าขอบเขตล่างของ $v_c/\sqrt{f_{ck}}$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เท่ากับ 0.512 โดยที่ ACI-ASCE⁽²²⁾ ได้แนะนำให้ใช้ขอบเขตล่างสำหรับกำลังรับแรงเฉือนเท่ากับ

$$v_c = 0.53\sqrt{f_{ck}} \quad (4.69)$$



รูปที่ 4.23 กำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กสำหรับคอนกรีตกำลังปกติ



รูปที่ 4.24 กำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กสำหรับคอนกรีตกำลังสูง

ในส่วนของคนกริดกำลังสูง ($f_{ck} > 500$ กก./ซม²) เสรี⁽¹³⁾ ได้ทำการรวบรวมข้อมูลผลการทดสอบคานคอนกรีตกำลังสูง จากการศึกษาทดสอบของ Mphonde และ Frantz, Ahmad et al, พิทยา, Thorenfeldt และ Drangshot ทั้งหมด 43 ตัวอย่าง ในลักษณะเดียวกัน โดยที่กำลังอัดของคนกริดในการทดสอบ มีค่าอยู่ระหว่าง 384-996 กก./ซม² ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

$$v_c = 0.6\sqrt{f_{ck}} + 416\rho \frac{Vd}{M} \quad (4.70)$$

อาศัยหลักการเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลในส่วนคอนกรีตกำลังปกติตามคำแนะนำของ ACI-ASCE⁽²²⁾ โดยที่ค่าเฉลี่ยของ $v_c/\sqrt{f_{ck}}$ มีค่าเท่ากับ 0.796 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.156 ดังนั้นอาจจะพิจารณากำหนดขอบเขตล่างของสมการที่ (4.75) ในระดับความเชื่อมั่น 95% เท่ากับ

$$v_c = 0.42\sqrt{f_{ck}} + 416\rho \frac{Vd}{M} \quad (4.71)$$

และโดยอาศัยการวิเคราะห์ทางสถิติ ค่าขอบเขตล่างของ $v_c/\sqrt{f_{ck}}$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เท่ากับ 0.540 ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ค่าขอบเขตล่าง $v_c = 0.53\sqrt{f_{ck}}$ ตามคำแนะนำของ ACI-ASCE⁽²²⁾ ในสมการที่ (4.74) ยังคงใช้ได้สำหรับคอนกรีตกำลังสูงอีกด้วย

สำหรับในการออกแบบโดยภาวะสุดขีดอาจจะพิจารณาใช้ค่า $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ แทนค่า f_{ck} ในชุดสมการข้างต้น โดยที่ ค่า γ_c คือ Partial Safety Factor ของคอนกรีต (ดูรายละเอียดในบทที่ 3) ดังนั้นจะได้สมการสำหรับคำนวณค่าหน่วยแรงเฉือนทางเดียว (One-Way Shear) ดังนี้

สำหรับคอนกรีตกำลังปกติ ($f_{ck} < 500$ กก./ซม²)

$$v_c = 0.5\sqrt{f_{cd}} + 176\rho \frac{Vd}{M} \quad (4.72)$$

สำหรับคอนกรีตกำลังสูง ($f_{ck} > 500$ กก./ซม²)

$$v_c = 0.42\sqrt{f_{cd}} + 416\rho \frac{Vd}{M} \quad (4.73)$$

ทั้งนี้สมการทั้งสองข้างต้นไม่ควรจะมีค่าเกิน $0.93\sqrt{f_{cd}}$ และอาจจะพิจารณาใช้ค่า

$$v_c = 0.53\sqrt{f_{cd}} \quad (4.74)$$

ซึ่งเป็นขอบเขตล่างของชุดสมการดังกล่าวได้อีกด้วย

สำหรับในส่วนของคานลึก (Deep Beam) ซึ่งอาจจะพิจารณาค่าอัตราส่วน l_n/d น้อยกว่า 5 โดยที่ ACI-ASCE Committee 426 ⁽²³⁾ ได้แนะนำให้เพิ่มตัวคูณ $(3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd}) \leq 2.5$ ซึ่งเป็นผลจากปฏิกิริยา Arch Action คุณเข้ากับชุดสมการข้างต้น ซึ่งจะได้สมการดังนี้

สำหรับคอนกรีตกำลังปกติ ($f_{ck} < 500$ กก/ซม²)

$$v_c = \left(3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} \right) \left[0.5\sqrt{f_{cd}} + 176\rho \frac{Vd}{M} \right] \quad (4.75)$$

สำหรับคอนกรีตกำลังสูง ($f_{ck} > 500$ กก/ซม²)

$$v_c = \left(3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} \right) \left[0.42\sqrt{f_{cd}} + 416\rho \frac{Vd}{M} \right] \quad (4.76)$$

ทั้งนี้สมการทั้งสองข้างต้นไม่ควรจะมีค่าเกิน $1.59\sqrt{f_{cd}}$

ในชิ้นส่วนที่รับทั้งแรงเฉือนและแรงอัด ACI-ASCE Committee 326 ⁽²²⁾ ได้แนะนำให้แทนค่า M ด้วย $M + \beta Nd$ เมื่อ $\beta = 1 - (h/2d) - j$ และ N เป็นแรงอัดที่กระทำต่อชิ้นส่วน ซึ่งจะได้ชุดสมการดังนี้

สำหรับคอนกรีตกำลังปกติ ($f_{ck} < 500$ กก/ซม²)

$$v_c = 0.5\sqrt{f_{cd}} + 176\rho \frac{Vd}{(M + \beta Nd)} \quad (4.77)$$

สำหรับคอนกรีตกำลังสูง ($f_{ck} > 500$ กก/ซม²)

$$v_c = 0.42\sqrt{f_{cd}} + 416\rho \frac{Vd}{(M + \beta Nd)} \quad (4.78)$$

ทั้งนี้สมการทั้งสองข้างต้นไม่ควรจะมีค่าเกิน $0.93\sqrt{f_{cd}}b_w d \sqrt{1 + 0.029 \frac{N_u}{A_g}}$ และอาจจะพิจารณาใช้ค่า

$$v_c = 0.53 \left(1 + 0.0071 \frac{N_u}{A_g} \right) \sqrt{f_{cd}} \quad (4.79)$$

เป็นขอบเขตล่างของจุดสมการดังกล่าวได้อีกด้วย

4.3.2 แรงเฉือนสองทิศทางหรือแรงเฉือนทะลุ (Two Way Shear or Punching Shear)

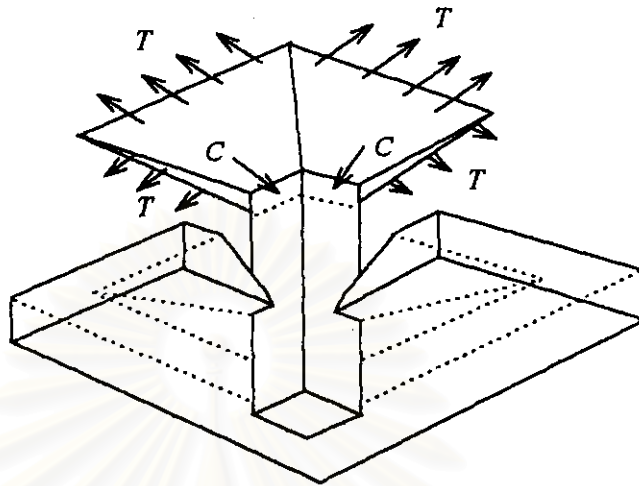
ก. พฤติกรรมของแผ่นพื้นที่วิบัติด้วยแรงเฉือนสองทิศทาง

โมเมนต์ดัดสูงสุดในการกระจายน้ำหนักบรรทุกทุกแบบคงที่ในแผ่นพื้นไร้คานจะเกิดขึ้นบริเวณหัวเสา ซึ่งนำไปสู่การแตกร้าวรอบหัวเสา และหลังจากน้ำหนักบรรทุกเพิ่มขึ้น จะพัฒนาไปสู่กลไกการวิบัติ (Mechanism) เป็นรูปกรวย ดังแสดงในรูปที่ 4.25 หลังจากเกิดการแตกร้าวขึ้นแล้วพื้นจะถูกรองรับแรงเฉือนด้วยการขัดประสานของมวลรวม ปฏิกริยาเดือย และอื่นๆ เช่นเดียวกับในการรับแรงเฉือนในคาน แต่ในกรณีของพื้นจะมีค่ามากกว่า ทั้งนี้เนื่องจากผลของปัจจัยต่างๆเหล่านี้ คือ (1) ตำแหน่งของรอยแตกแนวทะแยง (2) สภาพของหน่วยแรงที่ยึดของรอยแตกร้าว และ (3) แรงในปฏิกริยาเดือยที่มากกว่า

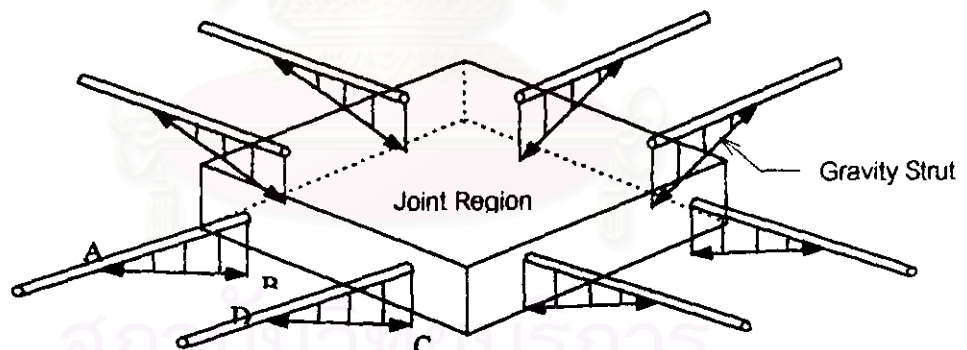
อย่างไรก็ตามเนื่องจากแรงเฉือนในพื้นเป็นปัญหาแบบหลายมิติ ดังนั้นการเพิ่มขึ้นของแรงเฉือนจะขึ้นอยู่กับ ปัจจัยที่เกี่ยวข้องเหล่านี้ด้วยคือ (1) การกระจายของโมเมนต์ (2) การสูญเสียความสมมาตร (3) การวิเคราะห์ทางสถิตยที่ไม่เพียงพอ และ (4) แรงในรนาบซึ่งเกิดขึ้นโดยการยึดรั้งของที่รองรับและบางส่วนของพื้น

Alexander และ Simmond ได้ให้คำอธิบายลักษณะการวิบัติของแรงเฉือนสองทิศทางโดยอาศัย Truss Model ดังแสดงในรูปที่ 4.26 ซึ่งก่อนที่จะมีการสร้างรูปรอยแตกแนวทะแยงในรูปที่ 4.25 แรงเฉือนนี้จะถูกส่งผ่านโดยหน่วยแรงเฉือน ทันที่ที่รอยแตกร้าวเกิดขึ้นแรงเฉือนนี้จะไม่สามารถส่งผ่านได้ ซึ่งขณะนั้นแรงเฉือนจะถูกส่งผ่านโดย Strut เชียง A-B และ C-D ตั้งแต่ห้องของแผ่นพื้นบริเวณขอบเสา ไปจนถึงหลังของแผ่นพื้น ที่ตำแหน่ง A และ B โดยจะเป็นเช่นนี้ทั้ง 4 ด้าน

องค์ประกอบของแรงในแนวราบใน Strut จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของแรงในเหล็กเสริมที่จุด A และ D ส่วนขององค์ประกอบของแรงในแนวตั้งจะดันขึ้นและถูกต้านด้วยหน่วยแรงตั้งในคอนกรีตระหว่างเหล็กเสริม ในที่สุดรอยแตกร้าวในคอนกรีตและการวิบัติในลักษณะแรงเฉือนทะลุก็เกิดขึ้น



รูปที่ 4.25 ลักษณะการวิบัติของแรงเฉือนสองทิศทาง



รูปที่ 4.26 Truss Model สำหรับการส่งผ่านแรงเฉือนที่เสถียร

ข. ข้อเสนอเพื่อการวิเคราะห์กำลังรับแรงเฉือนสองทาง

เนื่องจากการวิเคราะห์กำลังรับแรงเฉือนจากการวิเคราะห์ทางกลศาสตร์คอนกรีตทำได้ยาก ซึ่งโดยทั่วไปในข้อกำหนดและมาตรฐานต่างๆจึงได้พัฒนาสมการสำหรับกำลังรับแรงเฉือนดังกล่าวจากผลการทดสอบ ในการศึกษาได้นำชุดสมการรับแรงเฉือนสองทางซึ่งเสนอขึ้นโดย ACI-ASCE Committee 326 ⁽²²⁾ เปรียบเทียบสมการที่เสนอขึ้นโดย CEB-MC90 ⁽³⁾ ซึ่งได้นำผลของอัตราส่วนเหล็กเสริมมาพิจารณาเปรียบเทียบประกอบ ทั้งนี้

ได้ทำการเปรียบเทียบชุดสมการทั้ง 2 ชุดกับผลการทดสอบ⁽²²⁾ โดยที่ ACI-ASCE Committee 326⁽²²⁾ ได้เสนอสมการสำหรับคำนวณค่ากำลังรับแรงเฉือนสองทางไว้ดังนี้

$$v_c = 1.06 \left(\frac{d}{r} + 1 \right) \sqrt{f_{ck}} \quad (4.80)$$

ซึ่งอาจจะพิจารณาขอบเขตล่างที่

$$v_c = 1.06 \sqrt{f_{ck}} \quad (4.81)$$

ซึ่งเป็นสมการที่ใช้ใน ACI⁽¹⁾

และ CEB-MC90⁽³⁾ เสนอสมการสำหรับกำลังรับแรงเฉือนไว้ดังนี้

$$v_c = 0.12 \xi (10 \rho f_{ck})^{1/3} \quad (4.82)$$

โดยที่

$$\xi = 1 + \sqrt{(200/d)} \quad (4.83)$$

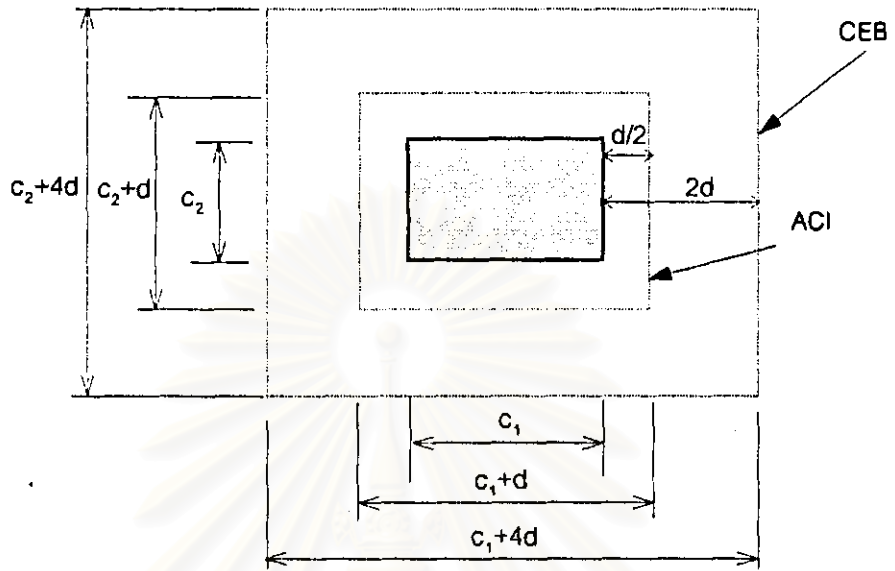
และ

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (4.84)$$

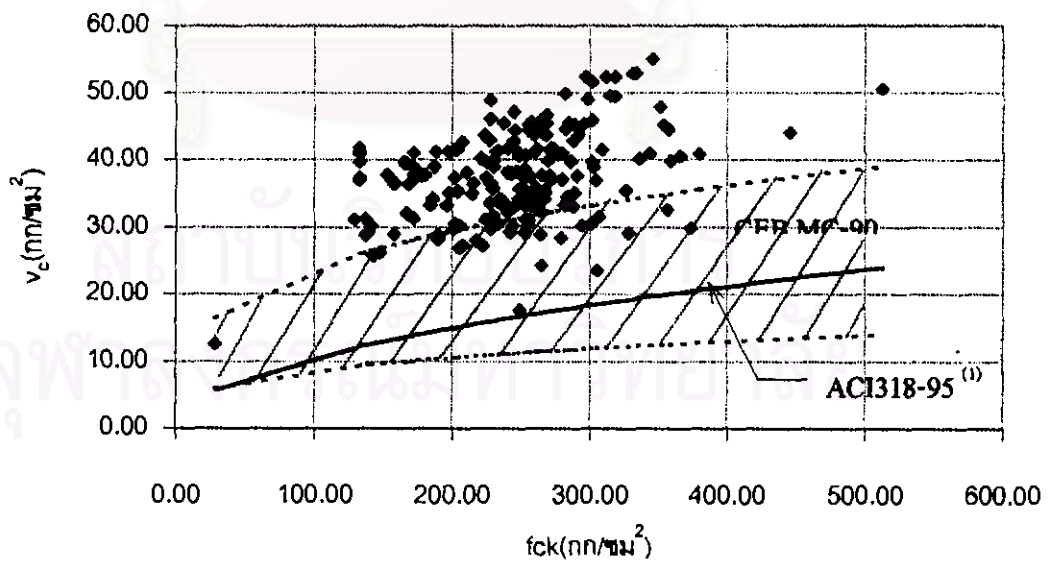
เป็นผลของอัตราส่วนเหล็กเสริมทั้งสองทิศทาง

ซึ่งในการคำนวณตามวิธีการของ CEB⁽³⁾ ได้กำหนดหน้าตัดวิกฤติไว้ที่ระยะ $2d$ จากขอบเสา ในขณะที่ ACI⁽²²⁾ กำหนดไว้ที่ $d/2$ จากขอบเสา ดังแสดงในรูปที่ 4.27

จากการศึกษาเปรียบเทียบปัจจัยต่างๆ กับข้อมูลจริงจากผลการทดสอบดังแสดงในรูปที่ 4.28 จะพบว่าขอบเขตของชุดสมการของ CEB-MC90⁽³⁾ ตามที่แรงในรูปที่ 4.28 มีค่าต่ำกว่าและอยู่ในช่วงที่ปลอดภัยเมื่อเปรียบเทียบผลการทดสอบ โดยที่ขอบเขตล่างของสมการในรูปของ CEB⁽³⁾ ซึ่งจะพิจารณาใช้ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมที่ขอบเขตล่างเท่ากับ 0.005 จะมีค่าน้อยกว่าสมการของ ACI⁽¹⁾ ในขณะที่ ขอบเขตบนของสมการดังกล่าว ซึ่งจะพิจารณาใช้ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมที่ขอบเขตล่างเท่ากับ 0.04 จะมีค่ามากกว่าสมการของ ACI⁽¹⁾



รูปที่ 4.27 เปรียบเทียบหน้าตัดวิฤกฤตที่เสนอโดย ACI⁽¹⁾ และ CEB⁽³⁾



รูปที่ 4.28 เปรียบเทียบกำลังกับแรงเฉือนที่เสนอโดย ACI⁽¹⁾ และ CEB⁽³⁾

การศึกษานี้ได้ทำการปรับแก้สมการในรูปของ CEB ⁽³⁾ เพื่อให้สอดคล้องกับวิธีการคำนวณหน้าตัดรับแรงจริงตามวิธีการของACIข้างต้น โดยทำการนำผลของค่าความแตกต่างของหน้าตัดวิกฤต $\frac{(c_1+c_2)+8d}{(c_1+c_2)+2d}$ สำหรับในการออกแบบโดยภาวะสุดขีดอาจพิจารณาใช้ค่า $f_{cd} = \frac{f_{ct}}{\gamma_c}$ แทนค่า f_{ct} ในชุดสมการข้างต้น โดยที่ค่า γ_c คือ ส่วนประกอบปลอดภัยของคอนกรีต (ดูรายละเอียดในบทที่ 3) ดังนั้นจะได้สมการสำหรับคำนวณค่าหน่วยแรงเฉือนสองทาง (Two-Way Shear) ดังนี้

$$v_c = \left(\frac{(c_1+c_2)+8d}{(c_1+c_2)+2d} \right) 0.125 (10\rho f_{cd})^{1/3} \quad (4.85)$$

โดยที่ ξ และ ρ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (4.83) และสมการที่(4.84)

ค. การส่งผ่านของโมเมนต์ระหว่างเสาและพื้น

ACI-ASCE Committee 326 ⁽²²⁾ ได้แนะนำว่าการส่งผ่านของโมเมนต์ระหว่างเสาและพื้นไม่สามารถจะวัดค่าได้โดยตรงจากผลทดสอบ ทั้งนี้อาจพิจารณาใช้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในรูปที่ 4.36 ในการวิเคราะห์ตัวอย่างง่าย โดยจากผลการวิจัยของ Moe พบว่าประมาณ 1 ใน 3 ของโมเมนต์ทั้งหมดจะถูกส่งผ่านด้วยหน่วยแรงเฉือนในแนวตั้ง โดยสมมติว่ากำลังรับแรงเฉือนยังคงมีค่าเท่ากับกำลังรับแรงเฉือนที่มีเฉพาะแรงเฉือนทางตรงเพียงอย่างเดียว

Hanson , Frederick และ Pollauf ทำการตรวจสอบค่าหน่วยแรงเฉือนจากการส่งผ่านของโมเมนต์ระหว่างเสาและพื้น โดยอาศัยรูปแบบที่ถูกพัฒนาขึ้นโดย Di Stasio และ Van Buren สำหรับเสาดันในเสนอสมาการสำหรับวิเคราะห์ค่าหน่วยแรงเฉือน ในรูปที่ 4.30 ไว้ดังนี้

$$v_{AB} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c} \quad (4.86)$$

$$v_{CB} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v M_u c_{CD}}{J_c} \quad (4.87)$$

เมื่อ

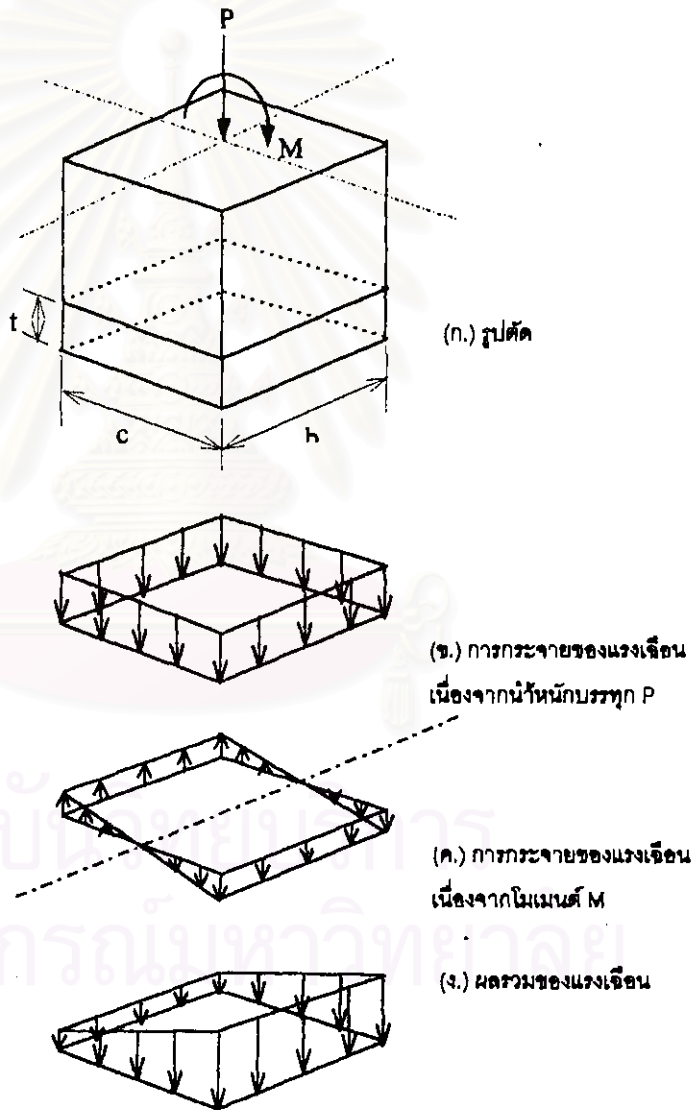
$$A_c = 2d(c_1 + c_2 + 2d) \quad (4.88)$$

คือพื้นที่หน้าตัดของหน้าตัดวิกฤตสมมุติ

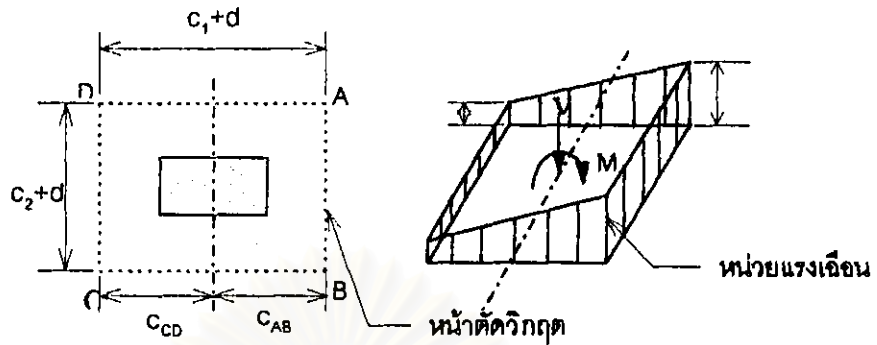
และ

$$J_c = \frac{2d(c_1+d)^3}{12} + \frac{2(c_1+d)d^3}{12} + 2d(c_2+d)\left(\frac{c_1+d}{2}\right)^2 \quad (4.89)$$

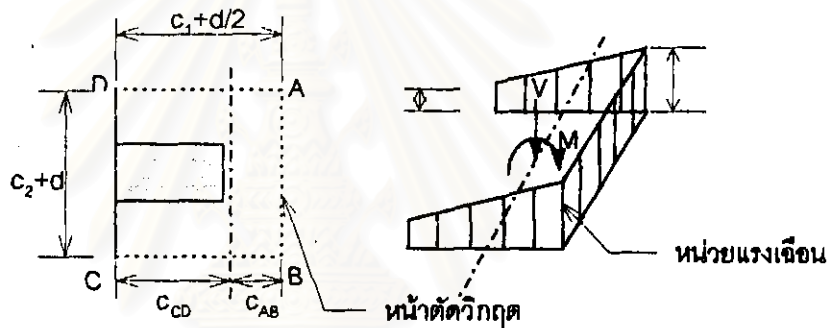
คือค่าโมเมนต์ของความเฉื่อย



รูปที่ 4.29 การส่งผ่านของโมเมนต์



(ก.) เสาใน



(ข.) เสาริม

รูปที่ 4.30 การกระจายของหน่วยแรงเฉือน

Hanson⁽²²⁾ ได้เสนอค่า γ_v ให้เท่ากับ 0.40 โดย ACI318-95 ได้กำหนดค่า γ_v เท่ากับ $1 - \gamma_f$ ซึ่ง γ_f จะหาได้จากสมการ

$$\gamma_f = 1 + \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}} \tag{4.90}$$

ง. กำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดที่เสริมเหล็กปลอก

ACI-ASCE Committee 426⁽²⁴⁾ ได้แนะนำค่ากำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดที่เสริมเหล็กปลอกจากผลการทดสอบ โดยหน้าตัดวิฤกตจะอยู่ที่ระยะ $d/2$ จากเหล็กปลอกตัวนอกสุด ดังแสดงในรูปที่ 4.31 โดยที่ กำลังรับ

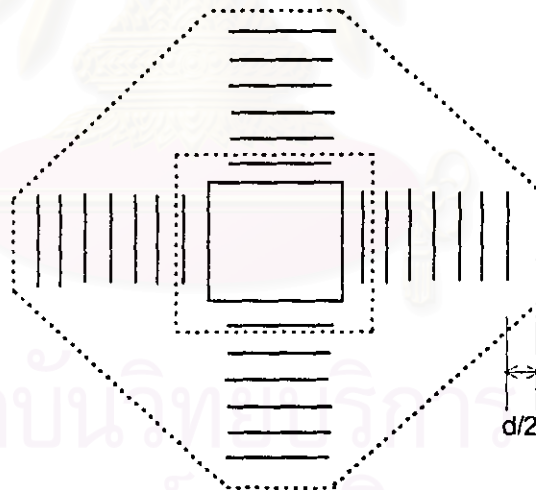
แรงเฉือนมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของกำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็กปลอก รวมกับกำลังรับแรงเฉือนของเหล็กปลอก ดังสมการที่ 4.91

$$V_u = \frac{V_c}{2} + V_s \leq V_c \quad (4.91)$$

เมื่อ V_c คือกำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดที่ไม่เสริมเหล็กปลอก
 V_s คือกำลังรับแรงเฉือนของเหล็กปลอก

โดยที่ กำลังรับแรงเฉือนของเหล็กปลอก V_s มีค่าเท่ากับ

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{S} \quad (4.92)$$



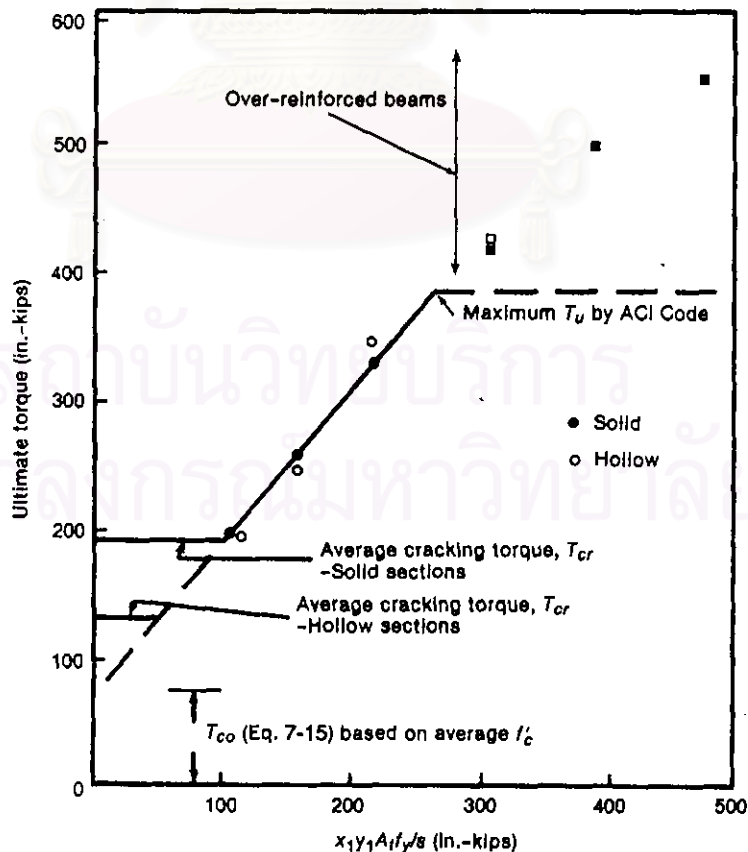
รูปที่ 4.31 หน้าตัดวิกฤตของหน้าตัดที่เสริมเหล็กปลอก

4.4 แรงบิด (Torsion)

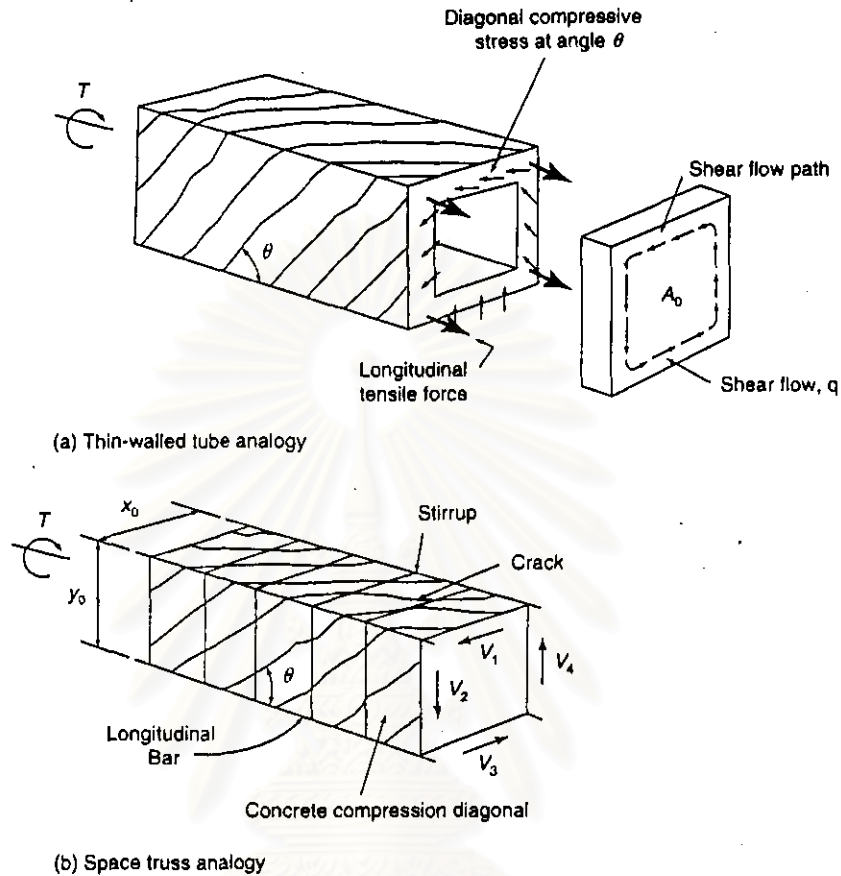
โมเดลที่ใช้ในการออกแบบสำหรับหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กที่ผ่านมามีด้วยกัน 2 รูปแบบ รูปแบบแรกอาศัยทฤษฎีของ Soap Film Analogy ซึ่งเป็นรูปแบบเก่า ใช้ใน ACI 318-89⁽²⁾ ส่วนรูปแบบที่สองใช้ทฤษฎีของ Thin Walled Tube หรือ Space Truss Analogy โดยเป็นโมเดลที่ใช้ใน ACI 318-95⁽¹⁾ อีกทั้งใช้ใน CEB-MC90⁽³⁾ ซึ่งเป็น โมเดลล่าสุดที่ใช้กันในปัจจุบัน ซึ่งการใช้ทฤษฎีของ Space Truss Analogy มาอธิบายเนื่องจาก สามารถอธิบายให้เข้าใจได้ง่าย อีกทั้งยังมีความแน่นอนในระดับใกล้เคียงกัน⁽²⁹⁾

4.4.1 ทฤษฎี Space Truss Analogy

ผลการทดสอบของคานาหน้าตัดเต็ม และคานารูปกลวง ในรูปที่ 4.32 แสดงให้เห็นว่า ทันทีที่ การแตก ร้าวเกิดขึ้น กำลังรับแรงบิดของคอนกรีตบริเวณตรงกลางของหน้าตัด จะมีผลน้อยมากและอาจจะไม่ต้องคำนึงถึงผลนั้นได้ เราสามารถจะพิจารณาคานในลักษณะของชิ้นส่วนรูปทอกวงเสมือนได้ ซึ่งปรากฏการณ์นี้คือวิธีการอธิบายในรูปแบบนี้ โดยที่หน้าตัดของคานจะถูกพิจารณาเป็นรูปกลวง ดังแสดงในรูปที่ 4.33(a) หลังจากเกิดการแตกร้าวขึ้น รูปกลวงนี้จะถูกจำลองให้เป็น Space Truss ซึ่งจะประกอบไปด้วย เหล็กปลอกรูปปิดและเหล็กตามแนวยาวที่มุมและแรงอัดในคอนกรีตตามแนวทแยง ประมาณที่บริเวณตรงกลางของเหล็ก ทำมุม θ ซึ่งทั่วไปจะประมาณ 45 องศา สำหรับคานคอนกรีตเสริมเหล็กดังแสดงในรูปที่ 4.33(b)



รูปที่ 4.32 เปรียบเทียบกำลังรับแรงบิดของคานหน้าตัดเต็มและคานหน้าตัดกลวง⁽²⁹⁾



รูปที่ 4.33 Thin-walled Tube and Space Truss Analogy

จากทฤษฎีของกลศาสตร์ หน่วยแรงเฉือน (τ) เนื่องจากแรงบิดโมเมนต์ที่ขึ้นส่วนที่ลดลง ผนังบางส่วนสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\tau = \frac{T}{2 A_0 t} \tag{4.93}$$

เมื่อ T คือแรงบิด

A_0 คือพื้นที่ที่ล้อมรอบท่อ บริเวณตรงกลางของผนังท่อ

t คือความหนาของผนังของท่อ

โดยอาจจะใช้ค่า A_0 มีค่าเท่ากับ 0.85 เท่าของ A_{oA} ซึ่งเป็นพื้นที่ที่ล้อมรอบด้วยเหล็กปลอก รูปปิดตัวที่อยู่นอกที่สุด และค่าเท่ากับ A_{oA} / P_s เมื่อ P_s คือเส้นล้อมรอบรูปตรงกลางของเหล็กปลอกตัวนอกสุด

4.4.2 สมการของการออกแบบสำหรับรับแรงบิด

แรงบิดจะทำให้เกิดรอยแตกร้าวในแนวทแยง ซึ่งจะนำไปสู่รูปร่างที่เป็นเกลียว หลังจากเกิดการแตก ร้าว คานรูป หน้าตัดสี่เหลี่ยม ที่รับแรงบิดอย่างเดียว จะถูกจำลองได้ดังรูปที่ (4.33 b) คานจะถูกจำลองขึ้นด้วย Space Truss ซึ่งประกอบด้วย เหล็กตามแนวยาวที่มุม เหล็กปลอกรูปปิดและแรงอัดในคอนกรีตตามแนวทแยง ซึ่งหมุนรอบชิ้นส่วน ระหว่างรอยแตกร้าวเนื่องจากการบิด ความกว้างและความสูงของโครงถัก เท่ากับ x_o และ y_o ตามลำดับ วัดจากกึ่งกลางของเหล็กปลอก มุมของรอยแตก θ จะมีค่าเท่ากับ 45 องศาสำหรับคานคอนกรีตเสริม เหล็กทั่วไป

4.4.3 หน้าตัดของเหล็กเสริม

หน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยความยาวของเส้นรอบรูปที่จุดใดๆของทอกหลวง ซึ่งเรียกว่าการไหลของแรง เฉือน เท่ากับ $q = \tau t$ เมื่อ τ คือ หน่วยแรงเฉือนเนื่องจากการบิด และ t คือผนังของทอกหลวงตรงจุดที่พิจารณา ACI 318-95⁽¹⁾ เสนอค่าการไหลของแรงเฉือน เท่ากับ

$$q = \tau t = \frac{T}{2A_o} \quad (4.94)$$

ในขณะที่ CEB-MC90⁽³⁾ เสนอให้เพิ่มตัวหาร δ ลงในสมการที่ (4.94) ซึ่งจะได้

$$q = \tau t = \frac{T}{2A_o\delta} \quad (4.95)$$

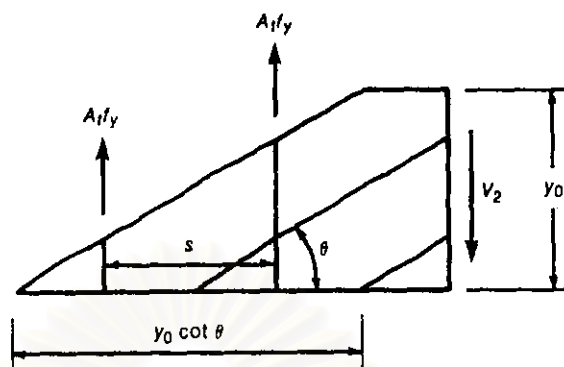
โดย $\delta = 1$ สำหรับหน้าตัดรูปวงกลม และ $\delta = 10 - 0.25b_x / b_y$ สำหรับหน้าตัดคานรูปสี่เหลี่ยมใดๆ เมื่อ b_x คือ ด้านที่แคบกว่า และ b_y คือด้านที่กว้างกว่า

แรงเฉือนในแนวตั้ง 1 ช้างเท่ากับ

$$V_2 = \frac{T}{2A_o} y_o \quad (4.96)$$

และสำหรับ CEB-MC90⁽³⁾

$$V_2 = \frac{T}{2A_o\delta} y_o \quad (4.97)$$



รูปที่ 4.34 ส่วนของด้านข้างแนวตั้งของ Space Truss

ซึ่งแรงเดียวกันนี้ กระทำทั้ง 4 ด้าน ดังแสดงในรูปที่ 4.33 (b) แรงเหล่านี้จะเกิดขึ้นเนื่องจากแรงบิดรอบแกนของชิ้นส่วนที่รับแรงบิดนี้

และจากการพิจารณาส่วนของด้านข้างในรูปที่ 4.34 จะได้ว่า

$$V_2 = \frac{A_t f_{yw} y_0}{s} \cot \theta \quad (4.98)$$

แทนค่าสมการที่ (4.96) และ (4.97) ลงในสมการที่ (4.98) จะได้

$$T_n = \frac{2 A_o A_t f_{yw}}{s} \cot \theta \quad (4.99)$$

สำหรับ CEB-MC90 ⁽³⁾

$$T_n = \frac{2 A_o A_t f_{yw}}{s} \delta \cot \theta \quad (4.100)$$

เมื่อ θ มีค่าอยู่ระหว่าง 30 ถึง 60 องศา ซึ่ง ACI แนะนำให้ใช้ค่า $\theta = 45$ องศา สำหรับหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็ก ดังนั้นจะได้สมการรับแรงบิดเท่ากับ

$$T_n = \frac{2 A_o A_t f_{yw}}{s} \quad (4.101)$$

และสำหรับ CEB-MC90

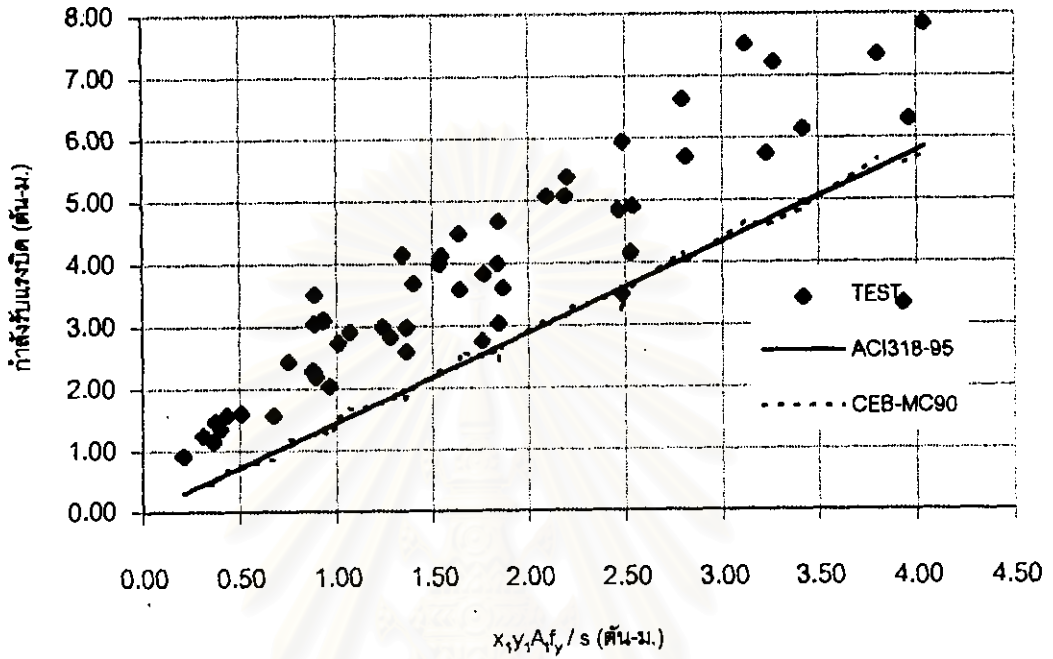
$$T_n = \frac{2A_o A_t f_{yv}}{s} \delta \quad (4.102)$$

4.4.4 การศึกษาเปรียบเทียบกำลังกับแรงเฉือนของหน้าตัด

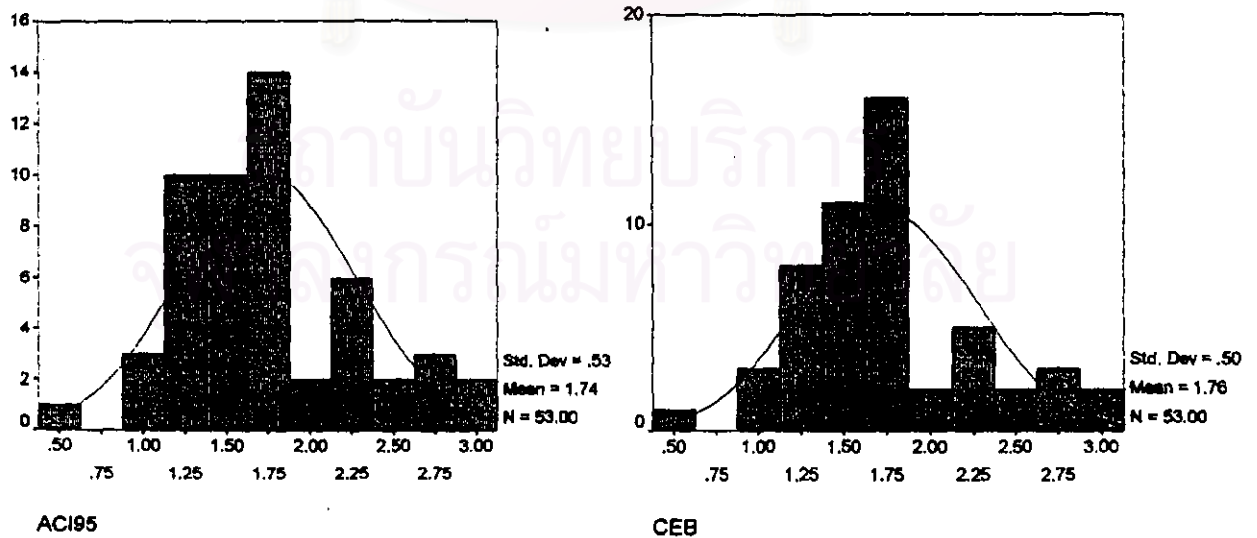
ในการศึกษานี้ได้ทำการเปรียบเทียบสมการสำหรับรับแรงบิดตามข้อเสนอของ ACI318-95⁽¹⁾ และ CEB-MC90⁽³⁾ ตามที่ได้เสนอไว้แล้วข้างต้นโดยเปรียบเทียบกับผลการทดสอบของ Hsb⁽³⁰⁾ ดังแสดงในรูปที่ 4.35

และโดยการเปรียบเทียบในลักษณะของ T_{test} / T_{calc} ในลักษณะของการกระจายของข้อมูลทางสถิติ ดังแสดงในรูปที่ 4.36 จะเห็นว่า ผลการวิเคราะห์ที่ T_{test} / T_{calc} ของสมการในลักษณะของ ACI318-95⁽¹⁾ จะให้ค่าเฉลี่ยของ T_{test} / T_{calc} เท่ากับ 1.74 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.53 ในขณะที่ของ CEB-MC90⁽³⁾ จะให้ค่าเฉลี่ยของ T_{test} / T_{calc} เท่ากับ 1.76 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.50

จะเห็นได้ว่า ค่าเฉลี่ยของ T_{test} / T_{calc} จากสมการในลักษณะของ CEB-MC90⁽³⁾ จะให้ค่าที่ใกล้เคียงกับสมการที่เสนอโดย ACI 318-95⁽¹⁾ แต่จะให้ค่าการกระจายของข้อมูลที่ต่ำกว่า สมการในลักษณะของ ACI ดังนั้นในการศึกษานี้จะพิจารณาใช้สมการในลักษณะของ CEB ตามสมการที่ 4.102 ในการออกแบบชิ้นส่วนรับแรงบิด



รูปที่ 4.35 การเปรียบเทียบกำลังรับแรงบิดกับผลทดสอบ^(1,3,30)



รูปที่ 4.36 เปรียบเทียบการกระจายข้อมูลทางสถิติของ T_{test} / T_{calc}

4.5 แรงอัด (Compression)

4.5.1 เสาสั้น

ก. เสารับแรงอัดในแนวแกน (Axially Loaded Column)

จากการศึกษาของ ACI Committee 105⁽⁸⁰⁾ ซึ่งได้ทดสอบเสาคอนกรีตเสริมเหล็กสรุปได้ว่าการหดตัว (Shrinkage) และ การคืบ (Creep) ของคอนกรีตจะมีผลอย่างมากต่อหน่วยแรงในเหล็กเสริมและคอนกรีตของเสา รับแรงในแนวแกนที่น้ำหนักบรรทุกใช้งาน โดยมีแนวโน้มที่จะเพิ่มและลดหน่วยแรงในเหล็กเสริมและคอนกรีตตามลำดับ สำหรับเสาที่มีปริมาณเหล็กเสริมมากๆและมีแรงอัดในแนวแกนสูงเมื่อเริ่มต้นนั้น ถ้านำแรงอัดนี้ออกไปอาจทำให้เกิดแรงดึงในคอนกรีตและแรงอัดในเหล็กเสริม จึงเป็นการยากที่จะทราบความปลอดภัยของเสาเมื่อใช้ ทฤษฎีอิลาสติกหรือหน่วยแรงที่ยอมให้ ดังนั้นในการออกแบบจึงควรใช้วิธีน้ำหนักบรรทุกประลัย ซึ่งการหดตัว และการคืบจะมีผลน้อยมากเมื่อเสาเกิดการวิบัติ

ในคอนกรีตกำลังต่ำพฤติกรรมหน่วยแรงกับความเครียดจะเริ่มไม่เป็นเส้นตรงเมื่อความเครียดประมาณ 0.001 และความชันส่วนที่ลาดขึ้นจะเข้าใกล้ศูนย์ประมาณ 0.002 โดยในช่วงนี้เหล็กเสริมยังคงอยู่ในช่วงอิลาสติก และสามารถจะรับน้ำหนักเพิ่มขึ้นได้ จากการที่กำลังที่จุดคานงของเหล็กเสริมที่ใช้กันมีค่าไม่มากกว่า 5000 กก./ซม.² ดังนั้นเมื่อเหล็กเสริมเริ่มเกิดการคานงจะมีความเครียดเท่ากับค่าความเครียดเมื่อถึงหน่วยแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต โดยน้ำหนักบรรทุกประลัยของเสารับแรงอัดในแนวแกนก็คือผลรวมกำลัง ณ จุดคานงของเหล็กเสริมและกำลังอัดของคอนกรีต ซึ่งสามารถเขียนในรูปความสัมพันธ์

$$P_o = k_3 f_{ck} (A_g - A_{st}) + f_{yk} A_{st} \quad (4.103)$$

สำหรับคอนกรีตกำลังสูงพฤติกรรมของหน่วยแรงกับความเครียดจะเป็นเชิงเส้นมากกว่าและค่าความเครียดเมื่อถึงหน่วยแรงสูงสุดจะมากกว่าด้วยเมื่อเทียบกับคอนกรีตกำลังต่ำ ดังนั้นเหล็กเสริมในเสาคอนกรีตกำลังสูงจะเกิดการคานงก่อนถึงหน่วยแรงสูงสุดและจะคงกำลัง ณ จุดคานงต่อไป จนกระทั่งคอนกรีตรับน้ำหนักถึงระดับความเครียดประลัยของเสา ซึ่งการใช้เหล็กเสริมที่มีความเครียด ณ จุดคานงสูงกว่าความเครียดเมื่อถึงค่าหน่วยแรงสูงสุดของคอนกรีตจะไม่มีประโยชน์ เนื่องจากเสาจะเกิดการวิบัติอย่างทันทีทันใดหลังจากถึงความเครียดเมื่อถึงค่าหน่วยแรงสูงสุดของคอนกรีต

ข. การศึกษาค่าพารามิเตอร์ k_3

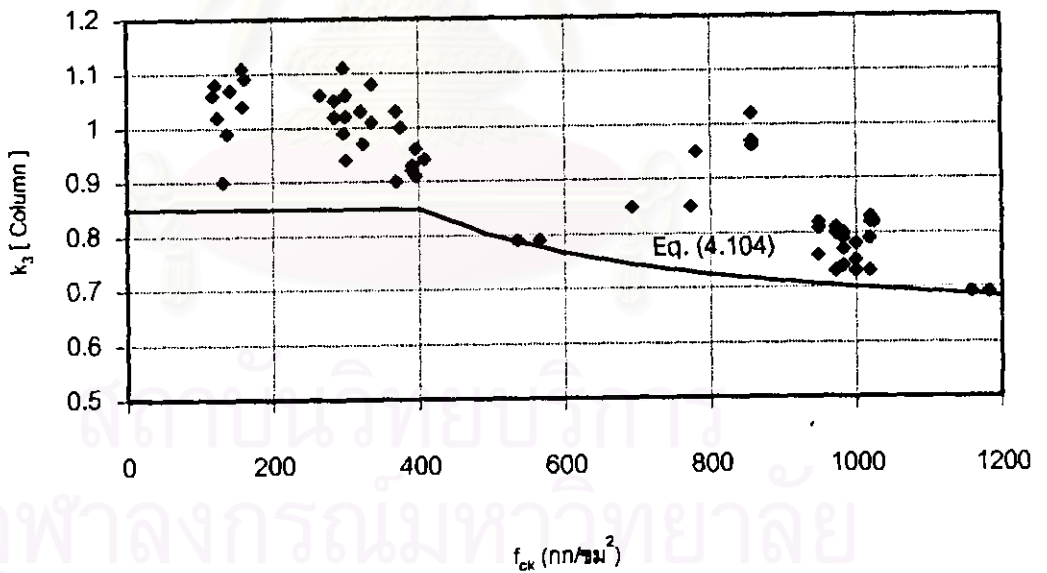
ในการศึกษานี้ได้ทำการรวบรวมผลการทดสอบเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ k_3 จากงานวิจัยที่ผ่านมา^(10,13) พบว่าในคอนกรีตกำลังต่ำพบว่าค่า k_3 จะมีค่าอยู่ประมาณ 0.85 และจะมีค่าลดลงตามกำลังของคอนกรีตที่เพิ่มสูง

ขึ้น โดยที่ค่าพารามิเตอร์ k_3 นี้เป็นผลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากคุณภาพในการหล่อคอนกรีตของเสาไม้ดีเท่ากับการหล่อคอนกรีตในรูปแท่งทดลอบทรงกระบอก รวมถึงผลเนื่องจากการหดตัวและการคืบตัวของคอนกรีตอีกด้วย

ข้อมูลและผลการวิเคราะห์ค่า k_3 จะแสดงในรูปที่ 4.37 โดยแนะนำค่า k_3 ตามการศึกษาของเสรี⁽¹³⁾ ดังตามสมการ

$$k_3 = 0.60 + \frac{100}{f_{ck}} \leq 0.85 \quad (4.104)$$

ซึ่งสอดคล้องกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์ของ Collin et al ทั้งนี้ ACI Committee 363 ก็ยังแนะนำให้ใช้ ค่า k_3 สำหรับคอนกรีตกำลังสูงเท่ากับ 0.85 เช่นเดียวกับในคอนกรีตกำลังต่ำ แต่ FIP/CEB เสนอว่าค่า k_3 ควรจะมีค่าเท่ากับ 0.95 และในผลทดลองของมานิต⁽⁵⁶⁾ และ จูติ⁽⁵⁹⁾ ก็ให้ผลในลักษณะเดียวกัน อย่างไรก็ตามหากใช้ค่า k_3 เท่ากับ 0.85 ก็ยังคงให้ค่าที่อยู่ในช่วงที่ปลอดภัย

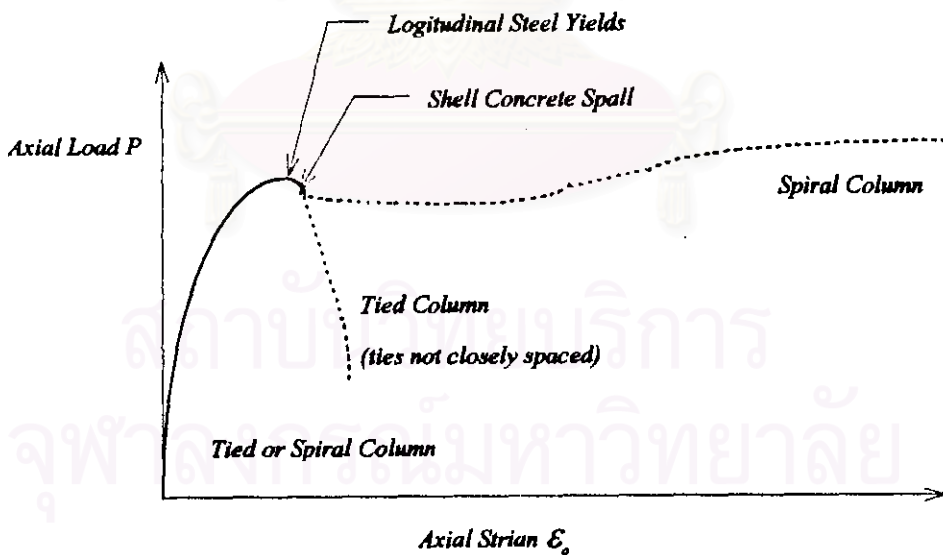


รูปที่ 4.37 ค่าพารามิเตอร์ k_3 ที่คอนกรีตกำลังต่างๆ

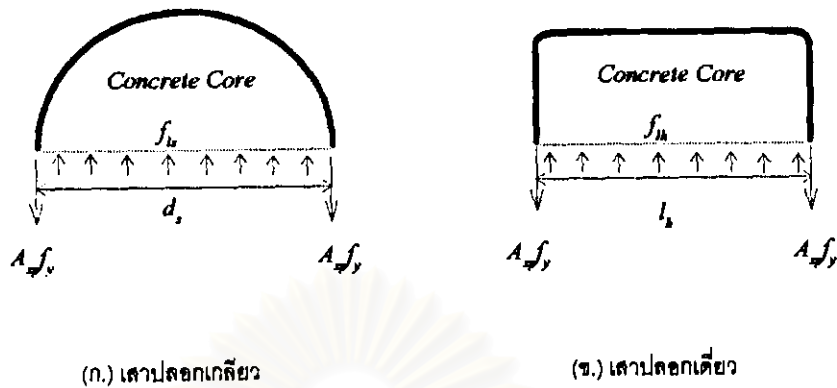
ค. เหล็กเสริมตามขวางและพฤติกรรมการโอบ

เหล็กเสริมตามขวางในเสาคอนกรีตเสริมเหล็กอาจจะอยู่ในรูปของเหล็กปลอกเดี่ยวหรือเหล็กปลอกเกลียว ซึ่งจะมีผลต่อพฤติกรรมของเสาในการรับน้ำหนักในสองลักษณะคือ ช่วยป้องกันไม่ให้เหล็กเสริมตามยาวเกิดการโค้งงอก่อนเสาจะรับน้ำหนักจนถึงจุดประลัย และในกรณีที่เหล็กเสริมตามขวางมีมากเพียงพอจะช่วยเพิ่มกำลังให้กับแกนคอนกรีตที่อยู่ภายในเหล็กปลอกโดยการโอบแกนคอนกรีตไม่ให้เกิดการขยายตัวด้านข้าง รวมทั้งเพิ่มความเครียดในแนวแกนให้กับเสาทำให้เกิดการวิบัติในลักษณะที่มีความเหนียวเพิ่มขึ้น

การรับน้ำหนักของเสาจนถึง P_0 ทั้งเสาปลอกเกลียวและเสาปลอกเดี่ยวจะมีพฤติกรรมที่เหมือนกันโดยเหล็กเสริมตามขวางจะมีผลต่อการรับน้ำหนักของเสาน้อยมาก แต่เมื่อเสารับน้ำหนักถึง P_0 แล้วเสาปลอกเดี่ยวที่เหล็กปลอกที่มีระยะห่างมากจะเกิดการวิบัติอย่างรวดเร็ว ส่วนเสาปลอกเกลียว เปลือกคอนกรีต (Concrete Shell) จะเกิดการเสียหายและกระเทาะออก (Spall off) หลังจากนั้นแกนคอนกรีต (Concrete Core) จะเกิดพฤติกรรมการโอบขึ้นเนื่องจากกาขยายตัวด้านข้างของคอนกรีตมายังเหล็กปลอกเกลียว ซึ่งจากการรับแรงนี้ทำให้เสาปลอกเกลียวสามารถรับน้ำหนักบรรทุกต่อไปได้



รูปที่ 4.38 เปรียบเทียบกราฟน้ำหนักบรรทุกกับความเครียดในแนวแกนของเสาปลอกเดี่ยวและเสาปลอกเกลียว



รูปที่ 4.39 แรงดันจากการโอบของเสา

การโอบของเสาปลอกเกลียวอาจจะพิจารณาได้ดังรูปที่ 4.39(ก.) ที่สมมุติว่าเหล็กปลอกเกลียวมีระยะห่างเพียงพอที่จะทำให้เกิดแรงดันสม่ำเสมอ และแรงดันจากการโอบนี้คำนวณได้จากแรงดึงในเหล็กปลอกเกลียวที่สมมุติว่าถึงจุดคดฉากซึ่งเกิดจากการสมดุลย์ของแรงดันในรูปที่ 4.39(ก.) จะได้

$$2f_y A_{sp} = d_s s f_{bc} \quad (4.105)$$

$$f_{bc} = \frac{2f_y A_{sp}}{d_s s} \quad (4.106)$$

ซึ่งจากงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่าเมื่อคอนกรีตถูกกระทำด้วยแรงดันท่าง จะทำให้คอนกรีตมีกำลังสูงขึ้นตามความสัมพันธ์

$$f_{cct} = f_{ct} + K f_t \quad (4.107)$$

เมื่อ f_{cct} คือกำลังรับแรงอัดตามแนวแกนของคอนกรีตที่ถูกโอบ
 f_{ct} คือกำลังรับแรงอัดตามแนวแกนของคอนกรีตที่ไม่ถูกโอบ
 f_t คือแรงกระทำดันท่าง

และจากการที่กำลังอัดของคอนกรีตในเสาเท่ากับ $k_3 f_{ct}$ และหน่วยแรงดันจากการโอบในสมการที่(4.106) เมื่อแทนในสมการที่(4.107) ข้างต้น จะได้กำลังของแกนคอนกรีตที่มีการโอบคือ

$$f_{cct} = f_{ct} + 2K \frac{f_y A_{sp}}{d_s s} \quad (4.108)$$

เมื่อพิจารณาให้กำลังอัดของแกนคอนกรีตที่เพิ่มขึ้นมีค่าเท่ากับกำลังของเสาปลอกเกลียวก่อนการกระเทาะออกของเปลือกคอนกรีตซึ่งมีกำลังสูงสุดเท่ากับ $k_3 f_{ck}$ ดังนั้น

$$k_3 f_{ck} (A_g - A_c) = 2K \frac{f_y A_{sp}}{d_s s} A_c \quad (4.109)$$

และ $A_c = \frac{\pi d_s^2}{4} s$ จะได้ว่า

$$\frac{V_s}{s} = \frac{2k_3 f_{ck}}{K f_y} (A_g - A_c) \quad (4.110)$$

$$\rho_s = \frac{2k_3 f_{ck}}{K f_y} \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \quad (4.111)$$

จะเห็นว่าการศึกษาอยู่บนความต้องการของคอนกรีตที่เพิ่มขึ้น เมื่อผิวหุ้มคอนกรีตกระเทาะออกต้องมีกำลังรับน้ำหนักอย่างน้อยที่สุดเท่ากับเสาก่อนการกระเทาะออก ACI Committee 105⁽⁶⁰⁾ ได้ใช้ค่า K เท่ากับ 4 และ k_3 มีค่าเท่ากับ 0.75 สำหรับเปลือกคอนกรีต นอกจากนี้ยังกำหนดให้กำลังของแกนคอนกรีตที่เพิ่มขึ้นมากกว่ากำลังของเสาก่อนกระเทาะออก 15 % โดยประมาณ ซึ่งเมื่อแทนค่าสมการดังกล่าวลงไปจะได้ $\frac{2k_3}{K}$ เท่ากับ 0.43 ซึ่ง ACI ได้ใช้ ค่าเท่ากับ 0.45

สำหรับเสาปลอกเดี่ยว ไม่มีการกำหนดในการออกแบบทั่วไป แต่กำหนดปริมาณเหล็กเสริมตามขวางของเสาปลอกเดี่ยวในกรณีการออกแบบเพื่อป้องกันแรงจากแผ่นดินไหว โดยจะคำนึงถึงผลของการโอบโดยเหล็กปลอกเดี่ยวที่มีต่อแกนคอนกรีตในลักษณะเช่นเดียวกับเสาปลอกเกลียว สำหรับเสาปลอกเดี่ยวประสิทธิภาพการโอบจะน้อยกว่าเสาปลอกเกลียว โดยปริมาณเหล็กปลอกเดี่ยวที่ต้องการพิจารณาได้จากการสมมูลย์ของแรงในเหล็กปลอกเดี่ยวและแรงดัดในรูปที่ 4.39(ข.) จะได้

$$f_{th} = \frac{2f_y A_{sh}}{s_h l_h} \quad (4.112)$$

$$2K \frac{f_y A_{sp}}{d_s s} = 2K_c \frac{f_y A_{sh}}{s_h l_h} \quad (4.113)$$

$$A_{sh} = \frac{K s_h l_h}{K_e d_s s} A_{sp} \quad (4.114)$$

สำหรับเสาปลอกเกลียว $A_{sp} = \frac{\rho_s d_s s}{4}$ แทนค่าในสมการที่ (4.114) จะได้พื้นที่หน้าตัดของเหล็กปลอกเกลียวที่ต้องการคือ

$$A_{sh} = \frac{K}{4K_e} s_h l_h \rho_s \quad (4.115)$$

$$A_{sh} = \frac{K}{4K_e} s_h l_h \frac{f_{ck}}{f_{yk}} \left[\frac{A_g}{A_c} - 1 \right] \quad (4.116)$$

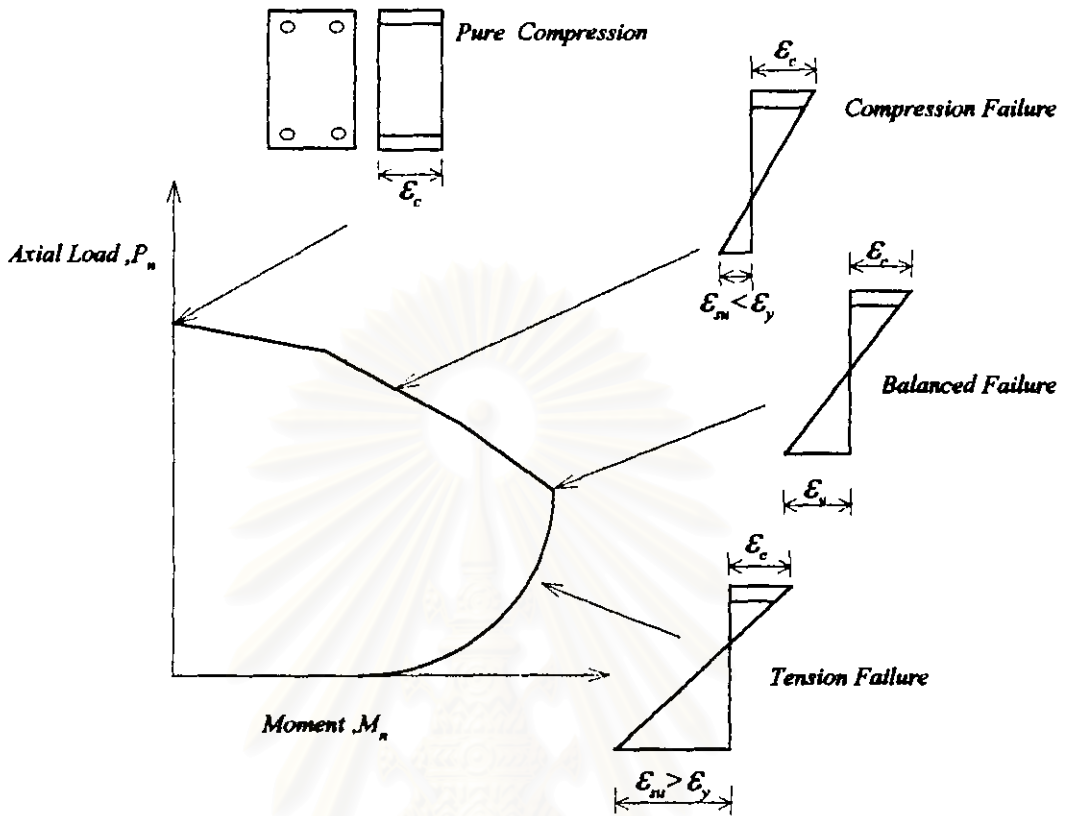
ง. เสารับน้ำหนักในแนวแกนร่วมกับโมเมนต์ดัด

เสารับน้ำหนักในแนวแกน P_u และโมเมนต์ดัด M_u ร่วมกันก็เหมือนกับ เสาที่มีน้ำหนัก P_u กระทำเยื้องศูนย์ e ซึ่งจะได้ว่า

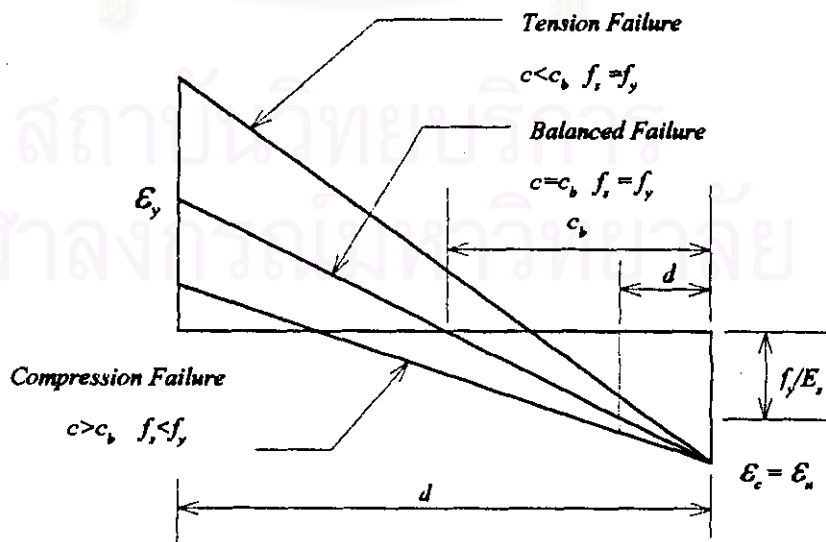
$$e = \frac{M_u}{P_u} \quad (4.117)$$

ซึ่งระยะเยื้องศูนย์นี้จะวัดจากจุดเซนทรอยด์พลาสติก (Plastic Centroid) ซึ่งเป็นจุดเซนทรอยด์ของความต้านทานของหน้าตัดเมื่อน้ำตัดถูกอัดจนถึงหน่วยแรงสูงสุด $k_3 f_{ck}$ และเหล็กเสริมทั้งหมดจะถูกอัดจนถึงหน่วยแรงคดากด้วยความเครียดที่สม่ำเสมอตลอดหน้าตัด หรืออีกนัยหนึ่งเซนทรอยด์พลาสติก ก็คือจุดที่แรงกระทำภายนอก กระทำแล้วเกิดการวิบัติเนื่องจากน้ำหนักในแนวแกน

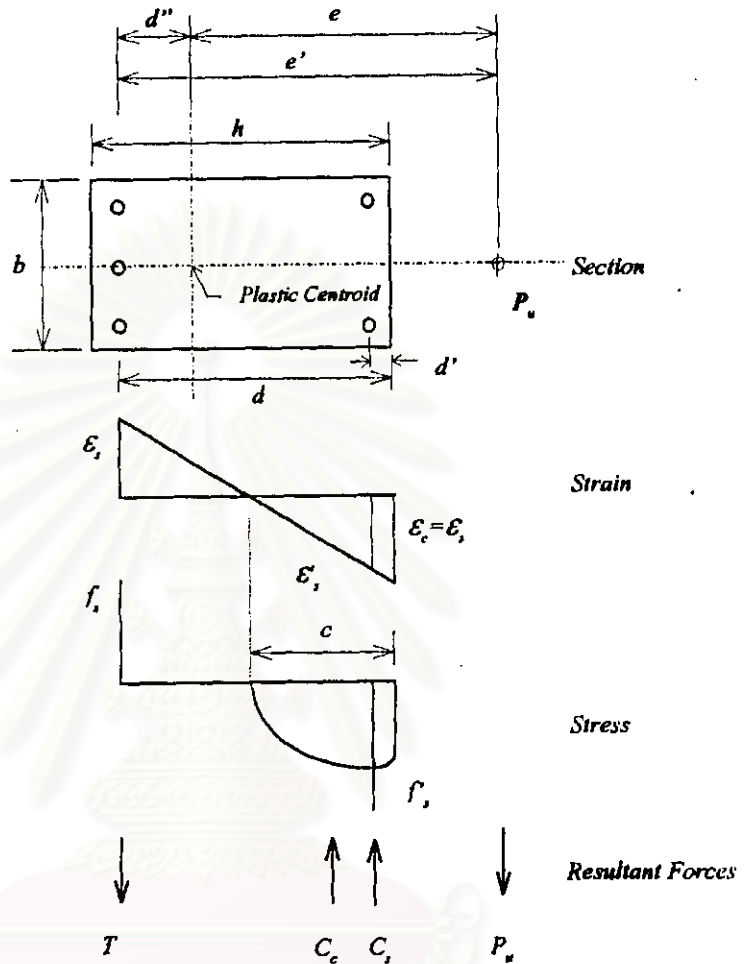
สำหรับการรับน้ำหนักในแนวแกนร่วมกับโมเมนต์ดัดในสภาวะต่าง ๆ นั้นสามารถแสดงได้โดยเส้นโค้งการวิบัติของเสาที่เรียกว่า เส้นโค้งปฏิสัมพันธ์ของแรงในแนวแกนและโมเมนต์ดัดของหน้าตัดเสา (Column Interaction Curve) โดยในเส้นโค้งนี้มีจุดที่สำคัญ 3 จุดคือ จุดที่เสารับเฉพาะแรงในแนวแกน P_o จุดการวิบัติสมดุลย์ (Balance Failure) และจุดที่เสารับเฉพาะโมเมนต์ดัด M_o



รูปที่ 4.40 การกระจายของความเครียดที่จุดต่างๆของเส้นโค้ง Interaction Curve



รูปที่ 4.41 ไดอะแกรมของความเครียดสำหรับการวิบัติของเสาเนื่องจากน้ำหนักเชิงศูนย์



รูปที่ 4.42 หน้าตัดเสารับน้ำหนักเยื้องศูนย์กลางที่สภาวะประลัย

จุดที่เสารับเฉพาะแรงในแนวแกนสามารถคำนวณได้จากสมการที่(4.103) และจุดที่เสาเกิดการวิบัติเนื่องจากโมเมนต์ดัดสามารถคำนวณได้ในลักษณะเดียวกับวิธีในเรื่องแรงดัด สำหรับจุดที่เกิดการวิบัติสมมูลซึ่งเกิดจากการที่เหล็กเสริมรับแรงดึงถึงกำลังครากพร้อมกับความเครียดของคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัดถึงค่าความเครียดประลัย ซึ่งพิจารณาได้เช่นเดียวกับสมการที่ ซึ่งจุดวิบัติสมมูลนี้จะเป็นจุดที่แบ่งช่วงการรับกำลังของเสาเป็น 2 ช่วงคือ บริเวณการวิบัติเนื่องจากแรงอัด (Compression Failure) และ บริเวณการวิบัติเนื่องจากแรงดึง (Tension Failure) ซึ่งการวิบัติเนื่องจากแรงอัดจะเกิดขึ้นเมื่อน้ำหนักประลัย P_u มากกว่าน้ำหนักสมมูล P_s หรือเมื่อ $c > c_b$ (รูปที่ 4.41) นั่นคือเมื่อเสารับน้ำหนักจนถึงน้ำหนักประลัยจะเกิดการวิบัติเนื่องจากเกิดความเครียดในคอนกรีตสูงเกินกว่าความเครียดประลัย ส่วนการวิบัติเนื่องจากแรงดึงจะเกิดขึ้นเมื่อน้ำหนักประลัย P_u น้อยกว่าน้ำหนักสมมูล P_s หรือเมื่อ $c < c_b$ (รูปที่ 4.41) นั่นคือเมื่อเสารับน้ำหนักจนถึงน้ำหนักประลัยจะเกิดการวิบัติเนื่องจากเหล็กเสริมรับแรงดึงถึงกำลังคราก

พิจารณาในรูปที่ 4.42 น้ำหนักประลัย P_u และโมเมนต์ดัด M_u จะทำให้เกิดการกระจายความเค้นและมีหน่วยแรงอัดบนหน้าตัดเสา ซึ่งแรงภายในที่เกิดขึ้นคือ แรงดึงในเหล็กเสริม T แรงอัดในคอนกรีต C_c และแรงอัดในเหล็กเสริม C_s โดยสมมุติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์แรงภายในจะเป็นเช่นเดียวกับการวิเคราะห์ชิ้นส่วนรับแรงดัด นอกจากนี้การกระจายหน่วยแรงอัดคอนกรีตก็เป็นเช่นเดียวกับในเรื่องแรงดัด โดยการสมมูลย์ของแรงภายในและภายนอกจะได้

$$P_u = C_c + C_s - T \quad (4.118)$$

และสมมูลย์ของโมเมนต์ดัดรอบแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์พลาสติกจะได้

$$M_u = P_u e = \Sigma M_{pc} \quad (4.119)$$

เมื่อ ΣM_{pc} ก็คือ ผลรวมของโมเมนต์ดัดเนื่องจากแรง C_c , C_s , และ T คูณด้วยระยะทางจากแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์พลาสติกถึงแรงเหล่านั้นซึ่งเมื่อแทนค่าแรงต่างๆลงในสมการข้างต้นจะได้

$$P_u = k_1 k_3 f_{\alpha} b c + A_s' f_s' - A_s f_s \quad (4.120)$$

และ

$$M_u = P_u e = k_1 k_3 f_{\alpha} b c (d - d' - k_2 c) + A_s' f_s' (d - d' - d'') + A_s f_s d'' \quad (4.121)$$

และโดยอาศัยความสัมพันธ์ของความเค้น (Strain Compatibility) จะได้

$$c = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_s + \epsilon_u} d \quad (4.122)$$

$$f_s' = \frac{c - d'}{c} \epsilon_u E_s \leq f_y \quad (4.123)$$

$$f_s = \frac{c - d}{c} \epsilon_u E_s \leq f_y \quad (4.124)$$

จ. การศึกษาและเปรียบเทียบเชิงพฤติกรรม

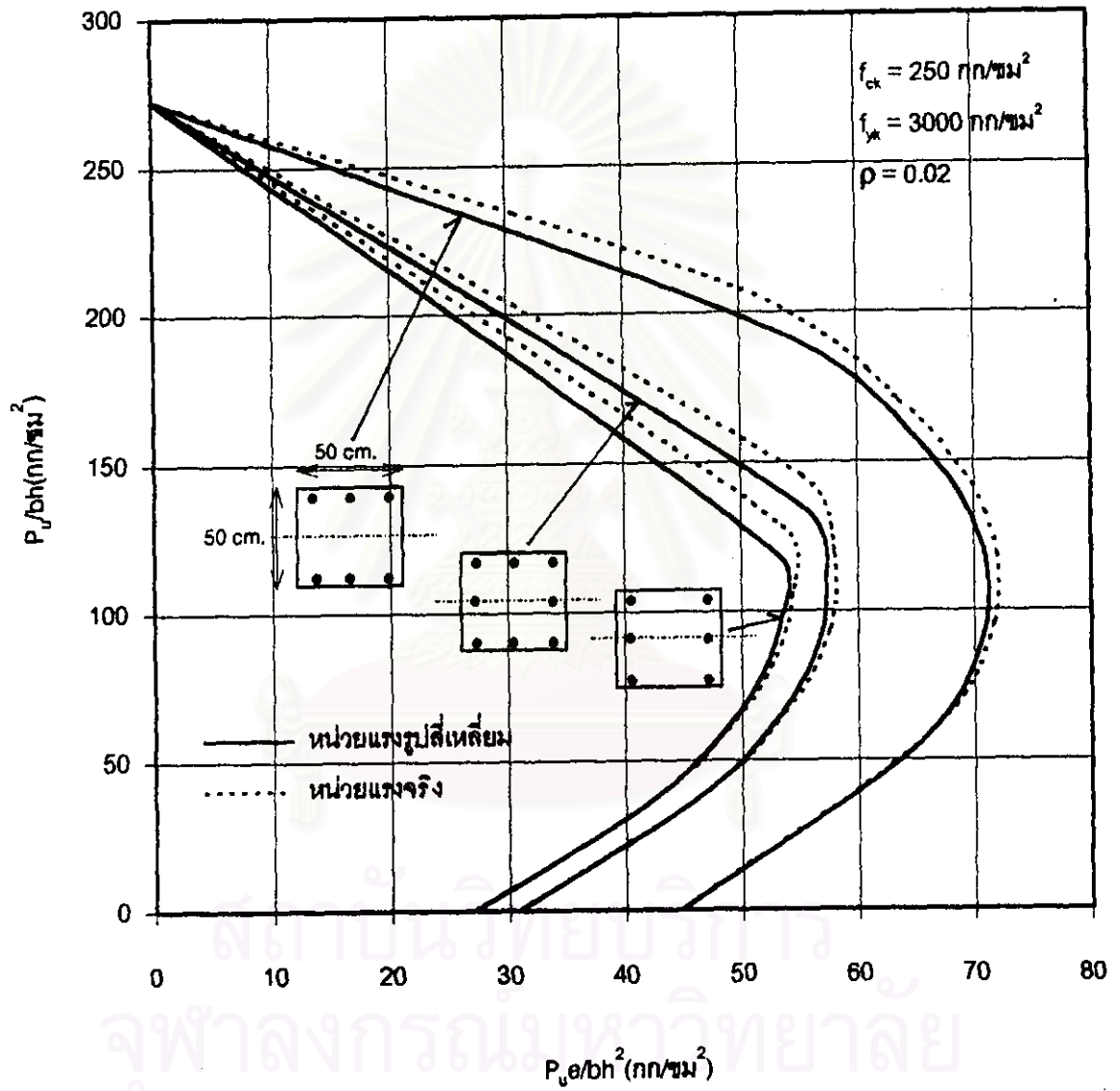
การศึกษานี้ได้ทำการวิเคราะห์เชิงพฤติกรรมของหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็กรับน้ำหนักในแนวแกนร่วมกับโมเมนต์ดัด ในรูปของเส้นโค้ง Interaction Curve ดังแสดงในรูปที่ 4.40 โดยใช้การกระจายหน่วยแรงอัดในหน้าตัดของการกระจายหน่วยแรงอัดรูปสี่เหลี่ยมเปรียบเทียบกับ การกระจายหน่วยแรงจริง⁽¹⁾ โดยผลการวิเคราะห์สามารถแสดงได้ในรูปที่ 4.43 ถึง รูปที่ 4.44 โดยพบว่าการใช้การกระจายหน่วยแรงอัดในหน้าตัดของการกระจายหน่วยแรงอัดรูปสี่เหลี่ยมตามที่เสนอให้ผลการวิเคราะห์ที่ใกล้เคียงเมื่อ เปรียบเทียบกับการกระจายหน่วยแรงจริง

ฉ. พิกัดความคุมปริมาณเหล็กเสริม

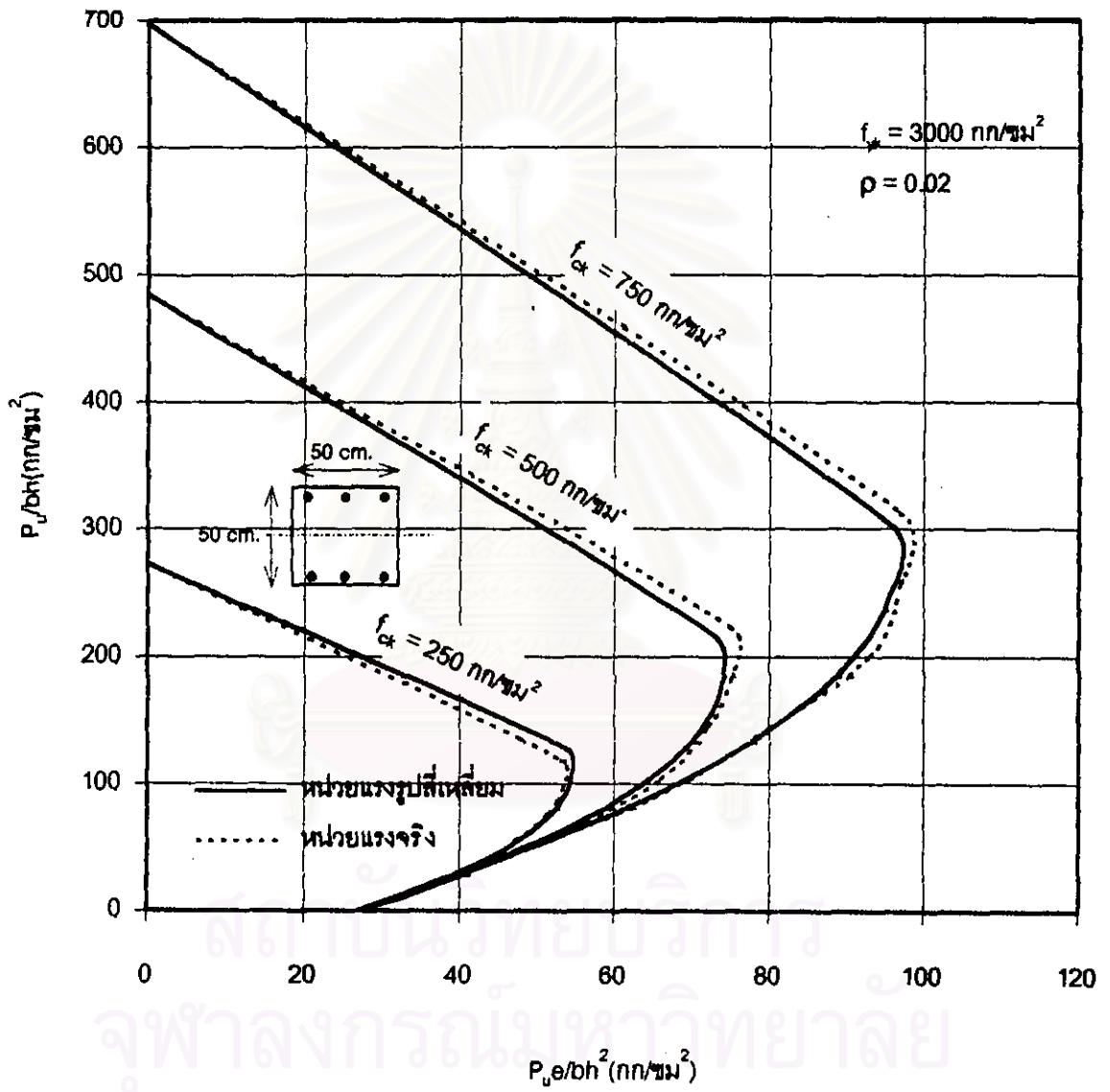
เหล็กเสริมในเสานอกจากจะถูกออกแบบไว้สำหรับรับแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกแล้ว ยังคงจำเป็นจะต้องมีการเผื่อไว้สำหรับผลของการคืบตัวและการหดตัวของคอนกรีตด้วย ซึ่งผลการทดสอบของปรากฏการณ์ดังกล่าว ACI Committee 105⁽⁶⁰⁾ ได้แนะนำให้ใช้ค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมต่ำสุดเท่ากับ 0.01 และ 0.005 สำหรับเสาปลอกเกลียวและเสาปลอกเดี่ยวตามลำดับ โดยที่ ACI⁽¹⁾ ได้กำหนดค่าอัตราส่วนเหล็กเสริมต่ำสุดเท่ากับ 0.01 สำหรับทั้งเสาปลอกเกลียวและเสาปลอกเดี่ยว ในขณะที่ Eurocode⁽⁴⁾ ได้กำหนดปริมาณเหล็กเสริมต่ำสุดไว้เท่ากับ $0.0015N_{sd}/f_{yd} \leq 0.003A_c$ เมื่อ N_{sd} คือแรงอัดในแนวแกน อย่างไรก็ตามหากจะเปรียบเทียบกับ ACI⁽¹⁾ แล้วจะพบว่าอัตราส่วนเหล็กเสริม 0.01 ยังคงให้ค่าที่สูงกว่า ดังนั้นอาจจะพิจารณาใช้ค่าดังกล่าวเป็นปริมาณเหล็กเสริมน้อยที่สุดที่ใช้ออกแบบ

สำหรับปริมาณเหล็กเสริมสูงสุด อาจจะพิจารณาใช้ค่าตามข้อเสนอของ ACI⁽¹⁾ และ Eurocode⁽⁴⁾ ซึ่งกำหนดปริมาณเหล็กเสริมสูงสุดดังกล่าวไว้เท่ากับ 0.08 ทั้งนี้จะต้องรวมผลของปริมาณเหล็กเสริมในบริเวณที่มีการต่อทาบด้วย

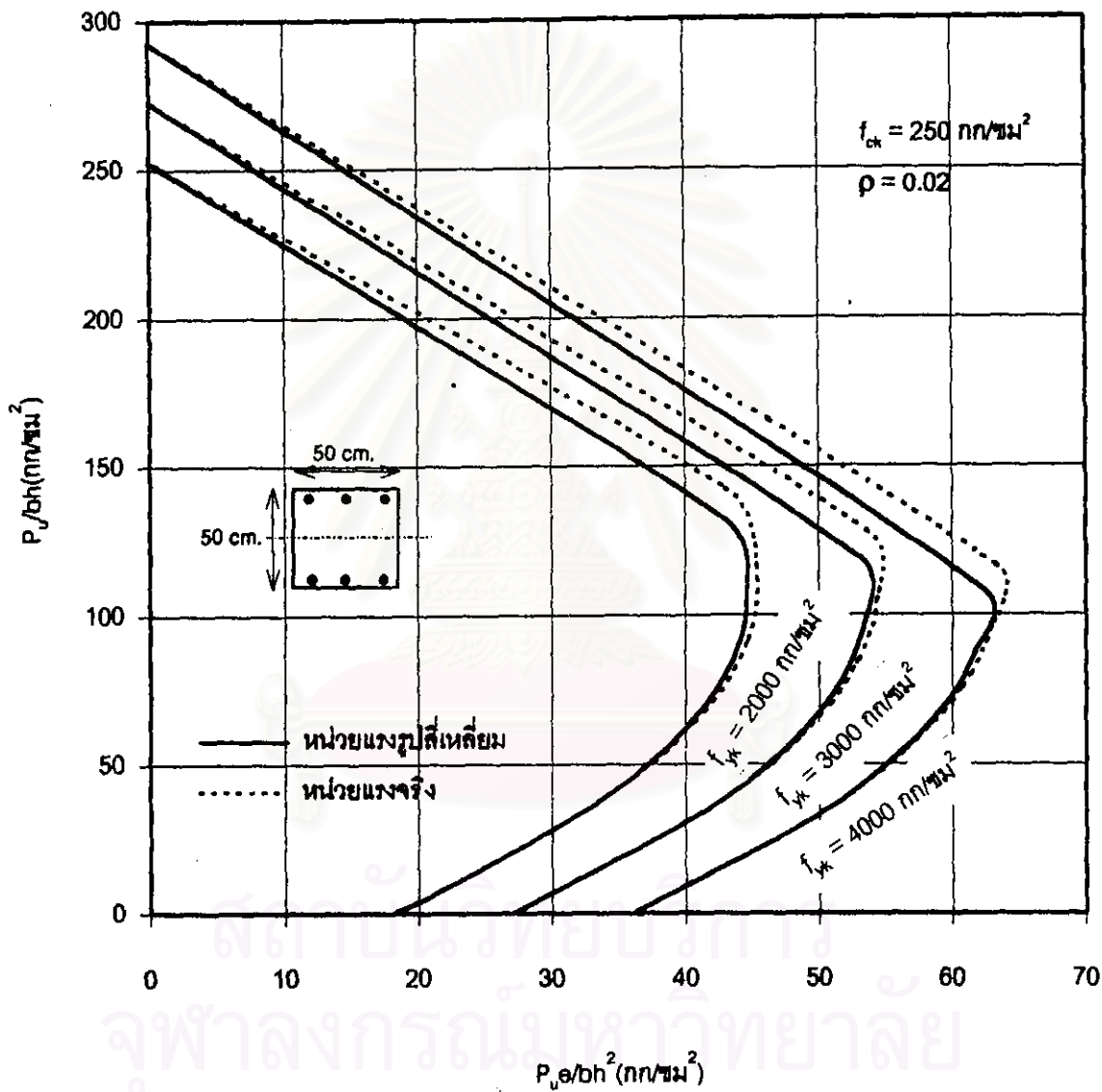
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.43 Interaction Curve ตามลักษณะการเรียงเหล็กเสริม



รูปที่ 4.44 Interaction Curve ตามลักษณะการกระจายหน่วยแรง



รูปที่ 4.45 Interaction Curve ตามกำลังดึงของเหล็กเสริม

ข. สภาพวิธีการออกแบบเสาสั้น

เสาสั้นรับน้ำหนักในแนวแกน

สำหรับในการออกแบบโดยภาวะสุดท้ายจะพิจารณาใช้ค่า $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ แทนค่า f_{ck} และ $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ ในสมการที่ 4.103 โดยที่ γ_c และ γ_s คือ ส่วนประกอบปลอดภัยของคอนกรีต และเหล็กเสริมตามลำดับ ดังนั้นจะได้สมการสำหรับคำนวณออกแบบเสาสั้นรับน้ำหนักในแนวแกนดังนี้

$$P_o = k_3 f_{cd} (A_g - A_{st}) + f_{yd} A_{st} \quad (4.125)$$

โดยที่ $k_3 = 0.60 + \frac{100}{f_{ck}} \leq 0.85$

เสารับน้ำหนักในแนวแกนร่วมกับโมเมนต์ดัด

ในการออกแบบเสาสั้นรับน้ำหนักในแนวแกนอาจจะจำเป็นต้องใช้กราฟเส้นโค้งปฏิสัมพันธ์ ในลักษณะที่แสดงไว้ในรูปที่ 4.43 -4.45 ซึ่งในการศึกษานี้ได้ทำการสร้างเส้นโค้งปฏิสัมพันธ์ดังกล่าวไว้เพื่อสะดวกในการออกแบบดังแสดงในภาคผนวก

ปริมาณเหล็กเสริม

- อัตราส่วนเหล็กเสริมตามแนวแกน ρ ที่คำนวณได้ จะต้องมิต่ำ อยู่ระหว่าง 0.01 ถึง 0.08 ทั้งนี้จะต้องรวมผลของปริมาณเหล็กเสริมในบริเวณที่มีการต่อทาบด้วย
- ปริมาณเหล็กเสริมตามขวางที่น้อยที่สุด มีค่าเท่ากับ $\rho_s = 0.45 \frac{f_{ck}}{f_{yk}} \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right)$

4.5.2 เสายาว (Long Column)

ก. พฤติกรรมของเสาขลุคคอนกรีตเสริมเหล็ก (Slender Reinforced Concrete Column)

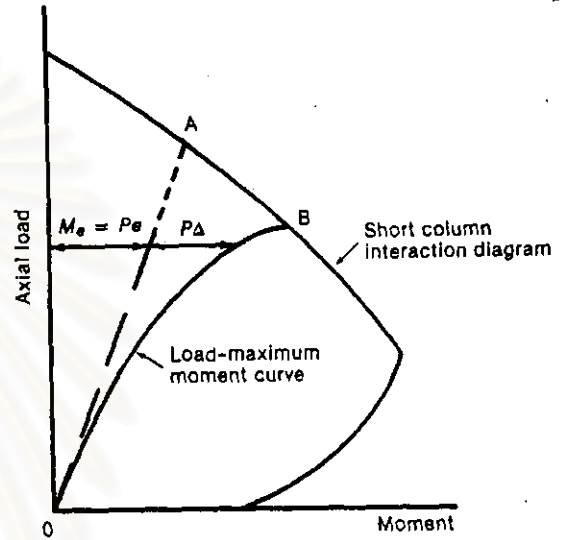
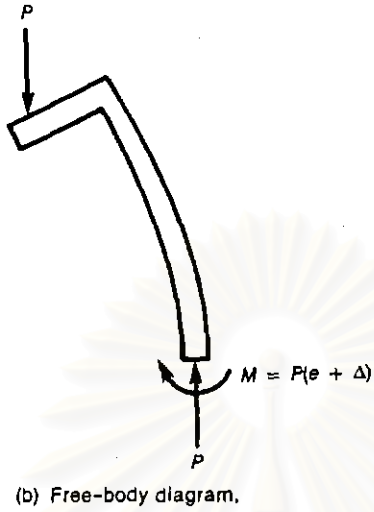
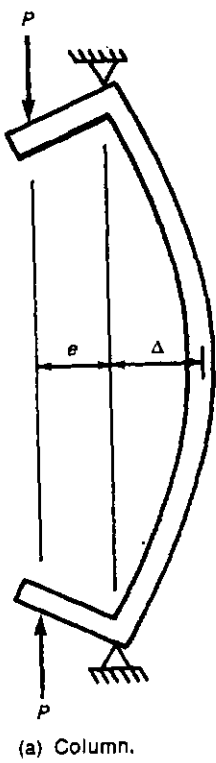
MacGregor et al⁽²⁸⁾ ได้ให้คำนิยามของเสาสั้น (Short Column) คือเสาที่สามารถรับน้ำหนักได้มากกว่าหรือเท่ากับ แรงที่ได้จากวิเคราะห์ ส่วนเสาขลุค (Slender Column) คือเสาที่ถูกลดกำลังเนื่องจาก การเสียรูปอันดับที่สอง (Second - Order Deformation)

ผลของความขลุคของเสาแสดงไว้ในรูปที่ 4.46 โมเมนต์ดัดสูงสุดเกิดขึ้นที่หน้าตัด $A-A$ เนื่องจากผลรวมของระยะเยื้องศูนย์เริ่มแรก e ของเสาและการโก่งตัว Δ ที่จุดนี้ ซึ่งการวิบัติสามารถเกิดขึ้นได้เป็น 2 รูปแบบ รูปแบบแรกเสายังคงมีเสถียรภาพเนื่องจากการโก่งตัว Δ_1 แต่แรง P และโมเมนต์ดัด M มีค่าเกินกำลังของหน้าตัดที่จุดนี้ ซึ่งการวิบัติลักษณะนี้เรียกว่า การวิบัติโดยวัสดุ (Material Failure) ดังแสดงในรูปที่ 4.46 (ค) ส่วนรูปแบบที่สอง เกิดขึ้นเมื่อเสามีความขลุคมากทำให้เกิดการโก่งตัว Δ_2 เนื่องจากแรง P และโมเมนต์ดัด Pe โดยค่า $\delta M/\delta P$ จะมีค่าเท่ากับ 0 หรือเป็นลบ การวิบัติลักษณะนี้เรียกว่า การวิบัติโดยเสถียรภาพ (Stability Failure)

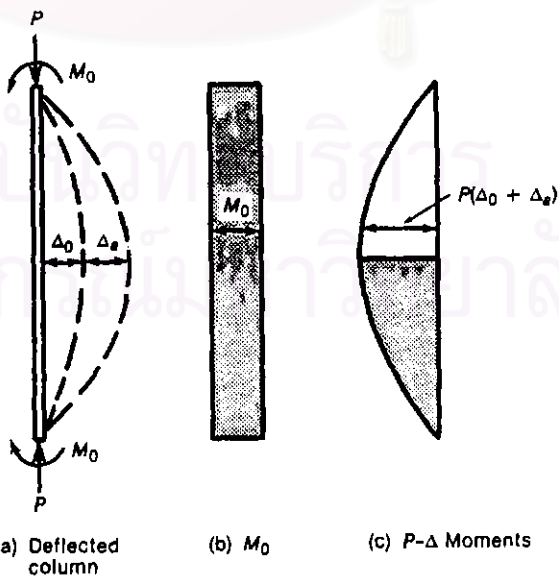
ในการพิจารณาเกี่ยวกับผลของความขลุคนี้ บางครั้งอาจจะใช้เส้นโค้งปฏิสัมพันธ์ของเสาขลุค (Slender Column Interaction Diagrams) ดังแสดงในรูปที่ 4.46 การวิบัติจะเกิดขึ้นเนื่องจากเส้นของน้ำหนักบรรทุกตามแนวแกนและโมเมนต์ขยาย ของหน้าตัดวิกฤตในเสาดัดกับ เส้นโค้งปฏิสัมพันธ์ที่จุด B ในรูปที่ 4.46 ซึ่งบางครั้งเราอาจจะสนใจที่จะอธิบายการวิบัตินี้ในรูปของน้ำหนักบรรทุกตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดปฐมภูมิ (Primary Moment) ที่จุด A ซึ่งสัมพันธ์กับแรงและโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ปลายจากการวิเคราะห์โครงสร้าง

ข. ตัวขยายโมเมนต์ (Moment Magnifier)

เสาจากรูปที่ 4.46(ก) สามารถแสดงไว้ในรูปที่ 4.47 ภายใต้แรงกระทำและโมเมนต์ดัดที่ปลาย M_0 และการโก่งตัว Δ_0 ซึ่งได้จากการโก่งตัวอันดับที่ 1 (First Order Deflection) เมื่อถูกแรง P กระทำ การโก่งตัวจะเพิ่มขึ้น Δ_1 โดยการโก่งตัวรวมที่กึ่งกลางเป็น $\Delta = \Delta_0 + \Delta_1$ การโก่งตัวทั้งหมดเป็นการโก่งตัวอันดับที่สอง (Second Order Deflection) ซึ่งถูกสมมติเป็นรูป half sine wave ไชอะแกรมของโมเมนต์ปฐมภูมิ แสดงในรูปที่ 4.47(ข) และไชอะแกรมของโมเมนต์อันดับที่สอง แสดงในรูปที่ 4.47 (ค)



รูปที่ 4.46 แรงกระทำและโมเมนต์ในเสาขุด⁽²⁸⁾



รูปที่ 4.47 โมเมนต์ในเสาที่โค้งตัว

เนื่องจากรูปของการโก่งตัวถูกสมมติเป็นรูป sine wave ดังนั้น โมเมนต์บิดจะแกรมของ $P-\Delta$ จะเป็นรูป sine wave ด้วย โดยวิธีหาค่าของโมเมนต์ และสมมติรูปข้างการโก่งตัวสมมาตร จะได้พื้นที่ของส่วนที่แรงภายในรูปที่ 4.47(ค) เท่ากับ

$$Area = \left[\frac{P}{EI} (\Delta_o + \Delta_a) \right] \frac{l}{2} \times \frac{2}{\pi} \quad (4.126)$$

และจุดศูนย์ถ่วงเท่ากับ l/π จากจุดรองรับ ดังนั้น $\pi^2 EI / l^2 = P_E$

$$\Delta_a = \left[\frac{P}{EI} (\Delta_o + \Delta_a) \right] \frac{l}{2} \times \frac{2}{\pi} \left(\frac{l}{\pi} \right) \quad (4.127)$$

$$\Delta_a = \frac{Pl^2}{\pi^2 EI} (\Delta_o + \Delta_a) \quad (4.128)$$

เมื่อ $\pi^2 EI / l^2 = P_E$ เป็นการโก่งเตาะ (Buckling) ของ Euler ของเสาที่ปลายทั้งสองข้างเป็นแบบจุดหมุน (Pin-ended Column) ดังนั้น

$$\Delta_a = (\Delta_o + \Delta_a) \frac{P}{P_E} \quad (4.129)$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$\Delta_a = \Delta_o \left(\frac{P / P_E}{1 - P / P_E} \right) \quad (4.130)$$

และเนื่องจากการโก่งตัว Δ เป็นผลรวมของ Δ_a และ Δ_o จะได้

$$\Delta = \Delta_o + \Delta_o \left(\frac{P / P_E}{1 - P / P_E} \right) \quad (4.131)$$

หรือ

$$\Delta = \frac{\Delta_o}{1 - P / P_E} \quad (4.132)$$

สมการที่ (4.132) ข้างต้นแสดงให้เห็นว่า การโก่งตัวอันดับที่ 2 Δ จะเพิ่มขึ้น เมื่อ P/P_E เพิ่มขึ้นและจะมีค่า ∞ เมื่อ $P=P_E$

โดยที่โมเมนต์สูงสุดเท่ากับ

$$M_c = M_o + P\Delta \quad (4.133)$$

M_c เรียกว่า โมเมนต์อันดับที่ 2 และ M_o เป็นค่าโมเมนต์ปฐมภูมิ แทนค่าในสมการที่ (4.133) จะได้

$$M_c = M_o + \frac{P\Delta_o}{1 - P/P_E} \quad (4.134)$$

จากโมเมนต์ไดอะแกรมในรูปที่ 4.47(ข) จะได้

$$\Delta_o = \frac{M_o l^2}{8EI} \quad (4.135)$$

แทนค่า สมการที่(4.135) ข้างต้น และ $P = (P/P_E)\pi^2 EI / l^2$ ในสมการที่(4.134) จะได้

$$M_c = \frac{M_o(1 + 0.23P/P_E)}{1 - P/P_E} \quad (4.136)$$

ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ 0.23 เป็นฟังก์ชัน ของรูปไดอะแกรมของ M_o ใน ACI ค่า $(1 + 0.23P/P_E)$ จะถูกตัดทิ้งเนื่องจาก ค่า 0.23 จะแปรเปลี่ยนตามฟังก์ชันของไดอะแกรมของโมเมนต์ ดังนั้นจะได้

$$M_c = \delta M_o \quad (4.137)$$

เมื่อ δ เรียกว่า ตัวขยายโมเมนต์ มีค่าเท่ากับ

$$\delta = \frac{1}{1 - P/P_E} \quad (4.138)$$

สมการที่(4.138)ข้างต้น ใช้สำหรับเสาที่โมเมนต์ที่ปลายทั้งสองข้างมีค่าเท่ากัน และสำหรับเสาที่โมเมนต์ที่ปลายทั้ง 2 ข้าง ไม่เท่ากัน อาจประมาณค่าโดยใช้ค่าโมเมนต์คงที่ เทียบเท่า (Equivalent Uniform Moment), $C_m M_o$ โดยที่

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (4.139)$$

เมื่อ C_m คือ ค่ามอดิฟายของโมเมนต์เทียบเท่า

M_1 คือ โมเมนต์ที่น้อยกว่า

M_2 คือ โมเมนต์ที่มากกว่า

ค. ค่าสติฟเนสของเสา (Column Stiffness)

ค่าสติฟเนสของเสา จะกำหนดโดยค่า EI โดยจากความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งจะได้

$$\phi = \frac{M}{EI} \quad \text{หรือ} \quad EI = \frac{M}{\phi} \quad (4.140)$$

ซึ่งจากความสัมพันธ์ดังกล่าวข้างต้น ค่า EI จะหาได้จากสมการที่ค่อนข้างซับซ้อน เนื่องจากเป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น ทั้งนี้ ACI Committee⁽⁶⁰⁾ ได้กำหนดค่า EI ในรูปสมการที่ง่ายขึ้น ให้อย่างนี้

$$EI = \frac{E_c I_g / 5 + E_s I_e}{1 + \beta_d} \quad (4.141)$$

หรือ

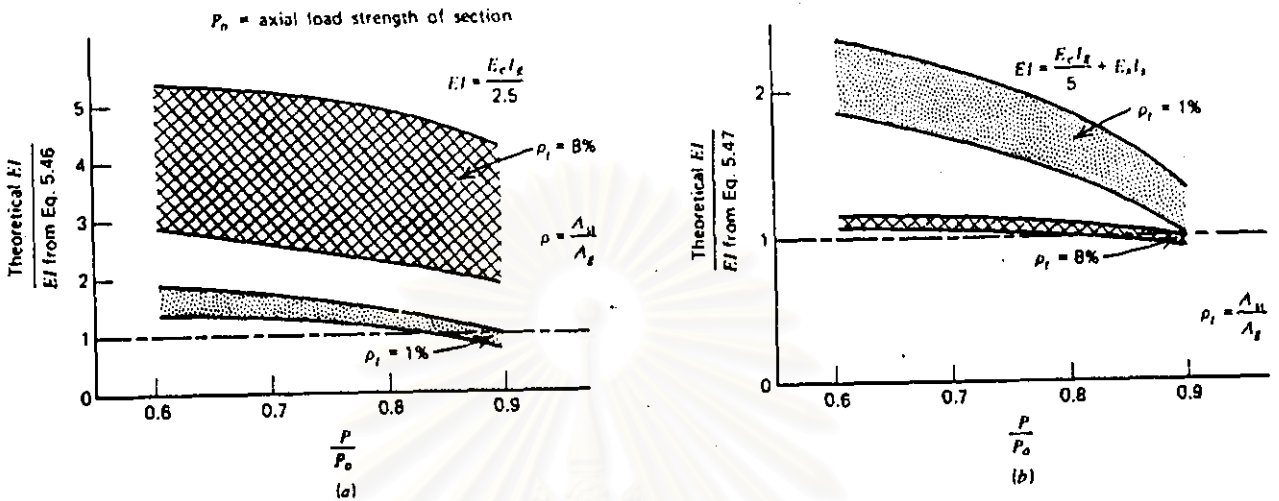
$$EI = \frac{E_c I_g / 2.5}{1 + \beta_d} \quad (4.142)$$

เมื่อ E_c คือ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต

E_s คือ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็ก

I_g คือ โมเมนต์ของความเฉื่อยของหน้าตัดของคอนกรีตรอบแกนสะเทิน

I_e คือ โมเมนต์ของความเฉื่อยของเหล็กรอบแกนสะเทินของหน้าตัดคอนกรีต



รูปที่ 4.48 เปรียบเทียบสมการที่ใช้คำนวณ EI เปรียบเทียบกับค่า EI ที่ได้จากการวิเคราะห์ จากไดอะแกรมของโมเมนต์และความโค้ง

สำหรับค่า $(1+\beta_d)$ จะเป็นผลเนื่องจากการคืบตัว (Creep) จากการงอตัวของเสาโดยสมการที่ (4.141) จะให้ความแม่นยำของค่า EI มากกว่าสมการที่ (4.142) แต่วิธีการคำนวณจะยุ่งยากกว่า โดยผลการวิเคราะห์ค่า EI จากสมการที่(4.141) และ (4.142) กรณีที่ไม่มีน้ำหนักบรรทุกคงค้าง เปรียบเทียบกับค่า EI ที่ได้จากการวิเคราะห์ จากไดอะแกรมของโมเมนต์และความโค้ง ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.48 พบว่า ที่อัตราเหล็กเสริมสูง ค่า EI ที่ได้จากสมการที่ จะให้ค่าในเชิงอนุรักษ์มากกว่า ในขณะที่ ที่อัตราเหล็กเสริมต่ำ ค่า EI ที่ได้จากสมการที่ จะให้ค่าในเชิงอนุรักษ์มากกว่า

ง. ความยาวประสิทธิผล ของชิ้นส่วนรับแรงอัด

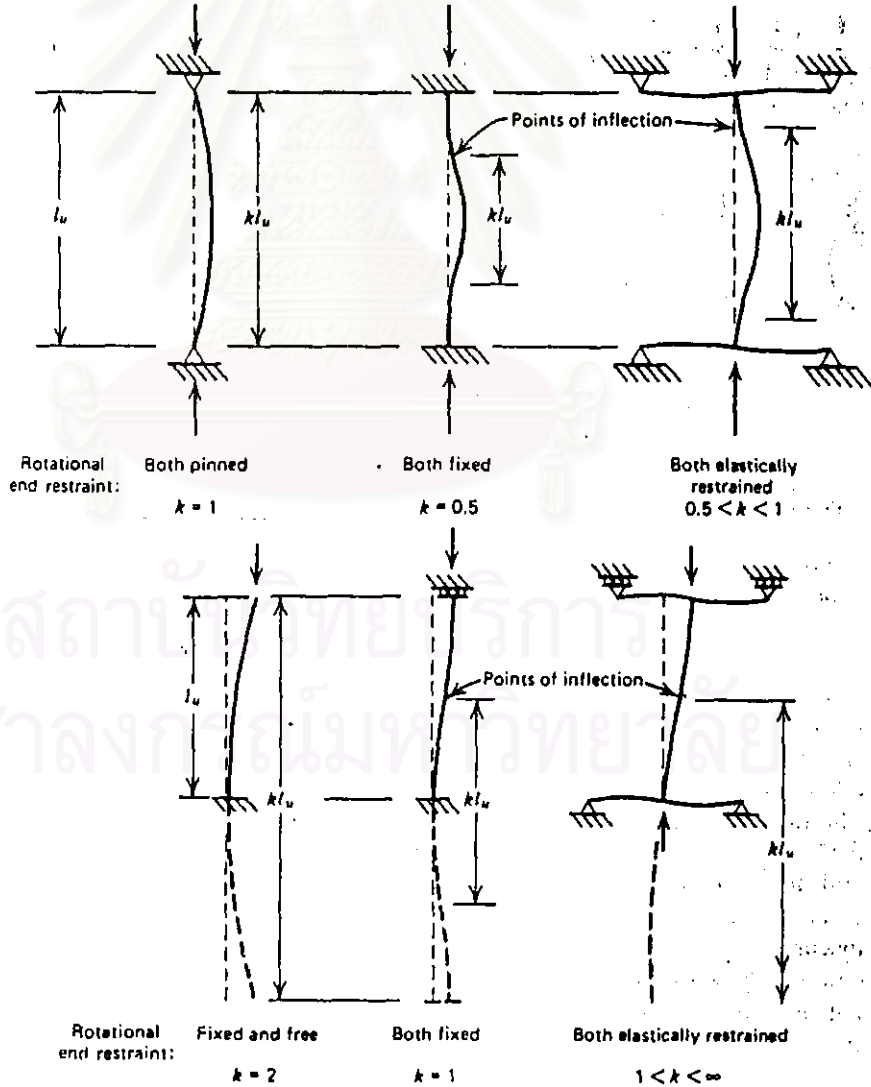
ความยาวประสิทธิผล kL_u เป็นค่าที่เกี่ยวข้องกับชนิดของจุดรองรับที่ปลายทั้ง 2 ข้างเสา ซึ่งแสดงในรูปที่ 4.49 โดย ค่า k จะมีค่า ระหว่าง 0.5 ถึง 1 สำหรับเสาที่มีการยึดรั้ง (Braced Column) ดังแสดงในรูปที่ 4.49 (ก) และจะมีค่ามากกว่า 1 ในกรณีที่เสาไม่มีการยึดรั้ง (Unbraced Column) ดังแสดงในรูปที่ 4.49 (ข)

ค่า k สำหรับโครงข้อแข็งที่มีการยึดรั้ง (Braced Frame) และที่ไม่มีการยึดรั้ง (Unbraced) ขึ้นอยู่กับค่าของการยึดรั้งที่จุดหมุน ซึ่งสามารถอธิบายได้ในรูปของ พารามิเตอร์ ψ เมื่อ

$$\psi = \frac{\sum (EI_{col}/l_u)}{\sum (EI_b/l_n)} \tag{4.143}$$

- เมื่อ EI_{col} คือ ค่าสติฟเนสของหน้าตัดเสา
- EI_b คือ ค่าสติฟเนสของหน้าตัดคาน
- l_n คือ ความยาว clear span ของคาน
- l_u คือ ความยาว unsupported length ของเสา
- Σ เป็นผลรวมของค่าสติฟเนส ที่จุดที่พิจารณา

โดยที่ ค่า k จะสามารถพิจารณาได้จาก Jackson และ Moreland alignment chart⁽²⁸⁾ ดังแสดงในรูปที่ 4.50 โดยที่ A และ B ใน chart จะเป็นตำแหน่งที่ปลายทั้งสองของเสา



รูปที่ 4.49 ความยาวประสิทธิผลของเสา

Cranston⁽⁶²⁾ ได้เสนอค่า ความยาวประสิทธิผลของเสาที่มีการยึดรั้งให้ใช้ค่าที่น้อยกว่าของสมการ

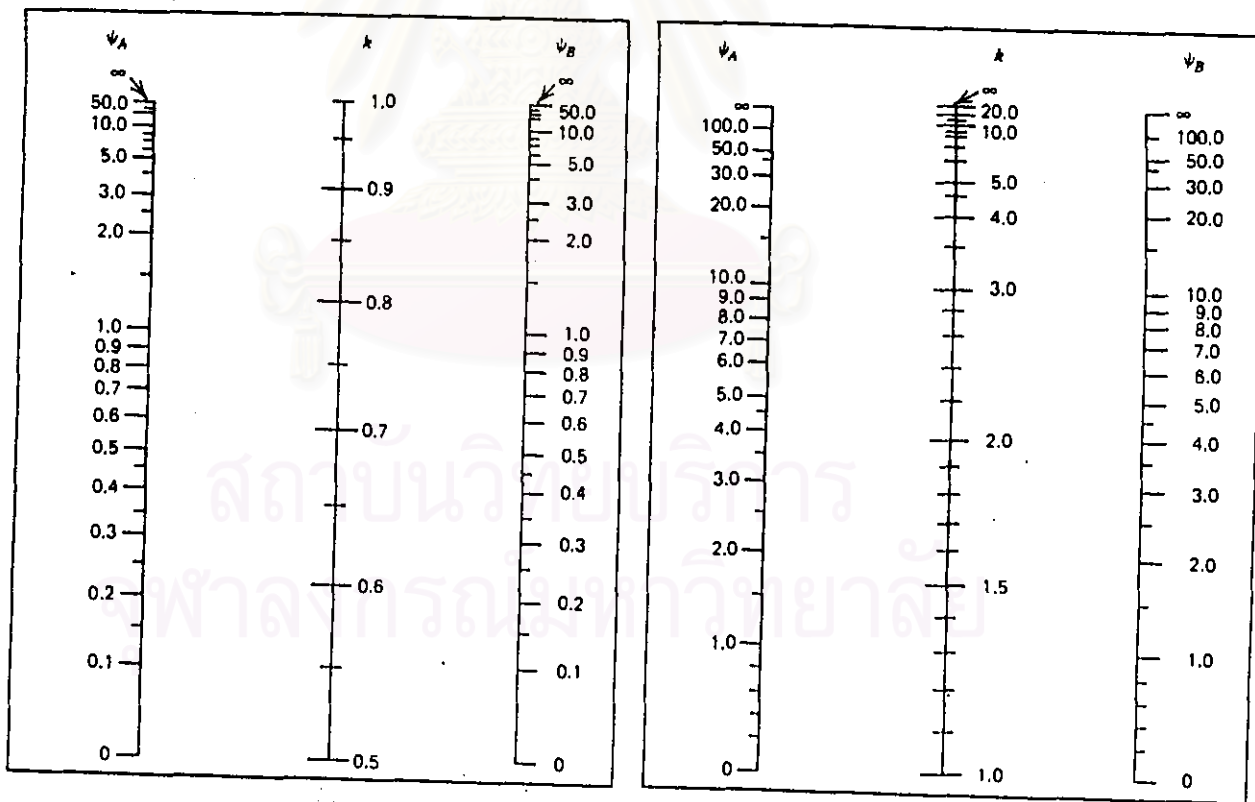
$$k=0.7+0.05(\psi_A+\psi_B) \leq 1.0 \tag{4.144}$$

$$k=0.85+0.05\psi_{min} \leq 1.0 \tag{4.145}$$

Furlong⁽⁶³⁾ ได้เสนอความยาวประสิทธิผล ของเสาที่ไม่มีการยึดรั้งไว้ดังนี้

$$\text{สำหรับ } \psi_{av} < 2 \quad k = \frac{20 - \psi_{av}}{20} \sqrt{1 + \psi_{av}} \tag{4.146}$$

$$\text{สำหรับ } \psi_{av} \geq 2 \quad k = 0.9 \sqrt{1 + \psi_{av}} \tag{4.147}$$



(a) Braced Frame

(b) Unbraced Frame

รูปที่ 4.50 Jackson and Moreland Alignment Chart

4.6 แรงยึดเหนี่ยวและระยะพัฒนากำลังของเหล็กเสริม (Bond and Development Length)

หน่วยแรงยึดเหนี่ยว (Bond Stress) คือหน่วยแรงเฉือนที่มีสัมผัสระหว่างคอนกรีตและเหล็กเสริมซึ่งจะถ่ายแรงระหว่างเหล็กเสริมและคอนกรีตที่ล้อมรอบเพื่อปรับไปสู่การรับน้ำหนักของเหล็กเสริม แรงยึดเหนี่ยวนี้เมื่อมีค่าเพียงพอจะทำให้วัสดุทั้งสองอยู่ในรูปของโครงสร้างเชิงประกอบ (Composite Structure) ดังนั้นคุณสมบัติของแรงยึดเหนี่ยวจึงเป็นส่วนสำคัญมากในการพิจารณากำหนดรายละเอียดของเหล็กเสริมในชิ้นส่วนโครงสร้างแรงยึดเหนี่ยวนี้จะวัดโดยอัตราการเปลี่ยนแปลงของแรงในเหล็กเสริมซึ่งจะไม่เกิดขึ้นยกเว้นเมื่อหน่วยแรงมีการเปลี่ยนแปลงที่สองหน้าตัดใด ๆ หน่วยแรงยึดเหนี่ยว โดยทั่วไปจะกำหนดโดยแรงเฉือนต่อหน่วยพื้นที่ผิวของเหล็กเสริมคือ

$$u = \frac{q}{\sum o} = \frac{\Delta f_s A_b}{\sum o} \quad (4.148)$$

หรือ

$$u = \frac{d_b}{4} \Delta f_s \quad (4.149)$$

เมื่อ

- q = การเปลี่ยนแปลงแรงภายในเหล็กเสริมตลอดหน่วยความยาว
- $\sum o$ = พื้นที่ผิวของเหล็กเสริมต่อหน่วยความยาว
- d_b = เส้นผ่านศูนย์กลางเหล็กเสริม
- Δf_s = การเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงในเหล็กเสริมตลอดหน่วยความยาว
- A_b = พื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริม

การเสริมเหล็กในโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กจะต้องขยายความยาวออกไปเป็นระยะ l_d หลังจากหน้าตัดใด ๆ ที่ต้องการให้เกิดการพัฒนากำลังการรับแรงในเหล็กเสริม ซึ่ง ระยะ l_d ที่ต้องการก็เพื่อที่จะถ่ายแรงจากเหล็กเสริมไปสู่คอนกรีตโดยแรงยึดเหนี่ยวโดยไม่ทำให้คอนกรีตเกิดการแตกร้าว ถ้ากำหนดให้หน่วยแรงยึดเหนี่ยวประลัษณเฉลี่ย u และสมมุติว่าการกระจายหน่วยแรงสม่ำเสมอตลอดความยาว ดังนั้นเมื่อพิจารณาการสมมูลย์ของแรงดังในรูปที่ 4.51 จะได้ว่า

$$T = A_b f_y = u l_d \sum o \quad (4.150)$$

ดังนั้นระยะพัฒนากำลังของเหล็กเสริม (Development Length) หรือ ระยะยึดรั้ง (Anchorage Length) คือ

$$l_d = \frac{d_b}{4u} f_y \quad (4.151)$$

แนวคิดพื้นฐานของระยะยึดรั้ง คือเหล็กเสริมที่ฝังอยู่ในก้อนคอนกรีต (Mass Concrete) ดังในรูปที่ 4.51 ที่ภายใต้ น้ำหนักกระทำเริ่มแรกหน่วยแรงยึดเหนี่ยวที่เกิดขึ้นจริงจะมีค่าสูงใกล้ผิวคอนกรีตและมีค่าเกือบเป็นศูนย์ที่ปลายซึ่งฝังอยู่ในคอนกรีตและเมื่อรับน้ำหนักจนใกล้เกิดการวิบัติหน่วยแรงยึดเหนี่ยวตามความยาวของเหล็กเสริมที่ฝังอยู่จะมีการกระจายที่สม่ำเสมอมาก

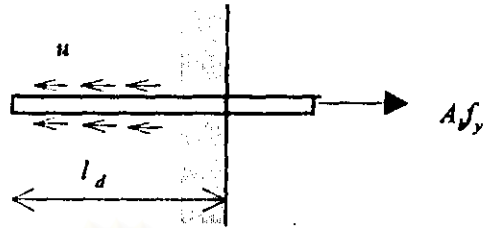
สำหรับคานที่มีโมเมนต์ดัดกระทำนั้น โดยทั่วไปโมเมนต์จะแปรเปลี่ยนด้วย ซึ่งจะเกิดปฏิสัมพันธ์ตามยาวระหว่างเหล็กเสริมและคอนกรีตรอบ ๆ ที่เรียกว่าแรงยึดเหนี่ยวจากการดัด (Flexural Bond) ความต้องการแรงยึดเหนี่ยวจากการดัดสูงจะเกิดขึ้นที่ตำแหน่งต่าง ๆ ในช่วงคานที่การเปลี่ยนแปลงแรงดัดในเหล็กเสริมมีค่าสูง เช่น ที่จุดดัดกลับในช่วงคานต่อเนื่อง และที่จุดรองรับของคานอย่างง่าย พิจารณาชิ้นส่วนของคานที่ยาว dM ดังในรูปที่ 4.52 ซึ่งรับโมเมนต์ดัดที่แตกต่างกันที่ปลายทั้งสอง ถ้าสมมุติว่าหลังเกิดการแตกร้าวคอนกรีตไม่สามารถรับแรงดัดได้เลยและแรงภายในเป็นดังในรูปที่ 4.52(g) ซึ่งการเปลี่ยนแปลงโมเมนต์ดัด dM ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงแรงดัดภายในเหล็กเสริม

$$dT = \frac{dM}{jd} \quad (4.152)$$

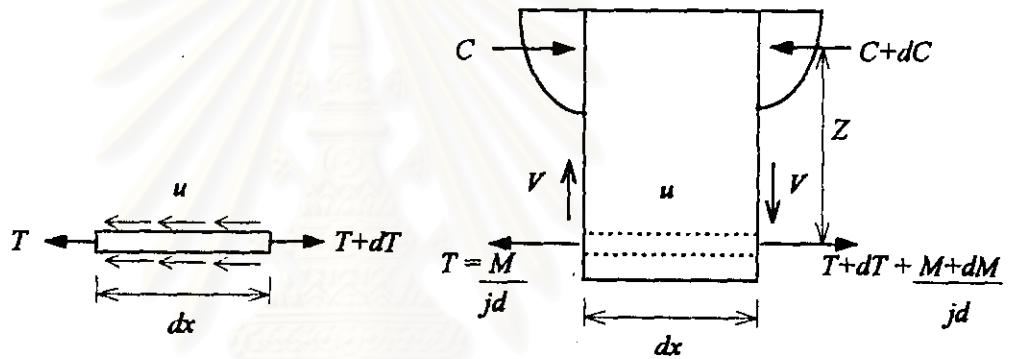
จากรูปที่ 4.52(ข) สมการที่ (4.150) จะได้ $dT = u \sum o_j d$ ดังนั้น

$$u = \frac{dM/dx}{\sum o_j d} \frac{V}{\sum o_j d} \quad (4.153)$$

ซึ่งเป็นสมการทั่วไปสำหรับพิจารณาหน่วยแรงยึดเหนี่ยวจากการดัดของหน้าตัดแตกร้าวในช่วงยึดหนุ่ ซึ่งแสดงว่าเมื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนต์ดัดภายนอกสูงหน่วยแรงยึดเหนี่ยวจากการดัดก็จะมีค่าแน่นอนสูงด้วย อย่างไรก็ตามสมการที่ (4.153) ไม่สามารถใช้ทำนายขนาดของหน่วยแรงยึดเหนี่ยวที่เกิดขึ้นจริงได้เพราะว่าการแตกร้าวของคอนกรีตจะเกิดเป็นช่วง ๆ ตามความยาวของชิ้นส่วนอันเป็นผลในการเพิ่มหน่วยแรงยึดเหนี่ยวเนื่องจากแรงดัดที่สามารถรับได้โดยคอนกรีตที่อยู่ระหว่างรอยแตกร้าวนี้ ได้มีการสังเกตว่าการให้ระยะยึดรั้งพอสำหรับเหล็กเสริมแล้วการวิบัติที่เกิดจากหน่วยแรงยึดเหนี่ยวจากการดัดก็จะไม่เกิดขึ้น การพิจารณาแรงยึดเหนี่ยวจากการดัดจะต้องการเพื่อตรวจสอบระยะยึดรั้งของชิ้นส่วนในบริเวณที่โมเมนต์ดัดเป็นศูนย์เท่านั้นเนื่องจากหน่วยแรงยึดเหนี่ยวที่เกิดขึ้นจริงภายในช่วงคานจะมีความสัมพันธ์กับค่าที่ทำนายโดยสมการที่ (4.153) น้อยมากยกเว้นในบริเวณที่มีแรงเฉือนสูงมาก



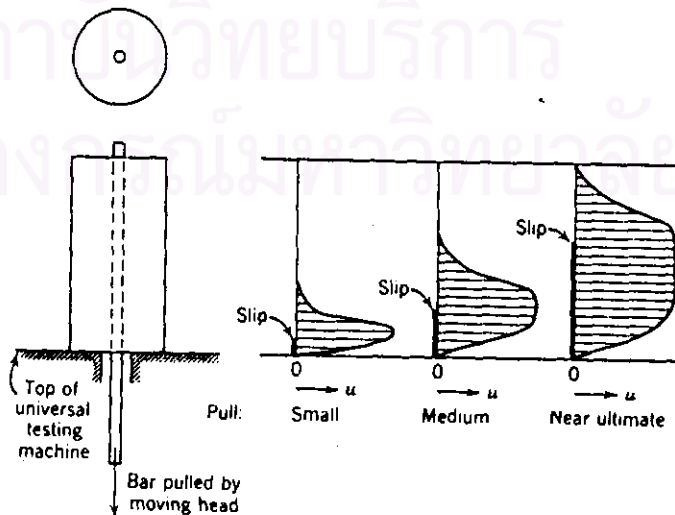
รูปที่ 4.51 ระยะยืดรั้งของเหล็กเสริม



(ก.) แรงภายในชิ้นส่วนเหล็กเสริม

(ข.) แรงภายในชิ้นส่วนคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

รูปที่ 4.52 แรงและหน่วยแรงบนชิ้นส่วนคาน



รูปที่ 4.53 การทดสอบการยึดเหนี่ยวโดยการดึงออก และ การกระจายหน่วยแรงยึดเหนี่ยว

4.6.1 พฤติกรรมของระยะยึดรั้งและระยะทานของเหล็กเสริม

สำหรับเหล็กเส้นกลม (Rounded Bars) แรงยึดเหนี่ยวจะเกิดจากแรงยึดเกาะ (Adhesion) ของเพสท์ และแรงเสียดทานระหว่างผิวของคอนกรีตและเหล็กเสริมโดยเหล็กเสริมนี้อาจจะถูกดึงหลุดออกโดยการแตกแยก (Splitting) ตามแนวยาวถ้าแรงยึดเกาะและแรงเสียดทานสูงเพียงพอหรืออาจจะถูกดึงออก (Pullout) เป็นรูปกลมเมื่อแรงยึดเกาะและแรงเสียดทานที่ต้านทานอยู่มีค่าต่ำ ส่วนในเหล็กข้ออ้อย (Deformed Bars) นั้นได้ออกแบบมาเพื่อเปลี่ยนพฤติกรรมที่ไม่นำไปในของแรงยึดเกาะและแรงเสียดทานโดยจะเพิ่มความไว้ใจได้มากกว่าในการรับแรงกด (Bearing) ของบั้ง (Lugs) ที่กระทำต่อคอนกรีตซึ่งการวิบัติของแรงยึดเหนี่ยว (Bond Failure) โดยส่วนใหญ่จะเกิดการวิบัติแบบแตกแยกเสมอ

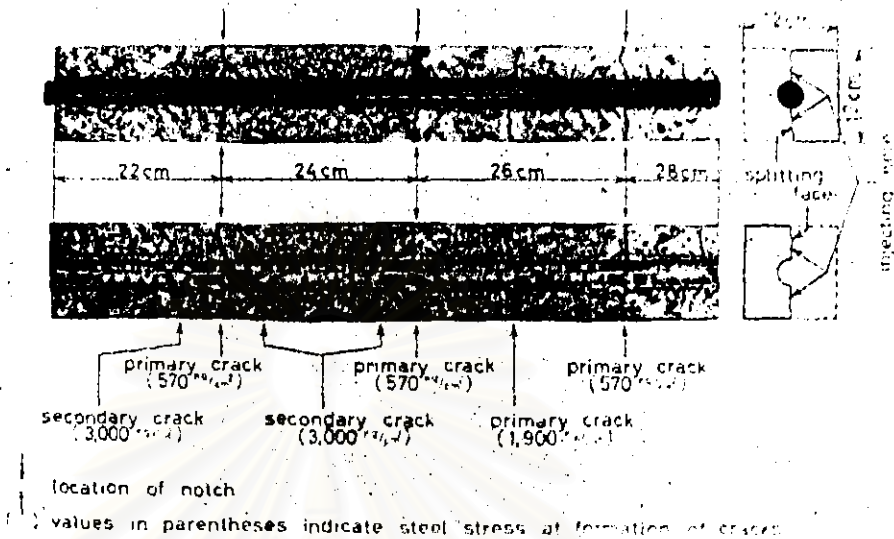
การทดสอบหาหน่วยแรงยึดเหนี่ยวจะทำได้หลายวิธีเช่น การทดสอบการดึงออก (Pullout Test) ซึ่งหน่วยแรงยึดเหนี่ยวประลัยโดยส่วนใหญ่จะกำหนดจากข้อมูลการทดสอบชนิดนี้ร่วมกับผลทดสอบของคานบางส่วนเพื่อยืนยันความถูกต้อง ในรูปที่ 4.53 แสดงลักษณะการทดสอบการดึงออกและการกระจายหน่วยแรงยึดเหนี่ยวที่ได้ โดยเมื่อปลายด้านที่ไม่มีน้ำหนักกระทำ (Slip) ออกแสดงว่าเกือบจะถึงความต้านทานสูงสุดซึ่งการวิบัติอาจเกิดโดย การแตกแยกตามยาวของคอนกรีตในกรณีของเหล็กข้ออ้อย, การดึงออกตลอดความยาวของเหล็กที่อยู่ในคอนกรีตในกรณีที่เหล็กเสริมมีขนาดเล็ก, หรือโดยการแตกหักของเหล็กเสริมถ้าระยะยึดรั้งมีความยาวเพียงพอ โดยอาจไต่ไล่ดังในรูปที่ 4.53 ซึ่งการกระจายของหน่วยแรงยึดเหนี่ยวนี้จะขึ้นอยู่กับชนิดของเหล็กและอาจจะแปรเปลี่ยนตามความยาวมากกว่าที่แสดงในรูปโดยค่าเฉลี่ยของแรงยึดเหนี่ยวจะคำนวณโดยสมมติว่าการกระจายแรงยึดเหนี่ยวสม่ำเสมอตลอดความยาวที่ฝังอยู่ นอกจากนี้อาจทดสอบโดยการต่อทาบ (Splices Test) โดยใช้คานอย่างง่ายร่วมกับการต่อทาบเหล็กเสริมในบริเวณที่มีโมเมนต์ดัดคงที่ซึ่งการทดสอบการต่อทาบนี้จะให้สภาวะที่เป็นจริงใกล้เคียงกันในโครงสร้างมากกว่าการทดสอบการดึงออกที่หลีกเลี่ยงไม่ให้เกิดการวิบัติแบบแตกแยกตั้งนั้น ผลที่ได้จากการทดสอบการต่อทาบจะได้หน่วยแรงยึดเหนี่ยวจากการทดสอบนี้มีค่าต่ำกว่า

เพื่อแสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมภายในและการแตกร้าวของระยะยึดรั้งของเหล็กเสริมรับแรงดึง Gold⁽⁶⁴⁾ ได้ทดสอบและแสดงให้เห็นถึงรูปแบบการแตกร้าวภายในจากการดึงที่ปลายทั้งสองของเหล็กเสริมที่ฝังอยู่ในแท่งคอนกรีตดังในรูปที่ 4.54 ซึ่งรอยแตกตามขวางที่เกิดขึ้นนั้นจะเกิดเป็นช่วงซึ่งเหมือนกับการแตกร้าวในคานมาก และในแต่ละช่วงของการแตกร้าวจะสังเกตเห็นรูปแบบการแตกร้าวภายในที่เหมือนกันซึ่งมุมระหว่างรอยแตกภายในกับแนวแกนของเหล็กเสริมจะมีขนาดโตจนน่าประหลาดใจซึ่งสังเกตได้ว่ามีมุมมากกว่า 45 องศา และแนวเฉียงนี้จะนำไปสู่แรงที่ทำให้เกิดการแตกแยกในแนวรัศมี (Radial Splitting) ซึ่งอาจพิจารณาในรูปของแรงผลัดในแนวรัศมีดังในรูปที่ 4.55 ซึ่งแรงผลัดออกนี้จะเหมือนกับแรงดันน้ำในท่อที่นำไปสู่การแตกแยกออกบนระนาบที่อ่อนแอตามแนวของเหล็กเสริมนอกจากระยะหุ้มจะหนาหรือการแตกแยกถูกยึดรั้งโดยเหล็กเสริมตามขวาง ซึ่งการแตกแยกนี้เป็นกุญแจสำคัญในพฤติกรรมของระยะยึดรั้ง

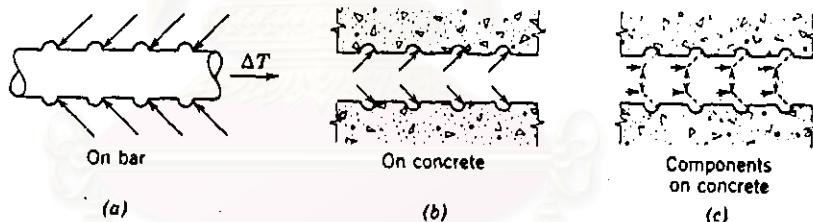
การต่อทาบรับแรงดึงโดยปกติจะเกิดการวิบัติโดยการแตกแยกออกของคอนกรีตโดยรอบในรูปแบบพื้นฐานอย่างใดอย่างหนึ่งดังในรูปที่ 4.56 คือเมื่อระยะห่างเหล็กเสริมใกล้กันมากจะเกิดการวิบัติแบบแตกแยกด้านข้าง (side split failure) ที่การเพิ่มระยะหุ้มคอนกรีตจะเปลี่ยนแปลงรูปแบบการวิบัติได้น้อยมาก (รูปที่ 4.56(ก)) และเมื่อระยะหุ้มมีน้อยมากจะมีแนวโน้มที่จะเปลี่ยนรูปแบบไปสู่การวิบัติแบบแตกแยกด้านหน้าและด้านข้าง (Face and split) (ดังรูปที่ 4.56(ข)) ซึ่งจะเกิดการแตกแยกด้านหน้าตามความยาวคานทำให้หน้าตัดส่วนมุมอ่อนแอและหลุดออกและท้ายสุดเมื่อระยะที่หลุดออกเพียงพอก็จะทำให้เกิดการแตกแยกด้านข้าง การเพิ่มระยะหุ้มในกรณีนี้จะช่วยเพิ่มความต้านทานต่อการเกิดการแตกแยกด้านหน้าแต่ถ้าระยะหุ้มมีน้อยกว่าจะมีแนวโน้มที่แนวการวิบัติจะเคลื่อนไปเป็นรูปตัววี (V-Notch) ซึ่งการเปลี่ยนแปลงระยะห่างจะไม่มีผลต่อระยะทาบอีกต่อไป การเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงในเหล็กเสริมที่ต่อทาบก่อนที่จะเกิดการวิบัติเล็กน้อยจะเกือบเป็นเชิงเส้นในเหล็กทั้งสองที่ทาบกัน

4.6.2 ระยะยึดรั้งและระยะทาบของเหล็กเสริมรับแรงดึง

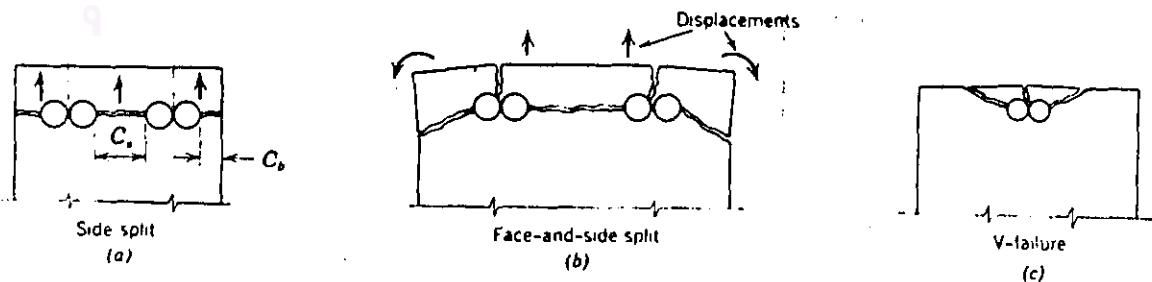
Orangun et al. ⁽³¹⁾ ได้เสนอวิธีสำหรับหาหน่วยแรงยึดเหนี่ยวซึ่งได้รวมตัวแปรต่าง ๆ ทั้งหมดที่เกี่ยวข้องมาพิจารณาโดยมีแรงในแนวรัศมีซึ่งเกิดระหว่างบั้งของเหล็กเสริมและคอนกรีตโดยรอบที่ตามมาดพิจารณาเสมือนแรงดันน้ำกระทำต่อทรงกระบอกที่มีผนังหนาโดยมีเส้นผ่าศูนย์กลางภายในเท่ากับเส้นผ่าศูนย์กลางเหล็กเสริมและความหนา C ซึ่งเท่ากับค่าที่เล็กกว่าระหว่างระยะหุ้มจากด้านล่าง C_b หรือครึ่งหนึ่งของระยะห่างระหว่างเหล็กเสริม C_s ที่วัดจากผิวเหล็กดังในรูปที่ 4.57 ซึ่งความสามารถในการรับน้ำหนักของทรงกระบอกขึ้นอยู่กับแรงดึงของคอนกรีต เมื่อ C_b มากกว่า $C_s/2$ การแตกแยกจะเกิดในแนวราบที่ระดับของเหล็กเสริมซึ่งเรียกว่าการวิบัติจากการแตกด้านข้างและเมื่อ $C_s/2$ มากกว่า C_b จะเกิดการวิบัติแบบแตกแยกด้านหน้าและด้านข้างซึ่งอยู่ในรูปการแตกรั่วตามยาวผ่านระยะหุ้มและตามด้วยการแตกแยกผ่านระนาบของเหล็กและถ้า $C_s/2$ ยิ่งมากกว่า C_b ก็เกิดการวิบัติเป็นร่องตัววีซึ่งจะเกิดการแตกแยกตามยาวและตามด้วยการแตกของระยะหุ้มในแนวเฉียงซึ่งแบ่งเป็นรูปตัววี ซึ่งการพิจารณาในลักษณะเดียวกันนี้สามารถใช้ได้กับการต่อทาบเหล็กเสริมดังแสดงในรูปที่ 4.56 ซึ่งวงคอนกรีตรอบ ๆ เหล็กจะถูกทำให้ขยายออกไปแต่แนวการพิจารณาจะเหมือนกับกรณีเหล็กเส้นเดียว



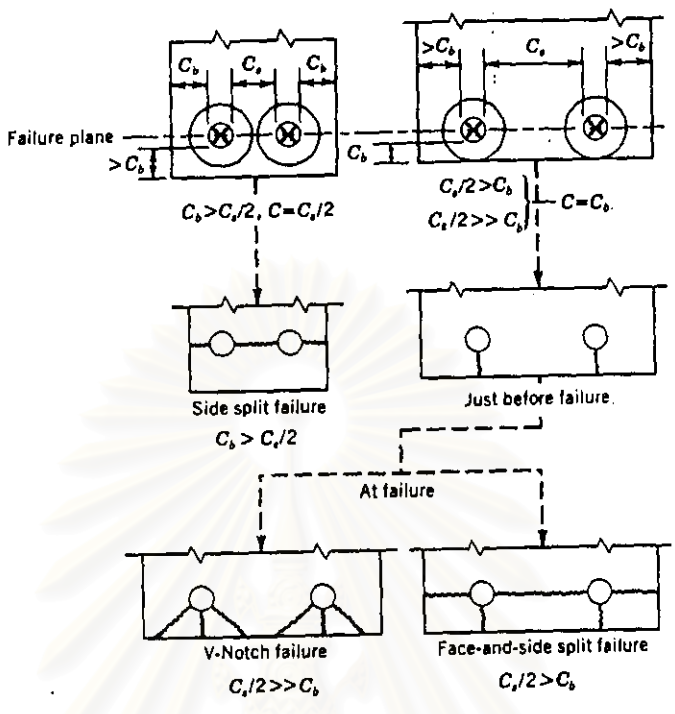
รูปที่ 4.54 รอยแตกร้าวภายในที่เกิดขึ้นโดยการดึงที่ปลายทั้งสองข้างของเหล็กเสริมที่ฝังอยู่ในคอนกรีต



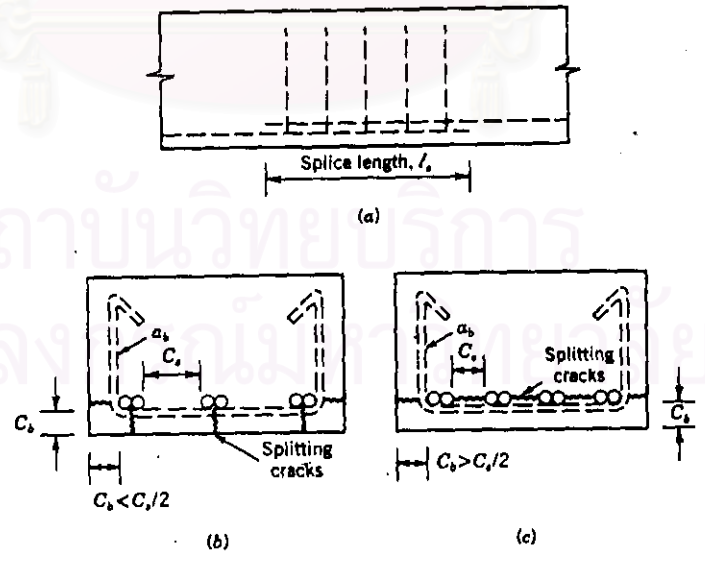
รูปที่ 4.55 แนวระหว่างเหล็กที่ร้อยยึดและคอนกรีต ซึ่งเป็นสาเหตุของการแตกแยกในรูปที่ 4.54



รูปที่ 4.56 การแตกแยกกรอมๆ การต่อทวม



รูปที่ 4.57 รูปแบบการวิบัติจากการแตกแยก



รูปที่ 4.58 เหล็กเสริมตามขวาง (ก) รูปด้านข้างของคาน (ข) รอยแตกทั้งหมดถูกยึดรั้ง $A_{sv} = a_s$
 (ค) เหล็กเสริมตามขวางสองขาถูกตัดผ่านโดยการแตกแยกในระนาบของเหล็กเสริม $A_{sv} = 2a_s/4$

จากผลทดสอบระยะยึดรั้งและระยะทาบจำนวนมากกว่า 500 ตัวอย่าง Orangun et al. ⁽³¹⁾ ได้ใช้การวิเคราะห์การถดถอยเพื่อหาความสัมพันธ์ในรูปของกำลังคอนกรีต f_{ck} เส้นผ่าศูนย์กลางเหล็ก d_b ความหนาของคอนกรีตหุ้มกระดูก γ เหล็กเสริม C ความยาวระยะยึดรั้งหรือระยะทาบ l_d หรือ l_s และเหล็กเสริมตามขวาง $A_{rr}f_y/s$ ซึ่งกำหนดให้เป็นพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมที่ระนาบของการแตกแยกตัดผ่าน A_{rr} กำลังคลากของเหล็กตามขวางคือ f_y และระยะห่างของเหล็กตามขวางคือ s (ดูรูปที่ 4.58) ซึ่งโดยวิธีดังกล่าวกำลังรับแรงยึดเหนี่ยวโดยไม่ว่าคำนึงถึงผลของเหล็กเสริมตามขวาง คือ

$$\frac{u}{\sqrt{f_{ck}}} = 0.32 + \frac{0.8C}{d_b} + \frac{13.26d_b}{l_s} \quad (4.154)$$

และถ้าหากรวมผลของเหล็กเสริมตามขวางจะได้

$$\frac{u}{\sqrt{f_{ck}}} = 0.32 + \frac{0.8C}{d_b} + \frac{13.26d_b}{l_s} + \frac{A_{rr}f_y}{500sd_b} \quad (4.155)$$

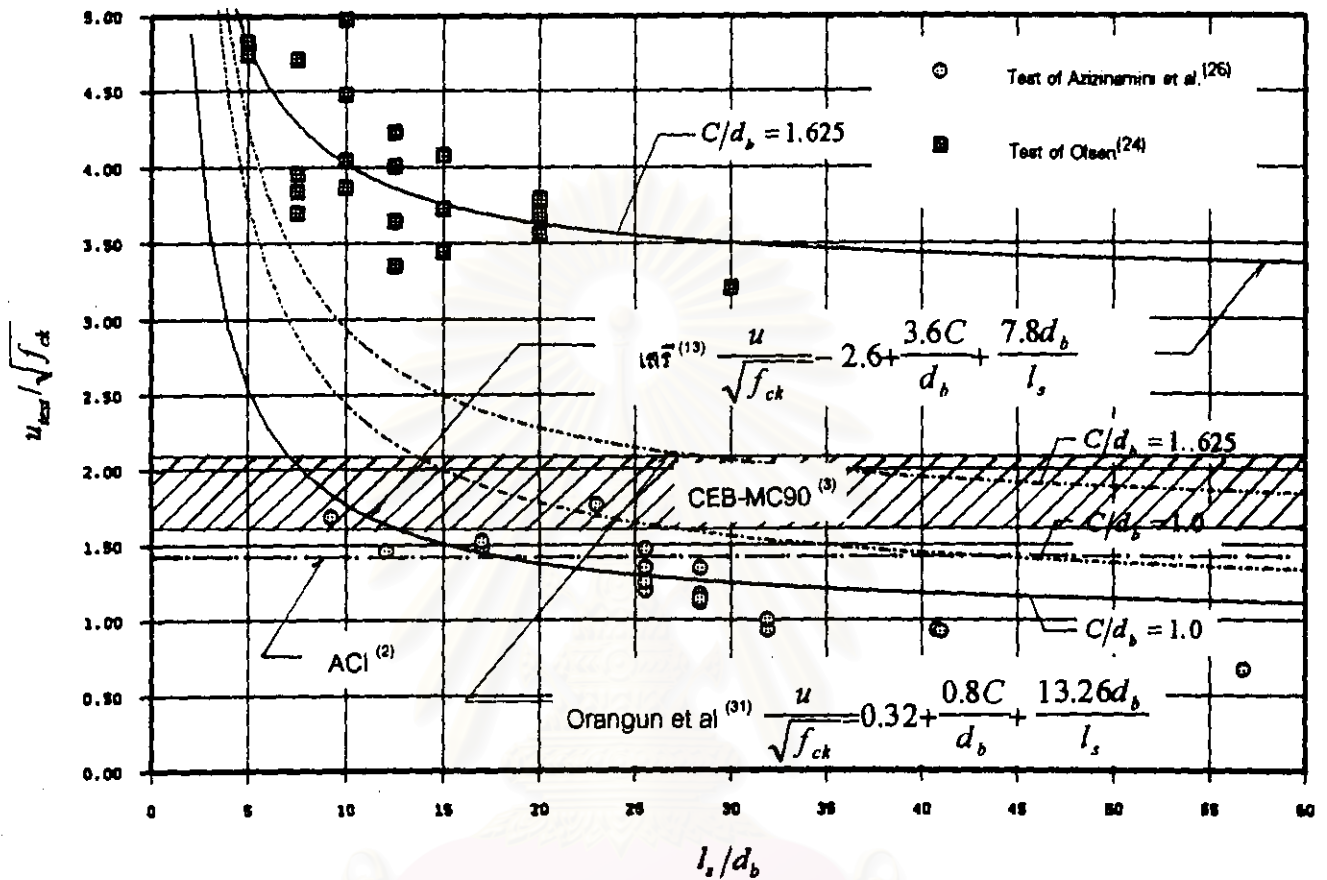
เลวี ⁽³³⁾ ได้ทำการศึกษาค่าหน่วยแรงยึดเหนี่ยวของคอนกรีตกำลังสูง โดยอาศัยหลักการเดียวกับ Orangun et al ทำการรวบรวมผลการทดสอบของ Azizinamini et al ⁽³²⁾ และ Olsen ⁽³³⁾ จำนวน 39 ตัวอย่าง ทำการวิเคราะห์หาค่าถดถอยหลายตัวแปร (Multiple Linear Regression) และได้ทำนายสมการสำหรับหน่วยแรงยึดเหนี่ยวของคานกำลังสูงดังนี้

$$\frac{u}{\sqrt{f_{ck}}} = 2.6 + \frac{3.6C}{d_b} + \frac{7.8d_b}{l_s} \quad (4.156)$$

ACI ⁽³⁾ ได้กำหนดค่าความยาวระยะฝังพื้นฐาน l_{db} ของเหล็กข้ออ้อยรับแรงดึงสำหรับเหล็กเส้นขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางไม่เกิน 36 มม. ให้เท่ากับ $0.06A_b f_y / \sqrt{f_{ck}}$ ซึ่งเมื่อลองแทนค่าดังกล่าวลงในสมการที่ (4.151) จะได้ค่าหน่วยแรงยึดเหนี่ยวมีค่าเท่ากับ

$$\frac{u}{\sqrt{f_{ck}}} = \frac{5.31}{d_b} \quad (4.157)$$

ทั้งนี้หากลองแทนค่า $d_b = 3.6$ ซม. ซึ่งเป็นค่าขอบเขตล่างกำหนดของสมการดังกล่าว ลงในสมการที่ (4.157) จะได้ค่า $u / \sqrt{f_{ck}}$ มีค่าประมาณ 1.475



รูปที่ 4.59 เปรียบเทียบสมการสำหรับคำนวณค่าแรงยึดเหนี่ยวของเหล็กข้ออ้อยซึ่งต่อทาบและฝังอยู่ในคอนกรีต กับผลการทดสอบ

สำหรับ CEB-MC90⁽³⁾ ได้กำหนดค่าหน่วยแรงยึดเหนี่ยวออกแบบ f_{bd} มีค่าเท่ากับ

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd} \quad (4.158)$$

- เมื่อ η_1 คือค่าที่พิจารณาถึงชนิดของเหล็กเสริม มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับเหล็กเส้นกลม และ เท่ากับ 2.25 สำหรับเหล็กข้ออ้อย
- η_2 คือค่าที่พิจารณาถึงผลของตำแหน่งการวางเหล็กเสริมระหว่างท่อนคอนกรีตโดยเท่ากับ 1.0 สำหรับสภาวะที่พิจารณาเป็นการยึดเหนี่ยวที่ดี เช่นเหล็กทั้งหมดวางมุมเฉียง 45-90 องศา กับแนวราบ ระหว่างการหล่อคอนกรีต หรือเหล็กเส้นทั้งหมดวางทำมุมเฉียงกับแนวราบต่ำกว่า 45 องศา ซึ่งอยู่ในตำแหน่งสูงจากท่อนคอนกรีตที่หล่อจนถึง 25 ซม. หรืออย่างน้อยที่สุด 30 ซม. จากผิวบน

ของคอนกรีตที่หล่อ และเท่ากับ 0.7 สำหรับกรณีอื่นๆทั้งหมด
 η_3 คือค่าที่พิจารณาถึงขนาดของเส้นผ่าศูนย์กลางของเหล็กเสริม เท่ากับ $1.32 - d_c/100 \leq 1.0$
 f_{cd} คือหน่วยแรงดึงออกแบบของคอนกรีตมีค่าเท่ากับ $0.45f_{ck}^{0.667}$ เมื่อใช้ $\gamma_c=1.50$

จากการเปรียบเทียบผลของสมการสำหรับคำนวณหาค่าแรงยึดเหนี่ยว ในรูปที่ 4.59 จะเห็นว่า ถึงแม้สมการที่เสนอโดยเสรี⁽¹³⁾ จะเป็นสมการที่ได้จากข้อมูลในช่วงคอนกรีตกำลังสูงก็ตาม แต่เมื่อเปรียบเทียบกับสมการที่เสนอโดย Orangun et al⁽³¹⁾ จะพบว่าสมการที่เสนอโดยเสรี⁽¹³⁾ ให้ค่าในเชิงอนุรักษ์มากกว่า และหากเปรียบเทียบกับ สมการของ ACI⁽¹⁾ และ CEB-MC90⁽³⁾ ก็พบว่าสมการของเสรี⁽¹³⁾ ก็ยังคงให้ค่าที่อนุรักษ์มากกว่า ดังนั้นหากกำหนดให้ค่า มีค่าอย่างน้อยที่สุดเท่ากับ 1 แทนค่าในสมการที่ (4.156) จะได้

$$\frac{u}{\sqrt{f_{ck}}} = 1.0 + \frac{7.8d_b}{l_s} \quad (4.159)$$

ซึ่งจากรูปที่ 4.59 จะเห็นว่าสมการที่ (4.156) ดังกล่าวจะเริ่มมีค่าคงที่ที่ l_s/d_b ประมาณ 30 ดังนั้นอาจจะพิจารณาที่ เท่ากับ 30 เป็นค่าขอบเขตล่างของสมการดังกล่าว โดยแทนค่าในสมการที่ (4.159) จะได้

$$\frac{u}{\sqrt{f_{ck}}} = 1.26 \quad (4.160)$$

โดยการแทนค่าสมการที่ (4.160) ลงในสมการที่(4.151) จะได้ระยะพัฒนากำลังพื้นฐาน (Basic Development Length) ของเหล็กเสริมเท่ากับ

$$l_{db} = 0.20d_b \frac{f_y}{\sqrt{f_{ck}}} \quad (4.161)$$

อย่างไรก็ตามในการศึกษานี้ได้ทำการพิจารณาเพียงแนวทางการคำนวณหาค่าระยะพัฒนากำลังพื้นฐานของเหล็กเสริมเท่านั้น ซึ่งในข้อกำหนดทั่วไป ค่าระยะพัฒนากำลังของเหล็กเสริมจำเป็นต้องมีแฟคเตอร์เนื่องจากปัจจัยอื่นๆคูณเข้ากับสมการของ ค่าระยะพัฒนากำลังพื้นฐานของเหล็กเสริม ซึ่งอาจจะต้องให้ความสำคัญและศึกษาเพิ่มเติมถึงปัจจัยเหล่านั้นต่อไป