การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวแปร ที่มีการแจกแจงพหุนาม

นางสาวศศิธร เจษฎาฐิติกุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1984-1

A COMPARISON ON TEST METHODS OF INDEPENDENCE FOR BIVARIATE MULTINOMIAL DISTRIBUTION

Miss Sasithon Jetsadathitikull

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2002
ISBN 974-17-1984-1

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวแปร ที่มีการแจกแจงพหุนาม
โดย	นางสาวศศิธร เจษฎาฐิติกุล
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

……………………………………คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิรัช อภิเมธีธำรง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

…………………………………………… ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง)

…………………………………………... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)

…………………………………………… อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

……………………………………………กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ)

ศศิธร เจษฎาฐิติกุล : การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวแปร ที่มีการแจกแจงพหุนาม. (A COMPARISON ON TEST METHODS OF INDEPENDENCE FOR BIVARIATE MULTINOMIAL DISTRIBUTION) อ.ที่ปรึกษา : รศ.ดร.ธีระพร วีระถาวร อ.ที่ปรึกษาร่วม : รศ.ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา จำนวนหน้า 101 หน้า. ISBN 974-17-1984-1

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวแปร เมื่อตัวแปรมีการแจกแจงพหุนามและอยู่ในตารางการณ์จร 2 ทาง ซึ่งการทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบมี 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน(CP) วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น(MLR) และวิธีการมอนติคาร์โล (MC) ซึ่งเป็นวิธีการที่ถูกเสนอขึ้นมาใหม่ โดยที่วิธีการมอนติคาร์โลได้จากการแจกแจงของตัวอย่างที่ต้องการทดสอบโดยอาศัยตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นเพื่อคำนวณค่า p-value ในการทดสอบความเป็นอิสระระหว่าง 2 ตัวแปร

สมมติฐานในการทดสอบ คือ $H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

เทียบกับ $H_1 : p_{ij} \neq p_{i.}p_{.j}$

ภายใต้ฟังก์ชันควรจะเป็นสูงสุดของการแจกแจงพหุนาม (multinomial distribution)

$$f(x|p) = \binom{n}{x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{ij}} \prod_{ij} p_{ij}^{x_{ij}}$$

ค่า p-value จากวิธีการมอนติคาร์โลคำนวณได้จาก

$$\text{p} - \text{value} = \frac{\text{¨Ó¹Ç¹}\left(\Lambda^{*} \leq \Lambda\right)}{\text{N}}$$

เมื่อ Λ แทนค่าตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นภายใต้สมมติฐานว่าง

Λ^{*} แทนค่าตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นของชุดข้อมูลที่สร้างโดยวิธีมอนติคาร์โล

และ N แทนจำนวนรอบที่กระทำซ้ำโดยวิธีมอนติคาร์โล

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบทั้งสามวิธีจะพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการจำลองข้อมูลจากเทคนิคมอนติคาร์โลด้วยโปรแกรม S-PLUS 2000 ทำการทดลองซ้ำ 500 ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งมีการสร้างชุดข้อมูลโดยวิธีการมอนติคาร์โลเท่ากับ 300 ครั้งเพื่อคำนวณค่า p-value ตามสูตรข้างบน และสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. **ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1**

วิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่าง 2 ตัวแปร วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ทุกวิธี

2. **อำนาจการทดสอบ**

โดยทั่วไปวิธีการมอนติคาร์โลจะให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น ส่วนวิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สันมีอำนาจการทดสอบต่ำสุด กรณีที่รูปแบบของตารางการณ์จรเป็นแบบจัตุรัส วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีจะให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน แต่ในกรณีที่รูปแบบของตารางการณ์จรไม่เป็นจัตุรัส กล่าวคือจำนวนแถวกับสดมภ์ไม่เท่ากัน อำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเมื่อความแตกต่างระหว่างแถวกับสดมภ์เพิ่มขึ้น

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี แปรผันตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ โดยเรียงลำดับจากมากไปน้อย ตามลำดับ

ภาควิชา สถิติ	ลายมือชื่อนิสิต...
สาขาวิชา สถิติ	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา......................................
ปีการศึกษา 2545	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.................................

4382356326 : MAJOR STATISTICS.

KEY WORD : MONTE CARLO METHOD / PEARSON CHISQUARE TEST / LIKELIHOOD RATIO TEST / CONTINGENCY TABLE

SASITHON JETSADATHITIKULL : A COMPARISON ON TEST METHODS OF INDEPENDENCE FOR BIVARIATE MULTINOMIAL DISTRIBUTION . THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF. THEERAPORN VERATHAWORN , Ph.D , THESIS COADVISOR : ASSOC.PROF. SUPOL DURONGWATANA , Ph.D. 101 pp. ISBN 974-17-1984-1

The objective of this thesis is the comparison on test methods of independence for bivariate multinomial distribution in two way contingency table. The test methods are Pearson Chi-Square test (CP), Likelihood Ratio Chi-Square test (MLR) and Monte Carlo method (MC) which is the new approach. Monte Carlo method is the distribution of the data using statistics of Likelihood Ratio to get the p-value of the independence for bivariate multinomial distribution. The hypothesis can be written as

$$H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$$

to compare with $H_1 : p_{ij} \neq p_{i.}p_{.j}$

The likelihood function for multinomial distribution is

$$f(x|p) = \binom{n}{x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{ij}} \prod_{ij} p_{ij}^{x_{ij}}$$

and the p-value for Monte Carlo method formula is

$$p - value = \frac{number\ (\Lambda^* \leq \Lambda)}{N}$$

when Λ is the ratio of the likelihoods under H_0 .

Λ^* is the ratio of the likelihoods for data set simulated by Monte Carlo method.

and N is the numbers of replication by Monte Carlo method.

In the comparison of three test methods considering from their capacity of controlling probability of type I error and power of the tests. For this study data are simulated by Monte Carlo technique using S-PLUS 2000 package with 500 times of replication which everytime occurs there is a minus sign in using the Monte Carlo method for every 300 times get the p-value for its above formula . The results of this thesis can be concluded as below.

1. **The ability to control probability of type I error**

All of the three test methods of the independence for bivariate multinomial distribution can control probability of type I error in all cases.

2. **Power of the test.**

Almost case MC gives the highest power of the test, the secondary is MLR and CP gives the lowest power of the test. When contingency table is squared , the three methods of the test give approximately equal power of the test . But contingency table is not squared (numbers of rows are unequal to numbers of columns) , power of the test tends to decrease when the difference of rows and column increase.

Power of the test of three methods varies according to sample size , the strength of the relationship between the variables and significance levels by descending cases.

Department Statistics	Student's signature…………………………………
Field of study Statistics	Advisor's signature…………………………………
Academic year 2002	Co-advisor's signature……………………………

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่างๆใน การวิจัย ตลอดจนช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆเป็นอย่างดีมาโดยตลอดจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ในความกรุณาของท่านไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ศิริพร สาเกทอง และ รองศาสตราจารย์นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ ในฐานะประธานกรรมการและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำชี้แนะอันเป็นประโยชน์ในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดามารดา ซึ่งส่งเสริมและสนับสนุนด้านการศึกษา และเป็นกำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา รวมทั้ง พี่สาว น้องสาว เพื่อนๆทุกคนที่ช่วยส่งเสริม และเป็นกำลังใจให้แก่ผู้วิจัยมาตลอด

ศศิธร เจษฎาฐิติกุล

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญรูป(ต่อ)

สารบัญรูป(ต่อ)

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

สารบัญรูป(ต่อ)

สารบัญรูป(ต่อ)

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

สารบัญรูป(ต่อ)

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

งานวิจัยด้านต่างๆได้ใช้ระเบียบวิธีทางด้านสถิติมาช่วยหาข้อสรุปสำหรับสมมติฐานที่ต้องการตรวจสอบ ผลสรุปจะมีความถูกต้องและน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับการเลือกใช้ตัวสถิติที่เหมาะสมกับลักษณะข้อมูลที่จะทำการตรวจสอบ โดยทั่วไปข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ในการวิจัยทางสังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ ฯลฯ ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของข้อมูลเชิงคุณภาพ (qualitative data) แต่ในบางครั้งข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้จะอยู่ในรูปของข้อมูลเชิงปริมาณ (quantitative data) และได้นำเสนอข้อมูลในรูปตารางการณ์จร (contingency tables) ซึ่งค่าที่ปรากฏในตารางเป็นความถี่ของค่าสังเกตที่เก็บรวบรวมมาได้ที่เรียกว่า ข้อมูลจำนวนนับ (counted data) หรือข้อมูลจำแนกประเภท (catagorical data) ซึ่งการวิเคราะห์ข้อมูลประเภทนี้เรียกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่ม (analysis of catagorical data)

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่มเป็นเทคนิคการวิเคราะห์ทางสถิติที่มีการใช้มานานแล้ว แต่ในอดีตการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่มค่อนข้างจำกัดอยู่เพียงการวิเคราะห์ตารางการณ์จรที่มีขนาด 2 มิติ (analysis of two-dimensional contingency table) การประมวลก็คำนวณเฉพาะตัวสถิติไคกำลังสอง (chi-square statistic) หรือ การทดสอบอัตราส่วนควรจะเป็น (Likelihood Ratio test) ต่อมาในระยะหลังจึงมีนักสถิติหลายท่านได้พัฒนาเทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่ม โดยอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูลแบบต่อเนื่อง หรือ แนวความคิดในการจำลองข้อมูลมาประยุกต์และขยายข้อจำกัดของตัวแปรและขนาดของตารางการณ์จรดังกล่าวออกไปสู่กรณีมากกว่า 2 มิติ ตลอดจนสามารถคำนวณตัวสถิติต่างๆทั้งแบบเดิมและแบบทางเลือกใหม่ๆ ทั้งทางทฤษฎีและการประยุกต์รวมถึงการใช้โปรแกรมที่มีประสิทธิภาพสูง

นักสถิติผู้มีส่วนบุกเบิกในเรื่องนี้ เช่น เพียร์สัน (Pearson : 1900) , ยูล (Yule :1912) , ฟิชเชอร์ (Fisher :1922) , บาร์เลต (Bartlett :1935) ฯลฯ ซึ่งมีส่วนในการวางพื้นฐานเพื่อให้นักสถิติรุ่นต่อมาได้คิดค้นพัฒนา เช่น แพล็กเค็ท (Plackett :1962-1981) , กูดแมน (Goodman :1968-1989) , อะกรีซ (Agresti :1976-1990) ฯลฯ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่มจึงมีทั้งทฤษฎีและการประยุกต์เพิ่มเป็นลำดับมาจนกระทั่งเผยแพร่มากขึ้นในช่วงหลังปี 1985 ในปัจจุบันเป็นเทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่มเป็นแบบหนึ่งที่กำลังเป็นที่นิยมใช้อยู่ทั่วไป และสามารถใช้กับโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพ เช่น GLIM , BMDP , SPSS ฯลฯ ได้อย่างสะดวกด้วย

ในปัจจุบันได้มีการเสนอวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลในลักษณะนี้ขึ้นใหม่หลายวิธี วิธีการหนึ่งที่น่าสนใจ คือ การนำวิธีการมอนติคาร์โลเข้ามาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่ม โดยวิธีการมอนติคาร์โลเป็นการสุ่มตัวอย่างซ้ำๆกันหลายๆครั้งเพื่อเป็นการหาคำตอบที่เราต้องการ เช่น ใช้วิธีการมอนติคาร์โลเพื่อทำการทดสอบสมมติฐานความเป็นอิสระของข้อมูล การทดสอบค่าเฉลี่ยหรือการประมาณค่าต่างๆ

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงสนใจการนำวิธีการมอนติคาร์โลเข้ามาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่อยู่ในลักษณะดังกล่าวข้างต้น และต้องการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปรว่า วิธีการทดสอบแบบไคกำลังสองเพียร์สัน และวิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น กับวิธีการมอนติคาร์โลด้วยตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็น ว่าวิธีการใดจะเหมาะสมกับข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรลักษณะใดมากกว่ากัน

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวแปร ของข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรขนาด rxs ซึ่งการทดสอบที่ใช้เปรียบเทียบมี 3 วิธีการคือ

1. วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น (วิธี MLR)
2. วิธีการมอนติคาร์โล (วิธี MC)
3. วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน (วิธี CP)

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เพื่อการศึกษาเป็นข้อมูลที่สร้างขึ้นหรือกำหนดขึ้นโดยใช้วิธีการจำลองสุ่ม (simulation)
2. ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เพื่อการศึกษาเป็นข้อมูลเชิงกลุ่ม 2 ตัวแปรโดยที่ตัวแปรแรกมี r ประเภท ส่วนตัวแปรตัวที่ 2 มี s ประเภท สามารถจำแนกหมวดหมู่ (combination) ของตัวแปรดังกล่าวลงในตารางการณ์จรขนาด rxs ได้ดังนี้

ตารางแสดงลักษณะทั่วไปของตัวแปรเชิงกลุ่มและข้อมูลเชิงกลุ่มที่มี 2 ตัวแปร

หมวดหมู่ของตัวแปรอธิบาย	**หมวดหมู่ของตัวแปรตอบสนอง**				**รวม**
	1	2	**…**	**s**	
1	X_{11}	X_{12}	…	X_{1s}	$X_{1.}$
2	X_{21}	X_{22}	…	X_{2s}	$X_{2.}$
3	X_{31}	X_{32}	…	X_{3s}	$X_{3.}$
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
r	X_{r1}	X_{r2}	…	X_{rs}	$X_{r.}$
รวม	$X_{.1}$	$X_{.2}$	…	$X_{.s}$	n

หมายเหตุ : X_{ij} แทนข้อมูลเชิงกลุ่ม i=1,…,r , j=1,…,s และ n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมดส่วน r และ s แทนค่าคงที่ใดๆ

3. ข้อมูลที่จัดลงในตารางการณ์จรขนาด rxs ในแต่ละเซลมีการแจกแจงพหุนาม (multinomial distribution)
4. ข้อมูลในตารางการณ์จรอยู่ในรูปของตารางสมบูรณ์ (complete tables) คือ ข้อมูลของทุกเซลไม่เป็นศูนย์

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. การวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาข้อมูลที่เป็นตัวแปรเชิงกลุ่ม 2 ตัวแปร โดยที่ตัวแปรตัวแรกมี r ประเภท ตัวแปรตัวที่ 2 มี s ประเภท
2. สถานการณ์ต่างๆที่สนใจศึกษา จำแนกตามตัวแปรต่างๆได้ดังนี้

   2.1 จำนวนประเภทของตัวแปรที่สนใจศึกษา คือ $2 \le r \le 5$ และ $2 \le s \le 5$

   2.2 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระ

   เนื่องจากข้อจำกัดของการทดสอบความเป็นอิสระเมื่อข้อมูลอยู่ในรูปตารางการณ์จร

   1. จำนวนระดับความเป็นเสรีเท่ากับ 1 ควรมีจำนวนความถี่ทั้งหมดอย่างน้อย 50
   2. ในแต่ละเซลควรจะต้องมีจำนวนความถี่ไม่ต่ำกว่า 5

จากข้อจำกัดของการทดสอบความเป็นอิสระจึงสามารถกำหนดขนาดตัวอย่างขั้นต่ำในแต่ละกรณี และเพิ่มขึ้นทีละเท่าตัวของขนาดตัวอย่างขั้นต่ำ ซึ่งจะจำแนกออกเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

- ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50[1] 100 และ 150 สำหรับแต่และกรณี
- ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี

<u>หมายเหตุ</u> ตารางขนาด 5x2 4x2 3x2 5x3 4x3 และ 5x4 จะให้ผลการทดสอบเหมือนกับตาราง 2x5 2x4 2x3 3x5 3x4 4x5 ตามลำดับ จากคุณสมบัติการสมมาตรของตารางการณ์จร

2.3 ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ)

- ตารางขนาด 2x2 3x3 4x4 และ 5x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.25 0.5 และ 0.75 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 2x3 3x4 และ 4x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.2 0.4 และ 0.6 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 2x4 และ 3x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.15 0.3 และ 0.45 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 2x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.1 0.2 และ 0.3

[1] วิธีคำนวณขนาดตัวอย่าง เช่น ตารางการณ์จรขนาด 2x2

ตารางการณ์จรขนาด 2x2 มี 4 เซล แต่ละเซลจะต้องมีความถี่อย่างน้อย 5 ขนาดตัวอย่างจึงเท่ากับ 20 แต่ข้อจำกัดที่ 1 จึงต้องเพิ่มขนาดตัวอย่างขั้นต่ำเป็น 50 และเพิ่มขึ้นที่ละเท่าตัวของขนาดตัวอย่างขั้นต่ำ ดังนั้น ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในตารางการณ์จร 2x2 คือ 50 100 และ 150

1.5 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. ข้อมูลจำแนกประเภท (Catagorical data) หมายถึง จำนวนหรือความถี่ของแต่ละระดับ หรือ ความถี่ของแต่ละกลุ่มของข้อมูลเชิงคุณภาพ
2. ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error : α) หมายถึง ความผิดพลาดที่เกิดจากการ ปฏิเสธ สมมติฐาน ว่าง H_0 เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง
3. ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error : β) หมายถึง ความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อสมมติฐานว่างเป็นเท็จ
4. อำนาจการทดสอบ (power of test) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่าง H_0ไม่จริง
5. p-value หมายถึง ค่าที่น้อยที่สุดของระดับนัยสำคัญ (α) ที่จะทำให้ปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0

1.6 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

1. สร้างข้อมูลตามสถานการณ์ต่างๆ ที่ได้กำหนดไว้ในขอบเขตของการวิจัย
2. คำนวณค่าตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็น ค่าตัวสถิติไคกำลังสองเพียร์สัน และค่า p-value ที่ได้จากวิธีการมอนติคาร์โลในแต่ละสถานการณ์
3. ทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลในแต่ละสถานการณ์ โดยใช้ค่าสถิติอัตราส่วนควรจะเป็น ค่าสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง และ ค่า p-value ที่ได้จากวิธีการมอนติคาร์โล ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05
4. เปรียบเทียบผลการทดสอบที่ได้จาก 3 วิธี โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ (the power of test)
5. สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

1.7 เกณฑ์การตัดสินใจ

ในการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวโดยใช้ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง ตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นไคกำลังสอง และวิธีการมอนติคาร์โล จะดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. พิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยใช้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบในแต่ละสถานการณ์

ในการตรวจสอบว่าตัวสถิติหรือวิธีการใดสามารถควบคุมความความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้หรือไม่นั้น จะทำการทดสอบสมมติฐานภายใต้การทดสอบค่าสัดส่วนถ้าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานเป็นจริงน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด จะสรุปว่าตัวสถิติทดสอบหรือวิธีการนั้นจะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1ได้

2. เมื่อทำการทดลองและตรวจสอบแล้วว่า ตัวสถิติหรือวิธีการใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้จะทำการพิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติหรือวิธีการนั้น โดยวัดจากสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นเท็จ แล้วนำค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติหรือวิธีการ แต่ละตัวมาเปรียบเทียบกันว่าตัวสถิติหรือวิธีการใดที่ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดในแต่ละสถานการณ์

สำหรับตัวสถิติทดสอบหรือวิธีการใดที่ไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ จะไม่พิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติหรือวิธีการนั้นๆ สำหรับสถานการณ์นั้น

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรในแต่ละสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม
2. เป็นแนวทางให้นักวิจัยเข้าใจวิธีการทดสอบสมมติฐานสำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรโดยใช้วิธีการมอนติคาร์โล

บทที่ 2

ทฤษฎีและสถิติที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวของข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรขนาด rxs โดยใช้วิธีการมอนติคาร์โลกับการทดสอบแบบฉบับ (classical statistics) คือ วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สันซึ่งเป็นตัวสถิติแบบนอนพาราเมตริก และวิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็นไคกำลังสองซึ่งเป็นสถิติแบบพาราเมตริก โดยมีทฤษฎีที่เกี่ยวข้องดังนี้

2.1 ลักษณะและคุณสมบัติของตารางการณ์จรสองทาง

ให้ A และ B แทนตัวแปรเชิงกลุ่ม 2 ตัว โดยที่ A มี r ประเภทส่วน B มี s ประเภท ถ้าจำแนกหมวดหมู่ (combination) ตามลักษณะของตัวแปรดังกล่าวจะสามารถจำแนกได้ถึง rxs หมวดหมู่

ให้ p_{ij} แทนความน่าจะเป็นที่ (A,B) อยู่ในเซล (cell) บนแถวที่ i และสดมภ์ที่ j โดยที่ลักษณะของการแจกแจงที่มี r แถว และ s สดมภ์ และมีจำนวนเซลทั้งหมด rs เซล เมื่อเซลต่างๆ ประกอบด้วยข้อมูลความถี่ของจำนวนนับของแต่ละเซลแล้ว ตารางที่แสดงข้อมูลดังกล่าวเรียกว่า ตารางการณ์จร (contingency table) ซึ่งให้ชื่อโดย The Karl Pearson (1904) หรืออาจเรียกในชื่ออื่นๆ เช่น “Cross-classification table” หรือถ้าเป็นตารางการณ์จรที่มี r แถว และ s สดมภ์ เรียกว่า ตาราง (rxs) ถ้าเป็นตารางการณ์จรที่มี 2 แถว และ 2 สดมภ์เรียกว่า ตาราง 2x2

การแจกแจงความน่าจะเป็น (p_{ij}) คือการแจกแจงร่วมของ A และ B ส่วนการแจกแจงส่วนริมหาได้จากผลรวมของ p_{ij} ตามแถวและตามสดมภ์ โดยใช้สัญลักษณ์ $p_{i.}$ และ $p_{.j}$ แทนการแจกแจงส่วนริมทางแถวและทางสดมภ์ตามลำดับดังนี้

$$p_{i.} = \sum_{j=1}^{s} p_{ij}$$

$$p_{.j} = \sum_{i=1}^{r} p_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{r} p_{i.} = \sum_{j=1}^{s} p_{.j} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} p_{ij} = 1$$

ตาราง 2.1 ตารางแสดงลักษณะทั่วไปของตัวแปรเชิงกลุ่มและข้อมูลเชิงกลุ่มที่มี 2 ตัวแปร

หมวดหมู่ของตัวแปรอธิบาย(A)	หมวดหมู่ของตัวแปรตอบสนอง (B)				รวม
	1	2	…	s	
1	X_{11}	X_{12}	…	X_{1s}	$X_{1.}$
2	X_{21}	X_{22}	…	X_{2s}	$X_{2.}$
3	X_{31}	X_{32}	…	X_{3s}	$X_{3.}$
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
r	X_{r1}	X_{r2}	…	X_{rs}	$X_{r.}$
รวม	$X_{.1}$	$X_{.2}$	…	$X_{.s}$	n

เมื่อ X_{ij} เป็นความถี่ของข้อมูลใน A_i และ B_j

$X_{i.}$ เป็นความถี่ของข้อมูลใน A_i

และ $X_{.j}$ เป็นความถี่ของข้อมูลใน B_j

ตาราง 2.2 ตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลในตารางการณ์จรขนาด rxs

หมวดหมู่ของตัวแปรอธิบาย	หมวดหมู่ของตัวแปรตอบสนอง				รวม
	1	2	…	s	
1	p_{11}	p_{12}	…	p_{1s}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	…	p_{2s}	$p_{2.}$
3	p_{31}	p_{32}	…	p_{3s}	$p_{3.}$
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
r	p_{r1}	p_{r2}	…	p_{rs}	$p_{r.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	…	$p_{.s}$	1

เมื่อ p_{ij} เป็นความน่าจะเป็นของข้อมูลใน A_i และ B_j

$p_{i.}$ เป็นความน่าจะเป็นของข้อมูลใน A_i

และ $p_{.j}$ เป็นความน่าจะเป็นของข้อมูลใน B_j

2.2 การแจกแจงแบบพหุนาม (Multinomial distribution)

ในการศึกษาคุณลักษณะทางประชากร 2 ลักษณะที่สนใจ คือ A และ B และจากผลการศึกษาคุณลักษณะ A สามารถแบ่งออกได้ r ประเภท คือ $A_1, A_2, ..., A_r$ และคุณลักษณะ B สามารถแบ่งออกได้ s ประเภท คือ $B_1, B_2, ..., B_s$ สมมติทำการทดลอง n ครั้งอย่างเป็นอิสระซึ่งกันและกัน ปรากฏผลการทดลองดังนี้ คือ A_1 และ B_1 จะเกิดขึ้น X_{11} ครั้ง A_1 และ B_2 เกิดขึ้น X_{12} ครั้ง A_i และ B_j เกิดขึ้น X_{ij} ด้วยความน่าจะเป็น $p_{11}, p_{12}, ..., p_{ij}$ $(i = 1,2,..., r$ และ $j = 1,2,..., s$) ตามลำดับ ดังนั้นฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม คือ

$$f(x_{11}, x_{12}, ..., x_{ij}; p_{11}, p_{12}, ..., p_{ij}) = \binom{n}{x_{11}, x_{12}, ..., x_{ij}} \prod_{ij} p_{ij}^{x_{ij}}$$

เมื่อ x_{ij} แทน จำนวนหน่วยตัวอย่าง (ความถี่)ที่สอดคล้องกับประเภทที่ i ของลักษณะ A และสอดคล้องกับประเภทที่ j ของลักษณะ B (จำนวนความถี่ที่ตกในเซล (i,j))

p_{ij} แทน ความน่าจะเป็น ที่หน่วยตัวอย่างใดๆจะตกในเซล (i,j) หรืออีกนัยหนึ่ง คือ ความน่าจะเป็นที่หน่วยตัวอย่างใดๆจะมีลักษณะ A ณ ประเภทที่ i และลักษณะ B ประเภทที่ j

และ $\sum_{ij} x_{ij} = n$

2.3 ความเป็นอิสระต่อกันของตัวแปรในตารางการณ์จร 2 ทาง

ให้ A และ B แทนตัวแปรเชิงคุณภาพ 2 ตัว โดยที่ A มี r ประเภท ส่วน B มี s ประเภท เราสามารถใช้การแจกแจงร่วมของตัวแปรทั้งสองและการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ A เมื่อกำหนด B หรือการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ B เมื่อกำหนด A มาช่วยอธิบายความสอดคล้อง (Association) ของตัวแปรทั้งคู่สำหรับการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ A เมื่อกำหนด B นั้นเกี่ยวข้องกับการแจกแจงร่วมด้วย

$$p_{j|i} = p_{ij} / p_{i.} \qquad \text{ทุกๆ i และ j}$$

ซึ่งตัวแปรทั้งสองจะเป็นอิสระต่อกัน ถ้า

$$p_{ij} = p_{i.} p_{.j} \qquad i = 1,2,..., r \;,\quad j = 1,2,..., s$$

นั่นคือ การแจกแจงร่วมเท่ากับผลคูณของการแจกแจงส่วนริม

ในกรณีที่ A และ B เป็นอิสระต่อกันจะให้ผลลัพธ์ดังนี้

$$p_{j|i} = p_{ij} / p_{i.}$$
$$= (p_{i.}p_{.j}) / p_{i.}$$
$$= p_{.j} \qquad ; \qquad i = 1,2,..., r$$

นั่นคือ การแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของแต่ละ A จะเท่ากับการแจกแจงส่วนริมของ A

ดังนั้นตัวแปรสองตัวเป็นอิสระต่อกัน ถ้าความน่าจะเป็นของตัวแปรทางสดมภ์ที่ j เท่าเดิม ในแต่ละแถวสำหรับ $j = 1,2,..., s$ นั่นคือ

$$p_{j|1} = p_{j|2} = ... = p_{j|i} \qquad ; \qquad j = 1,2,..., s$$

ในทางปฏิบัติจะมีการเลือกตัวอย่างมาศึกษา ดังนั้น การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวอย่าง (Sample distribution) ในตารางการณ์จร และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละเซลล์จะแทนด้วย x_{ij} โดยที่ $n = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} x_{ij}$ แทนขนาดตัวอย่างทั้งหมด ดังนั้น

$$\hat{p}_{ij} = x_{ij} / n$$

และสัดส่วนของจำนวนครั้งที่หน่วยในแถวที่ 1 เป็น B คือ $\hat{p}_{j|i}$ และ

$$p_{j|i} = p_{ij} / p_{i.}$$
$$= x_{ij} / x_{i.}$$

โดยที่ $x_{i.} = n\hat{p}_{i.} = \sum_{j=1}^{s} x_{ij}$

2.4 การทดสอบไคกำลังสอง

การทดสอบไคกำลังสองเป็นการทดสอบสมมติฐาน โดยข้อมูลที่นำมาทดสอบอยู่ในรูปของข้อมูลจำนวนนับหรือข้อมูลที่อยู่ในรูปของความถี่ซึ่งได้มาจากตัวแปรเชิงคุณภาพหรือแบ่งประเภท โดยสามารถนำไปจัดลงในตารางการณ์จรได้

การทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวจากตารางการณ์จร ก็คือการหาว่าตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระซึ่งกันและกันหรือไม่ โดยการตั้งสมมติฐานว่างเพื่อทดสอบว่า

H_0 : ตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน

เทียบกับ H_1 : ตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน

หรือ

$H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

เทียบกับ $H_1 : p_{ij} \neq p_{i.}p_{.j}$

เมื่อ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{s} p_{ij}$ และ $p_{.j} = \sum_{i=1}^{r} p_{ij}$

การทดสอบสมมติฐานนี้โดยการใช้ตัวสถิติไคกำลังสองเพียร์สัน (Pearson Chi-square Statistic) คือ

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{s}\sum_{i=1}^{r}\frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

เมื่อ o_{ij} แทนความถี่ของข้อมูลที่ได้จากการสังเกตหรือทดลองของประเภทที่ i ของตัวแปรตัวที่ 1 และประเภทที่ j ของตัวแปรที่ 2

e_{ij} แทนความถี่คาดหวังของประเภทที่ i ของตัวแปรตัวที่ 1 และประเภทที่ j ของตัวแปรตัวที่ 2

เราจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้าค่า χ^2 ที่ได้จากการคำนวณมีค่ามากกว่า χ^2 จากตารางการแจกแจงไคกำลังสองระดับขั้นความเสรีเท่ากับ $(r-1)(s-1)$ ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้

2.5 ข้อจำกัดของการทดสอบแบบไคกำลังสองจำแนกสองทาง**

1. ค่าสังเกตทุกค่าจะต้องเป็นอิสระกัน
2. ข้อมูลในตารางที่จะนำมาวิเคราะห์ควรเป็นข้อมูลแจงนับ ไม่ควรอยู่ในรูปสัดส่วน
3. จำนวนความถี่ทั้งหมดหรือขนาดตัวอย่างทั้งหมดควรมีขนาดใหญ่ คือ ไม่ต่ำกว่า 50
4. ความถี่คาดหวังในแต่ละกลุ่มจะต้องมีค่าอย่างน้อย 1 และมีจำนวนความถี่คาดหวังที่น้อยกว่า 5 ได้ไม่เกิน 20 % ของจำนวนกลุ่มทั้งหมด แต่ถ้ากลุ่มใดมีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 อาจแก้ไขได้ดังนี้
   - 4.1 เพิ่มขนาดของตัวอย่าง (n) ให้มากขึ้น หรือ เพิ่มค่าสังเกตให้มากขึ้น
   - 4.2 รวมกลุ่มที่อยู่ติดกันเข้าด้วยกัน จนกว่าค่าความถี่คาดหวังไม่น้อยกว่า 5 วิธีนี้จะทำได้เมื่อการรวมกลุ่มแล้วไม่ทำให้เสียความหมายของกลุ่ม
5. ตัวสถิติไคกำลังสองที่องศาอิสระเท่ากับ 1 และขนาดตัวอย่างน้อยกว่า 50 (n<50) ตัวสถิติไคกำลังสองจะไม่มีความต่อเนื่อง และจำเป็นต้องปรับค่าต่อเนื่องด้วยวิธีการของเยทส์ (Yate) ดังนี้

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s}\frac{\left(\left|o_{ij} - e_{ij}\right| - \frac{1}{2}\right)^2}{e_{ij}}$$

** สายชล สินสมบูรณ์ . **<u>สถิติเบื้องต้น</u>** . ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 2544.

แต่ถ้า $n \geq 50$ ยังคงใช้

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{s}\sum_{i=1}^{r}\frac{\left(o_{ij} - e_{ij}\right)^2}{e_{ij}}$$

2.6 การทดสอบอัตราส่วนควรจะเป็น (Likelihood ratio test)

หลักเกณฑ์อัตราส่วนควรจะเป็น (Likelihood ratio principle)

ให้ $x_1, x_2, ..., x_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega$ พารามิเตอร์สเปซ Ω ในที่นี้อาจจะเป็นเส้นจำนวนจริงสับเซ็ทของจำนวนจริง และ ω เป็นสับเซ็ทของ Ω และเราสนใจที่จะทดสอบสมมติฐาน H_0: $\theta \in \omega$ เทียบกับ H_1: $\theta \in \Omega - \omega$ และให้ $\lambda(\theta; x_1, ..., x_n)$ เป็นฟังก์ชันควรจะเป็นของตัวอย่างสุ่ม $x_1, x_2, ..., x_n$

ในการทดสอบ H_0: $\theta \in \omega$

เทียบกับ H_1: $\theta \in \Omega - \omega$

อัตราส่วนภาวะควรจะเป็นทั่วไป (Generalized likelihood ratio)

ได้แก่ $$\lambda = \frac{\sup_{\theta\in\omega}\lambda(\theta; x_1, ..., x_n)}{\sup_{\theta\in\Omega}\lambda(\theta; x_1, ..., x_n)}$$

ข้อสังเกตุ

1. ถ้า $\Omega = (\theta_0, \theta_1)$ ในการทดสอบ $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta = \theta_1$ อัตราส่วนควรจะเป็นทั่วไป λ จะได้อัตราส่วนควรจะเป็น (Likelihood ratio)
2. $0 \leq \lambda \leq 1$ เพราะว่า λ เป็นอัตราส่วนของจำนวนที่ไม่เป็นลบ 2 จำนวน

   และ $\sup_{\theta\in\Omega}\lambda(\theta; x_1, ..., x_n)$ เป็นค่าสูงสุดของฟังก์ชันควรจะเป็นใน Ω

   ส่วน $\sup_{\theta\in\omega}\lambda(\theta; x_1, ..., x_n)$ เป็นค่าสูงสุดของฟังก์ชันควรจะเป็นใน ω

   และ $\omega \subset \Omega$

หลักเกณฑ์อัตราส่วนควรจะเป็นที่ใช้ในการทดสอบ

H_0: $\theta \in \omega$

เทียบกับ H_1: $\theta \in \Omega - \omega$

ก็คือให้ “ปฏิเสธ H_0 เมื่ออัตราส่วนควรจะเป็นทั่วไป λ มีค่าน้อยเกินไป”

นั่นคือเราปฏิเสธ H_0: $\theta \in \omega$ ก็ต่อเมื่อ $\lambda \leq C_\alpha$ โดยที่ C_α เป็นค่าคงที่ $0 \leq C_\alpha \leq 1$ อันได้แก่ค่าคงที่มีความสัมพันธ์กับขนาดของการทดสอบ α ถ้า $g(\lambda)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่น

ของ $\lambda(x_1,..., x_n)$, C_α จะเป็นค่าคงที่ที่ทำให้ $\sup_{\theta\in\omega} P[\lambda(x_1,..., x_n) \le C_\alpha \mid \theta] = \alpha$ หรือ

$$\sup_{\theta\in\omega} \int_{-\infty}^{C_\alpha} g(\lambda) d\lambda = \alpha$$

<u>วิธีการทดสอบอัตราส่วนควรจะเป็น</u>

ในการหาแบบทดสอบอัตราส่วนควรจะเป็นเพื่อทดสอบ H_0: $\theta \in \omega$ เทียบกับ H_1: $\theta \in \Omega - \omega$ เราอาจจะทำได้เป็นขั้นๆดังนี้

1. หา Ω และ ω จากรูปการแจกแจงของประชากรและจาก H_0
2. หาตัวประมาณแบบควรจะเป็นสูงสุดของ θ ภายใต้ H_0 และภายใต้ $\theta \in \Omega$

   ให้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณแบบควรจะเป็นสูงสุดของ θ เมื่อ $\theta \in \omega$

   ให้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณแบบควรจะเป็นสูงสุดของ θ เมื่อ $\theta \in \Omega$
3. หาอัตราส่วนควรจะเป็น

$$\lambda = \frac{\sup_{\theta\in\omega} \lambda(\theta; x_1,..., x_n)}{\sup_{\theta\in\Omega} \lambda(\theta; x_1,..., x_n)} = \frac{\lambda(\hat{\theta}; x_1,..., x_n)}{\lambda(\hat{\hat{\theta}}; x_1,..., x_n)}$$

4. กำหนดอาณาเขตวิกฤตเป็น

$$C = \lfloor (x_1,..., x_n) : \lambda < \lambda_\alpha \rfloor$$

โดยที่ λ_α เป็นค่าคงที่ที่ทำให้

$$\sup_{\theta\in\omega} P[(x_1,..., x_n) \in C \mid \theta] = \lambda$$

นั่นคือ $\sup_{\theta\in\omega} P[\lambda \le \lambda_\alpha \mid \theta] = \lambda$

จะเห็นได้ว่าการหา λ_α นี้เราจำเป็นจะต้องทราบรูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็นของ λ ซึ่งส่วนมากจะหาได้ไม่ง่ายนัก

ในกรณีของการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง เราอาจจะไม่สามารถหาแบบทดสอบที่มีขนาดเท่ากับ α ที่กำหนดให้ ในกรณีดังกล่าวนี้เรามักจะเลือกค่าคงที่ C_α หรือ λ_α ให้ขนาดของแบบทดสอบใกล้ α มากที่สุด

2.7 การทดสอบความเป็นอิสระโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นไคกำลังสอง (Likelihood Ratio Chi-square Test)

ให้ $x_1, x_2,..., x_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n เราจะแยกประเภทหน่วยตัวอย่าง (sampling units) หรือ x_i ออกโดยอาศัยเกณฑ์หรือตัวประกอบ A และ B ตัวประกอบ A มี r พวก คือ $A_1, A_2,..., A_r$ ที่ไม่เกี่ยวกันเลย ตัวประกอบ B มี s พวก คือ $B_1, B_2,..., B_s$ ให้ x_{ij} เป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างในเซล x_{ij} การทดสอบอัตราส่วนควรจะเป็นเพื่อทดสอบว่า

ตัวประกอบ A และ B เป็นอิสระกัน

ให้ p_{ij} เป็นความน่าจะเป็นที่หน่วยตัวอย่างหนึ่งๆ จะตกอยู่ในเซล x_{ij} , $0 \le p_{ij} \le 1$ และ $\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} p_{ij} = 1$

ให้ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{s} p_{ij}$, $p_{.j} = \sum_{i=1}^{r} p_{ij}$

เราต้องการทดสอบ $H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$, $i = 1,2,..., r$

เทียบกับ $H_1 : p_{ij} \ne p_{i.}p_{.j}$, $j = 1,2,..., s$

ในที่นี้ $\Omega = \left[\theta = \left(p_{11}, p_{12}, ..., p_{ij}\right) : 0 \le p_{ij} \le 1, \sum\sum p_{ij} = 1\right]$

$$\omega = \left[\theta = \left(p_{11}, p_{12}, ..., p_{ij}\right) : 0 \le p_{ij} \le 1, \sum\sum p_{ij} = 1, p_{ij} = p_{i.}p_{.j}\right]$$

$\therefore$ เมื่อ $\theta \in \omega$

$$\lambda(\theta; x_1, x_2, ..., x_n) = \frac{n!}{\prod_{ij} x_{ij}!} \prod_{ij} \left(\frac{x_{i.}x_{.j}}{n^2}\right)^{x_{ij}}$$

หรือ $$\sup_{\theta\in\omega} \lambda(\theta; x_1, ..., x_n) = \frac{n!}{\prod_{ij} x_{ij}!} \prod_{ij} \left(\frac{x_{i.}x_{.j}}{n^2}\right)^{x_{ij}}$$

$$\sup_{\theta\in\Omega} \lambda(\theta; x_1, ..., x_n) = \frac{n!}{\prod_{ij} x_{ij}!} \prod_{ij} \left(\frac{x_{ij}}{n}\right)^{x_{ij}}$$

$$\therefore \qquad \lambda = \frac{\prod_{ij} (x_{i.}x_{.j})^{x_{ij}}}{n^n \prod_{ij} (x_{ij})^{x_{ij}}} \le \lambda_\alpha \quad ; \quad i = 1,2,..., r \quad , \quad j = 1,2,..., s$$

$$\ln\lambda = -n\ln n + \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} x_{ij} \ln x_{i.} + \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} x_{ij} \ln x_{.j} - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} x_{ij} \ln x_{ij} \le \ln\lambda_\alpha$$

$$-2\ln\lambda = 2n\ln n - 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} x_{ij} \ln x_{i.} - 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} x_{ij} \ln x_{.j} + 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} x_{ij} \ln x_{ij} \le -2\ln\lambda_\alpha = C_\alpha$$

ภายใต้ $H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$ เราจะได้ผลว่า $-2\ln\lambda_\alpha$ มีการแจกแจงไคกำลังสอง โดยประมาณ

สำหรับองศาของไคกำลังสองนั้น Ω มีมิติ $rs-1$ เนื่องจากเงื่อนไข $\sum\sum p_{ij}=1$

ω มีพารามิเตอร์อิสระอยู่ $r+s-2$ คือ $p_{1.}, p_{2.}, \ldots, p_{r-1.}$ (เพราะ $\sum_{i=1}^{r} p_{i.}=1$) และ $p_{.1}, p_{.2}, \ldots, p_{.s-1}$ (เพราะ $\sum_{j=1}^{s} p_{.j}=1$) คือ ω มีมิติ $r+s-2$

$\therefore$ เราจะต้องกำหนดเงื่อนไขขึ้น $(rs-1)-(r+s-2)$ ประการ ให้แก่ $\theta \in \Omega$ เพื่อให้แน่ใจว่า $\theta \in \omega$

$\therefore$ องศาอิสระของ $\chi^2 = (rs-1)-(r+s-2)$

$$= (r-1)(s-1)$$

$\therefore$ $-2\ln\lambda$ มีการแจกแจงแบบไคกำลังสอง โดยประมาณและมีองศาอิสระ $(r-1)(s-1)$

เราจะปฏิเสธ $H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$ เมื่อ $-2\ln\lambda \geq C_\alpha$

โดยที่ $P[\chi^2_{(r-1)(s-1)} \geq C_\alpha] = \alpha$

2.8 การจำลองแบบด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique)

เทคนิคมอนติคาร์โลเป็นการทดลองโดยใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ยังไม่แน่ใจในผลที่จะเกิดขึ้น เพราะเลขสุ่มมีประโยชน์หลายประการ คือ

1. ทำให้การเลือกตัวอย่างไม่มีความเอนเอียงในการสำรวจหรือทดลองในเรื่องนั้นๆ ทั้งนี้เพราะเลขสุ่มมาจากแนวคิดเกี่ยวกับการคำนวณความน่าจะเป็น
2. เลขสุ่มจะทำให้ได้มาซึ่งรูปแบบต่างๆ หรือวิธีการที่สลับซับซ้อนโดยการสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation)
3. การใช้เลขสุ่มอาจทำเพื่อศึกษาคุณสมบัติทางทฤษฎีของกระบวนการทางสถิติที่มีความสำคัญสำหรับการประมาณค่า ตลอดจนนำไปสู่คำอธิบายเกี่ยวกับอำนาจการทดสอบทางสถิติ (Power of statistic tests)
4. เพื่อหาคำตอบในปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจะพิจารณาจากการแจกแจงความน่าจะเป็นของปัญหานั้นๆ

หลักการของเทคนิคมอนติคาร์โล คือการนำเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้ในการแก้ไขปัญหาต่างๆ ที่สนใจศึกษาถึงผลสรุปของปัญหานั้นๆ โดยมีขั้นตอนที่สำคัญ 3 ขั้นตอนดังนี้

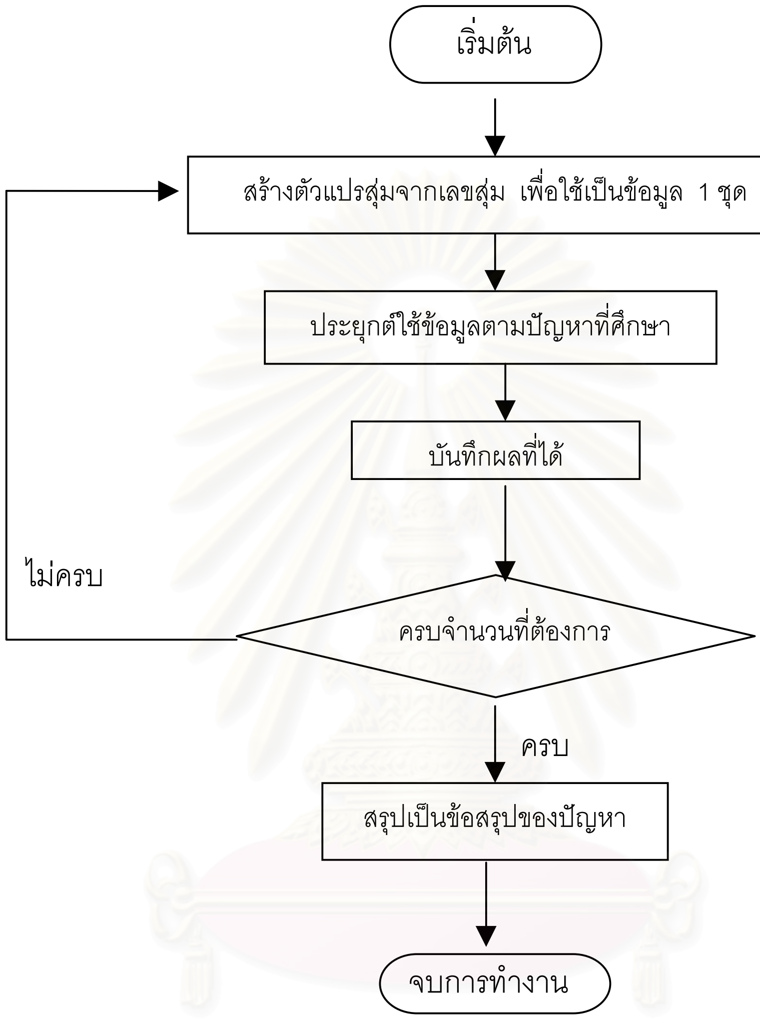
ขั้นตอนที่ 1 **การสร้างเลขสุ่ม** (generate random number) การสร้างเลขสุ่มจะกำหนดให้มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง [0,1] และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน จากนั้นนำเลขสุ่มนี้ไปสร้างตัวแปร ตามลักษณะการแจกแจงที่ต้องการในปัญหาที่ศึกษา เพื่อเป็นข้อมูลของปัญหานั้นๆ

ขั้นตอนที่ 2 **การประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่ม** ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับปัญหาที่ศึกษา ซึ่งเป็นขั้นตอนที่นำเลขสุ่มมาใช้ในการหาค่าต่างๆ ตามปัญหาที่ต้องการตามสูตรการคำนวณในปัญหาที่ศึกษา

ขั้นตอนที่ 3 **การทดลอง** เมื่อประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่มแล้วขั้นต่อไปคือ การทำวิธีการนั้นซ้ำๆ กัน (replication) จำนวนหลายครั้ง โดยถือว่าการทำซ้ำๆกันนั้นเป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีจำนวนมากเพื่อลดความไม่แน่นอนของคำตอบ

จากหลักการของเทคนิคมอนติคาร์โล จะเห็นว่าการใช้เลขสุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของปัญหา เป็นวิธีการที่จะนำไปสู่แนวคิดในทางทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณโดยเฉพาะทฤษฎีความน่าจะเป็นที่จะนำไปสู่การอ้างอิงผลสรุปในสถานการณ์ของข้อมูลจริง เพราะไม่มีผลกระทบจากเรื่องอื่นๆ เข้ามาเกี่ยวข้องในการทดลองเมื่อทำซ้ำๆ กันเป็นจำนวนมากแล้ว ความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์หาค่าต่างๆ ในแต่ละครั้งจะหมดไป (Counter balance) จากขั้นตอนเทคนิคมอนติคาร์โล สามารถเขียนแผนผังได้ดังนี้

แผนผังที่ 2.1 แผนผังเทคนิคมอนติคาร์โล



2.9 **วิธีการมอนติคาร์โล** (Monte Carlo Method)

การทดสอบสมมติฐานความเป็นอิสระของตัวแปร 2 ตัวแปรโดยวิธีการมอนติคาร์โลด้วยตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็น โดยการสุ่มตัวอย่างซ้ำๆกันและนำชุดตัวอย่างที่ได้ในแต่ละครั้งมาคำนวณหาค่าประมาณของ p-value โดยนำค่า p-value มาเปรียบเทียบกับระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้

$$p - value = \frac{\text{¨Ó¹Ç¹}\ \left(\Lambda^{*} \leq \Lambda\right)}{N}^{***}$$

เมื่อ Λ แทนค่าตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นภายใต้สมมติฐานว่าง

Λ^{*} แทนค่าตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นของชุดข้อมูลที่สร้างโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล

และ N แทนจำนวนรอบที่กระทำซ้ำโดยเทคนิคมอนติคาร์โล

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้าค่า p-value ที่ได้จากการคำนวณมีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ (α) ที่กำหนดไว้

*** 1) Manly , Bryan F.J. " Randomization , Bootstap and Monte Carlo method in Biology {Second Edition}" . CHAPMAN&HALL . pp . 69-72

2) http:\\www.epa.gov/bioindicators/primer/html/montecar.html

2.10 **การทดสอบค่าสัดส่วน** (Proportion test)

ในการวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยใช้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 $(\hat{\alpha})$ จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์เป็นตัวกำหนดการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ด้วยการทดสอบทวินาม (Binomial Test) ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินาม (α^*) เท่ากับ 0.01 และ 0.05 โดยมีรูปแบบการทดสอบดังนี้

$$H_0 : \alpha \le \alpha_0$$

เทียบกับ $H_1 : \alpha > \alpha_0$

ดังนั้น

$$P\left[\frac{\hat{\alpha}-\alpha_0}{\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n^*}}} \le Z_{\alpha^*}\right] = 1-\alpha^*$$

หรือ

$$P\left[\hat{\alpha} \le \alpha_0 + Z_{\alpha^*}\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n^*}}\right]$$

เมื่อ α^* คือ ค่าระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินาม กำหนดให้เท่ากับ 0.05 0.01

α คือ ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ หรือระดับนัยสำคัญที่แท้จริง

$\hat{\alpha}$ คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ

α_0 คือ ระดับนัยสำคัญในการทดสอบที่กำหนดในการวิจัยครั้งนี้

n^* คือ จำนวนรอบของการทดลอง

ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 $(\hat{\alpha})$ ของตัวสถิติทดสอบใดตกอยู่ในช่วงของการยอมรับดังกล่าวข้างต้น จะถือว่าตัวสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 ในสถานการณ์นั้นๆได้ จากนั้นจึงจะดำเนินการหาค่าอำนาจการทดสอบต่อไป อำนาจการทดสอบจะวัดจากสัดส่วนของจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างเป็นเท็จ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้มาจากการจำลอง (simulation) ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยใช้โปรแกรม S-PLUS 2000 ซึ่งมีขั้นตอนของแผนการทดลองและโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 แผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรสองตัวที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรและมีการแจกแจงพหุนาม โดยทำการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบที่ใช้ทดสอบความเป็นอิสระโดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี

สถานการณ์ต่างๆ สำหรับการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 แบบมีดังนี้

1. ตัวแปรที่ต้องการศึกษาเป็นตัวแปรเชิงคุณลักษณะที่อยู่ในตารางการณ์จร และมีการแจกแจงพหุนาม
2. กรณีต่างๆ ที่สนใจศึกษา จำแนกได้ดังนี้

   2.1 จำนวนประเภทของตัวแปรที่สนใจศึกษา คือ $2 \leq r \leq 5$ และ $2 \leq s \leq 5$

   2.2 ตารางการณ์จร แบ่งเป็น ตารางการณ์จรแบบจัตุรัส (square contingency table) และ ตารางการณ์จรแบบไม่จัตุรัส (not square contingency table)

   2.3 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระ

   - ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50 100 และ 150 สำหรับแต่และกรณี
   - ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี
   - ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี

2.4 . ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ)

- ตารางขนาด 2x2 3x3 4x4 และ 5x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.25 0.5 และ 0.75 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 2x3 3x4 และ 4x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.2 0.4 และ 0.6 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 2x4 และ 3x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.15 0.3 และ 0.45 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 2x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.1 0.2 และ 0.3

3. ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) ที่ศึกษาคือ 0.01 และ 0.05

3.2 การดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย มีดังนี้

1. สร้างข้อมูลตามสถานการณ์ต่างๆ ที่ได้กำหนดไว้ในขอบเขตของการวิจัย
2. คำนวณค่าสถิติอัตราส่วนควรจะเป็น ค่าสถิติไคกำลังสองเพียร์สัน และค่า p-value ที่ได้จากวิธีการมอนติคาร์โลในแต่ละสถานการณ์
3. ทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลในแต่ละสถานการณ์ โดยใช้ค่าสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นไคกำลังสอง ค่าสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง และ ค่า p-value ที่ได้จากวิธีการมอนติคาร์โล ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05
4. คำนวณค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยอาศัยเกณฑ์การทดสอบสัดส่วน กล่าวคือ ค่าประมาณของระดับนัยสำคัญที่ได้จากการทดลอง $(\hat{\alpha})$ ควรมีค่าไม่มากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด (α) อย่างมีนัยสำคัญ
5. เปรียบเทียบผลการทดสอบที่ได้จาก 3 วิธี โดยใช้อำนาจการทดสอบ (the power of test) สำหรับกรณีที่สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้
6. สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

3.2.1 การสร้างข้อมูลตามสถานการณ์ต่าง ๆที่มีการแจกแจงแบบพหุนาม

การสร้างข้อมูลตามสถานการณ์ต่างๆที่มีการแจกแจงแบบพหุนามที่กำหนดไว้ในแผนการทดลองนั้นจะใช้โปรแกรม S-PLUS 2000 ซึ่งการสร้างลักษณะการแจกแจงจะต้องใช้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง [0,1] ซึ่งมีคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มที่ดีดังนี้

1. ตัวเลขที่ได้มีการกระจายของความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอและเป็นอิสระซึ่งกันและกัน
2. อนุกรมของตัวเลขที่ได้สามารถสร้างซ้ำเดิมได้ (reproducible)
3. อนุกรมของตัวเลขไม่ซ้ำเดิมในช่วงที่ต้องการใช้ตัวเลขสุ่ม หมายความว่า ขนาดของความยาวของอนุกรมตัวเลขต้องยาวพอสำหรับการใช้งาน
4. ใช้เวลาสั้นๆ ในการสร้างเลขสุ่ม
5. ใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์น้อย

สำหรับการสร้างเลขสุ่มที่มีคุณสมบัติดังกล่าว จะใช้คำสั่ง runif (n,0,1) ซึ่งเป็นคำสั่งที่ใช้ในการสุ่มเลขจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 ส่วนการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปร จะแบ่งการศึกษาออกเป็นสองกรณี คือ กรณีที่ตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกันและกรณีที่ตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน โดยมีรายละเอียดของแต่ละกรณีเป็นดังนี้

กรณีที่ 1 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรเมื่อตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน

ขั้นตอนในการสร้างเลขสุ่มเป็นดังนี้

1. กำหนดรูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็นของตารางการณ์จรขนาด rxs มีลักษณะดังตาราง 3.2.1

ตาราง 3.2.1 ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลในตารางการณ์จรขนาด rxs

หมวดหมู่ของตัวแปรอธิบาย	หมวดหมู่ของตัวแปรตอบสนอง				รวม
	1	2	…	s	
1	p_{11}	p_{12}	…	p_{1s}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	…	p_{2s}	$p_{2.}$
3	p_{31}	p_{32}	…	p_{3s}	$p_{3.}$
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
r	p_{r1}	p_{r2}	…	p_{rs}	$p_{r.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	…	$p_{.s}$	1

เมื่อ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{s} p_{ij}$, $p_{.j} = \sum_{i=1}^{r} p_{ij}$

และ $p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

2. กำหนดความน่าจะเป็นส่วนริม (marginal probability) ของแถวและสดมภ์จะได้

   $p_{1.}, p_{2.}, \dots, p_{i.}$ และ $p_{.1}, p_{2.}, \dots, p_{.j}$

   เมื่อ $p_{i.}$ คือ ความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวที่ i เมื่อ $i = 1, \dots, r$

   และ $p_{.j}$ คือ ความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวที่ j เมื่อ $j = 1, \dots, s$

3 คำนวณค่าความน่าจะเป็นร่วม (p_{ij}) ของแต่ละเซลในตารางการณ์จร จากความสัมพันธ์ $p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

4. สุ่มข้อมูลตามเงื่อนไข โดยใช้ฟังก์ชัน runif(n,0,1) ซึ่งจะผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง [0,1] กำหนดทศนิยม 4 ตำแหน่ง และพิจารณาค่าของตัวเลขที่สุ่มได้ สมมติให้เป็น x_k

ถ้า $0 \le x_k \le p_{11}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (1,1)

ถ้า $p_{11} < x_k \le p_{11} + p_{12}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (1,2)

ถ้า $p_{11} + p_{12} < x_k \le p_{11} + p_{12} + p_{13}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (1,3)

$\vdots$

ถ้า $p_{11} + \dots + p_{r,s-2} < x_k \le p_{11} + \dots + p_{r,s-1}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (r,s-1)

ถ้า $p_{11} + \dots + p_{r,s-1} < x_k \le p_{11} + \dots + p_{r,s}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (r,s)

และจะสุ่มข้อมูลซ้ำจนมีข้อมูลในตารางการณ์จรครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้

<u>ตัวอย่างที่1</u> การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรเมื่อตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกันสำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2

1. การแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลในตารางการณ์จรขนาด 2x2 จะอยู่ในรูป

ตัวแปรตัวที่1	ตัวแปรตัวที่ 2		รวม
	1	2	
1	p_{11}	p_{12}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	$p_{2.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	1

โดยที่ $p_{1.} = p_{11} + p_{12}$

$p_{2.} = p_{21} + p_{22}$

$p_{.1} = p_{11} + p_{21}$

$p_{.2} = p_{12} + p_{22}$

$p_{11} + p_{12} + p_{21} + p_{22} = 1$

$p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$ เมื่อ i=1,2 , j=1,2

2. กำหนดค่าความน่าจะเป็นส่วนริม (marginal probability) ของแถวและหลัก สมมติให้

$p_{1.} = 0.5$

$p_{2.} = 0.5$

$p_{.1} = 0.5$

$p_{.2} = 0.5$

3. นำค่าความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวและหลักจากข้อ 2. มาคำนวณค่าความน่าจะเป็นร่วม (p_{ij}) ภายใต้สมมติฐานว่าง $H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

ดังนั้นจะได้ $p_{11} = 0.5x\,0.5 = 0.25$

$p_{12} = 0.5x\,0.5 = 0.25$

$p_{21} = 0.5x\,0.5 = 0.25$

$p_{22} = 0.5x\,0.5 = 0.25$

ซึ่งค่าความน่าจะเป็นของตารางการณ์จรจะอยู่ในรูป

0.25	0.25	0.5
0.25	0.25	0.5
0.5	0.5	

4. สุ่มข้อมูล x_k ขึ้นมา โดยที่ x_k เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง [0,1] กำหนดทศนิยม 4 ตำแหน่ง

ถ้า $0 \le x_k \le 0.25$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซล (1,1)

ถ้า $0.25 < x_k \le 0.25 + 0.25 = 0.5$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซล (1,2)

ถ้า $0.5 < x_k \le 0.5 + 0.25 = 0.75$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซล (2,1)

ถ้า $0.75 < x_k \le 0.75 + 0.25 = 1.0$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซล (2,2)

ถ้า x_k ตกอยู่ในเซลใดจะนับความถี่ของข้อมูลในเซลนั้นเพิ่มขึ้นทีละ 1 จากนั้นกลับไปสุ่ม x_k ตัวใหม่ และจะสุ่มข้อมูลซ้ำๆกันจนข้อมูลในตารางการณ์จรครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้

<u>กรณีที่ 2</u> การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรเมื่อตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน

ขั้นตอนในการสร้างเลขสุ่มเป็นดังนี้

1. กำหนดรูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็นของตารางการณ์จรขนาด rxs มีลักษณะดังตาราง 3.2.2

ตาราง 3.2.2 ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลในตารางการณ์จรขนาด rxs

หมวดหมู่ของตัวแปรอธิบาย	หมวดหมู่ของตัวแปรตอบสนอง				รวม
	1	2	…	s	
1	p_{11}	p_{12}	…	p_{1s}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	…	p_{2s}	$p_{2.}$
3	p_{31}	p_{32}	…	p_{3s}	$p_{3.}$
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
.	.	.	…	.	.
r	p_{r1}	p_{r2}	…	p_{rs}	$p_{r.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	…	$p_{.s}$	1

เมื่อ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{s} p_{ij}$, $p_{.j} = \sum_{i=1}^{r} p_{ij}$

และ $p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

2. กำหนดระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งแต่ละขนาดของตารางการณ์จรจะแบ่งความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็น 3 ระดับโดยพิจารณาจากค่า Goodman and Kruskal's tau (τ) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$\tau = \frac{\sum_{i}\sum_{j} p_{ij}^{2} / p_{i.} - \sum_{j} p_{.j}^{2}}{1 - \sum_{j} p_{.j}^{2}}$$

โดยค่า τ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ถ้า $\tau = 0$ หมายความว่าข้อมูลเป็นอิสระต่อกัน และข้อมูลจะมีความสัมพันธ์กันมากขึ้นถ้า τ มีค่ามากขึ้น

3. คำนวณค่าความน่าจะเป็นร่วม (p_{ij}) ของแต่ละเซลในตารางการณ์จรให้สอดคล้องกับค่า τ ตัวอย่างเช่น ตารางขนาด 2x2 จะแบ่งความสัมพันธ์ของข้อมูลในตารางได้เป็น 3 กรณีคือ

<u>กรณีที่ 1</u> กำหนด $\tau = 0.25$ จะได้ตารางที่มีค่าความน่าจะเป็นในแต่ละเซลเป็น

0.125	0.375	0.5
0.375	0.125	0.5
0.5	0.5	

<u>กรณีที่ 2</u> กำหนด $\tau = 0.5$ จะได้ตารางที่มีค่าความน่าจะเป็นในแต่ละเซลเป็น

0.0635	0.4365	0.5
0.4365	0.0635	0.5
0.5	0.5	

<u>กรณีที่ 3</u> กำหนด $\tau = 0.75$ จะได้ตารางที่มีค่าความน่าจะเป็นในแต่ละเซลเป็น

0.0335	0.4665	0.5
0.4665	0.0335	0.5
0.5	0.5	

4. สุ่มข้อมูลตามเงื่อนไข โดยใช้ฟังก์ชัน runif(n,0,1) ซึ่งจะผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง [0,1] กำหนดทศนิยม 4 ตำแหน่ง และพิจารณาค่าของตัวเลขที่สุ่มได้ สมมติให้เป็น x_k

ถ้า $0 \le x_k \le p_{11}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (1,1)

ถ้า $p_{11} < x_k \le p_{11} + p_{12}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (1,2)

ถ้า $p_{11} + p_{12} < x_k \le p_{11} + p_{12} + p_{13}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (1,3)

$\vdots$

ถ้า $p_{11} + \ldots + p_{r,s-2} < x_k \le p_{11} + \ldots + p_{r,s-1}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (r,s-1)

ถ้า $p_{11} + \ldots + p_{r,s-1} < x_k \le p_{11} + \ldots + p_{r,s}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซล (r,s)

และจะสุ่มข้อมูลซ้ำจนมีข้อมูลในตารางการณ์จรครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรเมื่อตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2

1. การแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลในตารางการณ์จรขนาด 2x2 จะอยู่ในรูป

ตัวแปรตัวที่1	ตัวแปรตัวที่ 2		รวม
	1	2	
1	p_{11}	p_{12}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	$p_{2.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	1

โดยที่ $p_{1.} = p_{11} + p_{12}$

$p_{2.} = p_{21} + p_{22}$

$p_{.1} = p_{11} + p_{21}$

$p_{.2} = p_{12} + p_{22}$

$p_{11} + p_{12} + p_{21} + p_{22} = 1$

$p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$ เมื่อ $i = 1,2$, $j = 1,2$

2. ถ้าสมมติให้ $\tau = 0.25$ คำนวณค่าความน่าจะเป็น (p_{ij}) ในแต่ละเซลของตารางการณ์จร τ ให้สอดคล้องกับค่า (p_{ij}) จะได้ค่า เป็น

0.1250	0.3750	0.5
0.3750	0.1250	0.5
0.5	0.5	

3. สุ่มข้อมูล x_k ขึ้นมา x_k โดยที่ เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง [0,1] กำหนดทศนิยม 4 ตำแหน่ง

ถ้า $0 \le x_k \le 0.125$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซล (1,1)

ถ้า $0.125 < x_k \le 0.125 + 0.375 = 0.5$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซล (1,2)

ถ้า $0.5 < x_k \le 0.5 + 0.375 = 0.875$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซล (2,1)

ถ้า $0.875 < x_k \le 0.875 + 0.125 = 1$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซล (2,2)

ถ้า x_k ตกอยู่ในเซลใดจะนับความถี่ของข้อมูลในเซลนั้นเพิ่มขึ้นทีละ 1 จากนั้นกลับไปสุ่ม x_k ตัวใหม่ และจะสุ่มข้อมูลซ้ำๆกันจนข้อมูลในตารางการณ์จรครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้

3.2.2 ขั้นตอนการคำนวณหาค่า p-value ด้วยวิธีการมอนติคาร์โล

1. กำหนดความน่าจะเป็นส่วนริม (marginal probability) ของแถวและสดมภ์ จะได้

   $p_{1.}, p_{2.}, ..., p_{i.}$ และ $p_{.1}, p_{.2}, ..., p_{.j}$

   โดยที่ $p_{i.}$ คือ ความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวที่ i เมื่อ $i = 1, ..., r$

   $p_{.j}$ คือ ความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวที่ j เมื่อ $j = 1, ..., s$

2. สร้างเลขสุ่ม Uniform [0,1] เท่ากับจำนวนตัวอย่างที่กำหนด
3. นำตัวเลขสุ่มจากข้อ 2 มาสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงพหุนาม

   $f(x_{11}, x_{12}, ..., x_{ij}; p_{11}, p_{12}, ..., p_{ij})$ ภายใต้สมมติฐานว่าง $H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

4. คำนวณค่าตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็น (Λ) จากข้อมูลในข้อที่ 3

$$\Lambda = -2\ln\lambda = 2\sum_{ij} x_{ij} \ln\left(\frac{x_{ij}}{\frac{x_{i.}x_{.j}}{n}}\right)$$

5. นำตัวเลขสุ่มจากข้อ 2 มาสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงพหุนาม

   $f(x^*_{11}, x^*_{12}, ..., x^*_{ij}; p^*_{11}, p^*_{12}, ..., p^*_{ij})$ ภายใต้สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ

6. จำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลกระทำซ้ำอีก 300 รอบของข้อมูลในข้อ 5 จะได้

   ตัวอย่างมอนติคาร์โลชุดที่ 1 คือ $f(x^*_{11}, x^*_{12}, ..., x^*_{ij}; p^*_{11}, p^*_{12}, ..., p^*_{ij})$

   ตัวอย่างมอนติคาร์โลชุดที่ 2 คือ $f(x^*_{11}, x^*_{12}, ..., x^*_{ij}; p^*_{11}, p^*_{12}, ..., p^*_{ij})$

   $\vdots$

   ตัวอย่างมอนติคาร์โลชุดที่ 300 คือ $f(x^*_{11}, x^*_{12}, ..., x^*_{ij}; p^*_{11}, p^*_{12}, ..., p^*_{ij})$

7. คำนวณค่าตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็น (Λ^*) จากข้อมูลในข้อที่ 6

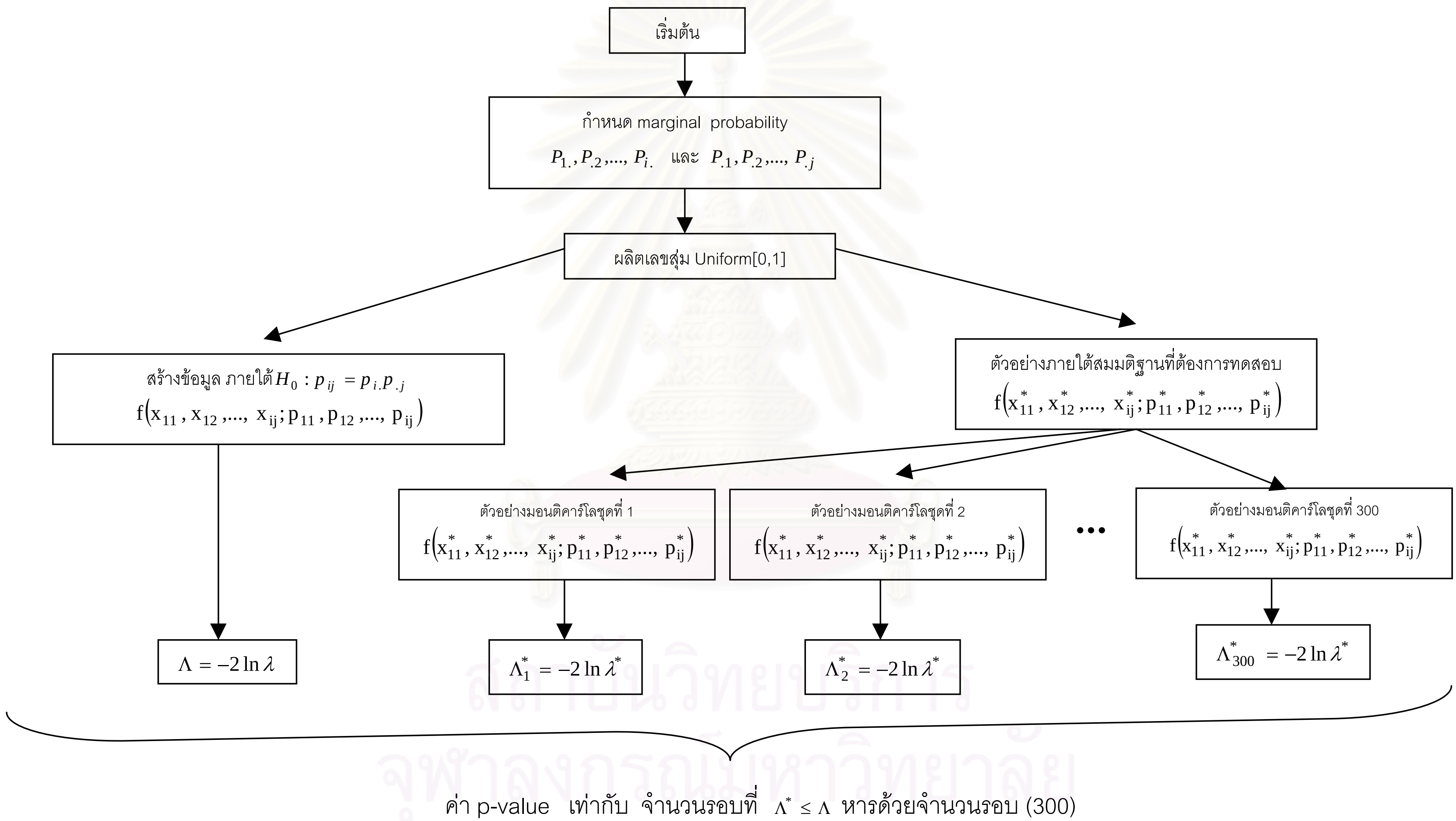
$$\Lambda^* = -2\ln\lambda^* = 2\sum_{ij} x^*_{ij} \ln\left(\frac{x_{ij}^{\;*}}{\frac{x_{i.}^{\;*}x_{.j}^{\;*}}{n}}\right)$$

8 คำนวณค่า p-value โดยนับจำนวนรอบที่ $\Lambda^* \le \Lambda$ หารด้วยจำนวนรอบ (300)

9. จะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อค่า p-value น้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด

<u>หมายเหตุ</u> ค่าตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็น (Λ) ที่ใช้ในการคำนวณหาค่า p-value โดยวิธีการมอนติคาร์โล สามารถใช้ตัวสถิติ (λ) แทนได้ แต่งานวิจัยเล่มนี้ใช้ Λ เพราะ Likelihood function อยู่ในรูป $\sup_{\theta \in \omega} \lambda(\theta; x_1, \ldots, x_n) = \dfrac{n!}{\prod_{ij} x_{ij}!} \prod_{ij} \left(\dfrac{x_{i.} x_{.j}}{n^2} \right)^{x_{ij}}$ จากฟังก์ชันดังกล่าว พบว่าการแทนค่าโดยใช้ตัวสถิติ λ จะทำให้เครื่องประมวลผลได้ช้า หรือบางโปรแกรมไม่สามารถรับค่าที่มีขนาดมากเกินไป เช่น ถ้าขนาดตัวอย่าง 100 $n^2 = 100^{100}$ หรือ ขนาดตัวอย่างที่กำหนดมากที่สุดในงานวิจัยนี้คือ 450 $n^2 = 450^{450}$

แผนผัง 3.1 แผนผังการคำนวณค่า p-value โดยวิธีการมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนควรจะเป็นไคกำลังสอง



3.2.3 การคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบ

เมื่อได้ตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนาม จำนวนระดับของตัวแปร และขนาดตัวอย่างตามที่กำหนดไว้ในแผนการทดลองแล้ว จะนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณค่าสถิติทดสอบต่างๆทั้ง 3 ตัว คือ

1. ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง

$$\chi^2_{\text{¤Ó¹Ç³}} = \sum_{j=1}^{s}\sum_{i=1}^{r}\frac{\left(o_{ij} - e_{ij}\right)^2}{e_{ij}}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อ $\chi^2_{\text{¤Ó¹Ç³}} > \chi^2_{(r-1)(s-1)}$ จากตารางการแจกแจงไคกำลังสอง

2. ตัวสถิติอัตราส่วนควรจะเป็นไคกำลังสอง

$$G^2 = -2\ln\Lambda = 2\sum_{ij} x_{ij}\ln\left(\frac{x_{ij}}{\frac{x_{i.}x_{.j}}{n}}\right)$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อ $G^2 > \chi^2_{(r-1)(s-1)}$ จากตารางการแจกแจงไคกำลังสอง

3. วิธีการมอนติคาร์โล

$$p-value = \frac{\text{¨Ó¹Ç¹}\left(\Lambda^* \le \Lambda\right)}{N}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อ p-value น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ

3.2.4 การหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่1

ขั้นตอนในการหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 มีดังนี้

1. สุ่มตัวอย่างตามสถานการณ์ที่กำหนด โดยให้ตัวอย่างสุ่มมีการแจกแจงภายใต้สมมติฐานว่าง
2. คำนวณค่าสถิติ χ^2 และ G^2 แล้วเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางไคกำลังสอง และ คำนวณค่า p-value เทียบกับระดับนัยสำคัญ ทำซ้ำๆกันเป็นจำนวน 500 ครั้ง และนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง
3. ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติซึ่งคำนวณจากจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วย 500

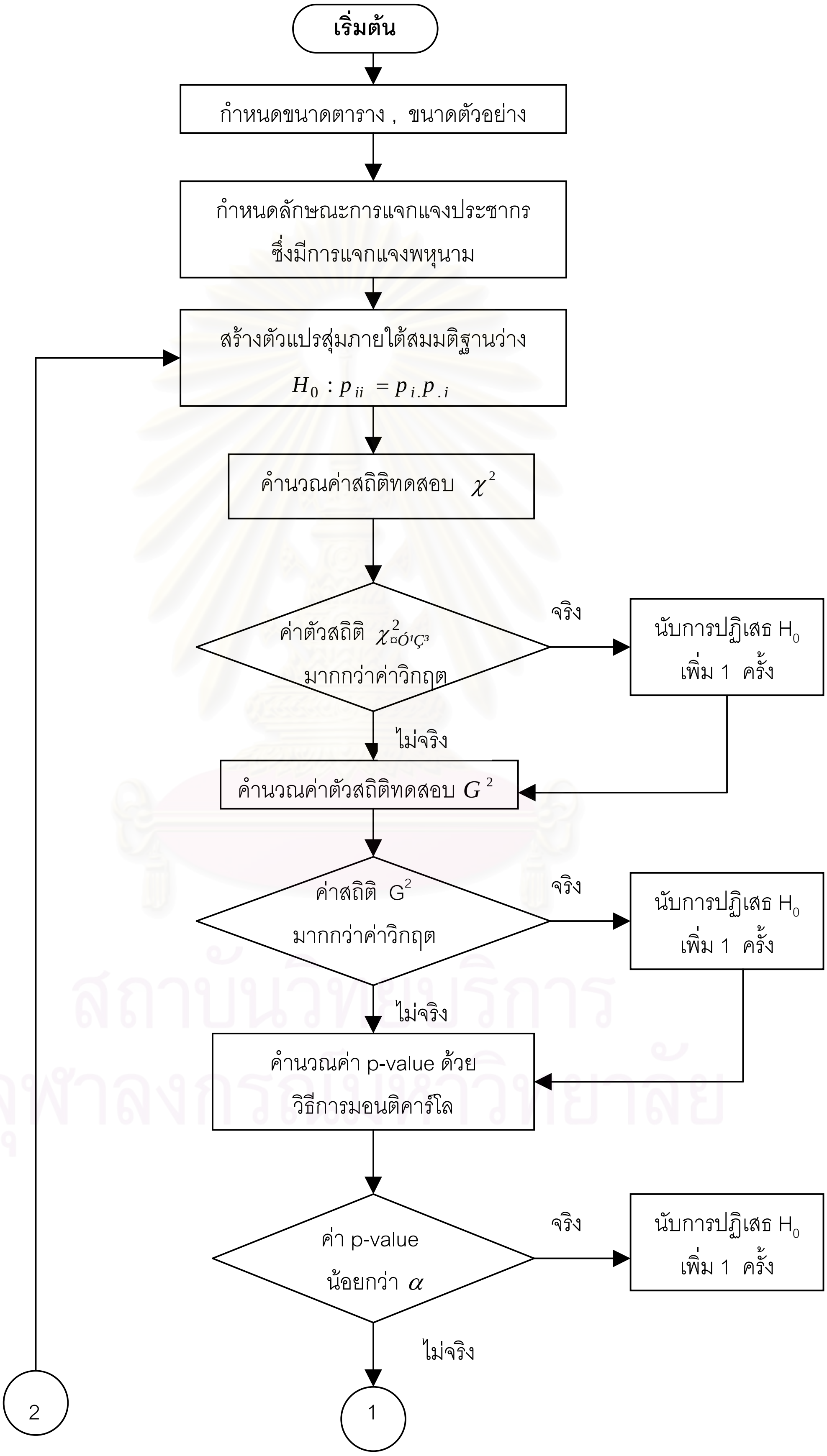
4. นำค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่ได้จากข้อ 3 ไปทำการทดสอบค่าสัดส่วน เพื่อที่จะได้ทราบว่าสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิตินั้นได้หรือไม่

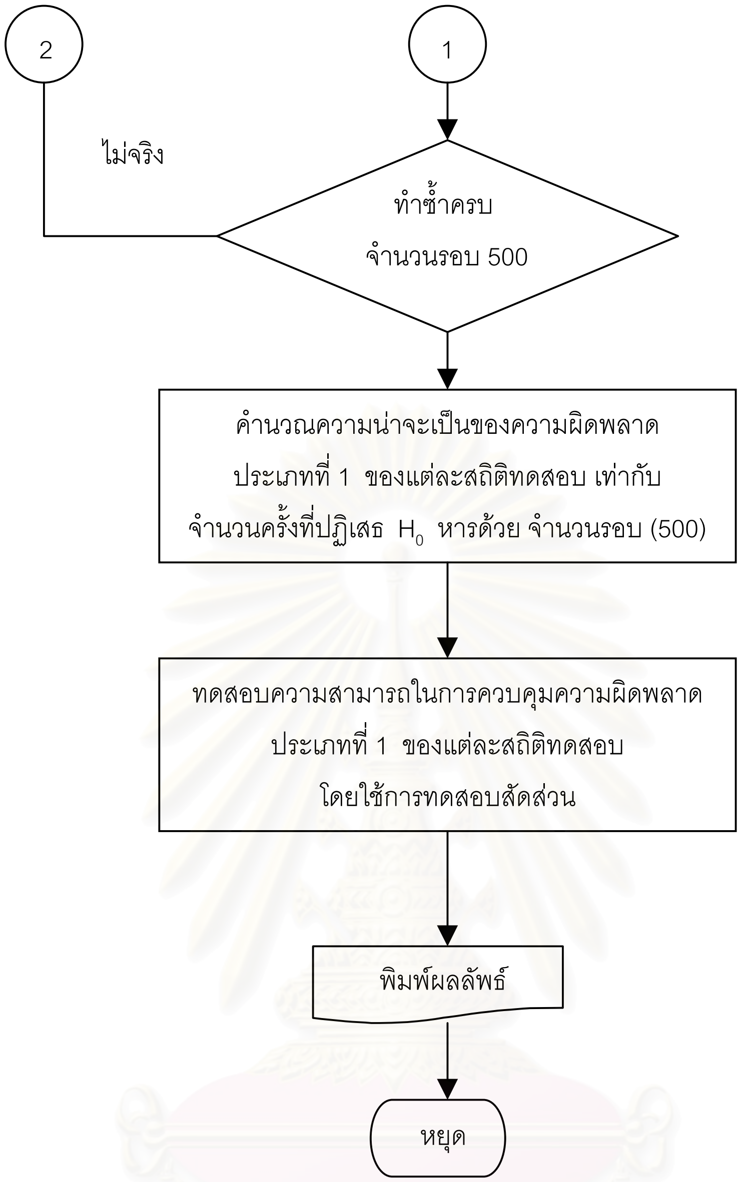
3.2.5 การหาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ

ตัวสถิติที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้นั้นจะนำมาหาอำนาจการทดสอบ เพื่อเปรียบเทียบว่าตัวสถิติใดจะให้อำนาจการทดสอบที่สูงที่สุดในแต่ละสถานการณ์ ขั้นตอนในการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบมีดังนี้

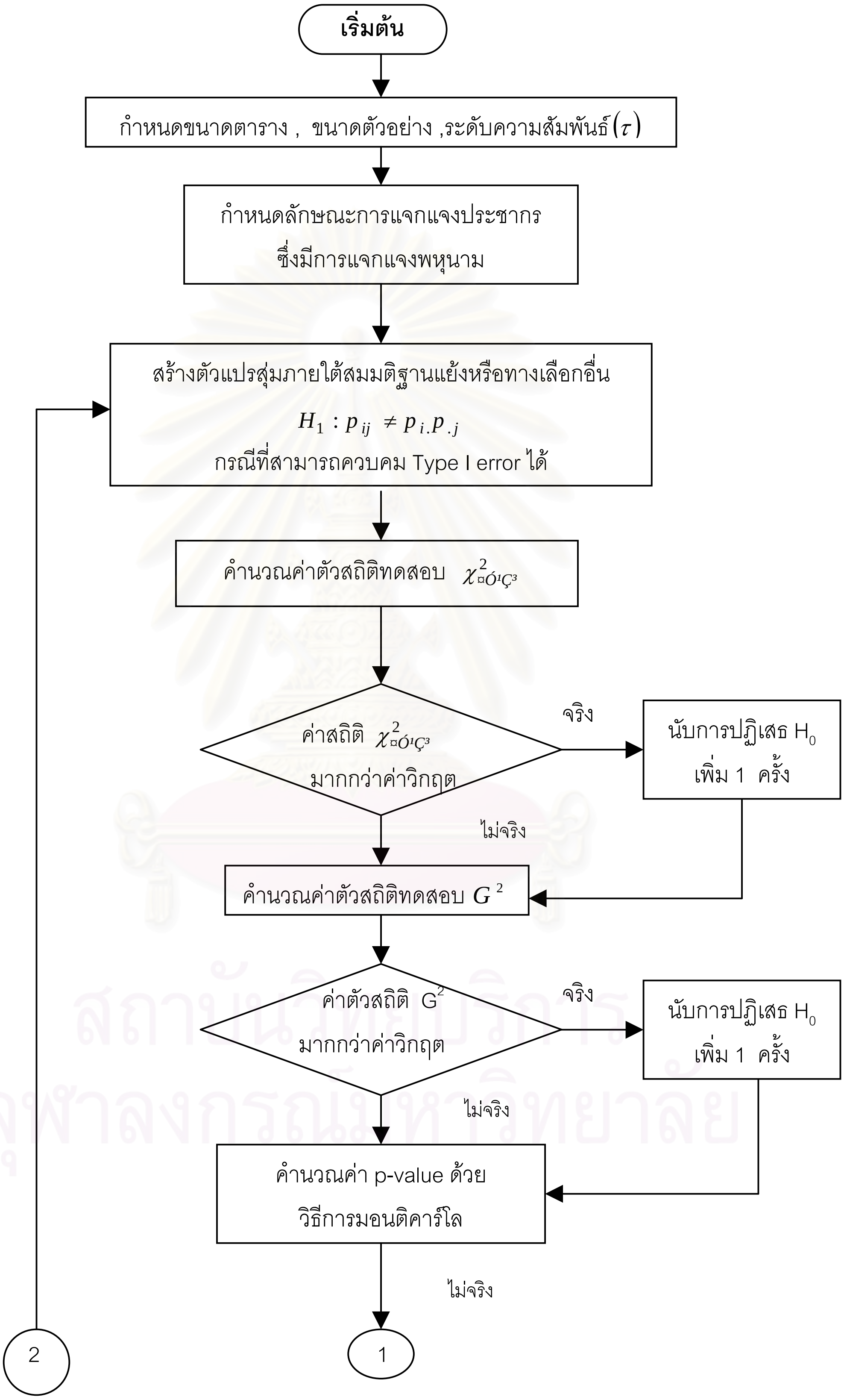
1. สุ่มตัวอย่างตามสถานการณ์ที่กำหนด โดยให้ตัวอย่างสุ่มมีการแจกแจงภายใต้สมมติฐานแย้ง
2. คำนวณค่าสถิติ χ^2 และ G^2 แล้วเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางไคกำลังสอง และ คำนวณค่า p-value เทียบกับระดับนัยสำคัญ ทำซ้ำๆกันเป็นจำนวน 500 ครั้ง และนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง
3. อำนาจการทดสอบของตัวสถิติ คำนวณจากจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วย 500
4. เปรียบเทียบว่าตัวสถิติตัวใดให้อำนาจการทดสอบสูงสุดในแต่ละสถานการณ์

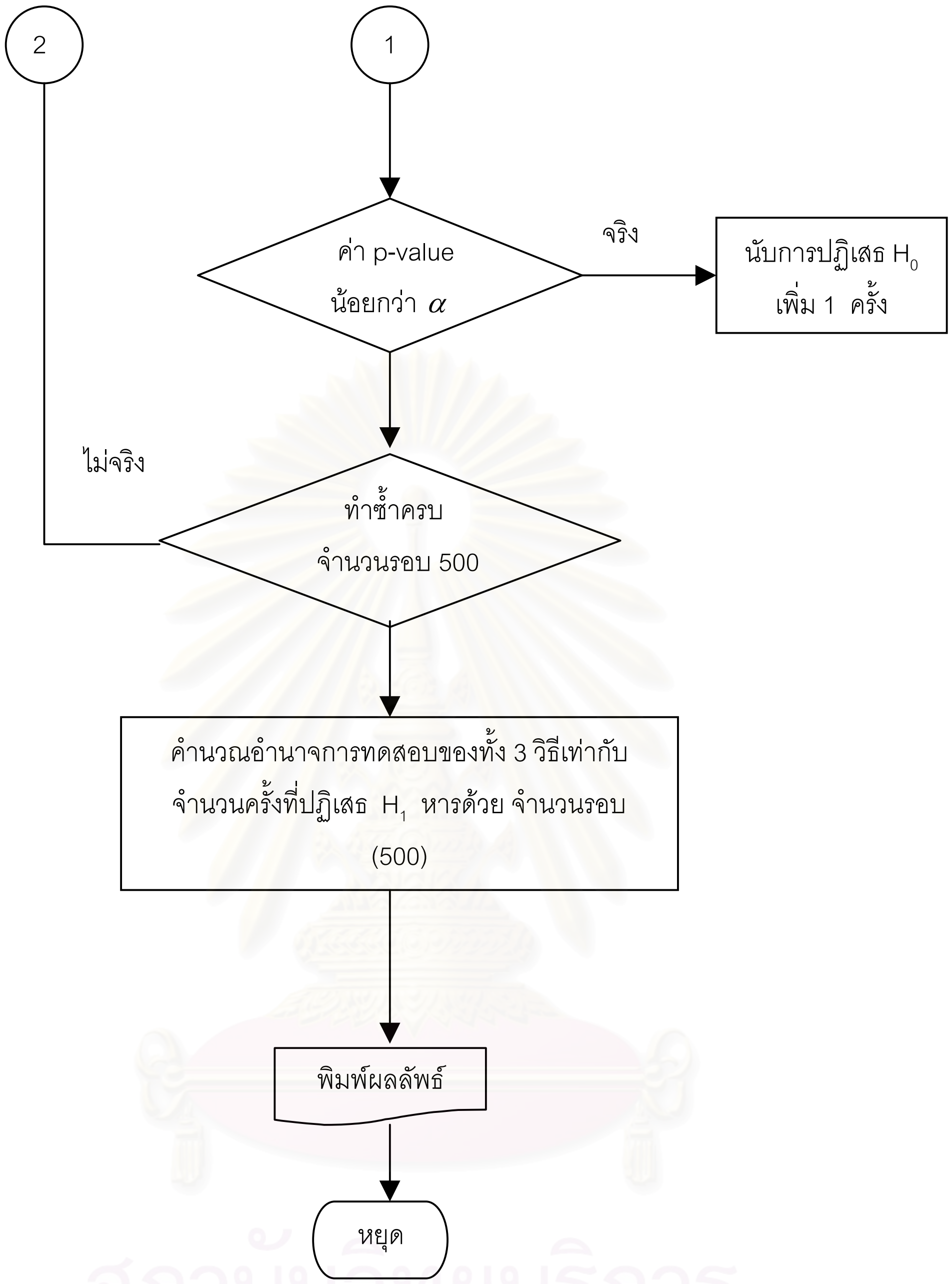
แผนผัง 3.2 แผนผังการหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ 3 วิธี




2
1
ไม่จริง
ทำซ้ำครบ
จำนวนรอบ 500
คำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาด
ประเภทที่ 1 ของแต่ละสถิติทดสอบ เท่ากับ
จำนวนครั้งที่ปฏิเสธ H_0 หารด้วย จำนวนรอบ (500)
ทดสอบความสามารถในการควบคุมความผิดพลาด
ประเภทที่ 1 ของแต่ละสถิติทดสอบ
โดยใช้การทดสอบสัดส่วน
พิมพ์ผลลัพธ์
หยุด

แผนผัง 3.3 แผนผังการหาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ 3 วิธี




2
1
ค่า p-value
น้อยกว่า α
จริง
นับการปฏิเสธ H_0
เพิ่ม 1 ครั้ง
ไม่จริง
ทำซ้ำครบ
จำนวนรอบ 500
คำนวณอำนาจการทดสอบของทั้ง 3 วิธีเท่ากับ
จำนวนครั้งที่ปฏิเสธ H_1 หารด้วย จำนวนรอบ
(500)
พิมพ์ผลลัพธ์
หยุด

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ลักษณะของข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรขนาด rxs ซึ่งการทดสอบที่ใช้เปรียบเทียบมี 3 วิธี ได้แก่ วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน(CP) วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น (MLR) และวิธีการมอนติคาร์โล(MC) โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของแต่ละวิธี เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบพหุนาม ภายใต้ขนาดตัวอย่าง ขนาดของตารางการณ์จร และความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ระดับต่างๆ

โดยทั่วไปการทดสอบสมมติฐานทางสถิติอาจจะเกิดความผิดพลาดในการสรุปผล ความผิดพลาดดังกล่าวแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error) และความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error) ลักษณะของความผิดพลาด ทั้ง 2 ประเภทแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

<u>ตารางที่ 4.1</u> แสดงความผิดพลาดในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

H_0	สถานการณ์ที่แท้จริง	
การสรุปผล	จริง	เท็จ
ปฏิเสธ H_0	ความผิดพลาดประเภทที่1 (α)	ตัดสินใจถูก
ยอมรับ H_0	ตัดสินใจถูก	ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (β)

ในการหาการทดสอบที่ดีที่สุดนั้นจะต้องเปรียบเทียบการทดสอบที่มีขนาดเท่ากันหรือมี α เท่ากันเท่านั้น โดยการทดสอบที่มีความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ หรืออำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$ มากที่สุดก็จะเป็นการทดสอบที่ดีที่สุด จะเห็นได้ว่าอำนาจการทดสอบที่นำมาเปรียบเทียบกันนั้นขึ้นอยู่กับค่า β ซึ่งค่า β มีความสัมพันธ์กับค่า α โดยที่แปรผกผันกัน ดังนั้นก่อนการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบจะต้องควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดชนิดที่ 1 แล้วจึงเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของการทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เท่านั้น

การนำเสนอผลการวิจัยจะแบ่งเป็น 2 ส่วนดังนี้

ส่วนที่ 1 การเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่1

ส่วนที่ 2 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี

4.1 ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

ในการวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาตัวสถิติสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้หรือไม่จากการทดสอบค่าสัดส่วน สำหรับรายละเอียดของการทดสอบค่าสัดส่วนมีดังนี้

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$H_0 : \alpha \leq \alpha_0$

เทียบกับ $H_1 : \alpha > \alpha_0$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$Z = \frac{\hat{\alpha} - \alpha_0}{\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{\alpha}$ แทนสัดส่วนของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติ เท่ากับ $\frac{n_r}{n}$

n_r แทนจำนวนครั้งทั้งหมดที่ปฏิเสธ H_0 เมื่อกำหนดให้ H_0 เป็นจริง

n แทนจำนวนครั้งที่ทำการทดลอง

และ α_0 แทนระดับ α ที่ต้องการควบคุม

ถ้า $Z \leq Z_\alpha$ จะยอมรับ H_0 ซึ่งหมายความว่า ตัวสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้

นั่นคือ ที่ระดับ $\alpha = 0.01$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้เมื่อ $Z \leq Z_{0.01} = 2.326$

ส่วนที่ระดับ $\alpha = 0.05$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติ ได้เมื่อ $Z \leq Z_{0.05} = 1.645$

ในการวิจัยครั้งนี้ทำการทดลองทั้งหมด 500 ครั้ง สำหรับแต่ละสถานการณ์ $(n = 500)$ ดังนั้น

ส่วนที่ระดับ $\alpha = 0.01$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้เมื่อ $\hat{\alpha} \leq 0.020$

ส่วนที่ระดับ $\alpha = 0.05$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้เมื่อ $\hat{\alpha} \leq 0.066$

ในการเสนอผลการวิจัยใช้สัญลักษณ์ต่างๆดังต่อไปนี้

α หมายถึง ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (nominal level of significance) หรือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่กำหนด

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

CP หมายถึง วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน

MLR หมายถึง วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น

MC หมายถึง วิธีการทดสอบมอนติคาร์โล

การเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

ผู้วิจัยนำเสนอค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ในตารางที่ 4.2 และ 4.3 ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่1 ของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี จำแนกตามขนาดตาราง ขนาดตัวอย่าง ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่1 ของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี จำแนกตามขนาดตาราง ขนาดตัวอย่าง ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

<u>ตารางที่ 4.2</u> แสดงค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี จำแนกตามขนาดตาราง ขนาดตัวอย่าง ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ขนาดตาราง	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
2x2	50	0.006	0.006	0.004
	100	0.008	0.008	0.006
	150	0.006	0.006	0.002
2x3	50	0.008	0.018	0.018
	100	0.008	0.008	0.010
	150	0.008	0.010	0.008
2x4	50	0.004	0.006	0.006
	100	0.010	0.010	0.012
	150	0.004	0.008	0.004
2x5	50	0.014	0.014	0.012
	100	0.004	0.004	0.004
	150	0.010	0.012	0.004
3x3	100	0.010	0.014	0.016
	200	0.008	0.012	0.010
	300	0.016	0.018	0.008
3x4	100	0.016	0.018	0.016
	200	0.006	0.008	0.010
	300	0.004	0.006	0.006
3x5	100	0.008	0.012	0.010
	200	0.010	0.012	0.010
	300	0.002	0.002	0.000
4x4	150	0.014	0.008	0.008
	300	0.008	0.008	0.008
	450	0.012	0.002	0.004
4x5	150	0.008	0.010	0.006
	300	0.008	0.010	0.006
	450	0.006	0.006	0.004
5x5	150	0.010	0.008	0.008
	300	0.004	0.010	0.008
	450	0.012	0.012	0.010

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี จำแนกตามขนาดตาราง ขนาดตัวอย่าง ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ขนาดตาราง	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
2x2	50	0.050	0.052	0.046
	100	0.048	0.048	0.058
	150	0.050	0.052	0.060
2x3	50	0.042	0.062	0.054
	100	0.032	0.040	0.036
	150	0.042	0.042	0.040
2x4	50	0.032	0.044	0.040
	100	0.050	0.058	0.048
	150	0.062	0.064	0.052
2x5	50	0.040	0.048	0.048
	100	0.048	0.058	0.048
	150	0.056	0.062	0.060
3x3	100	0.048	0.060	0.044
	200	0.056	0.056	0.050
	300	0.060	0.060	0.048
3x4	100	0.064	0.062	0.060
	200	0.038	0.040	0.036
	300	0.032	0.036	0.028
3x5	100	0.042	0.042	0.040
	200	0.056	0.062	0.054
	300	0.044	0.056	0.040
4x4	150	0.042	0.026	0.024
	300	0.038	0.036	0.030
	450	0.044	0.024	0.018
4x5	150	0.060	0.050	0.046
	300	0.044	0.040	0.044
	450	0.044	0.048	0.048
5x5	150	0.044	0.046	0.044
	300	0.048	0.058	0.050
	450	0.052	0.056	0.048

จากตารางที่ 4.2 และ 4.3 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 สามารถสรุปผลได้ว่า วิธีการทดสอบทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในทุกตารางและขนาดตัวอย่างที่กำหนด ณ ระดับนัยสำคัญที่ต้องการศึกษา (α) มีค่า 0.01 และ 0.05 เนื่องจาก

- ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบทุกตัวมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.020 ในทุกขนาดตารางและขนาดตัวอย่างที่กำหนด
- ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบทุกตัวมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.066 ในทุกขนาดตารางและขนาดตัวอย่างที่กำหนด

4.2 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร

ในส่วนนี้พิจารณาอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันของตัวแปร 2 ตัวที่อยู่ในรูปตารางการณ์จร เมื่อประชากรมีการแจกแจงพหุนาม ซึ่งประกอบด้วย วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็นและวิธีการมอนติคาร์โล การพิจารณาอำนาจการทดสอบสามารถเปรียบเทียบได้ทุกสถานการณ์ที่กำหนด เพราะทุกวิธีการทดสอบ ขนาดตารางการณ์จร และขนาดตัวอย่าง สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ โดยนำเสนอใน 2 รูปแบบ คือ การนำเสนอในรูปตารางและรูปกราฟ

สำหรับขนาดตารางและขนาดตัวอย่างที่กำหนด มีดังนี้

- ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50 100 และ 150 สำหรับแต่และกรณี
- ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี

นอกจากอิทธิพลของขนาดตารางและขนาดตัวอย่างที่มีผลต่ออำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบแล้ว ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรน่าจะส่งผลต่ออำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบ ดังนั้นภายใต้สมมติฐานว่าข้อมูลไม่เป็นอิสระต่อกันจะสุ่มข้อมูลโดยกำหนดระดับความสัมพันธ์เป็น 3 ระดับ ซึ่งพิจารณาจากค่า (Goodman and Kruskal tau) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$\tau = \frac{\sum_i \sum_j P_{ij}^2 / P_{i.} - \sum_j P_{.j}^2}{1 - \sum_j P_{.j}^2}$$

โดยที่ค่า τ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ถ้า $\tau = 0$ หมายความว่าข้อมูลเป็นอิสระต่อกัน และข้อมูลจะมีความสัมพันธ์กันมากขึ้นถ้า τ มีค่ามากขึ้น

- ตารางขนาด 2x2 3x3 4x4 และ 5x5 ใช้ระดับความสัมพันธ์ 0.25 0.5 และ 0.75 สำหรับแต่และกรณี
- ตารางขนาด 2x3 3x4 และ 4x5 ใช้ระดับความสัมพันธ์ 0.2 0.4 และ 0.6 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 2x4 และ 3x5 ใช้ระดับความสัมพันธ์ 0.15 0.3 และ 0.45 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 2x5 ใช้ระดับความสัมพันธ์ 0.1 0.2 และ 0.3

ในการเสนอผลการวิจัยใช้สัญลักษณ์ต่างๆดังต่อไปนี้

α หมายถึง ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (nominal level of significance) หรือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่กำหนด

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

τ หมายถึง ระดับความสัมพันธ์

CP หมายถึง วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน

MLR หมายถึง วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น

MC หมายถึง วิธีการทดสอบมอนติคาร์โล

ผู้วิจัยจะนำเสนอค่าอำนาจการทดสอบที่ระดับต่างๆ ของขนาดตารางการณ์จรจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และ ระดับความสัมพันธ์ ณ ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01 และ 0.05 ในตารางที่ 4.4 – 4.23 ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

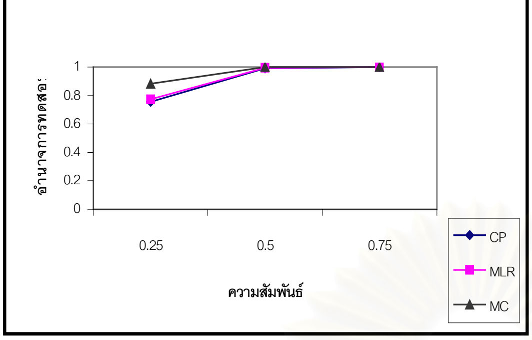
ตารางที่ 4.4 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.25	50	0.756	0.772	0.882
	100	1	1	1
	150	1	1	1
0.5	50	0.990	0.994	1
	100	1	1	1
	150	1	1	1
0.75	50	1	1	1
	100	1	1	1
	150	1	1	1

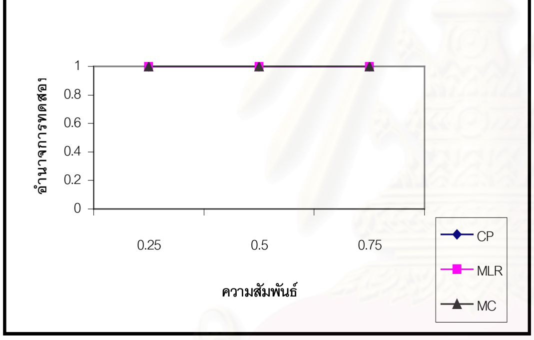
ตารางที่ 4.5 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.25	50	0.936	0.936	0.966
	100	1	1	1
	150	1	1	1
0.5	50	0.998	0.998	1
	100	1	1	1
	150	1	1	1
0.75	50	1	1	1
	100	1	1	1
	150	1	1	1

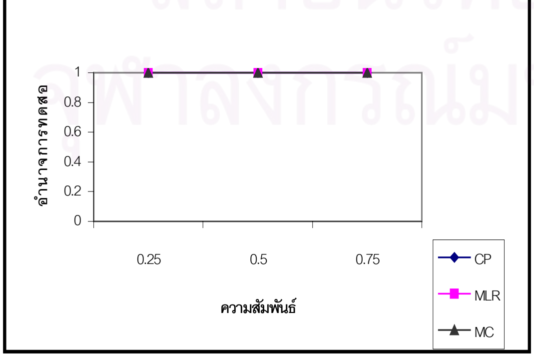
กราฟที่ 4.1 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ ตารางขนาด 2x2 ขนาดตัวอย่าง 50 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



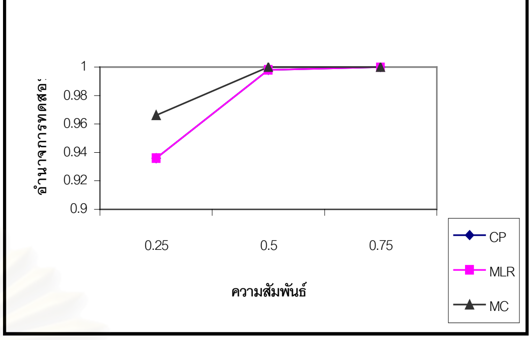
กราฟที่ 4.2 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ ตารางขนาด 2x2 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



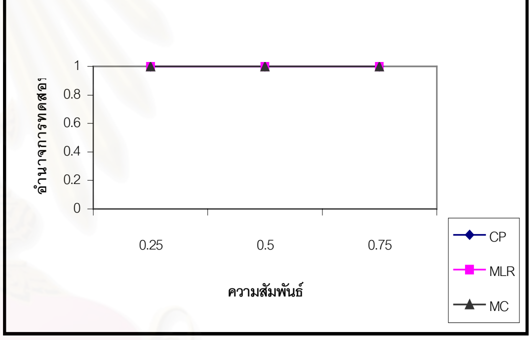
กราฟที่ 4.3 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ ตารางขนาด 2x2 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



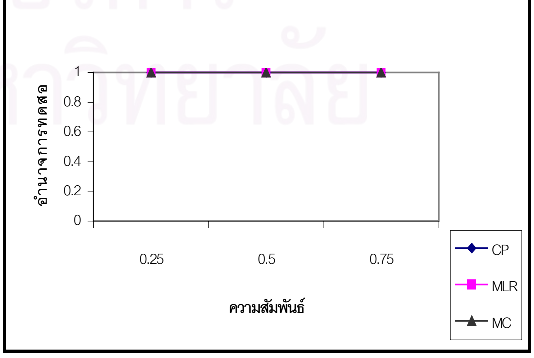
กราฟที่ 4.4 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ ตารางขนาด 2x2 ขนาดตัวอย่าง 50 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.5 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ ตารางขนาด 2x2 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.6 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ ตารางขนาด 2x2 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



จากตารางที่ 4.4 และ กราฟที่ 4.1 –4.3 ผู้วิจัยสรุปผลได้ดังนี้

วิธีการทดสอบ (MC) มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ในทุกระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่าง รองลงมา คือ วิธีการทดสอบ (MLR) ส่วนวิธีการทดสอบ (CP) มีอำนาจการทดสอบต่ำสุด แต่อำนาจการทดสอบของทั้ง 3 วิธีการ ใกล้เคียงกันมากและมีอำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

จากตารางที่ 4.5 และ กราฟที่ 4.4 –4.6 ผู้วิจัยสรุปผลได้ดังนี้

วิธีการทดสอบ (MC) มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ในทุกระดับความสัมพันธ์และขนาดตัวอย่าง รองลงมา คือ วิธีการทดสอบ (MLR) ส่วนวิธีการทดสอบ (CP) มีอำนาจการทดสอบต่ำสุด แต่อำนาจการทดสอบของทั้ง 3 วิธีการ ใกล้เคียงกันมากและมีอำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

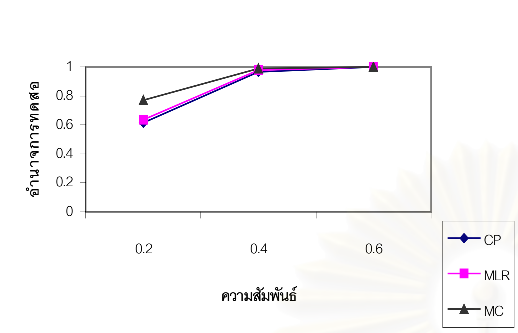
<u>ตารางที่ 4.6</u> ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.2	50	0.616	0.636	0.770
	100	0.952	0.954	0.966
	150	0.996	0.996	1
0.4	50	0.966	0.976	0.988
	100	1	1	1
	150	1	1	1
0.6	50	1	1	1
	100	1	1	1
	150	1	1	1

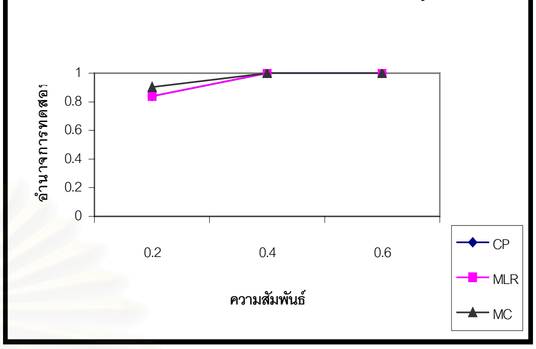
<u>ตารางที่ 4.7</u> ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.2	50	0.838	0.840	0.902
	100	0.992	0.992	0.996
	150	0.996	0.998	1
0.4	50	1	1	1
	100	1	1	1
	150	1	1	1
0.6	50	1	1	1
	100	1	1	1
	150	1	1	1

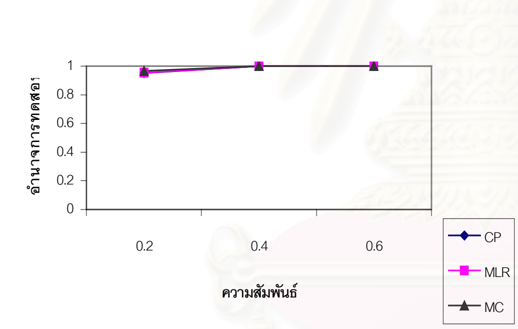
กราฟที่ 4.7 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ
ตารางขนาด 2x3 ขนาดตัวอย่าง 50 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



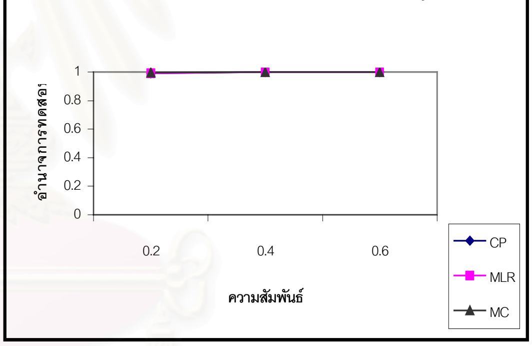
กราฟที่ 4.10 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x3 ขนาดตัวอย่าง 50 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



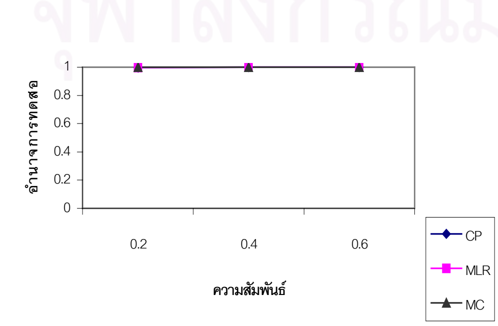
กราฟที่ 4.8 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ
ตารางขนาด 2x3 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



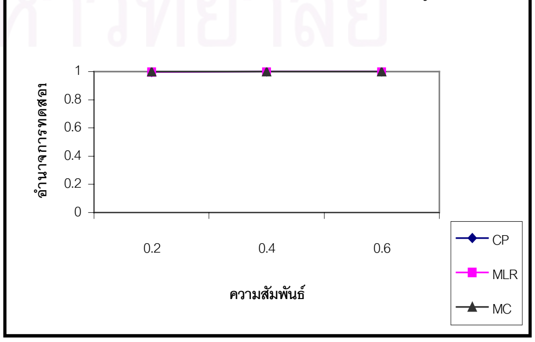
กราฟที่ 4.11 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x3 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.9 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับ
ตารางขนาด 2x3 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



กราฟที่ 4.12 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x3 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



จากตารางที่ 4.6 และ กราฟที่ 4.7 – 4.9

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.2 ทุกขนาดตัวอย่างและกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.4 ขนาดตัวอย่าง 50 วิธีการทดสอบ (MC) มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือ วิธีการทดสอบ (MLR)

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 150 วิธีการทดสอบ (MLR) จะให้อำนาจการทดสอบเท่ากับวิธีการทดสอบ (MC)

นอกจากนี้ที่ระดับความสัมพันธ์ 0.4 ขนาดตัวอย่าง 100 150 และที่ระดับความสัมพันธ์ 0.6 ทุกขนาดตัวอย่างการทดสอบทั้ง 3 วิธีให้อำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

จากตารางที่ 4.7 และ กราฟที่ 4.10 – 4.12

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.2 ทุกขนาดตัวอย่าง วิธีการทดสอบ(MC) มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 50 150 วิธีการทดสอบ (MLR) มีอำนาจการทดสอบสูงกว่าวิธีการทดสอบ (CP)

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 100 วิธีการทดสอบ (MLR) จะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากับวิธีการทดสอบ (CP)

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.4 และ 0.6 ทุกขนาดตัวอย่าง การทดสอบทั้ง 3 วิธีให้อำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

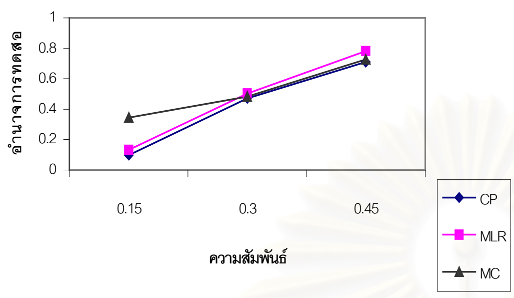
ตารางที่ 4.8 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.15	50	0.098	0.132	0.346
	100	0.498	0.598	0.686
	150	0.836	0.878	0.912
0.3	50	0.472	0.504	0.484
	100	0.930	0.940	0.958
	150	0.996	0.966	0.998
0.45	50	0.710	0.782	0.726
	100	1	1	1
	150	1	1	1

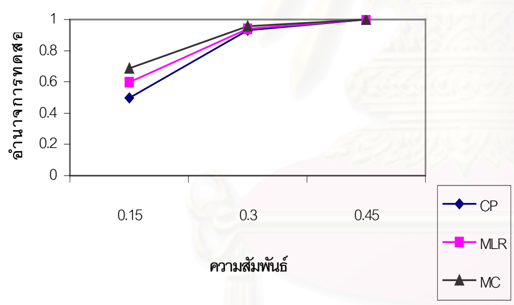
ตารางที่ 4.9 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.15	50	0.292	0.350	0.366
	100	0.756	0.812	0.888
	150	0.958	0.966	0.966
0.3	50	0.734	0.754	0.756
	100	0.982	0.982	0.986
	150	1	1	1
0.45	50	0.898	0.920	0.916
	100	1	1	1
	150	1	1	1

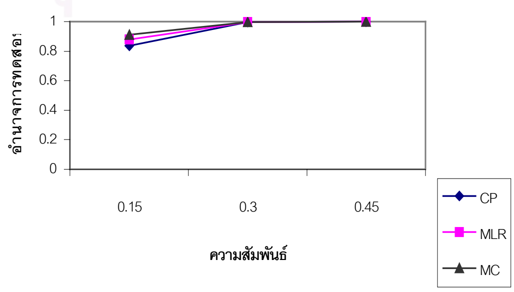
กราฟที่ 4.13 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x4 ขนาดตัวอย่าง 50 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



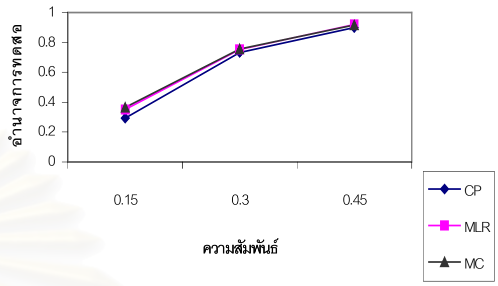
กราฟที่ 4.14 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x4 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



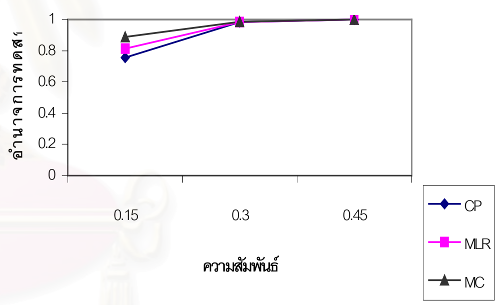
กราฟที่ 4.15 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x4 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



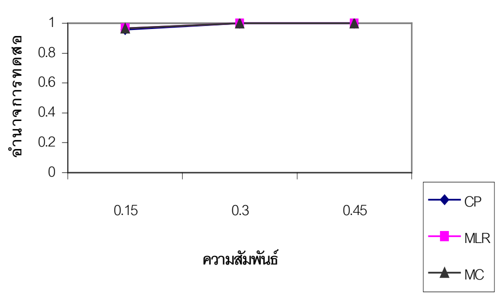
กราฟที่ 4.16 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x4 ขนาดตัวอย่าง 50 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.17 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x4 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.18 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x4 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



จากตารางที่ 4.8 และกราฟที่ 4.13 – 4.15

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.15 ทุกขนาดตัวอย่าง วิธีการทดสอบ (MC) ให้อำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบด้วย(MLR) และวิธีการทดสอบ (CP) ให้อำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.3 0.45 ขนาดตัวอย่าง 50 วิธีการทดสอบ (MLR)มีอำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ(MC) และวิธีการทดสอบ (CP)ให้อำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.45 ขนาดตัวอย่าง 100 150 ทั้ง 3 วิธีให้อำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

จากตารางที่ 4.9 และ กราฟที่ 4.16 - 4.18

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.15 ขนาดตัวอย่าง 50 100 และ กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.3 ขนาดตัวอย่าง 50 วิธีการทดสอบ (MC)ให้อำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ (MLR) และวิธีการทดสอบ (CP) ให้อำนาจการทดสอบที่ต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.15 ขนาดตัวอย่าง 150 และ ความสัมพันธ์ 0.45 ขนาดตัวอย่าง 50 วิธีการทดสอบ (MLR) ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ (MC) และวิธีการทดสอบ (CP) ให้อำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.3 ขนาดตัวอย่าง 150 และ กรณีความสัมพันธ์ 0.45 ขนาดตัวอย่าง 100 150 ทั้ง 3 วิธีให้อำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

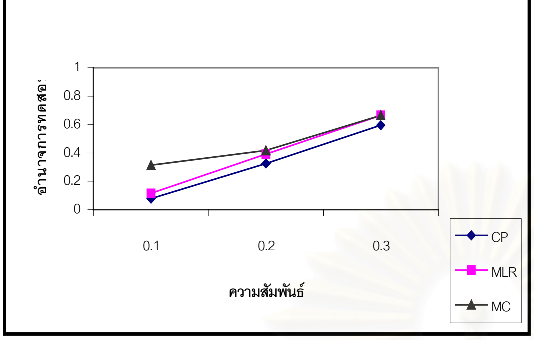
ตารางที่ 4.10 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.1	50	0.078	0.114	0.312
	100	0.512	0.566	0.704
	150	0.776	0.796	0.886
0.2	50	0.326	0.392	0.418
	100	0.900	0.916	0.920
	150	0.988	0.990	1
0.3	50	0.594	0.664	0.664
	100	0.998	1	1
	150	1	1	1

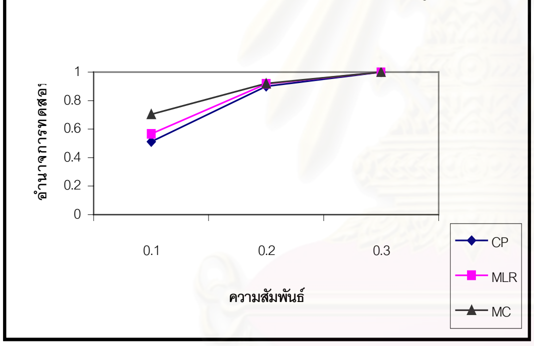
ตารางที่ 4.11 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.1	50	0.298	0.342	0.404
	100	0.760	0.772	0.776
	150	0.896	0.908	0.956
0.2	50	0.622	0.664	0.688
	100	0.958	0.962	0.998
	150	1	1	1
0.3	50	0.854	0.888	0.902
	100	1	1	1
	150	1	1	1

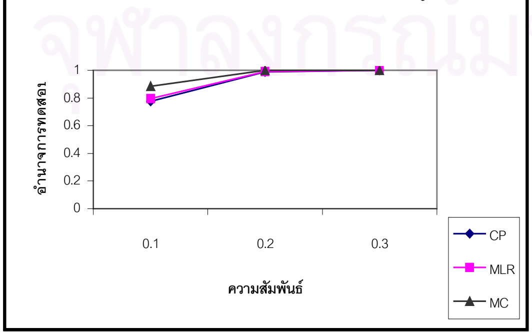
กราฟที่ 4.19 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x5 ขนาดตัวอย่าง 50 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



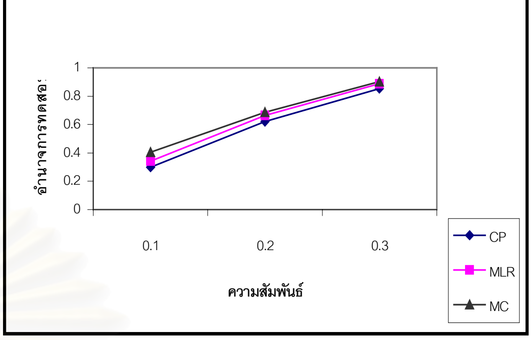
กราฟที่ 4.20 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x5 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



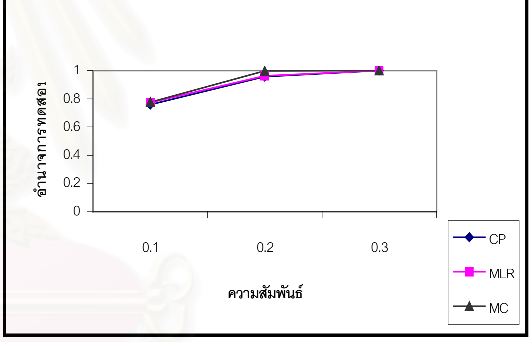
กราฟที่ 4.21 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x5 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



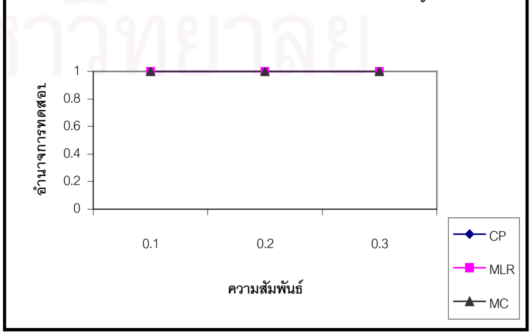
กราฟที่ 4.22 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x5 ขนาดตัวอย่าง 50 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.23 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x5 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.24 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 2x5 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



จากตารางที่ 4.10 และ กราฟที่ 4.19 - 4.21

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 0.2 ทุกขนาดตัวอย่าง วิธีการทดสอบ (MC)ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ (MLR) และวิธีการทดสอบ(CP) ให้อำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 ขนาดตัวอย่าง 50 100 วิธีการทดสอบ(MC) และวิธีการทดสอบ(MLR) ให้อำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุด รองลงมาคือ วิธีการทดสอบ (CP)

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 ขนาดตัวอย่าง 150 ทั้ง 3 วิธีการให้อำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

จากตารางที่ 4.11 และกราฟที่ 4.22 – 4.24

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.1 ทุกขนาดตัวอย่าง และกรณีความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 50 100 วิธีการทดสอบ(MC) ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ (MLR) และวิธีการทดสอบให้อำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 150 และ กรณีความสัมพันธ์ 0.3 ขนาดตัวอย่าง 100 150 ทั้ง 3 วิธีให้อำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

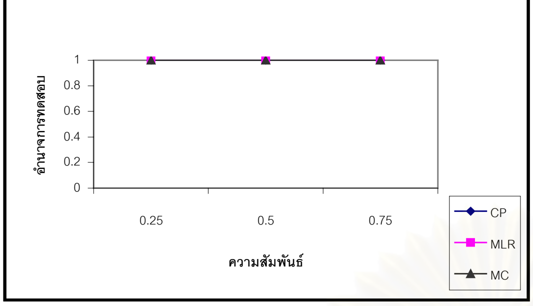
อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

ตารางที่ 4.12 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

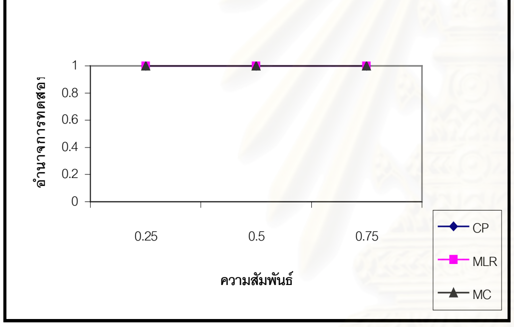
ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.25	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.5	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.75	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1

ตารางที่ 4.13 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

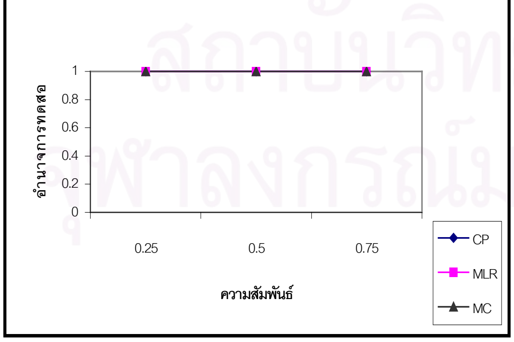
ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.25	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.5	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.75	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1



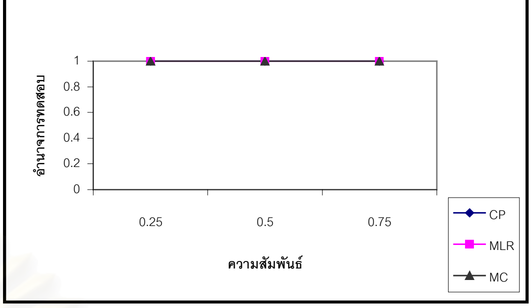
กราฟที่ 4.25 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 3x3 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



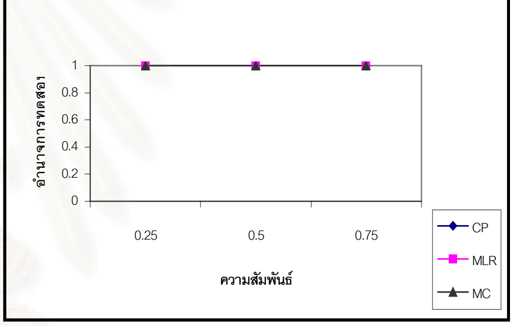
กราฟที่ 4.26 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 3x3 ขนาดตัวอย่าง 200 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



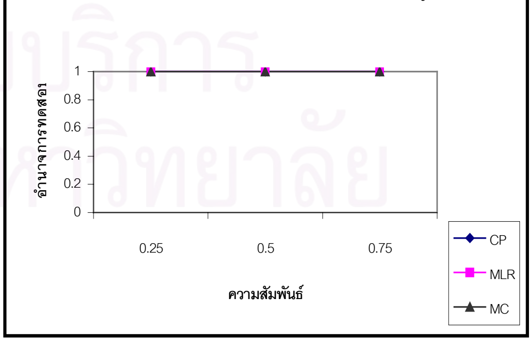
กราฟที่ 4.27 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 3x3 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



กราฟที่ 4.28 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 3x3 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.29 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 3x3 ขนาดตัวอย่าง 200 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.30 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 3x3 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

จากตารางที่ 4.12 4.13 และกราฟที่ 4.25 – 4.30

กรณีทุกระดับความสัมพันธ์ และ ทุกขนาดตัวอย่าง วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

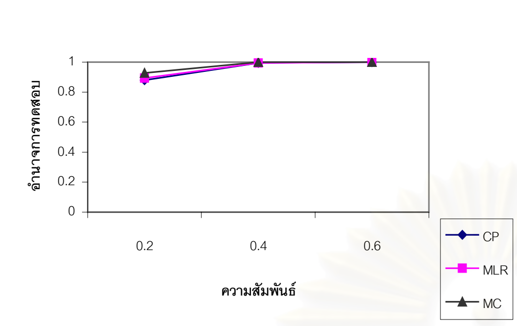
ตารางที่ 4.14 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.2	100	0.880	0.894	0.928
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.4	100	0.996	0.996	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.6	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1

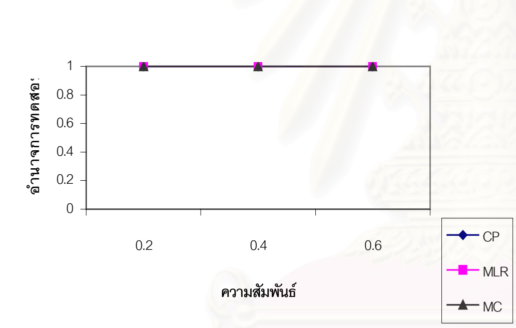
ตารางที่ 4.15 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.2	100	0.966	0.970	0.988
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.4	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.6	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1

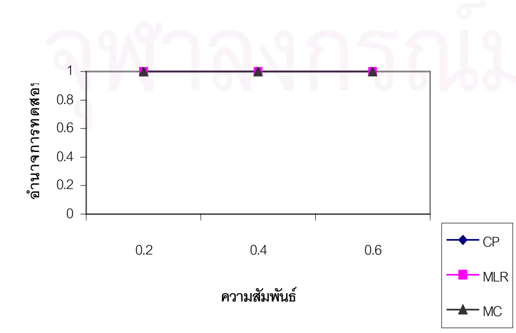
กราฟที่ 4.31 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x4 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



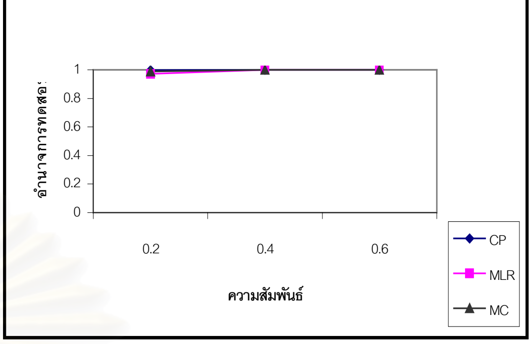
กราฟที่ 4.32 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x4 ขนาดตัวอย่าง 200 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



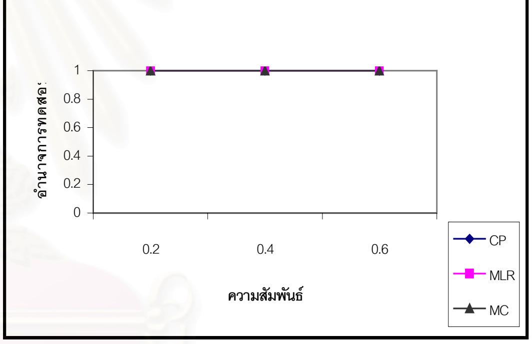
กราฟที่ 4.33 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x4 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



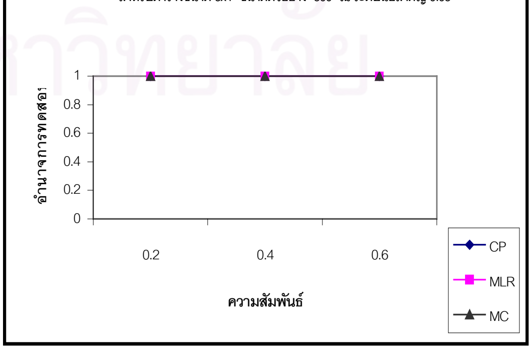
กราฟที่ 4.34 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x4 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.35 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x4 ขนาดตัวอย่าง 200 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.36 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x4 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



จากตารางที่ 4.14 และ กราฟที่ 4.31 – 4.33

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 100 วิธีการทดสอบ (MC) ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ (MLR) และวิธีการทดสอบ (CP) ให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.4 ขนาดตัวอย่าง 100 วิธีการทดสอบ (MC) ให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ (MLR) และวิธีการทดสอบ (CP) ให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

ที่กรณีระดับความสัมพันธ์ 0.2 0.4 ขนาดตัวอย่าง 200 และ 300 และ กรณีระดับความสัมพันธ์ 0.6 ทุกขนาดของตัวอย่าง ทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

จากตารางที่ 4.15 และ กราฟที่ 4.34 – 4.36

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 100 วิธีการทดสอบ(MC) ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ (MLR) และวิธีการทดสอบ(CP) ให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 200 300 และ ระดับความสัมพันธ์ 0.4 0.6 ทุกขนาดตัวอย่าง ทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและมากที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

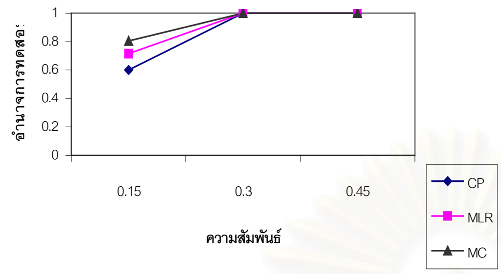
<u>ตารางที่ 4.16</u> ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.15	100	0.600	0.716	0.804
	200	0.984	0.994	1
	300	0.998	1	1
0.3	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.45	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1

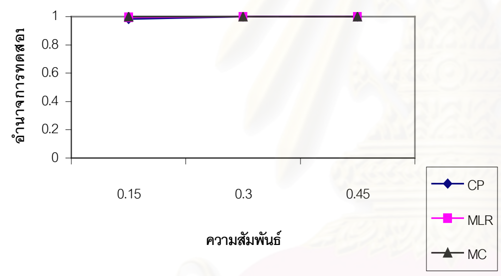
<u>ตารางที่ 4.17</u> ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.15	100	0.864	0.920	1
	200	0.996	1	1
	300	1	1	1
0.3	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1
0.45	100	1	1	1
	200	1	1	1
	300	1	1	1

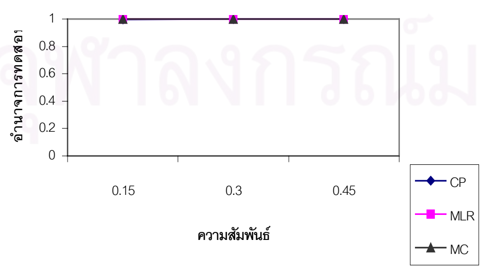
กราฟที่ 4.37 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x5 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



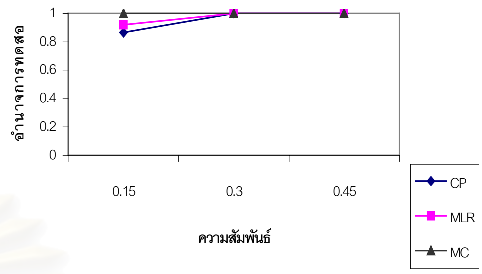
กราฟที่ 4.38 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x5 ขนาดตัวอย่าง 200 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



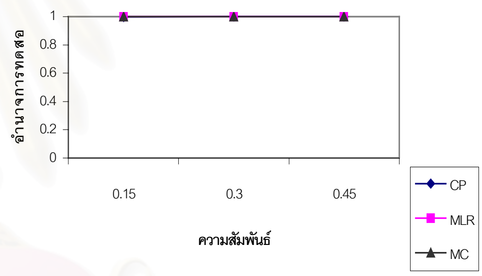
กราฟที่ 4.39 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x5 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



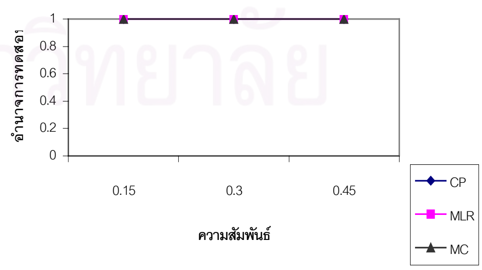
กราฟที่ 4.40 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x5 ขนาดตัวอย่าง 100 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.41 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x5 ขนาดตัวอย่าง 200 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.42 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 3x5 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



จากตารางที่ 4.16 และกราฟที่ 4.37 – 4.39

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.15 ขนาดตัวอย่าง 100 200 วิธีการทดสอบ(MC) ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ(MLR) และวิธีการทดสอบ(CP) ให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.15 ขนาดตัวอย่าง 300 วิธีการทดสอบ(MC) และ วิธีการทดสอบ(MLR) ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1 รองลงมาคือ วิธีการทดสอบ(CP) กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.3 0.45 ทุกขนาดตัวอย่าง ทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

จากตารางที่ 4.17 และกราฟที่ 4.40 – 4.42

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.15 ขนาดตัวอย่าง 100 วิธีการทดสอบ(MC) ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบ(MLR) และวิธีการทดสอบ(CP) ให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.15 ขนาดตัวอย่าง 200 วิธีการทดสอบ(MC) และ วิธีการทดสอบ(MLR) ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1 รองลงมาคือ วิธีการทดสอบ(CP) กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.15 ขนาดตัวอย่าง 300 และ กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ 0.3 0.45 ทุกขนาดตัวอย่าง ทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีแปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

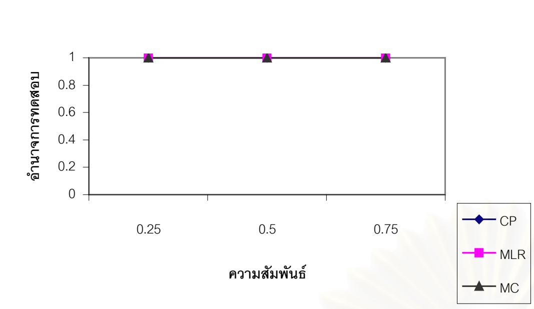
ตารางที่ 4.18 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.25	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.5	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.75	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1

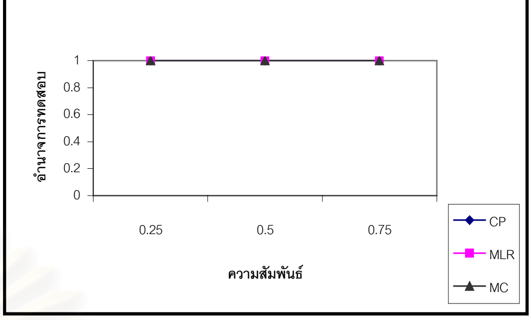
ตารางที่ 4.19 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.25	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.5	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.75	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1

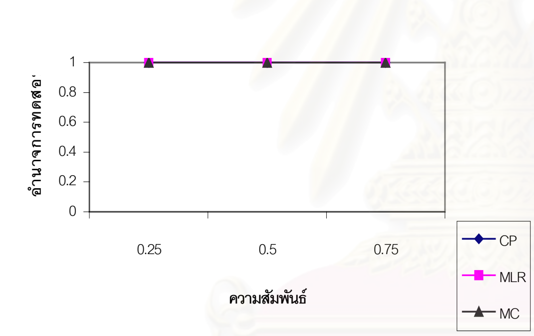
กราฟที่ 4.43 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 4x4 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



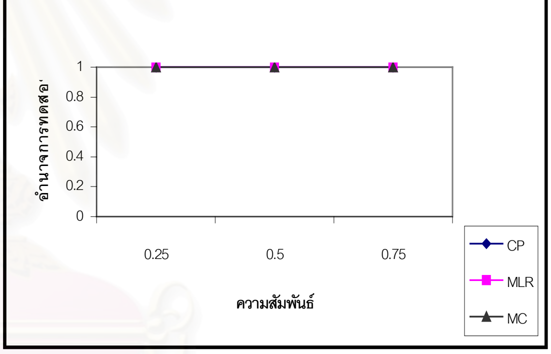
กราฟที่ 4.46 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 4x4 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



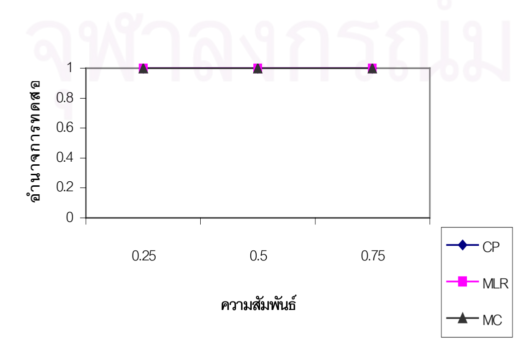
กราฟที่ 4.44 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 4x4 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



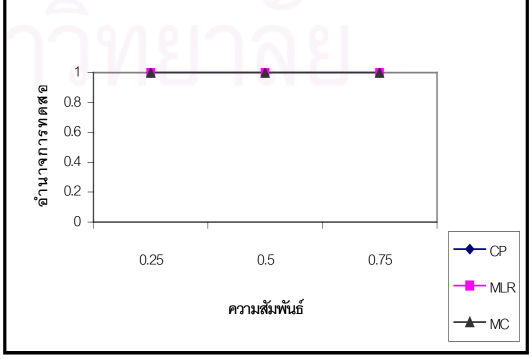
กราฟที่ 4.47 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 4x4 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.45 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 4x4 ขนาดตัวอย่าง 450 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



กราฟที่ 4.48 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 4x4 ขนาดตัวอย่าง 450 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



จากตารางที่ 4.18 4.19 **และ กราฟที่** 4.43 – 4.48

ทุกระดับสัมพันธ์ และขนาดตัวอย่าง การทดสอบทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

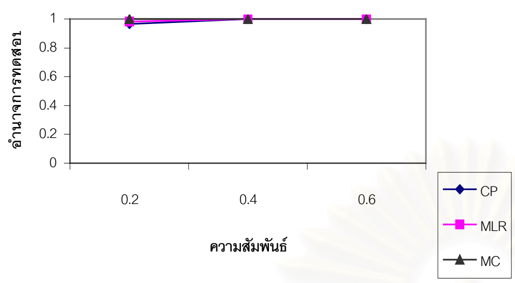
ตารางที่ 4.20 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.2	150	0.966	0.982	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.4	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.6	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1

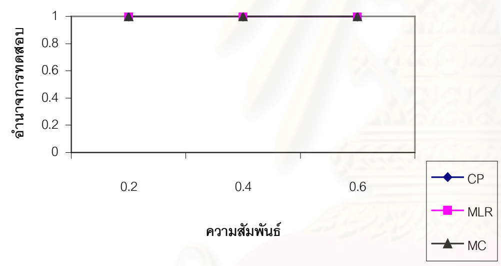
ตารางที่ 4.21 ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.2	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.4	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.6	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1

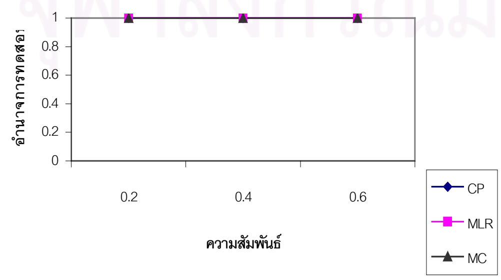
กราฟที่ 4.49 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 4x5 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



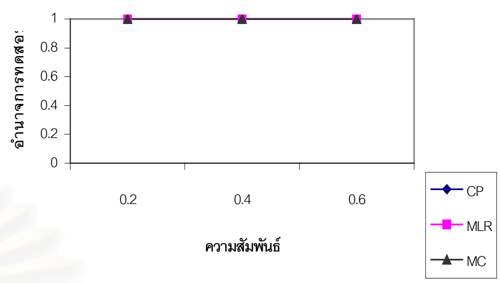
กราฟที่ 4.50 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 4x5 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



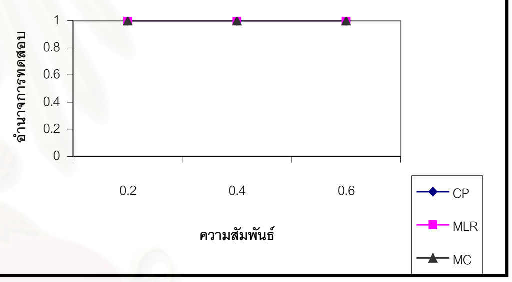
กราฟที่ 4.51 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 4x5 ขนาดตัวอย่าง 450 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



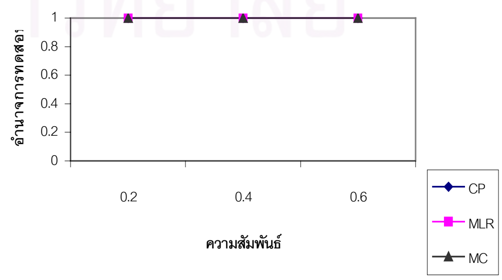
กราฟที่ 4.52 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 4x5 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.53 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 4x5 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.54 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC สำหรับตารางขนาด 4x5 ขนาดตัวอย่าง 450 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



จากตาราง 4.20 และ กราฟที่ 4.49 – 4 .51

กรณีความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 150 วิธีการทดสอบ (MC) ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมา วิธีการทดสอบ (MLR) และวิธีการทดสอบ (CP) ให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

กรณีความสัมพันธ์ 0.2 ขนาดตัวอย่าง 300 450 และ กรณีความสัมพันธ์ 0.4 0.6 ทุกขนาดตัวอย่าง ทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

อำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบ 2 วิธี คือ วิธีการทดสอบ (MLR) และวิธีการทดสอบ (CP) แปรผันตามขนาดตัวอย่างเนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้นจึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น และระดับความสัมพันธ์เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่ปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

จากตาราง 4.21 และ กราฟที่ 4.52 – 4.54

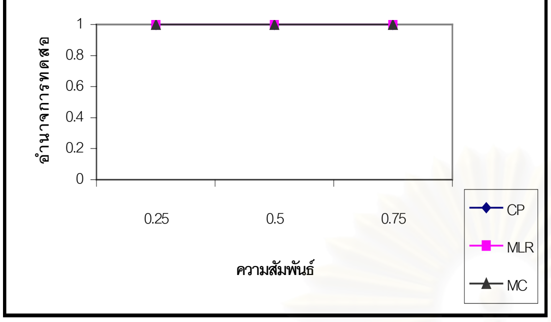
ทุกระดับสัมพันธ์ และขนาดตัวอย่าง การทดสอบทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

<u>ตารางที่ 4.22</u> ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 5x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

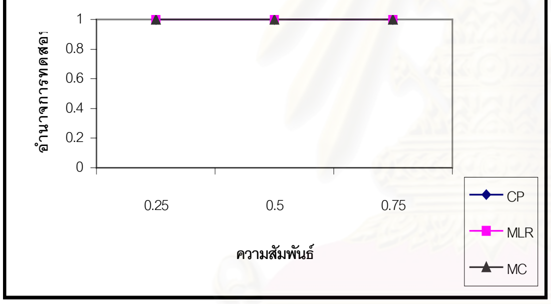
ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.25	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.5	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.75	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1

<u>ตารางที่ 4.23</u> ค่าอำนาจการทดสอบจากวิธีการทดสอบ 3 วิธี สำหรับตารางการณ์จรขนาด 5x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

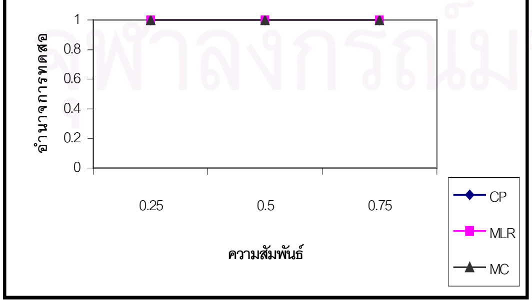
ความสัมพันธ์ (τ)	ขนาดตัวอย่าง (n)	วิธีการทดสอบ		
		CP	MLR	MC
0.25	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.5	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1
0.75	150	1	1	1
	300	1	1	1
	450	1	1	1



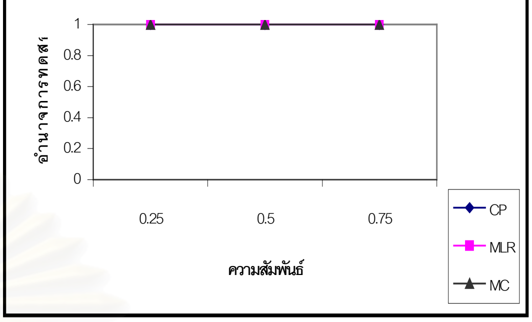
กราฟที่ 4.55 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 5x5 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



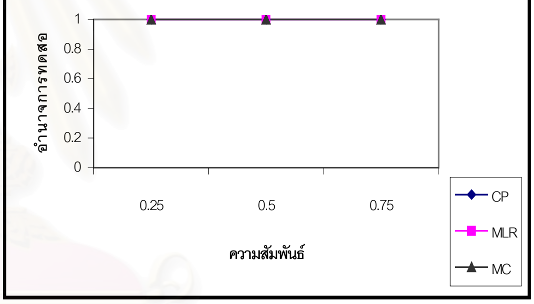
กราฟที่ 4.56 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 5x5 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



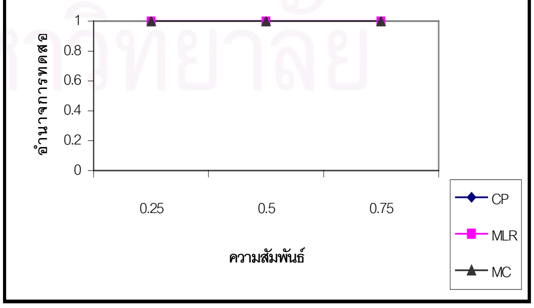
กราฟที่ 4.57 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 5x5 ขนาดตัวอย่าง 450 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01



กราฟที่ 4.58 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 5x5 ขนาดตัวอย่าง 150 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.59 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 5x5 ขนาดตัวอย่าง 300 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05



กราฟที่ 4.60 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการ CP MLR และ MC
สำหรับตารางขนาด 5x5 ขนาดตัวอย่าง 450 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

จากตาราง 4.22 4.23 และ กราฟที่ 4.55 – 4.60

ทุกระดับสัมพันธ์ และขนาดตัวอย่าง การทดสอบทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุดกล่าวคือเท่ากับ 1

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัว ของข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรซึ่งในที่นี้มี 3 วิธี คือ การทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น และวิธีการมอนติคาร์โล เพื่อหาข้อสรุปว่าตัวสถิติทดสอบตัวใดมีความเหมาะสมที่จะใช้ทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรที่มีการแจกแจงพหุนามในแต่ละสถานการณ์ ดังต่อไปนี้

1. ข้อมูลที่ใช้เป็นข้อมูลตัวแปรเชิงกลุ่ม 2 ตัวแปร โดยที่ตัวแปรแรกมี r ประเภท ตัวแปร 2 มี s ประเภท
2. จำนวนประเภทของตัวแปร คือ $2 \le r \le 5$ และ $2 \le s \le 5$
3. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระ
    - ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50 100 และ 150 สำหรับแต่และกรณี
    - ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี
    - ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี
4. ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ)
    - ตารางขนาด 2x2 3x3 4x4 และ 5x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.25 0.5 และ 0.75 สำหรับแต่ละกรณี
    - ตารางขนาด 2x3 3x4 และ 4x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.2 0.4 และ 0.6 สำหรับแต่ละกรณี
    - ตารางขนาด 2x4 และ 3x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.15 0.3 และ 0.45 สำหรับแต่ละกรณี
    - ตารางขนาด 2x5 ใช้ความสัมพันธ์ 0.1 0.2 และ 0.3
5. ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) ที่สนใจศึกษา คือ 0.01 และ 0.05

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจว่าวิธีการทดสอบใดมีความเหมาะสมสำหรับใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัว ภายใต้สถานการณ์ต่างๆจะพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี โดยสร้างแบบจำลองข้อมูลตามสถานการณ์ต่างๆ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ทำการทดลองซ้ำ 500 ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งมีการกระทำจำนวนรอบของวิธีมอนติคาร์โลซ้ำเท่ากับ 300 ครั้งและเขียนโปรแกรมด้วยโปรแกรม S-PLUS 2000 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการทดลอง

5.1.1 การเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1

จากการทดลองพบว่า ในทุกกรณีศึกษาสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตารางการณ์จรและขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบ(α) มีค่า 0.01 และ 0.05

5.1.2 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวแปรที่มีการแจกแจงพหุนาม

การพิจารณาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะดำเนินการกับตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้เท่านั้น แต่เนื่องจากวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในทุกกรณีศึกษา ทำให้ไม่ต้องตัดวิธีการทดสอบใดออก ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้

5.2 การเลือกวิธีการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละสถานการณ์

ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

ผู้วิจัยแสดงวิธีทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา ไว้ในตารางที่ 5.1 โดยใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

τ หมายถึง ระดับความสัมพันธ์

CP หมายถึง วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน

MLR หมายถึง วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น

MC หมายถึง วิธีการทดสอบมอนติคาร์โล

ตารางที่ 5.2.1 วิธีการทดสอบที่เหมาะสมที่สุด จำแนกตามขนาดตาราง ขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ และ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
2x2	0.25	50	MC	MC
		100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.5	50	MC	MC
		100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.75	50	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
2x3	0.2	50	MC	MC
		100	MC	MC
		150	MC	MC
	0.4	50	MC	CP,MLR,MC
		100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.6	50	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
2x4	0.15	50	MC	MC
		100	MC	MC
		150	MC	MLR,MC
	0.30	50	MLR	MC
		100	MC	MC
		150	MC	CP,MLR,MC
	0.45	50	MLR	MLR
		100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
2x5	0.1	50	MC	MC
		100	MC	MC
		150	MC	MC
	0.2	50	MC	MC
		100	MC	MC
		150	MC	CP,MLR,MC
	0.3	50	MLR,MC	MC
		100	MLR,MC	CP,MLR,MC
		150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
3x3	0.25	100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		200	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.50	100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		200	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.75	100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		200	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
3x4	0.2	100	MC	MC
		200	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.4	100	MC	CP,MLR,MC
		200	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.6	100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		200	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
3x5	0.15	100	MC	MC
		200	MC	MLR,MC
		300	MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.30	100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		200	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.45	100	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		200	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
4X4	0.25	150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.50	150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.75	150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
4x5	0.2	150	MC	MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.4	150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.5	150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

ขนาดตาราง	ความสัมพันธ์	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบที่เหมาะสม	
			0.01	0.05
5X5	0.25	150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.50	150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
	0.75	150	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		300	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC
		450	CP,MLR,MC	CP,MLR,MC

จากตารางที่ 5.2.1 ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า

1. วิธีการทดสอบมอนติคาร์โลมีแนวโน้มที่จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือวิธีการทดสอบอัตราส่วนควรจะเป็น และวิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สันให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำสุด
2. กรณีที่ตารางการณ์จรเป็นแบบจัตุรัส

   ส่วนใหญ่วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันและมีค่าเท่ากับ 1 ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.25 และ 0.5 วิธีการทดสอบมอนติคาร์โลจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด
3. กรณีที่ตารางการณ์จรไม่เป็นแบบจัตุรัส

   ค่าอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี แปรผันตามปัจจัยดังนี้ โดยเรียงจากมากไปน้อยตามลำดับ ได้แก่

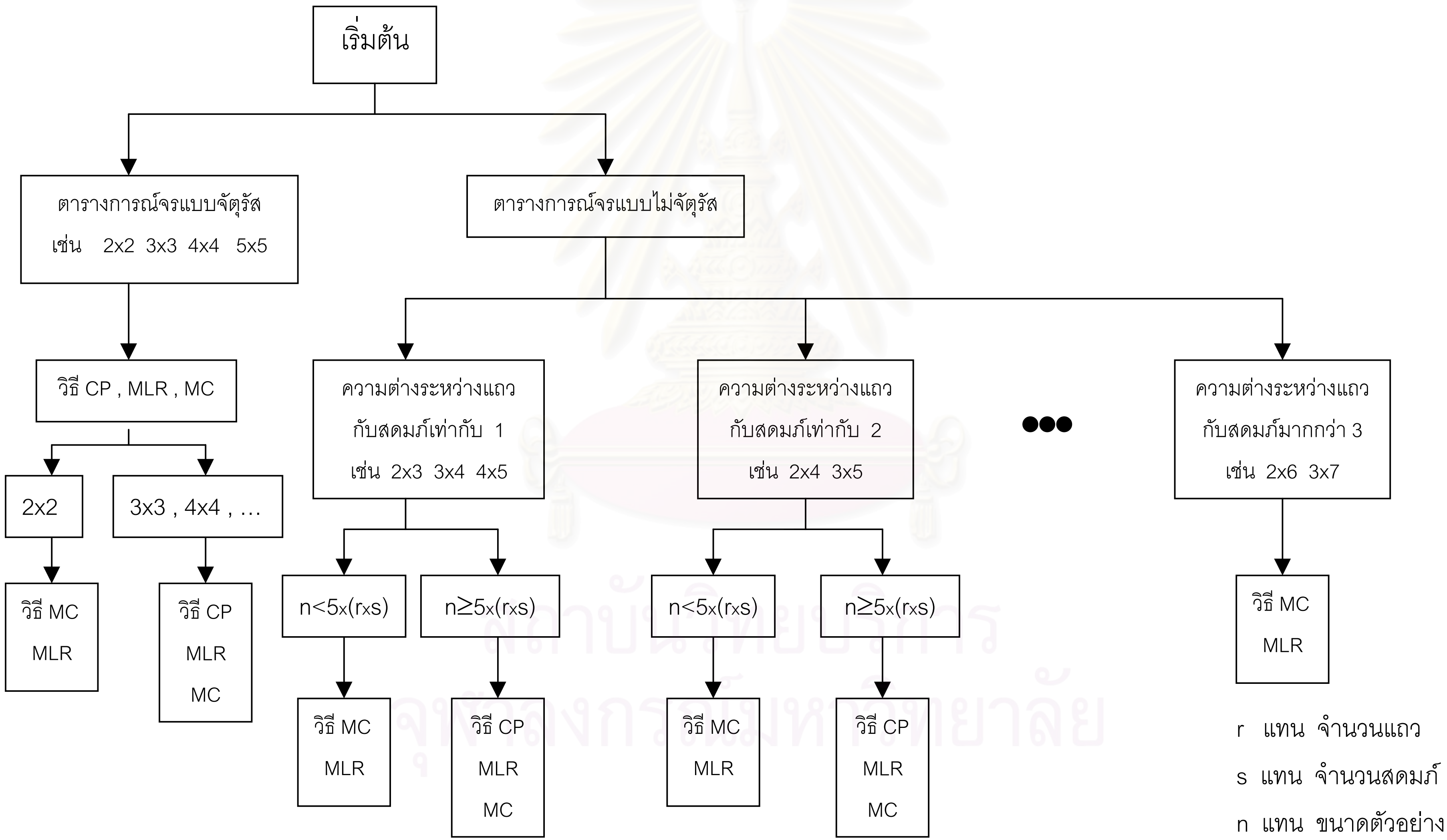
   ก. ขนาดตัวอย่าง เนื่องจากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น จึงทำให้สามารถอธิบายประชากรได้ชัดเจนขึ้น

   ข. ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล เนื่องจากเมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นค่าผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังจะเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าตัวสถิติ χ^2, G^2 มีค่ามากขึ้น และ ค่า p-value จากวิธีมอนติคาร์โลมีค่าลดลงจึงมีผลให้โอกาสที่จะปฏิเสธ H_0 มีค่าเพิ่มมากขึ้น

   ค. ระดับนัยสำคัญ (α) คือ P_{H_0} (ปฏิเสธ H_0) เนื่องจาก เมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น โอกาสที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่างมีมากขึ้น นั่นคือ ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 (α) สูงขึ้น ทำให้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 (β) ลดลง ดังนั้นค่าอำนาจการทดสอบ $(1-\beta)$จึงมีค่าสูงขึ้น

   แต่ค่าอำนาจของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี แปรผกผันกับความแตกต่างระหว่างแถวกับสดมภ์ เนื่องจากผลต่างระหว่างแถวกับสดมภ์มีความสัมพันธ์กับระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล กล่าวคือเมื่อผลต่างระหว่างแถวกับสดมภ์เพิ่มขึ้นจะทำให้ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลลดลง

รูปที่ 5.1 แสดงผังการเลือกวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่าง 2 ตัวแปรที่มีการแจกแจงพหุนาม



5.2 ข้อเสนอแนะ

1. จากผลการทดลองพบว่า วิธีการทดสอบมอนติคาร์โล(MC) มีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าวิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน (CP) และ วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น (MLR) เนื่องจากวิธีการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนควรจะเป็นซึ่งได้จากการแจกแจงของตัวอย่าง ส่วนวิธีการทดสอบอัตราส่วนควรจะเป็นซึ่งใช้ตัวสถิติ G^2 ซึ่งคำนวณจากฟังก์ชันควรจะเป็นสูงสุด และวิธีการไคกำลังเพียร์สัน χ^2 ซึ่งเป็นตัวประมาณของ G^2 อีกทีหนึ่ง
2. ในการเลือกใช้วิธีการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูล 2 ตัวแปร เมื่อประชากรมีการแจกแจงพหุนาม ที่เหมาะสมสำหรับแต่ละกรณีศึกษาแล้ว ผู้วิจัยคิดว่าควรจะคำนึงถึงวัตถุประสงค์หลักและลักษณะของเรื่องที่ศึกษาด้วย ถ้าเรื่องที่ศึกษามีความสำคัญมากก็ควรใช้วิธีการทดสอบที่ให้อำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด แต่ถ้าผู้ใช้มีข้อจำกัดเกี่ยวกับระยะเวลาที่ทำการศึกษาก็อาจจะเลือกใช้วิธีที่มีประสิทธิภาพรองลงมาแต่ใช้ระยะเวลาในการคำนวณน้อยกว่า ซึ่งในบางกรณีวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีมีประสิทธิภาพเท่ากัน เช่น ตารางการณ์จรขนาด 3x3 การทดสอบทั้ง 3 วิธีจะให้อำนาจการทดสอบเท่ากันและสูงที่สุด ดังนั้นจึงควรเลือกใช้วิธีทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน หรือวิธีการทดสอบอัตราส่วนควรจะเป็นแทนวิธีการมอนติคาร์โลที่ซับซ้อนกว่าและใช้เวลาในการคำนวณมากกว่า หรือกรณีที่ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน เช่น ตารางที่มีขนาดแถวและสดมภ์ต่างกันมากๆ วิธีการมอนติคาร์โลจะเสียเวลาในการคำนวณมากกว่าตารางที่มีลักษณะแบบจัตุรัส ควรเลือกใช้วิธีการอัตราส่วนควรจะเป็นแทนวิธีการมอนติคาร์โล
3. ข้อมูลในตารางการณ์จรทั่วไปเป็นข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางสมบูรณ์ (complete tables) คือ ข้อมูลของทุกเซลไม่เป็นศูนย์ ในกรณีเช่นนี้อาจไม่เป็นจริงเสมอไป เนื่องจากในบางกรณีข้อมูลที่กำลังศึกษาอยู่อาจมีบางเซลเป็นศูนย์ เนื่องจาก structural-zero cell คือ เป็นกรณีที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้ เช่น จำนวนเพศชายที่เจ็บป่วยด้วยสาเหตุจากการมีรอบเดือน นอกจากนี้เซลอาจเป็นศูนย์ได้ในกรณีของ random zeros or sampling zeros ซึ่งโดยทั่วไปอาจเนื่องมาจากขนาดของตัวอย่างรวมนั้นไม่ใหญ่พอ หรือจำนวนเซลทั้งหมดมีมากเกินไป ถ้าเลือกใช้วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน ซึ่งมีข้อจำกัดของข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ ถ้าผู้ใช้งานมองข้ามข้อจำกัดเหล่านี้แล้วอาจทำให้ผลการทดสอบผิดพลาดจากความเป็นจริงได้ ควรเลือกใช้วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็นหรือวิธีการมอนติคาร์โลซึ่งไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับความถี่ในแต่ละเซล ขนาดตัวอย่างหรือขนาดของตารางการณ์จร

4. จากผลการทดลองพบว่าถ้าตารางการณ์จรแบบจัตุรัส (square contingency table) การทดสอบความเป็นอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ผลการทดสอบเท่าๆกันและให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด ซึ่ง Everitt (1992) กล่าวว่าอาจเกิดขึ้นจาก 3 กรณีคือ
    1. เมื่อตัวแปรเชิงกลุ่ม (categorical variables) โดยทั่วไปเป็นแบบ nominal ถูกแบ่งด้วยสาเหตุสำคัญที่คล้ายคลึงกัน 2 ประการ เช่น ความสามารถ 2 ระดับที่วัดด้วยตาข้างซ้ายและข้างขวา
    2. ตัวอย่างแบบเป็นคู่ เช่น สามีภรรยา ถูกแบ่งด้วยสาเหตุต่างๆ ในรูปแบบของตารางการณ์จรขนาด ($r \times s$) เมื่อ $r=s$
    3. เมื่อมีผู้ประเมิน 2 คนทำการประเมิน โดยแบ่งผู้ถูกประเมินออกเป็นกลุ่มๆ (categorical)

จากคำกล่าวอ้างของ Everitt (1992) และผลการทดลองของผู้วิจัย พบว่าถ้าตารางการณ์จรแบบจัตุรัสสิ่งที่น่าสนใจในการทดสอบสมมติฐานไม่น้อยไปกว่าการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูล คือการทดสอบความสมมาตร (testing for symmetry) และการทดสอบความคล้ายคลึงของมาร์จินัล (testing for marginal homogeneity)

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2536.

นริศรา วิเชียรเจริญ. การทดสอบความเป็นอิสระแบบเบส์สำหรับการแจกแจงพหุนามโดยใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

วีรานันท์ พงศาภักดี. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่ม : ทฤษฎีการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. นครปฐม : ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตสนามจันทร์ , 2541.

สุวิมล มั่นมงคล. การศึกษาเปรียบเทียบการทดสอบความเป็นอิสระโดยใช้ตัวแบบลอกการิทึมเชิงเส้นตรงและการทดสอบแบบไคสแควร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.

สายชล สินสมบูรณ์ . สถิติเบื้องต้น . ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง , 2544.

ภาษาอังกฤษ

Agresti, A. Analysis of ordinal categorical data. New York : John Wiley and Sons, 1984.

Agresti, A. Categorical Data Analysis. New York : John Wiley and Sons, 1990.

Bishop Fienberg and Holland. Discrete Multivariate Analysis . Cambridge , Massachusetts and London , England , 1975.

Everilt B.S. The Analysis of Contingency Tables. London : Chapman & Hall.

Graham J.G. Upton . The Analysis of Cross-tabulated Data. University of Essex,1980.

Manly , Bryan F.J. . Randomization , Bootstap and Monte Carlo method in Biology {Second Edition} . (n.p.) : Chapman&Hall , (n.d.).

Rubinstein , R.Y . Simulation and the Monte Carlo Method. New York : John Wiley , 1981.

ภาคผนวก

ตัวอย่างการทดสอบสมมติฐานความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวแปรที่มีการแจกแจงพหุนาม

ตัวอย่าง เพื่อทดสอบว่าการฉีดวัคซีนช่วยป้องกันให้วัวพ้นจากการเป็นวัณโรคหรือไม่ จึงได้ลองฉีดให้วัวบางตัว แล้วเปรียบเทียบผลกับวัวที่ไม่ได้รับการฉีดปรากฏผลดังนี้

	เป็นวัณโรค	ไม่เป็นวัณโรค	รวม
ได้รับการฉีดวัคซีน	9	13	22
ไม่ได้รับการฉีดวัคซีน	9	19	28
รวม	18	32	50

สมมติฐานในการทดสอบ

H_0 : วัคซีนไม่มีผลในการช่วยป้องกันวัวให้พ้นจากการเป็นวัณโรค

เทียบกับ H_1 : วัคซีนมีผลในการช่วยป้องกันวัวให้พ้นจากการเป็นวัณโรค

วิธีการทดสอบ

1. วิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{s}\sum_{i=1}^{r}\frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

$$= \frac{\left(9-\left(\frac{22x\,18}{50}\right)\right)^2}{\frac{22x\,8}{50}} + \frac{\left(13-\left(\frac{22x\,32}{50}\right)\right)^2}{\frac{22x\,32}{50}} + \frac{\left(9-\left(\frac{28x\,32}{50}\right)\right)^2}{\frac{28x\,32}{50}} + \frac{\left(19-\left(\frac{28x\,32}{50}\right)\right)^2}{\frac{28x\,32}{50}}$$

$$= 0.411$$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ $d.f = (2-1)(2-1) = 1$ ค่า χ^2 ที่เปิดได้จากตาราง = 3.84

ค่า $\chi^2 = 0.411$ มีค่าน้อยกว่า 3.84 จึงปฏิเสธสมมติฐานว่าง

แสดงว่า วัคซีนไม่มีผลในการช่วยป้องกันวัวให้พ้นจากการเป็นวัณโรค

2. วิธีการทดสอบด้วยอัตราส่วนควรจะเป็น

$$\Lambda = -2\ln\lambda = 2\sum_{ij} x_{ij}\ln\left(\frac{x_{ij}}{\frac{x_{i.}x_{.j}}{n}}\right)$$

$$= 2\left[9\ln\left(\frac{9}{\frac{22x18}{50}}\right) + 13\ln\left(\frac{13}{\frac{22x32}{50}}\right) + 9\ln\left(\frac{9}{\frac{18x28}{50}}\right) + 19\ln\left(\frac{19}{\frac{28x32}{50}}\right)\right]$$

$$= 0.410$$

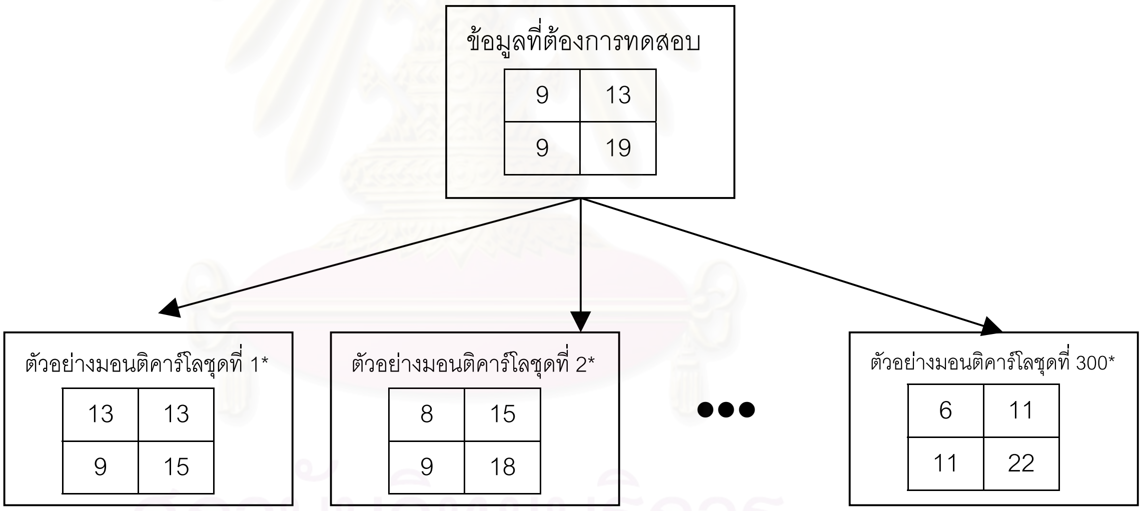
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ $d.f = (2-1)(2-1) = 1$ ค่า χ^2 ที่เปิดได้จากตาราง = 3.84

ค่า $\chi^2 = 0.410$ มีค่าน้อยกว่า 3.84 จึงปฏิเสธสมมติฐานว่าง

แสดงว่า วัคซีนไม่มีผลในการช่วยป้องกันวัวให้พ้นจากการเป็นวัณโรค

3. วิธีการทดสอบมอนติคาร์โล

$$p-value = \frac{\text{¨Ó¹Ç¹}\left(\Lambda^* \le \Lambda\right)}{N}$$



การคำนวณหาค่า p-value จากข้อมูลข้างต้น มีวิธีการดังนี้

คำนวณหาค่า Λ จากสูตร

$$\Lambda = 2\sum_{ij} x_{ij}\ln\left(\frac{x_{ij}}{\frac{x_{i.}x_{.j}}{n}}\right)$$

$$\Lambda = 2\left[9\ln\left(\frac{9}{\frac{22x18}{50}}\right) + 13\ln\left(\frac{13}{\frac{22x32}{50}}\right) + 9\ln\left(\frac{9}{\frac{18x28}{50}}\right) + 19\ln\left(\frac{19}{\frac{28x32}{50}}\right)\right] = 0.410$$

$$\Lambda_1^* = 2\left[13\ln\left(\frac{13}{\frac{26\,x\,22}{50}}\right)+13\ln\left(\frac{13}{\frac{26\,x\,28}{50}}\right)+9\ln\left(\frac{9}{\frac{24\,x\,22}{50}}\right)+15\ln\left(\frac{15}{\frac{24\,x\,28}{50}}\right)\right] = 0.794$$

$$\Lambda_2^* = 2\left[8\ln\left(\frac{8}{\frac{23\,x\,17}{50}}\right)+15\ln\left(\frac{15}{\frac{23\,x\,33}{50}}\right)+9\ln\left(\frac{9}{\frac{27\,x\,17}{50}}\right)+18\ln\left(\frac{18}{\frac{27\,x\,33}{50}}\right)\right] = 0.012$$

N

$$\Lambda_{300}^* = 2\left[6\ln\left(\frac{6}{\frac{17\,x\,17}{50}}\right)+11\ln\left(\frac{11}{\frac{17\,x\,33}{50}}\right)+11\ln\left(\frac{11}{\frac{17\,x\,33}{50}}\right)+22\ln\left(\frac{22}{\frac{33\,x\,33}{50}}\right)\right] = 0.019$$

$$p-value = \frac{\text{¨Ó¹Ç¹}\left(\Lambda^* \le \Lambda\right)}{N} = 0.026$$

ค่า p-value มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ 0.05 ปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่า วัคซีนไม่มีผลในการช่วยป้องกันวัวให้พ้นจากการเป็นวัณโรค

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ส่วนที่ 1 โปรแกรมการคำนวณการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่าง 2 ตัวแปร ที่มีการแจกแจงพหุนาม เมื่อตารางการณ์จรขนาด 2x2 เมื่อตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน

/* กำหนดสถานการณ์ต่างๆ

n_50 # ขนาดตัวอย่าง #

tablechi05_3.84 # ค่า χ^2 ที่ระดับความเป็นเสรีเท่ากับ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

tablechi01_6.63 # ค่า χ^2 ที่ระดับความเป็นเสรีเท่ากับ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 #

loopin_300 # กำหนดจำนวนรอบเพื่อหาค่า p-value โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล #

loopout_500 # กำหนดจำนวนรอบเพื่อหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดชนิดที่ 1 และ อำนาจการทดสอบ #

```
sig01chi_array(,dim=c(1,loopout))
sig05chi_array(,dim=c(1,loopout))
sig01ratio_array(,dim=c(1,loopout))
sig05ratio_array(,dim=c(1,loopout))
mpvalue_array(,dim=c(1,loopout))
ppvalue01_array(,dim=c(1,loopout))
ppvalue05_array(,dim=c(1,loopout))
```

/* ฟังก์ชันที่ใช้ในการสุ่มค่าความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวและหลัก

```
mp11_runif(1,0.19,0.8)
mgp11_round(mp11,1)
mgp12_1-mgp11
mp21_runif(1,0.19,0.8)
mgp21_round(mp21,1)
mgp22_1-mgp21
```

/* ฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณความน่าจะเป็นร่วมของแต่ละเซลในตารางเมื่อข้อมูลเป็นอิสระต่อกัน

```
p11_mgp11xmgp21
p12_mgp11xmgp22
p21_mgp21xmgp12
p22_mgp22xmgp12
```

/* ฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณความน่าจะเป็นในแต่ละเซลเพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบโดยวิธีการมอนติคาร์โล

```
c11_mgp11xmgp21
c12_mgp11xmgp22
c21_mgp21xmgp12
c22_mgp22xmgp12
```

/* ฟังก์ชันในการสร้างชุดข้อมูลที่มีการแจกแจงพหุนาม

```
for(b in 1:loopout)
{
k_runif(n,0,1)
a1_ifelse(k<p11,1,0)
a2_ifelse(k>=p11&k<p11+p12,1,0)
a3_ifelse(k>=p11+p12&k<p11+p12+p21,1,0)
a4_ifelse(k>=p11+p12+p21&k<p11+p12+p21+p22,1,0)
obs11_sum(a1)
obs12_sum(a2)
obs21_sum(a3)
obs22_sum(a4)

cr1_ifelse(k<c11,1,0)
cr2_ifelse(k>=c11&k<c11+c12,1,0)
cr3_ifelse(k>=c11+c12&k<c11+c12+c21,1,0)
cr4_ifelse(k>=c11+c12+c21&k<c11+c12+c21+c22,1,0)
cri11_sum(cr1)
cri12_sum(cr2)
cri21_sum(cr3)
cri22_sum(cr4)
```

/* ฟังก์ชันในการเช็คข้อมูลที่สร้างขึ้นเพื่อไม่ให้เซลใดเซลหนึ่งมีค่าเท่ากับ 0 ตามเงื่อนไขการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน

```
while(obs11<1|obs12<1|obs21<1|obs22<1)
{
```

```
k_runif(n,0,1)
a1_ifelse(k<p11,1,0)
a2_ifelse(k>=p11&k<p11+p12,1,0)
a3_ifelse(k>=p11+p12&k<p11+p12+p21,1,0)
a4_ifelse(k>=p11+p12+p21&k<p11+p12+p21+p22,1,0)

obs11_sum(a1)
obs12_sum(a2)
obs21_sum(a3)
obs22_sum(a4)

cr1_ifelse(k<c11,1,0)
cr2_ifelse(k>=c11&k<c11+c12,1,0)
cr3_ifelse(k>=c11+c12&k<c11+c12+c21,1,0)
cr4_ifelse(k>=c11+c12+c21&k<c11+c12+c21+c22,1,0)

cri11_sum(cr1)
cri12_sum(cr2)
cri21_sum(cr3)
cri22_sum(cr4)
}

/* ฟังก์ชันทดสอบสมมติฐานโดยวิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน
expectp11_((obs11+obs12)*(obs11+obs21))/n
expectp12_((obs11+obs12)*(obs12+obs22))/n
expectp21_((obs11+obs21)*(obs21+obs22))/n
expectp22_((obs12+obs22)*(obs21+obs22))/n

chi11_((obs11-expectp11)^2)/expectp11
chi12_((obs12-expectp12)^2)/expectp12
chi21_((obs21-expectp21)^2)/expectp21
chi22_((obs22-expectp22)^2)/expectp22

chisquare_chi11+chi12+chi21+chi22
chisquare
```

```
sig05chi[,b]_ifelse(chisquare>tablechi05,1,0)
sig01chi[,b]_ifelse(chisquare>tablechi01,1,0)

/* ฟังก์ชันทดสอบสมมติฐานโดยวิธีการทดสอบอัตราส่วนภาวะควรจะเป็น

ratio11_obs11*(log(obs11/expectp11))
ratio12_obs12*(log(obs12/expectp12))
ratio21_obs21*(log(obs21/expectp21))
ratio22_obs22*(log(obs22/expectp22))
ratio_2*(ratio11+ratio12+ratio21+ratio22)

sig05ratio[,b]_ifelse(ratio>tablechi05,1,0)
sig01ratio[,b]_ifelse(ratio>tablechi01,1,0)

/* ฟังก์ชันทดสอบสมมติฐานโดยวิธีการทดสอบมอนติคาร์โล

#biglimda#
expcri11_((cri11+cri12)*(cri11+cri21))/n
expcri12_((cri11+cri12)*(cri12+cri22))/n
expcri21_((cri11+cri21)*(cri21+cri22))/n
expcri22_((cri12+cri22)*(cri21+cri22))/n

blimda11_cri11*(log(cri11/expcri11))
blimda12_cri12*(log(cri12/expcri12))
blimda21_cri21*(log(cri21/expcri21))
blimda22_cri22*(log(cri22/expcri22))
biglimda_2*(blimda11+blimda12+blimda21+blimda22)


probobs11_obs11/n
probobs12_obs12/n
probobs21_obs21/n
probobs22_obs22/n
```

```
limda_array(,dim=c(1,loopin))
for(m in 1:loopin)
{
runmonte_runif(n,0,1)
b11_ifelse(runmonte<probobs11,1,0)
b12_ifelse(runmonte>=probobs11&runmonte<probobs11+probobs12,1,0)
b21_ifelse(runmonte>=probobs11+probobs12&runmonte<probobs11+probobs12+probobs21,1,0)
b22_ifelse(runmonte>=probobs11+probobs12+probobs21&runmonte<probobs11+probobs12+prob
        obs21+probobs22,1,0)
countb11_sum(b11)
countb12_sum(b12)
countb21_sum(b21)
countb22_sum(b22)

while(countb11<1|countb12<1|countb21<1|countb22<1)
{
runmonte_runif(n,0,1)
b11_ifelse(runmonte<probobs11,1,0)
b12_ifelse(runmonte>=probobs11&runmonte<probobs11+probobs12,1,0)
b21_ifelse(runmonte>=probobs11+probobs12&runmonte<probobs11+probobs12+probobs21,1,0)
b22_ifelse(runmonte>=probobs11+probobs12+probobs21&runmonte<probobs11+probobs12+prob
        obs21+probobs22,1,0)
countb11_sum(b11)
countb12_sum(b12)
countb21_sum(b21)
countb22_sum(b22)
}

lim11_countb11*(log(countb11/(((countb11+countb12)*(countb11+countb21))/n)))
lim12_countb12*(log(countb12/(((countb12+countb11)*(countb12+countb22))/n)))
lim21_countb21*(log(countb21/(((countb21+countb11)*(countb21+countb22))/n)))
lim22_countb22*(log(countb22/(((countb22+countb12)*(countb22+countb21))/n)))
multilim_2*(lim11+lim12+lim21+lim22)
limda[,m]_multilim
```

```
}
limda

count_ifelse(limda<biglimda,1,0)
sumcount_sum(count)
sumcount
mpvalue[,b]_sumcount/loopin
mpvalue
ppvalue05_ifelse(mpvalue<0.05,1,0)
ppvalue05
ppvalue01_ifelse(mpvalue<0.01,1,0)
ppvalue01
}
#proportion chi-square05#
pvalue05chi_sum(sig05chi)
probvalue05chi_pvalue05chi/loopout
probvalue05chi

#proportion chi-square01#
pvalue01chi_sum(sig01chi)
probvalue01chi_pvalue01chi/loopout
probvalue01chi

#proportion ratio05#
pvalue05ratio_sum(sig05ratio)
probvalue05ratio_pvalue05ratio/loopout
probvalue05ratio

#proportion ratio01#
pvalue01ratio_sum(sig01ratio)
probvalue01ratio_pvalue01ratio/loopout
probvalue01ratio
#propottion monte-carlo05#
pppvalue05_sum(ppvalue05)
probpvalue05_pppvalue05/loopout
```

```
probpvalue05

#propottion monte-carlo01#
pppvalue01_sum(ppvalue01)
probpvalue01_pppvalue01/loopout
probpvalue01
```

<u>ส่วนที่ 2</u> โปรแกรมการคำนวณการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่าง 2 ตัวแปร ที่มีการแจกแจงพหุนาม เมื่อตารางการณ์จรขนาด 2x2 เมื่อตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน

/* กำหนดสถานการณ์ต่างๆ

n_50 # ขนาดตัวอย่าง #

tablechi05_3.84 # ค่า χ^2 ที่ระดับความเป็นเสรีเท่ากับ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

tablechi01_6.63 # ค่า χ^2 ที่ระดับความเป็นเสรีเท่ากับ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 #

loopin_300 # กำหนดจำนวนรอบเพื่อหาค่า p-value โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล #

loopout_500 # กำหนดจำนวนรอบเพื่อหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดชนิดที่ 1 และ อำนาจการทดสอบ #

sig01chi_array(,dim=c(1,loopout))

sig05chi_array(,dim=c(1,loopout))

sig01ratio_array(,dim=c(1,loopout))

sig05ratio_array(,dim=c(1,loopout))

mpvalue_array(,dim=c(1,loopout))

ppvalue01_array(,dim=c(1,loopout))

ppvalue05_array(,dim=c(1,loopout))

/* กำหนดค่าความน่าจะเป็นในแต่ละเซลภายใต้ H_1

p11_0.0635

p12_0.4365

p21_0.4365

p22_0.0635

/* กำหนดค่าความน่าจะเป็นในแต่ละเซลภายใต้ H_0

c11_0.25

c12_0.25

c21_0.25

c22_0.25

/* ฟังก์ชันในการสร้างชุดข้อมูลที่มีการแจกแจงพหุนาม

for(b in 1:loopout)

{

```
k_runif(n,0,1)
a1_ifelse(k<p11,1,0)
a2_ifelse(k>=p11&k<p11+p12,1,0)
a3_ifelse(k>=p11+p12&k<p11+p12+p21,1,0)
a4_ifelse(k>=p11+p12+p21&k<p11+p12+p21+p22,1,0)
obs11_sum(a1)
obs12_sum(a2)
obs21_sum(a3)
obs22_sum(a4)

cr1_ifelse(k<c11,1,0)
cr2_ifelse(k>=c11&k<c11+c12,1,0)
cr3_ifelse(k>=c11+c12&k<c11+c12+c21,1,0)
cr4_ifelse(k>=c11+c12+c21&k<c11+c12+c21+c22,1,0)
cri11_sum(cr1)
cri12_sum(cr2)
cri21_sum(cr3)
cri22_sum(cr4)

/* ฟังก์ชันในการเช็คข้อมูลที่สร้างขึ้นเพื่อไม่ให้เซลใดเซลหนึ่งมีค่าเท่ากับ 0 ตามเงื่อนไขการทดสอบ
  ไคกำลังสองเพียร์สัน
while(obs11<1|obs12<1|obs21<1|obs22<1)
{
k_runif(n,0,1)
a1_ifelse(k<p11,1,0)
a2_ifelse(k>=p11&k<p11+p12,1,0)
a3_ifelse(k>=p11+p12&k<p11+p12+p21,1,0)
a4_ifelse(k>=p11+p12+p21&k<p11+p12+p21+p22,1,0)
obs11_sum(a1)
obs12_sum(a2)
obs21_sum(a3)
obs22_sum(a4)
```

```
cr1_ifelse(k<c11,1,0)
cr2_ifelse(k>=c11&k<c11+c12,1,0)
cr3_ifelse(k>=c11+c12&k<c11+c12+c21,1,0)
cr4_ifelse(k>=c11+c12+c21&k<c11+c12+c21+c22,1,0)
cri11_sum(cr1)
cri12_sum(cr2)
cri21_sum(cr3)
cri22_sum(cr4)
}

/* ฟังก์ชันทดสอบสมมติฐานโดยวิธีการทดสอบไคกำลังสองเพียร์สัน
expectp11_((obs11+obs12)*(obs11+obs21))/n
expectp12_((obs11+obs12)*(obs12+obs22))/n
expectp21_((obs11+obs21)*(obs21+obs22))/n
expectp22_((obs12+obs22)*(obs21+obs22))/n

chi11_((obs11-expectp11)^2)/expectp11
chi12_((obs12-expectp12)^2)/expectp12
chi21_((obs21-expectp21)^2)/expectp21
chi22_((obs22-expectp22)^2)/expectp22

chisquare_chi11+chi12+chi21+chi22
chisquare

sig05chi[,b]_ifelse(chisquare>tablechi05,1,0)
sig01chi[,b]_ifelse(chisquare>tablechi01,1,0)

/* ฟังก์ชันทดสอบสมมติฐานโดยวิธีการทดสอบอัตราส่วนภาวะควรจะเป็น
ratio11_obs11*(log(obs11/expectp11))
ratio12_obs12*(log(obs12/expectp12))
ratio21_obs21*(log(obs21/expectp21))
ratio22_obs22*(log(obs22/expectp22))
ratio_2*(ratio11+ratio12+ratio21+ratio22)
```

```
sig05ratio[,b]_ifelse(ratio>tablechi05,1,0)
sig01ratio[,b]_ifelse(ratio>tablechi01,1,0)


/* ฟังก์ชันทดสอบสมมติฐานโดยวิธีการทดสอบมอนติคาร์โล
#biglimda#
expcri11_((cri11+cri12)*(cri11+cri21))/n
expcri12_((cri11+cri12)*(cri12+cri22))/n
expcri21_((cri11+cri21)*(cri21+cri22))/n
expcri22_((cri12+cri22)*(cri21+cri22))/n

blimda11_cri11*(log(cri11/expcri11))
blimda12_cri12*(log(cri12/expcri12))
blimda21_cri21*(log(cri21/expcri21))
blimda22_cri22*(log(cri22/expcri22))
biglimda_2*(blimda11+blimda12+blimda21+blimda22)

probobs11_obs11/n
probobs12_obs12/n
probobs21_obs21/n
probobs22_obs22/n

limda_array(,dim=c(1,loopin))
for(m in 1:loopin)
{
runmonte_runif(n,0,1)
b11_ifelse(runmonte<probobs11,1,0)
b12_ifelse(runmonte>=probobs11&runmonte<probobs11+probobs12,1,0)
b21_ifelse(runmonte>=probobs11+probobs12&runmonte<probobs11+probobs12+probobs21,1,0)
b22_ifelse(runmonte>=probobs11+probobs12+probobs21&runmonte<probobs11+probobs12+prob
        obs21+probobs22,1,0)
countb11_sum(b11)
countb12_sum(b12)
countb21_sum(b21)
countb22_sum(b22)
```

```
while(countb11<1|countb12<1|countb21<1|countb22<1)
{
runmonte_runif(n,0,1)
b11_ifelse(runmonte<probobs11,1,0)
b12_ifelse(runmonte>=probobs11&runmonte<probobs11+probobs12,1,0)
b21_ifelse(runmonte>=probobs11+probobs12&runmonte<probobs11+probobs12+probobs21,1,0)
b22_ifelse(runmonte>=probobs11+probobs12+probobs21&runmonte<probobs11+probobs12+prob
        obs21+probobs22,1,0)
countb11_sum(b11)
countb12_sum(b12)
countb21_sum(b21)
countb22_sum(b22)
}

lim11_countb11*(log(countb11/(((countb11+countb12)*(countb11+countb21))/n)))
lim12_countb12*(log(countb12/(((countb12+countb11)*(countb12+countb22))/n)))
lim21_countb21*(log(countb21/(((countb21+countb11)*(countb21+countb22))/n)))
lim22_countb22*(log(countb22/(((countb22+countb12)*(countb22+countb21))/n)))
multilim_2*(lim11+lim12+lim21+lim22)
limda[,m]_multilim

}
limda

count_ifelse(limda<biglimda,1,0)
sumcount_sum(count)
sumcount
mpvalue[,b]_sumcount/loopin
mpvalue
ppvalue05_ifelse(mpvalue<0.05,1,0)
ppvalue05
ppvalue01_ifelse(mpvalue<0.01,1,0)
ppvalue01
}
```

```
#proportion chi-square05#
pvalue05chi_sum(sig05chi)
probvalue05chi_pvalue05chi/loopout
probvalue05chi

#proportion chi-square01#
pvalue01chi_sum(sig01chi)
probvalue01chi_pvalue01chi/loopout
probvalue01chi

#proportion ratio05#
pvalue05ratio_sum(sig05ratio)
probvalue05ratio_pvalue05ratio/loopout
probvalue05ratio

#proportion ratio01#
pvalue01ratio_sum(sig01ratio)
probvalue01ratio_pvalue01ratio/loopout
probvalue01ratio

#propottion monte-carlo05#
pppvalue05_sum(ppvalue05)
probpvalue05_pppvalue05/loopout
probpvalue05

#propottion monte-carlo01#
pppvalue01_sum(ppvalue01)
probpvalue01_pppvalue01/loopout
probpvalue01
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวศศิธร เจษฎาฐิติกุล เกิดวันที่ 5 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2518 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ในปีการศึกษา 2540 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2543.