

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ
เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ



นายวุฒิพงษ์ เดโชดมพันธ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

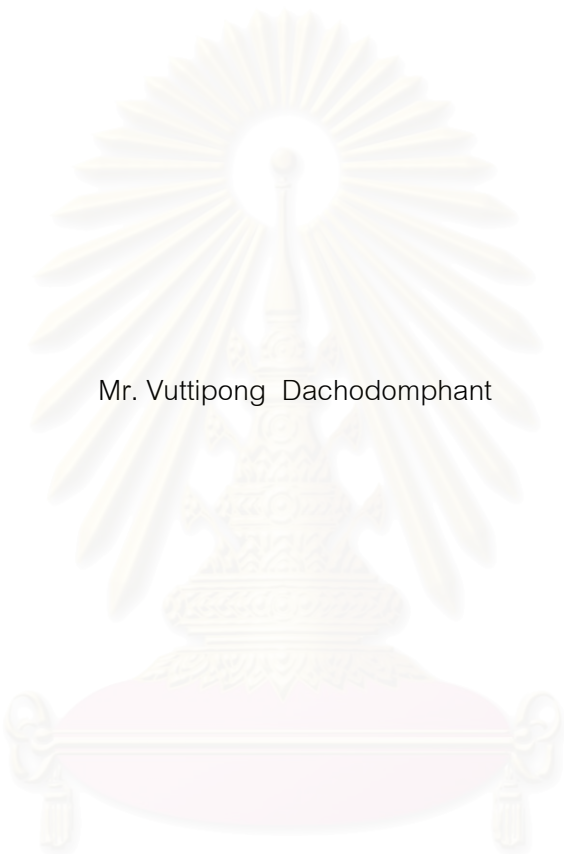
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-4275-4

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A COMPARISON ON MULTIPLE-REGRESSION-COEFFICIENT ESTIMATION METHODS
WITH ERRORS IN INDEPENDENT VARIABLES



Mr. Vuttipong Dachodomphant

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2003

ISBN 974-17-4275-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อ เกิดความคลื่อนในตัวแปรอิสระ
โดย	นายวุฒิมิพงษ์ เตโชดมพันธ์
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย
ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ดนุชา คุณพนิชกิจ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. กัลยา วานิชย์บัญชา)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วุฒิปงษ์ เดโชคมพันธ์ : การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิด
ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (A COMPARISON ON MULTIPLE-REGRESSION-COEFFICIENT
ESTIMATION METHODS WITH ERRORS IN INDEPENDENT VARIABLES)
อ.ที่ปรึกษา : รศ.ดร.ธีระพร วีระถาวร, 163 หน้า. ISBN 974-17-4275-4

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของ
ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ โดยจะเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์
การถดถอย 3 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยสุด (Ordinary Least Squares method (OLS)) วิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด
(Total Least Squares method (TLS)) และวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์ (Bayesian Latent Variable
Regression method (BLVR)) เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจคือเกณฑ์ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average
Mean Squares Error (AMSE)) และเกณฑ์ที่เป็นส่วนประกอบของการตัดสินใจคือค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ย
ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Ratio of Different Average Mean Squares Error (RDAMSE)) สถานการณ์ที่ศึกษา
คือจะกำหนด $\beta = (1, 1, \dots, 1)'$ สำหรับวิธี OLS และ TLS แต่สำหรับกรณีวิธี BLVR จะกำหนด β ให้มีการแจกแจง
แบบปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.5 จำนวนตัวแปรอิสระ (p) ที่ศึกษาคือ 3 5 และ
7 และขนาดตัวอย่าง (n) ที่ศึกษาเท่ากับ 30 50 70 100 และ 150 ตัวแปรอิสระทุกตัวมีความคลาดเคลื่อนซึ่ง
ความคลาดเคลื่อนสุ่มในตัวแปรอิสระแต่ละตัว ($e_{\sim x_j}$) มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานเท่ากับ 0.1 0.3 0.5 0.7 และ 1.0 ตามลำดับ ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม ($e_{\sim y}$) มีการแจกแจงแบบปกติ
ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 0.3 0.5 0.7 และ 1.0 ตามลำดับ ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย
ได้จากการจำลองแบบโดยวิธีมอนติคาร์โลซึ่งกระทำซ้ำ 500 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ ผลของการวิจัยสามารถสรุปได้
ดังนี้

การเปรียบเทียบค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีพบว่า เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปร
อิสระเท่ากับ 0.1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1 0.3 และ 0.5 วิธี OLS จะ
ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7 และ 1.0 วิธี
OLS จะดีที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ และวิธี BLVR จะดีที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็ก ส่วนกรณีส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 วิธี OLS จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระ
เท่ากับ 3 และขนาดตัวอย่างใหญ่ โดยขนาดตัวอย่างจะแปรผันตามส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัว
แปรตาม ส่วนกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 และ 7 ค่า AMSE ของวิธี BLVR จะมีค่าต่ำสุด ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยง
เบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1.0 จะให้ผลสรุปเหมือนกันคือวิธี BLVR จะ
ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS ตามลำดับ

ปัจจัยที่มีผลต่อค่า AMSE ของทุกวิธี คือ ขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ
ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม

ภาควิชา สถิติ
สาขาวิชา สถิติ
ปีการศึกษา 2546

ลายมือชื่อนิสิต.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

4482422126 : MAJOR STATISTICS

KEY WORD : MULTIPLE REGRESSION / ERRORS IN INDEPENDENT VARIABLES / MONTE CARLO / ORDINARY LEAST SQUARES METHOD / TOTAL LEAST SQUARES METHOD / BAYESIAN LATENT VARIABLE REGRESSION METHOD

VUTTIPONG DACHODOMPHANT : A COMPARISON ON MULTIPLE – REGRESSION – COEFFICIENT ESTIMATION METHODS WITH ERRORS IN INDEPENDENT VARIABLES

THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. THEERAPORN VERATHAWORN, 163 pp. ISBN 974-17-4275-4

The objective of this research is the comparison on the accuracy of regression-coefficient estimation of multiple regression with errors in independent variables. This research compares three multiple-regression-coefficient estimation methods, Ordinary Least Squares method (OLS), Total Least Squares method (TLS), and Bayesian Latent Variable Regression method (BLVR). The measurement for making decision is Average Mean Squares Error (AMSE) and Ratio of Different Average Mean Squares Error (RDAMSE). As for the case study, we specify $\beta = (1,1,\dots,1)'$ for OLS and TLS methods. However, in the case of BLVR method, the distribution of β is assumed to be normal distribution with mean equal to 1 and standard deviation equal to 0.5, the numbers of independent variables are equivalent to 3, 5 and 7, and the sample sizes are 30, 50, 70, 100 and 150. All independent variables have errors which random error in each independent variable (e_{x_j}) has the average of normal distribution equivalent to 0 and standard deviations are equal to 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 and 1.0, respectively. The distribution of error in the dependent variable (e_y) is normal distribution with mean equal to 0 and standard deviations equal to 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 and 1.0, respectively. The data for this research is simulated by using the Monte Carlo simulation technique with 500 repetitions for each case. The results of this research are as follows:

According to the comparison of AMSE from three referred methods, we found that when the standard deviation of the errors in independent variables is equal to 1 and the standard deviations of the error in dependent variable are equal to 0.1, 0.3 and 0.5, OLS method would give the lowest AMSE. Conversely, when standard deviations of error in dependent variable are equal to 0.7 and 1.0, OLS method is the best method for large sample size while BLVR method is the most appropriate for small sample size. Additionally, in case of the standard deviation of errors in independent variables is equal to 0.3, OLS method would give the lowest AMSE when the number of independent variables is equal to 3 and with large sample size. As well, when the numbers of independent variables are equal to 5 and 7, AMSE value from BLVR method is the lowest. Furthermore, when the standard deviations of errors in independent variables are equal to 0.5, 0.7, and 1.0, from the result, the lowest AMSE is from BLVR method, while TLS and OLS are the second and the third lowest, respectively.

From all methods, the factors that effect to AMSE are sample size, the number of independent variables, the standard deviation of errors in independent variables and the standard deviation of error in dependent variable.

Department	Statistics	Student 's signature.....
Field of study	Statistics	Advisor 's signature.....
Academic year	2003	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี จากความอนุเคราะห์ของบุคคลหลายฝ่ายด้วยกัน ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้คำแนะนำ ปรีกษา ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี รองศาสตราจารย์ ดร.กัลยา วานิชย์บัญชาในฐานะประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร.สุพล คงแก้วพัฒนาในฐานะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้คำชี้แนะอันเป็นประโยชน์ในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ร้อยเอกมานพ วรภักดิ์ ที่ให้คำแนะนำและคำปรึกษาเกี่ยวกับการจำลองข้อมูล ศาสตราจารย์ ดร.ชิตชนก เหลือสินทรัพย์ อาจารย์คณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเรื่องการแยกค่าเอกฐาน (singular value decomposition) อาจารย์ ดร.ไพศาล นาคมหาชลาสินธุ์ อาจารย์ที่ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้คำปรึกษาและความช่วยเหลือเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี คุณบั๊กชิ (Bakshi) และคุณเชน (Chen) ผู้แต่งบทความเกี่ยวกับวิธีการถอดของตัวแปรแฝงเชิงเบสที่ให้คำแนะนำและคำปรึกษาทางจดหมายอิเล็กทรอนิกส์ (E-mail) เกี่ยวกับวิธีการถอดของตัวแปรแฝงเชิงเบส อาจารย์ ดร.อรุณี กำลิ่ง ที่ให้ความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเขียนจดหมายอิเล็กทรอนิกส์ (E-mail) เพื่อติดต่อคุณบั๊กชิ และคุณเชน นางสาวอารยา วิวัฒน์วานิช นิสิตปริญญาโท ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้คำปรึกษาและความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรม MATLAB และครู-อาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่การศึกษาขั้นต้นจนถึงปัจจุบัน

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์กิตติคุณ บัณฑิต กันตะบุตร ผู้ก่อตั้งภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และคุณพี่ ที่ส่งเสริมและสนับสนุนด้านการเรียนของผู้วิจัยและเป็นกำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา และขอขอบคุณเพื่อนๆทุกคนที่ให้กำลังใจและความช่วยเหลือเสมอมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	4
1.3 ข้อยกเว้นเบื้องต้น.....	4
1.4 สมมติฐานการวิจัย.....	5
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	5
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	5
1.7 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ.....	5
บทที่ 2 ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง.....	7
2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อน ในตัวแปรอิสระ โดยวิธีกำลังสองน้อยสุด.....	8
2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อน ในตัวแปรอิสระ โดยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด.....	9
2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อน ในตัวแปรอิสระ โดยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงแบบเบย์.....	13
2.3.1 การแจกแจงและความเป็นอิสระที่มีเงื่อนไข.....	13
2.3.2 ฟังก์ชันความสูญเสีย.....	15
2.3.3 สูตรพื้นฐาน.....	17
2.3.4 ข้อสมมติเบื้องต้น.....	18
2.3.5 ตัวประมาณพารามิเตอร์และการพยากรณ์.....	21
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	23
3.1 การจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล.....	23

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.2 แผนการทดลอง.....	24
3.3 ขั้นตอนการวิจัย.....	25
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	35
4.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1.....	37
4.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3.....	58
4.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5.....	79
4.4 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7.....	101
4.5 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0.....	123
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ.....	146
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	147
5.1.1 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย.....	147
5.1.2 ปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของแต่ละวิธี.....	147
5.1.3 ผลสรุปการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ.....	148
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	150
รายการอ้างอิง.....	151
ภาคผนวก.....	153
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	163

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.19 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่า อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$	113
4.20 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่า อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$	117
4.21 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่า อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$	123
4.22 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่า อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$	127
4.23 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่า อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$	131
4.24 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่า อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$	135
4.25 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่า อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$	139

สารบัญภาพ

รูปที่	หน้า	
3.1	แผนผังสำหรับขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย.....	26
3.2	แสดงผังงานขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี OLS.....	29
3.3	แสดงผังงานขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี TLS.....	31
3.4	แสดงผังงานขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี BLVR.....	33
4.1	แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$	38
4.2	แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$	39
4.3	แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$	42
4.4	แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$	43
4.5	แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$	46
4.6	แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$	47
4.7	แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$	50
4.8	แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$	51

สารบัญญภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.45 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$	132
4.46 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$	133
4.47 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$	136
4.48 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$	137
4.49 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$	140
4.50 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$	141
5.1 แผนผังผลสรุปการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิด ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ.....	149

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันงานทางด้านวิศวกรรม อุตสาหกรรม วิทยาศาสตร์ เป็นต้น ได้มีการนำวิธีการสร้างตัวแบบถดถอยพหุคูณ (multiple regression) ซึ่งเป็นวิธีตัวแบบเชิงเส้น (linear model method) วิธีหนึ่งที่น่าไปใช้ในการควบคุมกระบวนการ (process control) การหาสาเหตุของความผิดพลาด (fault diagnosis) และการตรวจสอบกระบวนการ (process monitoring) เป็นต้น ซึ่งตัวแบบถดถอยเป็นการหาความสัมพันธ์ของตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป โดยมุ่งเน้นในเรื่องของการอธิบายถึงความผันแปรทั้งหมด (total variation) โดยแบ่งความผันแปรออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ความผันแปรที่สามารถอธิบายได้ และความผันแปรที่ไม่สามารถอธิบายได้ ซึ่งการสร้างตัวแบบการถดถอยพหุคูณจะแยกตัวแปรออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ตัวแปรตาม (dependent variable) และตัวแปรอิสระ (independent variables) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อประมาณตัวแบบการถดถอย (regression model) และพยากรณ์ค่าจริงของตัวแปรตาม

บางครั้งตัวแบบถดถอยพหุคูณสร้างมาจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง (empirical data) ข้อมูลดังกล่าวอาจเกิดความคลาดเคลื่อนในการวัด (measurement error) หรือความคลาดเคลื่อนจากการสังเกต (observation error) ค่าของตัวแปรอิสระและตัวแปรตามได้ ซึ่งความผิดพลาดนี้มีผลต่อการประมาณค่าและการพยากรณ์ ดังนั้นในการสร้างตัวแบบถดถอยพหุคูณควรมีการคำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในการวัดด้วย

ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อพิจารณาเทอมของตัวแปรอิสระ x_1, x_2, \dots, x_p มีรูปแบบดังนี้

$$(1.1.1) \quad \underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{X} \underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

ในบางกรณีเราจะพิจารณาตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อนที่อาจจะเกิดจากการเก็บข้อมูล ซึ่งจะมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน โดยมีรูปแบบดังนี้

$$(1.1.2) \quad X = X^* + E_X$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

- X^* เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (noise-free in X) ขนาด $n \times (p + 1)$
- X เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times (p + 1)$
- E_X เป็นเมทริกซ์ของความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times (p + 1)$ ในตัวแปรอิสระ (x) ,
 $i = 1, 2, \dots, n$ และ $j = 1, 2, \dots, p$ ซึ่งมีรูปแบบ ดังนี้
- $$E_X = \begin{bmatrix} 0 & e_{\tilde{x}_1} & e_{\tilde{x}_2} & \dots & e_{\tilde{x}_p} \end{bmatrix}$$
- ซึ่ง $e_{\tilde{x}_j}$ มีขนาด $n \times 1$
- β เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าขนาด $(p + 1) \times 1$
- ε เป็นเวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times 1$ ซึ่งเกิดจากความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม (ε_y) และความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (E_X)
- n เป็นขนาดตัวอย่าง
- และ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณเมื่อมีความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ สิ่งสำคัญประการหนึ่ง คือ ความถูกต้องของการประมาณค่าพารามิเตอร์เพื่อให้ได้ตัวแบบที่มีความเหมาะสมในการพยากรณ์ให้ใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด ซึ่งวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระนั้นมีหลายวิธีด้วยกัน ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากงานวิจัยและบทความต่าง ๆ ดังนี้

ซาบิน แวน ฮัฟเฟิล และจูส แวนเดอวัล (Sabine Van Huffel , Joos Vandewalle (ค.ศ. 1991)) ได้เสนอเกี่ยวกับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณ เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระโดยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด (Total Least Squares (TLS)) ซึ่งเป็นวิธีที่พัฒนามาจากวิธีกำลังสองน้อยสุด (Ordinary Least Squares (OLS)) โดยสมมติว่าเวกเตอร์ของการประมาณอยู่ในรูป $\hat{y} = \hat{X} \beta$ เมื่อ β เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ซึ่งจะทำให้ผลรวมความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (sum of squares errors) ของตัวแปรอิสระและตัวแปรตามมีค่าน้อยที่สุดกล่าวคือเลือกค่า β ซึ่งทำให้ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า X ด้วย \hat{X} และ y ด้วย \hat{y} มีค่าต่ำที่สุด ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$(1.1.3) \quad \min_{\begin{bmatrix} \hat{X} \\ \hat{y} \end{bmatrix} \in R^{n \times (p+1)}} \left\| \begin{bmatrix} X_2 \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{X}_2 \\ \hat{y} \end{bmatrix} \right\|_F$$

เมื่อ x_i เป็นค่าสังเกตของตัวแปรอิสระชุดที่ i
 และ y_i เป็นค่าสังเกตของตัวแปรตามชุดที่ i
 ซึ่งรายละเอียดของวิธี TLS ได้กล่าวไว้ในบทที่ 2 หัวข้อ 2.2

นูนู บักชี โก และเชน (Nounou , Bakshi , Goel and Shen (ค.ศ.2003)) ได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณ เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระโดยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงแบบเบย์ (Bayesian Latent Variable Regression (BLVR)) ซึ่งจากสมการ (1.1.1) เราสามารถเขียนตัวแบบ BLVR ได้ดังนี้

$$(1.1.4) \quad \tilde{y}^* = X^* \tilde{b}^* = Z^* P^{*'} \tilde{b}^* = Z^* \tilde{\beta}^*$$

$$\text{เมื่อ } P^{*'} P^* = I_n$$

จากสมการดังกล่าว วิธี BLVR จะต้องทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ 4 ตัว ได้แก่ เมทริกซ์ภาพฉาย (projection directions) P^* , ตัวแปรแฝง (latent variable) Z^* , พารามิเตอร์การถดถอย (regression parameters) $\tilde{\beta}^*$ และค่าลำดับชั้นของตัวแบบ (model rank) r^* แต่สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สมมติว่าทราบค่า r^* ดังนั้นจึงทำการประมาณค่าพารามิเตอร์เพียง 3 ตัว ได้แก่ Z^* , P^* และ $\tilde{\beta}^*$ โดยคำนวณได้จากการหาค่าที่ทำให้สมการต่อไปนี้มีค่าต่ำที่สุด

$$(1.1.5) \quad \{\hat{P}\} = \arg \min_{\hat{\alpha}} \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)' Q_{E_X}^{-1} (x_i - \hat{x}_i) + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)' Q_{\varepsilon_y}^{-1} (y_i - \hat{y}_i) \right\}$$

เมื่อ

$$\{\hat{z}_i\} = \arg \min_{z_i} \left\{ (x_i - \hat{x}_i)' Q_{E_X}^{-1} (x_i - \hat{x}_i) + (z_i - \mu_{z^*|P^*})' Q_{z^*|P^*}^{-1} (z_i - \mu_{z^*|P^*}) \right\}$$

$$\{\hat{\beta}\} = \arg \min_{\hat{\beta}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)' Q_{\varepsilon_y}^{-1} (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{\beta} - \mu_{\beta^*|P^*})' Q_{\beta^*|P^*}^{-1} (\hat{\beta} - \mu_{\beta^*|P^*}) \right\}$$

ซึ่งรายละเอียดของวิธี BLVR ได้กล่าวไว้ในบทที่ 2 หัวข้อ 2.3

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สนใจทำการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบถดถอยเชิงพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ 3 วิธี คือ

1. วิธีกำลังสองน้อยสุด (Ordinary Least Squares method (OLS))
2. วิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด (Total Least Squares method (TLS))
3. วิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์ (Bayesian Latent Variable Regression method (BLVR))

โดยสองวิธีแรกเป็นแนวคิดแบบวิธีแบบฉบับ (Classical method) ส่วนวิธีที่สามเป็นแนวคิดแบบวิธีเชิงเบย์ (Bayesian method) ซึ่งได้นำความรู้เบื้องต้น (prior knowledge) เกี่ยวกับตัวแปรและพารามิเตอร์มาช่วยในการประมาณค่า

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบความถูกต้องของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ

1. วิธีกำลังสองน้อยสุด (Ordinary Least Squares method (OLS))
2. วิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด (Total Least Squares method (TLS))
3. วิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์ (Bayesian Latent Variable Regression method (BLVR))

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. รูปแบบทั่วไปของสมการถดถอยพหุคูณมีรูปแบบดังสมการ (1.1.1)
2. ตัวแปรทุกตัวมีความคลาดเคลื่อน
3. ความคลาดเคลื่อนสุ่มในตัวแปรอิสระแต่ละตัว (e_{x_j}) ขนาด $n \times 1$ และตัวแปรตาม (ε_y) เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง $N_n(0, \sigma_{e_{x_j}}^2 I_n)$ และ $N_n(0, \sigma_{\varepsilon_y}^2 I_n)$ ตามลำดับ ซึ่งเหมือนกันและเป็นอิสระซึ่งกันและกันทั้งหมด
4. ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน

5. ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระแต่ละตัวจะมีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระซึ่งกันและกัน

1.4 สมมติฐานการวิจัย

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระจะมีความถูกต้องในการประมาณเมื่อใช้วิธี BLVR

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1. การวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\beta = (1, 1, \dots, 1)'$ แต่สำหรับกรณี BLVR จะทำการสร้าง β ให้มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.5
2. จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษาคือ 3 5 และ 7
3. ขนาดตัวอย่างที่ศึกษาคือ 30 50 70 100 และ 150
4. ตัวแปรอิสระทุกตัวมีความคลาดเคลื่อนโดยความคลาดเคลื่อนจะศึกษาเมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่มในตัวแปรอิสระแต่ละตัว (e_{x_j}) ขนาด $n \times 1$ มีการแจกแจงแบบ $N_n(0, \sigma_{e_{x_j}}^2 I_n)$ โดย $\sigma_{e_{x_j}}$ มีค่าเท่ากับ 0.1 0.3 0.5 0.7 และ 1.0
5. ความคลาดเคลื่อนสุ่มในตัวแปรตาม (ε_y) มีการแจกแจง $N_n(0, \sigma_{\varepsilon_y}^2 I_n)$ โดย σ_{ε_y} มีค่าเท่ากับ 0.1 0.3 0.5 0.7 และ 1.0
6. ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 500 รอบ ในแต่ละสถานการณ์

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เป็นแนวทางในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ

1.7 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ

เกณฑ์การตัดสินใจว่าวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระวิธีใดที่ให้ความถูกต้องของการประมาณมากที่สุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Squares Error (AMSE)) และเกณฑ์ที่ใช้ในการ

ประกอบการตัดสินใจจะใช้เกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Ratio of Different Average Mean Squares Error (*RDAMSE*))

$$MSE_j = \frac{1}{500} \sum_{i=1}^{500} (\beta_j - \hat{\beta}_{ij})^2$$

$$AMSE = \frac{1}{p+1} \sum_{j=1}^{p+1} MSE_j$$

เมื่อ β_j แทนสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ j
 $\hat{\beta}_{ij}$ แทนตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j จากการประมาณครั้งที่ i
 p แทนจำนวนของตัวแปรอิสระในตัวแบบ
 n แทนขนาดตัวอย่าง
 MSE_j แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณตัวที่ j จากการกระทำซ้ำ 500 รอบ
 $AMSE$ แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากการกระทำซ้ำ 500 รอบ

เกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Ratio of Different Average Mean Squares Error (*RDAMSE*)) มีรูปแบบดังนี้

$$RDAMSE_k = \frac{(AMSE_k - AMSE_{\min})}{AMSE_{\min}} \times 100, \quad k = 1, 2, 3$$

เมื่อ $AMSE_k$ แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ได้จากการประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีที่ k , $k = 1, 2, 3$
และ $AMSE_{\min}$ แทนค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ได้จาก 3 วิธีโดยวิธีใดให้ค่า $AMSE$ ต่ำสุดจะเป็นวิธีที่ดีที่สุด และค่า $RDAMSE$ ใช้วัดว่าตัวแบบที่ให้ค่า $AMSE$ ต่ำสุดจะดีกว่าตัวแบบอื่นกี่เปอร์เซ็นต์

บทที่ 2 ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธี ซึ่งได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยสุด (Ordinary Least Squares method (OLS)) วิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด (Total Least Squares method (TLS)) และวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์ (Bayesian Latent Variable Regression method (BLVR))

ตัวแบบถดถอยเชิงพหุคูณเมื่อพิจารณาเทอมของตัวแปรอิสระ x_1, x_2, \dots, x_p มีรูปแบบดังนี้

$$(2.1) \quad \underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{X} \underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

ในบางกรณีเราจะพิจารณาตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อนซึ่งอาจเกิดจากการเก็บข้อมูล ซึ่งจะมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน โดยมีรูปแบบดังนี้

$$(2.2) \quad \underset{\sim}{X} = \underset{\sim}{X}^* + \underset{\sim}{E}_X$$

เมื่อ $\underset{\sim}{y}$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

$\underset{\sim}{X}^*$ เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (noise-free in X) ซึ่งมีขนาด $n \times (p + 1)$

$\underset{\sim}{X}$ เป็นเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อนซึ่งมีขนาด $n \times (p + 1)$

$\underset{\sim}{E}_X$ เป็นเมทริกซ์ของความคลาดเคลื่อนซึ่งมีขนาด $n \times (p+1)$ ในตัวแปรอิสระ (x) ,
 $i = 1, 2, \dots, n$ และ $j = 1, 2, \dots, p$ ซึ่งมีรูปแบบ ดังนี้

$$\underset{\sim}{E}_X = \begin{bmatrix} 0 & e_{\sim{x_1}} & e_{\sim{x_2}} & \dots & e_{\sim{x_p}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

ซึ่ง $e_{\sim{x_j}}$ มีขนาด $n \times 1$

$\underset{\sim}{\beta}$ เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าซึ่งมีขนาด $(p + 1) \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ เป็นเวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times 1$ ซึ่งเกิดจากความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม ($\underset{\sim}{\varepsilon}$) และ ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ($\underset{\sim}{E}_X$)

n เป็นขนาดตัวอย่าง
และ p เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ โดยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Ordinary Least Squares method (OLS))

วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงพหุคูณนี้มีรากฐานมาจากทฤษฎีการประมาณเชิงเส้นที่คิดขึ้นโดย คาร์ล เฟรดริก เกาส์ (Carl Friedrich Gauss) ในปี ค.ศ. 1777-1855 และ อังเดร แอนดรีวิช มาร์คอฟ (Andrei Andreevich Markov) ในปี ค.ศ. 1885-1922 โดยมีหลักในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคือ ทำให้ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า y_i ด้วย \hat{y}_i มีค่าต่ำที่สุด

สมมติว่าเวกเตอร์ของการประมาณอยู่ในรูป $\hat{y} = X \beta$ เมื่อ $X_{n \times (p+1)}$ เป็นเมทริกซ์ตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อน และ β เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ซึ่งจะทำให้ค่าของระยะทางกำลังสองระหว่างค่าจริงของตัวแปรตามกับค่าประมาณของตัวแปรตามมีค่าน้อยที่สุด กล่าวคือเลือกค่า β ซึ่งทำให้

$$\begin{aligned} f(\beta) &= \left\{ d(y, \hat{y}) \right\}^2 \\ &= (y - \hat{y})' (y - \hat{y}) \\ &= (y - X \beta)' (y - X \beta) \end{aligned}$$

มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งการค่าของ β จะได้จากการหาอนุพันธ์ (differential) เทียบกับ β แล้วกำหนดให้เท่ากับ 0

$$\begin{aligned} df &= (-Xd \beta)' (y - X \beta) + (y - X \beta)' (-Xd \beta) \\ &= -2(y - X \beta)' Xd \beta \end{aligned}$$

ค่า $df = 0$ ณ ค่า $\hat{\beta}$ ของ β จะสอดคล้องกับสมการ

$$(2.1.1) \quad (y - X \hat{\beta})' X = 0'$$

กล่าวคือ

$$(2.1.2) \quad X' X \hat{\beta} = X' y$$

ซึ่งเราเรียกสมการนี้ว่า สมการปกติ (normal equation) สำหรับค่า $\hat{\beta}$ ดังนั้น

$$(2.1.3) \quad \hat{\beta}_{OLS} = (X' X)^{-1} X' y$$

และ $\hat{\beta}_{OLS}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (unbiased) และคงเส้นคงวา (consistency) สำหรับ β แต่ในกรณีที่เกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระจะทำให้คุณสมบัติของ $\hat{\beta}_{OLS}$ ไม่เป็นจริง คือ $\hat{\beta}_{OLS}$ จะเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง (biased) และไม่คงเส้นคงวา (inconsistency)

2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ โดยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด (Total Least Squares method (TLS))

ภายใต้ข้อสมมติเบื้องต้นของวิธี OLS คือ มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นในเวกเตอร์ของตัวแปรตามเท่านั้น และตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) เป็นค่าจริงที่ไม่ทราบค่า ซึ่งบ่อยครั้งข้อสมมตินี้ไม่สมเหตุสมผล เนื่องจากการสุ่มตัวอย่าง (sampling) การสร้างตัวแบบ (modeling) หรือความคลาดเคลื่อนจากการวัด (measurement errors) ซึ่งปัจจัยเหล่านี้มีผลกระทบต่อตัวแปรอิสระ ดังนั้นจึงมีผู้คิดวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระหลายวิธี โดยวิธี TLS ที่เสนอโดยซาบิน แวน ฮัฟเฟิล และจูลส์ แวนเดอร์วอลล์ (Sabine Van Huffel, Joos Vandewalle) ในปี ค.ศ. 1991 เป็นวิธีหนึ่งที่พิจารณาถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรทุกตัว

ให้ $\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$ $\begin{matrix} 1 \\ p \end{matrix}$ และ $X = [1 \quad X_2]$ $\begin{matrix} n \\ n \end{matrix}$ เราจะสามารถเขียนสมการ (2.1) ได้ใหม่เป็น

$$(2.2.1) \quad y = [1 \quad X_2] \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \varepsilon$$

ทฤษฎีบท 2.2.1 การแยกค่าเอกฐาน (singular value decomposition (SVD))

ให้ X_2 เป็นเมทริกซ์ค่าจริง (real matrix) ขนาด $n \times p$ เมื่อ $n > p$ จะมีเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrices) U^* และ V^* ที่ทำให้

$$X_2 = U^* \Sigma^* V^{*'}$$

โดยที่ $U^* = [U_1^* : U_2^*]$, $U_1^* = \begin{bmatrix} u_{\sim 1}^* & \dots & u_{\sim p}^* \end{bmatrix}$, $U_2^* = \begin{bmatrix} u_{\sim p+1}^* & \dots & u_{\sim n}^* \end{bmatrix}$, $u_{\sim i}^* \in R^n$,

$$U^{*'} U^* = I_n$$

$$V^* = \begin{bmatrix} v_{\sim 1}^* & \dots & v_{\sim p}^* \end{bmatrix} , v_{\sim i}^* \in R^p , V^{*'} V^* = I_p$$

$$\Sigma^* = \begin{bmatrix} \sigma_1^* & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_p^* \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in R^{n \times p} , \sigma_1^* \geq \dots \geq \sigma_p^* \geq 0$$

และให้เมทริกซ์แต่งเติม (augmented matrix) $\begin{bmatrix} X_2 : y \\ \sim \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์ค่าจริงขนาด $n \times (p+1)$

เมื่อ $n > p$ จะมีเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก U และ V ที่ทำให้

$$\begin{bmatrix} X_2 : y \\ \sim \end{bmatrix} = U \Sigma V'$$

โดยที่ $U = [U_1 : U_2]$, $U_1 = \begin{bmatrix} u_{\sim 1} & \dots & u_{\sim p} \end{bmatrix}$, $U_2 = \begin{bmatrix} u_{\sim p+1} & \dots & u_{\sim n} \end{bmatrix}$, $u_{\sim i} \in R^n$, $U' U = I_n$

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{12} & V_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} n \\ 1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} v_{\sim 1} & \dots & v_{\sim p+1} \end{bmatrix} , v_{\sim i} \in R^{p+1} , V V' = I_{p+1}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{p+1} \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in R^{n \times (p+1)} , \sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_{p+1} \geq 0$$

ซึ่ง σ_i^* และ σ_i เป็นค่าเอกฐาน (singular value) ของ $[X_2]$ และ $\begin{bmatrix} X_2 : y \\ \sim \end{bmatrix}$ ตามลำดับ

$u_{\sim i}^*$ และ $u_{\sim i}$ เป็นเวกเตอร์เอกฐานทางซ้ายที่ i (ith left singular vector) ของ $[X_2]$ และ $[X_2 : y]$ ตามลำดับ

$v_{\sim i}^*$ และ $v_{\sim i}$ เป็นเวกเตอร์เอกฐานทางขวาที่ i (ith left singular vector) ของ $[X_2]$ และ $[X_2 : y]$ ตามลำดับ

นิยามที่ 2.2.1 ปัญหาผลรวมกำลังสองน้อยสุด (Total Least Squares Problem)

ให้ $y \approx X_2 \beta$ เป็นสมการเชิงเส้น ซึ่งมี n สมการ และ p ตัวแปร ปัญหาผลรวมกำลังสองน้อยสุด คือการหาค่าประมาณของ β ที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า X_2 ด้วย \hat{X}_2 และ y ด้วย \hat{y} มีค่าต่ำที่สุดซึ่งมีรูปแบบ ดังนี้

$$(2.2.2) \quad \min_{\begin{bmatrix} \hat{X} \\ \hat{y} \end{bmatrix} \in R^{n \times (p+1)}} \left\| \begin{bmatrix} X_2 \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{X}_2 \\ \hat{y} \end{bmatrix} \right\|_F$$

โดย $\hat{y} \in R(\hat{X})$

เมื่อ $\begin{bmatrix} \hat{X}_2 \\ \hat{y} \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์ที่สอดคล้องกับสมการ (2.2.5) เวกเตอร์ $\beta_{\sim 2}$ จะสามารถหาได้จาก

$$(2.2.3) \quad \hat{y}_{\sim} = \hat{X}_2 \beta_2$$

และ $\beta_{\sim 2}$ ที่สอดคล้องกับสมการ (2.2.3) จะแทนด้วย $\hat{\beta}_{\sim 2}$ ซึ่งเรียกว่าผลเฉลยของผลรวมกำลังสองน้อยสุด (TLS solution) และให้ผลรวมกำลังสองน้อยสุดปรับแก้ (TLS correction) คือ

$$(2.2.4) \quad \begin{bmatrix} \Delta \hat{X}_2 \\ \Delta \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{X}_2 \\ \hat{y} \end{bmatrix}$$

ทฤษฎีบท 2.2.2 การหาผลเฉลยของปัญหาผลรวมกำลังสองน้อยสุด

ให้ $U^* \Sigma^* V^*$ และ $U \Sigma V'$ เป็นการแยกค่าเอกฐาน (singular value decomposition (SVD)) ของเมทริกซ์ X และเมทริกซ์แต่งเติม (augmented matrix) $\begin{bmatrix} X_2 : y \\ \sim \end{bmatrix}$ ตามลำดับ ถ้า $\sigma_p^* > \sigma_{p+1}$ แล้ว

$$(2.2.5) \quad \begin{bmatrix} \hat{X}_2 : \hat{y} \\ \sim \end{bmatrix} = U \hat{\Sigma} V'$$

เมื่อ $\hat{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_p, 0)$

เมทริกซ์ผลรวมกำลังสองน้อยสุดปรับแก้คือ

$$(2.2.6) \quad \begin{bmatrix} \Delta \hat{X}_2 : \Delta \hat{y} \\ \sim \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 : y \\ \sim \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{X}_2 : \hat{y} \\ \sim \end{bmatrix} = \sigma_{p+1} \begin{bmatrix} u \\ \sim \end{bmatrix}_{p+1} \begin{bmatrix} v' \\ \sim \end{bmatrix}_{p+1}$$

เมื่อ σ_{p+1} เป็นค่าเอกฐานที่ $p+1$ ของ $\begin{bmatrix} X_2 : y \\ \sim \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} u \\ \sim \end{bmatrix}_{p+1}$ เป็นเวกเตอร์เอกฐานทางซ้ายที่ $p+1$ ของ $\begin{bmatrix} X_2 : y \\ \sim \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} v \\ \sim \end{bmatrix}_{p+1}$ เป็นเวกเตอร์เอกฐานทางขวาที่ $p+1$ ของ $\begin{bmatrix} X_2 : y \\ \sim \end{bmatrix}$

ผลเฉลยของปัญหาผลรวมกำลังสองน้อยสุดในสมการ (2.2.2) คือ

$$(2.2.7) \quad \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \sim \end{bmatrix}_{2_{TLS}} = -V_{12} V_{22}^{-1}$$

ซึ่งเป็นผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียว (exists and unique solution) ของสมการ (2.2.3)

และ $\hat{\beta}_{0_{TLS}}$ สามารถหาได้จาก

$$\hat{\beta}_{0_{TLS}} = \bar{y} - [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p] \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \sim \end{bmatrix}_{2_{TLS}}$$

เมื่อ \bar{x}_i เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic means) ของ x_i

วิธี TLS มีข้อสมมติว่าเมทริกซ์ X_2^* มีค่าลำดับชั้นสูงสุด (full rank) ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระและตัวแปรตามมีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระซึ่งกันและกัน (independently and identically distributed(i.i.d.)) ด้วยค่าเฉลี่ยเป็น 0 และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) เป็น $\sigma_v^2 I$ และความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระและตัวแปรตามจะมีความสัมพันธ์กับค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า β

ตัวประมาณที่ได้จากวิธี TLS จะเป็นตัวประมาณที่คงเส้นคงวาอย่างมั่นคง (strongly consistent estimator) นั่นคือ $\hat{\beta}$ จะมีค่าเท่ากับ β เมื่อขนาดตัวอย่างเข้าใกล้อนันต์ ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ 1

2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระโดยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงแบบเบย์ (Bayesian Latent Variable Regression method (BLVR))

2.3.1 การแจกแจงและความเป็นอิสระที่มีเงื่อนไข (Conditional Distribution and Independence)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงนิยามและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแจกแจงและความเป็นอิสระที่มีเงื่อนไข

นิยามที่ 2.3.1.1¹

ให้ $\tilde{X} (m \times 1) = (X_1, X_2, \dots, X_m)'$ และ $\tilde{Y} (n \times 1) = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)'$ เป็นเวกเตอร์สุ่มที่มีการแจกแจงร่วม f และให้ g และ h เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นตามขอบ (marginal density function) ของ \tilde{X} และ \tilde{Y} ตามลำดับ กำหนด $D = \{x \in \mathcal{R}^m \mid g(x) > 0\}$ ดังนั้น $\forall x \in D$ เรา กำหนด ฟังก์ชันความหนาแน่นที่มีเงื่อนไขของ \tilde{Y} เมื่อกำหนด $\tilde{X} = x$ โดย

$$(2.3.1.1) \quad h(\tilde{y} \mid \tilde{x}) = \frac{f(\tilde{x}, \tilde{y})}{g(\tilde{x})}, \quad \tilde{y} \in \mathcal{R}^n$$

¹ธีระพร วีระถาวร, ความน่าจะเป็นกับการประยุกต์, พิมพ์ครั้งที่ 2 (กรุงเทพมหานคร : วิทยพัฒน์, 2539), หน้า 396 – 397

ดังนั้น
$$P(\tilde{Y} \in B \mid \tilde{X} = \tilde{x}) = \int_B h(\tilde{y} \mid \tilde{x}) d\tilde{y}, \forall B \subset \mathfrak{R}^n$$

หมายเหตุ

$$(2.3.1.2) \quad h(\tilde{y} \mid \tilde{x}) = \frac{g(\tilde{x} \mid \tilde{y}) \times h(\tilde{y})}{g(\tilde{x})} \\ \propto g(\tilde{x} \mid \tilde{y}) \times h(\tilde{y})$$

เราอาจเรียก $h(\tilde{y})$ ว่าเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นก่อน (prior density function) และเรียก $h(\tilde{y} \mid \tilde{x})$ ว่าเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลัง (posterior density function) ดังนั้นเราอาจจะเขียน (2.3.1.2) ได้อีกลักษณะ กล่าวคือ

$$(2.3.1.3) \quad \text{ฟังก์ชันความหนาแน่นก่อน} \propto \text{ฟังก์ชันควรจะเป็น} \times \text{ฟังก์ชันความหนาแน่นภายหลัง} \\ \text{หรือ Posterior} \propto \text{Likelihood} \times \text{Prior}$$

ทฤษฎีบท 2.3.1.1 ทฤษฎีบทการคูณ (Multiplication Theorem)¹

ถ้าในการทดลองชนิดหนึ่งเหตุการณ์ A และ B สามารถเกิดขึ้นได้พร้อมกัน จะได้ว่า

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A)$$

นิยามที่ 2.3.1.2²

ให้ $\tilde{X} (m \times 1)$ และ $\tilde{Y} (n \times 1)$ เป็นเวกเตอร์สุ่มต่อเนื่องซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม f และให้ g และ h เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นส่วนริมของ \tilde{X} และ \tilde{Y} ตามลำดับ ดังนั้นเราเรียก Y_1, Y_2, \dots, Y_n ว่าเป็นอิสระที่มีเงื่อนไขเมื่อกำหนด $\tilde{X} = \tilde{x}$ (conditionally independent given \tilde{X}) ถ้า

$$h(\tilde{y} \mid \tilde{x}) = \prod_{i=1}^n h(y_i \mid \tilde{x})$$

¹ ชีระพร วีระถาวร, ความน่าจะเป็นกับการประยุกต์, พิมพ์ครั้งที่ 2 (กรุงเทพมหานคร : วิทช์พัฒน์, 2539), หน้า 105

² ชีระพร วีระถาวร, ความน่าจะเป็นกับการประยุกต์, พิมพ์ครั้งที่ 2 (กรุงเทพมหานคร : วิทช์พัฒน์, 2539), หน้า 399

$\forall y \in \mathfrak{R}^n$ และ $x \in D$, $D = \{x \in \mathfrak{R}^m \mid g(x) > 0\}$ และฟังก์ชันความหนาแน่นตามขอบของ Y จะหาได้จาก

$$h(y) = \int_D \prod_{i=1}^n h_i(y_i \mid x) \cdot g(x) \, d x$$

ดังนั้น Y_1, Y_2, \dots, Y_n ไม่จำเป็นต้องเป็นอิสระซึ่งกันและกันและกันที่ไม่มีเงื่อนไข

2.3.2 ฟังก์ชันความสูญเสีย (loss function)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงฟังก์ชันความสูญเสียที่ใช้ในการสร้างตัวประมาณ BLVR

นิยามที่ 2.3.2.1

ฟังก์ชันความสูญเสีย $L(\theta, \hat{\theta})$ คือฟังก์ชันที่ไม่เป็นลบ (nonnegative function) ของ $(\theta, \hat{\theta})$ ซึ่งแทนความสูญเสียที่เกิดขึ้น เมื่อ θ ถูกประมาณด้วย $\hat{\theta}$

นิยามที่ 2.3.2.2

ฟังก์ชันความเสี่ยงแบบเบส์ ของตัวประมาณ $\hat{\theta}$ เมื่อเทียบกับการแจกแจงโดยหลักเกณฑ์คือ

$$(2.3.2.1) \quad R(\theta, \hat{\theta}) = E[L(\theta, \hat{\theta})]$$

เมื่อค่าคาดหวังจากการแจกแจงร่วมของ θ และ X

ฟังก์ชันความเสี่ยงแบบเบส์ที่น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับ θ คือ

$$(2.3.2.2) \quad R_{Bayes}(\theta) = \min_{\hat{\theta}} R(\theta, \hat{\theta})$$

และตัวประมาณ $\hat{\theta}_{Bayes}$ เรียกว่าเป็น ตัวประมาณเบส์ (Bayes estimators) ถ้า

$$(2.3.2.3) \quad R_{Bayes}(\theta) = R(\theta, \hat{\theta}_{Bayes})$$

ฟังก์ชันความสูญเสียที่นิยมใช้มีอยู่หลายรูปแบบเช่น ฟังก์ชันความสูญเสียแบบความผิดพลาดยกกำลังสอง (squares error loss) เป็นการหาค่าของความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างค่าประมาณกับค่าจริง ฟังก์ชันความสูญเสียแบบศูนย์-หนึ่ง (zero – one loss function) จะกำหนดเกณฑ์ว่าค่าของฟังก์ชันความสูญเสียเป็น 0 เมื่อค่าประมาณมีค่าเท่ากับค่าจริง และเป็น 1 ในกรณีอื่น

$$(2.3.2.4) \quad L(\theta, \hat{\theta}) = \begin{cases} 0 & ; \left\{ \hat{\theta} \right\} = \theta \\ 1 & ; \text{ อื่นๆ} \end{cases}$$

การใช้ฟังก์ชันความสูญเสียแบบศูนย์-หนึ่ง จะได้ฟังก์ชันความเสี่ยงแบบเบส ดังนี้

$$(2.3.2.5) \quad \begin{aligned} R(\theta, \hat{\theta}) &= E[L(\theta, \hat{\theta})] \\ &= \sum_{\hat{\theta}=\theta} L(\theta, \hat{\theta}) \cdot p(\theta | \tilde{x}) + \sum_{\hat{\theta} \neq \theta} L(\theta, \hat{\theta}) \cdot p(\theta | \tilde{x}) \\ &= \sum_{\hat{\theta} \neq \theta} p(\theta | \tilde{x}) \\ &= 1 - \sum_{\hat{\theta}=\theta} p(\theta | \tilde{x}) \end{aligned}$$

จากสมการ (2.3.2.5) ตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชันความเสี่ยงแบบเบส หรือค่าคาดหวังของฟังก์ชันความสูญเสียโดยประมาณมีค่าน้อยที่สุด คือ ตัวประมาณที่ทำให้ $\sum_{\hat{\theta}=\theta} p(\theta | \tilde{x})$ มีค่ามากที่สุดซึ่งมีหลักการเหมือนกับการหาค่าประมาณด้วยวิธี maximum a posteriori (MAP) ซึ่งการหาค่าประมาณด้วยวิธี MAP จะหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกับสมการ

$$(2.3.2.6) \quad \begin{aligned} \left\{ \hat{\theta} \right\}_{MAP} &= \arg \max p(\theta | \tilde{x}) \\ &= \arg \max \frac{p(\theta) \cdot p(\tilde{x} | \theta)}{p(\tilde{x})} \\ &= \arg \max p(\theta) \cdot p(\tilde{x} | \theta) \end{aligned}$$

2.3.3 สูตรพื้นฐาน

ในปี ค.ศ. 2003 นูนู บักชี โก และเชน (Nounou , Bakshi , Goel and Shen) ได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ตัวแบบถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ โดยวิธี BLVR มีรายละเอียด ดังนี้

ตัวแบบถดถอยของตัวแปรแฝงแบบเบสมีรูปแบบ ดังนี้

$$(2.3.3.1) \quad \tilde{y}^* = X^* \tilde{b}^* = Z^* P^{*'} \tilde{b}^* = Z^* \tilde{\beta}^*$$

เมื่อ $P^{*'} P^* = I_n$

หมายเหตุ * หมายถึง ตัวแปรที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน

วิธี BLVR จะต้องประมาณค่าพารามิเตอร์ 4 ตัว ได้แก่ เมทริกซ์ภาพฉาย (projection directions) P^* , ตัวแปรแฝง (latent variable) Z^* , พารามิเตอร์การถดถอย (regression parameters) $\tilde{\beta}^*$ และค่าลำดับชั้นของตัวแบบ (model rank) r^*

จากสมการที่ (2.3.1.2) เราสามารถเขียนฟังก์ชันความหนาแน่นที่มีเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ เมื่อกำหนด X และ \tilde{y} ได้ดังนี้

$$(2.3.3.2) \quad p(Z^*, P^*, r^*, \tilde{\beta}^* | X, \tilde{y}) = \frac{p(X, \tilde{y} | Z^*, P^*, \tilde{\beta}^*, r^*) \cdot p(Z^*, P^*, \tilde{\beta}^*, r^*)}{p(X, \tilde{y})}$$

จากสมการ (2.3.1.3) เราสามารถเขียนสมการ (2.3.3.2) ได้ใหม่ ดังนี้

$$(2.3.3.3) \quad p(Z^*, P^*, r^*, \tilde{\beta}^* | X, \tilde{y}) \propto p(X, \tilde{y} | Z^*, P^*, \tilde{\beta}^*, r^*) \cdot p(Z^*, P^*, \tilde{\beta}^*, r^*)$$

และเราสามารถหาฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $Z^*, P^*, \tilde{\beta}^*, r^*$ ได้ดังนี้

$$(2.3.3.4) \quad p(Z^*, P^*, \tilde{\beta}^*, r^*) = p(Z^*, P^*, \tilde{\beta}^* | r^*) p(r^*)$$

เมื่อ $p(r)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete density function) กล่าวคือ

$$p(r^* = j) = k \quad \text{และ} \quad \sum_j k_j = 1$$

จากกฎการคูณ (multiplication rule) เราสามารถเขียนฟังก์ชันความหนาแน่นที่มีเงื่อนไขของภาพฉาย P^* , ตัวแปรแฝง Z^* และพารามิเตอร์การถดถอย β^* เมื่อกำหนด r^* ได้ดังนี้

$$(2.3.3.5) \quad p(Z^*, P^*, \beta^* | r^*) = p(Z^*, \beta^* | P^*, r^*) \cdot p(P^* | r^*)$$

ถ้า Z และ β^* เป็นอิสระกัน จะได้ว่า

$$(2.3.3.6) \quad p(Z^*, P^*, \beta^* | r^*) = p(Z^* | P^*, r^*) \cdot p(\beta^* | P^*, r^*) \cdot p(P^* | r^*)$$

จากสมการ (2.3.3.6) เราสามารถเขียนสมการ (2.3.3.3) ได้ใหม่ คือ

$$(2.3.3.7) \quad p(z^*, P^*, r^*, \beta^* | X, y) \propto p(X, y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) \cdot p(Z^* | P^*, r^*) \\ \cdot p(\beta^* | P^*, r^*) \cdot p(P^* | r^*) \cdot p(r^*)$$

2.3.4 ข้อสมมติเบื้องต้น

สมมติว่าเราทราบค่าลำดับชั้นของตัวแบบ r^* ซึ่งหมายความว่า

$$p(r^*) = 1$$

จากข้อสมมตินี้ทำให้เราเขียนสมการ (2.3.3.6) ได้เป็น

$$(2.3.4.1) \quad p(Z^*, P^*, \beta^* | r^*) = p(Z^* | P^*) \cdot p(\beta^* | P^*) \cdot p(P^*)$$

และเราสามารถเขียนสมการ (2.3.3.7) ใหม่ได้เป็น

$$(2.3.4.2) \quad p(Z^*, P^*, r^*, \beta^* | X, y) \propto p(X, y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) \cdot p(Z^* | P^*) \\ \cdot p(\beta^* | P^*) \cdot p(P^*)$$

เมื่อกำหนดให้ $E_X \sim N_{n \times p}(0_{(n \times p)}, Q_{E_X})$, $\varepsilon_{\tilde{y}} \sim N_{\tilde{y}}(0, Q_{\varepsilon_y})$ และ E_X กับ $\varepsilon_{\tilde{y}}$ เป็นอิสระกัน
คือ $E(E_X' \varepsilon_{\tilde{y}}) = 0$

ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมแบบมีเงื่อนไขของ X และ y เมื่อกำหนด Z^*, P^*, β^*, r^*
อยู่ในรูปของ

$$(2.3.4.3) \quad p(X, y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) = p(X | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) \cdot p(y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*)$$

ภายใต้ข้อกำหนดเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อน จะได้ว่า

$$(2.3.4.4) \quad E[X | Z^*, P^*, \beta^*, r^*] = E[X^* + E_X] = \mu_{X^*}$$

$$(2.3.4.5) \quad \text{และ} \quad \text{cov}[X | Z^*, P^*, \beta^*, r^*] = E[(X - \mu_{X^*})'(X - \mu_{X^*})] = Q_{E_X}$$

$$(2.3.4.6) \quad \text{ส่วน} \quad E[y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*] = E[y^* + \varepsilon_y] = \mu_{y^*}$$

$$(2.3.4.7) \quad \text{cov}[y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*] = E[(y - \mu_{y^*})'(y - \mu_{y^*})] = Q_{\varepsilon_y}$$

$$(2.3.4.8) \quad \text{และ} \quad p(X, y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) \sim N(\mu_{X^*}, Q_{E_X}) \cdot N(\mu_{y^*}, Q_{\varepsilon_y})$$

การประมาณค่าพารามิเตอร์ Z^*, P^*, β^* ด้วย $\hat{Z}, \hat{P}, \hat{\beta}$ โดยวิธี BLVR จะใช้ฟังก์ชันความสูญเสียแบบศูนย์-หนึ่ง ซึ่งได้กล่าวมาแล้วในสมการ (2.3.2.4) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$(2.3.4.9) \quad L(\hat{Z}, \hat{P}, \hat{\beta}; Z^*, P^*, \beta^*) = \begin{cases} 0 & \left\{ \hat{Z}, \hat{P}, \hat{\beta} \right\}_{\text{Bayes}} = Z^*, P^*, \beta^* \\ 1 & \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.3.2 การหาค่าประมาณของพารามิเตอร์โดยใช้ฟังก์ชันความสูญเสียแบบศูนย์-หนึ่งจะมีลักษณะคล้ายกับการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MAP ซึ่งมีรูปแบบดังสมการที่ (2.3.2.6) ดังนั้นค่าประมาณของพารามิเตอร์สามารถหาได้จาก

$$(2.3.4.10) \quad \left\{ \hat{Z}, \hat{P}, \hat{\beta} \right\}_{MAP} = \arg \max_{Z^*, P^*, \beta^*} \left\{ p(X | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) \cdot p(y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) \cdot p(Z^* | P^*) \cdot p(\beta^* | P^*) \cdot p(P^*) \right\}$$

เนื่องจากเมทริกซ์ภาพฉายเมื่อไม่เกิดความคลาดเคลื่อนมีข้อจำกัดเกี่ยวกับความตั้งฉากปกติ (orthonormality) คือ $P^{*'} P^* = I$ โดยสมาชิกแต่ละตำแหน่งมีค่าอยู่ระหว่าง -1 และ 1 เราจะสมมติว่าไม่ทราบข้อมูลเกี่ยวกับเมทริกซ์ภาพฉาย นั่นหมายความว่าสมาชิกแต่ละตำแหน่งของ P^* มีการแจกแจงแบบสมมาตรในช่วง -1 ถึง 1 จากข้อสมมตินี้ทำให้สมการ (2.3.4.10) มีรูปแบบใหม่เป็น

$$(2.3.4.11) \quad \left\{ \hat{Z}, \hat{P}, \hat{\beta} \right\}_{MAP} = \arg \max_{Z^*, P^*, \beta^*} \left\{ p(X | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) \cdot p(y | Z^*, P^*, \beta^*, r^*) \cdot p(Z^* | P^*) \cdot p(\beta^* | P^*) \right\}$$

ถ้าไม่มีความคลาดเคลื่อนในข้อมูล (noise - free data) ซึ่งตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (noise - free independent variable) มีการแจกแจงแบบปกติ เขียนได้เป็น $X^* \sim N_{n \times p}(\mu_{X^*}, Q_{X^*})$ เราจะได้ว่า

$$(2.3.4.12) \quad E[Z^* | P^*] = E[X^*] P^* = \mu_{X^*} P^*$$

$$(2.3.4.13) \quad \text{cov}[Z^* | P^*] = P^{*'} E[(X^* - \mu_{X^*})' (X^* - \mu_{X^*})] P^* = P^{*'} Q_{X^*} P^*$$

ดังนั้น

$$(2.3.4.14) \quad Z^* | P^* \sim N(\mu_{Z^*|P^*}, Q_{Z^*|P^*})$$

$$\text{เมื่อ } \mu_{Z^*|P^*} = \mu_{X^*} P^* \quad \text{และ} \quad Q_{Z^*|P^*} = P^{*'} Q_{X^*} P^*$$

สมมติว่าเวกเตอร์พารามิเตอร์ b^* มีการแจกแจงแบบปกติ กล่าวคือ

$$(2.3.4.15) \quad \underset{\sim}{b}^* \sim N_{\underset{\sim}{p}}(\underset{\sim}{\mu}_{b^*}, \underset{\sim}{Q}_{b^*})$$

จากความสัมพันธ์ $\underset{\sim}{\beta}^* = P^{*'} \underset{\sim}{b}^*$ จะได้ว่า

$$(2.3.4.16) \quad \underset{\sim}{\beta}^* | P^* \sim N(\underset{\sim}{\mu}_{\beta^*|P^*}, \underset{\sim}{Q}_{\beta^*|P^*})$$

เมื่อ $\underset{\sim}{\mu}_{\beta^*|P^*} = P^{*'} \underset{\sim}{\mu}_{b^*}$ และ $\underset{\sim}{Q}_{\beta^*|P^*} = P^{*'} \underset{\sim}{Q}_{b^*} P^*$

2.3.5 ตัวประมาณพารามิเตอร์และการพยากรณ์

วิธี BLVR จะประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบจาก

$$(2.3.5.1) \quad \left\{ \hat{P} \right\} = \arg \max_{P^*} P(X | Z^*, \alpha^*, \beta^*, P^*) P(y | Z^*, \alpha^*, \beta^*, P^*)$$

เมื่อ

$$\left\{ \hat{Z} \right\} = \arg \max_{Z^*} P(X | Z^*, \alpha^*, \beta^*, P^*) P(Z^* | P^*)$$

$$\left\{ \hat{\beta} \right\} = \arg \max_{\beta^*} P(y | Z^*, \alpha^*, \beta^*, P^*) P(\beta^* | P^*)$$

จากข้อสมมติเบื้องต้นในหัวข้อ 2.3.4 เราจะสามารถเขียนสมการ (2.3.5.1) ใหม่ได้เป็น

$$(2.3.5.2) \quad \left\{ \hat{P} \right\} = \arg \min_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)' Q_{E_X}^{-1} (x_i - \hat{x}_i) + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)' Q_{\hat{y}}^{-1} (y_i - \hat{y}_i) \right\}$$

เมื่อ

$$\left\{ \hat{z}_i \right\} = \arg \min_{z_i} \left\{ (x_i - \hat{x}_i)' Q_{E_X}^{-1} (x_i - \hat{x}_i) + (z_i - \underset{\sim}{\mu}_{z^*|P^*})' Q_{z^*|P^*}^{-1} (z_i - \underset{\sim}{\mu}_{z^*|P^*}) \right\}$$

$$\left\{ \hat{\beta} \right\} = \arg \min_{\hat{\beta}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)' Q_{\varepsilon_y}^{-1} (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{\beta} - \mu_{\beta^*|P^*})' Q_{\beta^*|P^*}^{-1} (\hat{\beta} - \mu_{\beta^*|P^*}) \right\}$$

$$\hat{y}_i = \hat{z}_i' \hat{\beta}, \quad \hat{x}_i = P \hat{z}_i \quad \text{และ} \quad P' P = I$$

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น วิธี BLVR จะต้องประมาณค่าพารามิเตอร์ 4 ตัว คือ $P, Z, \hat{\beta}$ และ r สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะสมมติว่าทราบค่า r และเราสามารถใช่วิธีตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange Multiplier) ในการพิสูจน์สมการ (2.3.5.2) ซึ่งจะได้ \hat{Z} และ $\hat{\beta}$ ดังนี้

$$(2.3.5.3) \quad \left\{ \hat{z}_i \right\}_{Pred} = \left(P' Q_{E_x}^{-1} P + Q_Z^{-1} \right) \left(P' Q_{E_x}^{-1} x_i + Q_{Z|P}^{-1} \mu_{z|P} \right)$$

$$(2.3.5.4) \quad \hat{\beta}_{\sim BLVR} = \left(\hat{Z}' \hat{Z} + Q_h^{-1} \right)^{-1} \left(\hat{Z}' \tilde{y} + Q_h^{-1} \mu_{\beta P} \right)$$

$$\text{เมื่อ } Q_h = Q_{\beta P} Q_{\varepsilon_y}^{-1}$$

เราสามารถพยากรณ์ค่าของตัวแปรตามได้จาก

$$(2.3.5.5) \quad \left\{ \hat{y}_i \right\}_{Pred} = \hat{\beta}' \left\{ \hat{z}_i \right\}_{Pred}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบการถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ โดยใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจ และใช้เกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ประกอบการตัดสินใจ ซึ่งวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่นำมาใช้มี 3 วิธี ดังนี้

1. วิธีกำลังสองน้อยสุด (OLS)
2. วิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด (TLS)
3. วิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส (BLVR)

และใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) ในการหาข้อสรุปของปัญหาที่ศึกษาตลอดจนใช้โปรแกรม MATLAB ในการประมวลผล ซึ่งขั้นตอนในการวิจัยมีรายละเอียดดังนี้

3.1 การจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Simulation by Monte Carlo method)¹

วิธีมอนติคาร์โลเป็นเทคนิคในการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์ที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยมีการจำลองตัวเลขสุ่ม (random number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษาซึ่งยังไม่แน่ใจผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น ซึ่งการศึกษาวิจัยครั้งนี้จะใช้เทคนิคมอนติคาร์โลในการสร้างข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา โดยขั้นตอนที่สำคัญของการจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โลมี 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างเลขสุ่ม (generate random number)

การสร้างเลขสุ่มเป็นขั้นตอนที่สำคัญในวิธีมอนติคาร์โล ทั้งนี้เนื่องจากหลักการของวิธีมอนติคาร์โลนั้นจะใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา ลักษณะของตัวเลขสุ่มที่ดีจะมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) ในช่วง $[0,1]$ และเป็นอิสระซึ่งกันและกันจากนั้นนำเลขสุ่มที่ได้ไปสร้างตัวแปรสุ่มตามลักษณะการแจกแจงที่ต้องการศึกษา เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับปัญหานั้นๆ

¹ นิตส์ สุสุวรรณ, “การเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกสมการถดถอยที่ดีที่สุดภายใต้แนวทางของเบสในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ”, (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545), หน้า 44-46

ขั้นตอนที่ 2 การประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่ม

ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับปัญหาที่ต้องการศึกษา ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ใช้เลขสุ่มในการหาคำตอบตามสูตรหรือการคำนวณในปัญหาที่ศึกษา บางปัญหาอาจใช้ตัวเลขสุ่มโดยตรง แต่บางปัญหาอาจใช้ตัวเลขสุ่มเพียงบางขั้นตอนของปัญหาเท่านั้น

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองกระทำ

เมื่อประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่มแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการทดลองโดยใช้กระบวนการสุ่ม (random process) มาทดลองกระทำซ้ำๆ กัน (replication) จำนวนหลายครั้งเพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา ซึ่งการทำลองกระทำซ้ำๆ กันนั้นจะเป็นการช่วยลดความไม่แน่นอนของคำตอบได้

จากหลักการของวิธิมอนติคาร์โลจะเห็นได้ว่า การใช้เลขสุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของปัญหา เป็นวิธีการที่จะนำไปสู่แนวคิดทางทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ โดยเฉพาะทฤษฎีความน่าจะเป็นที่จะนำไปสู่การอ้างอิงผลสรุปในสถานการณ์ของข้อมูลจริง เพราะไม่มีผลกระทบจากปัจจัยอื่นๆ เข้ามาเกี่ยวข้อง ในการทดลองเมื่อกระทำซ้ำๆ กันเป็นจำนวนมากแล้ว ความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์หาค่าต่างๆ ในแต่ละครั้งจะหมดไป (counter balance)

3.2 แผนการทดลอง

ผู้วิจัยได้กำหนดสถานการณ์ต่างๆ สำหรับการวิจัยครั้งนี้ไว้ดังนี้

1. กำหนดจำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษา คือ 3 5 และ 7 ตัว
2. กำหนดขนาดตัวอย่างที่ศึกษา คือ 30 50 70 100 และ 150
3. เลือกตัวอย่างสุ่มเพื่อใช้เป็นค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแปรตาม (\mathcal{E}_y) จากประชากรที่มีการแจกแจงเดียวกัน โดยการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาเฉพาะตัวอย่างสุ่มที่มาจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 0.3 0.5 0.7 และ 1.0 ตามลำดับ
4. เลือกตัวอย่างสุ่มเพื่อใช้เป็นค่าความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (\mathcal{E}_x) จากประชากรที่มีการแจกแจงเดียวกัน โดยการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาเฉพาะตัวอย่างสุ่มที่มาจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 0.3 0.5 0.7 และ 1.0¹ ตามลำดับ
5. ตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อน (X) จะสร้างจากตัวแปรอิสระที่ไม่มี ความคลาด

¹ สัมประสิทธิ์การแปรผัน (coefficient of variation (C.V.)) ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ เทียบค่าเฉลี่ยของตัวแปรอิสระที่ไม่มี ความคลาดเคลื่อนมีค่าเท่ากับ 5% 15% 25% 35% และ 50%

เคลื่อน (X^*) ที่มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 และความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (E_X)

6. สำหรับวิธี BLVR จะทำการเลือกตัวอย่างสุ่มเพื่อใช้เป็นค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบจากประชากรที่มีการแจกแจงเดียวกัน โดยการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาเฉพาะตัวอย่างสุ่มที่มาจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.5

3.3 ขั้นตอนการวิจัย

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยมีดังนี้

1. กำหนดลักษณะการแจกแจงของค่าคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (E_X) ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม (E_Y) ขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ และค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยสำหรับวิธี BLVR

2. สร้างข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัย

2.1. สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*)

2.2. สร้างข้อมูลตัวแปรตาม (y) จากตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) และความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม (E_Y) ที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา โดยให้ตัวแปรตามมีความสัมพันธ์เชิงเส้นในพารามิเตอร์กับตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน

2.3. สร้างข้อมูลตัวแปรตาม (y_B) ที่ใช้สำหรับวิธี BLVR โดยสร้างจากจากตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม (E_Y) สัมประสิทธิ์การถดถอยที่มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา

2.4. สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อน (X) จากตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) และความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (E_X) ที่มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา

3. ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธีทั้ง 3 วิธี

3.1. วิธีกำลังสองน้อยสุด

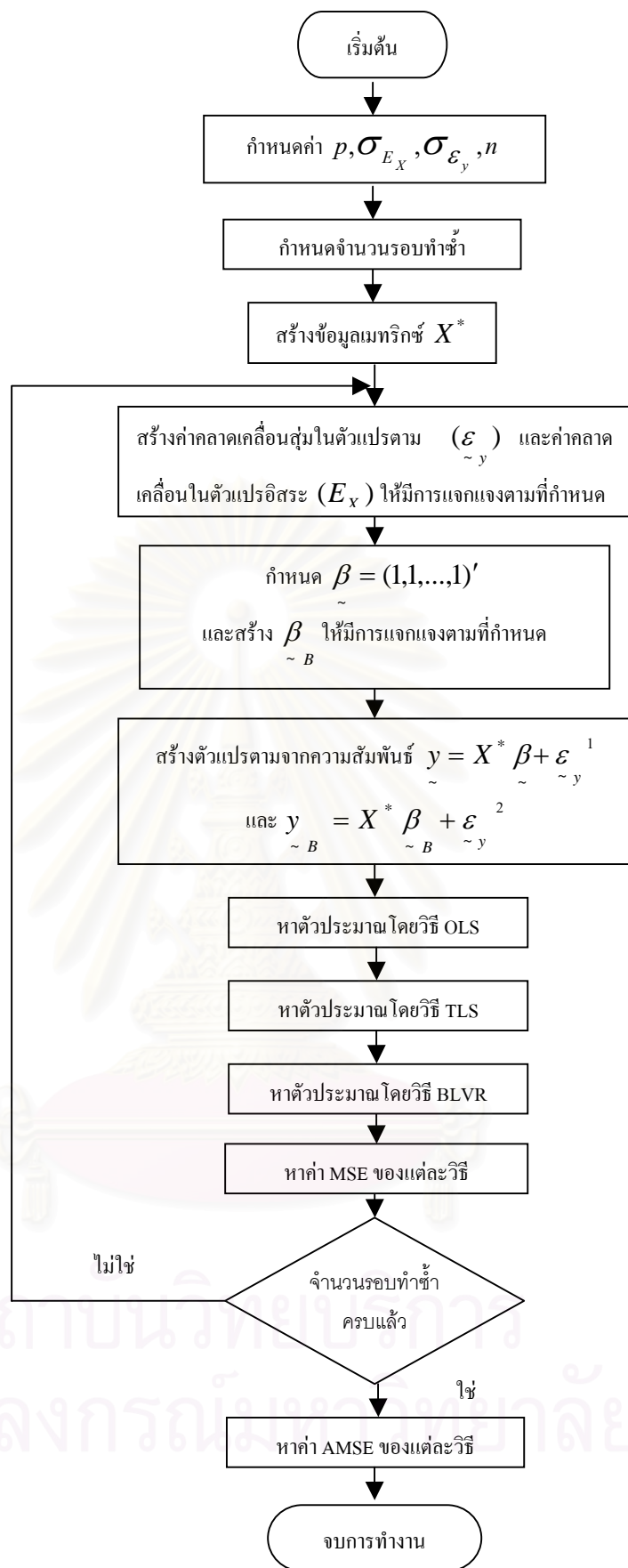
3.2. วิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

3.3. วิธีวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

4. คำนวณหาค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในแต่ละวิธี

5. สรุปผลในรูปแบบตารางและรูปภาพ

ผังงานแสดงขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย ดังแสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แผนผังสำหรับขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

¹ ความสัมพันธ์ของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระที่เกิดความคลาดเคลื่อนมีรูปแบบดังนี้ $y = (X - E_X) \beta + \epsilon$

² กรณีวิธี BLVR ความสัมพันธ์ของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระที่เกิดความคลาดเคลื่อนมีรูปแบบดังนี้ $y = (X - E_X) \beta + \epsilon$

สำหรับรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1

กำหนดลักษณะการแจกแจงของค่าคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (E_x) ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม (ε_y) ขนาดตัวอย่าง จำนวนตัวแปรอิสระ และค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยสำหรับวิธี BLVR โดยกำหนดตามแผนการทดลองที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

ขั้นตอนที่ 2

การสร้างข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา จะใช้โปรแกรม MATLAB บนเครื่อง PC computer ซึ่งการสร้างข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงแบบต่างๆนั้นจะต้องใช้ตัวเลขสุ่มเป็นพื้นฐานในการสร้าง ฟังก์ชันที่ใช้ในการสร้างตัวเลขสุ่ม คือ rand_number เมื่อสร้างตัวเลขสุ่มแล้วจะนำตัวเลขสุ่มที่ได้มา สร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ โดยสร้างจากฟังก์ชัน NORMAL(mean,sigma,ix,mm,z2) ข้อมูลที่สร้างได้แก่

1. ข้อมูลตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) สร้างจากการแจกแจงแบบที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 และความแปรปรวนเท่ากับ 1
2. ข้อมูลตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อน (X) โดยสร้างจากตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) และความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (E_x) โดยมีลักษณะการแจกแจงตามที่กำหนดในตอนต้น ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$X = X^* + E_x$$
3. ข้อมูลตัวแปรตาม (y) โดยให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นในพารามิเตอร์กับตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) และมีลักษณะการแจกแจงของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มในตัวแปรตาม (ε_y) ตามที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\tilde{y} = X^* \tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}_y$$

เมื่อ \tilde{y} แทนตัวแปรตาม

X^* แทนตัวแปรอิสระไม่มีความคลาดเคลื่อน

$\tilde{\beta}$ แทนเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่กำหนดขึ้น ซึ่งสำหรับกรณีนี้

$$\tilde{\beta}' = (1, 1, \dots, 1)_{1 \times (p+1)}$$

และ $\varepsilon_{\sim y}$ แทนค่าคลาดเคลื่อนของตัวแปรตาม

4. ข้อมูลตัวแปรตาม (y_B) ที่ใช้สำหรับวิธี BLVR โดยมีความสัมพันธ์เชิงเส้นในตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) กับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่มีลักษณะการแจกแจงตามที่กำหนดในแผนการทดลอง ซึ่งมีรูปแบบความสัมพันธ์ดังนี้

$$y_{\sim B} = X^*_{\sim B} \beta_{\sim y} + \varepsilon_{\sim y}$$

เมื่อ $y_{\sim B}$ แทนตัวแปรตามที่ใช้สำหรับวิธี BLVR

X^* แทนตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน

$\beta_{\sim B}$ แทนเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ ซึ่งสร้างจากการแจกแจงตามที่กำหนดไว้

และ $\varepsilon_{\sim y}$ แทนค่าคลาดเคลื่อนของตัวแปรตาม

ขั้นตอนที่ 3

หลังจากที่มีข้อมูลครบแล้วจะทำการหาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระจากทั้ง 3 วิธี ด้วยฟังก์ชัน ดังต่อไปนี้

1. ฟังก์ชันของวิธี OLS คือ OLS(X,y,p,n,col)
2. ฟังก์ชันของวิธี TLS คือ TLS(X,y,p,n,col)
3. ฟังก์ชันของวิธี BLVR คือ BLVR(X,yb,p,n,sigex,sigey,mx,sigx,mb,sigb,col,bb)

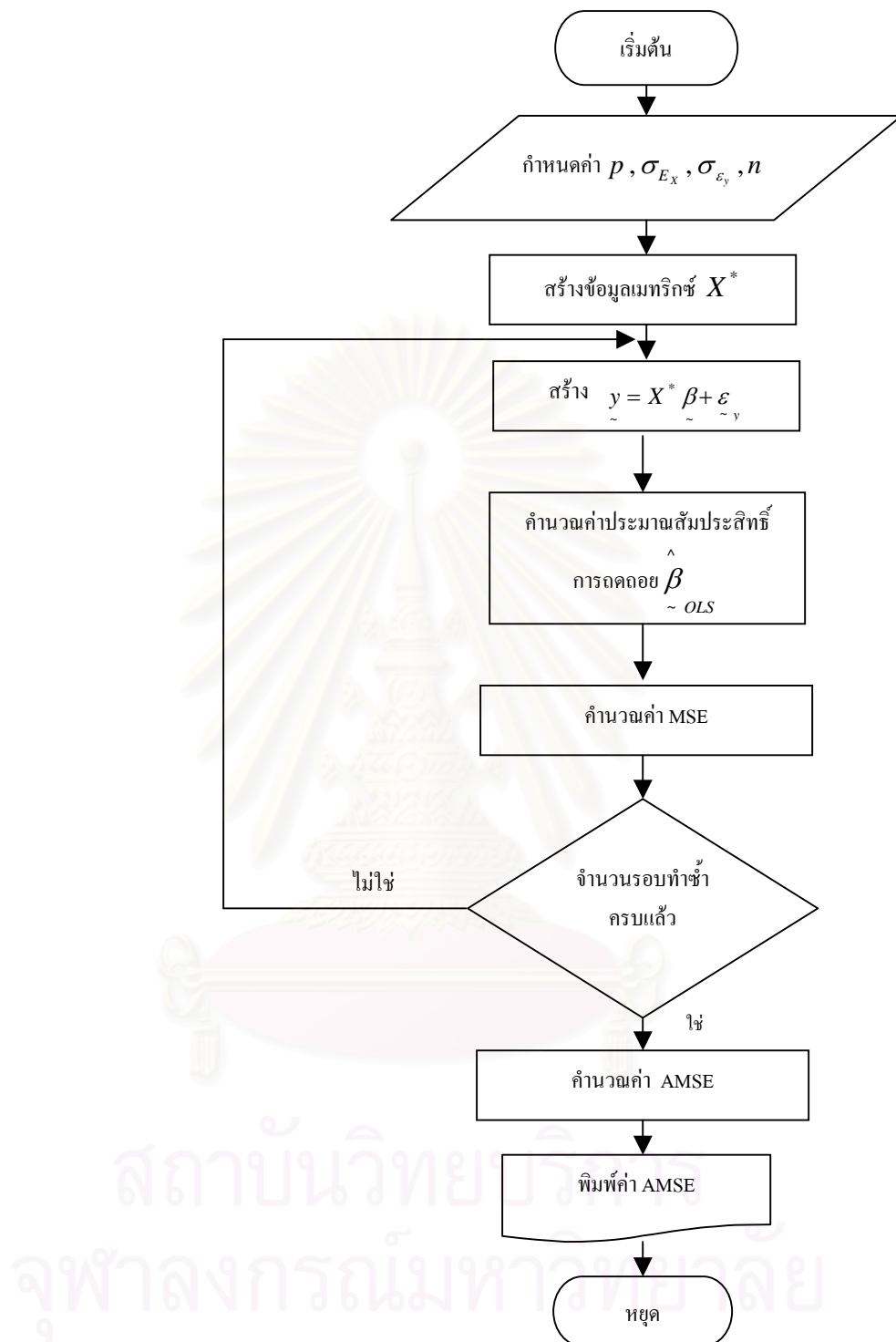
วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสมแต่ละวิธีมีรายละเอียดดังนี้

1. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี OLS เป็นการสร้างตัวแบบโดยไม่มี การตัดหรือเพิ่มตัวแปรอิสระเข้าสู่สมการซึ่งตัวประมาณที่ได้จากวิธีนี้คำนวณจาก

$$\hat{\beta}_{\sim OLS} = (X'X)^{-1} X'y_{\sim}$$

โดยจะคำนวณสัมประสิทธิ์การถดถอยจากฟังก์ชัน OLS

(X,y,p,n,col) และผังงานแสดงขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี OLS แสดงดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แสดงผังงานขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี OLS

2. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี TLS เป็นวิธีที่พัฒนาจากวิธี OLS โดยวิธีนี้จะหาค่าประมาณพารามิเตอร์จากการทำให้ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวแปรอิสระและตัวแปรตามมีค่าน้อยที่สุด ซึ่งการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกับหลักการดังกล่าวจำเป็นต้องใช้วิธี SVD เข้ามาช่วย ซึ่งตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระที่ได้จากวิธี

$$\text{TLS คือ } \hat{\beta}_{\sim TLS} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{0_{TLS}} \\ \hat{\beta}_{\sim 2_{TLS}} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ p \end{matrix} \quad \text{โดยที่ } \hat{\beta}_{\sim 2_{TLS}} = -V_{12}V_{22}^{-1} \text{ เมื่อ } V_{12} \text{ และ } V_{22} \text{ หาได้จาก}$$

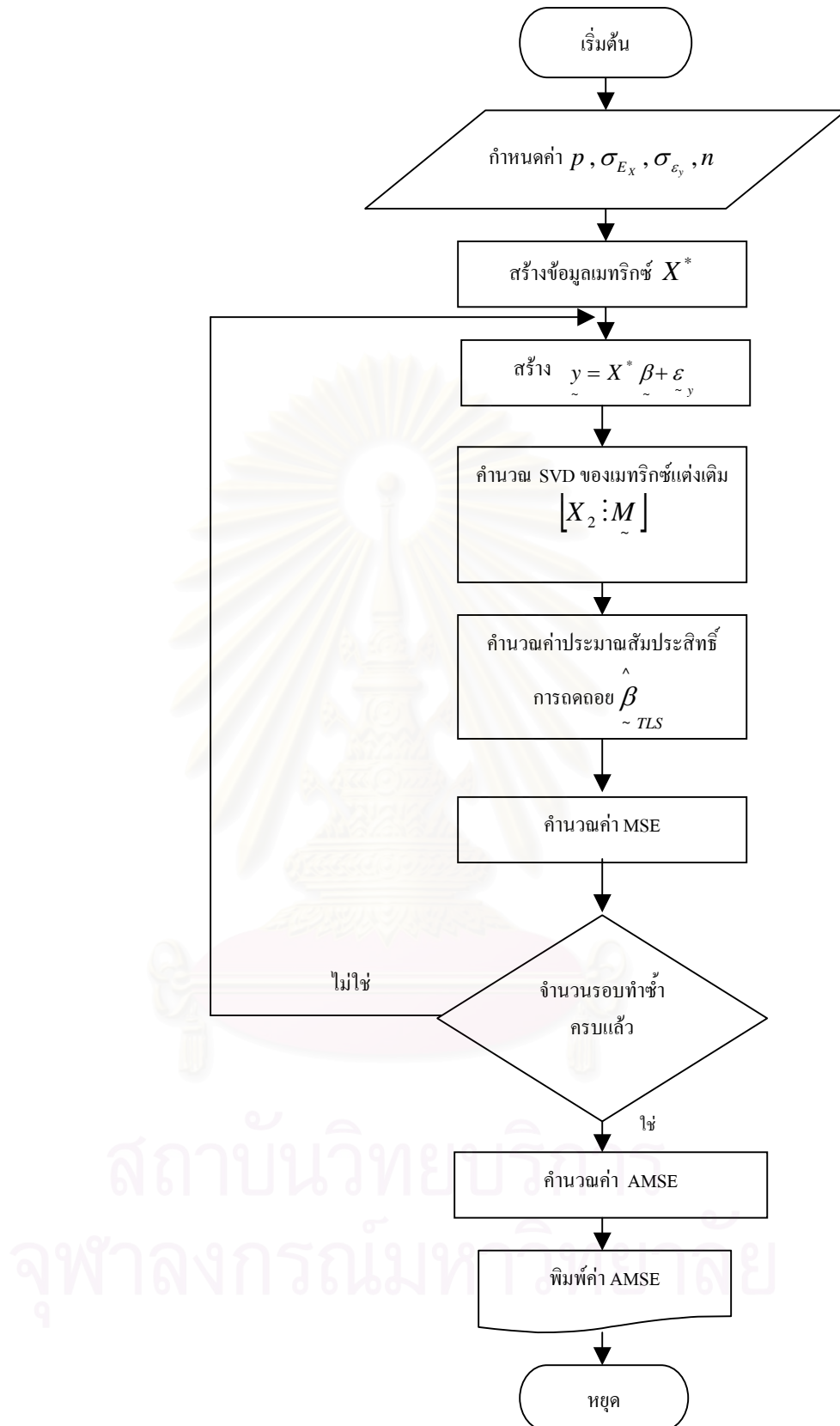
เมทริกซ์แต่งเติม $[X_2 : M]$ ซึ่งได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 ส่วน $\hat{\beta}_{0_{TLS}}$ สามารถหาได้

$$\text{จาก } \hat{\beta}_{0_{TLS}} = \bar{y} - [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p] \hat{\beta}_{\sim 2_{TLS}} \text{ เมื่อ } \bar{x}_i \text{ และ } \bar{y} \text{ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต}$$

(arithmetic means) ของ x_i และ y ตามลำดับโดยคำนวณได้จากฟังก์ชัน TLS

(X,y,p,n,col) และฟังก์ชันแสดงขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี

TLS แสดงดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แสดงผังงานขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี TLS

3. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี BLVR เป็นวิธีการที่นำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์เข้ามาช่วยในการประมาณค่า ซึ่งตัวประมาณที่ได้จากวิธีนี้คำนวณได้โดยการหาค่าที่ทำให้สมการต่อไปนี้มีค่าต่ำที่สุด

$$\{\hat{P}\} = \arg \min_{\hat{\alpha}} \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)' Q_{EX}^{-1} (x_i - \hat{x}_i) + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)' Q_{\varepsilon_y}^{-1} (y_i - \hat{y}_i) \right\}$$

เมื่อ

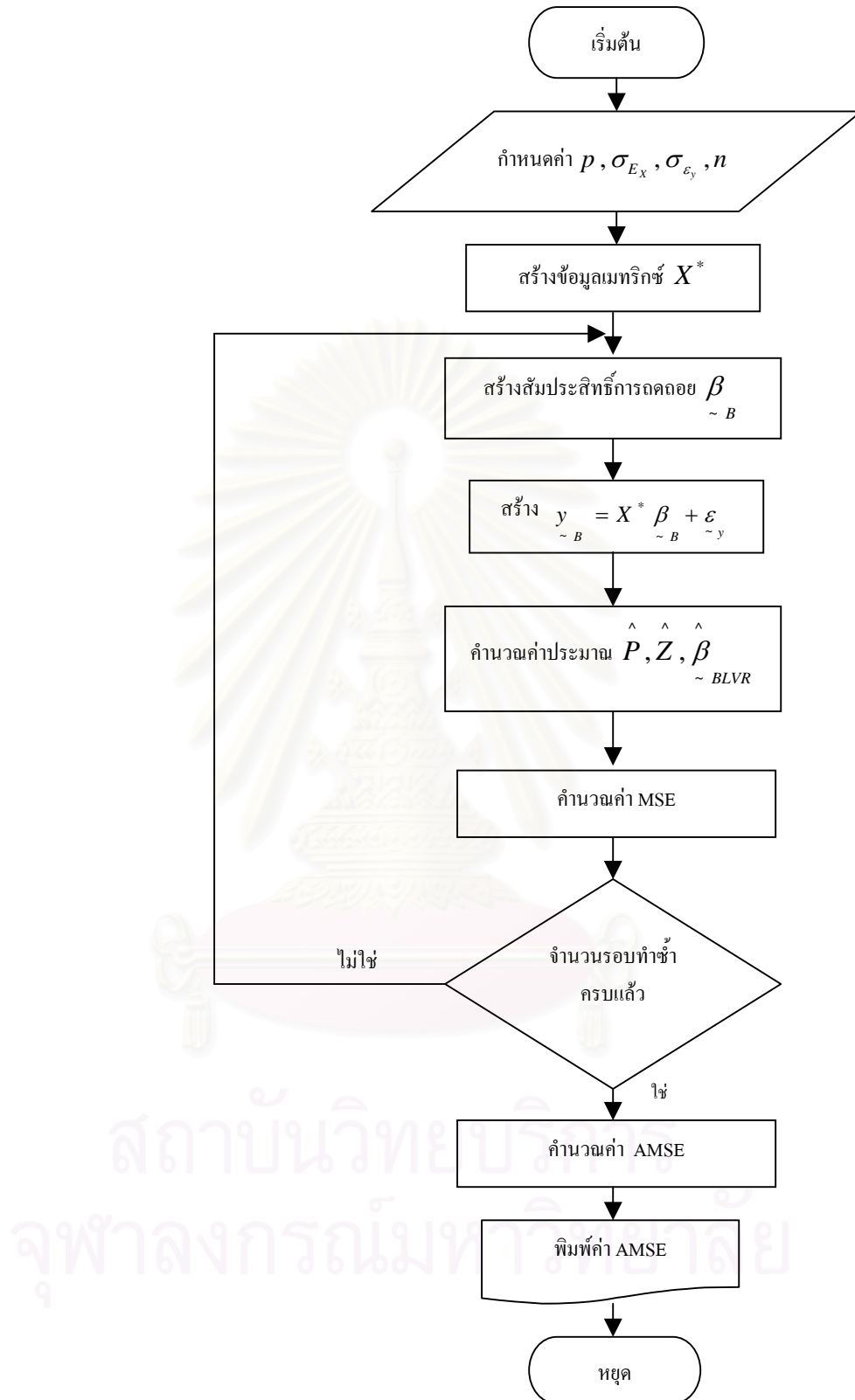
$$\{\hat{z}_i\} = \arg \min_{z_i} \left\{ (x_i - \hat{x}_i)' Q_{EX}^{-1} (x_i - \hat{x}_i) + (z_i - \mu_{z^*|P^*})' Q_{z^*|P^*}^{-1} (z_i - \mu_{z^*|P^*}) \right\}$$

$$\{\hat{\beta}\} = \arg \min_{\hat{\beta}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)' Q_{\varepsilon_y}^{-1} (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{\beta} - \mu_{\beta^*|P^*})' Q_{\beta^*|P^*}^{-1} (\hat{\beta} - \mu_{\beta^*|P^*}) \right\}$$

โดยคำนวณได้จากฟังก์ชัน BLVR(X,yb,p,n,sigex,sigey,mx,sigx,mb,sigb,col) และฟังก์ชันแสดงขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี BLVR แสดงดังรูปที่

3.4

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.4 แสดงผังงานขั้นตอนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี BLVR

ขั้นตอนที่ 4

เมื่อได้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสมในแต่ละวิธีแล้วจะคำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากฟังก์ชันเดียวกันกับที่ใช้หาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยใน ขั้นตอนที่ 3 ดังนี้

1. ฟังก์ชันสำหรับคำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธี OLS คือ $OLS(X,y,p,n,col)$
2. ฟังก์ชันสำหรับคำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธี TLS คือ $TLS(X,y,p,n,col)$
3. ฟังก์ชันสำหรับคำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธี BLVR คือ $BLVR(X,yb,p,n,sigex,sigey,mx,sigx,mb,sigb,col)$

ขั้นตอนที่ 5

เมื่อได้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของแต่ละวิธีเมื่อทำซ้ำครบตามจำนวนรอบของการทำซ้ำที่กำหนดแล้ว จะนำผลมาสรุปลงในตารางและรูปเพื่อแสดงการเปรียบเทียบและศึกษาแนวโน้มของแต่ละวิธี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ เพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ซึ่งวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระมี 3 วิธี ดังนี้

1. วิธีการกำลังสองน้อยสุด (OLS)
2. วิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด (TLS)
3. วิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส (BLVR)

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจว่าวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระวิธีใดจะมีความถูกต้องมากที่สุดพิจารณาจากเกณฑ์ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Squares Error (AMSE)) และเกณฑ์ที่ใช้ประกอบการตัดสินใจจะใช้ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Ratio of Different Average Mean Squares Error (RDAMSE)) ซึ่งวิธีใดให้ค่า AMSE และค่า RDAMSE ต่ำที่สุดจะเป็นวิธีที่ดีที่สุด

การนำเสนอผลการวิจัย ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยในรูปแบบตาราง โดยใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่างๆ

n	แทน	ขนาดตัวอย่าง
p	แทน	จำนวนตัวแปรอิสระ
σ_{E_x}	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ
σ_{ε_y}	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม
<i>OLS</i>	แทน	ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยวิธีกำลังสองน้อยสุด
<i>TLS</i>	แทน	ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด
<i>BLVR</i>	แทน	ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในตารางผลการวิจัยสำหรับแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า

ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (SD_{MSE}) ซึ่งแสดงในวงเล็บ และค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) ตามลำดับ

การนำเสนอผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระที่ดีที่สุดทั้ง 3 วิธีนั้นประกอบด้วยตารางและรูปภาพโดยแบ่งการนำเสนอเป็น 5 ส่วน ซึ่งใช้ระดับของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเป็นเกณฑ์ในการแบ่งส่วนของการนำเสนอผลการวิจัย ดังนี้

ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1

ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3

ส่วนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5

ส่วนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7

ส่วนที่ 5 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0

รูปแบบการนำเสนอผลการวิจัยในทุกตอนนั้นจะเริ่มจากผลการวิจัยที่ประกอบด้วยตารางและรูปภาพสำหรับแต่ละส่วน ซึ่งเมื่อเปลี่ยนระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ จะมีการอธิบายผลการวิจัยที่ได้ จากนั้นจะทำการอธิบายผลการวิจัยที่ได้อีกครั้งหนึ่งเมื่อเปลี่ยนระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม และทำการอธิบายผลการวิจัยทั้งหมดของส่วนนั้นๆ ในตอนท้ายของบท หลังจากที้นำเสนอผลการวิจัยครบทุกส่วนแล้วจะมีการอธิบายสรุปผลการวิจัยทั้งหมดอีกครั้งหนึ่ง

4.1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

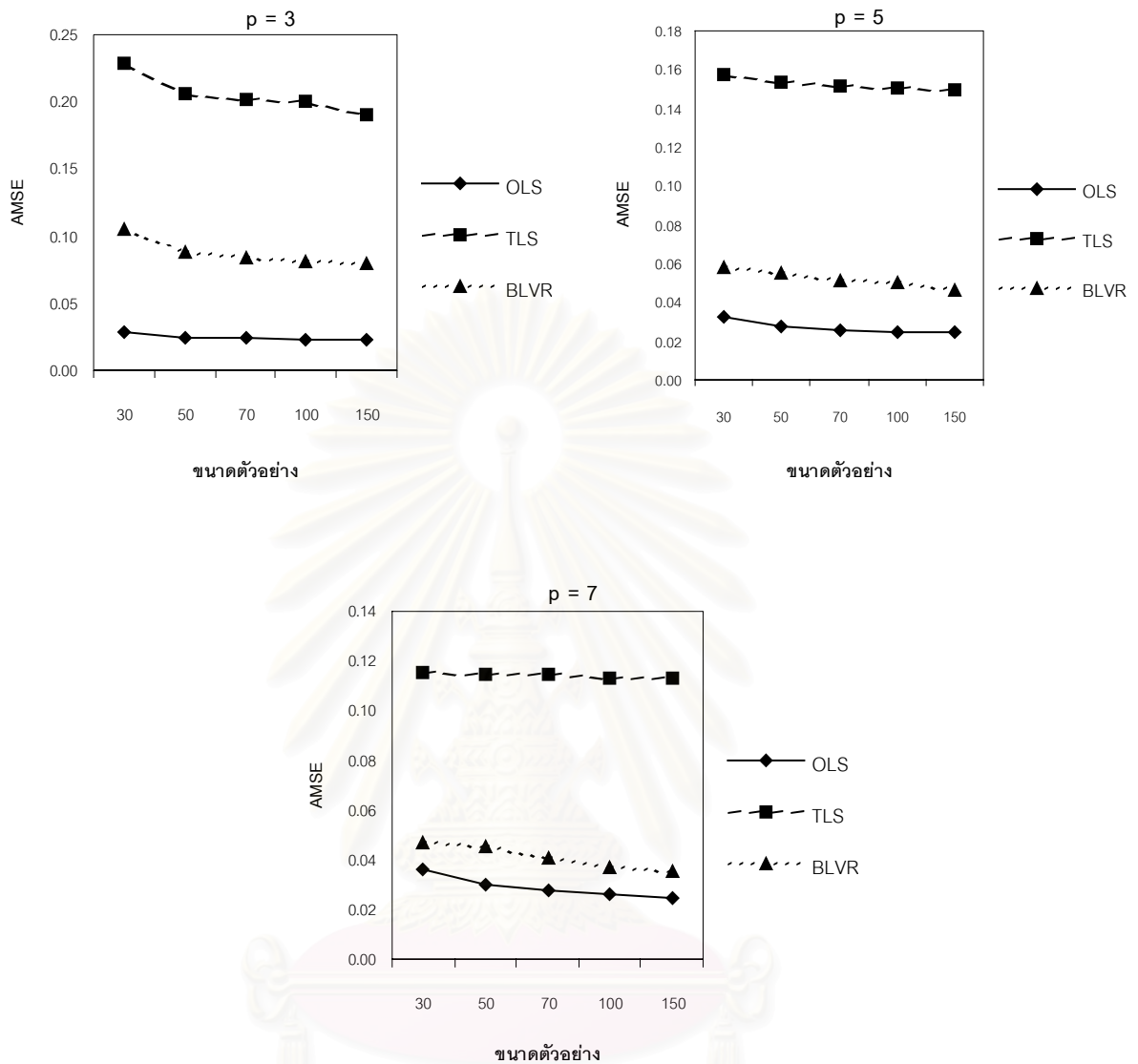
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.1	30	0.0277	0.2283	0.1048	0.0324	0.1574	0.0580	0.0362	0.1154	0.0471
		(0.0023)	(0.0066)	(0.0062)	(0.0031)	(0.0044)	(0.0033)	(0.0045)	(0.0034)	(0.0024)
		0.00	724.19	278.34	0.00	385.80	79.01	0.00	218.78	30.11
	50	0.0247	0.2056	0.0874	0.0279	0.1539	0.0554	0.0303	0.1149	0.0454
		(0.0013)	(0.0038)	(0.0036)	(0.0020)	(0.0026)	(0.0025)	(0.0026)	(0.0025)	(0.0020)
		0.00	732.39	253.85	0.00	451.61	98.57	0.00	279.21	49.83
	70	0.0240	0.2010	0.0836	0.0259	0.1517	0.0507	0.0276	0.1147	0.0407
		(0.0011)	(0.0032)	(0.0030)	(0.0017)	(0.0023)	(0.0017)	(0.0021)	(0.0019)	(0.0015)
		0.00	737.50	248.33	0.00	485.71	95.75	0.00	315.58	47.46
	100	0.0231	0.2005	0.0810	0.0250	0.1505	0.0499	0.0264	0.1131	0.0372
		(0.0006)	(0.0026)	(0.0025)	(0.0014)	(0.0017)	(0.0015)	(0.0017)	(0.0013)	(0.0012)
		0.00	767.97	250.65	0.00	502.00	99.60	0.00	328.41	40.91
	150	0.0230	0.1903	0.0790	0.0241	0.1495	0.0463	0.0249	0.1129	0.0357
		(0.0005)	(0.0021)	(0.0022)	(0.0011)	(0.0014)	(0.0013)	(0.0010)	(0.0011)	(0.0010)
		0.00	727.39	243.48	0.00	520.33	92.12	0.00	353.41	43.37

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

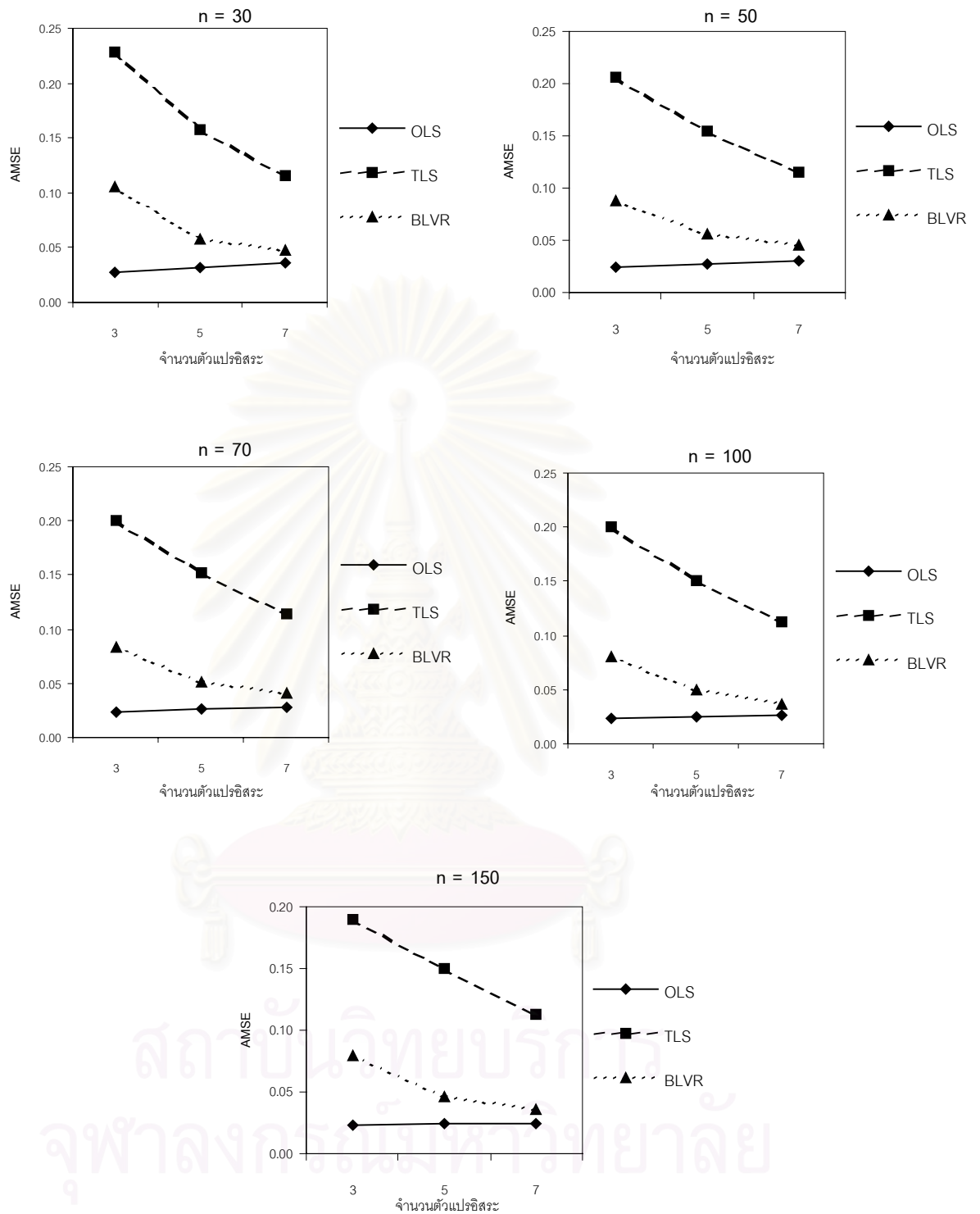
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบสส์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$



รูปที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 (ตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.1 – 4.2) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้การเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะมีผลทำให้ค่า RDAMSE ระหว่างวิธี OLS กับ TLS และค่า RDAMSE ระหว่างวิธี OLS กับ BLVR มีค่าลดลงด้วย

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

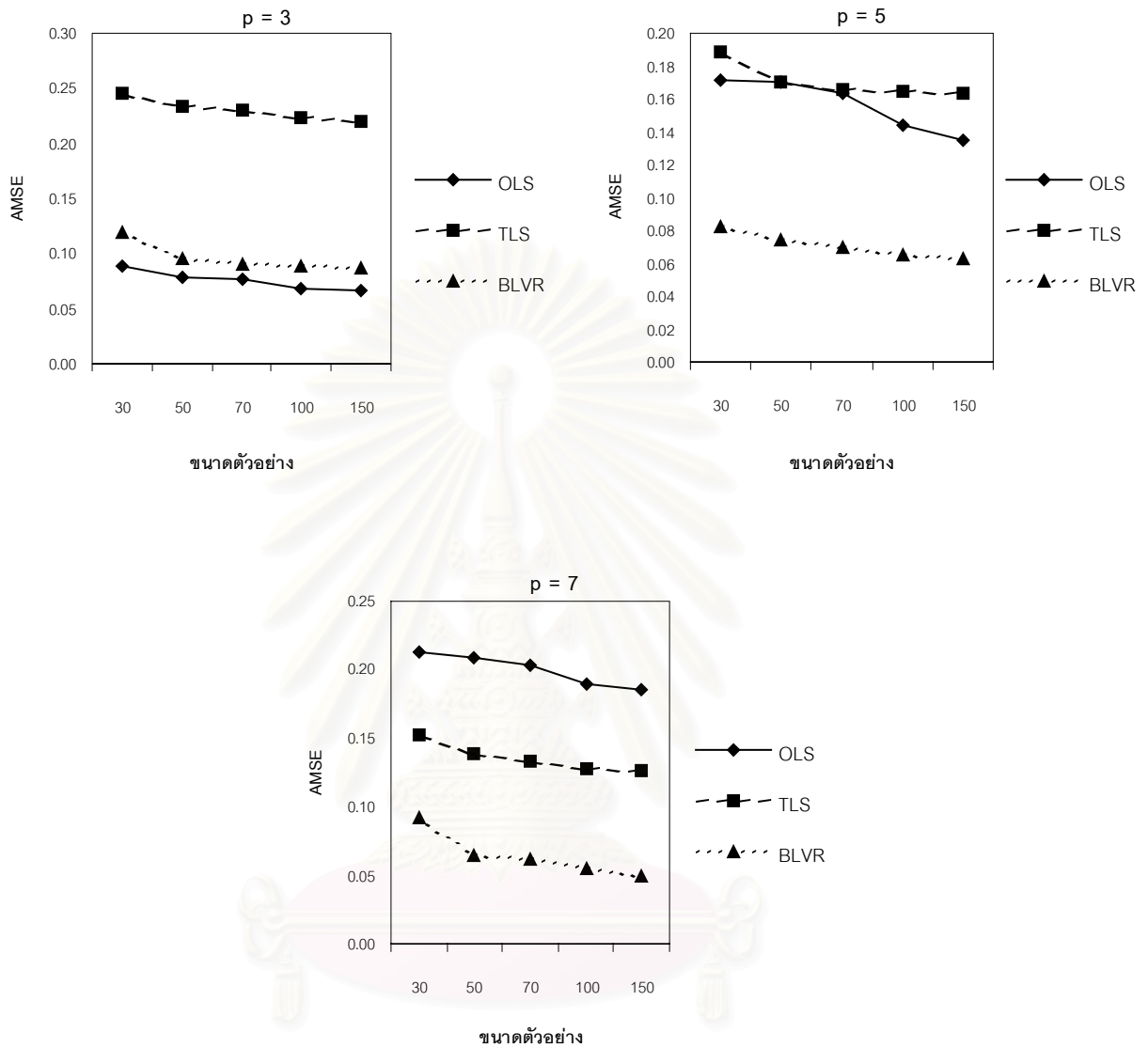
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.3	30	0.0891	0.2455	0.1187	0.1713	0.1884	0.0822	0.2131	0.1529	0.0915
		(0.0223)	(0.0237)	(0.0134)	(0.0363)	(0.0299)	(0.0108)	(0.0445)	(0.0236)	(0.0133)
		0.00	175.53	33.22	108.39	129.20	0.00	132.90	67.10	0.00
	50	0.0777	0.2343	0.0950	0.1698	0.1700	0.0745	0.2085	0.1384	0.0647
		(0.0161)	(0.0110)	(0.0064)	(0.0282)	(0.0169)	(0.0083)	(0.0373)	(0.0119)	(0.0066)
		0.00	201.54	22.27	127.92	128.19	0.00	222.26	113.91	0.00
	70	0.0775	0.2300	0.0904	0.1639	0.1654	0.0693	0.2039	0.1335	0.0612
		(0.0140)	(0.0099)	(0.0057)	(0.0215)	(0.0079)	(0.0075)	(0.0377)	(0.0097)	(0.0057)
		0.00	196.77	16.65	136.51	138.67	0.00	233.17	118.14	0.00
	100	0.0683	0.2237	0.0893	0.1440	0.1649	0.0653	0.1900	0.1275	0.0555
		(0.0099)	(0.0075)	(0.0048)	(0.0201)	(0.0054)	(0.0053)	(0.0305)	(0.0056)	(0.0028)
		0.00	227.53	30.75	120.52	152.33	0.00	242.34	129.73	0.00
150	0.0671	0.2198	0.0874	0.1343	0.1638	0.0623	0.1848	0.1261	0.0498	
	(0.0082)	(0.0061)	(0.0045)	(0.0195)	(0.0044)	(0.0034)	(0.0223)	(0.0041)	(0.0025)	
	0.00	227.57	30.25	115.57	162.92	0.00	271.08	153.21	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

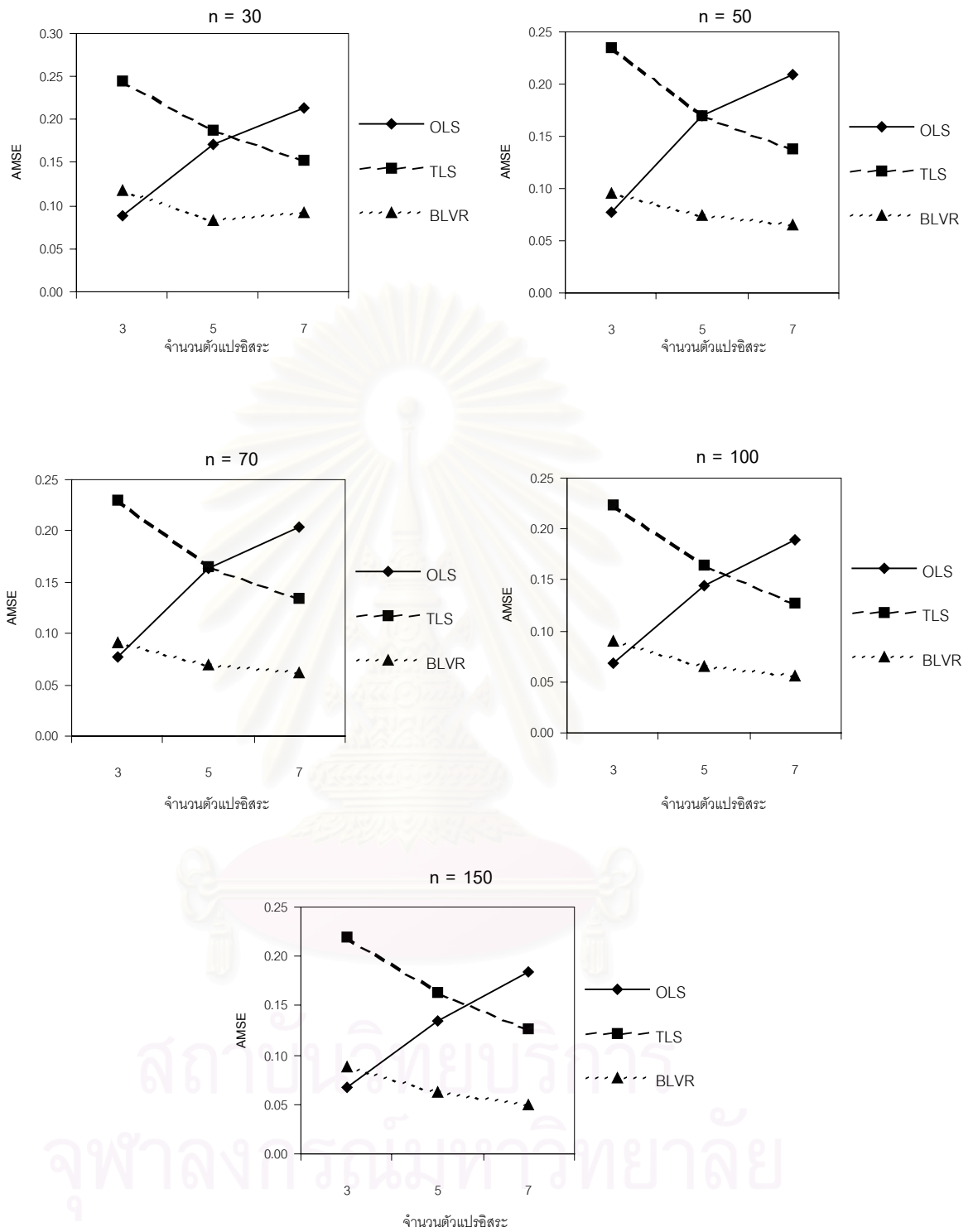
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$



รูปที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

จากผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 (ตารางที่ 4.2 และรูปที่ 4.3 - 4.4) เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าค่า AMSE ของวิธี OLS มีค่าต่ำสุด ลำดับต่อมาคือวิธี BLVR และวิธี TLS ให้ค่า AMSE สูงที่สุด เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS โดยค่า AMSE ของวิธี TLS จะสูงกว่าวิธี OLS เล็กน้อย ส่วนกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS มีค่าสูงสุด นอกจากนั้นในแต่ละวิธีการเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

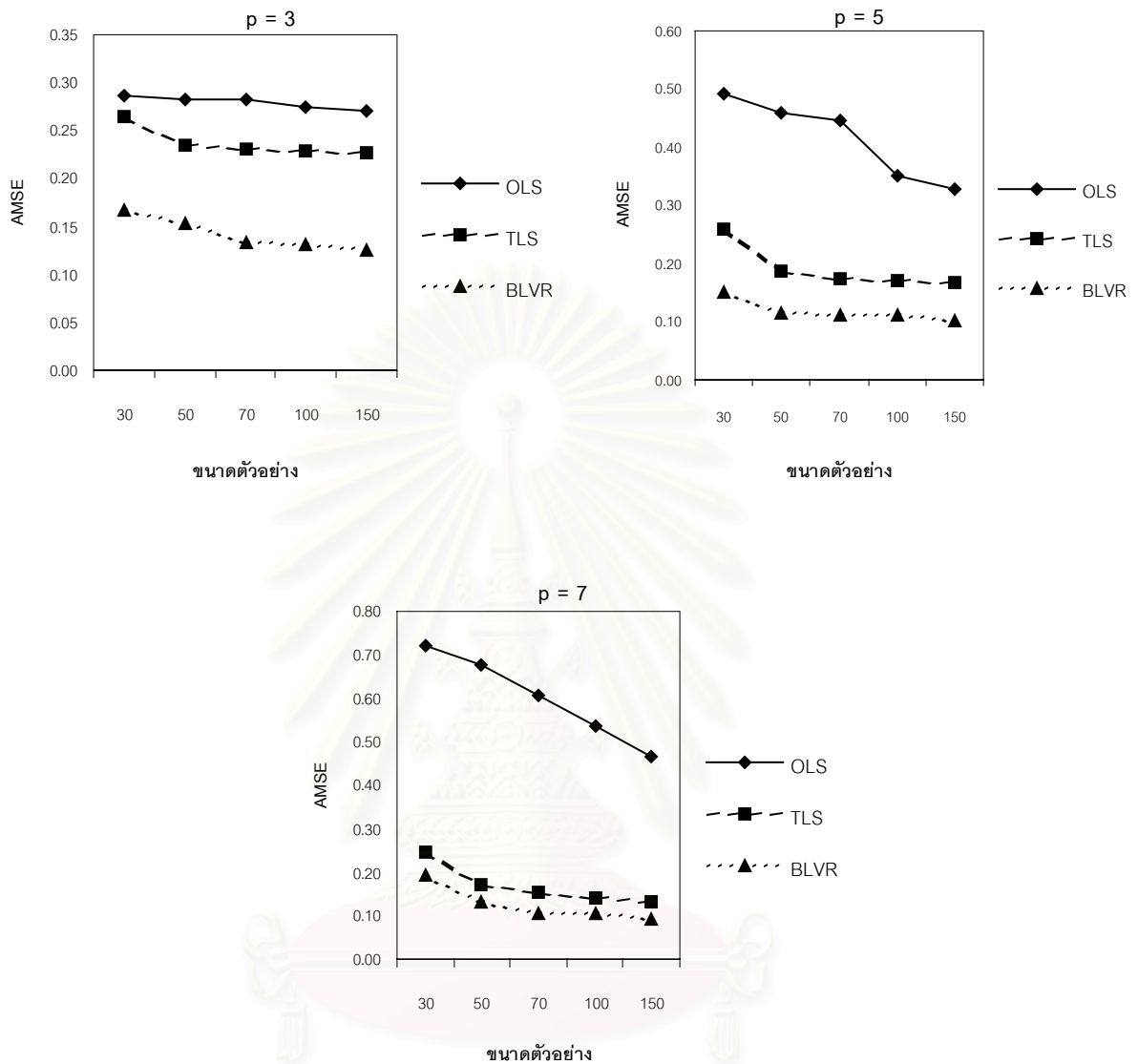
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.5	30	0.2870	0.2652	0.1675	0.4934	0.2599	0.1523	0.7205	0.2441	0.1956
		(0.1023)	(0.0576)	(0.0206)	(0.2198)	(0.0594)	(0.0198)	(0.2626)	(0.0621)	(0.0030)
		71.34	58.33	0.00	223.97	70.65	0.00	268.35	24.80	0.00
	50	0.2831	0.2353	0.1531	0.4574	0.1865	0.1162	0.6770	0.1712	0.1297
		(0.0876)	(0.0205)	(0.0172)	(0.1773)	(0.0296)	(0.0131)	(0.2494)	(0.0348)	(0.0160)
		84.91	53.69	0.00	293.63	60.50	0.00	421.97	32.00	0.00
	70	0.2821	0.2306	0.1323	0.4443	0.1747	0.1129	0.6085	0.1538	0.1072
		(0.0823)	(0.0183)	(0.0133)	(0.1328)	(0.0179)	(0.0116)	(0.2327)	(0.0270)	(0.0117)
		113.23	74.30	0.00	293.53	54.74	0.00	467.63	43.47	0.00
	100	0.2748	0.2281	0.1312	0.3517	0.1704	0.1122	0.5348	0.1389	0.1062
		(0.0629)	(0.0129)	(0.0121)	(0.1307)	(0.0115)	(0.0107)	(0.1937)	(0.0151)	(0.0107)
		109.45	73.86	0.00	213.46	51.87	0.00	403.58	30.79	0.00
150	0.2705	0.2273	0.1254	0.3281	0.1658	0.1017	0.4671	0.1332	0.0940	
	(0.0522)	(0.0108)	(0.0105)	(0.1187)	(0.0090)	(0.0086)	(0.1494)	(0.0099)	(0.0083)	
	115.71	81.26	0.00	222.62	63.03	0.00	396.91	41.70	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

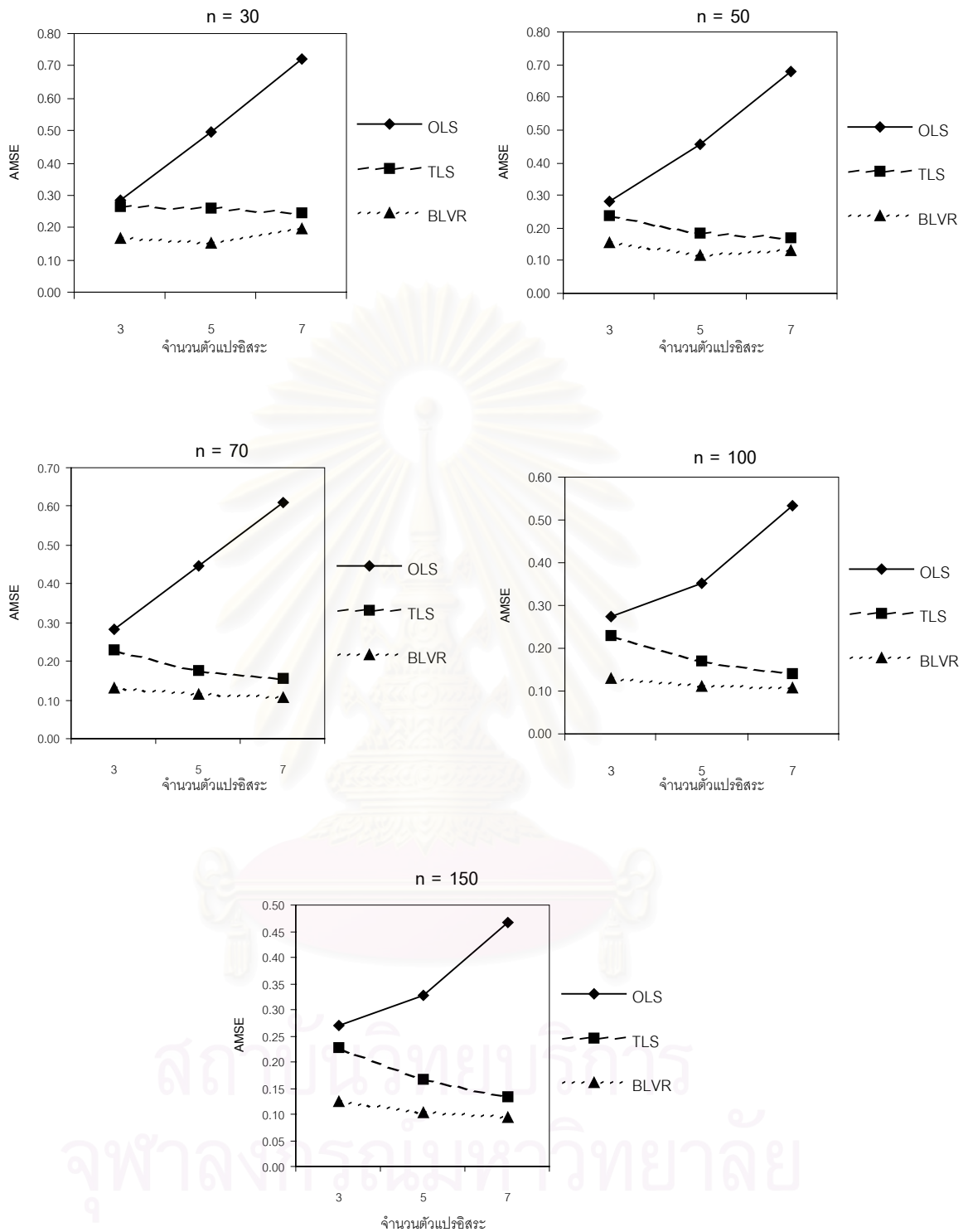
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$



รูปที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 (ตารางที่ 4.3 และรูปที่ 4.5 – 4.6) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น สำหรับวิธี TLS นั้น เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะมีผลทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ส่วนวิธี BLVR เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ซึ่งขนาดตัวอย่างทั้งสองระดับจะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว เนื่องจากการเพิ่มจำนวนตัวแปรทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง ทำให้กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี BLVR ไม่สามารถขจัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระให้หมดไปได้ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระมาก ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากพอวิธี BLVR สามารถแยกความคลาดเคลื่อนดังกล่าวออกจากข้อมูลของตัวแปรอิสระได้ จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

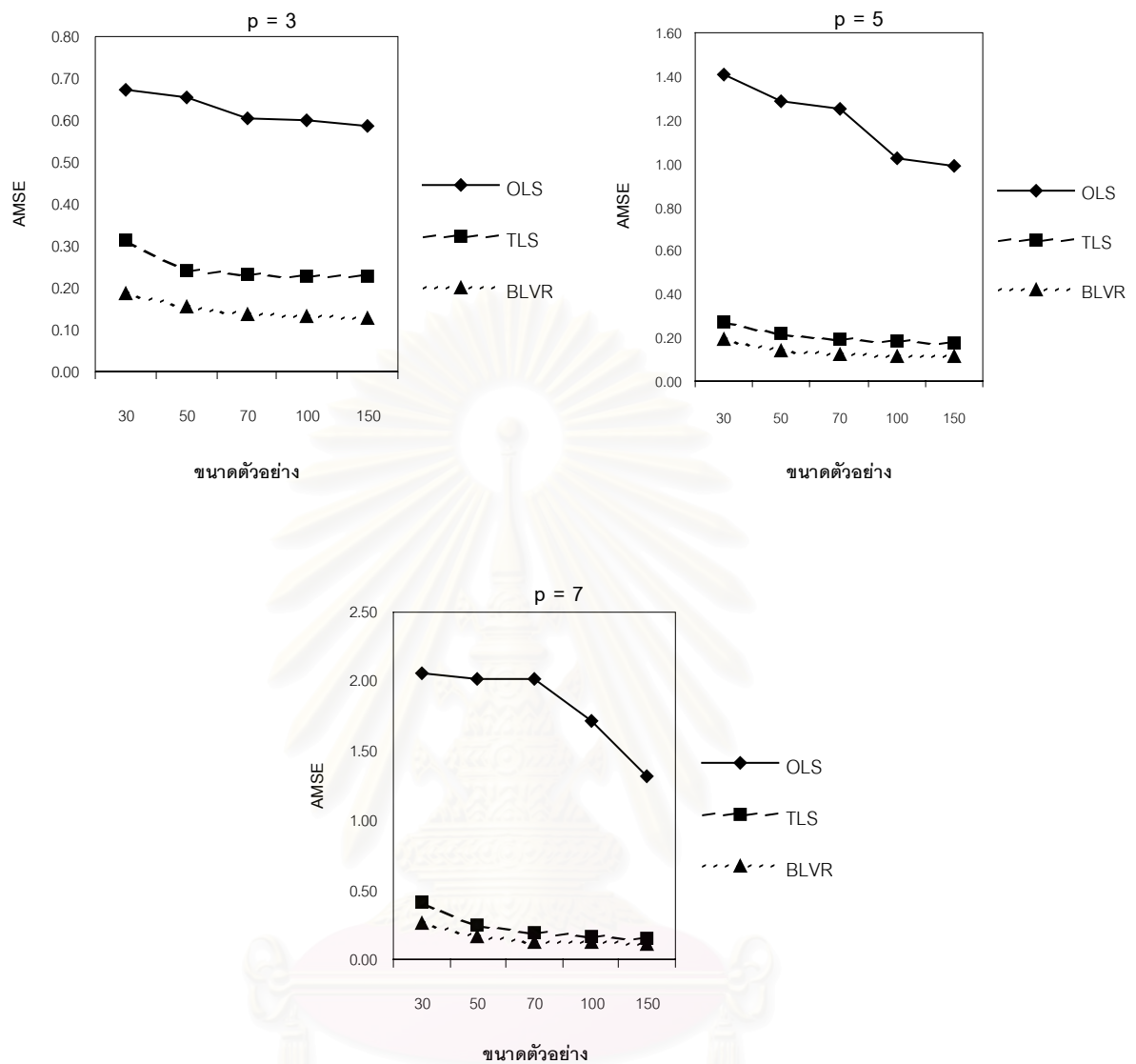
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.7	30	0.6728	0.3123	0.1867	1.4106	0.2738	0.1936	2.0580	0.4185	0.2544
		(0.2324)	(0.0595)	(0.0251)	(0.3842)	(0.0772)	(0.0285)	(0.4994)	(0.1453)	(0.0048)
		260.36	67.27	0.00	628.62	41.43	0.00	708.96	64.50	0.00
	50	0.6562	0.2399	0.1549	1.2881	0.2224	0.1385	2.0200	0.2447	0.1657
		(0.1860)	(0.0399)	(0.0187)	(0.3155)	(0.0611)	(0.0176)	(0.4545)	(0.0710)	(0.0232)
		323.63	54.87	0.00	830.04	60.58	0.00	1119.07	47.68	0.00
	70	0.6023	0.2333	0.1359	1.2474	0.1941	0.1259	2.0157	0.1942	0.1280
		(0.1433)	(0.0292)	(0.0148)	(0.2346)	(0.0392)	(0.0144)	(0.4068)	(0.0505)	(0.0159)
		343.19	71.67	0.00	890.79	54.17	0.00	1474.77	51.72	0.00
	100	0.6014	0.2295	0.1327	1.0188	0.1826	0.1174	1.7146	0.1637	0.1194
		(0.1138)	(0.0197)	(0.0134)	(0.2175)	(0.0220)	(0.0123)	(0.3385)	(0.0368)	(0.0134)
		353.20	72.95	0.00	767.80	55.54	0.00	1336.01	37.10	0.00
	150	0.5867	0.2280	0.1280	0.9841	0.1713	0.1094	1.3162	0.1481	0.1051
		(0.0979)	(0.0168)	(0.0118)	(0.1953)	(0.0173)	(0.0103)	(0.2732)	(0.0214)	(0.0105)
		358.36	78.13	0.00	799.54	56.58	0.00	1152.33	40.91	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

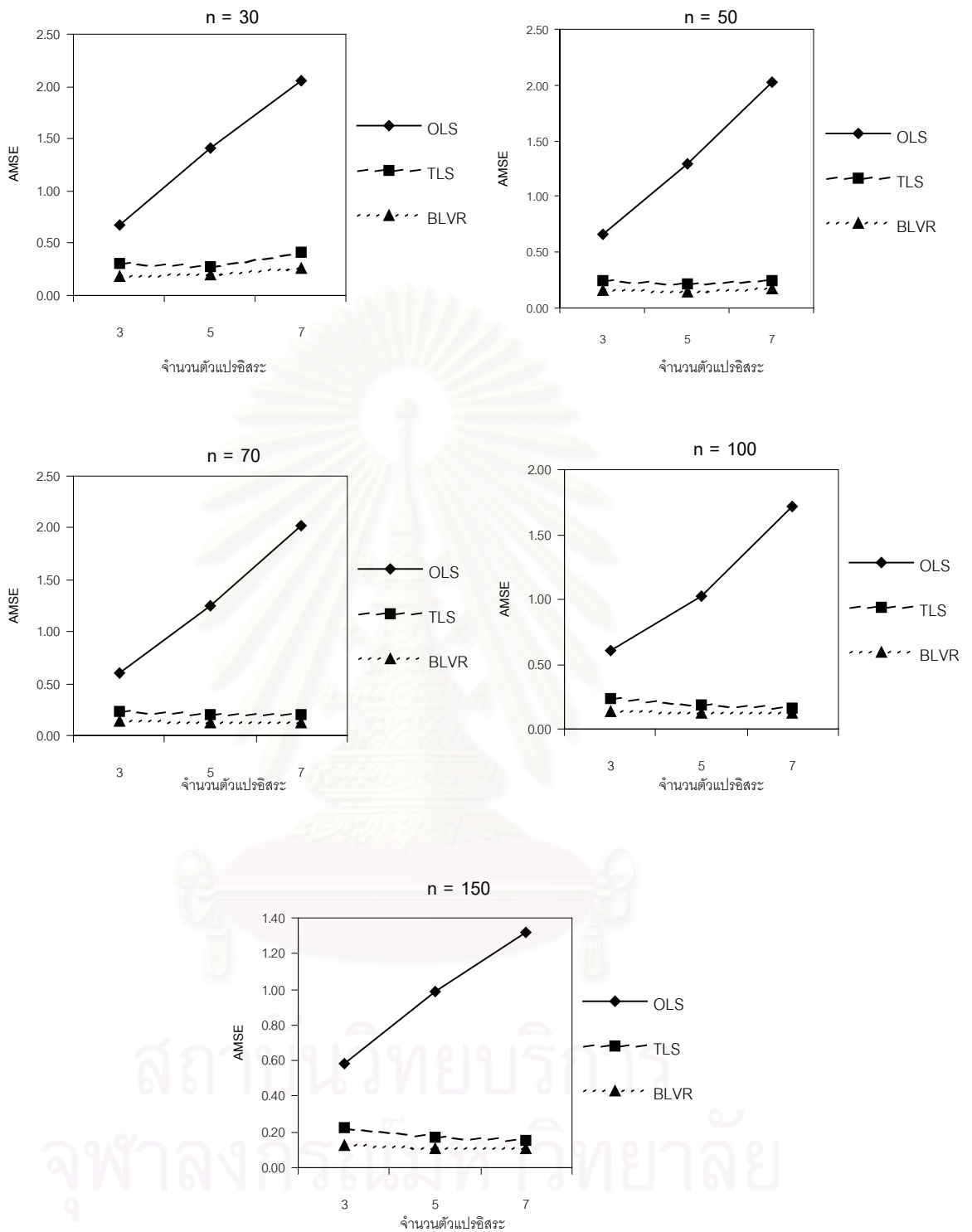
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$



รูปที่ 4.8 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7 (ตารางที่ 4.4 และรูปที่ 4.7 – 4.8) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 สำหรับวิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเป็น

150

ตารางที่ 4.5 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

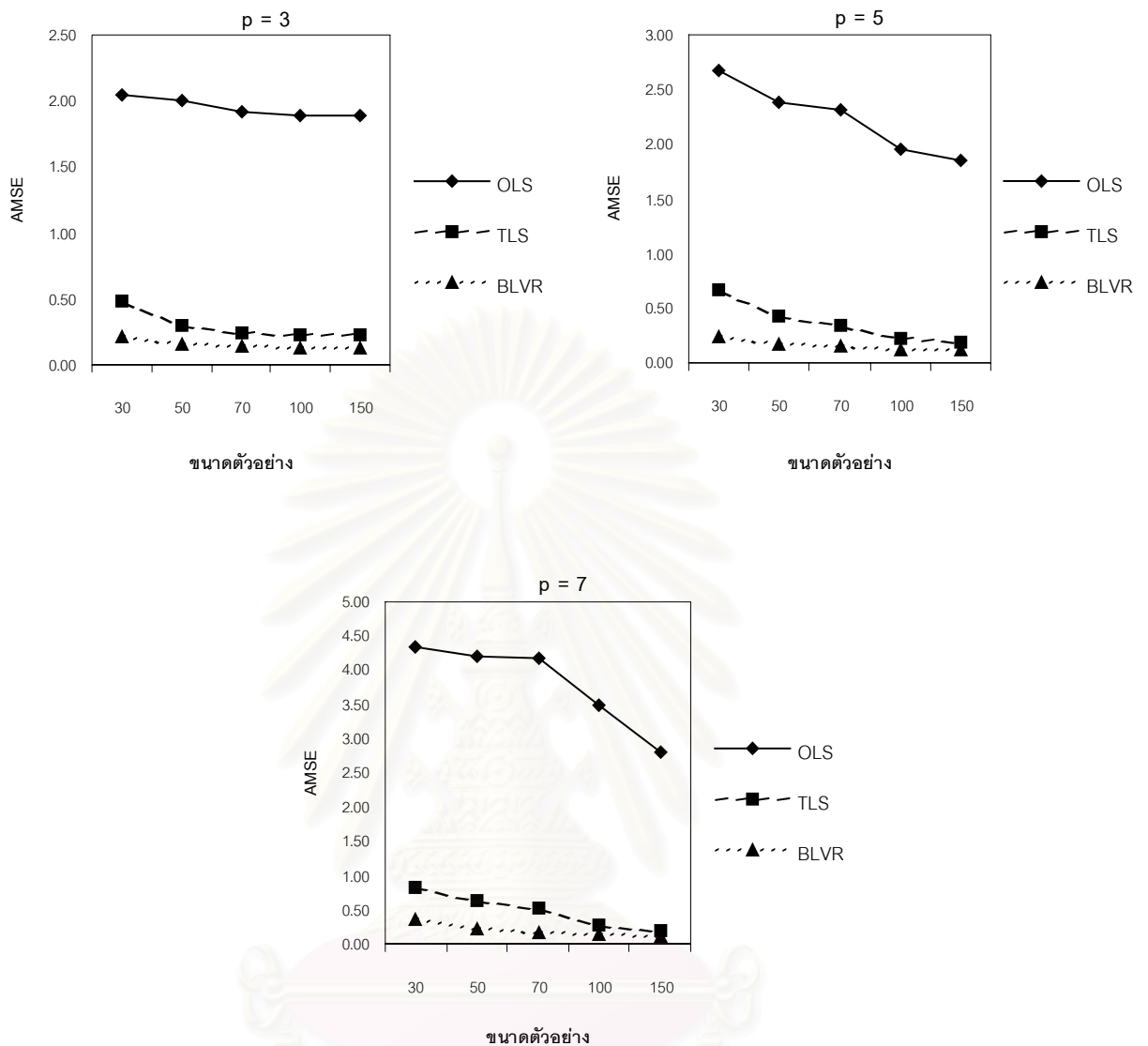
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
1.0	30	2.0409	0.4795	0.2144	2.6790	0.6675	0.2474	4.3326	0.8235	0.3517
		(0.5221)	(0.1296)	(0.0350)	(0.6853)	(0.1565)	(0.0449)	(1.0211)	(0.2413)	(0.0798)
		851.91	123.65	0.00	982.86	232.86	0.00	1131.90	134.15	0.00
	50	1.9976	0.2928	0.1603	2.3910	0.4303	0.1710	4.2068	0.6184	0.2183
		(0.4828)	(0.0775)	(0.0235)	(0.5779)	(0.1043)	(0.0272)	(0.9969)	(0.1794)	(0.0380)
		1146.16	82.66	0.00	1298.25	261.64	0.00	1827.07	183.28	0.00
	70	1.9128	0.2421	0.1441	2.3188	0.3425	0.1494	4.1726	0.5138	0.1610
		(0.4434)	(0.0436)	(0.0194)	(0.5375)	(0.0958)	(0.0215)	(0.8370)	(0.1453)	(0.0251)
		1227.41	68.01	0.00	1452.07	243.91	0.00	2491.68	219.13	0.00
	100	1.8848	0.2303	0.1343	1.9549	0.2251	0.1238	3.4811	0.2753	0.1399
		(0.4194)	(0.0183)	(0.0167)	(0.4350)	(0.0285)	(0.0159)	(0.7861)	(0.0463)	(0.0198)
		1303.43	71.48	0.00	1479.08	122.37	0.00	2388.28	96.78	0.00
	150	1.8835	0.2298	0.1329	1.8568	0.1923	0.1230	2.8014	0.2044	0.1213
		(0.4095)	(0.0147)	(0.0154)	(0.4037)	(0.0183)	(0.0149)	(0.6573)	(0.0130)	(0.0155)
		1317.23	72.91	0.00	1409.59	66.18	0.00	2209.48	68.51	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

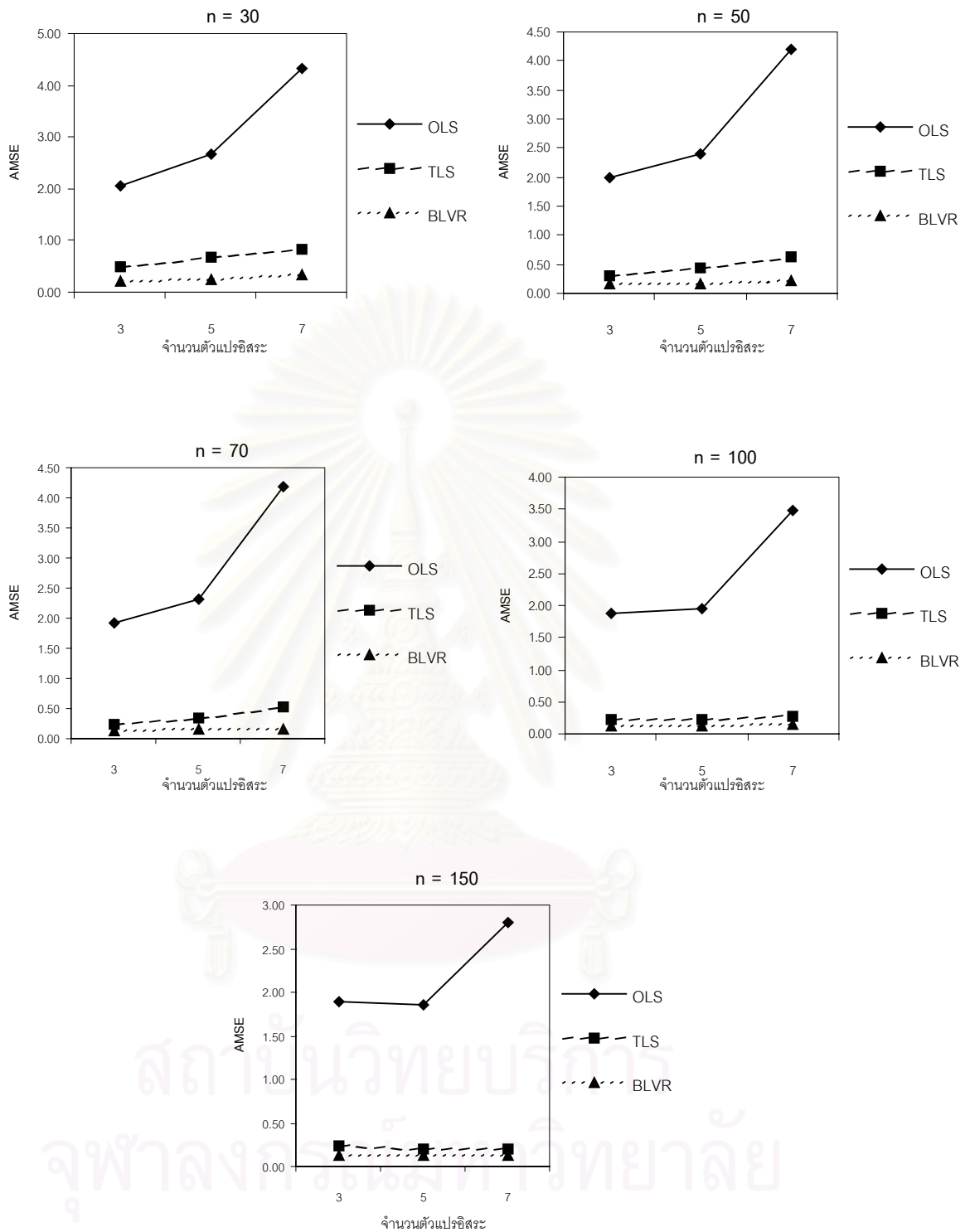
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.9 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$



รูปที่ 4.10 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.1$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 1.0 (ตารางที่ 4.5 และรูปที่ 4.9 – 4.10) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนวิธี TLS ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัวจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้นยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 นอกจากนั้นค่า AMSE ของวิธี TLS มีค่าเพิ่มขึ้นในทุกกรณีเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว สำหรับวิธี BLVR ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 นอกจากนั้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเป็น 150

สรุปส่วนที่ 4.1 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.1

กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 พบว่าค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS ตามลำดับ ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัว วิธี OLS จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี BLVR และวิธี TLS ซึ่งให้ค่า AMSE สูงที่สุด ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัว พบว่าค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS ตามลำดับ ส่วนกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 ตัว ค่า AMSE ของวิธี BLVR จะมีค่าต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และ OLS ตามลำดับ เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1.0 จะให้ผลสรุปเหมือนกันคือ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก คือ วิธี BLVR TLS และ OLS ตามลำดับในทุกสถานการณ์ ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

จากผลการวิจัยในส่วนที่ 4.1 สามารถสรุปเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) ได้ดังนี้

1. เมื่อนขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ลดลง เพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลง
2. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นของ AMSE ในวิธี OLS จะสูงกว่าวิธี TLS และ BLVR
3. เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธี OLS มีแนวโน้มสูงขึ้น ส่วนวิธี TLS และ BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ แต่ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง และระดับสูง ค่า AMSE จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับที่พอเพียง จะมีผลทำให้ค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR มีค่าลดลง

4.2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

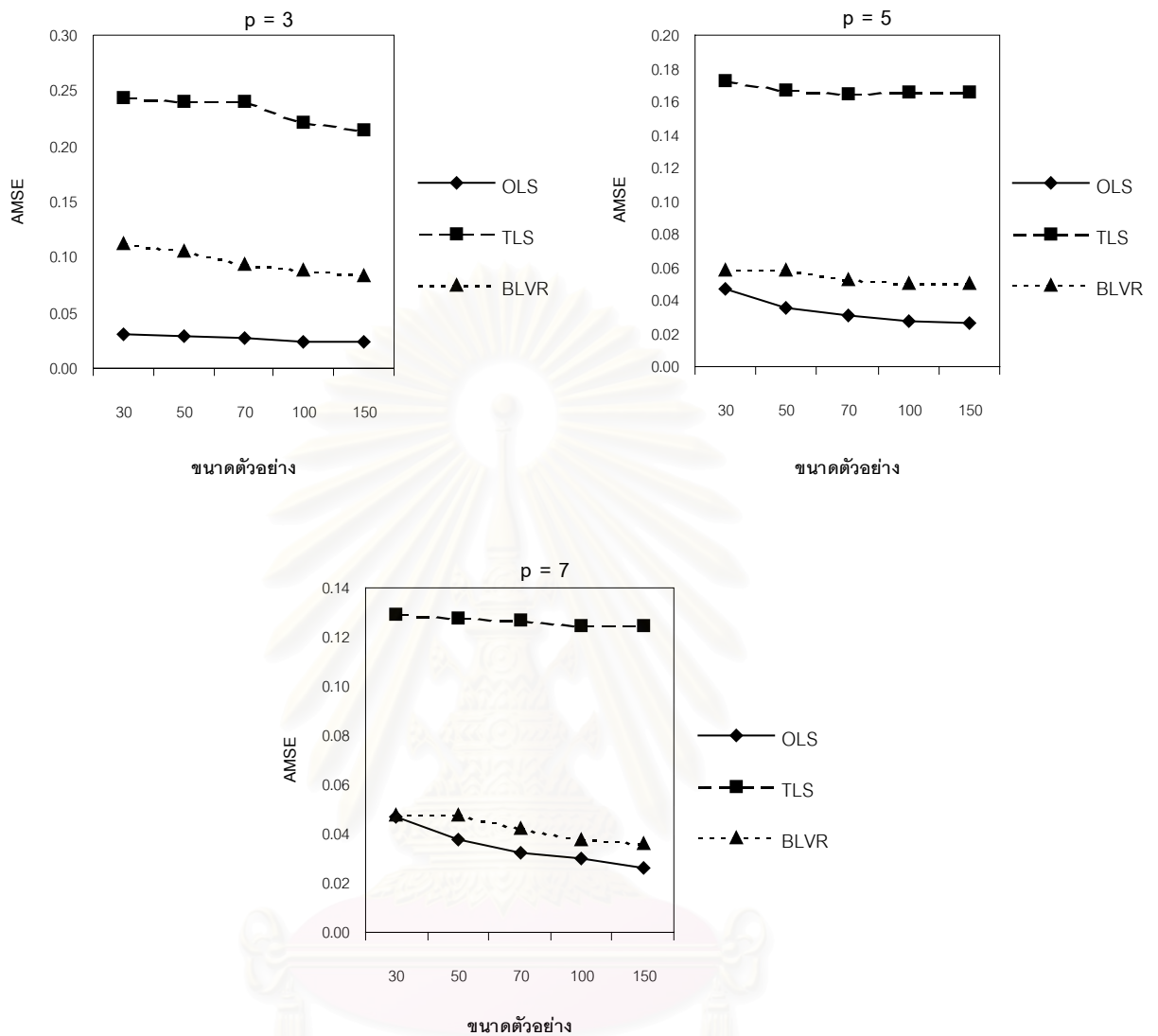
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.1	30	0.0303	0.2442	0.1131	0.0465	0.1731	0.0588	0.0467	0.1289	0.0476
		(0.0057)	(0.0095)	(0.0067)	(0.0072)	(0.0075)	(0.0037)	(0.0074)	(0.0050)	(0.0028)
		0.00	705.94	273.27	0.00	272.26	26.45	0.00	176.02	1.93
	50	0.0292	0.2402	0.1064	0.0358	0.1669	0.0583	0.0378	0.1275	0.0474
		(0.0027)	(0.0059)	(0.0051)	(0.0045)	(0.0038)	(0.0027)	(0.0046)	(0.0038)	(0.0023)
		0.00	722.60	264.38	0.00	366.20	62.85	0.00	237.30	25.40
	70	0.0269	0.2395	0.0934	0.0308	0.1646	0.0525	0.0325	0.1269	0.0421
		(0.0020)	(0.0050)	(0.0035)	(0.0030)	(0.0035)	(0.0022)	(0.0031)	(0.0028)	(0.0018)
		0.00	790.33	247.21	0.00	434.42	70.45	0.00	290.46	29.54
	100	0.0247	0.2217	0.0882	0.0280	0.1658	0.0508	0.0298	0.1247	0.0380
		(0.0014)	(0.0041)	(0.0026)	(0.0021)	(0.0025)	(0.0019)	(0.0027)	(0.0018)	(0.0014)
		0.00	797.57	257.09	0.00	492.14	81.43	0.00	318.46	27.52
	150	0.0244	0.2145	0.0841	0.0263	0.1657	0.0503	0.0265	0.1245	0.0361
		(0.0013)	(0.0033)	(0.0020)	(0.0015)	(0.0020)	(0.0016)	(0.0017)	(0.0016)	(0.0012)
		0.00	779.10	244.67	0.00	530.04	91.25	0.00	369.81	36.23

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

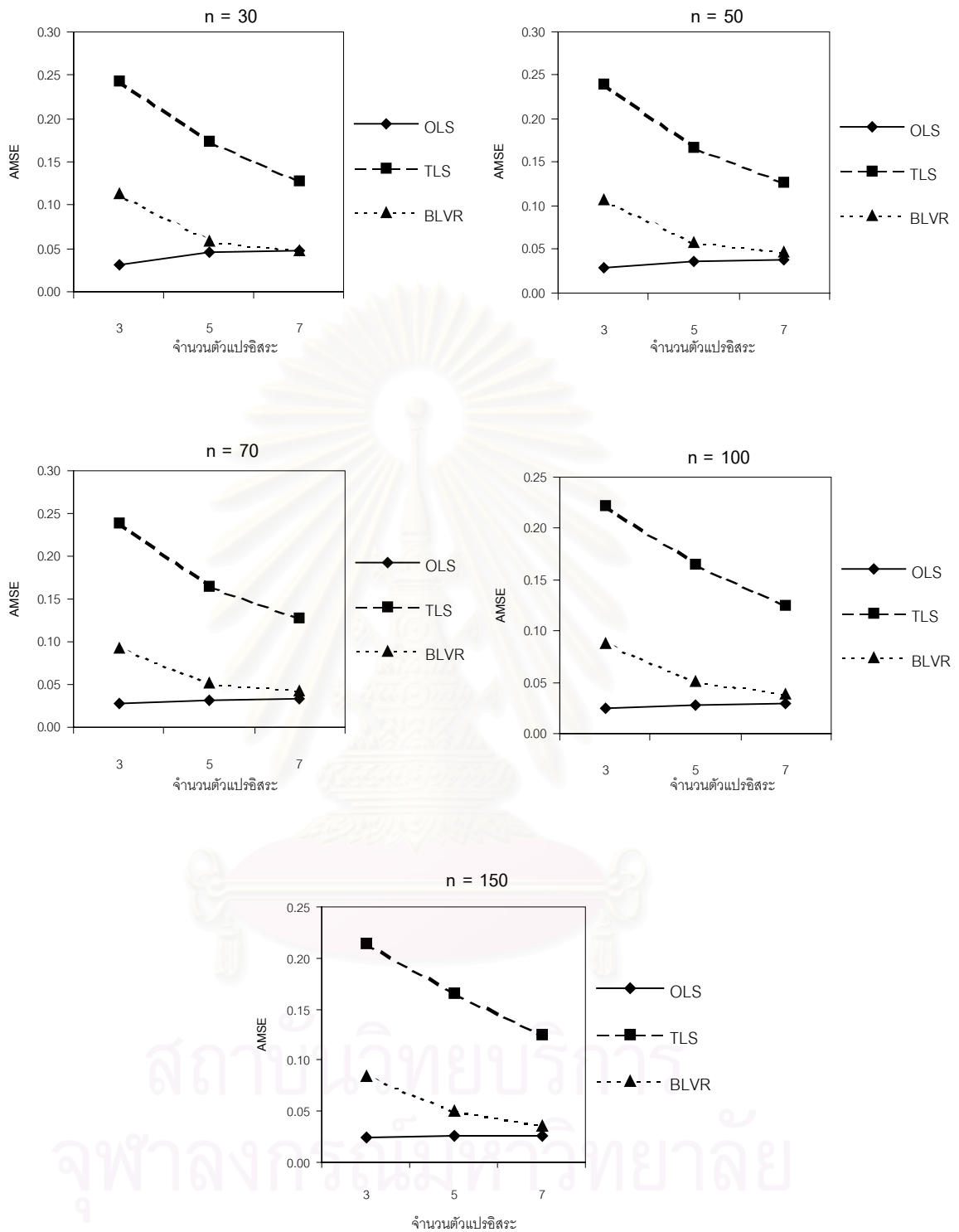
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$



รูปที่ 4.12 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 (ตารางที่ 4.6 และรูปที่ 4.11 – 4.12) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้การเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะมีผลทำให้ค่า RDAMSE ระหว่างวิธี OLS กับ TLS และค่า RDAMSE ระหว่างวิธี OLS กับ BLVR มีค่าลดลงด้วย

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.7 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

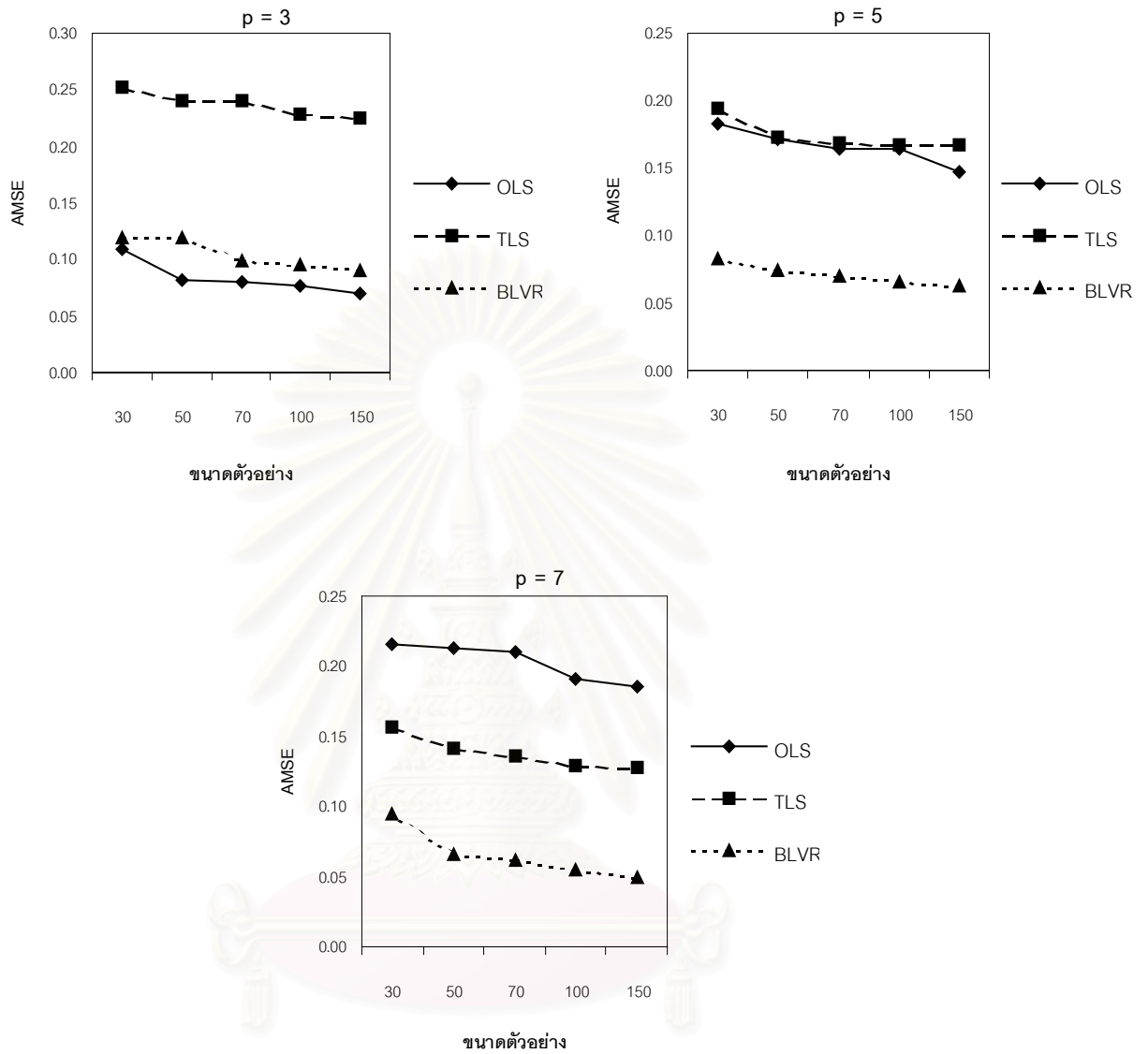
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.3	30	0.1088	0.2527	0.1201	0.1823	0.1950	0.0833	0.2153	0.1568	0.0942
		(0.0297)	(0.0274)	(0.0151)	(0.0542)	(0.0321)	(0.0144)	(0.0639)	(0.0275)	(0.0118)
		0.00	132.26	10.39	118.84	134.09	0.00	128.56	66.45	0.00
	50	0.0817	0.2407	0.1196	0.1721	0.1731	0.0748	0.2131	0.1417	0.0657
		(0.0185)	(0.0124)	(0.0099)	(0.0445)	(0.0118)	(0.0073)	(0.0531)	(0.0140)	(0.0062)
		0.00	194.61	46.39	143.45	131.42	0.00	224.35	115.68	0.00
	70	0.0809	0.2401	0.0996	0.1642	0.1686	0.0699	0.2102	0.1358	0.0613
		(0.0166)	(0.0111)	(0.0077)	(0.0340)	(0.0090)	(0.0060)	(0.0516)	(0.0107)	(0.0051)
		0.00	196.79	23.11	134.91	141.20	0.00	242.90	121.53	0.00
	100	0.0767	0.2280	0.0953	0.1637	0.1677	0.0663	0.1906	0.1295	0.0556
		(0.0114)	(0.0084)	(0.0049)	(0.0339)	(0.0062)	(0.0034)	(0.0423)	(0.0058)	(0.0030)
		0.00	197.26	24.25	146.91	152.94	0.00	242.81	132.91	0.00
150	0.0696	0.2256	0.0908	0.1475	0.1665	0.0624	0.1857	0.1280	0.0501	
	(0.0104)	(0.0067)	(0.0038)	(0.0275)	(0.0047)	(0.0027)	(0.0310)	(0.0046)	(0.0021)	
	0.00	224.14	30.46	136.38	166.83	0.00	270.66	155.49	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

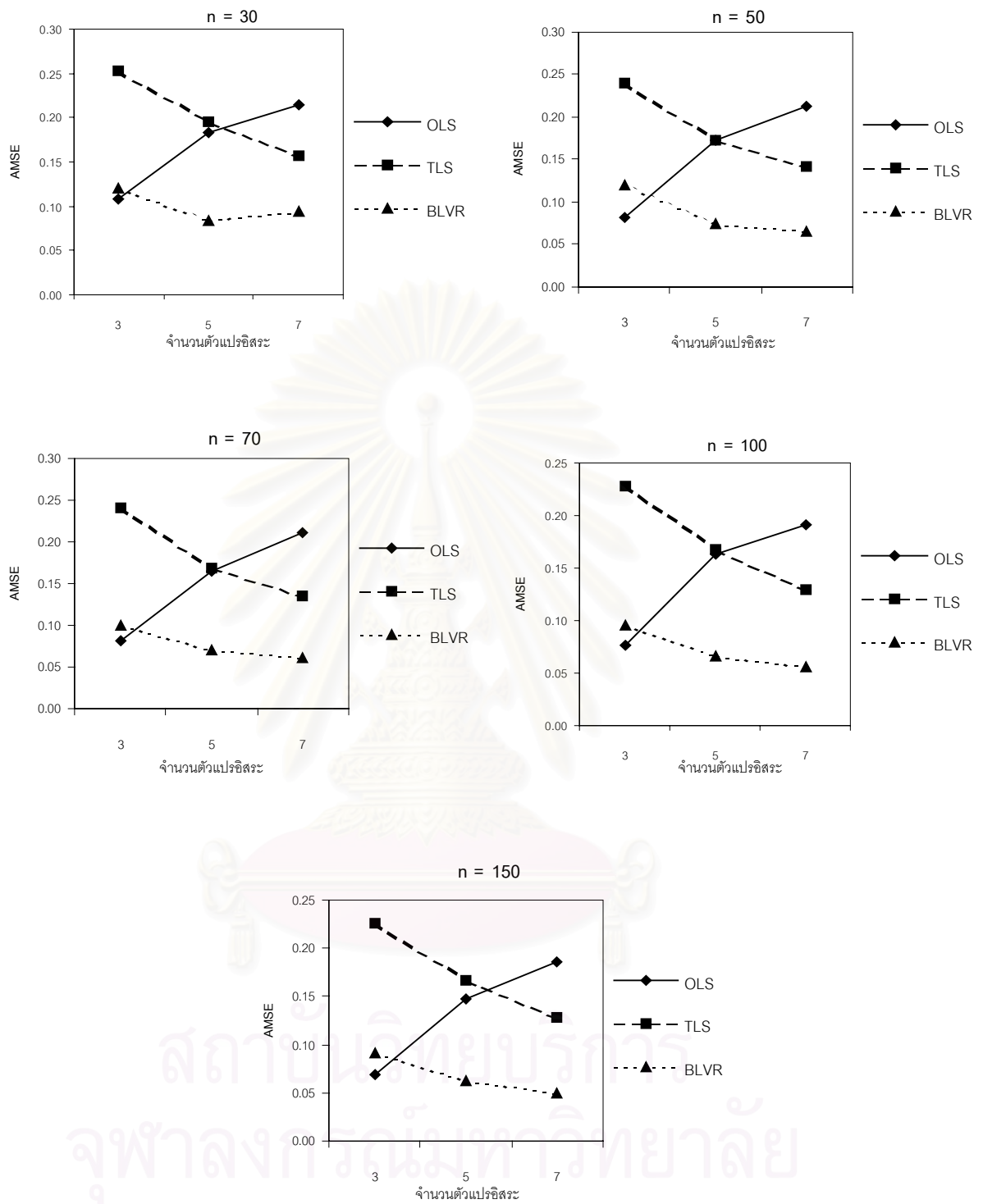
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$



รูปที่ 4.14 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

จากผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 (ตารางที่ 4.7 และรูปที่ 4.13 - 4.14) เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าค่า AMSE ของวิธี OLS มีค่าต่ำสุด ลำดับต่อมาคือวิธี BLVR และวิธี TLS ให้ค่า AMSE สูงที่สุด เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS โดยค่า AMSE ของวิธี TLS จะสูงกว่าวิธี OLS เล็กน้อย ส่วนกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS มีค่าสูงสุด นอกจากนั้นในแต่ละวิธีการเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ยกเว้นกรณีที่จำนวนตัวแปรเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัวและขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่า AMSE ของวิธี BLVR จะเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.8 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

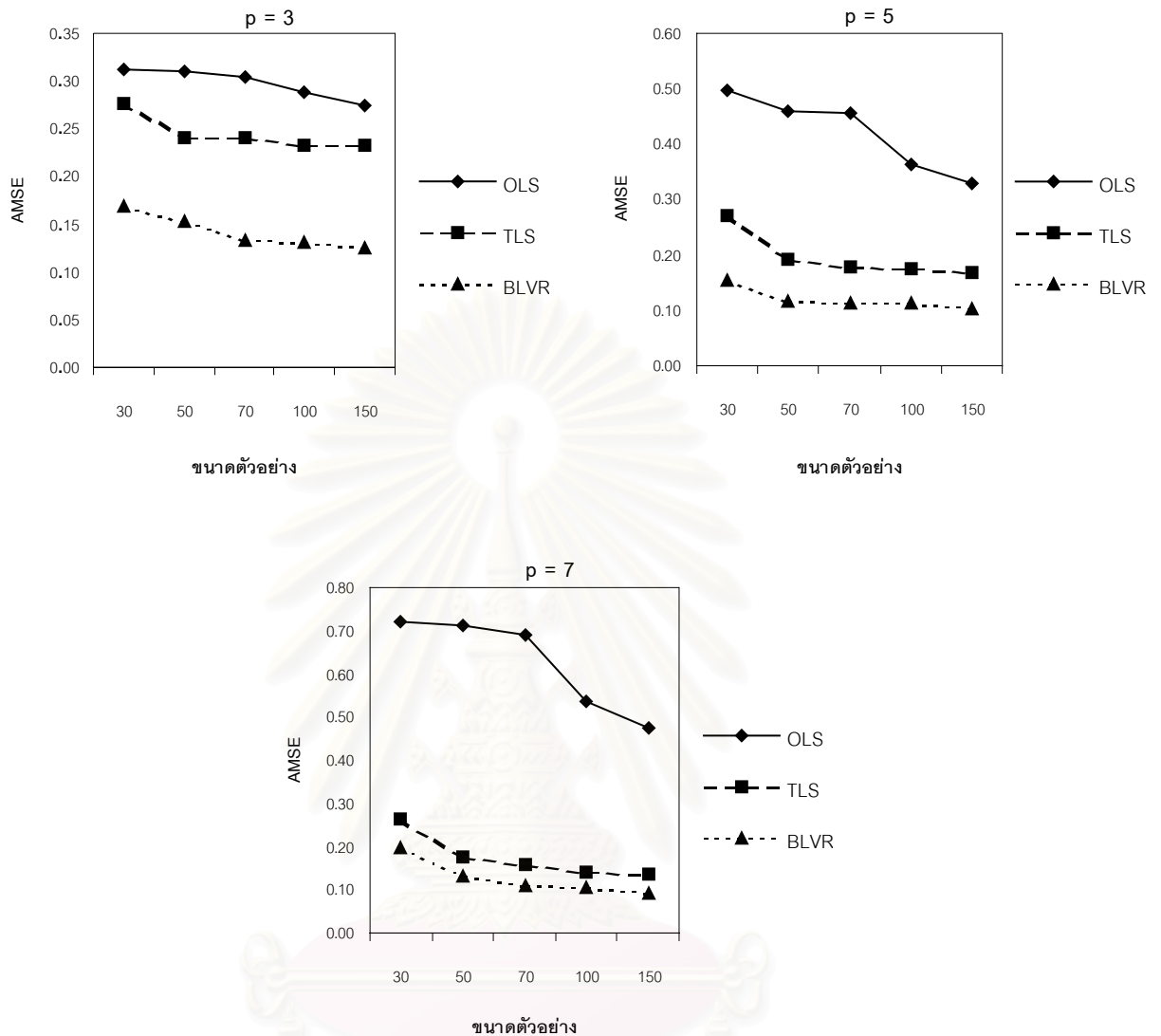
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.5	30	0.3125	0.2757	0.1688	0.4964	0.2697	0.1536	0.7229	0.2622	0.1993
		(0.1125)	(0.0678)	(0.0341)	(0.2273)	(0.0581)	(0.0321)	(0.2718)	(0.0715)	(0.0450)
		85.13	63.33	0.00	223.18	75.59	0.00	262.72	31.56	0.00
	50	0.3108	0.2413	0.1534	0.4594	0.1904	0.1171	0.7123	0.1761	0.1298
		(0.1113)	(0.0223)	(0.0140)	(0.1944)	(0.0320)	(0.0159)	(0.2559)	(0.0384)	(0.0237)
		102.61	57.30	0.00	292.31	62.60	0.00	448.77	35.67	0.00
	70	0.3049	0.2402	0.1326	0.4545	0.1784	0.1131	0.6888	0.1567	0.1079
		(0.0926)	(0.0198)	(0.0104)	(0.1434)	(0.0199)	(0.0118)	(0.2391)	(0.0289)	(0.0156)
		129.94	81.15	0.00	301.86	57.74	0.00	538.37	45.23	0.00
	100	0.2876	0.2333	0.1315	0.3619	0.1734	0.1125	0.5351	0.1413	0.1064
		(0.0675)	(0.0139)	(0.0081)	(0.1396)	(0.0124)	(0.0091)	(0.1973)	(0.0157)	(0.0108)
		118.71	77.41	0.00	221.69	54.13	0.00	402.91	32.80	0.00
	150	0.2746	0.2323	0.1256	0.3300	0.1687	0.1018	0.4740	0.1354	0.0943
		(0.0596)	(0.0115)	(0.0066)	(0.1227)	(0.0094)	(0.0061)	(0.1508)	(0.0106)	(0.0075)
		118.63	84.95	0.00	224.17	65.72	0.00	402.65	43.58	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

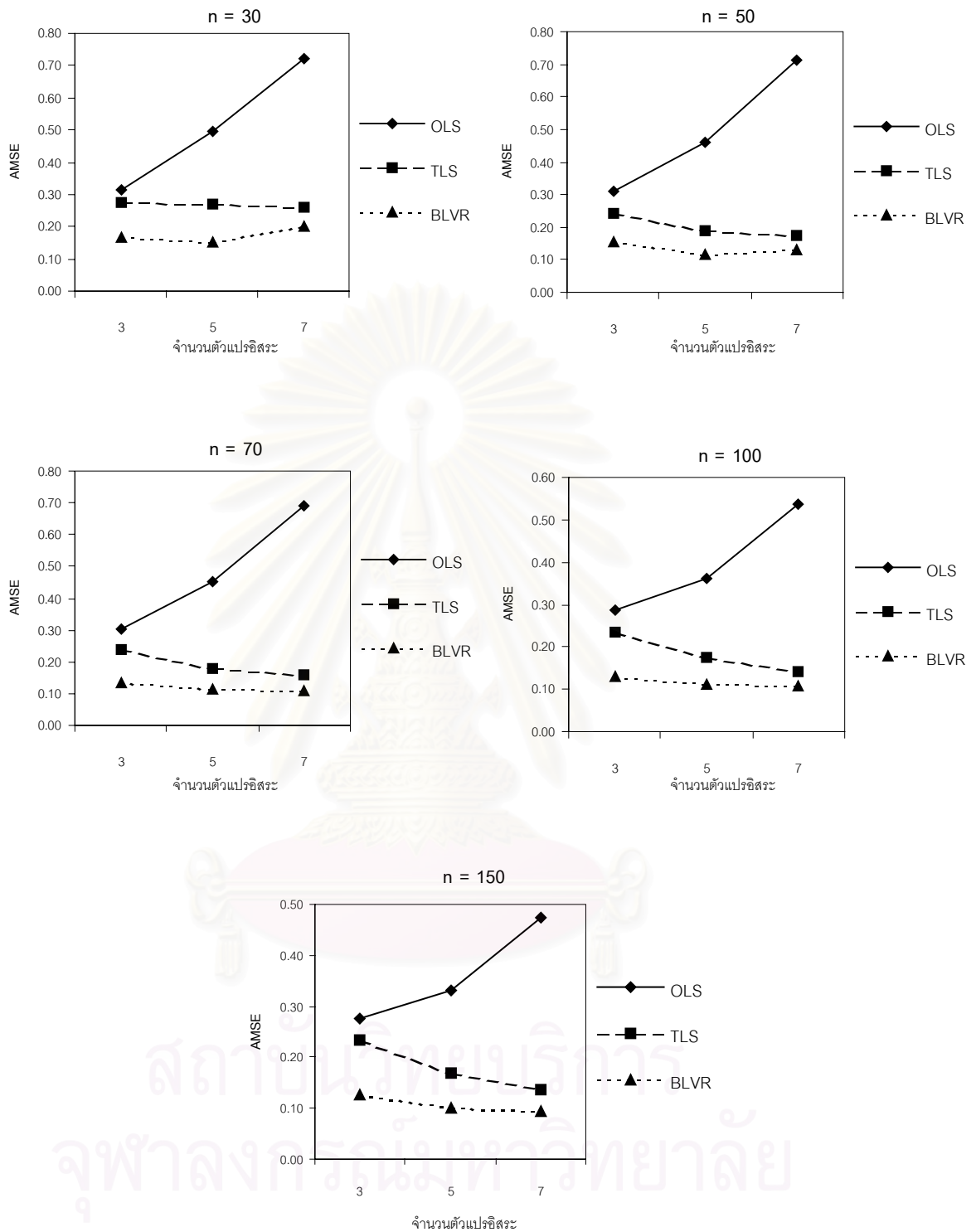
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$



รูปที่ 4.16 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 (ตารางที่ 4.8 และรูปที่ 4.15 – 4.16) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น สำหรับวิธี TLS นั้น เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะมีผลทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ส่วนวิธี BLVR เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ซึ่งขนาดตัวอย่างทั้งสองระดับจะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว เนื่องจากการเพิ่มจำนวนตัวแปรทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง ทำให้กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี BLVR ไม่สามารถขจัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระให้หมดไปได้ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระมาก ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากพอวิธี BLVR สามารถแยกความคลาดเคลื่อนดังกล่าวออกจากข้อมูลของตัวแปรอิสระได้ จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง

ตารางที่ 4.9 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

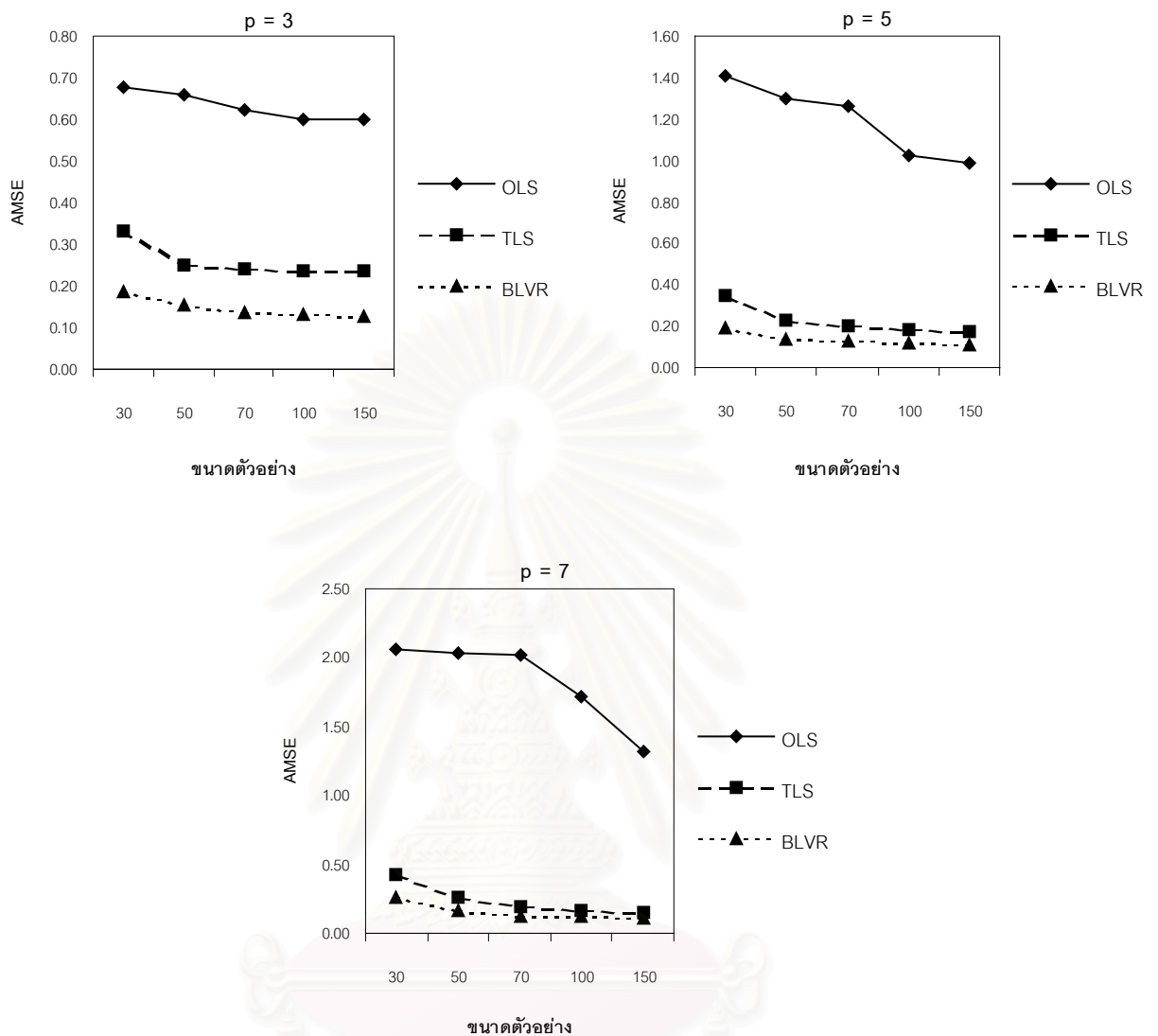
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.7	30	0.6788	0.3324	0.1882	1.4124	0.3512	0.1944	2.0597	0.4312	0.2672
		(0.2595)	(0.0671)	(0.0389)	(0.3902)	(0.0712)	(0.0429)	(0.5082)	(0.1207)	(0.0672)
		260.68	76.62	0.00	626.54	80.66	0.00	670.85	61.38	0.00
	50	0.6601	0.2483	0.1556	1.2970	0.2287	0.1401	2.0332	0.2558	0.1665
		(0.1987)	(0.0485)	(0.0143)	(0.3396)	(0.0677)	(0.0201)	(0.4649)	(0.0723)	(0.0323)
		324.23	59.58	0.00	825.77	63.24	0.00	1121.14	53.63	0.00
	70	0.6212	0.2414	0.1365	1.2602	0.1988	0.1260	2.0170	0.1984	0.1290
		(0.1584)	(0.0313)	(0.0108)	(0.2458)	(0.0438)	(0.0137)	(0.4204)	(0.0543)	(0.0199)
		355.09	76.85	0.00	900.16	57.78	0.00	1463.57	53.80	0.00
	100	0.6017	0.2377	0.1330	1.0283	0.1863	0.1176	1.7205	0.1669	0.1198
		(0.1204)	(0.0209)	(0.0082)	(0.2276)	(0.0232)	(0.0085)	(0.3453)	(0.0383)	(0.0127)
		352.41	78.72	0.00	774.40	58.42	0.00	1336.14	39.32	0.00
	150	0.6000	0.2376	0.1285	0.9852	0.1745	0.1099	1.3187	0.1507	0.1054
		(0.1074)	(0.0178)	(0.0068)	(0.2018)	(0.0181)	(0.0077)	(0.2728)	(0.0226)	(0.0088)
		366.93	84.90	0.00	796.45	58.78	0.00	1151.14	42.98	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

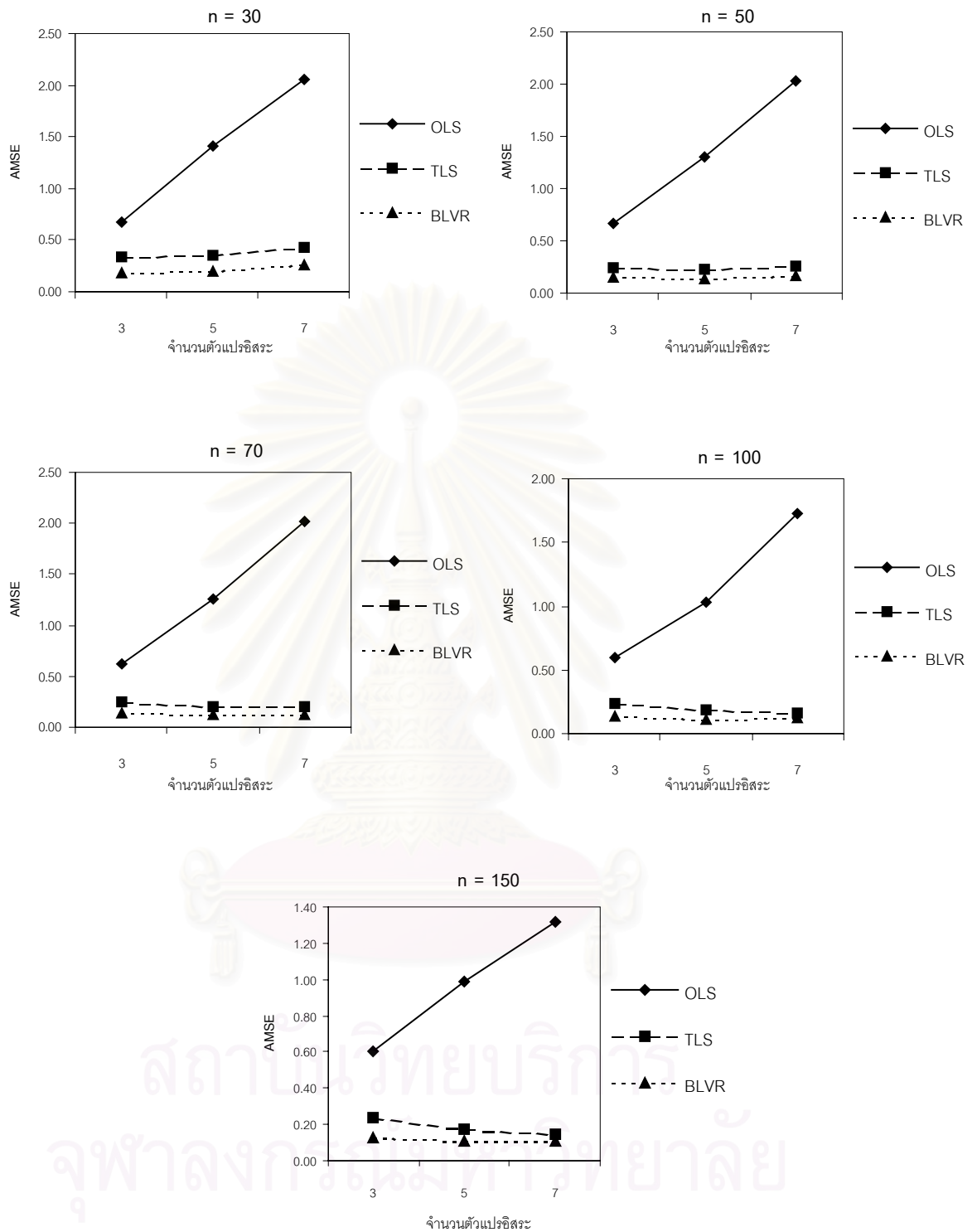
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.17 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$



รูปที่ 4.18 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7 (ตารางที่ 4.9 และรูปที่ 4.17 – 4.18) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 70 100 และ 150 สำหรับวิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเป็น 150

ตารางที่ 4.10 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

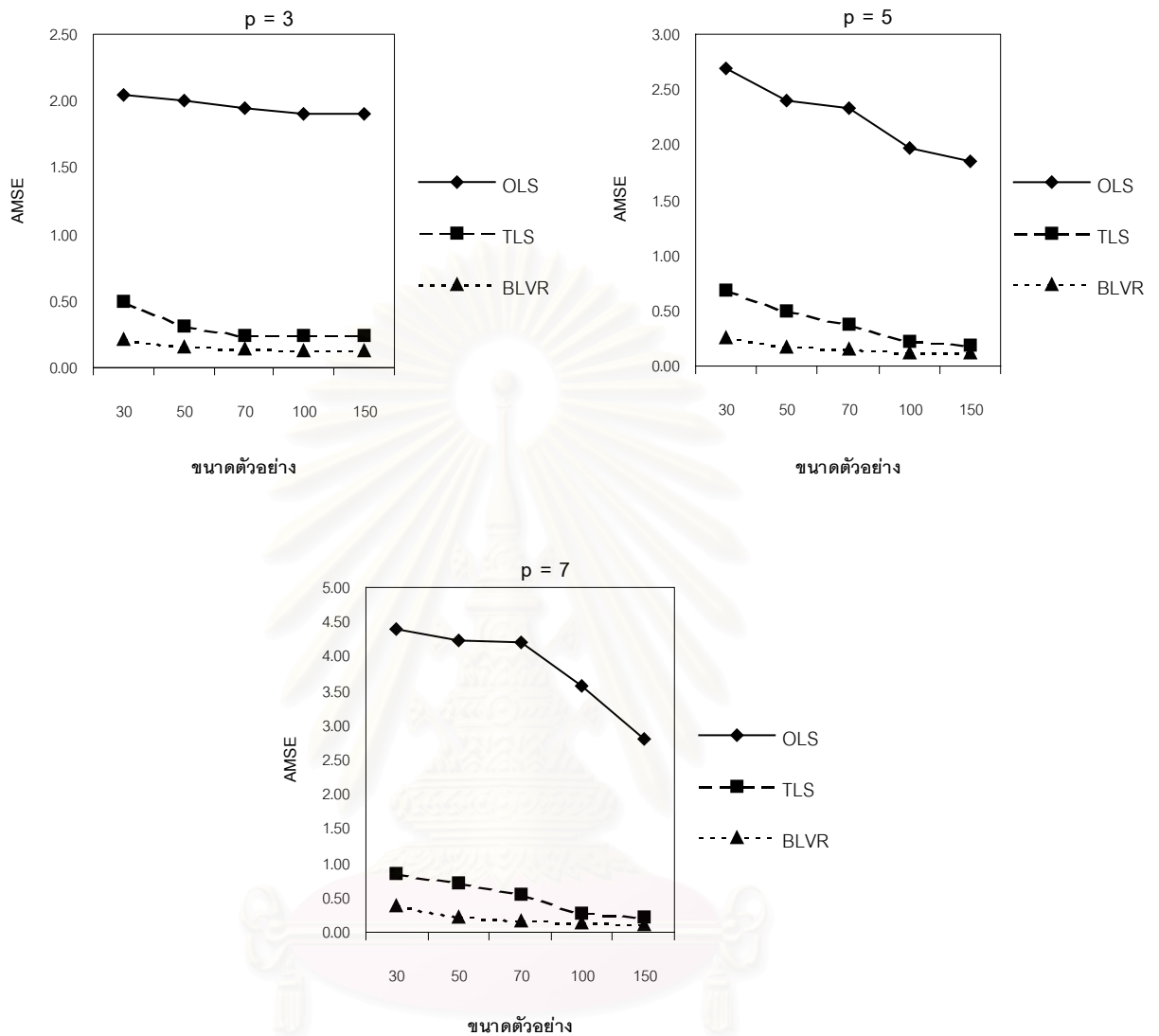
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
1.0	30	2.0477	0.5015	0.2162	2.6848	0.6915	0.2545	4.3839	0.8537	0.3842
		(0.5238)	(0.1657)	(0.0458)	(0.6868)	(0.1886)	(0.0570)	(1.1214)	(0.1803)	(0.0962)
		847.13	131.96	0.00	954.93	171.71	0.00	1041.05	122.20	0.00
	50	2.0024	0.3156	0.1617	2.3964	0.5012	0.1732	4.2212	0.7127	0.2202
		(0.4840)	(0.0836)	(0.0150)	(0.5792)	(0.1160)	(0.0261)	(1.0203)	(0.1579)	(0.0448)
		1138.34	95.18	0.00	1283.60	189.38	0.00	1816.98	223.66	0.00
	70	1.9472	0.2476	0.1453	2.3278	0.3825	0.1496	4.2013	0.5428	0.1621
		(0.4514)	(0.0512)	(0.0117)	(0.5396)	(0.0965)	(0.0182)	(0.9739)	(0.1402)	(0.0265)
		1240.12	70.41	0.00	1456.02	155.68	0.00	2491.80	234.86	0.00
	100	1.9093	0.2408	0.1347	1.9672	0.2308	0.1248	3.5849	0.2836	0.1407
		(0.4248)	(0.0393)	(0.0084)	(0.4377)	(0.0582)	(0.0093)	(0.7976)	(0.0690)	(0.0156)
		1317.45	78.77	0.00	1476.28	84.94	0.00	2447.90	101.56	0.00
150	1.9065	0.2402	0.1336	1.8583	0.1964	0.1233	2.8064	0.2091	0.1219	
	(0.4145)	(0.0313)	(0.0071)	(0.4040)	(0.0480)	(0.0079)	(0.6101)	(0.0586)	(0.0107)	
	1327.02	79.79	0.00	1407.14	59.29	0.00	2202.21	71.53	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด

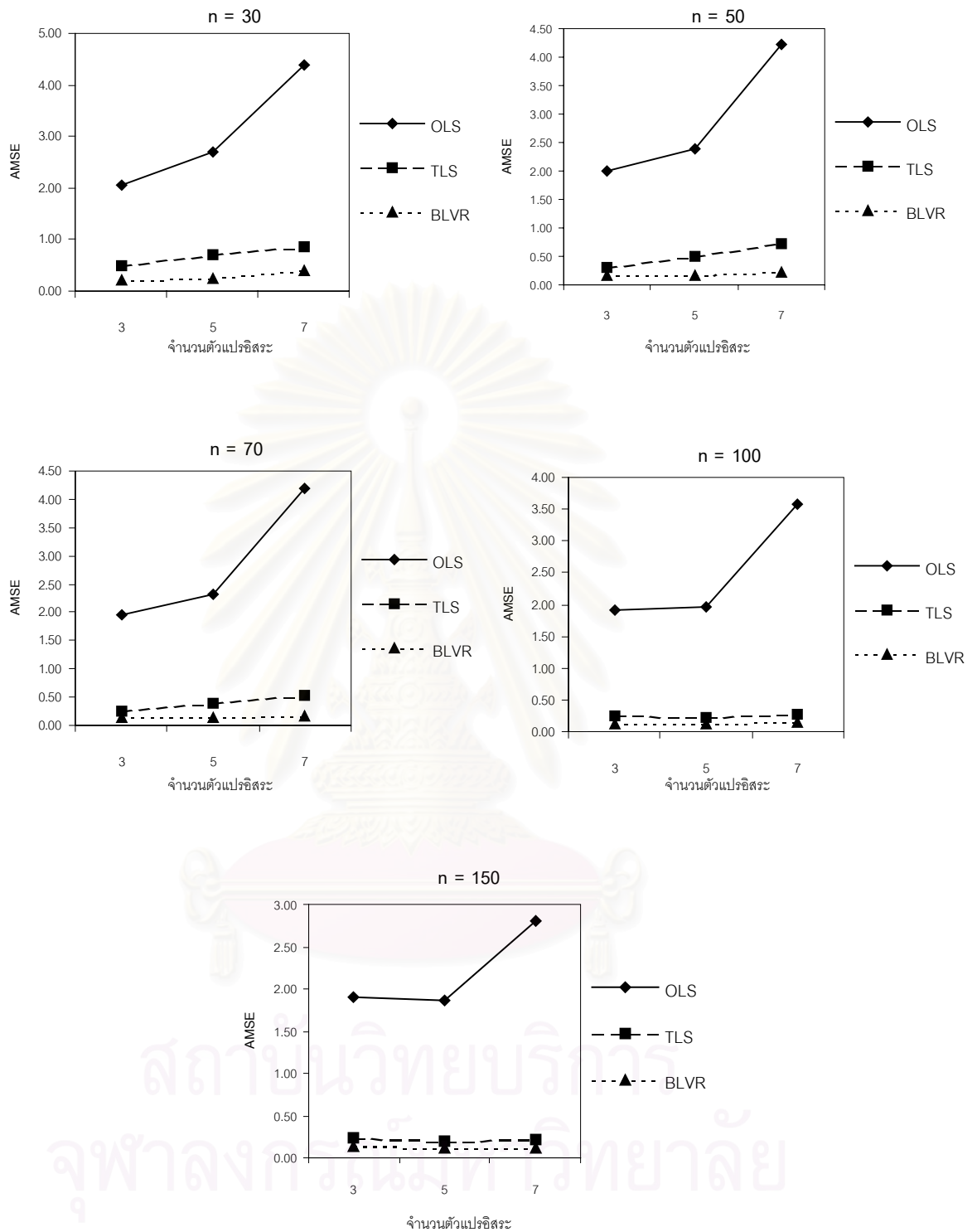
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.19 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$



รูปที่ 4.20 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.3$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 1.0 (ตารางที่ 4.10 และรูปที่ 4.19 – 4.20) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนวิธี TLS ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัวจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้นยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 นอกจากนั้นค่า AMSE ของวิธี TLS มีค่าเพิ่มขึ้นในทุกกรณีเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว สำหรับวิธี BLVR ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 นอกจากนั้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเป็น 150

สรุปส่วนที่ 4.2 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.3

กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 พบว่าค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS ตามลำดับ ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัว วิธี OLS จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี BLVR และวิธี TLS ซึ่งให้ค่า AMSE สูงที่สุด ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัว พบว่าค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS ตามลำดับ ส่วนกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 ตัว ค่า AMSE ของวิธี BLVR จะมีค่าต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และ OLS ตามลำดับ เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1.0 จะให้ผลสรุปเหมือนกันคือ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก คือ วิธี BLVR TLS และ OLS ตามลำดับในทุกสถานการณ์ ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

จากผลการวิจัยในส่วนที่ 4.2 สามารถสรุปเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) ได้ดังนี้

1. เมื่อนขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ลดลง เพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลง
2. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นของ AMSE ในวิธี OLS จะสูงกว่าวิธี TLS และ BLVR
3. เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธี OLS มีแนวโน้มสูงขึ้น ส่วนวิธี TLS และ BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ แต่ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง และระดับสูง ค่า AMSE จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับที่พอเพียง จะมีผลทำให้ค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR มีค่าลดลง

4.3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

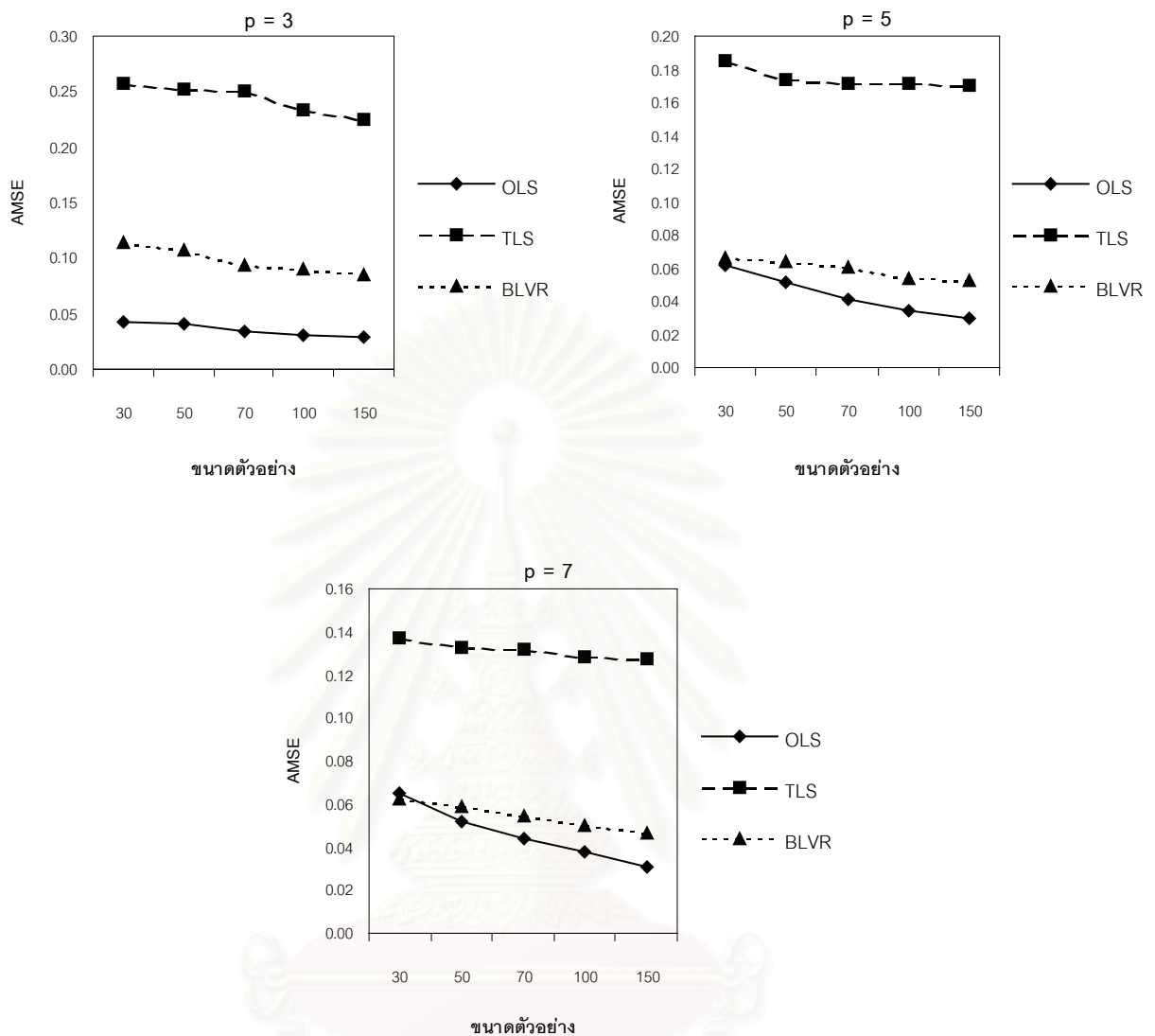
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.1	30	0.0432	0.2567	0.1139	0.0613	0.1857	0.0658	0.0652	0.1368	0.0623
		(0.0121)	(0.0140)	(0.0218)	(0.0167)	(0.0484)	(0.0126)	(0.0171)	(0.0090)	(0.0119)
		0.00	494.21	163.66	0.00	202.94	7.34	4.65	119.58	0.00
	50	0.0407	0.2520	0.1067	0.0511	0.1734	0.0643	0.0523	0.1328	0.0588
		(0.0111)	(0.0096)	(0.0194)	(0.0135)	(0.0064)	(0.0117)	(0.0127)	(0.0060)	(0.0107)
		0.00	519.16	162.16	0.00	239.33	25.83	0.00	153.92	12.43
	70	0.0348	0.2514	0.0941	0.0409	0.1711	0.0606	0.0440	0.1315	0.0548
		(0.0094)	(0.0078)	(0.0162)	(0.0105)	(0.0054)	(0.0104)	(0.0105)	(0.0043)	(0.0094)
		0.00	622.41	170.40	0.00	318.34	48.17	0.00	198.86	24.55
	100	0.0301	0.2342	0.0902	0.0343	0.1710	0.0536	0.0374	0.1283	0.0499
		(0.0078)	(0.0064)	(0.0146)	(0.0083)	(0.0038)	(0.0087)	(0.0079)	(0.0029)	(0.0081)
		0.00	678.07	199.67	0.00	398.54	56.27	0.00	243.05	33.42
150	0.0292	0.2256	0.0854	0.0297	0.1705	0.0531	0.0312	0.1271	0.0469	
	(0.0071)	(0.0051)	(0.0130)	(0.0071)	(0.0033)	(0.0081)	(0.0064)	(0.0025)	(0.0071)	
	0.00	672.60	192.47	0.00	474.07	78.79	0.00	307.37	50.32	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

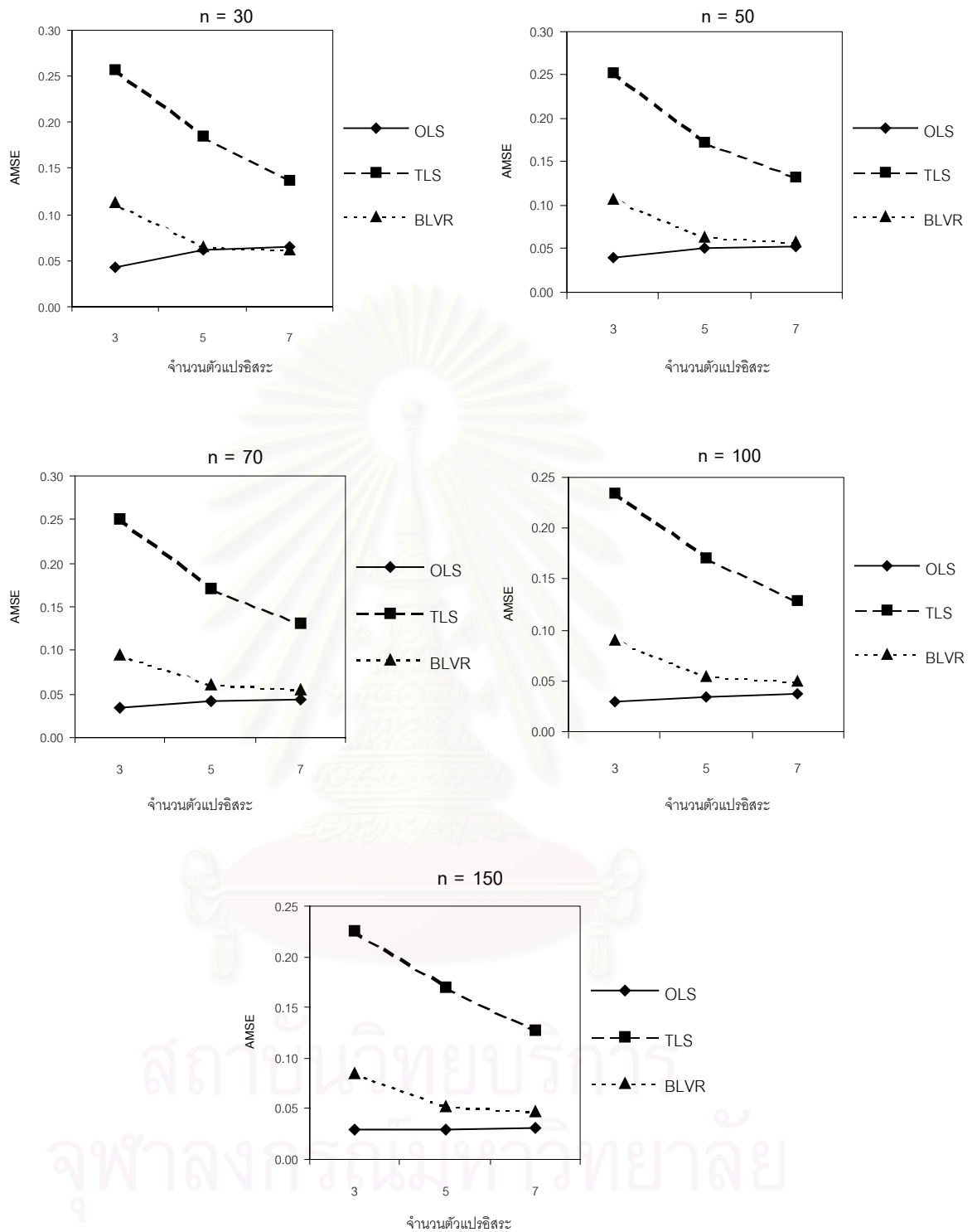
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.21 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$



รูปที่ 4.22 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 (ตารางที่ 4.11 และรูปที่ 4.21 – 4.22) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS สำหรับทุกกรณี ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 7 ตัว โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้การเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะมีผลทำให้ค่า RDAMSE ระหว่างวิธี OLS กับ TLS และค่า RDAMSE ระหว่างวิธี OLS กับ BLVR มีค่าลดลงด้วย

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.12 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

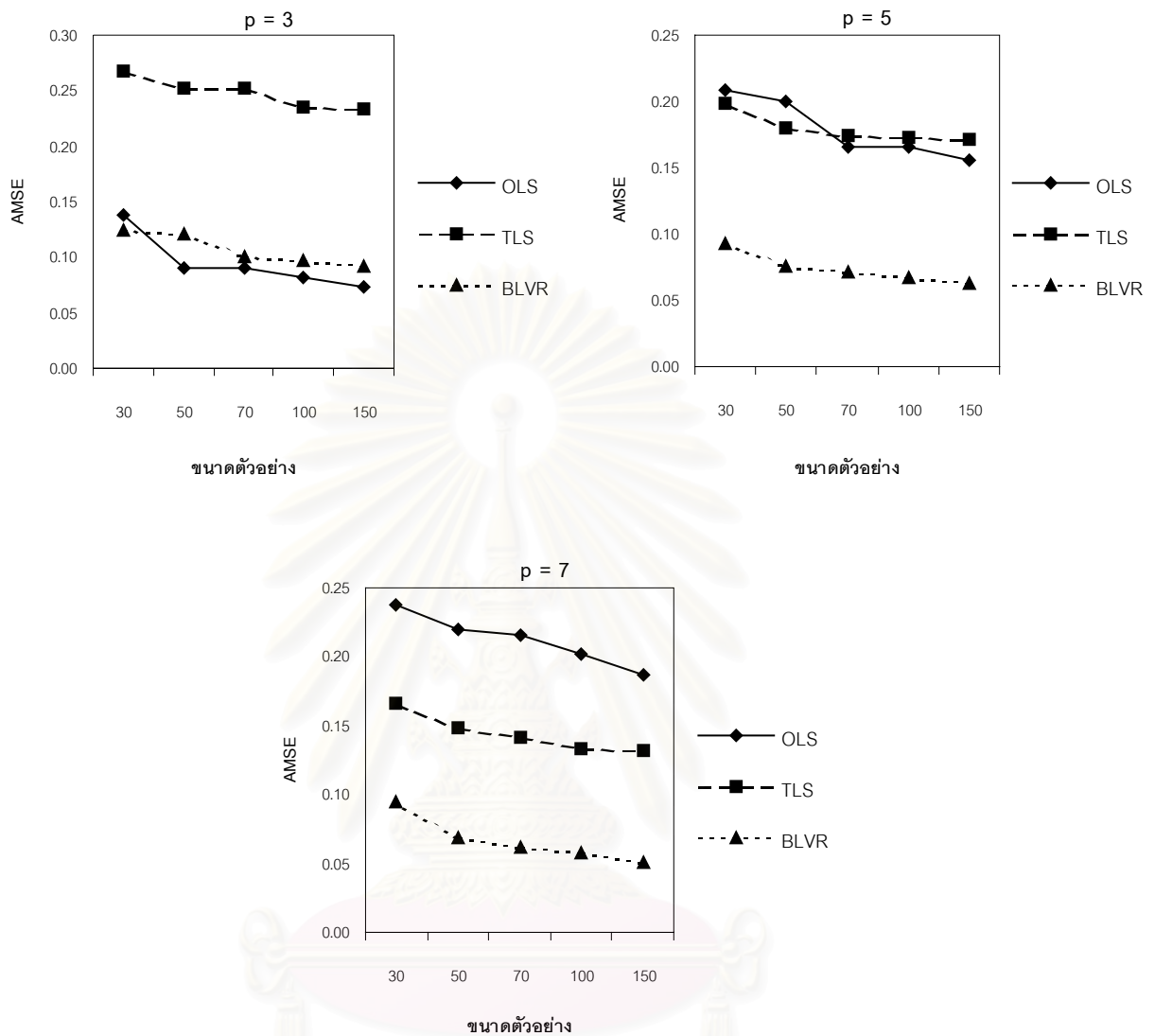
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.3	30	0.1389	0.2674	0.1238	0.2084	0.1991	0.0930	0.2380	0.1665	0.0952
		(0.0379)	(0.0341)	(0.0250)	(0.0620)	(0.0395)	(0.0188)	(0.0706)	(0.0372)	(0.0192)
		12.20	115.99	0.00	124.09	114.09	0.00	150.00	74.89	0.00
	50	0.0903	0.2526	0.1204	0.1999	0.1800	0.0757	0.2194	0.1482	0.0686
		(0.0204)	(0.0154)	(0.0231)	(0.0489)	(0.0139)	(0.0145)	(0.0547)	(0.0175)	(0.0132)
		0.00	179.73	33.33	164.07	137.78	0.00	219.83	116.03	0.00
	70	0.0898	0.2518	0.1003	0.1661	0.1750	0.0717	0.2156	0.1409	0.0624
		(0.0184)	(0.0135)	(0.0182)	(0.0344)	(0.0112)	(0.0130)	(0.0529)	(0.0125)	(0.0113)
		0.00	180.40	11.69	131.66	144.07	0.00	245.51	125.80	0.00
	100	0.0814	0.2360	0.0971	0.1660	0.1733	0.0670	0.2016	0.1335	0.0571
		(0.0121)	(0.0101)	(0.0167)	(0.0330)	(0.0075)	(0.0115)	(0.0449)	(0.0067)	(0.0098)
		0.00	189.93	19.29	147.76	158.66	0.00	253.06	133.80	0.00
150	0.0735	0.2329	0.0920	0.1556	0.1718	0.0634	0.1868	0.1316	0.0510	
	(0.0110)	(0.0081)	(0.0149)	(0.0290)	(0.0055)	(0.0103)	(0.0310)	(0.0055)	(0.0083)	
	0.00	216.87	25.17	145.43	170.98	0.00	266.27	158.04	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

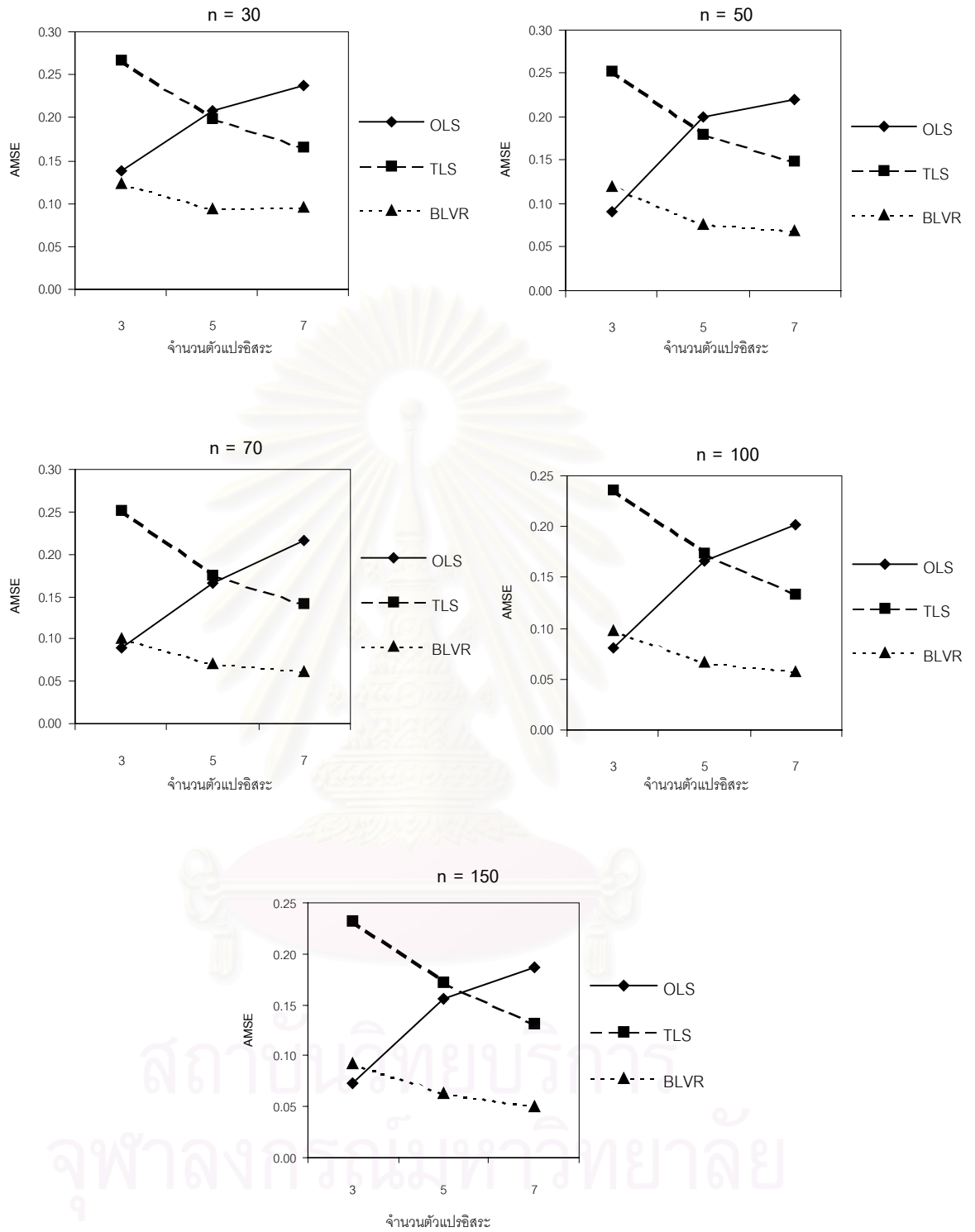
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.23 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$



รูปที่ 4.24 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

จากผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 (ตารางที่ 4.12 และรูปที่ 4.23 - 4.24) เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าค่า AMSE ของวิธี OLS มีค่าต่ำสุด ลำดับต่อมาคือวิธี BLVR และวิธี TLS ให้ค่า AMSE สูงที่สุดทุกกรณี ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ส่วนกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS มีค่าสูงสุด นอกจากนั้นในแต่ละวิธีการเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ยกเว้นกรณีที่กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัวและขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่า AMSE ของวิธี BLVR จะเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.13 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

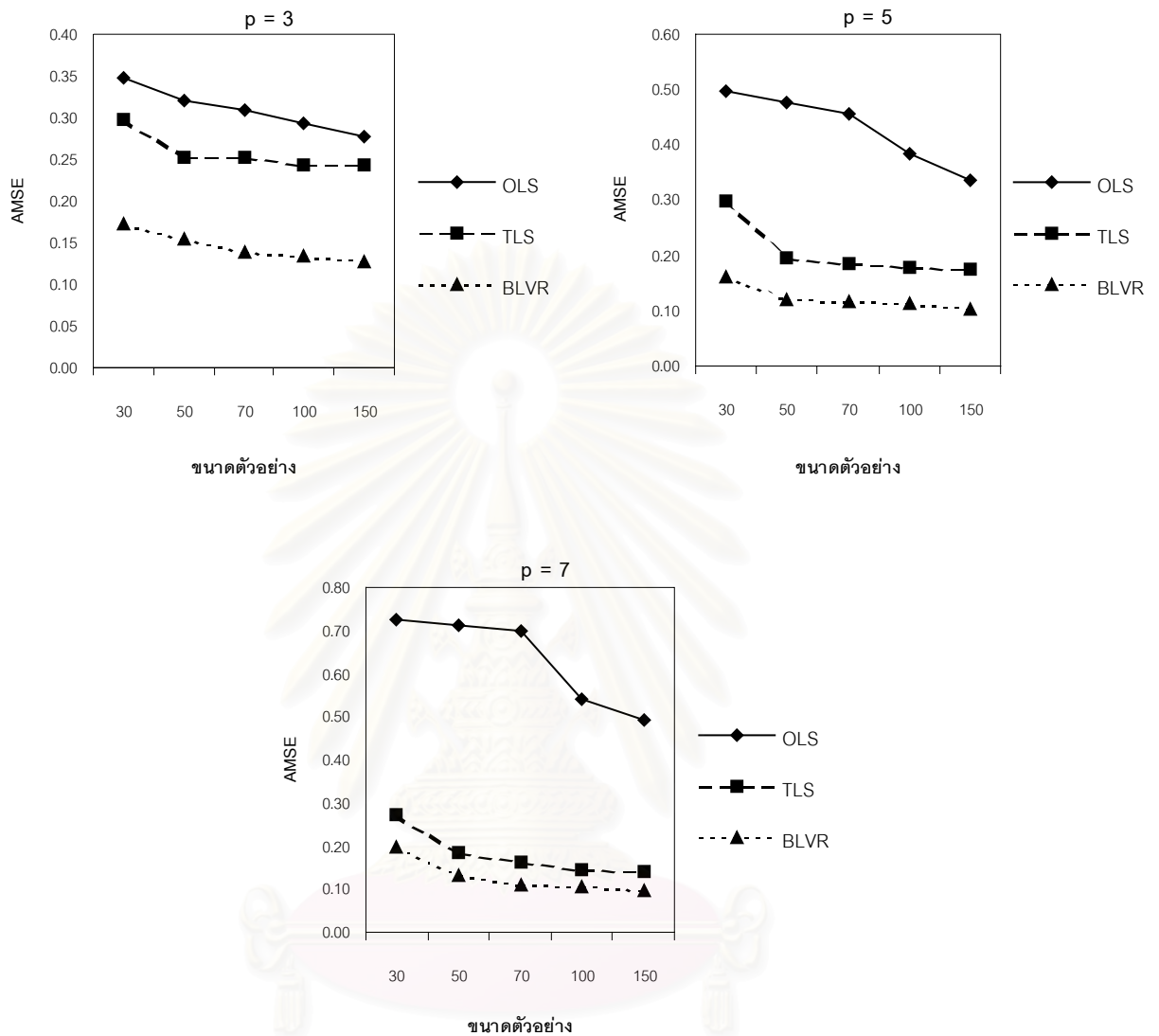
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.5	30	0.3481	0.2966	0.1729	0.4976	0.2970	0.1597	0.7236	0.2710	0.1999
		(0.1222)	(0.0878)	(0.0288)	(0.2283)	(0.0789)	(0.0262)	(0.2726)	(0.0642)	(0.0350)
		101.33	71.54	0.00	211.58	85.97	0.00	261.98	35.57	0.00
	50	0.3213	0.2533	0.1544	0.4768	0.1949	0.1191	0.7139	0.1854	0.1322
		(0.1141)	(0.0261)	(0.0239)	(0.1988)	(0.0364)	(0.0171)	(0.2563)	(0.0449)	(0.0196)
		108.10	64.05	0.00	300.34	63.64	0.00	440.02	40.24	0.00
	70	0.3100	0.2519	0.1388	0.4551	0.1859	0.1151	0.7005	0.1629	0.1084
		(0.0938)	(0.0226)	(0.0198)	(0.1435)	(0.0236)	(0.0155)	(0.2398)	(0.0320)	(0.0143)
		123.34	81.48	0.00	295.40	61.51	0.00	546.22	50.28	0.00
	100	0.2941	0.2436	0.1334	0.3845	0.1797	0.1133	0.5402	0.1463	0.1076
		(0.0686)	(0.0157)	(0.0178)	(0.1337)	(0.0141)	(0.0143)	(0.1985)	(0.0173)	(0.0134)
		120.46	82.61	0.00	239.36	58.61	0.00	402.04	35.97	0.00
	150	0.2766	0.2423	0.1270	0.3359	0.1744	0.1036	0.4915	0.1396	0.0953
		(0.0599)	(0.0129)	(0.0157)	(0.1237)	(0.0105)	(0.0119)	(0.1538)	(0.0120)	(0.0109)
		117.80	90.79	0.00	224.23	68.34	0.00	415.74	46.48	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

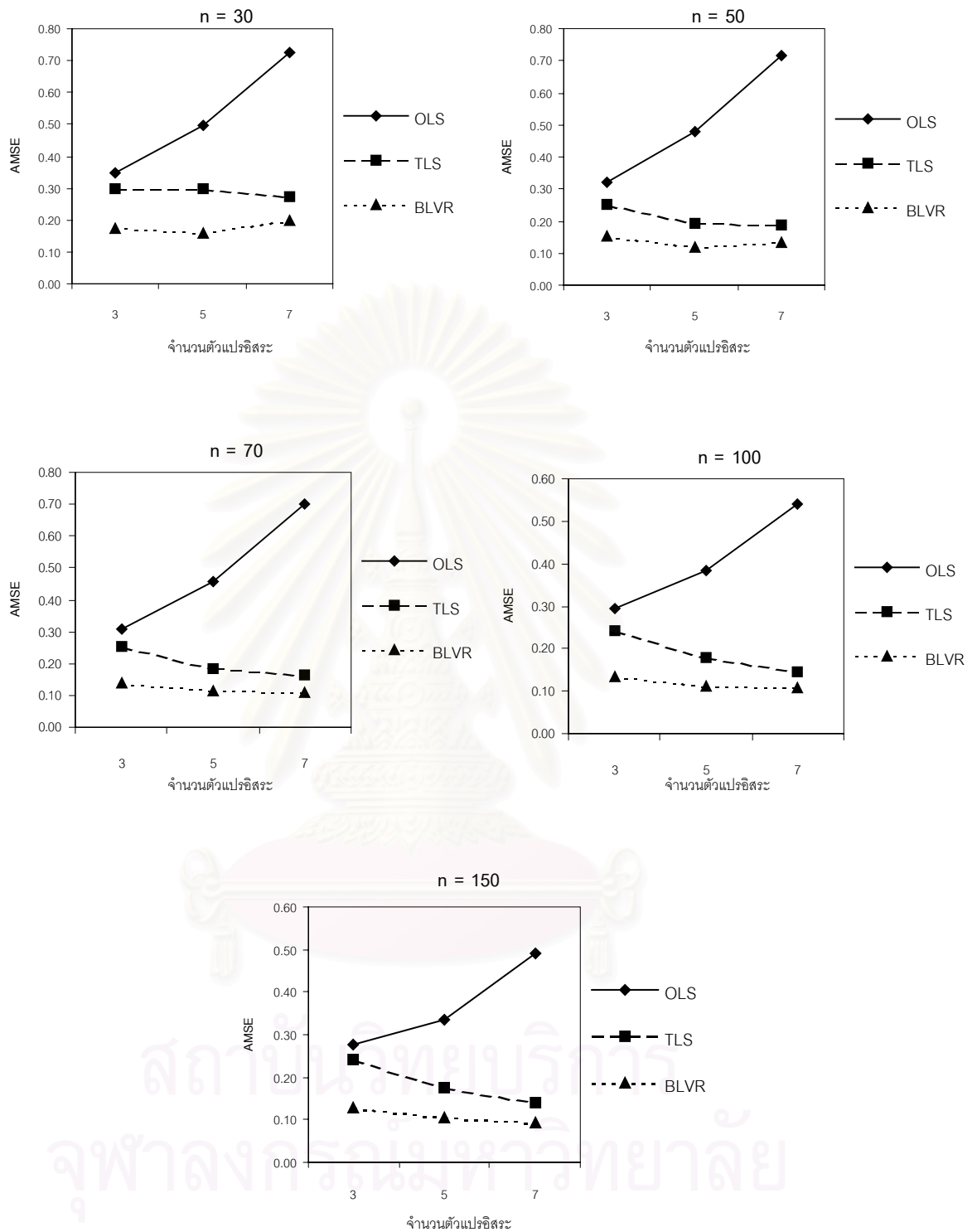
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.25 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$



รูปที่ 4.26 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 (ตารางที่ 4.13 และรูปที่ 4.25 – 4.26) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น สำหรับวิธี TLS นั้น เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะมีผลทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ส่วนวิธี BLVR เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ซึ่งขนาดตัวอย่างทั้งสองระดับจะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว เนื่องจากการเพิ่มจำนวนตัวแปรทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรมีค่าค่อนข้างสูง ทำให้กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี BLVR ไม่สามารถขจัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระให้หมดไปได้ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระมาก ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากพอวิธี BLVR สามารถแยกความคลาดเคลื่อนดังกล่าวออกจากข้อมูลของตัวแปรอิสระได้ จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง

ตารางที่ 4.14 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

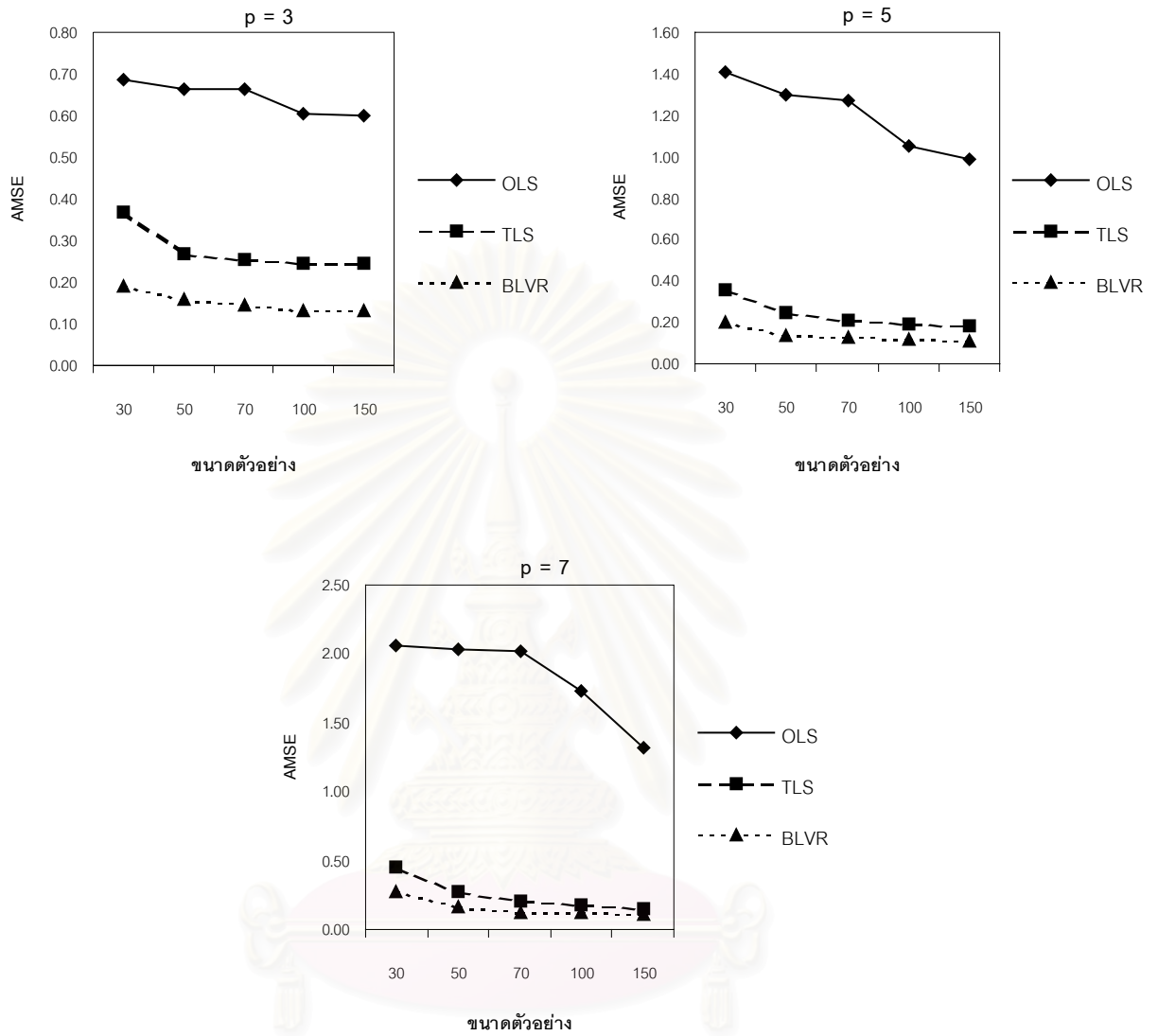
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.7	30	0.6880	0.3702	0.1926	1.4110	0.3524	0.1977	2.0612	0.4576	0.2776
		(0.2617)	(0.0843)	(0.0335)	(0.3899)	(0.0769)	(0.0345)	(0.5084)	(0.0915)	(0.0510)
		257.22	92.21	0.00	613.71	78.25	0.00	642.51	64.84	0.00
	50	0.6658	0.2660	0.1570	1.3000	0.2432	0.1413	2.0343	0.2780	0.1674
		(0.1997)	(0.0736)	(0.0243)	(0.3414)	(0.0637)	(0.0213)	(0.4651)	(0.0626)	(0.0263)
		324.08	69.43	0.00	820.03	72.12	0.00	1115.23	66.07	0.00
	70	0.6642	0.2524	0.1435	1.2743	0.2083	0.1301	2.0201	0.2078	0.1291
		(0.1651)	(0.0334)	(0.0206)	(0.2474)	(0.0518)	(0.0182)	(0.4208)	(0.0514)	(0.0180)
		362.86	75.89	0.00	879.48	60.11	0.00	1464.76	60.96	0.00
	100	0.6057	0.2477	0.1339	1.0484	0.1938	0.1180	1.7299	0.1736	0.1214
		(0.1209)	(0.0234)	(0.0179)	(0.2299)	(0.0257)	(0.0152)	(0.3474)	(0.0422)	(0.0158)
		352.35	84.99	0.00	788.47	64.24	0.00	1324.96	43.00	0.00
	150	0.6002	0.2474	0.1300	0.9899	0.1809	0.1141	1.3231	0.1559	0.1065
		(0.1074)	(0.0198)	(0.0167)	(0.2022)	(0.0199)	(0.0141)	(0.2737)	(0.0251)	(0.0128)
		361.69	90.31	0.00	767.57	58.55	0.00	1142.35	46.38	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

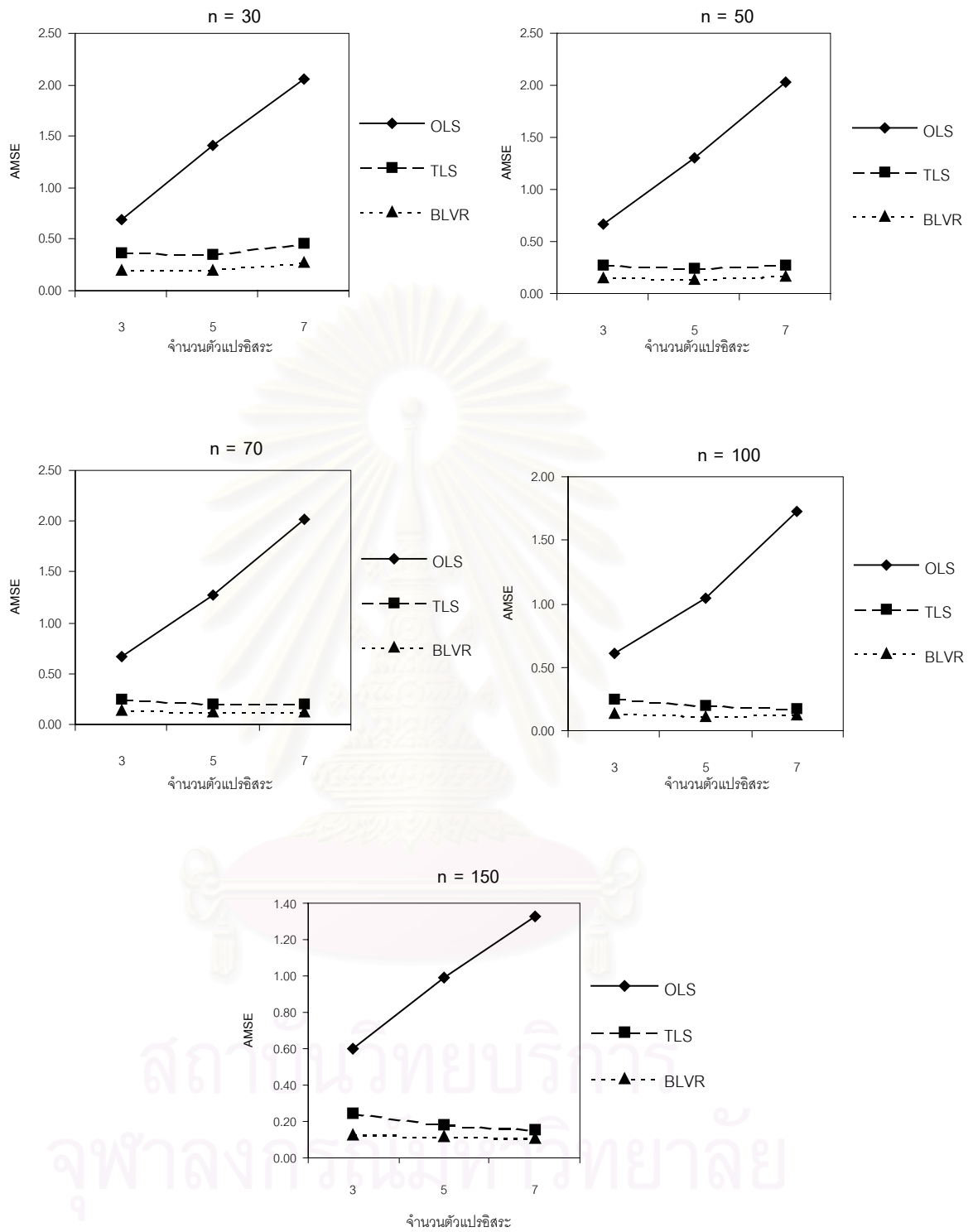
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.27 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$



รูปที่ 4.28 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7 (ตารางที่ 4.14 และรูปที่ 4.27 – 4.28) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ซึ่งขนาดตัวอย่างทั้งสองระดับจะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว สำหรับวิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ซึ่งขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 จะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ส่วนกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 5 ตัวเป็น 7 เนื่องจากการเพิ่มจำนวนตัวแปรทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง ทำให้กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี TLS และ BLVR ไม่สามารถขจัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระให้หมดไปได้ในกรณีที่มิจำนวนตัวแปรอิสระมาก ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากพอวิธี TLS และ BLVR สามารถแยกความคลาดเคลื่อนดังกล่าวออกจากข้อมูลของตัวแปรอิสระได้ จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง

ตารางที่ 4.15 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

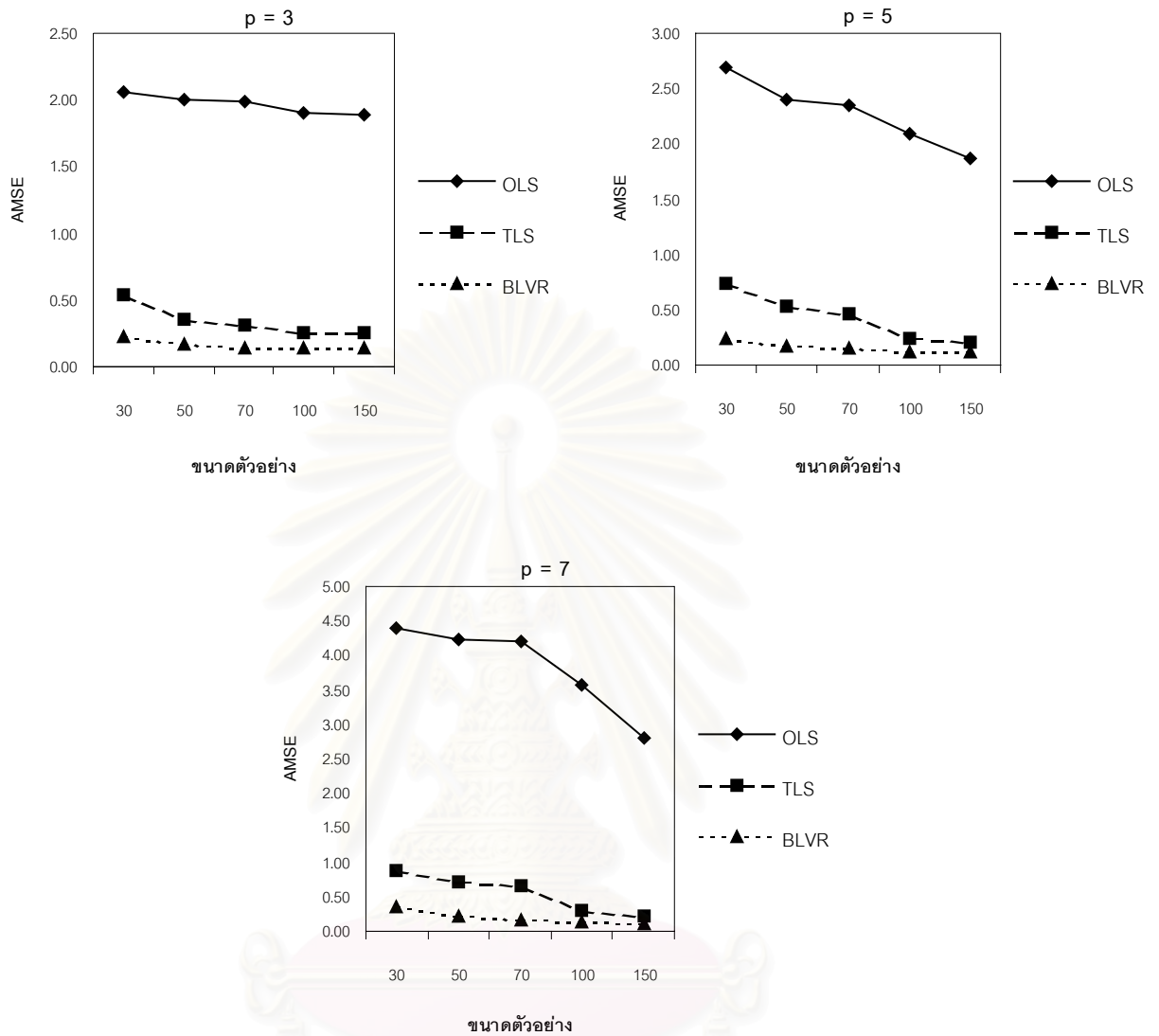
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
1.0	30	2.0572	0.5347	0.2208	2.6856	0.7352	0.2455	4.3881	0.8717	0.3673
		(0.5262)	(0.1375)	(0.0374)	(0.6870)	(0.2078)	(0.0422)	(1.1225)	(0.2463)	(0.0660)
		831.70	142.16	0.00	993.93	199.47	0.00	1094.69	137.33	0.00
	50	2.0086	0.3588	0.1639	2.3996	0.5259	0.1709	4.2213	0.7215	0.2190
		(0.4855)	(0.0799)	(0.0243)	(0.5800)	(0.1481)	(0.0256)	(1.0203)	(0.1887)	(0.0343)
		1125.50	118.91	0.00	1304.10	207.72	0.00	1827.53	229.45	0.00
	70	1.9946	0.3150	0.1481	2.3408	0.4547	0.1507	4.2021	0.6582	0.1619
		(0.4623)	(0.0635)	(0.0203)	(0.5426)	(0.1239)	(0.0207)	(0.9740)	(0.1632)	(0.0227)
		1246.79	112.69	0.00	1453.28	201.73	0.00	2495.49	306.55	0.00
	100	1.9103	0.2505	0.1358	2.0873	0.2425	0.1270	3.5850	0.3030	0.1428
		(0.4250)	(0.0451)	(0.0172)	(0.4644)	(0.0649)	(0.0158)	(0.7977)	(0.0643)	(0.0183)
		1306.70	84.46	0.00	1464.80	90.94	0.00	2410.50	112.18	0.00
150	1.8865	0.2501	0.1355	1.8625	0.2047	0.1235	2.8107	0.2193	0.1232	
	(0.4101)	(0.0352)	(0.0166)	(0.4049)	(0.0526)	(0.0147)	(0.6110)	(0.0460)	(0.0147)	
	1292.25	84.58	0.00	1408.10	65.75	0.00	2181.41	78.00	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

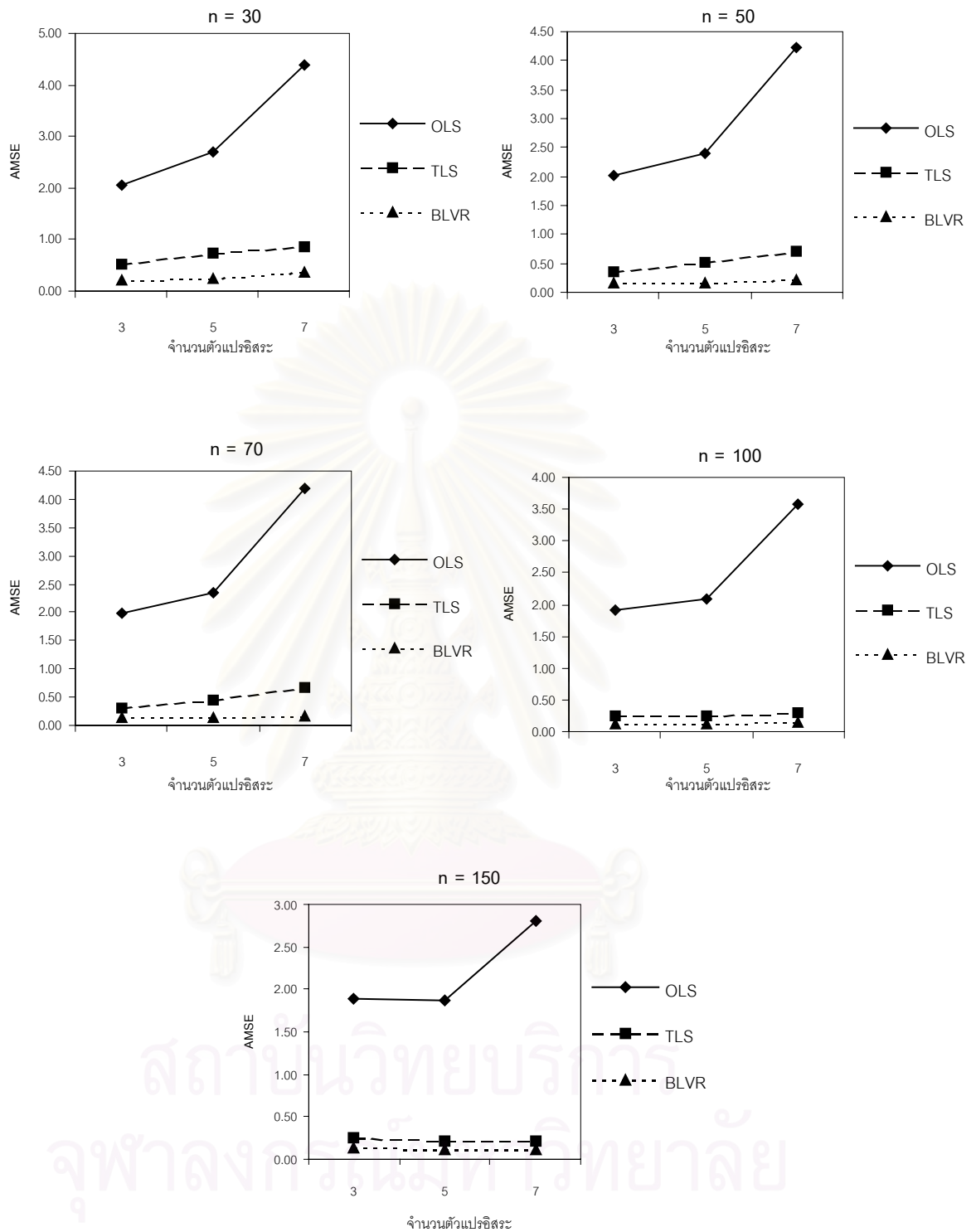
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.29 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$



รูปที่ 4.30 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.5$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 1.0 (ตารางที่ 4.15 และรูปที่ 4.29 – 4.30) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนวิธี TLS ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัวจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้นยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 นอกจากนั้นค่า AMSE ของวิธี TLS มีค่าเพิ่มขึ้นในทุกกรณีเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว สำหรับวิธี BLVR ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 นอกจากนั้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเป็น 150

สรุปส่วนที่ 4.3 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.5

กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0. พบว่าค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS ตามลำดับ ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 ตัว ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัว วิธี OLS จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี BLVR และวิธี TLS ซึ่งให้ค่า AMSE สูงที่สุด ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัว พบว่าค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS ตามลำดับ ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ส่วนกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 ตัว ค่า AMSE ของวิธี BLVR จะมีค่าต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และ OLS ตามลำดับ เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1.0 จะให้ผลสรุปเหมือนกันคือ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก คือ วิธี BLVR TLS และ OLS ตามลำดับในทุกสถานการณ์ ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

จากผลการวิจัยในส่วนที่ 4.2 สามารถสรุปเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) ได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ลดลง เพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลง
2. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นของ AMSE ในวิธี OLS จะสูงกว่าวิธี TLS และ BLVR
3. เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธี OLS มีแนวโน้มสูงขึ้น ส่วนวิธี TLS และ BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ แต่ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง และระดับสูง ค่า AMSE จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับที่พอเพียง จะมีผลทำให้ค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR มีค่าลดลง

4.4 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7

ตารางที่ 4.16 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

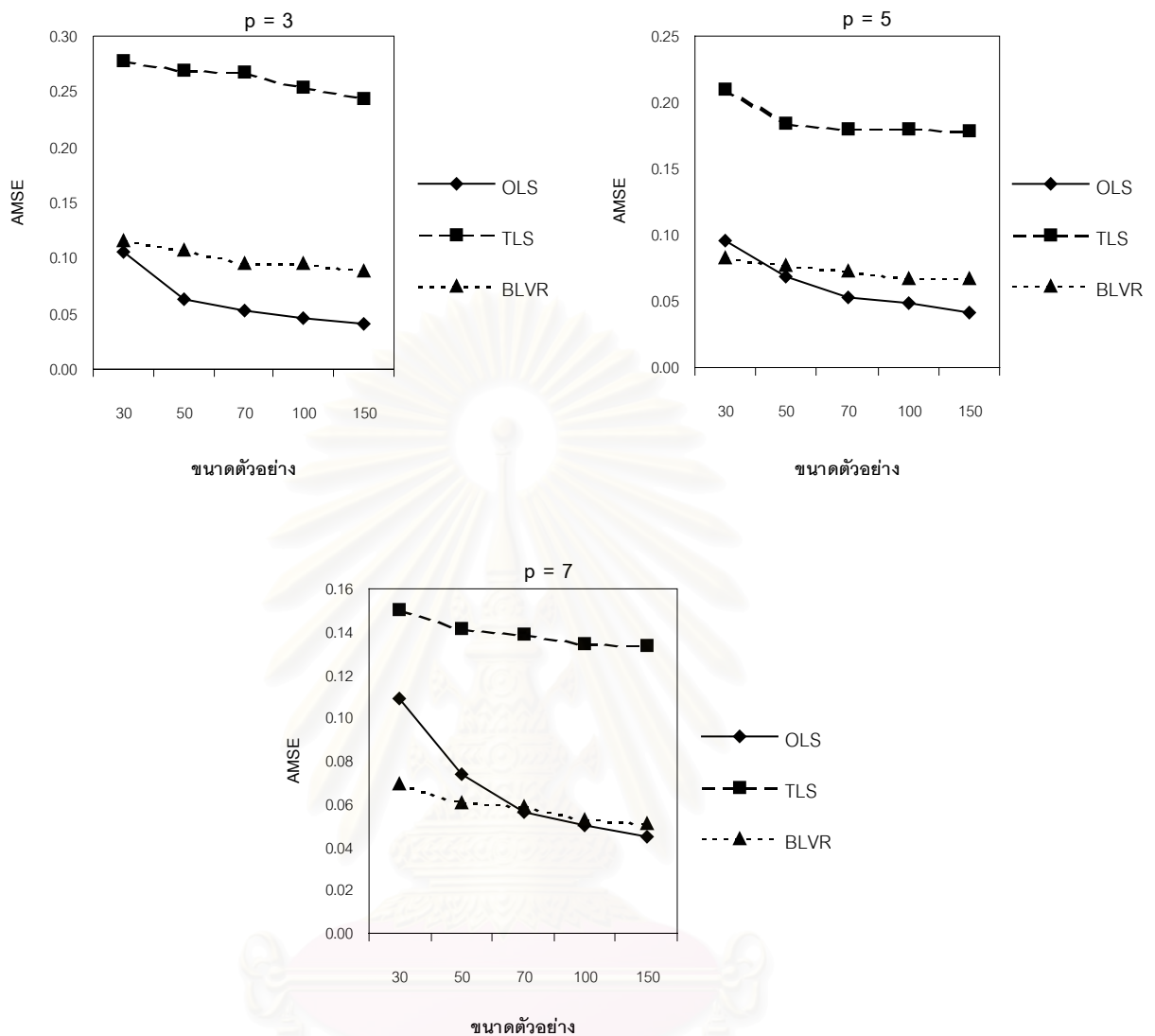
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.1	30	0.1065	0.2771	0.1153	0.0964	0.2095	0.0830	0.1087	0.1500	0.0697
		(0.0318)	(0.0215)	(0.0312)	(0.0241)	(0.0315)	(0.0221)	(0.0302)	(0.0162)	(0.0208)
		0.00	160.19	8.26	16.14	152.41	0.00	55.95	115.21	0.00
	50	0.0637	0.2700	0.1067	0.0684	0.1841	0.0772	0.0736	0.1411	0.0607
		(0.0176)	(0.0152)	(0.0282)	(0.0173)	(0.0106)	(0.0206)	(0.0186)	(0.0096)	(0.0172)
		0.00	323.86	67.50	0.00	169.15	12.87	21.25	132.45	0.00
	70	0.0521	0.2680	0.0951	0.0534	0.1799	0.0731	0.0567	0.1387	0.0589
		(0.0143)	(0.0117)	(0.0167)	(0.0154)	(0.0082)	(0.0204)	(0.0157)	(0.0066)	(0.0167)
		0.00	414.40	82.53	0.00	236.89	36.89	0.00	144.62	3.88
	100	0.0452	0.2541	0.0957	0.0490	0.1795	0.0667	0.0501	0.1341	0.0528
		(0.0087)	(0.0096)	(0.0081)	(0.0137)	(0.0056)	(0.0084)	(0.0133)	(0.0045)	(0.0089)
		0.00	462.17	111.73	0.00	266.33	36.12	0.00	167.66	5.39
	150	0.0402	0.2432	0.0879	0.0411	0.1791	0.0678	0.0449	0.1332	0.0512
		(0.0067)	(0.0074)	(0.0062)	(0.0110)	(0.0052)	(0.0064)	(0.0115)	(0.0037)	(0.0058)
		0.00	504.98	118.66	0.00	335.77	64.96	0.00	196.66	14.03

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

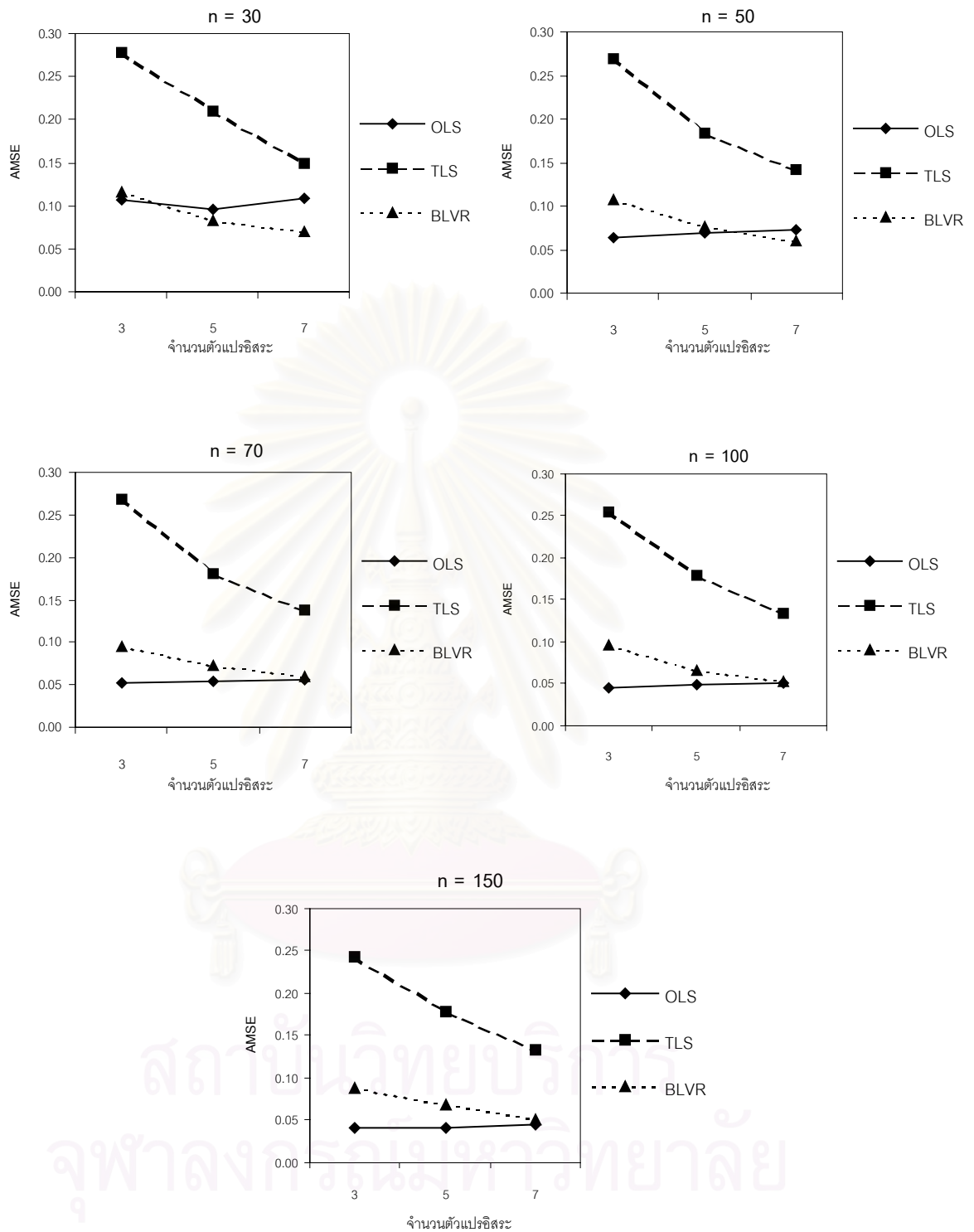
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบสส์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.31 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$



รูปที่ 4.32 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 (ตารางที่ 4.16 และรูปที่ 4.31 – 4.32) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS สำหรับทุกกรณี ยกเว้น 3 กรณีคือขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 5 ตัว ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 7 ตัว และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 7 ตัว พบว่าวิธี BLVR ให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี OLS และวิธี TLS ให้ค่า AMSE สูงที่สุด โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.17 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

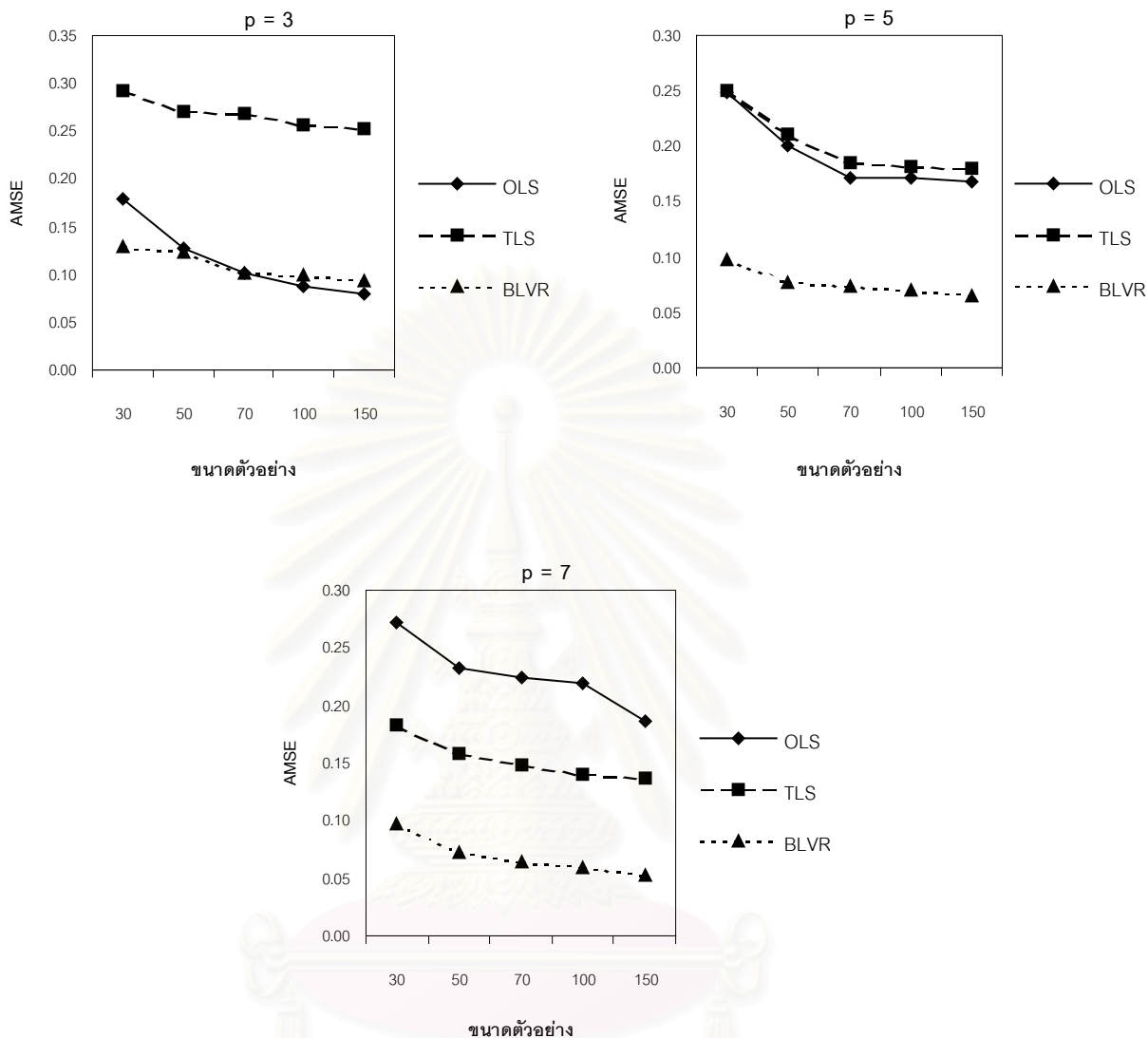
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.3	30	0.1795	0.2915	0.1297	0.2484	0.2498	0.0980	0.2721	0.1834	0.0969
		(0.0448)	(0.0463)	(0.0248)	(0.0527)	(0.0596)	(0.0188)	(0.0568)	(0.0538)	(0.0186)
		38.40	124.75	0.00	153.47	154.90	0.00	180.80	89.27	0.00
	50	0.1277	0.2702	0.1237	0.2007	0.2101	0.0773	0.2320	0.1583	0.0731
		(0.0265)	(0.0208)	(0.0237)	(0.0373)	(0.0178)	(0.0148)	(0.0415)	(0.0229)	(0.0140)
		3.23	118.43	0.00	190.94	147.61	0.00	217.37	116.55	0.00
	70	0.1020	0.2687	0.1015	0.1715	0.1853	0.0745	0.2249	0.1490	0.0645
		(0.0184)	(0.0174)	(0.0194)	(0.0224)	(0.0146)	(0.0143)	(0.0406)	(0.0153)	(0.0124)
		0.49	164.73	0.00	130.20	148.72	0.00	248.68	131.01	0.00
	100	0.0883	0.2559	0.1002	0.1706	0.1821	0.0704	0.2195	0.1399	0.0601
		(0.0128)	(0.0128)	(0.0192)	(0.0238)	(0.0096)	(0.0135)	(0.0351)	(0.0085)	(0.0115)
		0.00	189.81	13.48	142.33	158.66	0.00	265.22	132.78	0.00
150	0.0799	0.2522	0.0942	0.1683	0.1801	0.0653	0.1869	0.1371	0.0525	
	(0.0098)	(0.0102)	(0.0180)	(0.0244)	(0.0073)	(0.0125)	(0.0226)	(0.0070)	(0.0101)	
	0.00	215.64	17.90	157.73	175.80	0.00	256.00	161.14	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

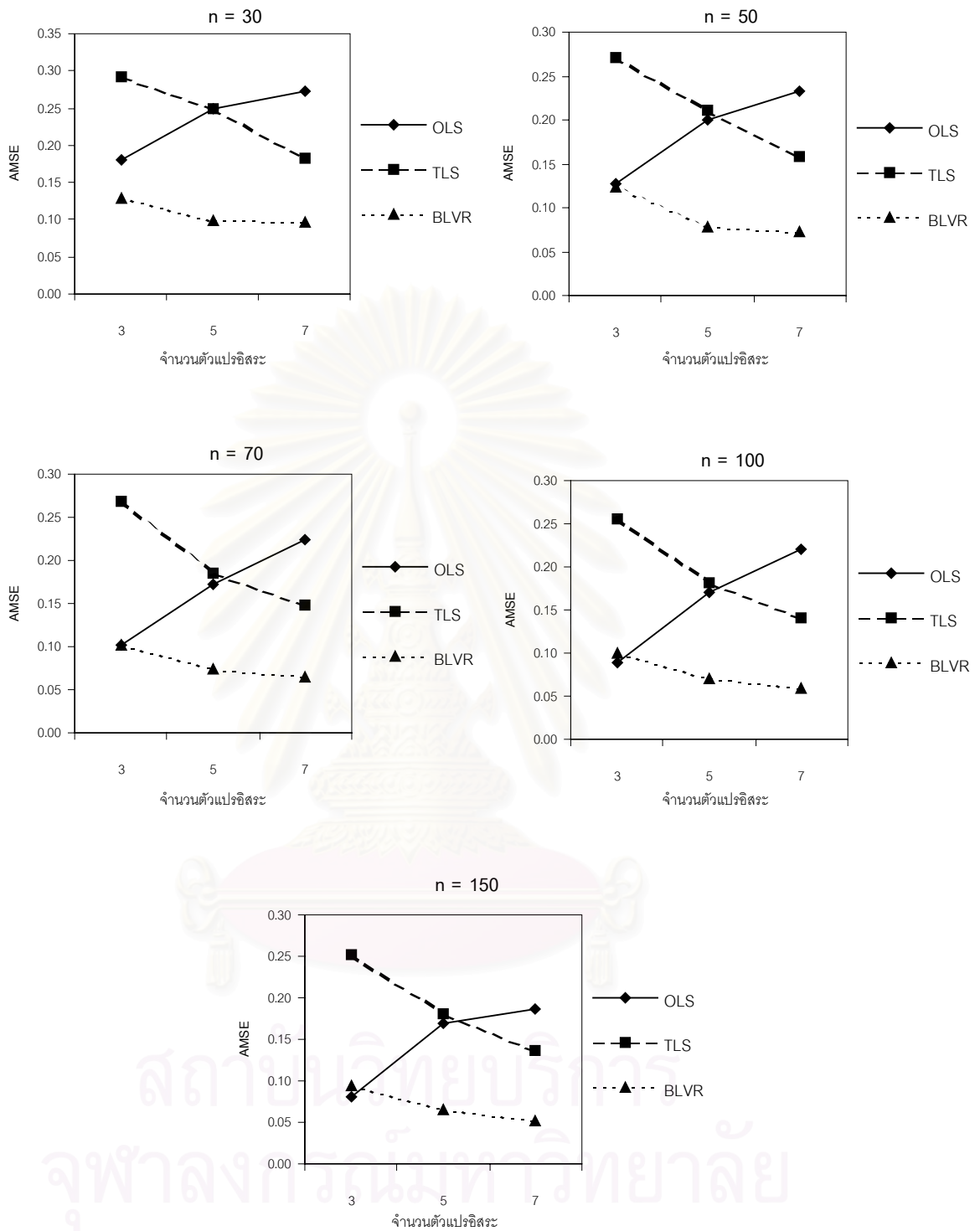
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.33 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\epsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$



รูปที่ 4.34 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

จากผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 (ตารางที่ 4.17 และรูปที่ 4.33 - 4.34) เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าค่า AMSE ของวิธี BLVR มีค่าต่ำสุด ลำดับต่อมาคือวิธี OLS และวิธี TLS ให้ค่า AMSE สูงที่สุด ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS โดยค่า AMSE ของวิธี TLS จะสูงกว่าวิธี OLS เล็กน้อย ส่วนกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS มีค่าสูงสุด นอกจากนั้นในแต่ละวิธีการเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.18 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

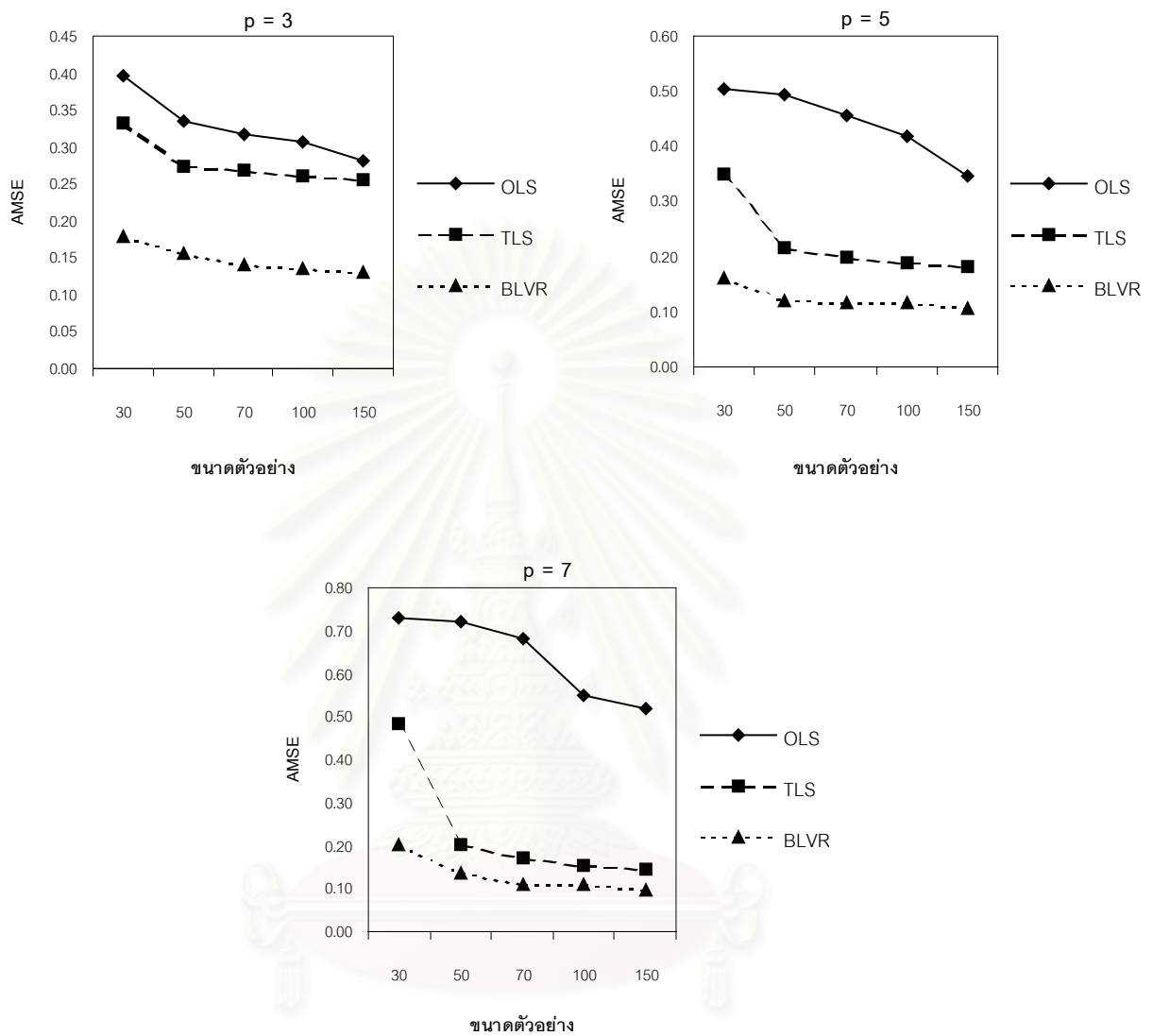
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.5	30	0.3951	0.3325	0.1793	0.5025	0.3499	0.1623	0.7310	0.4841	0.2010
		(0.1309)	(0.0903)	(0.0286)	(0.2213)	(0.0880)	(0.0253)	(0.2643)	(0.1314)	(0.0327)
		120.36	85.44	0.00	209.61	115.59	0.00	263.68	140.85	0.00
	50	0.3338	0.2737	0.1560	0.4936	0.2143	0.1202	0.7188	0.2003	0.1365
		(0.0992)	(0.0332)	(0.0241)	(0.1843)	(0.0452)	(0.0173)	(0.2505)	(0.0560)	(0.0204)
		113.97	75.45	0.00	310.65	78.29	0.00	426.59	46.74	0.00
	70	0.3170	0.2691	0.1398	0.4560	0.1977	0.1168	0.6825	0.1732	0.1112
		(0.0898)	(0.0274)	(0.0210)	(0.1346)	(0.0295)	(0.0166)	(0.2274)	(0.0370)	(0.0155)
		126.75	92.49	0.00	290.41	69.26	0.00	513.76	55.76	0.00
	100	0.3065	0.2597	0.1347	0.4195	0.1895	0.1153	0.5515	0.1542	0.1100
		(0.0682)	(0.0187)	(0.0201)	(0.1424)	(0.0169)	(0.0163)	(0.1971)	(0.0204)	(0.0153)
		127.54	92.80	0.00	263.83	64.35	0.00	401.36	40.18	0.00
	150	0.2808	0.2567	0.1293	0.3459	0.1833	0.1053	0.5197	0.1460	0.0969
		(0.0537)	(0.0154)	(0.0190)	(0.1216)	(0.0128)	(0.0154)	(0.1585)	(0.0144)	(0.0127)
		117.17	98.53	0.00	228.49	74.07	0.00	436.33	50.67	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

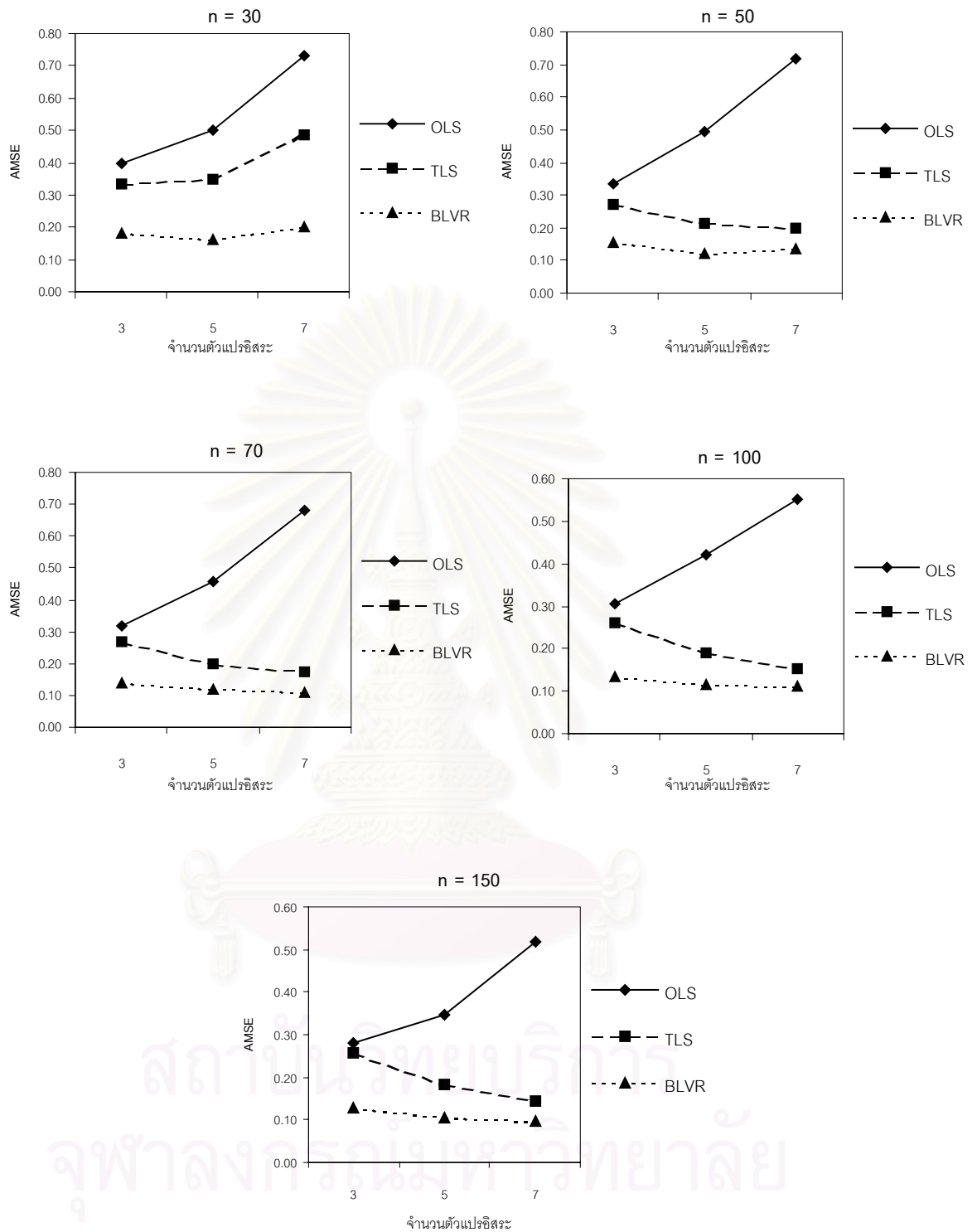
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.35 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$



รูปที่ 4.36 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 (ตารางที่ 4.18 และรูปที่ 4.35 – 4.36) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น สำหรับวิธี TLS นั้น เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะมีผลทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่า AMSE จะสูงขึ้นตามจำนวนตัวแปรที่เพิ่มขึ้น ส่วนวิธี BLVR เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ซึ่งขนาดตัวอย่างทั้งสองระดับจะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว เนื่องจากการเพิ่มจำนวนตัวแปรทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง ทำให้กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี BLVR ไม่สามารถขจัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระให้หมดไปได้ในกรณีที่มิจำนวนตัวแปรอิสระมาก ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากพอวิธี BLVR สามารถแยกความคลาดเคลื่อนดังกล่าวออกจากข้อมูลของตัวแปรอิสระได้ จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.19 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

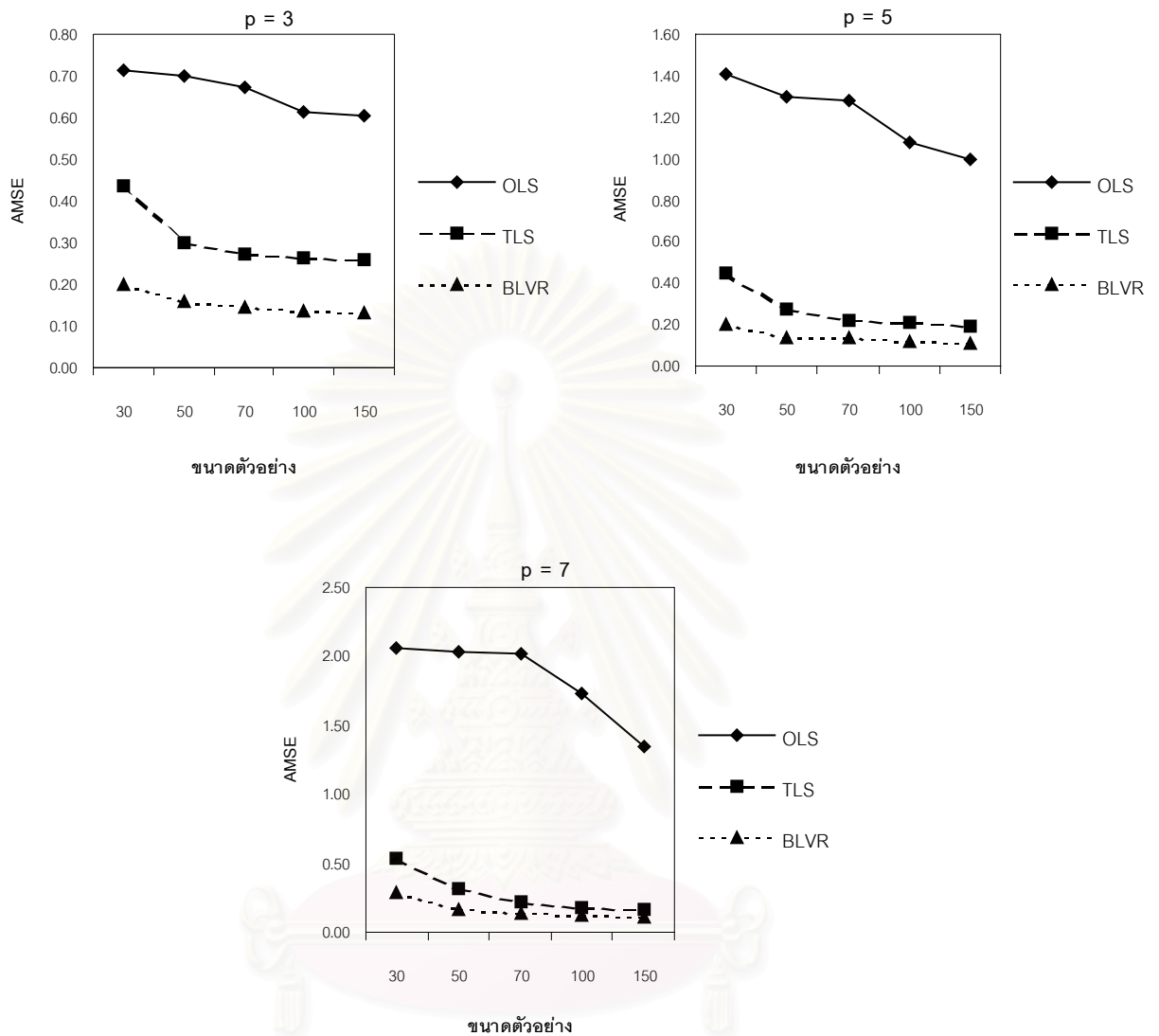
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.7	30	0.7157	0.4349	0.1994	1.4125	0.4478	0.1991	2.0654	0.5291	0.2827
		(0.2417)	(0.0875)	(0.0309)	(0.3834)	(0.0907)	(0.0292)	(0.4979)	(0.1481)	(0.0436)
		258.93	118.10	0.00	609.44	124.91	0.00	630.60	87.16	0.00
	50	0.7005	0.2993	0.1591	1.3020	0.2721	0.1417	2.0344	0.3177	0.1713
		(0.1937)	(0.0526)	(0.0236)	(0.3162)	(0.0489)	(0.0193)	(0.4542)	(0.0858)	(0.0244)
		340.29	88.12	0.00	818.84	92.03	0.00	1087.62	85.46	0.00
	70	0.6732	0.2713	0.1454	1.2769	0.2236	0.1335	2.0221	0.2237	0.1318
		(0.1535)	(0.0423)	(0.0211)	(0.2377)	(0.0361)	(0.0179)	(0.4065)	(0.0548)	(0.0176)
		363.00	86.59	0.00	856.48	67.49	0.00	1434.22	69.73	0.00
	100	0.6154	0.2634	0.1354	1.0790	0.2059	0.1192	1.7317	0.1846	0.1242
		(0.1153)	(0.0278)	(0.0192)	(0.2244)	(0.0299)	(0.0154)	(0.3400)	(0.0493)	(0.0162)
		354.51	94.53	0.00	805.20	72.73	0.00	1294.28	48.63	0.00
	150	0.6024	0.2580	0.1326	0.9980	0.1909	0.1142	1.3396	0.1641	0.1083
		(0.0994)	(0.0232)	(0.0187)	(0.1968)	(0.0234)	(0.0145)	(0.2757)	(0.0292)	(0.0135)
		354.30	94.57	0.00	773.91	67.16	0.00	1136.93	51.52	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

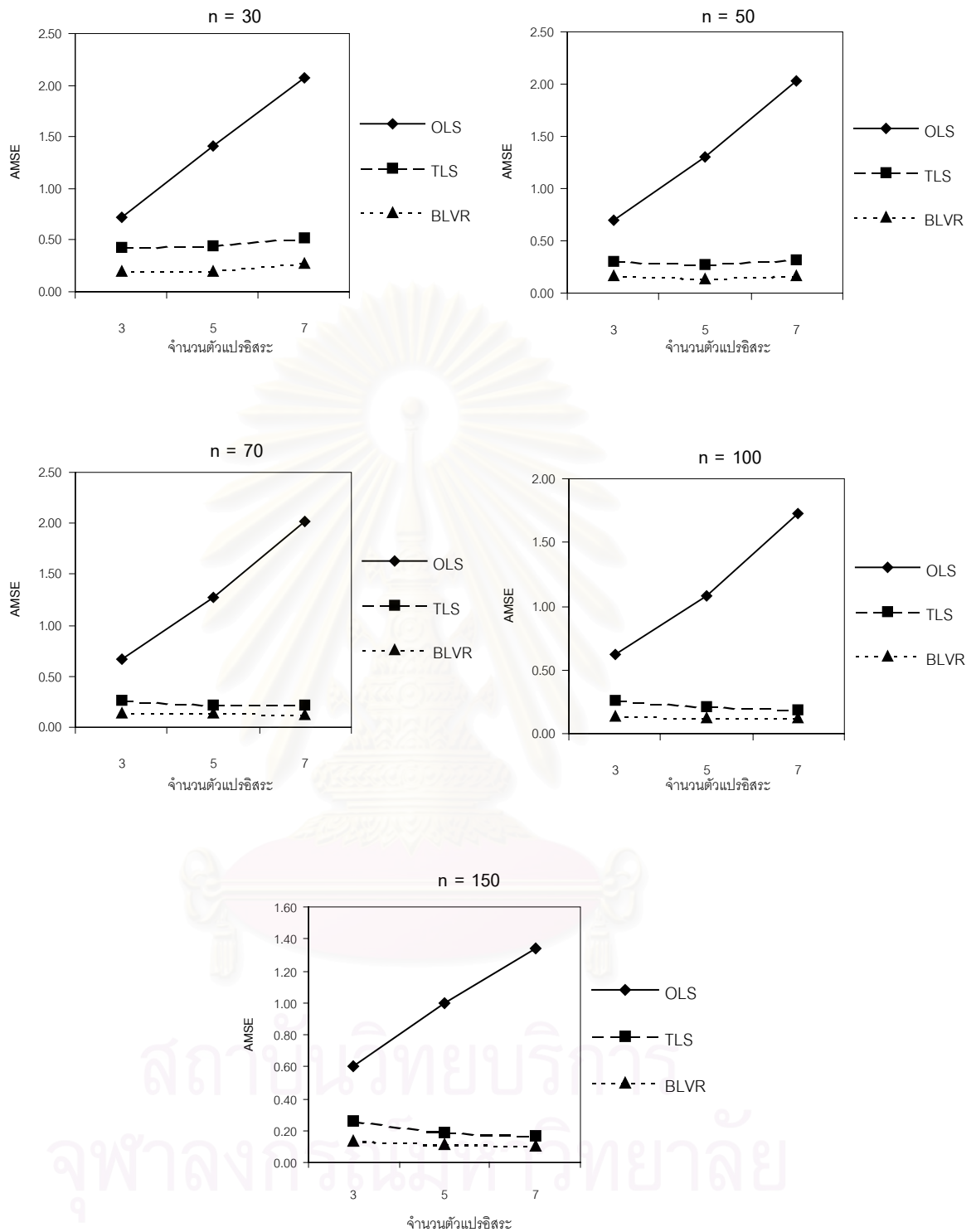
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.37 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$



รูปที่ 4.38 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7 (ตารางที่ 4.19 และรูปที่ 4.37 – 4.38) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 สำหรับวิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัวทุกกรณี และค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเป็น 150 เนื่องจากการเพิ่มจำนวนตัวแปรมีผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระมีค่าค่อนข้างสูง ทำให้กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี TLS และ BLVR ไม่สามารถขจัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระให้หมดไปได้ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระมาก ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากพอวิธี TLS และ BLVR สามารถแยกความคลาดเคลื่อนดังกล่าวออกจากข้อมูลของตัวแปรอิสระได้ จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.20 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

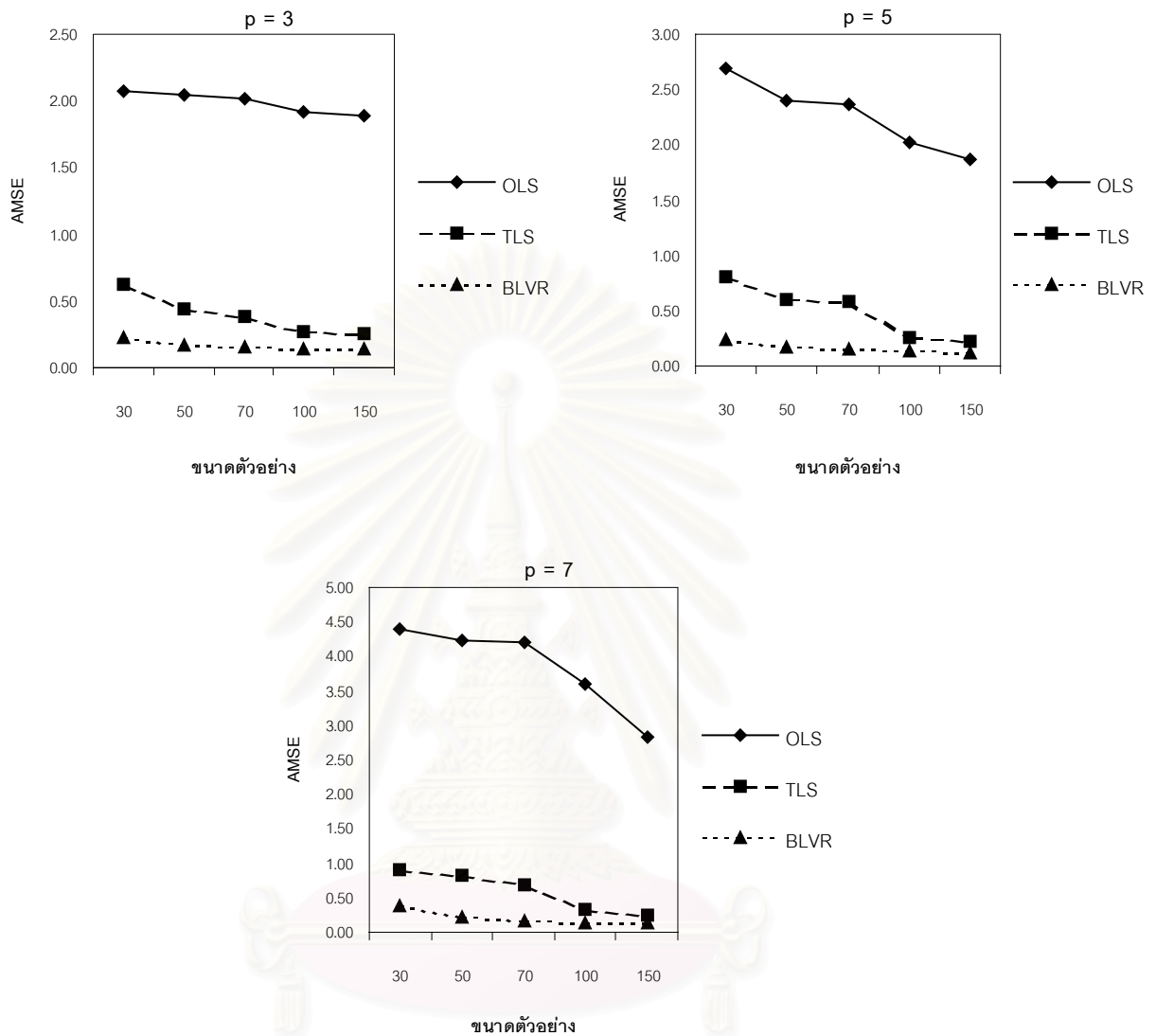
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
1.0	30	2.0693	0.6202	0.2277	2.6877	0.8012	0.2475	4.3912	0.9026	0.3795
		(0.5293)	(0.1488)	(0.0361)	(0.6875)	(0.2163)	(0.0374)	(1.1233)	(0.2437)	(0.0600)
		808.78	172.38	0.00	985.94	223.72	0.00	1057.10	137.84	0.00
	50	2.0489	0.4370	0.1667	2.4010	0.5986	0.1728	4.2214	0.8117	0.2221
		(0.4952)	(0.1005)	(0.0249)	(0.5803)	(0.1556)	(0.0245)	(1.0203)	(0.2110)	(0.0330)
		1129.09	162.15	0.00	1289.47	246.41	0.00	1800.68	265.47	0.00
	70	2.0161	0.3865	0.1524	2.3572	0.5864	0.1534	4.2030	0.6741	0.1648
		(0.4673)	(0.0850)	(0.0223)	(0.5464)	(0.1466)	(0.0212)	(0.9743)	(0.1685)	(0.0232)
		1222.90	153.61	0.00	1436.64	282.27	0.00	2450.36	309.04	0.00
	100	1.9110	0.2656	0.1384	2.0153	0.2620	0.1303	3.5910	0.3388	0.1461
		(0.4252)	(0.0560)	(0.0198)	(0.4484)	(0.0629)	(0.0172)	(0.7990)	(0.0813)	(0.0199)
		1280.78	91.91	0.00	1446.66	101.07	0.00	2357.91	131.90	0.00
150	1.8936	0.2627	0.1374	1.8693	0.2180	0.1252	2.8198	0.2370	0.1244	
	(0.4117)	(0.0418)	(0.0196)	(0.4064)	(0.0501)	(0.0164)	(0.6130)	(0.0545)	(0.0162)	
	1278.17	91.19	0.00	1393.05	74.12	0.00	2166.72	90.51	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

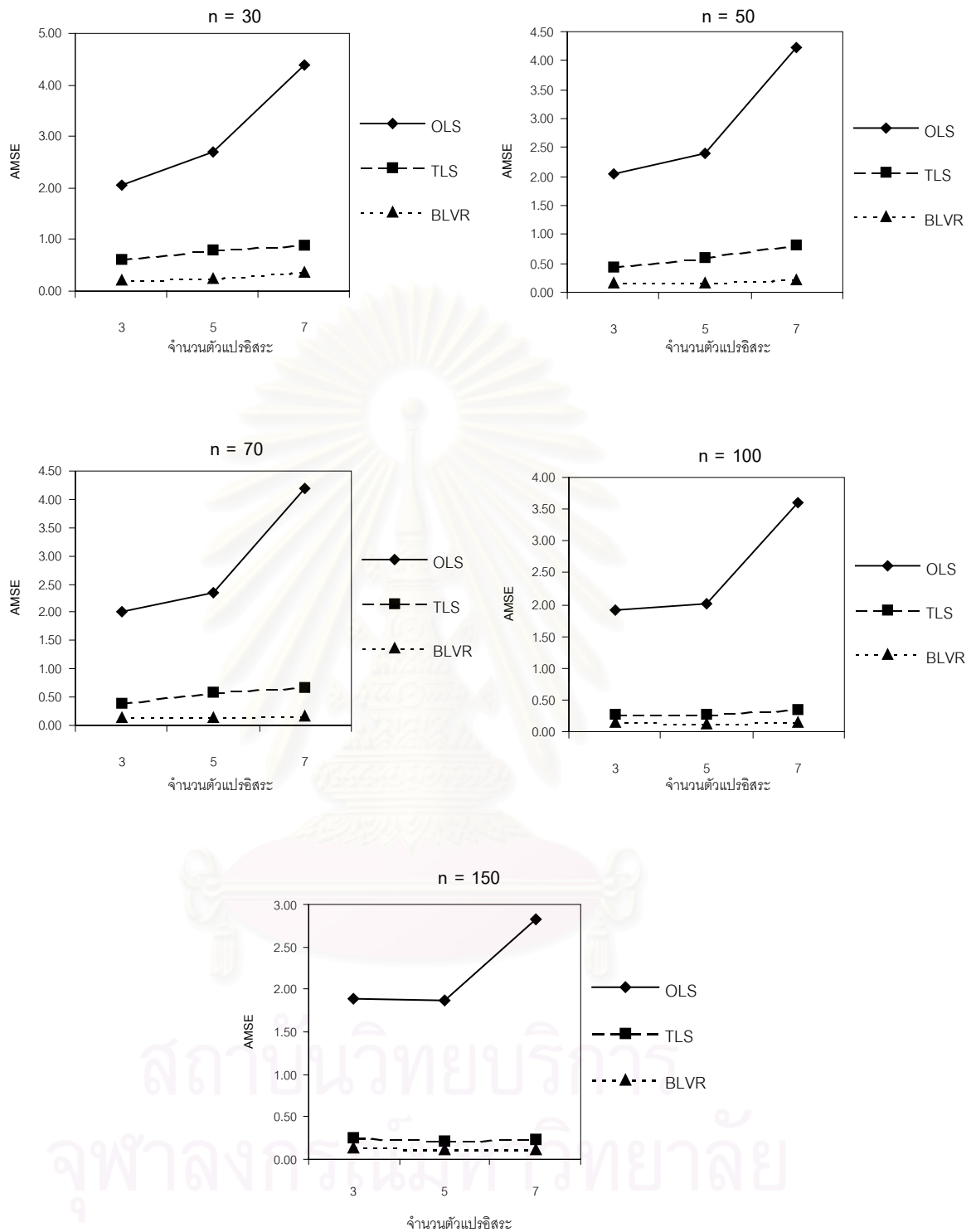
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.39 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$



รูปที่ 4.40 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 0.7$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 1.0 (ตารางที่ 4.20 และรูปที่ 4.39 – 4.40) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนวิธี TLS ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัวจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้นยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 นอกจากนั้นค่า AMSE ของวิธี TLS มีค่าเพิ่มขึ้นในทุกกรณีเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว สำหรับวิธี BLVR ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 นอกจากนั้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเป็น 150

สรุปส่วนที่ 4.4 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 0.7

กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 พบว่าค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS สำหรับทุกกรณี ยกเว้น 3 กรณีคือขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 5 ตัว ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 7 ตัว และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และจำนวนตัวแปรเท่ากับ 7 ตัว ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าค่า AMSE ของวิธี BLVR มีค่าต่ำสุด ลำดับต่อมาคือวิธี OLS และวิธี TLS ให้ค่า AMSE สูงที่สุด ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS โดยค่า AMSE ของวิธี TLS จะสูงกว่าวิธี OLS เล็กน้อย ส่วนกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS มีค่าสูงสุด เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1.0 จะให้ผลสรุปเหมือนกันคือ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก คือ วิธี BLVR TLS และ OLS ตามลำดับในทุกสถานการณ์ ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

จากผลการวิจัยในส่วนที่ 4.4 สามารถสรุปเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) ได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ลดลง เพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลง
2. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นของ AMSE ในวิธี OLS จะสูงกว่าวิธี TLS และ BLVR
3. เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธี OLS มีแนวโน้มสูงขึ้น ส่วนวิธี TLS และ BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ แต่ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง และระดับสูง ค่า AMSE

จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับที่พอเพียง จะมีผลทำให้ค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR มีค่าลดลง



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.5 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0

ตารางที่ 4.21 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

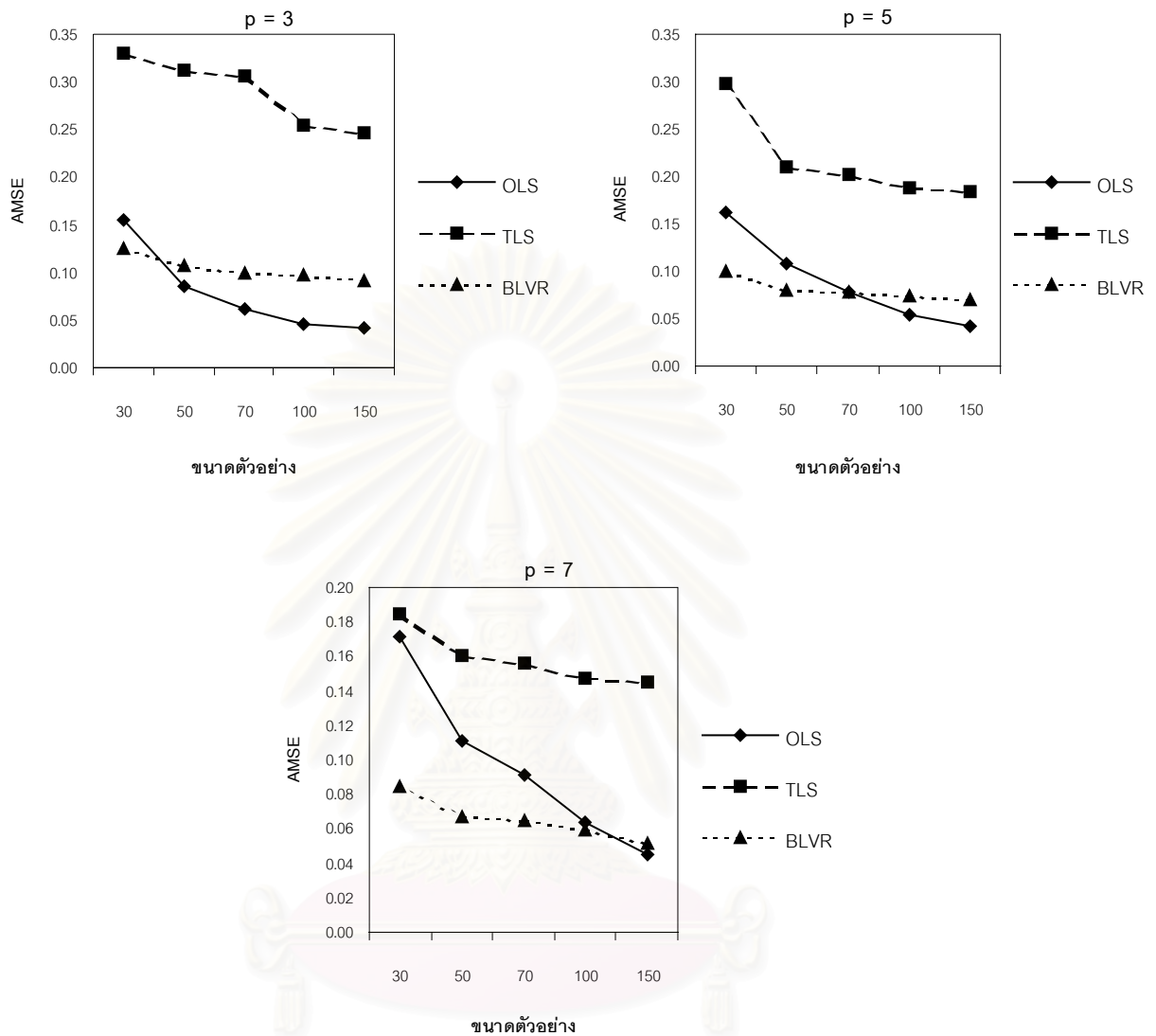
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.1	30	0.1559	0.3295	0.1252	0.1615	0.2974	0.0998	0.1711	0.1843	0.0847
		(0.0366)	(0.0455)	(0.0200)	(0.0429)	(0.0443)	(0.0153)	(0.0350)	(0.0371)	(0.0134)
		24.52	163.18	0.00	61.82	198.00	0.00	102.01	117.59	0.00
	50	0.0864	0.3121	0.1069	0.1085	0.2107	0.0803	0.1114	0.1609	0.0672
		(0.0207)	(0.0300)	(0.0160)	(0.0265)	(0.0224)	(0.0112)	(0.0247)	(0.0189)	(0.0097)
		0.00	261.23	23.73	35.12	162.39	0.00	65.77	139.43	0.00
	70	0.0621	0.3063	0.0989	0.0783	0.2023	0.0785	0.0915	0.1557	0.0650
		(0.0127)	(0.0212)	(0.0139)	(0.0177)	(0.0154)	(0.0103)	(0.0212)	(0.0126)	(0.0088)
		0.00	393.24	59.26	0.00	158.37	0.26	40.77	139.54	0.00
	100	0.0457	0.2544	0.0972	0.0543	0.1873	0.0742	0.0640	0.1476	0.0590
		(0.0092)	(0.0166)	(0.0126)	(0.0132)	(0.0103)	(0.0090)	(0.0138)	(0.0086)	(0.0074)
		0.00	456.67	112.69	0.00	244.94	36.65	8.47	150.17	0.00
	150	0.0410	0.2474	0.0914	0.0413	0.1850	0.0692	0.0452	0.1449	0.0514
		(0.0088)	(0.0126)	(0.0110)	(0.0082)	(0.0100)	(0.0077)	(0.0082)	(0.0067)	(0.0058)
		0.00	503.41	122.93	0.00	347.94	67.55	0.00	220.58	13.72

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

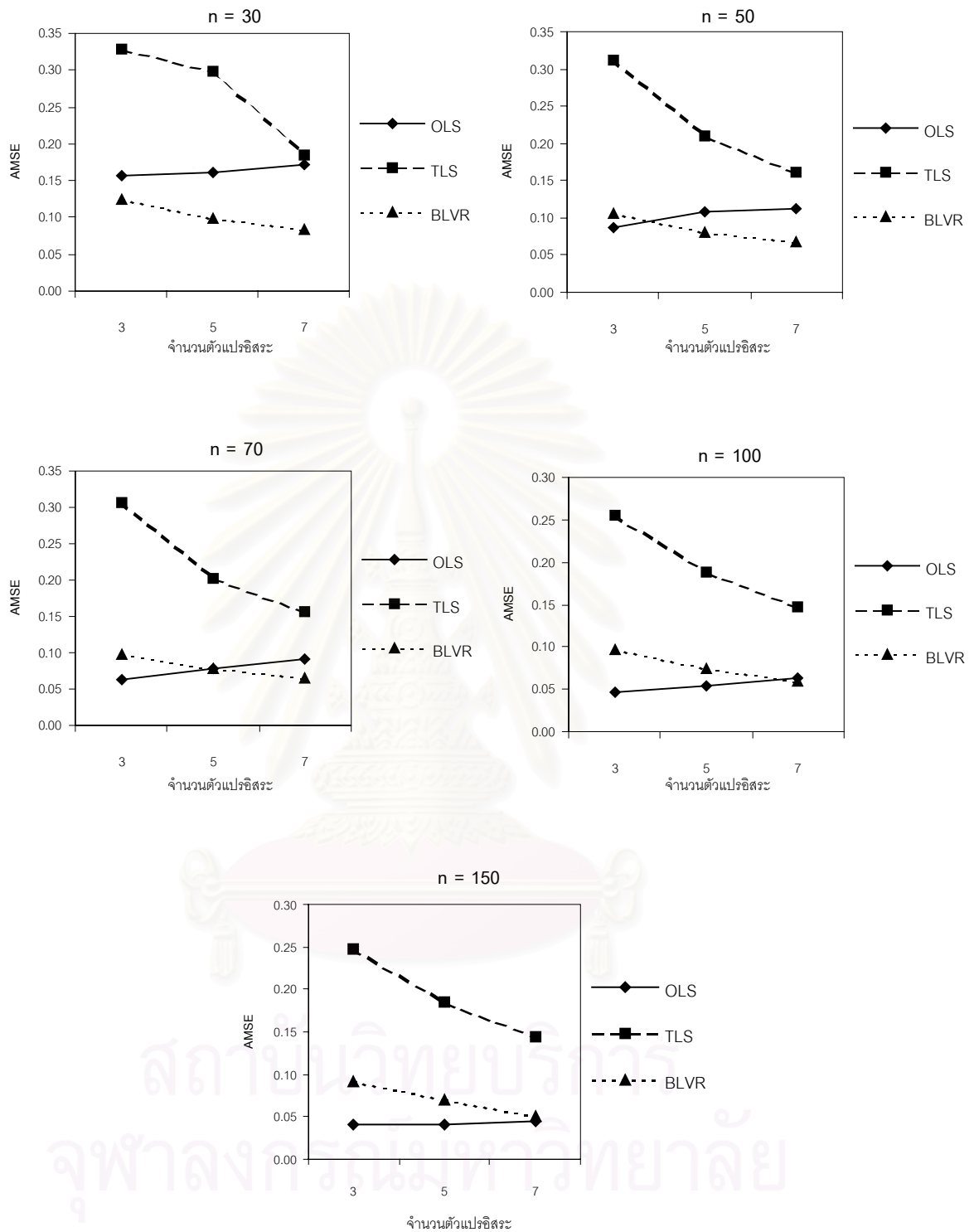
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.41 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$



รูปที่ 4.42 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.1$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 (ตารางที่ 4.21 และรูปที่ 4.41 – 4.42) เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวพบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS ทุกกรณี ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ส่วนจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS ทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 สำหรับกรณีที่จำนวนตัวแปรเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี OLS และวิธี TLS ตามลำดับในทุกกรณี ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 150 โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.22 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

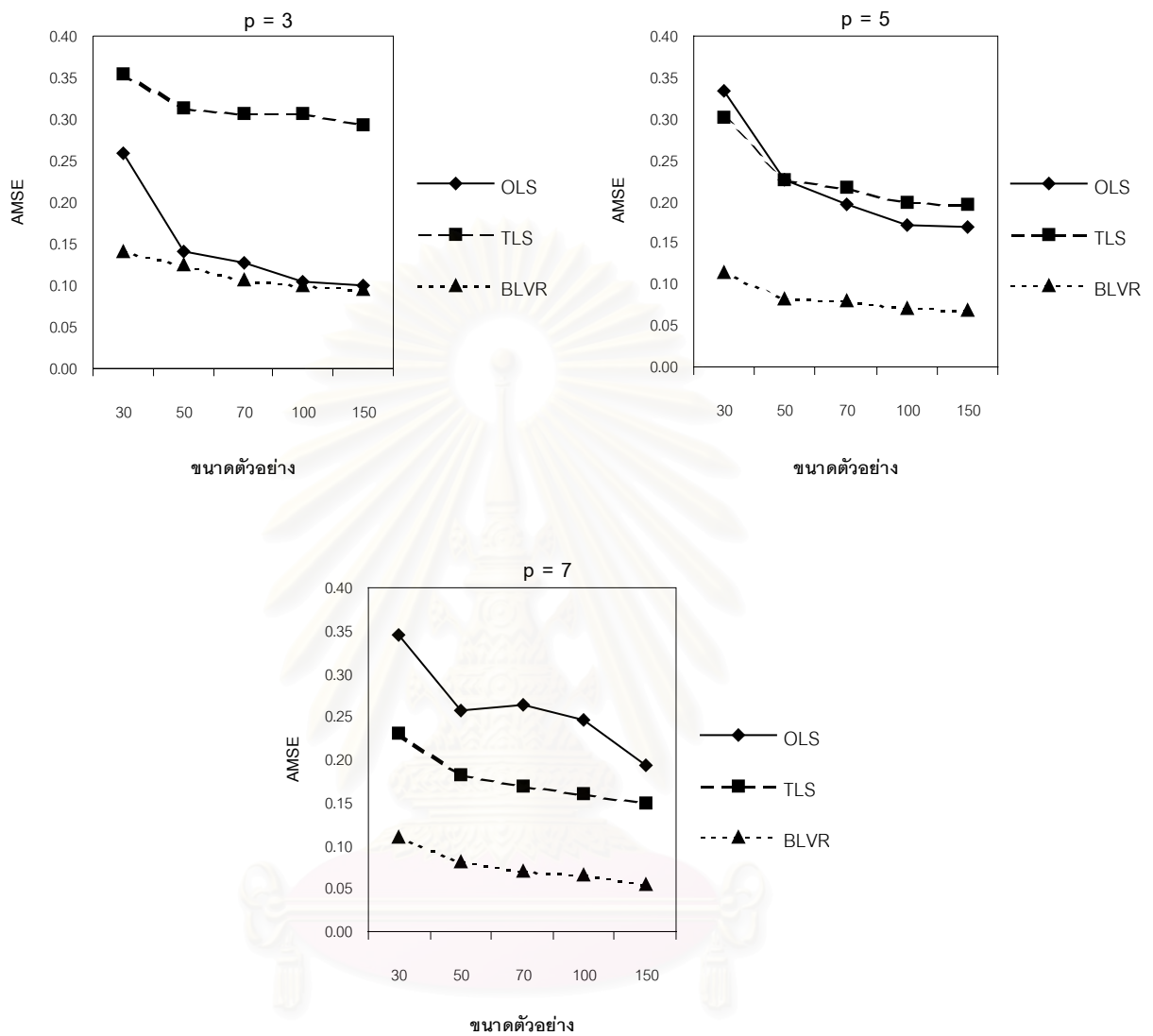
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.3	30	0.2598	0.3555	0.1417	0.3345	0.3015	0.1140	0.3446	0.2298	0.1108
		(0.0713)	(0.0519)	(0.0241)	(0.0727)	(0.0452)	(0.0205)	(0.0782)	(0.0417)	(0.0211)
		83.35	150.88	0.00	193.42	164.47	0.00	211.01	107.40	0.00
	50	0.1411	0.3146	0.1247	0.2257	0.2270	0.0815	0.2574	0.1816	0.0808
		(0.0358)	(0.0373)	(0.0189)	(0.0640)	(0.0311)	(0.0139)	(0.0513)	(0.0365)	(0.0145)
		13.15	152.29	0.00	176.93	178.53	0.00	218.56	124.75	0.00
	70	0.1277	0.3077	0.1075	0.1962	0.2175	0.0804	0.2628	0.1685	0.0700
		(0.0335)	(0.0276)	(0.0149)	(0.0467)	(0.0237)	(0.0129)	(0.0501)	(0.0225)	(0.0119)
		18.79	186.23	0.00	144.03	170.52	0.00	275.43	140.71	0.00
	100	0.1043	0.3069	0.1001	0.1723	0.1991	0.0707	0.2458	0.1600	0.0662
		(0.0225)	(0.0196)	(0.0137)	(0.0429)	(0.0153)	(0.0105)	(0.0460)	(0.0134)	(0.0106)
		4.20	206.59	0.00	143.71	181.61	0.00	271.30	141.69	0.00
150	0.0999	0.2942	0.0962	0.1693	0.1975	0.0697	0.1930	0.1498	0.0558	
	(0.0205)	(0.0157)	(0.0125)	(0.0302)	(0.0126)	(0.0098)	(0.0340)	(0.0110)	(0.0084)	
	3.85	205.82	0.00	142.90	183.36	0.00	245.88	178.21	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

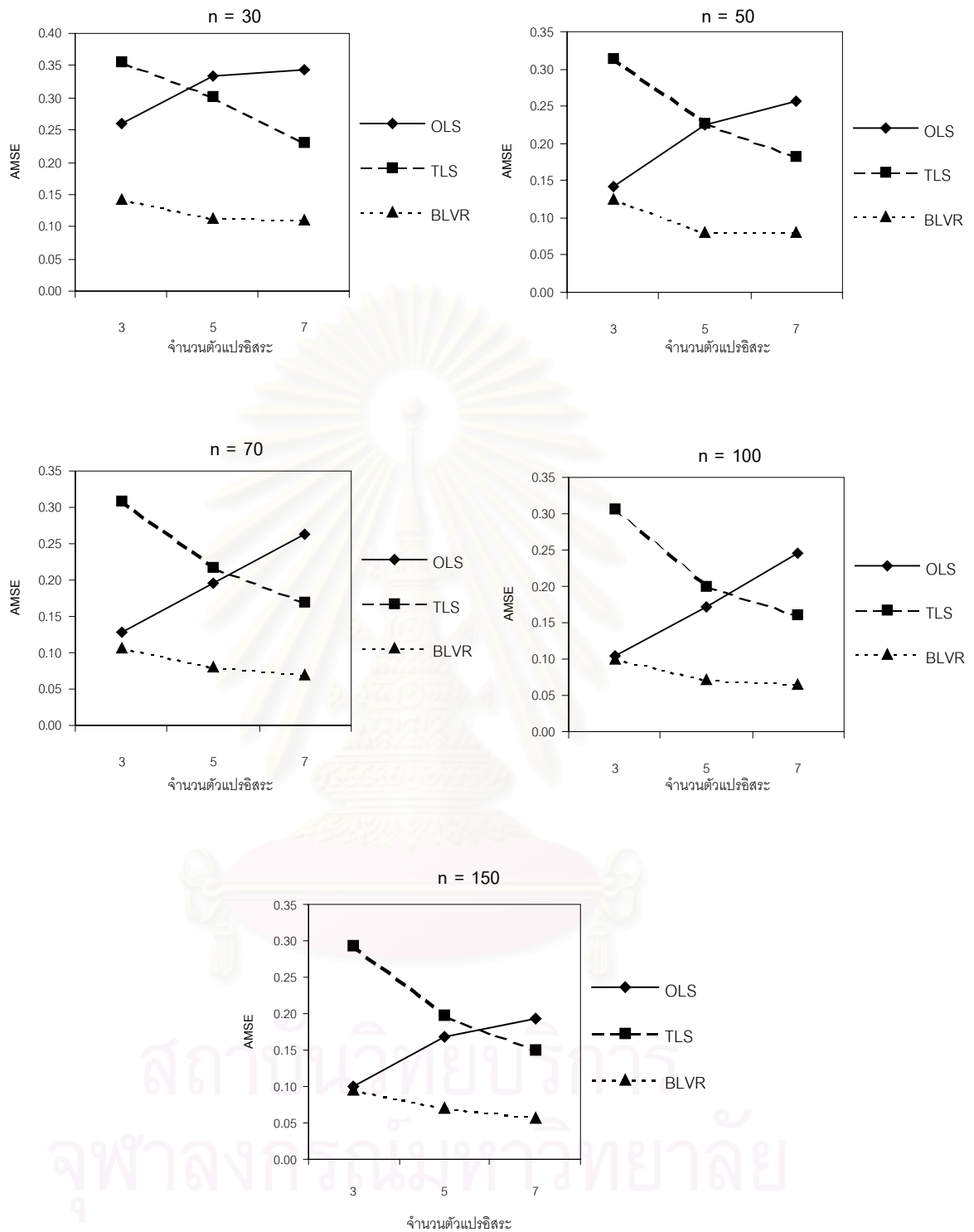
TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบส

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



รูปที่ 4.43 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$



รูปที่ 4.44 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.3$

จากผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 (ตารางที่ 4.22 และรูปที่ 4.43 - 4.44) เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าค่า AMSE ของวิธี BLVR มีค่าต่ำสุด ลำดับต่อมาคือวิธี OLS และวิธี TLS ให้ค่า AMSE สูงที่สุด เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS ทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ส่วนกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS มีค่าสูงสุด นอกจากนั้นในแต่ละวิธีการเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้ทั้งสองวิธีสามารถแยกความคลาดเคลื่อนออกจากข้อมูลได้ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.23 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

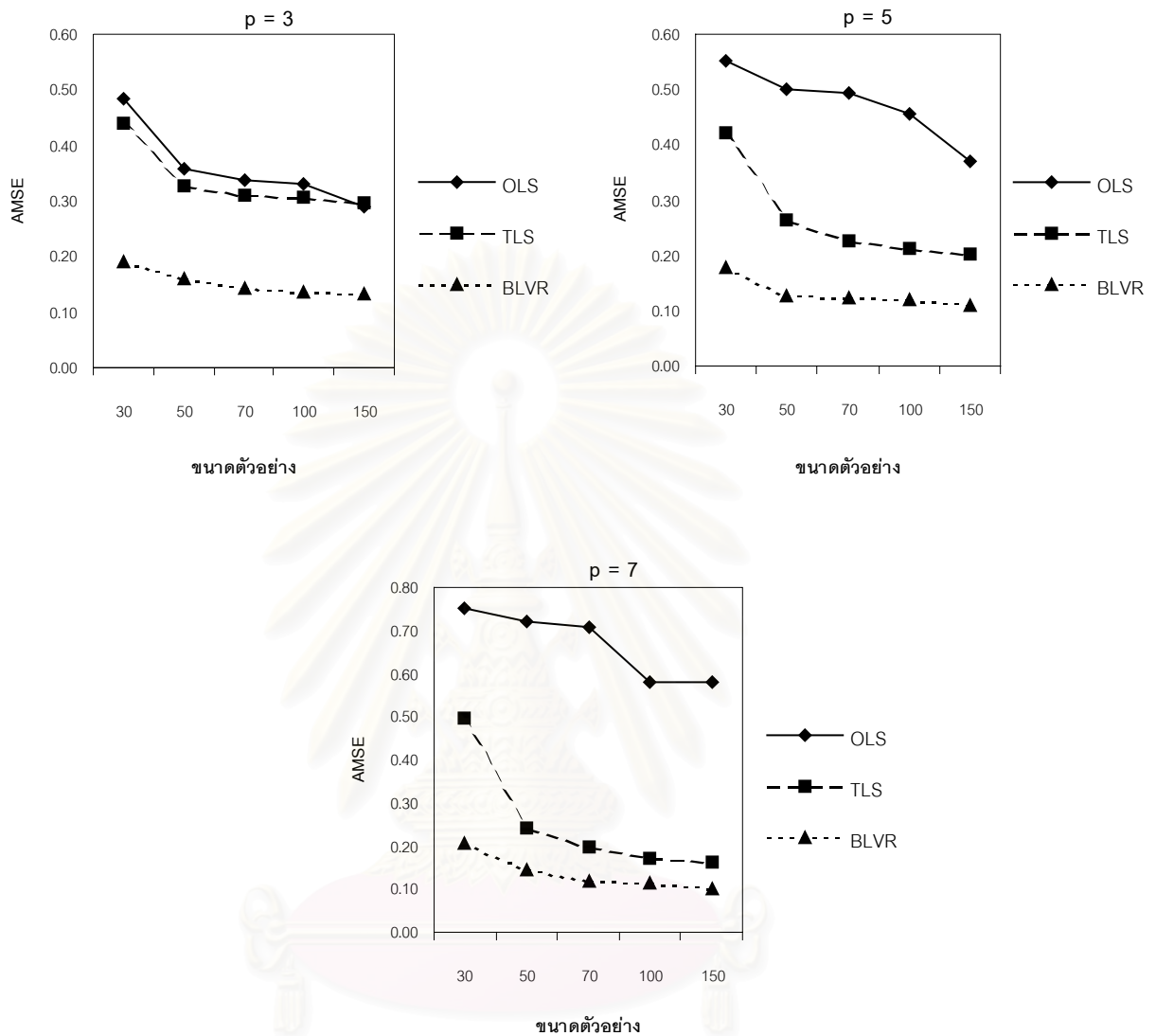
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.5	30	0.4838	0.4393	0.1925	0.5528	0.4212	0.1774	0.7537	0.4969	0.2058
		(0.1471)	(0.0985)	(0.0293)	(0.1589)	(0.0866)	(0.0280)	(0.1934)	(0.0984)	(0.0339)
		151.32	128.21	0.00	211.61	137.43	0.00	266.23	141.45	0.00
	50	0.3595	0.3282	0.1596	0.4993	0.2647	0.1276	0.7200	0.2407	0.1464
		(0.0912)	(0.0683)	(0.0220)	(0.1558)	(0.0481)	(0.0176)	(0.1623)	(0.0630)	(0.0221)
		125.25	105.64	0.00	291.30	107.45	0.00	391.80	64.41	0.00
	70	0.3363	0.3111	0.1442	0.4954	0.2269	0.1230	0.7077	0.1987	0.1183
		(0.0837)	(0.0404)	(0.0183)	(0.1162)	(0.0450)	(0.0158)	(0.1577)	(0.0502)	(0.0159)
		133.22	115.74	0.00	302.76	84.47	0.00	498.22	67.96	0.00
	100	0.3314	0.3080	0.1377	0.4566	0.2131	0.1186	0.5820	0.1733	0.1154
		(0.0549)	(0.0269)	(0.0162)	(0.1051)	(0.0243)	(0.0142)	(0.1305)	(0.0295)	(0.0145)
		140.67	123.67	0.00	284.99	79.68	0.00	404.33	50.17	0.00
	150	0.2913	0.2963	0.1346	0.3686	0.2039	0.1104	0.5792	0.1610	0.1005
		(0.0564)	(0.0224)	(0.0146)	(0.0855)	(0.0197)	(0.0121)	(0.0995)	(0.0206)	(0.0113)
		116.42	120.13	0.00	233.88	84.69	0.00	476.32	60.20	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

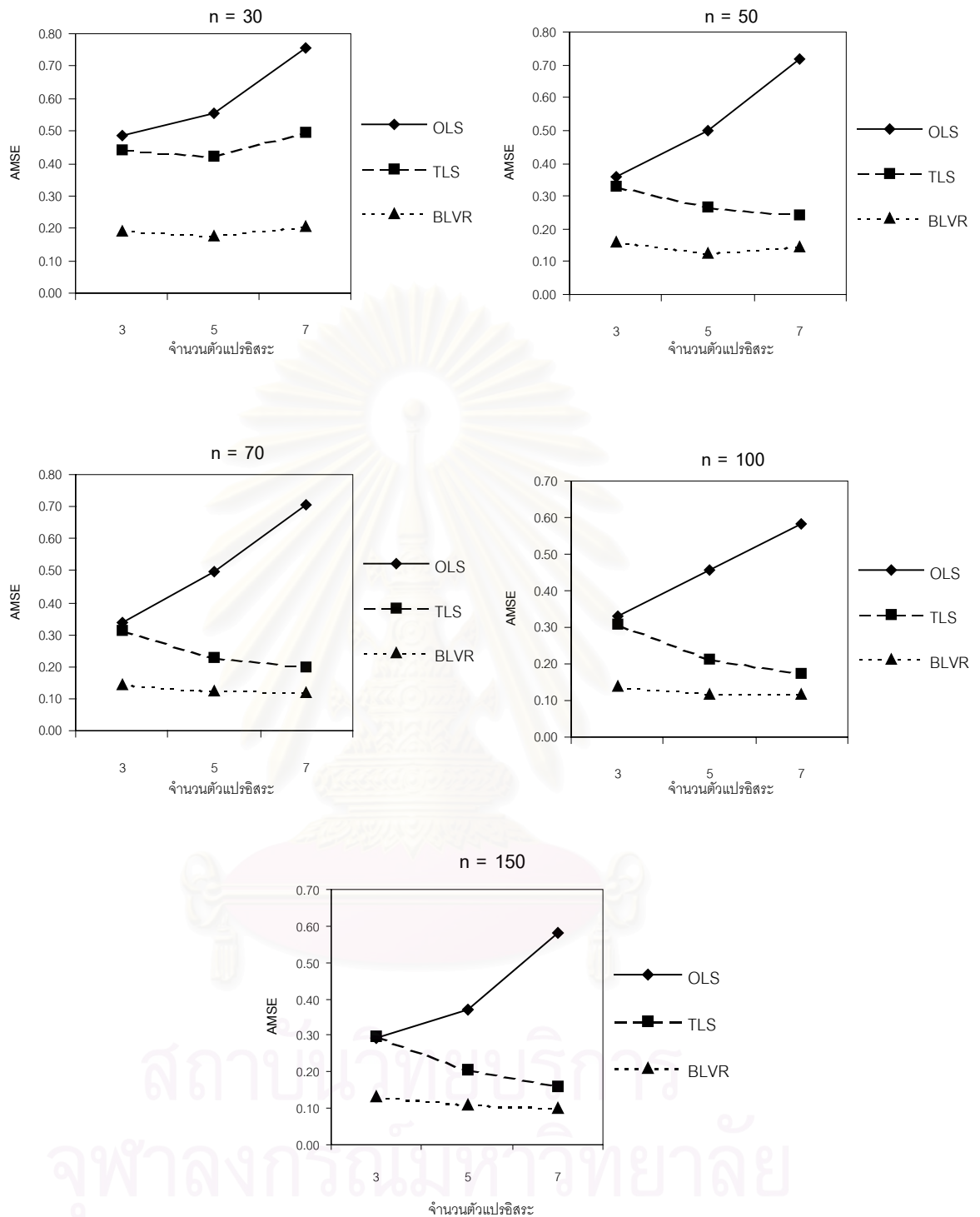
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.45 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$



รูปที่ 4.46 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.5$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 (ตารางที่ 4.23 และรูปที่ 4.45 – 4.46) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น สำหรับวิธี TLS นั้น เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะมีผลทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ส่วนวิธี BLVR เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลงทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ซึ่งขนาดตัวอย่างทั้งสองระดับจะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว เนื่องจากการเพิ่มจำนวนตัวแปรทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง ทำให้กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี BLVR ไม่สามารถขจัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระให้หมดไปได้ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระมาก ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้นวิธี BLVR สามารถแยกความคลาดเคลื่อนดังกล่าวออกจากข้อมูลของตัวแปรอิสระได้ จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง

ตารางที่ 4.24 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

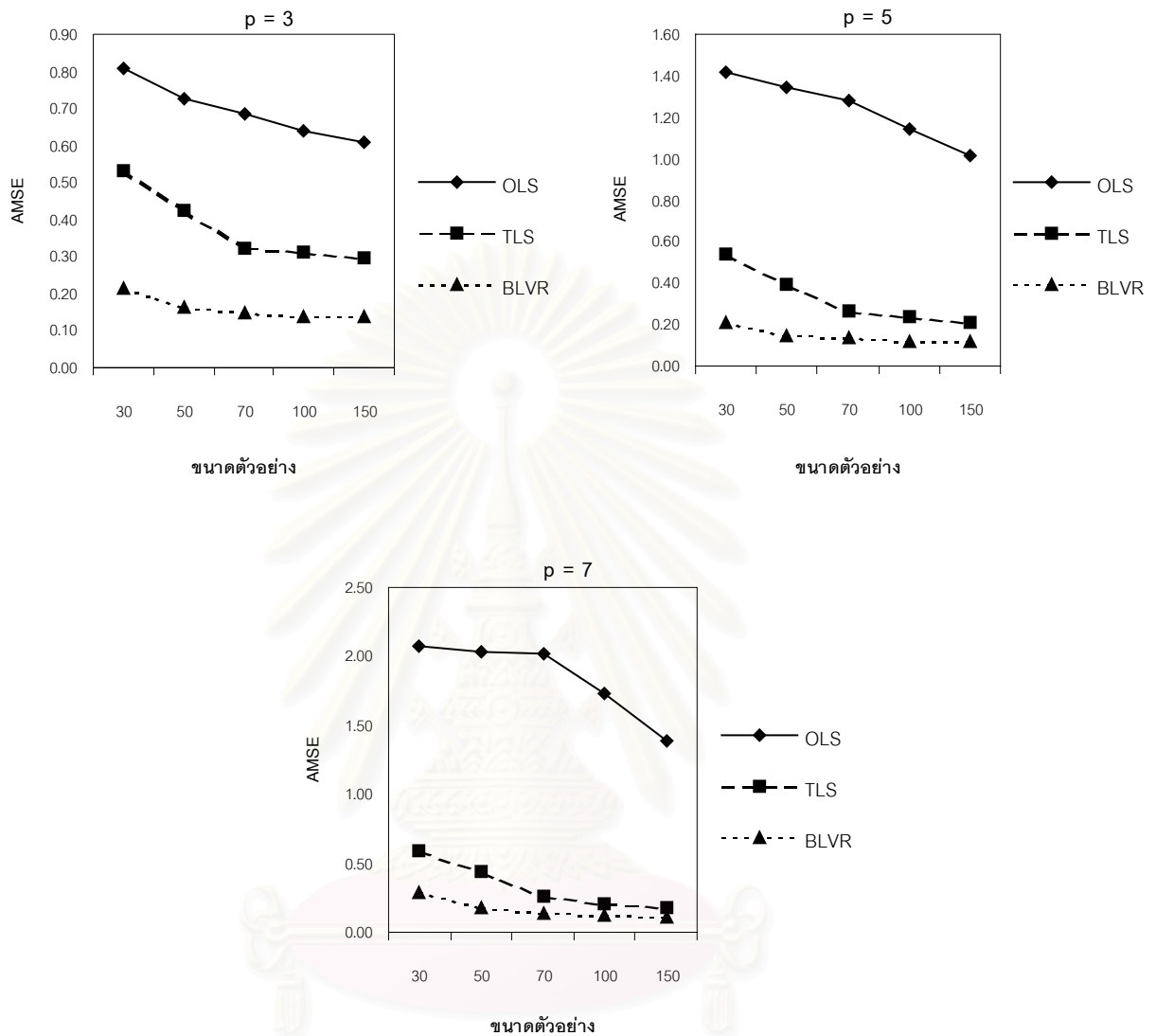
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
0.7	30	0.8090	0.5298	0.2132	1.4169	0.5428	0.2116	2.0751	0.5876	0.2953
		(0.3303)	(0.1194)	(0.0348)	(0.5148)	(0.1398)	(0.0363)	(0.6489)	(0.1497)	(0.0492)
		279.46	148.50	0.00	569.61	156.52	0.00	602.71	98.98	0.00
	50	0.7255	0.4258	0.1634	1.3474	0.3912	0.1486	2.0367	0.4344	0.1808
		(0.3026)	(0.0917)	(0.0240)	(0.4969)	(0.0975)	(0.0225)	(0.5698)	(0.0939)	(0.0302)
		344.00	160.59	0.00	806.73	163.26	0.00	1026.49	140.27	0.00
	70	0.6876	0.3209	0.1507	1.2784	0.2625	0.1364	2.0238	0.2663	0.1392
		(0.2637)	(0.0713)	(0.0205)	(0.3569)	(0.0589)	(0.0192)	(0.5443)	(0.0615)	(0.0207)
		356.27	112.94	0.00	837.24	92.45	0.00	1353.88	91.31	0.00
	100	0.6398	0.3110	0.1386	1.1447	0.2353	0.1223	1.7346	0.2124	0.1303
		(0.1808)	(0.0406)	(0.0174)	(0.3165)	(0.0416)	(0.0157)	(0.4368)	(0.0519)	(0.0181)
		361.62	124.39	0.00	835.98	92.40	0.00	1231.24	63.01	0.00
	150	0.6092	0.2985	0.1384	1.0167	0.2145	0.1202	1.3820	0.1834	0.1123
		(0.1794)	(0.0334)	(0.0163)	(0.2718)	(0.0339)	(0.0144)	(0.3297)	(0.0406)	(0.0140)
		340.17	115.68	0.00	745.84	78.45	0.00	1130.63	63.31	0.00

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

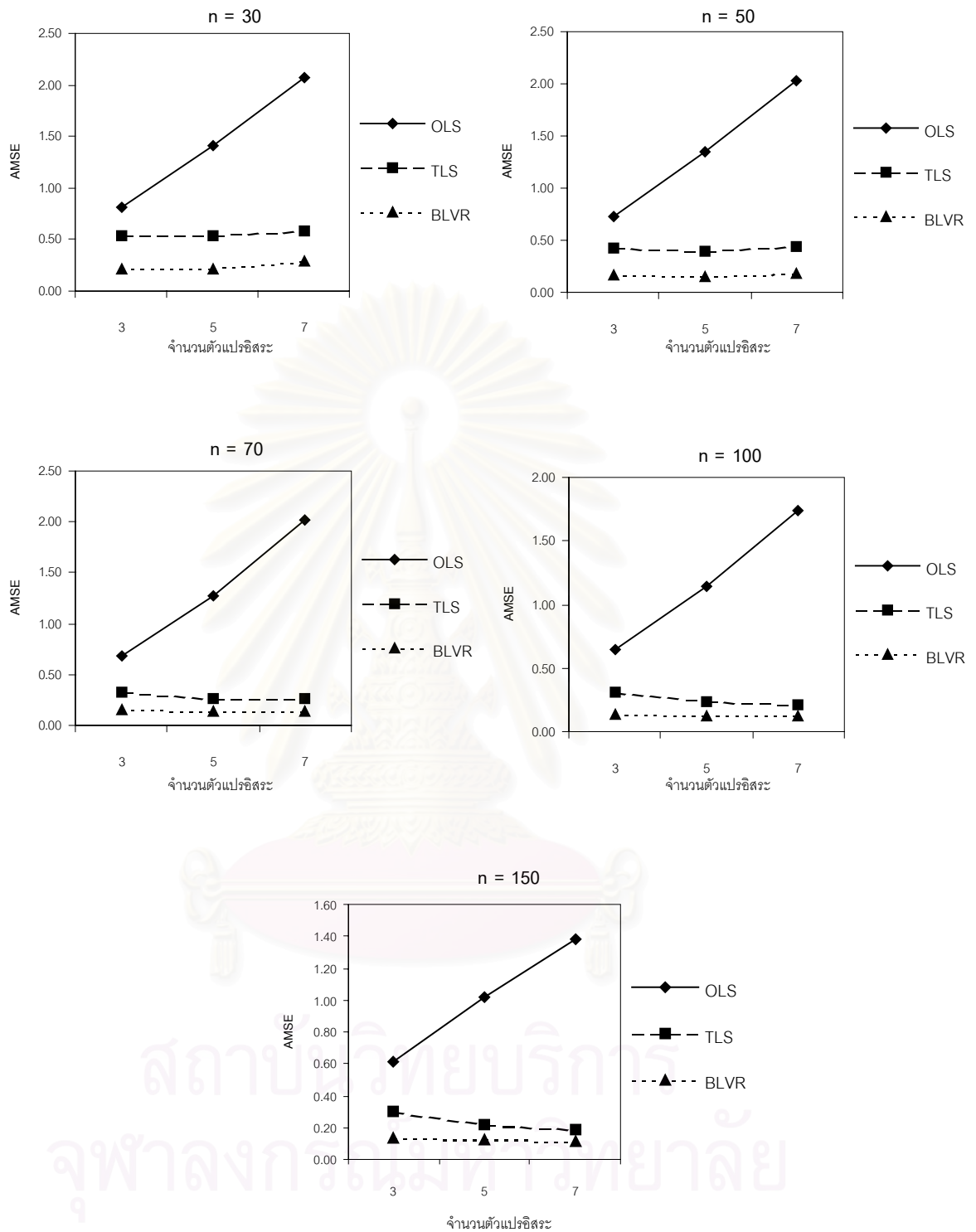
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.47 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$



รูปที่ 4.48 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 0.7$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7 (ตารางที่ 4.24 และรูปที่ 4.47 – 4.48) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนค่า AMSE ของวิธี TLS จะลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 แต่ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 150 สำหรับวิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเป็น 150 เนื่องจากการเพิ่มจำนวนตัวแปรทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระมีค่าค่อนข้างสูง ทำให้กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี TLS และ BLVR ไม่สามารถขจัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระให้หมดไปได้ในกรณีที่มิมีจำนวนตัวแปรอิสระมาก ในทางกลับกันเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้นพอวิธีทั้งสองจะสามารถแยกความคลาดเคลื่อนดังกล่าวออกจากข้อมูลของตัวแปรอิสระได้ จึงทำให้ค่า AMSE ลดลง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.25 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) และเกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RDAMSE) เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

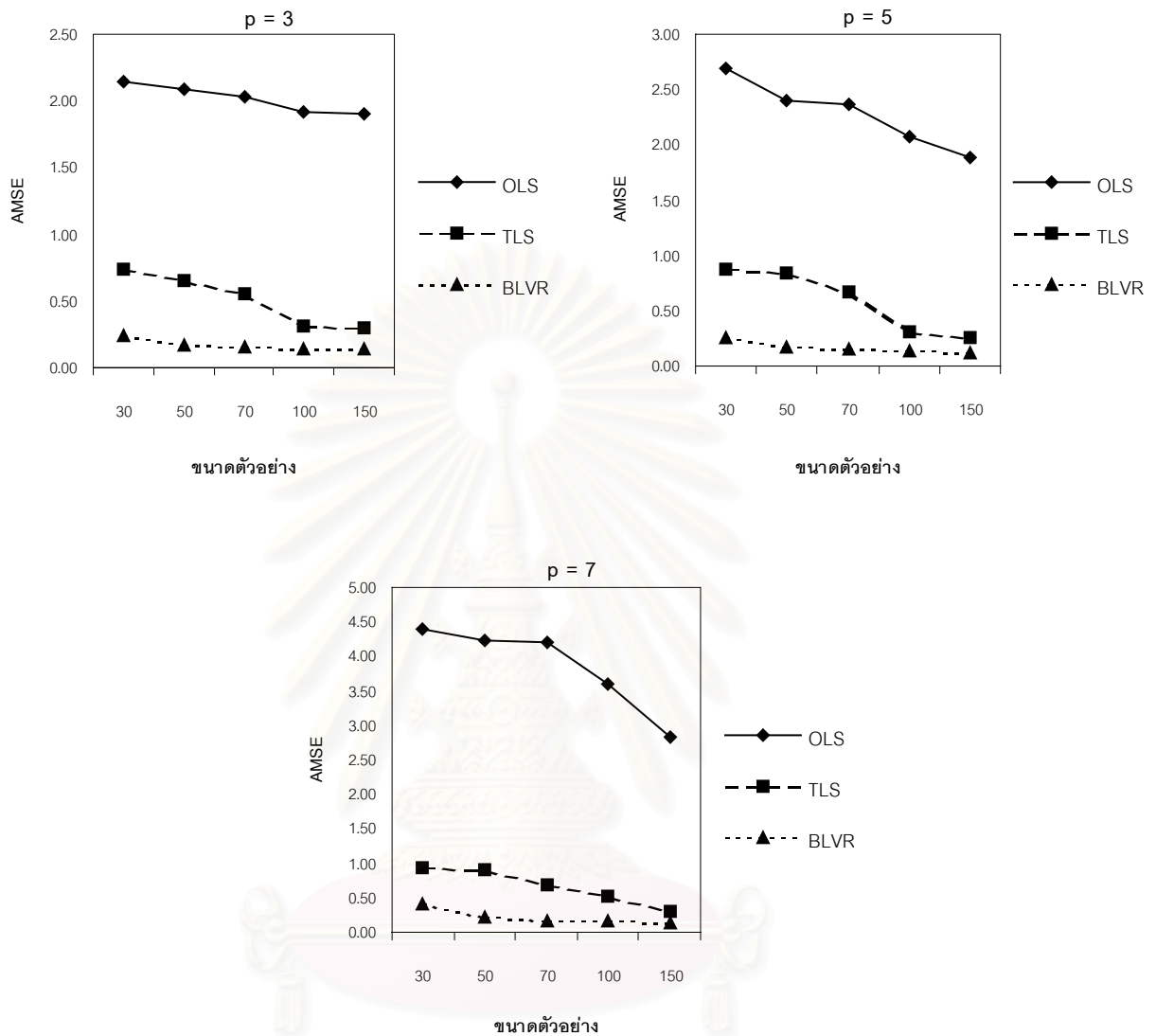
σ_{E_x}	n	$p = 3$			$p = 5$			$p = 7$		
		OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR	OLS	TLS	BLVR
1.0	30	2.1430	0.7457	0.2416	2.6894	0.8658	0.2565	4.4003	0.9285	0.4098
		(0.5482)	(0.1790)	(0.0423)	(0.6879)	(0.2165)	(0.0476)	(1.1256)	(0.2414)	(0.0708)
		787.00	208.65	0.00	948.50	237.54	0.00	973.77	126.57	0.00
	50	2.0924	0.6598	0.1720	2.4082	0.8357	0.1790	4.2215	0.9162	0.2307
		(0.5057)	(0.1518)	(0.0270)	(0.5821)	(0.2006)	(0.0298)	(1.0203)	(0.2291)	(0.0421)
		1116.51	283.60	0.00	1245.36	366.87	0.00	1729.87	297.14	0.00
	70	2.0298	0.5478	0.1613	2.3684	0.6759	0.1599	4.2036	0.6984	0.1724
		(0.4705)	(0.1205)	(0.0236)	(0.5490)	(0.1555)	(0.0247)	(0.9744)	(0.1532)	(0.0285)
		1158.40	239.62	0.00	1381.18	322.70	0.00	2338.28	305.10	0.00
	100	1.9123	0.3144	0.1447	2.0718	0.3148	0.1371	3.5954	0.5224	0.1530
		(0.4255)	(0.0639)	(0.0195)	(0.4610)	(0.0693)	(0.0193)	(0.8000)	(0.1202)	(0.0234)
		1221.56	117.28	0.00	1411.16	129.61	0.00	2249.93	241.44	0.00
150	1.9090	0.2999	0.1409	1.8846	0.2507	0.1270	2.8244	0.2913	0.1296	
	(0.4150)	(0.0588)	(0.0177)	(0.4097)	(0.0526)	(0.0165)	(0.6140)	(0.0641)	(0.0179)	
	1254.86	112.85	0.00	1383.94	97.40	0.00	2079.32	124.77	0.00	

OLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

TLS = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีผลรวมกำลังสองน้อยที่สุด

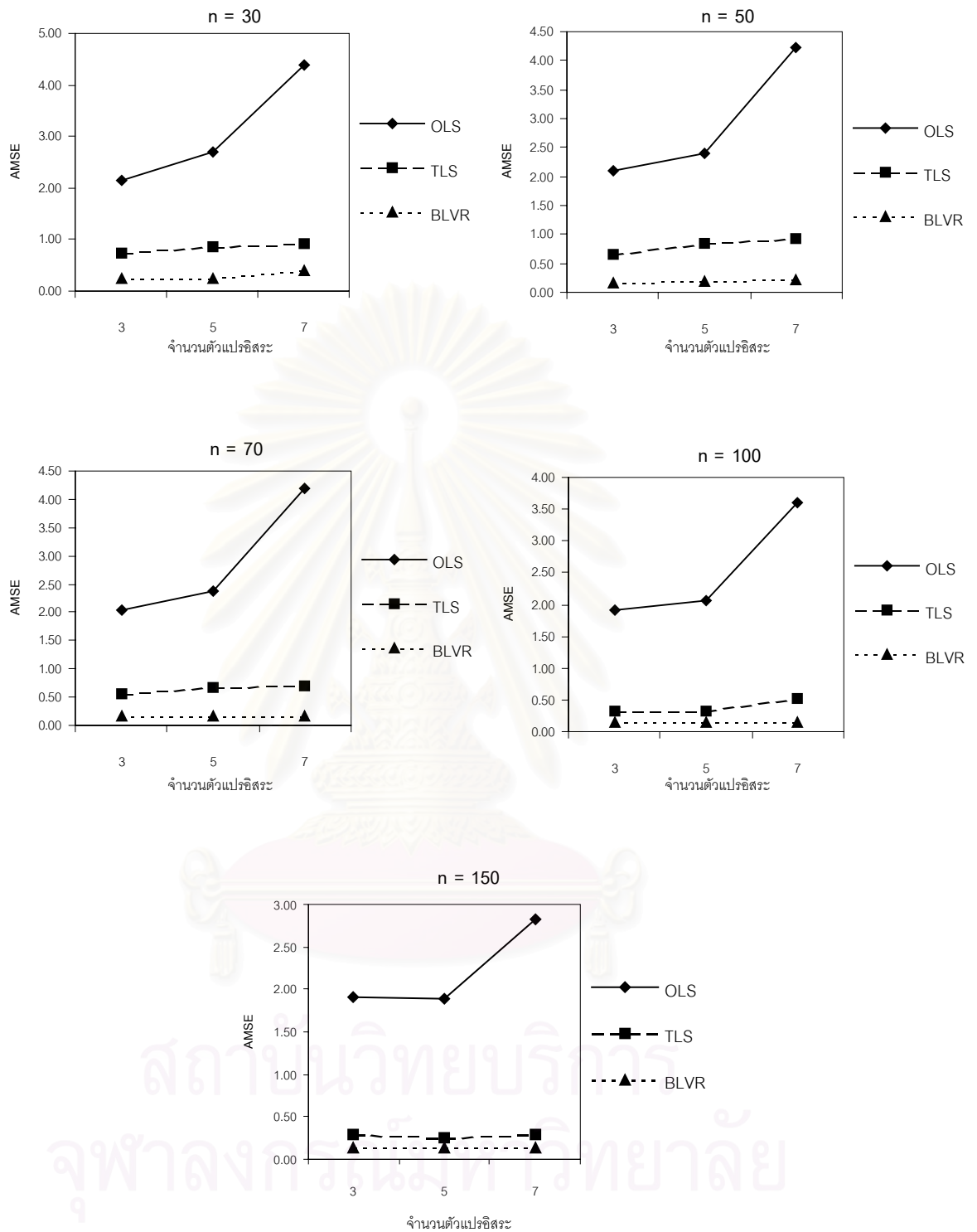
BLVR = วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์

ค่าที่แสดงในแต่ละกรณีของแต่ละวิธีจะแสดงค่าตัวเลข 3 ค่าเรียงลงมาได้แก่ 1. ค่า AMSE 2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ MSE ซึ่งแสดงในวงเล็บ 3. ค่า RDAMSE



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.49 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และขนาดตัวอย่าง เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$



รูปที่ 4.50 แสดงการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระระหว่างค่า AMSE และจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อ $\sigma_{\varepsilon_y} = 1.0$ และ $\sigma_{E_x} = 1.0$

ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 1.0 (ตารางที่ 4.25 และรูปที่ 4.49 – 4.50) พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS สำหรับทุกกรณี โดยที่แต่ละวิธีเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีแนวโน้มลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระนั้นไม่มีผลต่อการสรุปผลการวิจัย ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

การเพิ่มขนาดตัวอย่างส่งผลให้ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงเพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง ส่วนการเพิ่มจำนวนตัวแปรนั้นจะทำให้ค่า AMSE ของ OLS เพิ่มขึ้นเนื่องจากตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นการเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระจึงเสมือนการเพิ่มความคลาดเคลื่อนเข้าไปในข้อมูล และวิธี OLS เป็นวิธีที่ไม่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ มีผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากขึ้น ส่วนวิธี TLS ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัวจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้นยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 150 นอกจากนั้นค่า AMSE ของวิธี TLS มีค่าเพิ่มขึ้นในทุกกรณีเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว สำหรับวิธี BLVR ค่า AMSE จะมีค่าลดลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มจาก 3 ตัวเป็น 5 ตัว ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 นอกจากนั้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเปลี่ยนจาก 5 ตัวเป็น 7 ตัว ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้นทุกกรณี

สรุปส่วนที่ 4.5 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามเท่ากับ 1.0

กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS ทุกกรณี ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ส่วนจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี OLS BLVR และ TLS ทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 สำหรับกรณีที่จำนวนตัวแปรเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี OLS และวิธี TLS ตามลำดับในทุกกรณี ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 150 ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.3 พบว่าเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 พบว่าค่า AMSE ของวิธี BLVR มีค่าต่ำสุด ลำดับต่อมาคือวิธี OLS และวิธี TLS ให้ค่า AMSE สูงที่สุด เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ได้แก่ วิธี BLVR OLS และ TLS ทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ส่วนกรณีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS มีค่าสูงสุด ส่วนกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 7 ตัว ค่า AMSE ของวิธี BLVR จะมีค่าต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และ OLS ตามลำดับ เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1.0 จะให้ผลสรุปเหมือนกันคือ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมาก คือ วิธี BLVR TLS และ OLS ตามลำดับในทุกสถานการณ์ ซึ่งทุกระดับของจำนวนตัวแปรอิสระจะมีการสรุปผลการวิจัยไม่แตกต่างกัน

จากผลการวิจัยในส่วนที่ 4.1 สามารถสรุปเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) ได้ดังนี้

1. เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ลดลง เพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลง
2. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นของ AMSE ในวิธี OLS จะสูงกว่าวิธี TLS และ BLVR
3. เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธี OLS มีแนวโน้มสูงขึ้น ส่วนวิธี TLS และ BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ

ความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ แต่ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง และระดับสูง ค่า AMSE จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับที่พอเพียง จะมีผลทำให้ค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR มีค่าลดลง



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากผลการวิจัยในหน้าที่ 4.1 – 4.5 พบว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 และ 0.3 วิธีที่ดีที่สุดจะขึ้นอยู่กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม จำนวนตัวแปรอิสระ และขนาดตัวอย่าง ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1.0 จะให้ผลสรุปเหมือนกันคือ ค่า AMSE ของ 3 วิธีเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้แก่ วิธี BLVR TLS และ OLS ตามลำดับในทุกสถานการณ์

เมื่อพิจารณาปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย พบว่า

1. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นของ AMSE ในวิธี OLS จะสูงกว่าวิธี TLS และ BLVR
2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น
3. จำนวนตัวแปรอิสระ จะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธี OLS มีแนวโน้มสูงขึ้น ส่วนวิธี TLS และ BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ แต่ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง และระดับสูง ค่า AMSE จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับที่พอเพียง จะมีผลทำให้ค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR มีค่าลดลง
4. ขนาดตัวอย่าง วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธี จะให้ค่า AMSE ลดลง เพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลง

จากผลสรุปการวิจัยปัจจัยที่มีผลทำให้ค่า AMSE สูงขึ้นได้แก่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม และจำนวนตัวแปรอิสระ โดยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระจะมีอิทธิพลต่อค่า AMSE มากกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม และจำนวนตัวแปรอิสระ ส่วนปัจจัยที่มีผลทำให้ค่า AMSE ลดลง คือ ขนาดตัวอย่าง

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบความถูกต้องของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ซึ่งวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่นำมาใช้มี 3 วิธี ดังนี้

1. วิธีกำลังสองน้อยสุด (Ordinary Least Squares method (OLS))
2. วิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุด (Total Least Squares method (TLS))
3. วิธีการถดถอยของตัวแปรแฝงเชิงเบย์ (Bayesian Latent Variable Regression method (BLVR))

โดยสองวิธีแรกเป็นแนวคิดแบบวิธีแบบฉบับ (Classical method) ซึ่งวิธีกำลังสองน้อยสุดเป็นวิธีพื้นฐานที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย แต่ไม่ได้พิจารณาถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ซึ่งแตกต่างจากวิธีผลรวมกำลังสองน้อยสุดที่เป็นวิธีที่พิจารณาความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ ส่วนวิธีที่สามเป็นแนวคิดแบบวิธีเชิงเบย์ (Bayesian method) ซึ่งได้นำความรู้เบื้องต้น (prior knowledge) เกี่ยวกับตัวแปรและพารามิเตอร์มาช่วยในการประมาณค่า นอกจากนั้นวิธีนี้ยังพิจารณาถึงความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระด้วย โดยผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ 3 วิธีข้างต้น เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบว่าวิธีการใดเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งมีการกำหนดสถานการณ์ต่างๆ ในการวิจัยครั้งนี้ไว้ดังนี้

1. จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษาเท่ากับ 3 5 และ 7
2. ขนาดตัวอย่างที่ศึกษาเท่ากับ 30 50 70 100 และ 150
3. เลือกตัวอย่างสุ่มเพื่อใช้เป็นค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแปรตาม (ε_y) จากประชากรที่มีการแจกแจงเดียวกัน โดยการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาเฉพาะตัวอย่างสุ่มที่มาจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1
4. เลือกตัวอย่างสุ่มเพื่อใช้เป็นค่าความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (E_x) จากประชากรที่มีการแจกแจงเดียวกัน โดยการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาเฉพาะตัวอย่างสุ่มที่มาจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1
5. ตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อน (X) จะสร้างจากตัวแปรอิสระที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (X^*) ที่มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 และความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (E_x)

6. สำหรับวิธี BLVR จะทำการเลือกตัวอย่างสุ่มเพื่อใช้เป็นค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบจากประชากรที่มีการแจกแจงเดียวกัน โดยการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาเฉพาะตัวอย่างสุ่มที่มาจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.5

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจว่าวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระวิธีใดที่ให้ความถูกต้องของการประมาณมากที่สุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Squares Error (AMSE)) และเกณฑ์ที่ใช้ในการประกอบการตัดสินใจจะใช้เกณฑ์ค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Ratio of Different Average Mean Squares Error (RDAMSE)) ซึ่งวิธีใดให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด จะเป็นวิธีที่ดีที่สุด ผลการวิจัยมีข้อสรุปดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

จากการเปรียบเทียบค่า AMSE ของทั้ง 3 วิธีพบว่า เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.1 และ 0.3 วิธีที่ดีที่สุดจะขึ้นอยู่กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม จำนวนตัวแปรอิสระ และขนาดตัวอย่าง ส่วนกรณีในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.5 0.7 และ 1.0 จะให้ผลสรุปเหมือนกันคือ วิธี BLVR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี TLS และวิธี OLS จะให้ค่า AMSE สูงที่สุดในทุกสถานการณ์

5.1.2 ปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของแต่ละวิธี

1. ขนาดตัวอย่าง (n)

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลง เพราะขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลดลง

2. จำนวนตัวแปรอิสระ (p)

เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE ของวิธี OLS มีแนวโน้มสูงขึ้น ส่วนวิธี TLS และ BLVR จะให้ค่า AMSE ลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ แต่ในกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัว

แปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง และระดับสูง ค่า AMSE จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นในระดับที่พอเพียง จะมีผลทำให้ค่า AMSE ของวิธี TLS และ BLVR มีค่าลดลง

3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ (σ_{E_x})

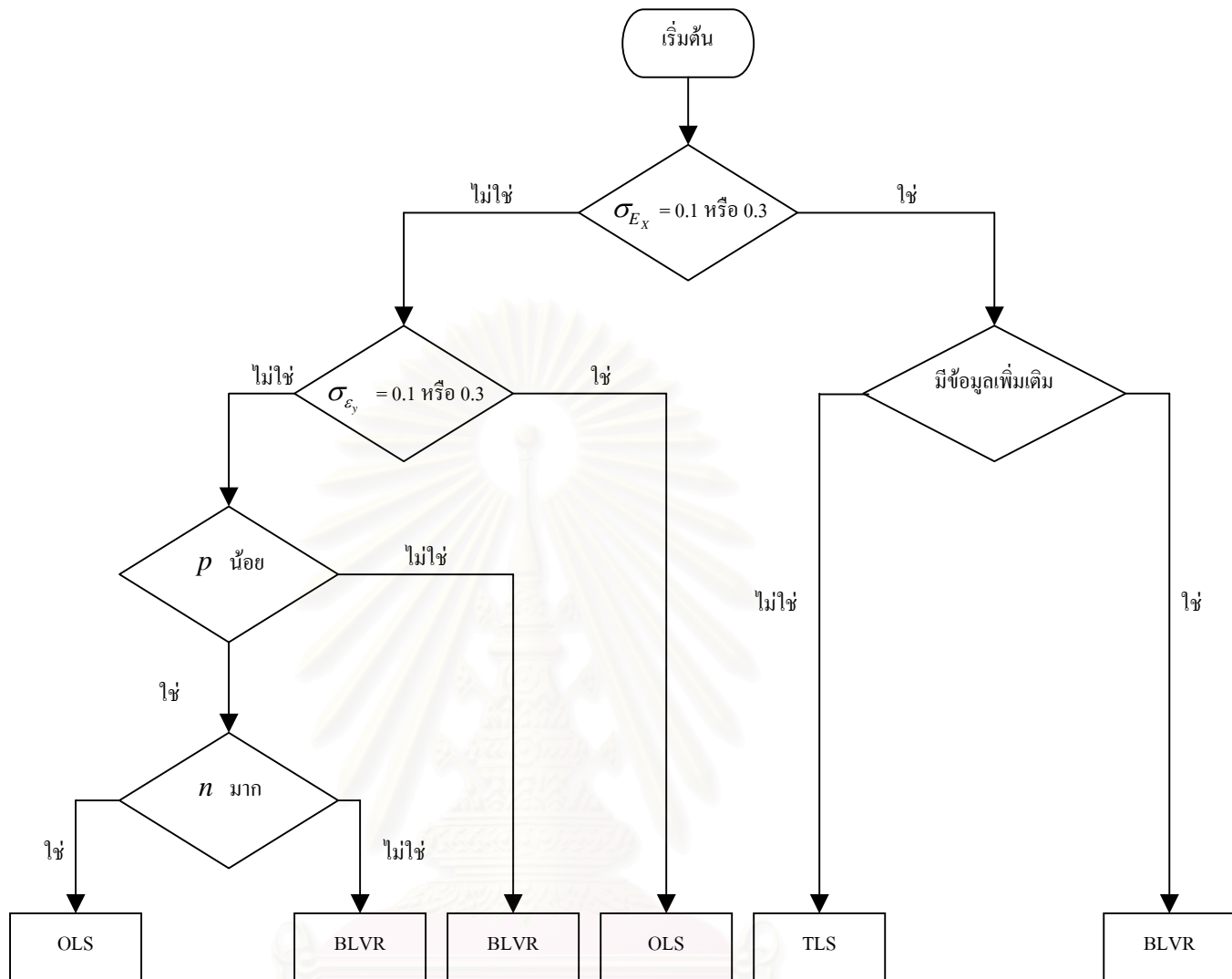
วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นของ AMSE ในวิธี OLS จะสูงกว่าวิธี TLS และ BLVR

4. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตาม (σ_{E_y})

วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระทั้ง 3 วิธีจะให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5.1.3 ผลสรุปการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ

ผลสรุปการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระในการวิจัยครั้งนี้ พบว่าการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี OLS จะให้ผลดีเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามอยู่ในระดับต่ำ ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับต่ำ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรตามอยู่ในระดับปานกลางและระดับสูงวิธี BLVR จะให้ผลดีเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมาก ส่วนกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระน้อยวิธี OLS จะดีเมื่อขนาดตัวอย่างมาก โดยขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมจะแปรผันตามจำนวนตัวแปรอิสระ แต่กรณีที่ขนาดตัวอย่างน้อยวิธีที่ดีที่สุดคือวิธี BLVR กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระอยู่ในระดับปานกลาง และสูง วิธี BLVR จะประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยได้ดีที่สุด รองลงมาคือวิธี TLS และวิธี OLS ตามลำดับ ในทุกสถานการณ์ โดยแผนผังแสดงข้อสรุปการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระแสดงดังรูปที่



รูปที่ 5.1 แผนผังผลสรุปการเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.2 ข้อเสนอแนะ

1. การวิจัยครั้งนี้ศึกษาเฉพาะสถานการณ์ที่ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระทุกตัวมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน เนื่องจากวิธี TLS มีสมมติฐานว่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในแต่ละตัวแปรอิสระต้องมีการแจกแจงที่เหมือนกันและอิสระกัน ซึ่งในทางปฏิบัติความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระแต่ละตัวอาจจะมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เท่ากัน

2. วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี BLVR จะได้รับผลกระทบจากการแจกแจงก่อนค่อนข้างมาก ดังนั้นถ้ามีข้อมูลเพิ่มเติมซึ่งเป็นการแจกแจงของพารามิเตอร์ ก็ควรทำการปรับการแจกแจงก่อนตามความเหมาะสมกับปัญหาและข้อมูลที่มีอยู่ กล่าวคือ ถ้าการแจกแจงความน่าจะเป็นก่อนเป็นหลักเกณฑ์แบบไม่มีข้อสนเทศ หลักเกณฑ์ใหม่สำหรับการสร้างการแจกแจงความน่าจะเป็นภายหลังใหม่จึงมาจากความควรจะเป็นของข้อมูล ซึ่งคือการนำลักษณะของข้อมูลที่มีอยู่จริงมาปรับใช้เป็นหลักเกณฑ์ใหม่นั้นเอง

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร. ความน่าจะเป็นกับการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : บริษัท วิทยพัฒน์ จำกัด, 2539.

ธีระพร วีระถาวร. ตัวแบบเชิงเส้นทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : บริษัท วิทยพัฒน์ จำกัด, 2541.

นิทัศน์ สุขสุวรรณ. การเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกสมการถดถอยที่ดีที่สุดภายใต้แนวทางของเบย์ในการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

พัชรี คุณะสารพันธ์. การเปรียบเทียบวิธีพยากรณ์ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณโดยใช้วิธีรีจิสรีเกรสชัน และวิธีที่ใช้หลักของโครงข่ายประสาทในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.

มนัส สังวรศิลป์, วรรณ ภัทรอมรกุล. คู่มือการใช้งาน MATLAB ฉบับสมบูรณ์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: อินโฟเพรส, 2543.

วีรพา ฐานะปรัชญ์. การวิเคราะห์เชิงเบย์สำหรับการถดถอยเชิงเส้นเชิงเดียว. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

ภาษาต่างประเทศ

Ben Noble and James W. Daniel. Applied Linear Algebra. Third Edition. Prentice – Hall International Inc., 1988.

Damodar N. Gujarati. Basic Econometrics. Third Edition. Singapore: Mc Graw – Hill, 1995.

George E. Forsythe, Michal A. Malcolm, Cleve B. Moler. Computer Method for Mathematical Computations. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice – Hall Inc., 1977.

J. Johnson. Econometric Methods. Third Edition. Mc Graw – Hill, 1984.

Michael Kirby. Geometric Data Analysis An Empirical Approach to Dimensionality Reduction and the Study of Patterns. John Wiley & Sons Inc., 2001.

Mohamed N. Nounou, Vhavik R. Bakshi, Prem K. Goil and Xiaotong Shen. , Prem K. Goil and Xiaotong Shen. Process Modeling by Bayesian Latent Variable Regression. The Ohio State University, Columbus, 2001.

Reuven Y. Rubinstein, Benjamin Melamed. Modern Simulation and Modeling. Wiley Series in Probability and Statistics. John Wiley & Sons Inc., 1998.

Robert V. Hogg and Elliot A. Tanis. Probability and Statistical Inference. Fifth Edition. New Jersey : Prentice – Hall International Inc., 1997.

Sabine Van Huffel and Joos Vandewalle. Frontiers in Applied Mathematics : The Total Least Squares Problem Computational Aspects and Analysis. Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1991.

Sukesh K. Ghosh. Econometrics: Theory and Applications. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall Inc., 1991.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายละเอียดของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้โปรแกรม MATLAB สำหรับหาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระด้วยวิธี OLS TLS และ BLVR ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้การพัฒนาโปรแกรมบน Windows ส่งผลให้การพัฒนาโปรแกรมสามารถทำได้ง่าย และสะดวก นอกจากนี้โปรแกรม MATLAB ยังสามารถแก้ปัญหาการหาค่าที่เหมาะสม (optimization) ซึ่งเป็นหลักการสำคัญในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระด้วยวิธี BLVR

รายละเอียดทั้งหมดของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

ตารางแสดงลักษณะการทำงานของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ลำดับที่	ชื่อโปรแกรม	การทำงานของโปรแกรม	ชื่อโปรแกรมน้อยหรือฟังก์ชันที่เรียกใช้
โปรแกรมหลัก			
1	est_beta	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระที่ไม่เกิดความคลาดเคลื่อน - สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระที่เกิดความคลาดเคลื่อน - สร้างข้อมูลตัวแปรตาม - ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธี OLS TLS และ BLVR - คำนวณค่า AMSE 	NORMAL, GEN, OLS, TLS, BLVR
ฟังก์ชัน			
1	NORMAL	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ 	rand_number
2	GEN	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระที่มีความคลาดเคลื่อน - สร้างข้อมูลตัวแปรตาม 	NORMAL
3	OLS	<ul style="list-style-type: none"> - ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัว 	

		<p>แปรอิสระด้วยวิธี OLS</p> <ul style="list-style-type: none"> - คำนวณค่า MSE เมื่อประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี OLS 	
4	TLS	<ul style="list-style-type: none"> - ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระด้วยวิธี TLS - คำนวณค่า MSE เมื่อประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี TLS 	
5	BLVR	<ul style="list-style-type: none"> - ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนในตัวแปรอิสระด้วยวิธี BLVR - คำนวณค่า MSE เมื่อประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี BLVR 	find_alpha
5	rand_number	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างตัวเลขสุ่ม 	
6	find_alpha	<ul style="list-style-type: none"> - หาค่าเมทริกซ์ภาพฉาย 	optimization
7	optimization	<ul style="list-style-type: none"> - หาค่าที่เหมาะสมที่สุด 	optimset, fmincon, constraints

```

function est_beta()
n = 150;
p = 7;
it = 500;
sigex = 1.0 ;
sigey = 1.0;
mx = 2;
sigx = 1;
mb = 1;
sigb = 0.5;
ix = 65539;
mm = 0;
z2 = 0;
tmseo = 0;
tmset = 0;
tmseb = 0;
col = p + 1;
for i = 1:n
    for j = 1:p
        [XS(i,j),ix,mm,z2] = NORMAL(mx,sigx,ix,mm,z2); %N(mean,sigma)
    end
end
XS = [ones(n,1),XS];
for a = 1:it
    mseo = 0;
    mset = 0;
    [X,y,yb,ix,mm,z2,bb] = GEN(XS,sigex,sigey,mb,sigb,ix,mm,z2,p,n,col);
    [bho,mseo] = OLS(X,y,p,n,col);
    MSEO(a) = mseo;
    BHO(a,:) = bho';
    [bht,mset] = TLS(X,y,p,n,col);
    MSET(a) = mset;
end

```

```

BHT(a,:) = bht';
[bhb,mseb] = BLVR(X,yb,p,n,sigex,sigey,mx,sigx,mb,sigb,col,bb);
MSEB(a) = mseb;
BHB(a,:) = bhb';
tmseo = tmseo + mseo;
tmset = tmset + mset;
tmseb = tmseb + mseb;
end
amseo = tmseo/it
amset = tmset/it
amseb = tmseb/it
stdo = std(MSEO)
stdt = std(MSET)
stdb = std(MSEB)
m_bho = mean(BHO);
m_bht = mean(BHT);
m_bhb = mean(BHB);
std_bho = std(m_bho')
std_bht = std(m_bht')
std_bhb = std(m_bhb')

function [temp,ix,mm,z2] = NORMAL(mean,sigma,ix,mm,z2)
if mm ~= 1
[r1,ix] = rand_number(ix);
[r2,ix] = rand_number(ix);
z1 = sqrt(-2*log(r1)) * cos(2*pi*r2);
z2 = sqrt(-2*log(r1)) * sin(2*pi*r2);
temp = (z1*sigma) + mean;
mm = 1;
else
temp = (z2*sigma) + mean;
mm = 0;

```

end

```
function [X,y,yb,ix,mm,z2,bb] = GEN(XS,sigex,sigey,mb,sigb,ix,mm,z2,p,n,col)
```

```
b = ones(col,1);
```

```
for i = 1:col
```

```
    [bb(i),ix,mm,z2] = NORMAL(mb,sigb,ix,mm,z2);
```

```
end
```

```
bb = bb';
```

```
for i = 1:n
```

```
    [ey(i),ix,mm,z2] = NORMAL(0,sigey,ix,mm,z2);
```

```
    for j = 1:p
```

```
        [EX(i,j),ix,mm,z2] = NORMAL(0,sigex,ix,mm,z2);
```

```
    end
```

```
end
```

```
EX = [zeros(n,1),EX];
```

```
ey = ey';
```

```
X = XS + EX;
```

```
y = (XS*b) + ey;
```

```
yb = (XS*bb) + ey;
```

```
function [r,ix] = rand_number(ix)
```

```
ix = ix * 16807;
```

```
if ix < 0
```

```
    ix = ix + 2147483648;
```

```
end
```

```
flt = rem(ix,2147483648);
```

```
ix = flt;
```

```
r = flt*0.4656613e-9;
```

```
function [bho,mseo] = OLS(X,y,p,n,col)
```

```
bho = (inv(X'*X))*(X'*y);
```

```
yho = X*bho;
```

```

sso = bho - ones(col,1);
sso = sso.^2;
sseo = 0;
for i = 1:col
    sseo = sseo + sso(i);
end
mse = sseo/col;

```

```

function [bht,mset] = TLS(X,y,p,n,col)

```

```

X = X(:,2:col);
avgx = mean(X);
avgy = mean(y);
sdX = std(X);
sdy = std(y);
[U,S,V] = svd([X,y]);
bht = - V(1:p,p+1)*inv(V(p+1,p+1));
b_int = avgy - (avgx*bht);
bht = [b_int;bht];
sst = ones(col,1) - bht;
sst = sst.^2;
sset = 0;
for i = 1:col
    sset = sset + sst(i);
end
mset = sset/col;

```

```

function [bhb,mseb] = BLVR(X,yb,p,n,sigex,sigey,mx,sigx,mb,sigb,col,bb

```

```

X = X(:,2:col);
for i = 1:p
    MX(i,:) = mx;
    QX(i,i) = sigx;
    QEX(i,i) = sigex;

```

```

end
for i = 1:p+1
    MB(i,:) = mb;
    QB(i,i) = sigb;
end
QEY = sigey;
[AL_H] = find_alpha(X,yb,p,n,MX,QX,MB,QB,QEX,QEY);
AL_H_0 = AL_H(1,:);
AL_H_X = AL_H(2:p+1,:);
QX = [zeros(p,1),QX];
QX = [zeros(1,p+1);QX];
QZA = AL_H' * QX * AL_H;
MX = [0;MX];
MZA = AL_H' * MX;
QBA = AL_H' * QB * AL_H;
MBA = AL_H' * MB;
QH = QBA * (inv(QEY));
for i=1:n
    ZH_T(:,i)
    inv((AL_H_X*(inv(QEX))*AL_H_X)+inv(QZA))*(AL_H_X*(inv(QEX))*(X(i,:))'
        +(inv(QZA))*MZA);
end
ZH = ZH_T';
bhb = inv(ZH'*ZH + inv(QH)) * (ZH'*yb + inv(QH)*MBA);
ssb = bb - bhb;
ssb = ssb.^2;
sseb = 0;
for i = 1:col
    sseb = sseb + ssb(i);
end
mseb = sseb/col;

```



```

function [AL_H] = find_alpha(X,yb,p,n,MX,QX,MB,QB,QEX,QEY)
    [AL_H,fval] = optimization(AL_Z,X,yb,QEX,QEY,MX,QX,MB,QB,p,n);

function [AL_H,fval] = optimization(AL_Z,X,yb,QEX,QEY,MX,QX,MB,QB,p,n)
options = optimset('largescale','off','tolcon',1e-8,'tolfun',1e-8);
[AL_H,fval] = fmincon('opt_function',AL_Z,[],[],[],[],-
1,1,'constraints',options,X,yb,QEX,QEY,MX,QX
,MB,QB,p,n);

function f = opt_function(AL_H,X,yb,QEX,QEY,MX,QX,MB,QB,p,n)
AL_H_0 = AL_H(1,:);
AL_H_X = AL_H(2:p+1,:);
QX = [zeros(p,1),QX];
QX = [zeros(1,p+1),QX];
QX(1,1) = 0.01;
QZA = AL_H' * QX * AL_H;
MX = [0;MX];
MZA = AL_H' * MX;
QBA = AL_H' * QB * AL_H;
MBA = AL_H' * MB;
QH = QBA * (inv(QEY));
for i=1:n
    ZH_T(:,i) =
(inv((AL_H_X*(inv(QEX))*AL_H_X)+inv(QZA)))*(AL_H_X*(inv(QEX))*(X(i,:))'
+(inv(QZA))*MZA);
end
ZH = ZH_T';
BHB = inv(ZH'*ZH + inv(QH)) * (ZH'*yb + inv(QH)*MBA);
yhb = ZH * BHB;
for i=1:n
    XH_T(:,i) = AL_H_X * ZH(i,:);
end

```

```

XH = XH_T';
sum1 = 0;
sum2 = 0;
for i=1:n
    sum1 = sum1 + ((X(i,:)-XH(i,:))*(inv(QEX))*(X(i,:)-XH(i,:)));
    sum2 = sum2 + ((yb(i)-yhb(i))*(inv(QEY))*(yb(i)-yhb(i)));
end
f = sum1 + sum2;

function [C,ceq] = constraints(AL_H,X,yb,QEX,QEY,MX,QX,MB,QB,p,n);
C = [];
ceq = [AL_H*AL_H - eye(p+1)];

```



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวุฒิพงษ์ เดโชดมพันธ์ เกิดเมื่อวันที่ 22 กุมภาพันธ์ 2521 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีศิลปศาสตรบัณฑิต จากภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2543 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทบริหารธุรกิจ สาขา สถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2544



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย