

การทำทฤษฎีบทบางบทในทฤษฎีกลุ่มและทฤษฎีวง
ให้เป็นกรณีทั่วไปในวงเสมือน

นางสาวสุรีย์พร ชาวแพรกน้อย



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2541

ISBN 974-639-937-3

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**GENERALIZATIONS OF SOME THEOREMS
IN GROUP AND RING THEORY TO SKEWRINGS**



Miss. Sureeporn Chaopraknoi

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Mathematics**

Department of Mathematics

Graduate School


Chulalongkorn University

Academic Year 1998


ISBN 974-639-937-3

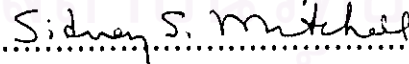
Thesis Title Generalizations of some Theorems in Group and Ring
Theory to Skewrings
By Miss. Sureeporn Chaopraknoi
Department Mathematics
Thesis Advisor Dr. Sidney S. Mitchell, Ph.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial
Fulfillment for the Master's Degree.


..... Dean of Graduate School
(Professor Supawat Chutivongse, M.D.)

Thesis committee


..... Chairman
(Associate Professor Yupaporn Kemprasit, Ph.D.)


..... Thesis Advisor
(Dr. Sidney S. Mitchell, Ph.D.)


..... Member
(Assistant Professor Ajchara Harnchoowong, Ph.D.)

สุรียพร ชาวแพรน้อย : การทำทฤษฎีบทบางบทในทฤษฎีกลุ่มและทฤษฎีวงให้เป็นกรณีทั่วไปในวงเสมือน (GENERALIZATIONS OF SOME THEOREMS IN GROUP AND RING THEORY TO SKEWRINGS) อ.ที่ปรึกษา : ดร. ซิดนีย์ เอส. มิเชลล์ ; 92 หน้า. ISBN 974-639-937-3.

เราจะเรียกสิ่งทั้งสามที่เป็นอันดับ $(R, +, \cdot)$ ว่าวงเสมือน ก็ต่อเมื่อ 1) $(R, +)$ เป็นกลุ่ม, 2) (R, \cdot) เป็นกึ่งกลุ่ม และ 3) สำหรับทุกๆ $x, y, z \in R$, $x(y+z) = xy+xz$ และ $(x+y)z = xz+yz$ ให้ I เป็นเซตย่อยที่ไม่ว่างของวงเสมือน R เราจะเรียก I ว่าเป็นวงเสมือนย่อยของ R ก็ต่อเมื่อ I เป็นวงเสมือนภายใต้การดำเนินการของ R และเราจะเรียก I ว่าเป็น นอร์มัล ไอเดิลของ R ก็ต่อเมื่อ I เป็นวงเสมือนย่อยของ R และสำหรับทุกๆ $r \in R, x \in I$, $rx, xr, r+x-r \in I$

ให้ ρ เป็นความสัมพันธ์สมมูลบนวงเสมือน R เราจะเรียกว่า ρ เป็นสมภาคบนวงเสมือน ก็ต่อเมื่อ สำหรับทุกๆ $x, y, z \in R$, ถ้า $x \rho y$ แล้ว $(x+z) \rho (y+z)$, $(z+x) \rho (z+y)$, $(xz) \rho (yz)$ และ $(zx) \rho (zy)$ กำหนดให้ $L(R)$ เป็นเซตของสมภาคทั้งหมดในวงเสมือน R และสำหรับทุกๆ $\rho, \sigma \in L(R)$, กำหนดให้ $\rho \leq \sigma$ ก็ต่อเมื่อ $\rho \subseteq \sigma$ ดังนั้นเราจะได้ว่า $(L(R), \leq)$ เป็นเซตที่เป็นอันดับบางส่วน

ผลสำคัญของกรวิจัยประกอบไปด้วยทฤษฎีบทสำคัญๆ ดังนี้

ทฤษฎีบท ให้ R เป็นวงเสมือนใดๆ จะได้ว่า $L(R)$ มีคุณสมบัติการสลับที่เมื่อเทียบกับการประกอบของความสัมพันธ์ นอกจากนี้เราจะได้ว่าสำหรับทุกๆ $\rho, \sigma \in L(R)$, $\text{lub}(\rho, \sigma) = \rho \circ \sigma$.

ทฤษฎีบทไอโซมอร์ฟิซึมพื้นฐาน 4 ทฤษฎีบท, ทฤษฎีบทจอร์แดน-ไฮลเดอ, ทฤษฎีบทครูล์-ชมิตต์ และ ทฤษฎีบทเลวิทสกี ในทฤษฎีกลุ่มและทฤษฎีวงซึ่งทำให้เป็นกรณีทั่วไปในวงเสมือน

ภาควิชา คณิตศาสตร์
สาขาวิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2541

ลายมือชื่อนิติกร สุวัฒน์ ชาวแพรน้อย
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา Sidney S. Mitchell
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

3972265523 MAJOR MATHEMATICS

KEY WORD: SKEWRINGS / NORMAL IDEALS
SUREEPORN CHAOPRAKNOI: GENERALIZATIONS OF SOME THEOREMS IN
GROUP AND RING THEORY TO SKEWRINGS. THESIS ADVISOR: Dr. Sidney
S. Mitchell, Ph.D.
92 pp. ISBN 974-639-937-3.

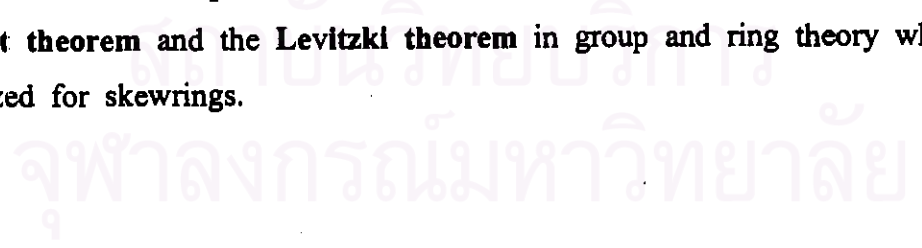
A triple $(R, +, \cdot)$ is called a **skewring** if and only if 1) $(R, +)$ is a group,
2) (R, \cdot) is a semigroup and 3) for any $x, y, z \in R$, $x(y+z) = xy+xz$ and $(x+y)z = xz+yz$.
Let I be a nonempty subset of a skewring R . Then I is called a **subskewring** of R
if and only if I is a skewring under the operations of R and I is called a **normal**
ideal of R if and only if I is a subskewring of R and for any $r \in R, x \in I$, $rx, xr,$
 $r+x-r \in I$.

Let ρ be an equivalence relation on a skewring R . Then ρ is called a
congruence on R if and only if for any $x, y, z \in R$, $x \rho y$ implies $(x+z) \rho (y+z)$,
 $(z+x) \rho (z+y)$, $(xz) \rho (yz)$ and $(zx) \rho (zy)$. Let $L(R)$ be the set of all congruences on a
skewring R . For any $\rho, \sigma \in L(R)$, define $\rho \leq \sigma$ if and only if $\rho \subseteq \sigma$, then $(L(R), \leq)$ is a
partially ordered set.

The main results of this research are as follows:

Theorem. Let R be a skewring, $L(R)$ is commutative with respect to the
composition of binary relations. Furthermore, for any $\rho, \sigma \in L(R)$, $\text{lub}(\rho, \sigma) = \rho \circ \sigma$.

The four basic isomorphism theorems, the Jordan-Holder theorem, the Krull-
Schmidt theorem and the Levitzki theorem in group and ring theory which are
generalized for skewrings.



ภาควิชา..... คณิตศาสตร์
สาขาวิชา..... คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา..... 2541

ลายมือชื่อนิติกร..... สุจิตพร ขาวพรหมน้อย
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... Sidney S. Mitchell
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....



ACKNOWLEDGEMENT

This thesis is not only one part of my study courses, beyond that it is involve with my mentality. Because of I got the inspiration from many people. “Khob Khun” or “Thank you” is not enough to express my gratitude for them.

I would like to express my gratitude for the following person:

Dr. Sidney S. Mitchell, my thesis advisor, gave me some advice for the whole procedure, Associate Professor Dr.Yupaporn Kemprasit and Assistant Professor Dr.Ajchara Hauchuvong, the Chairman and committee for the thesis examination gave me the complement to make my perfect thesis.

In addition, I got support from my family for the whole time, especially, my parent made long-distance call from Phitsanulok everyday.

I would like to thank everyone, who supported me, but I did not refer to the above-mentioned.

For giving them the honour, I would like to spend one page of my thesis to express the gratitude for all of them.

Thank you so much.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI.....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH.....	v
ACKNOWLEDGEMENTS.....	vi
INTRODUCTION.....	1
CHAPTER	
I PRELIMINARIES.....	2
II QUOTIENTS AND JORDAN-HOLDER THEOREM.....	22
III SUMS AND PRODUCTS.....	43
IV THEOREMS FROM RING THEORY.....	70
REFERENCES.....	91
VITA.....	92

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย