

บทที่ 3

แอมพลิจูดและการกักขังในท่อนำคลื่นด้วยรูขนาดเล็ก

3.1 โวลต์เตจและกระแสสมมูล

จากบทที่ 2 เราสามารถเขียนสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เคลื่อนไปในทิศ $+z$ ได้ดังนี้

$$\vec{E} = C^+ \vec{e} e^{-j\beta z} + C^+ \vec{e}_z e^{-j\beta z} \quad (3.1a)$$

$$\vec{H} = C^+ \vec{h} e^{-j\beta z} + C^+ \vec{h}_z e^{-j\beta z} \quad (3.1b)$$

และสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในทิศ $-z$ ได้ดังนี้

$$\vec{E} = C^- \vec{e} e^{j\beta z} - C^- \vec{e}_z e^{j\beta z} \quad (3.2a)$$

$$\vec{H} = C^- \vec{h} e^{j\beta z} + C^- \vec{h}_z e^{j\beta z} \quad (3.2b)$$

โดยที่ C^+ และ C^- คือแอมพลิจูดที่มีค่าคงที่

ที่ความถี่ต่ำเราสามารถใช้อีกของเคอร์ออฟในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า และมีหลายวิธีในการวิเคราะห์วงจรที่สามารถใช้กับความถี่สูงได้อย่างถูกต้อง ซึ่งในความเป็นจริงแล้วการวิเคราะห์วงจรที่ความถี่ต่ำเป็นกรณีพิเศษของการวิเคราะห์วงจร ไมโครเวฟ (Collin, 1992)

เราให้โวลต์เตจและกระแสสมมูลเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$V = V^+ e^{-j\beta z} + V^- e^{j\beta z} \quad (3.3a)$$

$$I = I^+ e^{-j\beta z} - I^- e^{j\beta z} \quad (3.3b)$$

โดยที่ $V^+ = K_1 C^+$, $V^- = K_1 C^-$ และ $I^+ = K_2 C^+$, $I^- = K_2 C^-$

K_1 เป็นอัตราส่วนคงที่ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างโวลต์เตจและสนามไฟฟ้าตามขวาง K_2 เป็นอัตราส่วนคงที่ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและสนามแม่เหล็กตามขวาง จากการอนุรักษ์พลังงานจะได้ว่า

$$\frac{1}{2} V^+ (I^+) = \frac{|C^+|^2}{2} \int \vec{e} \times \vec{h} \cdot \vec{a}_z ds$$

หรือ

$$K_1 K_2 = \int \vec{e} \times \vec{h} \cdot \vec{a}_z ds \quad (3.4)$$

ในการนอร์มอลไลซ์เซชันฟังก์ชัน \tilde{e} และ \tilde{h} ที่เหมาะสม ผลคูณ $K_1 K_2^*$ สามารถทำให้มีค่าเท่ากับหนึ่งได้และเราจึงสามารถเลือกให้การเรคเตอร์วีสติกอิมพีแดนซ์ (characteristic impedance) ของสายส่งเท่ากับ 1 นั่นคือ

$$Z_c = \frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{I^-} = \frac{K_1}{K_2} = 1 \tag{3.5}$$

หรือเราอาจเลือกให้การเรคเตอร์วีสติกอิมพีแดนซ์เท่ากับอิมพีแดนคลื่น (wave impedance)

$$Z_c = \frac{K_1}{K_2} = Z_w \tag{3.6}$$

ในกรณีที่เราสามารถหาแอมพลิจูดของโวลต์เคจและกระแสสมมูลได้เราก็จะสามารถรู้สนามในท่อนำคลื่นได้จากความสัมพันธ์

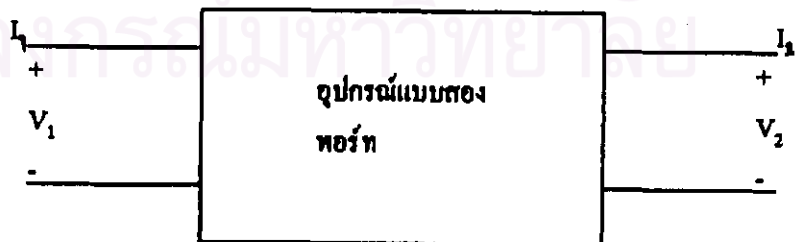
$$\vec{E}_t = \sum_{n=1}^N (V_n^+ K_{1n}^{-1} e^{-j\beta z} + V_n^- K_{1n}^{-1} e^{j\beta z}) \vec{e}_n \tag{3.7a}$$

$$\vec{H}_t = \sum_{n=1}^N (I_n^+ K_{2n}^{-1} e^{-j\beta z} - I_n^- K_{2n}^{-1} e^{j\beta z}) \vec{h}_n \tag{3.7b}$$

โดยที่มีโหมดที่แพร่ในท่อนำคลื่น N โหมดและค่าคงที่ K_{1n}, K_{2n} ค่าคงที่ในแต่ละโหมด ส่วนประกอบคลื่นในทิศการเคลื่อนที่อาจหาได้จากสมการ (3.7) ด้วยสมการของแมกซ์เวลล์

3.2 เชนพารามิเตอร์

ในการอธิบายอุปกรณ์ในรูปที่ 3.1 นั้น เราสามารถใช้ทฤษฎีเครือข่ายเพื่อให้ได้มาซึ่งพารามิเตอร์ของวงจรและสามารถนำพารามิเตอร์เหล่านั้นมาใช้ในการออกแบบเชื่อมต่อวงจรอื่นได้ (Liao, 1987)



รูปที่ 3.1 แสดงถึงเครือข่ายแบบสองพอร์ท

พารามิเตอร์ที่ใช้กันอยู่ทั่วไปมีดังนี้

h พารามิเตอร์

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$V_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

y พารามิเตอร์

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

z พารามิเตอร์

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

ซึ่งทั้งหมดที่กล่าวมานั้นจะมีความสัมพันธ์กันระหว่างโวลต์เตจและกระแสรวมแต่ละพอร์ท เช่น

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

ซึ่งเราไม่สามารถทำการเปิดหรือปิดวงจรได้ง่ายนักในวงจรความถี่ย่านไมโครเวฟทั้งยังไม่มีเครื่องมือที่จะใช้วัดโวลต์เตจและกระแสรวมที่มีความถี่สูง และสุดท้ายคือวงจรที่เป็นวงจรแอ็กทีฟเช่น ทรานซิสเตอร์กำลัง และ ทันแนตโคโอด ไม่มีความเสถียรภาพเมื่อเปิดหรือปิดวงจร ดังนั้นเพื่อที่จะแก้ปัญหาดังกล่าวจึงได้เลือกที่จะใช้ เอสพารามิเตอร์ในย่านความถี่สูงตั้งแต่ย่านอาร์เอฟขึ้นไป

การหาเอสพารามิเตอร์ในย่านความถี่สูงสามารถทำได้โดยง่ายกว่าพารามิเตอร์อื่นๆ เพราะทำได้โดยการแมชโหลดกับอุปกรณ์ที่เราต้องการจะวัด ซึ่งการแมชโหลดสามารถทำได้ง่ายกว่าการเปิดหรือปิดวงจร เขียนแมตริกซ์เอสสำหรับอุปกรณ์ที่มีจำนวน n พอร์ท ได้ดังนี้

$$[V^-] = [S] [V^+]$$

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \dots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \dots & S_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N1} & S_{N2} & S_{N3} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \dots \\ V_N^+ \end{bmatrix}$$

โดยที่ V^+ คือ โวลต์เดจคกกระทบ

V^- คือ โวลต์เดจสะท้อน

3.3 คุณสมบัติของเอตพารามิเตอร์

เอตพารามิเตอร์มีคุณสมบัติต่างๆดังต่อไปนี้ (Liao, 1987)

คุณสมบัติความสมมาตร

คุณสมบัติการสมมาตรจะแสดงถึงว่าถ้าอุปกรณ์ที่จะทำการหาเอตพารามิเตอร์เป็นอุปกรณ์ที่มีสมบัติเชิงเส้นและเป็นวงจรแพสซีฟหรือเป็นไปตามเงื่อนไข reciprocity เราจะได้ว่า

$$[S] = [S]^T$$

คุณสมบัติยูนิตี

คุณสมบัติยูนิตีแสดงให้เห็นว่าผลรวมของผลคูณของแต่ละเทอมของแถวหรือคอลัมน์ของเมตริกซ์เอตกับคอนจูเกตของตัวมันเองจะเท่ากับหนึ่ง

$$\sum_i^n S_{ij} S_{ij}^* = 1 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

คุณสมบัติออร์โธกอนัล

คุณสมบัติออร์โธกอนัลแสดงให้เห็นว่าผลรวมของผลคูณของแต่ละเทอมของแถวหรือคอลัมน์กับคอนจูเกตของแถวหรือคอลัมน์อื่นจะได้เท่ากับศูนย์

$$\sum_i^n S_{ik} \cdot S_{ij}^* = 0 \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad \text{เมื่อ } j \neq k$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

คุณสมบัติการเลื่อนเฟส

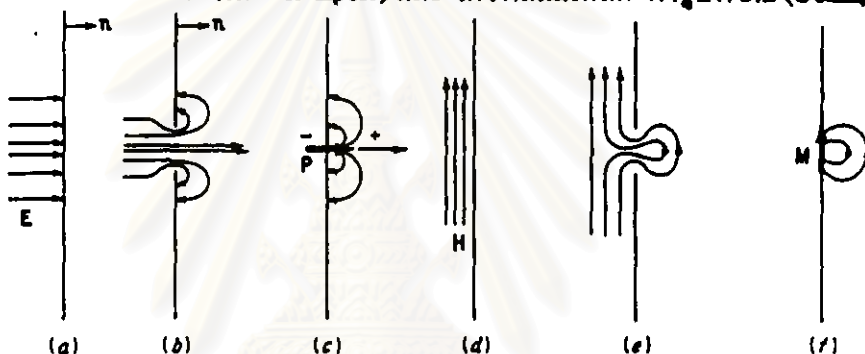
เมื่อมีการเลื่อนระนาบอ้างอิงในพอร์ทที่เราจะทำการวัด ไปเป็นระยะ l_n ก็จะทำให้เกิดการเลื่อนเฟสเท่ากับ $\theta_n = \beta_n \cdot l_n$ โดยที่ β_n ค่าคงที่การแพร่ในแต่ละพอร์ท n และที่ระนาบอ้างอิงใหม่นี้จะได้เอตเมตริกซ์

ใหม่โดยที่สมาชิก S_{mm} เมื่อ $m \neq n$ ต่ำรับการส่งจากพอร์ท n จะต้องคูณด้วย $e^{-j\beta_n}$ และเพราะว่าคลื่นสะท้อนในพอร์ท n ต้องเดินทางเป็นระยะ $2l_n$ ดังนั้น S_{mm} จะต้องคูณด้วย $e^{-j2\beta_n}$ นำมาเขียนเป็นเมตริกซ์เอสใหม่ได้

$$\begin{bmatrix} e^{-j\beta_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j\beta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1M} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\beta_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j\beta_n} \end{bmatrix}$$

3.4 การคัปปลิงในท่อนำคลื่นด้วยรูบนผนังตัวนำ (Collin, 1992:284)

ในการคัปปลิงของคลื่นจากท่อนำคลื่นหนึ่งไปยังอีกท่อหนึ่งโดยผ่านรูนั้น เมื่อมีสนาม E และ H ตกกระทบบังรูจะเกิดไดโพลไฟฟ้า (electric dipole) และ ไดโพลแม่เหล็ก ดังรูปที่ 3.2 (Collin, 1992: 285)



รูปที่ 3.2 แสดงถึงรูในผนังตัวนำ

การประมาณในขั้นแรกคิดให้มีรูขนาดเล็กหนึ่งรูบนผนังตัวนำซึ่งจะสมมูลกับไดโพลไฟฟ้าซึ่งตั้งฉากกับรูและมีความแรงเป็นสัดส่วนโดยตรงกับส่วนประกอบตั้งฉากของสนามไฟฟ้าที่มากกระดู้นและมีไดโพลแม่เหล็กในระนาบของรูซึ่งมีความแรงเป็นสัดส่วนโดยตรงกับสนามแม่เหล็กในแนวนอน ทิศทางของสัดส่วนตรงขึ้นกับขนาดของรูและรูปร่างและเรียกค่าคงที่นี้ว่าโพลาไรซเอบิลิตีไฟฟ้าและโพลาไรซเอบิลิตีแม่เหล็กของรูและสมบัติการแผ่รังสี

จากรูป 3.2a แสดงถึงสนามไฟฟ้าตั้งฉากโดยมีความแรงของสนามเท่ากับ E ที่ผนังตัวนำซึ่งไม่มีรู เมื่อเจาะรูหนึ่งรูเส้นแรงสนามไฟฟ้าก็จะม้วนเป็นวงรอบรูดังรูป 3.2b ซึ่งการกระจายของสนามในลักษณะนี้นั้นเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้เกิด ไดโพลไฟฟ้าสมมูลขึ้นดังแสดงในรูป 3.2c ซึ่งจะเห็นว่า ไดโพลไฟฟ้าจะตั้งฉากกับระนาบของรู

ในทำนองเดียวกันสนามแม่เหล็กที่ขนานกับผนังดังรูป 3.2d จะเกิดการม้วนเป็นวงผ่านรูดังรูป 3.2e ซึ่งวงของสนามแม่เหล็กนี้สมมูลกับไดโพลแม่เหล็กที่อยู่ในระนาบของรู

โดยที่ Bethe (Bethe, 1944) ได้เสนอว่ามี ไดโพลแม่เหล็กและไดโพลไฟฟ้างดังนี้ (Collin, 1992: 285)

$$\vec{P} = -\epsilon_0 \alpha_e (\hat{n} \cdot \vec{E}) \hat{n} \tag{3.8}$$

$$\vec{M} = -\alpha_m \vec{H}_t \tag{3.9}$$

โดยที่สนาม \vec{E} และ \vec{H} เป็นสนามที่ตกกระทบโดยที่สนามทั้งสองไม่ได้ถูกรบกวนจากรูที่เปิดอยู่ นั้น และมีโพลาไรซ์บิตีไฟฟ้า (electric polarizability) α_e (Bethe, 1944), (Collin, 1992: 285)

$$\alpha_e = -\frac{2}{3}r_0^3 \quad (3.10)$$

และมี โพลาไรซ์บิตีแม่เหล็ก (magnetic polarizability) α_m (Bethe, 1944), (Collin, 1992: 285)

$$\alpha_m = \frac{4}{3}r_0^3 \quad (3.11)$$

โดยที่รูที่เจาะนั้นเป็นรูกลมรัศมี r_0

แต่เนื่องจากทฤษฎีของ Bethe ไม่สามารถที่ทำให้เราหาจลสมมูลการกัปปลิงในท่อนำคลื่นโดยรูได้ เนื่องจาก Bethe ไม่ได้คิดถึงการรบกวนของสนามที่เราใส่เข้าไปในท่อนำคลื่น(input) เนื่องจากการเจาะรูดังนั้น R.E. Collin ได้ทำการแก้ไขโดยคิดถึงผลรบกวนจากสนามที่เกิดขึ้นโดยโคโพลที่โหนดคอร์มีแนนท์(dominant mode) ซึ่งสมการของBetheจึงเขียนใหม่ได้โดยในท่อนำคลื่นด้านเข้าที่ทุกดังนี้ (Collin, 1992: 286)

$$\vec{P} = -\epsilon_0 \alpha_e [\hat{n} \cdot \vec{E}_{e1} + \hat{n} \cdot \vec{E}_{1r} - \hat{n} \cdot \vec{E}_{2r}] \hat{n} \quad (3.12a)$$

$$\vec{M} = -\alpha_m [\vec{H}_{e1} + \vec{H}_{1r} - \vec{H}_{2r}] \hat{n} \quad (3.12b)$$

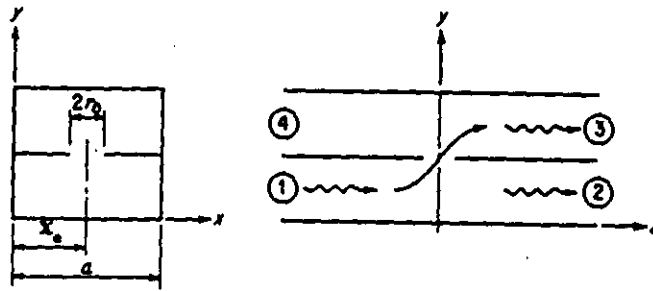
และท่อนำคลื่นด้านอินพุตจะได้เท่ากับ (Collin, 1992: 286)

$$\vec{P} = \epsilon_0 \alpha_e [\hat{n} \cdot \vec{E}_{e1} + \hat{n} \cdot \vec{E}_{1r} - \hat{n} \cdot \vec{E}_{2r}] \hat{n} \quad (3.13a)$$

$$\vec{M} = \alpha_m [\vec{H}_{e1} + \vec{H}_{1r} - \vec{H}_{2r}] \hat{n} \quad (3.13b)$$

โดยที่มีสนามที่เราใส่เข้าไปในท่อนำคลื่น \vec{E}_{e1} และ \vec{H}_{e1} เป็นสนามคอมิแนนท์โหนดและสนาม \vec{E}_{1r} , \vec{H}_{1r} เป็นคอมิแนนท์โหนดที่เกิดจากโคโพลในท่อนำคลื่นส่วน \vec{E}_{2r} , \vec{H}_{2r} เป็นคอมิแนนท์โหนดที่เกิดจากโคโพลในท่อนำคลื่น

พิจารณาท่อนำคลื่นสองท่อที่นำมาประกบกันและเจาะรูดังรูป 3.3 จากทฤษฎีท่อนำคลื่นจะเห็นว่าสนามที่ตกกระทบในท่อนำคลื่นต่างหรือท่อนำคลื่นซึ่งสนามนี้เป็นสนามคอมิแนนท์โหนด TE_{10} และเขียนในแต่ละส่วนประกอบได้ดังนี้ (Collin, 1992: 290)



รูปที่ 3.3 แสดงถึงรูปแผนผังตัวนำที่อยู่ระหว่างท่อด้านอ่างและด้านบน

$$E_y = C \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (3.14)$$

$$H_x = -CY_w \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (3.15)$$

$$H_z = j \frac{\pi Y_w}{\beta a} C \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad (3.16)$$

โดยมีรูอยู่ที่ตำแหน่ง $z = 0$, $x = x_0$ ดังนั้นจะมีสนามที่ตำแหน่งนี้คือ (Collin, 1992: 290)

$$E_y = C \sin \frac{\pi x_0}{a} \quad (3.17)$$

$$\vec{H} = CY_w (-\hat{a}_x \sin \frac{\pi x_0}{a} + j \frac{\pi}{\beta a} \hat{a}_z \cos \frac{\pi x_0}{a}) \quad (3.18)$$

ซึ่งสมการข้างบนนี้แสดงให้เห็นว่าจะเกิดโคโพลไฟฟ้าในทิศแกน y และมีโคโพลแม่เหล็กในทิศแกน z ในรูปนี้ จากทฤษฎีที่กล่าวถึงจะพิจารณาแยกส่วนของคลื่นใน TE_{10} ที่ไปในทิศ $+z$ และ $-z$ (Collin, 1992: 290)

$$\vec{E}_{10}^+ = \hat{a}_y \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}$$

$$\vec{E}_{10}^- = \hat{a}_y \sin \frac{\pi x}{a} e^{j\beta z}$$

$$\mu_0 \vec{H}_{10}^+ = \vec{B}_{10}^+ = -\mu_0 Y_w (\hat{a}_x \sin \frac{\pi x_0}{a} - j \frac{\pi}{\beta a} \hat{a}_z \cos \frac{\pi x_0}{a}) e^{-j\beta z}$$

$$\mu_0 \vec{H}_{10}^- = \vec{B}_{10}^- = \mu_0 Y_w (\hat{a}_x \sin \frac{\pi x_0}{a} - j \frac{\pi}{\beta a} \hat{a}_z \cos \frac{\pi x_0}{a}) e^{j\beta z}$$

ให้สนามที่เกิดจากโคโพลไฟฟ้าในท่อด้านบนคือ (Collin, 1992: 291)

$$\vec{E} = A_1 \vec{E}_{10}^+, \quad z > 0$$

$$A_2 \vec{E}_{10}^-, \quad z < 0$$

$$\begin{aligned}
 A_2 \vec{E}_{10}^- & & Z < 0 \\
 \vec{H} = A_1 \vec{H}_{10}^+ & & Z > 0 \\
 A_2 \vec{H}_{10}^- & & Z < 0
 \end{aligned}$$

และสนามที่เกิดจาก โด โพลแม่เหล็กคือ (Collin, 1992: 291)

$$\begin{aligned}
 \vec{E} = A_3 \vec{E}_{10}^+ & & Z > 0 \\
 A_4 \vec{E}_{10}^- & & Z < 0 \\
 \vec{H} = A_3 \vec{H}_{10}^+ & & Z > 0 \\
 A_4 \vec{H}_{10}^- & & Z < 0
 \end{aligned}$$

เราสามารถหา A_1, A_2, A_3 และ A_4 ได้คือ (Collin, 1992: 278-284)

$$A_1 = A_2 = -\frac{1}{P_{10}} j\omega \vec{P} \cdot \hat{a}_y \sin \frac{\pi x_0}{a} = -\frac{j\omega P_y}{abY_w} \sin \frac{\pi x_0}{a} \quad (3.19)$$

และ A_3, A_4

$$\begin{aligned}
 A_3 &= \frac{j\omega\mu_0 Y_w}{abY_w} (\hat{a}_y \sin \frac{\pi x_0}{a} + j \frac{\pi}{\beta a} \cos \frac{\pi x_0}{a} \hat{a}_z) \cdot (M_x \hat{a}_z + M_z \hat{a}_x) \\
 &= \frac{j\omega\mu_0}{ab} (M_x \sin \frac{\pi x_0}{a} + j \frac{\pi M_z}{\beta a} \cos \frac{\pi x_0}{a}) \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

$$A_4 = \frac{j\omega\mu_0}{ab} (-M_x \sin \frac{\pi x_0}{a} + j \frac{\pi M_z}{\beta a} \cos \frac{\pi x_0}{a}) \quad (3.21)$$

ดังนั้นเราจะได้สนามในท่อด้านบนเท่ากับ (Collin, 1992: 291)

$$\vec{E} = (A_1 + A_3) \vec{E}_{10}^+ \quad Z > 0 \quad (3.22a)$$

$$(A_2 + A_4) \vec{E}_{10}^- \quad Z < 0 \quad (3.22b)$$

$$\vec{H} = (A_1 + A_3) \vec{H}_{10}^+ \quad Z > 0 \quad (3.23a)$$

$$(A_2 + A_4) \vec{H}_{10}^- \quad Z < 0 \quad (3.23b)$$

ส่วนในท่อด้านล่างนั้นจะมีโด โพลที่มีเครื่องหมายกลับกันส่วนโหมดฟังก์ชันนั้นยังเหมือนเดิม ดังนั้นเราจะได้สนามในท่อด้านล่างที่เกิดจาก โด โพลดังนี้

$$\begin{aligned}
 E_{1y} - E_{2y} = -2E_{2y} &= -(A_1 + A_3)\vec{E}_{10}^+ \cdot \hat{a}_y - (A_2 + A_4)\vec{E}_{10}^- \cdot \hat{a}_y \\
 &= \frac{2j\omega P_y}{abY_w} \sin^2 \frac{\pi x_0}{a} + \frac{2\omega\mu_0 \pi M_z}{\beta a^2 b} \cos \frac{\pi x_0}{a} \sin \frac{\pi x_0}{a}
 \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned}
 H_{1x} - H_{2x} &= -(A_1 + A_3)\vec{H}_{10}^+ \cdot \hat{a}_x - (A_2 + A_4)\vec{H}_{10}^- \cdot \hat{a}_x \\
 &= \frac{2j\beta M_x}{ab} \sin^2 \frac{\pi x_0}{a}
 \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}
 H_{1z} - H_{2z} &= -(A_1 + A_3)\vec{H}_{10}^+ \cdot \hat{a}_z - (A_2 + A_4)\vec{H}_{10}^- \cdot \hat{a}_z \\
 &= -\frac{2\omega\pi P_y}{\beta a^2 b} \sin \frac{\pi x_0}{a} \cos \frac{\pi x_0}{a} + \frac{2j\omega\mu_0 Y_w \pi^2 M_z}{\beta^2 a^2 b} \cos^2 \frac{\pi x_0}{a}
 \end{aligned} \quad (3.26)$$

ซึ่งสมการข้างบนนี้แสดงถึงคลื่นที่รบกวนสนามที่เราส่งผ่านเข้าไปในท่อนำคลื่นด้านต่าง ดังนั้นจากสมการ(3.12a),(3.12b) เราสามารถนำมาหาขนาดของโคโพลได้โดยแทนสมการ(3.24) - (3.26) ลงไป

$$\begin{aligned}
 P_y &= -\alpha_s \epsilon_0 \left[C \sin \frac{\pi x_0}{a} + \frac{2j\omega P_y}{abY_w} \sin^2 \frac{\pi x_0}{a} + \frac{2\omega\mu_0 \pi M_z}{\beta a^2 b} \cos \frac{\pi x_0}{a} \sin \frac{\pi x_0}{a} \right] \\
 M_x &= -\alpha_m \left[-CY_w \sin \frac{\pi x_0}{a} + \frac{2j\beta M_x}{ab} \sin^2 \frac{\pi x_0}{a} \right] \\
 M_z &= -\alpha_m \left[\frac{j\pi Y_w}{\beta a} C \cos \frac{\pi x_0}{a} - \frac{2\omega\pi P_y}{\beta a^2 b} \sin \frac{\pi x_0}{a} \cos \frac{\pi x_0}{a} + \frac{2j\omega\mu_0 Y_w \pi^2 M_z}{\beta^2 a^2 b} \cos^2 \frac{\pi x_0}{a} \right]
 \end{aligned}$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$P_y = -\frac{\epsilon_0 \alpha_s \sin \frac{\pi x_0}{a}}{\Delta} C \quad (3.27)$$

$$M_x = \frac{\alpha_m Y_w \sin \frac{\pi x_0}{a}}{1 + 2j \frac{\beta \alpha_m}{ab} \sin^2 \frac{\pi x_0}{a}} C \quad (3.28)$$

$$M_z = -\frac{j\alpha_m \pi Y_w \cos \frac{\pi x_0}{a}}{k_0 a \Delta} C \quad (3.29)$$

โดยที่

$$\Delta = 1 + 2j\alpha_s \frac{k_0^2 \sin^2 \frac{\pi x_0}{a}}{\beta ab} + 2j\alpha_m \frac{\pi^2 \cos^2 \frac{\pi x_0}{a}}{\beta a^3 b}$$

จากสนามไฟฟ้าด้านบนซึ่งเท่ากับ

$$\vec{E} = (A_1 + A_2)\vec{E}_{10}^+ + (A_3 + A_4)\vec{E}_{10}^-$$

แทน (3.27) - (3.29) ลงใน (3.19) - (3.21) จะได้

$$A_1 + A_3 = \frac{j\alpha_o k_o^2 \sin^2 \frac{\pi x_o}{a}}{\beta ab \Delta} C + \frac{j\alpha_m \frac{\pi^2}{a^2} \cos^2 \frac{\pi x_o}{a}}{\beta ab \Delta} C + \frac{j\alpha_m \beta \sin^2 \frac{\pi x_o}{a}}{ab(1 + 2j\alpha_m \frac{\beta}{ab} \sin^2 \frac{\pi x_o}{a})} C \quad (3.30a)$$

$$A_2 + A_4 = \frac{j\alpha_o k_o^2 \sin^2 \frac{\pi x_o}{a}}{\beta ab \Delta} C + \frac{j\alpha_m \frac{\pi^2}{a^2} \cos^2 \frac{\pi x_o}{a}}{\beta ab \Delta} C - \frac{j\alpha_m \beta \sin^2 \frac{\pi x_o}{a}}{ab(1 + 2j\alpha_m \frac{\beta}{ab} \sin^2 \frac{\pi x_o}{a})} C$$

(3.30b)

และ $A_2 + A_4$ จะเท่ากับศูนย์เมื่อ

$$\sin \frac{\pi x_o}{a} = \frac{\lambda_b}{\sqrt{6}a} \quad (3.31)$$

โดยที่ λ_b คือความยาวคลื่นในสูญญากาศ และโดยกำหนดให้

$$\bar{B} = \frac{2\alpha_o k_o^2}{\beta ab} \sin^2 \frac{\pi x_o}{a} + \frac{2\alpha_m (\pi/a)^2}{\beta ab} \cos^2 \frac{\pi x_o}{a} \quad (3.32a)$$

$$\bar{X} = \frac{2\alpha_m \beta}{ab} \sin^2 \frac{\pi x_o}{a} \quad (3.32b)$$

จะเขียนสมการ (3.30), (3.31) ใหม่ได้ดังนี้

$$A_1 + A_3 = \frac{j\bar{B}/2}{1 + j\bar{B}} C + \frac{j\bar{X}/2}{1 + \bar{X}} C \quad (3.33)$$

$$A_2 + A_4 = \frac{j\bar{B}/2}{1 + j\bar{B}} C - \frac{j\bar{X}/2}{1 + \bar{X}} C \quad (3.34)$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า $A_2 + A_4 = 0$ เมื่อ $\bar{B} = \bar{X}$ (Collin, 1992: 293)