

การหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลความเร็วสูงแบบออนไลน์



นายจิรพงศ์ วชิรธนาภรณ์

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-03-1336-1

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ON-LINE PARAMETERS IDENTIFICATION OF A HIGH-SPEED MANIPULATOR ARM



Mr. Jiraphong Wachirathanaporn

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2001

ISBN 974-03-1336-1

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การหาค่าพารามิเตอร์ของแกนกลความเร็วสูงแบบออนไลน์
โดย	นายจิรพงศ์ วัชรานาภรณ์
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัยโรจน์ คุณพนชกิจ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัชทิน จันทร์เจริญ)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นายจิรพงศ์ วชิราชนาภรณ์ : การหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลความเร็วสูงแบบออนไลน์
(ON-LINE PARAMETERS IDENTIFICATION OF A HIGH-SPEED MANIPULATOR ARM)
อาจารย์ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ, 99 หน้า. ISBN 974-03-
1336-1.

งานวิจัยนี้จะกล่าวถึงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแขนหุ่นยนต์จู่ฟ้า 3 ที่พัฒนาขึ้นที่ห้องปฏิบัติการ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยให้มีความเร็วในการเคลื่อนที่ค่อนข้างสูง โดยมีความเร็วสูงสุด 240 องศาต่อวินาทีหรือประมาณ 5 เท่าของความเร็วของแขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรมมาตรฐานที่ขายในอุตสาหกรรม โครงสร้างของแขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรมจู่ฟ้า 3 นั้นจะมีแกนที่ 2 และ 3 เป็นแบบกลไก 5 ก้านต่อ (Five-bar-link mechanism) แขนกลที่มีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง ผลกระทบของทอมที่มีรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้นนั้นไม่สามารถละเลยได้ และผลกระทบดังกล่าวนี้จะเปลี่ยนแปลงไปขึ้นอยู่กับตำแหน่ง (Position) และการเรียงตัว (Orientation) ของแขนกล และการเคลื่อนที่ ดังนั้นถ้าต้องการควบคุมการเคลื่อนที่ที่มีความแม่นยำสูง จำเป็นที่จะต้องหาสมการการเคลื่อนที่และค่าพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงระหว่างการเคลื่อนที่ให้ใกล้เคียงกับระบบจริงให้มากที่สุด โดยงานวิจัยนี้จะนำเสนอวิธีการความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า (Input Error Method) และวิธีการความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก (Output Error Method) สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์แบบใช้ร่วมกับระบบควบคุม จากผลการทดลองหาค่าพารามิเตอร์ของระบบโดยวิธีการทั้งสอง ค่าที่หาได้จะมีค่าใกล้เคียงกัน นอกจากบางค่าที่ขึ้นอยู่กับค่าความเร็วและความเร่ง ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากการการประมาณค่าของความเร็วและความเร่งจากข้อมูลตัวตรวจรู้ตำแหน่งโดยวิธีการเชิงเลข และความเร็วของการสุ่มข้อมูลที่ค่อนข้างช้า คือประมาณ 160 เฮิรตซ์ (Hz.) ความเร็วของสุ่มข้อมูลถูกจำกัดด้วยความเร็วหรือความสามารถในการคำนวณของเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ (Microcomputer) ที่ใช้ในโครงการนี้

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....
ปีการศึกษา.....2544.....

ลายมือชื่อนิสิต.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

4170254821 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: PARAMETERS / ON-LINE / IDENTIFICATION / FIVE-BAR-LINK / HIGH-SPEED

JIRAPHONG WACHIRATHANAPORN : ON-LINE PARAMETERS IDENTIFICATION
OF A HIGH-SPEED MANIPULATOR ARM. THESIS ADVISOR :
ASSOC.PROF.VIBOON SANGVERAPHUNSIRI, Ph.D., 99 pp. ISBN 974-03-1336-1.

This paper describes the on-line parameters identification techniques for the Chula III manipulator arm. The Chula III is a high-speed manipulator arm developed by ME Lab, Chulalongkorn University. The maximum speed is 240 deg/s or approximately 5 times faster than typical commercial robots. The second and the third joints of the arm are formed as a five-bar-link mechanism. For the high-speed motion, the nonlinear terms, appearing in robot dynamic models, which normally neglected in low-speed motion, cannot be neglected. The nonlinear terms will be varying according to position/orientation of the manipulator and robot motions. So, if the more accuracy of the motion control is required, it is necessary to obtain the more accuracy of robot dynamic model. The Input Error Method and the Output Error Method are used as on-line parameters identification tools, so that the more accuracy of the dynamic model can be obtained on-line. The parameters obtained from both methods are very close. Except the ones that depends on the velocity and acceleration terms. This is due to the numerical approximation of the velocity and acceleration for the position sensors and the slow sampling rate, 160 Hz. The sampling rate is limited by the speed of the calculation of the microcomputer used in the project.

Department.....Mechanical Engineering Student's signature.....

Field of study.....Mechanical Engineering Advisor's signature.....

Academic year.....2001..... Co-advisor's signature.....

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา ซึ่งเป็นผู้ที่ให้โอกาสและส่งเสริมให้ได้รับการศึกษามาจนกระทั่งปัจจุบันนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ซึ่งกรุณาให้คำแนะนำและคอยให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ในการทำวิจัยจนกระทั่งงานวิจัยสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณบริษัท NSS จำกัด ที่ได้มอบทุนเป็นค่าใช้จ่ายรายเดือนโดยไม่มีเงื่อนไขใดๆ เป็นเวลา 2 ปี

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณ คุณพลั้งรัฐ ธนการพาณิชย์ ซึ่งเป็นผู้ออกแบบและพัฒนา แขนกลจุฬา 3 คุณทวี งามวิไลกร คุณตรีชัยวิทย์ วงศ์อภิวัฒน์กุล รอ.ประสาทพร วงษ์คำซ่าง คุณณัฐดนัย ตัณฑวิรุฬห์ คุณสุกิจ วรรณโสภณกุล ซึ่งเป็นรุ่นพี่และเพื่อนภายในห้องปฏิบัติการ วิจัยหุ่นยนต์อุตสาหกรรมที่ได้ร่วมคิดและแก้ไขปัญหาระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

นายจิรพงศ์ วชิราธนาภรณ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ณ
สารบัญภาพ	ญ
บทที่	
1. บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	2
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	2
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์	2
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของวิทยานิพนธ์	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
2. โครงสร้างของแกนกลจุฬา 3	4
2.1 รูปร่าง การตั้งเฟรมและข้อมูลโดยทั่วไป	4
2.2 รายละเอียดข้อมูลของแต่ละก้านต่อ	7
3. การหาสมการการเคลื่อนที่ของแกนกลจุฬา 3	10
3.1 พลังงานจลน์เนื่องจากการเคลื่อนที่ของแกนกล	10
3.2 แรงบิดเนื่องจากพลังงานจลน์	17
3.3 แรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก	19
3.4 แรงบิดเพิ่มเติม	23
3.5 สมการการเคลื่อนที่ของแกนกลจุฬา 3 ในรูปของแรงบิดแบบสมบูรณ	25
4. ทฤษฎีการหาค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์	27
4.1 วิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า	29
4.2 วิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก	33
4.3 การวิเคราะห์การลู่เข้าของค่าพารามิเตอร์	37

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5. การจัดกลุ่มพารามิเตอร์ของแขนกลजूฟ้า 3	39
5.1 การจัดกลุ่มพารามิเตอร์	39
5.2 การหาเมตริกสัญญาณแบบใช้ค่าอ้างอิง	40
6. การทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลजूฟ้า 3	43
6.1 วิธีการทดลอง	43
6.2 ผลการทดลอง	46
6.3 สรุปผลการทดลอง	76
7. การทดลองเพื่อทดสอบค่าพารามิเตอร์ของแขนกลजूฟ้า 3	78
7.1 วิธีการทดลอง	78
7.2 ผลการทดลอง	81
7.3 สรุปผลการทดลอง	85
8. บทสรุปและข้อเสนอแนะ	86
8.1 สรุปการหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลजूฟ้า 3 แบบออนไลน์	86
8.2 สรุปปัญหาและข้อเสนอแนะ	87
รายการอ้างอิง	88
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก ทฤษฎีการควบคุมแบบค่านวนแรงบิด	91
ภาคผนวก ข การตรวจสอบสัญญาณกระตุ้นยีนที่	93
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	99

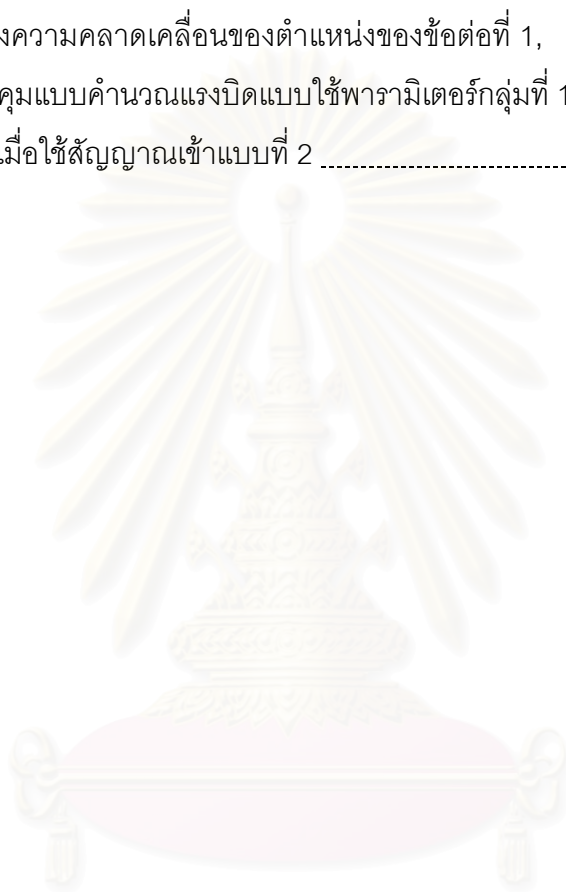
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
ตาราง 2.1 พารามิเตอร์ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg ของเส้นทางที่ 1	6
ตาราง 2.2 พารามิเตอร์ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg ของเส้นทางที่ 2	6
ตาราง 6.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าเมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	50
ตาราง 6.2 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	50
ตาราง 6.3 แสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	51
ตาราง 6.4 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าเมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	61
ตาราง 6.5 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	62
ตาราง 6.6 แสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	63
ตาราง 6.7 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าเมื่อใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์	73
ตาราง 6.8 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเมื่อใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์	74
ตาราง 6.9 แสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก เมื่อใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์	75
ตาราง 6.10 เปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากการทดลองตอนที่ 2 และ 3	76

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
ตาราง 7.1	82
ตาราง 7.2	84



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 2.1 โครงสร้างโดยรวมของแขนกลจุฬา 3	4
รูปที่ 2.2 มุมของก้านต่อ 5, 6, 7, 8 เมื่อได้ทำการยึดเป็นมวลก้อนเดียวกัน และการตั้งเฟรมต่างๆ ของแขนกลจุฬา 3 ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg	5
รูปที่ 2.3 รูปจำลองสามมิติของแขนกลจุฬา 3	7
รูปที่ 2.4 แขนกลจุฬา 3 ณ ห้องปฏิบัติการ	7
รูปที่ 3.1 รูปอย่างง่ายของแขนกลจุฬา 3	19
รูปที่ 3.2 รูปอย่างง่ายแสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่กระทำกับก้านต่อที่ 5	20
รูปที่ 3.2 รูปอย่างง่ายแสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่กระทำกับก้านต่อที่ 4	21
รูปที่ 3.2 รูปอย่างง่ายแสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่กระทำกับก้านต่อที่ 2	21
รูปที่ 3.2 รูปอย่างง่ายแสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่กระทำกับก้านต่อที่ 3	22
รูปที่ 4.1 แผนผังวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า	28
รูปที่ 4.2 แผนผังการควบคุมและการหาค่าพารามิเตอร์แบบวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า	32
รูปที่ 4.3 แผนผังวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก	33
รูปที่ 4.4 แผนผังวิธีการควบคุมแบบปรับค่าได้โดยใช้แบบจำลองอ้างอิง	33
รูปที่ 6.1 กราฟแสดงพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	47
รูปที่ 6.2 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	48
รูปที่ 6.3 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกและค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์	49

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 6.4	กราฟแสดงพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์ 52
รูปที่ 6.5	กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์ 57
รูปที่ 6.6	กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกและค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์ 59
รูปที่ 6.7	กราฟแสดงพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง เมื่อใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ 64
รูปที่ 6.8	กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ 69
รูปที่ 6.9	กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกและใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ 71
รูปที่ 7.1	กราฟเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบค่านวณแรงบิดแบบใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 และแบบใช้พารามิเตอร์ กลุ่มที่ 2 เมื่อใช้สัญญาณเข้าแบบที่ 1 81
รูปที่ 7.2	กราฟเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบค่านวณแรงบิดแบบใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 และแบบใช้พารามิเตอร์ กลุ่มที่ 2 เมื่อใช้สัญญาณเข้าแบบที่ 1 83

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ ก.1	แผนผังการควบคุมแบบคำนวณแรงบิด 91
รูปที่ ข.1	กราฟแสดงค่าของ A_r เทียบกับเวลา เมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณเข้าของการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 1 94
รูปที่ ข.2	กราฟแสดงค่าของ A_r เทียบกับเวลา เมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณเข้าของการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 2 94
รูปที่ ข.3	กราฟแสดงค่าของ A_r เทียบกับเวลา เมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณเข้าของการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 3 96

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

การออกแบบระบบควบคุมของแขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรมส่วนมากแล้วจะขึ้นอยู่กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์หรือที่เรียกว่า Model-Based Controller แต่การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์นั้นเราไม่สามารถหาแบบจำลองที่ถูกต้องแม่นยำได้ ย่อมต้องมีความคลาดเคลื่อน ความคลาดเคลื่อนนี้อาจจะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ของระบบ หรืออาจจะเนื่องมาจากความสมบูรณ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่าครอบคลุมรายละเอียดของแบบจำลองได้มากน้อยแค่ไหน เช่นแบบจำลองของระบบเพื่องัด ความเสียดทานของระบบ เป็นต้น ถ้าเราหาแบบจำลองได้ถูกต้องแม่นยำมากเท่าไรเราก็สามารถเพิ่มช่วงความถี่การทำงานของระบบหรือ Bandwidth ได้ การออกแบบแขนหุ่นยนต์ที่ใช้ในเชิงอุตสาหกรรมโดยมากแล้วจะทำการควบคุมมาตรฐานเช่นตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID) และออกแบบโดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายเช่น ในรูปแบบของมวลเป็นก้อนหรือ Lump mass model และกำหนดว่าเมื่อแขนหุ่นยนต์เคลื่อนที่นั้นแขนแต่ละแขนไม่มีผลกระทบซึ่งกันและกัน (Decouple) การออกแบบระบบควบคุมแบบนี้สามารถใช้งานได้เมื่อแขนหุ่นยนต์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วไม่สูงมาก แต่ในกรณีที่แขนหุ่นยนต์มีการเคลื่อนที่ความเร็วสูง ระบบควบคุมดังกล่าวอาจจะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์นั้นจะประกอบด้วยพารามิเตอร์ของแขนกลกับตัวแปรสแตต (State variables) รวมขึ้นเป็นเทอมต่างๆ ซึ่งบางเทอมมีรูปแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear terms) และบางครั้งเราก็ไม่สามารถหาแบบจำลองที่ใช้แทนพฤติกรรมบางส่วนของระบบได้เช่น ความเสียดทาน (Friction), แบลกเลซ (Backlash) ที่เกิดขึ้นกับชุดถ่ายเทกำลังหรือชุดเพื่องัด เป็นต้น ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวการทำการประมาณค่าเทอมหรือกลุ่มพารามิเตอร์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบตลอดเวลาหรือ On-line parameters identification ในขณะที่แขนหุ่นยนต์เคลื่อนที่จะทำให้เกิดผลกระทบที่เกิดจากเทอมที่ใช้การประมาณค่าในการจำลอง หรือเทอมที่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อแขนหุ่นยนต์มีการเคลื่อนที่ การประมาณค่าแบบตลอดเวลาทำให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการควบคุมมีความละเอียดหรือใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น นอกจากนั้นยังสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับระบบควบคุมขั้นสูง ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาถึงวิธีการดังกล่าวด้วย

งานวิจัยนี้จะใช้วิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์ (On-line Parameters Identification) เพื่อหาค่ากลุ่มพารามิเตอร์ของระบบที่ใกล้เคียงกับระบบจริงของแขนกลजूฟ้ 3 ซึ่งเป็นแขนกลที่ออกแบบให้สามารถเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง พัฒนาขึ้นที่ห้องปฏิบัติการวิจัยหุ่นยนต์อุตสาหกรรมภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลजूฟ้ 3 มหาวิทยาลัย โดยวิธีที่นำเสนอมีอยู่สองวิธีคือ 1) วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า (Input Error Method) และ 2) วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก (Output Error Method) เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลजूฟ้ 3 ให้ใกล้เคียงระบบจริง

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1.2.1 เพื่อศึกษาและทดลองการหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลแบบออนไลน์ ด้วยวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า (Input Error Method) และวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก (Output Error Method)

1.2.2 เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลजूฟ้ 3 ที่ใกล้เคียงระบบจริง

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1.3.1 หาแบบจำลองแบบออนไลน์ของแขนกลजूฟ้ 3 ด้วยวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

1.3.2 นำแบบจำลองที่ได้จากทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบกับระบบจริง

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของวิทยานิพนธ์

1.4.1 ศึกษาวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์วิธีต่างๆ

1.4.2 ศึกษาโครงสร้างและหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลजूฟ้ 3

1.4.3 ทำการจำลองชิ้นส่วนต่างๆของแขนกลजूฟ้ 3 ด้วย โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ช่วยในการออกแบบ 3 มิติแบบทรงตัน (Solid Modeling) เพื่อใช้ในการหาค่าจริงของระบบ

1.4.4 ประยุกต์ใช้วิธีการหาค่าพารามิเตอร์กับแขนกลजूฟ้ 3

1.4.5 ทำการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลजूฟ้ 3

1.4.6 เปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ที่ได้กับค่าจริง

1.4.7 สรุปผลและเขียนวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.5.1 สามารถหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลจู่ฟ้า 3 ที่ใกล้เคียงระบบจริง
- 1.5.2 เพื่อเป็นพื้นฐานในการออกแบบระบบควบคุมหุ่นยนต์อุตสาหกรรมต่างๆ
- 1.5.3 ผลลัพธ์ที่ได้จากการศึกษาสามารถดัดแปลงเพื่อนำไปใช้กับระบบอื่นๆ ได้



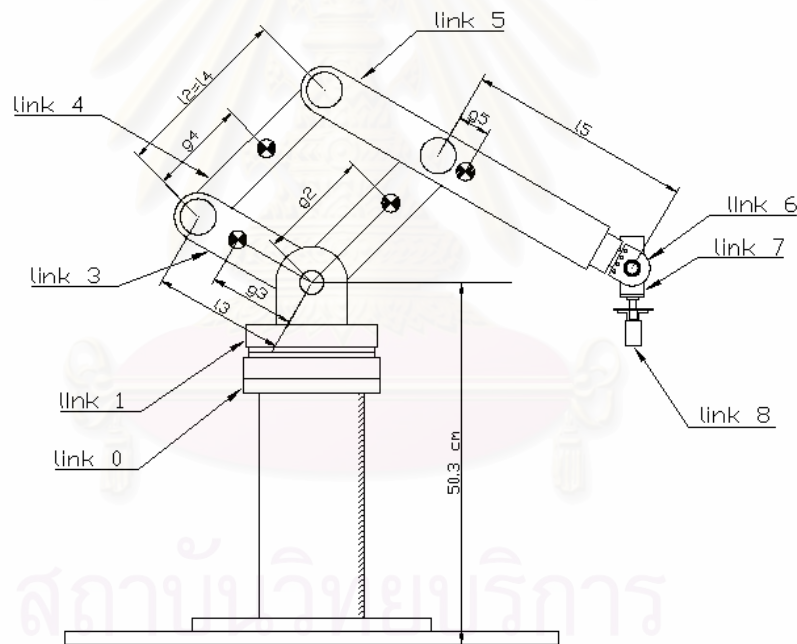
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

โครงสร้างของแขนกลจู่ฟ้า 3

2.1 รูปร่าง การตั้งเฟรมและข้อมูลโดยทั่วไป

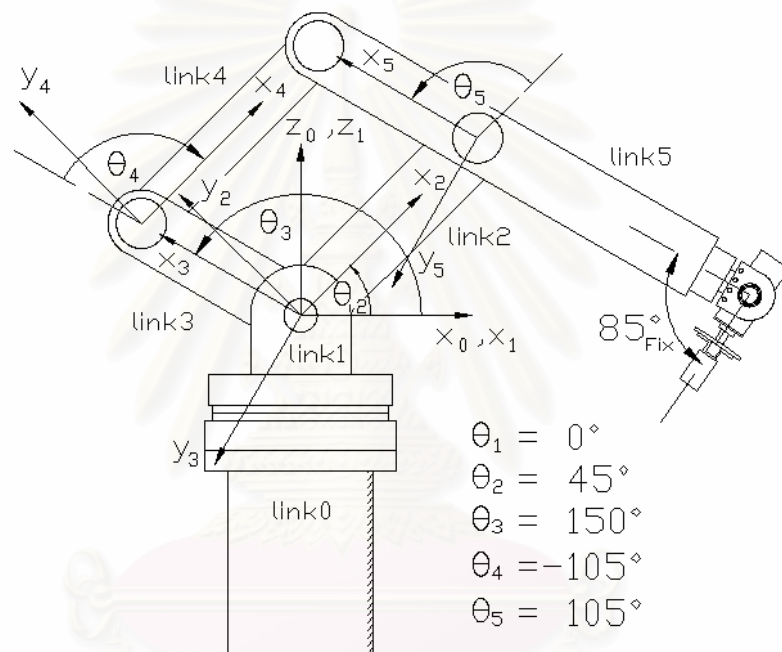
แขนกลจู่ฟ้า 3 มีลักษณะโครงสร้างหลักเป็นแบบกลไก 5 ก้านต่อ (Five-bar-link mechanism), [23] ซึ่งสามารถเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง มี 6 แขนหมุน โดยที่แกนหมุนที่ 1, 2 และ 3 ทำงานด้วยความเร็วสูง โดยมีความเร็วเชิงมุมสูงสุดประมาณ 0.6-1.0 รอบต่อวินาที ส่วนแกนหมุนที่ 4, 5 และ 6 ทำงานด้วยความเร็วปกติ โดยมีความเร็วเชิงมุมสูงสุดประมาณ 0.1-0.3 รอบต่อวินาที โครงสร้างโดยรวมของแขนกลจู่ฟ้า 3 แสดงดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 โครงสร้างโดยรวมของแขนกลจู่ฟ้า 3

จากรูปที่ 2.1 ก้านต่อที่ 1 คือส่วนที่เป็นฐานซึ่งเป็นแกนที่ 1 มีมอเตอร์ขับ 1 ตัว ส่วนก้านต่อที่ 2 ขนานกับก้านต่อที่ 4 และก้านต่อที่ 3 ขนานกับก้านต่อที่ 5 ตลอดการเคลื่อนที่ ซึ่งก้านต่อที่ 2 และ 3 มีมอเตอร์ขับอยู่ก้านต่อละ 1 ตัว โดยมีมอเตอร์อยู่บนก้านต่อที่ 1 ส่วนก้านต่อที่ 6, 7, 8 คือส่วนของปลายแขนกล ซึ่งมีมอเตอร์ขับอยู่ก้านต่อละ 1 ตัว โดยมีมอเตอร์อยู่บนก้านต่อที่ 5, 6, 7 ตามลำดับ และมีการใช้ชุดเฟืองฮาร์มอนิก (Harmonic drive) เพื่อทดรอบมอเตอร์ทั้ง 6 ตัว โดยเป็นการทดรอบแบบเพิ่มแรงบิด มีอัตราทด 1:100

ในงานวิจัยนี้เน้นการศึกษาหาค่าพารามิเตอร์เฉพาะก้านต่อที่ทำงานด้วยความเร็วสูง ซึ่งก็คือก้านต่อที่ 1 ถึงก้านต่อที่ 5 (แกนหมุนที่ 1, 2, 3) ส่วนก้านต่อที่ 6, 7, 8 (แกนหมุนที่ 4, 5, 6) เคลื่อนที่ด้วยความเร็วปกติ ดังนั้นจึงได้ทำการยึดติดกับก้านต่อที่ 5 เพื่อให้เคลื่อนที่ไปพร้อมกับก้านต่อที่ 5 โดยให้ถือว่าเป็นมวลก้อนเดียวกัน (Lump Mass) ดังนั้นก้านต่อที่ 5 ตลอดงานวิจัยนี้จะหมายถึงก้านต่อที่ 5, 6, 7, 8 และได้ตั้งเฟรม (Frame) ต่างๆ ขึ้นมาตามวิธีของ Denavit-Hartenberg เพื่อสะดวกในการคำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ โดยเฟรม {4} มีทิศทางเดียวกับเฟรม {2} และเฟรม {5} มีทิศทางเดียวกับเฟรม {3} ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 มุมของก้านต่อ 5, 6, 7, 8 เมื่อได้ทำการยึดเป็นมวลก้อนเดียวกัน และการตั้งเฟรมต่างๆ ของแขนกลจุฬา 3 ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg

จากรูปที่ 2.2 เฟรม {1} ถึงเฟรม {5} มีแกน Z_i เป็นแกนหมุน ส่วนเฟรม {0} เป็นเฟรมนิ่ง เนื่องจากแขนกลจุฬา 3 มีลักษณะโครงสร้างของแขนเป็นแบบกลไก 5 ก้านต่อ โดยมีก้านต่อที่ 4 เชื่อมต่อกับก้านต่อที่ 5 ดังนั้นในการคำนวณหาสมการการเคลื่อนที่จึงได้แยกคิดเป็น 2 เส้นทาง เส้นทางที่ 1 คือก้านต่อ 0-1-2-5 และเส้นทางที่ 2 คือก้านต่อ 0-1-3-4 สำหรับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ สามารถดูได้จากตารางที่ 2.1 และ 2.2

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0°	0	0	θ_1
2	90°	0	$-b_2$	θ_2
5	0°	l_2	b_5	$\theta_3 - \theta_2$

ตารางที่ 2.1 พารามิเตอร์ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg ของเส้นทางที่ 1 (ก้านต่อ 0-1-2-5)

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0°	0	0	θ_1
3	90°	0	b_3	θ_3
4	0°	l_3	$-b_4$	$-(\theta_3 - \theta_2)$

ตารางที่ 2.2 พารามิเตอร์ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg ของเส้นทางที่ 2 (ก้านต่อ 0-1-3-4)

ตัวแปรที่ใช้ในตารางที่ 2.1 และ 2.2 แทนค่าต่างๆ ดังนี้

α_{i-1} แทน มุมวัดจากแกน \hat{Z}_{i-1} ถึงแกน \hat{Z}_i ทิศทวนเข็มนาฬิกาหรือรอบแกน \hat{X}_{i-1} เป็นบวก

a_{i-1} แทน ระยะจากแกน \hat{Z}_{i-1} ถึงแกน \hat{Z}_i ทิศตามแกน \hat{X}_{i-1} เป็นบวก

d_i แทน ระยะจากแกน \hat{X}_{i-1} ถึงแกน \hat{X}_i ทิศตามแกน \hat{Z}_i เป็นบวก

θ_i แทน มุมวัดจากแกน \hat{X}_{i-1} ถึงแกน \hat{X}_i ทิศทวนเข็มนาฬิกาหรือรอบแกน \hat{Z}_i เป็นบวก

l_i แทน ความยาวของก้านต่อที่ i

b_i แทน ระยะห่างระหว่างแกน \hat{X}_{i-1} ถึงแกน \hat{X}_i

โดยที่ \hat{X}_i แทน เวกเตอร์บอกทิศทางแกน \hat{X} ของเฟรม {i} เทียบกับเฟรม {i}

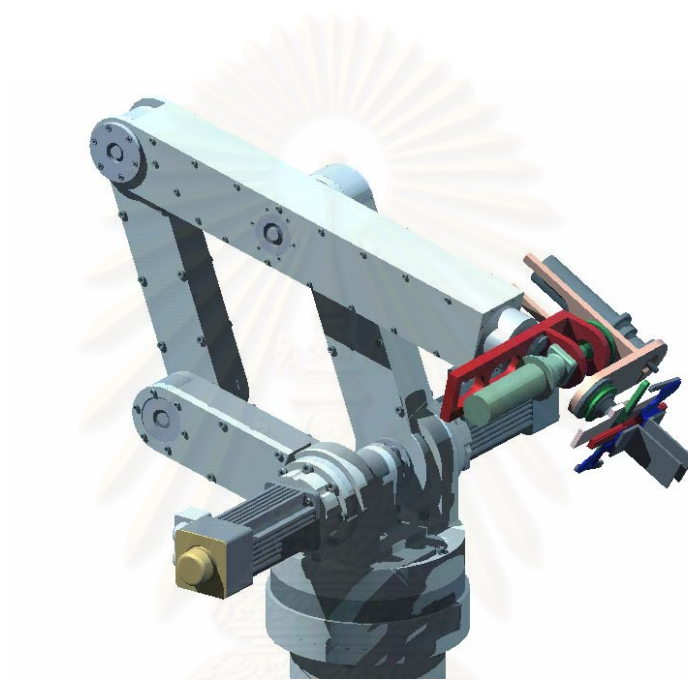
\hat{Y}_i แทน เวกเตอร์บอกทิศทางแกน \hat{Y} ของเฟรม {i} เทียบกับเฟรม {i}

\hat{Z}_i แทน เวกเตอร์บอกทิศทางแกน \hat{Z} ของเฟรม {i} เทียบกับเฟรม {i}

หมายเหตุ เนื่องจากได้แยกคิดการตั้งเฟรมเป็น 2 เส้นทาง โดยหมายเลขเฟรม (i) เรียงตามลำดับของก้านต่อ ดังนั้นตลอดงานวิจัยนี้ค่า $i+1$ หมายถึงเฟรมที่อยู่ถัดไปจากเฟรม {i} 1 เฟรม และ $i-1$ หมายถึงเฟรมที่อยู่ก่อนหน้าเฟรม {i} 1 เฟรมโดยคิดตามเส้นทาง

2.2 รายละเอียดข้อมูลของแต่ละก้านต่อ

ค่าต่างๆของแต่ละก้านต่อสามารถหาได้จากการจำลองชิ้นส่วนต่างๆของแขนกลจุฬา 3 ด้วย โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ช่วยในการออกแบบ 3 มิติแบบทรงตัน (Solid Modeling) ดังรูปที่ 2.3 โดยค่าดังกล่าวนี้เราจะใช้สมมติฐานว่าเป็นค่าที่มีความใกล้เคียงกับความจริง ส่วนรูปที่ 2.4 เป็นรูปแขนหุ่นยนต์จุฬา 3 ที่พัฒนาขึ้นที่ห้องปฏิบัติการ



รูปที่ 2.3 รูปจำลองสามมิติของแขนกลจุฬา 3



รูปที่ 2.4 แขนกลจุฬา 3 ณ ห้องปฏิบัติการ

ข้อมูลต่างๆของก้านต่อ (อ้างอิงตามรูป 2.1 และ 2.2) จะใช้ตัวแปรต่างๆ ดังนี้

- m_i แทน มวลของก้านต่อที่ i
 l_i แทน ความยาวของก้านต่อที่ i
 g_i แทน ระยะจากแกนหมุนที่ i ถึงจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อที่ i
 b_i แทน ระยะห่างระหว่างแกน \hat{X}_{i-1} ถึงแกน \hat{X}_i
 I_{ri} แทน ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของแกนหมุน (Rotor) ของมอเตอร์ขับเคลื่อนที่ i (มีเฉพาะก้านต่อที่ 1, 2, 3 ที่ต่อกับมอเตอร์ขับเคลื่อน)
 I_i แทน เมตริกซ์ของความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อที่ i มีมิติ 3×3

จากการจำลองชิ้นส่วนต่างๆของแขนกลจุฬา 3 ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จะได้ข้อมูลต่างๆของก้านต่อดังนี้

ก้านต่อที่ 1 :	m_1	=	17.51	กก.	
	l_1	=	0.00	ซม.	
	g_1	=	0.00	ซม.	
	d_1	=	0.00	ซม.	
	I_{ri}	=	31×10^{-6}	กก.เมตร ²	
	I_1	=	$\begin{bmatrix} 0.595 & 0 & 0 \\ 0 & 0.089 & -0.001 \\ 0 & -0.001 & 0.550 \end{bmatrix}$	กก.เมตร ²	
ก้านต่อที่ 2 :	m_2	=	2.55	กก.	
	l_2	=	30.00	ซม.	
	g_2	=	17.51	ซม.	
	d_2	=	6.50	ซม.	
	I_{ri}	=	31×10^{-6}	กก.เมตร ²	
	I_2	=	$\begin{bmatrix} 0.002 & 0 & -.001 \\ 0 & 0.052 & 0 \\ -.001 & 0 & 0.052 \end{bmatrix}$	กก.เมตร ²	
ก้านต่อที่ 3 :	m_3	=	1.98	กก.	
	l_3	=	22.00	ซม.	
	g_3	=	13.20	ซม.	

$$d_3 = 6.50 \quad \text{ซม}$$

$$I_{ri} = 31 \times 10^{-6} \quad \text{กก.เมตร}^2$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 0.002 & -.001 & 0 \\ -.001 & 0.036 & 0 \\ 0 & 0 & 0.037 \end{bmatrix} \quad \text{กก.เมตร}^2$$

ก้านต่อที่ 4 : $m_4 = 2.12 \quad \text{กก.}$

$$l_4 = 30.00 \quad \text{ซม.}$$

$$g_4 = 16.08 \quad \text{ซม.}$$

$$d_4 = 4.64 \quad \text{ซม.}$$

$$I_4 = \begin{bmatrix} 0.002 & 0 & 0 \\ 0 & 0.051 & 0 \\ 0 & 0 & 0.051 \end{bmatrix} \quad \text{กก.เมตร}^2$$

ก้านต่อที่ 5 : $m_5 = 8.95 \quad \text{กก.}$

$$l_5 = 37.60 \quad \text{ซม.}$$

$$g_5 = 16.38 \quad \text{ซม.}$$

$$d_5 = 6.35 \quad \text{ซม.}$$

$$I_5 = \begin{bmatrix} 0.093 & -0.001 & -0.003 \\ -0.001 & 0.413 & -0.004 \\ -0.003 & -0.004 & 0.425 \end{bmatrix} \quad \text{กก.เมตร}^2$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

การหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจู่ฟ้า 3

เนื่องจากในการหาค่าพารามิเตอร์เราจำเป็นต้องใช้สมการการเคลื่อนที่ของแขนกลในรูปแบบของแรงบิดและเป็นแบบจำลองเชิงเส้น และเพื่อให้ได้พารามิเตอร์ที่ถูกต้องจึงจำเป็นต้องหาสมการการเคลื่อนที่ที่ใกล้เคียงกับระบบจริงให้มากที่สุด ซึ่งสามารถหาได้ดังนี้

3.1 พลังงานจลน์เนื่องจากการเคลื่อนที่ของแขนกล

ในการหาสมการการเคลื่อนที่ที่เราต้องใช้ความเร็ว (Velocity) และความเร็วเชิงมุม (Angular Velocity) ของก้านต่อเทียบกับเฟรมเป็นส่วนสำคัญในหาสมการ ดังนั้นจึงได้ทำการหาค่าเมตริกแปลง (Transformation Matrix) และเมตริกหมุน (Rotation Matrix) ของเฟรมที่อยู่ติดกันเพื่อใช้ในการหาค่าความเร็วและความเร็วเชิงมุม ซึ่งหาได้ดังนี้

เส้นทางที่ 1 (ก้านต่อ 0-1-2-5)

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.1)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & b_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.2)$$

$${}^2_5T = \begin{bmatrix} c_{32} & -s_{32} & 0 & l_2 \\ s_{32} & c_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.3)$$

เส้นทางที่ 2 (ก้านต่อ 0-1-3-4)

$${}^1_3T = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -b_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.4)$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} c_{32} & s_{32} & 0 & l_3 \\ -s_{32} & c_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.5)$$

เมื่อ

$${}^i_{i+1}T = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

และ

$${}^{i+1}_iR = {}^i_{i+1}R^T$$

โดยที่ ${}^i_{i+1}T$ แทน เมตริกแปลงของเฟรม $\{i+1\}$ เทียบกับเฟรม $\{i\}$ มีมิติ 4×4

${}^{i+1}_iR$ แทน เมตริกหมุนของเฟรม $\{i\}$ เทียบกับเฟรม $\{i+1\}$ มีมิติ 3×3

${}^iP_{(org)_{i+1}}$ แทน เวกเตอร์ที่ชี้จากจุดกำเนิดของเฟรม $\{i\}$ ไปยังจุดกำเนิดของเฟรม $\{i+1\}$

และกำหนดให้

s_i แทน $\sin(\theta_i)$

c_i แทน $\cos(\theta_i)$

s_{ij} แทน $\sin(\theta_i - \theta_j)$

c_{ij} แทน $\cos(\theta_i - \theta_j)$

(ตำแหน่งและทิศทางของเฟรมต่างๆ ดูได้จากรูปที่ 2.2 และ 2.5)

จากการเคลื่อนที่ของแขนกลสามารถแบ่งพลังงานจลน์ (Kinetic Energy) ที่เกิดขึ้นได้เป็น 2 แบบคือพลังงานที่เกิดขึ้นจากการย้ายตำแหน่ง (Translation) และที่เกิดขึ้นจากการหมุน (Rotation) ซึ่งจากพลังงานจลน์ทั้งสองแบบเราสามารถนำมาใช้หาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลได้ ดังขั้นตอนต่อไปนี้

3.1.1 พลังงานจลน์เนื่องจากการหมุน

ผลรวมของพลังงานจลน์เนื่องจากการหมุนของทุกก้านต่อ (Kinetic Energy of Rotation - KE_{rot}) สามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$KE_{rot} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n {}^i\omega_i^T I_i {}^i\omega_i \quad (3.1.6)$$

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_iR \cdot {}^i\omega_i + \dot{\theta}_{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (3.1.7)$$

- โดยที่ I_i แทน เมตริกของความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อที่ i มีมิติ 3×3
 ${}^{i+1}\omega_{i+1}$ แทน เวกเตอร์ความเร็วเชิงมุมของก้านต่อที่ $i+1$ เทียบกับเฟรม $\{i+1\}$ มีมิติ 3×1
 $\dot{\theta}_{i+1}$ แทน ความเร็วเชิงมุมของก้านต่อที่ $i+1$ รอบแกน \hat{Z}_{i+1}
 \hat{Z}_{i+1} แทน เวกเตอร์บอกทิศทางแกน Z ของเฟรม $\{i+1\}$ เทียบกับเฟรม $\{i+1\}$ มีมิติ 3×1
 n แทน จำนวนของก้านต่อทั้งหมด ซึ่งมีทั้งหมด 5 ก้านต่อ

จากสมการ (3.1.7) เราสามารถหาค่าความเร็วเชิงมุมของก้านต่อต่างๆ ได้ดังนี้

เส้นทางที่ 1 (ก้านต่อ 0-1-2-5)

$${}^0\omega_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.8)$$

$$\begin{aligned} {}^1\omega_1 &= {}^1R \cdot {}^0\omega_0 + \dot{\theta}_1 \hat{Z}_1 \\ &= \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

$$\begin{aligned} {}^2\omega_2 &= {}^2R \cdot {}^1\omega_1 + \dot{\theta}_2 \hat{Z}_2 \\ &= \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_2 \dot{\theta}_1 \\ c_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

เส้นทางที่ 2 (ก้านต่อ 0-1-3-4)

$$\begin{aligned} {}^3\omega_3 &= {}^3R \cdot {}^1\omega_1 + \dot{\theta}_3 \hat{Z}_3 \\ &= \begin{bmatrix} c_3 & 0 & s_3 \\ -s_3 & 0 & c_3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_3 \dot{\theta}_1 \\ c_3 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

เนื่องจากก้านต่อที่ 2 ขนานกับก้านต่อที่ 4 และก้านต่อที่ 3 ขนานกับก้านต่อที่ 5 ตลอดการเคลื่อนที่ โดยที่เฟรม $\{4\}$ มีทิศทางเดียวกับเฟรม $\{2\}$ และเฟรม $\{5\}$ มีทิศทางเดียวกับเฟรม $\{3\}$ ดังนั้นจะได้ว่า

$${}^4\omega_4 = {}^2\omega_2 = \begin{bmatrix} s_2 \dot{\theta}_1 \\ c_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.1.12)$$

$${}^5\omega_5 = {}^3\omega_3 = \begin{bmatrix} s_3 \dot{\theta}_1 \\ c_3 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (3.1.13)$$

จากค่าของเมตริกความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อต่างๆ (แสดงในบทที่ 2) จะเห็นได้ว่าเทอมของผลคูณมวลของความเฉื่อย (Mass Products of Inertia) นั้นจะมีค่าน้อยกว่าเทอมของโมเมนต์มวลของความเฉื่อย (Mass Moments of Inertia) มาก ในที่นี้จึงแทนค่าเทอมของผลคูณมวลของความเฉื่อยด้วยศูนย์ ยกเว้นในก้านต่อที่ 5 ซึ่งเป็นส่วนปลายของแขนกล และมีโอกาสที่จะปรับเปลี่ยนรูปแบบได้ในอนาคต ดังนั้นเมตริกความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อต่างๆ จะแทนค่าด้วยตัวแปรต่างๆ ดังนี้

$$I_1 = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix} \quad (3.1.14)$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix} \quad (3.1.15)$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} I_{xx3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz3} \end{bmatrix} \quad (3.1.16)$$

$$I_4 = \begin{bmatrix} I_{xx4} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy4} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz4} \end{bmatrix} \quad (3.1.17)$$

$$I_5 = \begin{bmatrix} I_{xx5} & I_{xy5} & I_{xz5} \\ I_{xy5} & I_{yy5} & I_{yz5} \\ I_{xz5} & I_{yz5} & I_{zz5} \end{bmatrix} \quad (3.1.18)$$

จากสมการ (3.1.8) ถึง (3.1.18) นำไปแทนค่าในสมการ (3.1.6) เพื่อหาพลังงานจลน์จากการหมุน ซึ่งหาได้ดังนี้

$$KE_{rot} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 {}^i\omega_i^T I_i {}^i\omega_i$$

$$\begin{aligned}
2KE_{rot} = & [I_{zz1} + (I_{xx2} + I_{xx4}) \cdot s_2^2 + (I_{xx3} + I_{xx5}) \cdot s_3^2] \cdot \dot{\theta}_1^2 \\
& + [(I_{yy2} + I_{yy4}) \cdot c_2^2 + (I_{yy3} + I_{yy5}) \cdot c_3^2 + 2I_{xy5}s_3c_3] \cdot \dot{\theta}_1^2 \\
& + (I_{zz2} + I_{zz4}) \cdot \dot{\theta}_2^2 + (I_{zz3} + I_{zz5}) \cdot \dot{\theta}_3^2 \\
& + (I_{xz5}s_3 + I_{yz5}c_3) \cdot 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3
\end{aligned} \tag{3.1.19}$$

3.1.2 พลังงานจลน์เนื่องจากการย้ายตำแหน่ง

ผลรวมของพลังงานจลน์เนื่องจากการย้ายตำแหน่งของทุกก้านต่อ (Kinetic Energy of Translation - KE_{tr}) สามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$KE_{tr} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i {}^i v_i^T {}^i v_i \tag{3.1.20}$$

$${}^{i+1}v_{(org) i+1} = {}^{i+1}R \cdot ({}^i v_{(org) i} + {}^i \omega_i \times {}^i P_{(org) i+1}) \tag{3.1.21}$$

$${}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}v_{(org) i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{i+1} \tag{3.1.22}$$

โดยที่ m_i แทน มวลของก้านต่อที่ i

${}^{i+1}v_{(org) i+1}$ แทน เวกเตอร์ความเร็วของก้านต่อที่ i ณ จุดกำเนิดของเฟรม $\{i+1\}$ เทียบกับเฟรม $\{i+1\}$ มีมิติ 3×1

${}^{i+1}v_{i+1}$ แทน เวกเตอร์ความเร็วของก้านต่อที่ $i+1$ ณ จุดศูนย์กลางมวลเทียบกับเฟรม $\{i+1\}$ มีมิติ 3×1

${}^{i+1}P_{i+1}$ แทน เวกเตอร์ที่ชี้จากจุดกำเนิดของเฟรม $\{i+1\}$ ไปยังจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อที่ $i+1$ มีมิติ 3×1

จากสมการ (3.1.21) และ (3.1.22) เราสามารถหาค่าความเร็วของก้านต่อต่างๆ ได้ดังนี้

เส้นทางที่ 1 (ก้านต่อ 0-1-2-5)

$${}^1v_{(org)1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.1.23}$$

$${}^1v_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.1.24}$$

$$\begin{aligned}
{}^2v_{(org)2} &= {}^2R \cdot ({}^1v_{(org)1} + {}^1\omega_1 \times {}^1P_{(org)2}) \\
&= \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -b_2c_2\dot{\theta}_1 \\ b_2s_2\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^2v_2 &= {}^2v_{(org)2} + {}^2\omega_2 \times {}^2P_2 \\
&= \begin{bmatrix} -b_2c_2\dot{\theta}_1 \\ b_2s_2\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_2\dot{\theta}_1 \\ c_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} g_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_2c_2\dot{\theta}_1 \\ b_2s_2\dot{\theta}_1 + g_2\dot{\theta}_2 \\ -g_2c_2\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.1.26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^5v_{(org)5} &= {}^5R \cdot ({}^2v_{(org)2} + {}^2\omega_2 \times {}^2P_{(org)5}) \\
&= \begin{bmatrix} c_{32} & s_{32} & 0 \\ -s_{32} & c_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} -b_2c_2\dot{\theta}_1 \\ b_2s_2\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_2\dot{\theta}_1 \\ c_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ b_5 \end{bmatrix} \right) \\
&= \begin{bmatrix} l_2s_{32}\dot{\theta}_2 - (b_2 - b_5) \cdot c_3\dot{\theta}_1 \\ l_2c_{32}\dot{\theta}_2 + (b_2 - b_5) \cdot s_3\dot{\theta}_1 \\ -l_2c_2\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.1.27)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^5v_5 &= {}^5v_{(org)5} + {}^5\omega_5 \times {}^5P_5 \\
&= \begin{bmatrix} l_2s_{32}\dot{\theta}_2 - (b_2 - b_5) \cdot c_3\dot{\theta}_1 \\ l_2c_{32}\dot{\theta}_2 + (b_2 - b_5) \cdot s_3\dot{\theta}_1 \\ -l_2c_2\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_3\dot{\theta}_1 \\ c_3\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -g_5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} l_2s_{32}\dot{\theta}_2 - (b_2 - b_5) \cdot c_3\dot{\theta}_1 \\ l_2c_{32}\dot{\theta}_2 + (b_2 - b_5) \cdot s_3\dot{\theta}_1 - g_5\dot{\theta}_3 \\ -l_2c_2 \cdot \dot{\theta}_1 + g_5c_3\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.1.28)
\end{aligned}$$

เส้นทางที่ 2 (ก้านต่อ 0-1-3-4)

$$\begin{aligned}
{}^3v_{(org)3} &= {}^3R \cdot ({}^1v_{(org)1} + {}^1\omega_1 \times {}^1P_{(org)3}) \\
&= \begin{bmatrix} c_3 & 0 & s_3 \\ -s_3 & 0 & c_3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -b_3 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} b_3c_3\dot{\theta}_1 \\ -b_3s_3\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^3v_3 &= {}^3v_{(org)3} + {}^3\omega_3 \times {}^3P_3 \\
&= \begin{bmatrix} b_3 c_3 \dot{\theta}_1 \\ -b_3 s_3 \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_3 \dot{\theta}_1 \\ c_3 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} g_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_3 c_3 \dot{\theta}_1 \\ -b_3 s_3 \dot{\theta}_1 + g_3 \dot{\theta}_3 \\ -g_3 c_3 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.1.30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^4v_{(org)4} &= {}^4R \cdot ({}^3v_{(org)3} + {}^3\omega_3 \times {}^3P_{(org)4}) \\
&= \begin{bmatrix} c_{32} & -s_{32} & 0 \\ s_{32} & c_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} b_3 c_3 \dot{\theta}_1 \\ -b_3 s_3 \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_3 \dot{\theta}_1 \\ c_3 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_3 \\ 0 \\ -b_4 \end{bmatrix} \right) \\
&= \begin{bmatrix} -l_3 s_{32} \dot{\theta}_3 + (b_3 - b_4) \cdot c_2 \dot{\theta}_1 \\ l_3 c_{32} \dot{\theta}_3 - (b_3 - b_4) \cdot s_2 \dot{\theta}_1 \\ -l_3 c_3 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.1.31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^4v_4 &= {}^4v_{(org)4} + {}^4\omega_4 \times {}^4P_4 \\
&= \begin{bmatrix} -l_3 s_{32} \dot{\theta}_3 + (b_3 - b_4) \cdot c_2 \dot{\theta}_1 \\ l_3 c_{32} \dot{\theta}_3 - (b_3 - b_4) \cdot s_2 \dot{\theta}_1 \\ -l_3 c_3 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_2 \dot{\theta}_1 \\ c_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} g_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -l_3 s_{32} \dot{\theta}_3 + (b_3 - b_4) \cdot c_2 \dot{\theta}_1 \\ l_3 c_{32} \dot{\theta}_3 - (b_3 - b_4) \cdot s_2 \dot{\theta}_1 - g_4 \dot{\theta}_3 \\ -l_3 c_3 \cdot \dot{\theta}_1 + g_4 c_2 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.1.32)
\end{aligned}$$

นำความเร็วที่หาได้ในสมการ (3.1.24), (3.1.26), (3.1.28), (3.1.30), (3.1.32) ไปแทนค่าในสมการ (3.1.20) เพื่อหาพลังงานจลน์จากการย้ายตำแหน่ง ซึ่งหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
KE_{tr} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i v_i^T v_i \\
2KE_{tr} &= [(b_2^2 + g_2^2 c_2^2) \cdot m_2 + ((b_2 - b_5)^2 + (l_2 c_2 - g_5 c_3)^2) \cdot m_5] \cdot \dot{\theta}_1^2 \\
&\quad + [(b_3^2 + g_3^2 c_3^2) \cdot m_3 + ((b_3 - b_4)^2 + (l_3 c_3 + g_4 c_2)^2) \cdot m_4] \cdot \dot{\theta}_1^2 \\
&\quad + [m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2] \cdot \dot{\theta}_2^2 + [m_3 g_3^2 + m_4 l_3^2 + m_5 g_5^2] \cdot \dot{\theta}_3^2 \\
&\quad + [(m_2 b_2 g_2 - (b_3 - b_4) \cdot m_4 g_4 + (b_2 - b_5) \cdot m_5 l_2) \cdot s_2] \cdot 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\
&\quad + [(-m_3 b_3 g_3 - (b_3 - b_4) \cdot m_4 l_3 - (b_2 - b_5) \cdot m_5 g_5) \cdot s_3] \cdot 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \\
&\quad + [(m_4 g_4 l_3 - m_5 g_5 l_2) \cdot c_{32}] \cdot 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \quad (3.1.33)
\end{aligned}$$

3.2 แรงบิดเนื่องจากพลังงานจลน์

ผลรวมของพลังงานจลน์ทั้งสองแบบ (KE_{rot} และ KE_{tr}) ที่หาได้ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของพลังงานจลน์แบบนิยามบนพิกัดของข้อต่อ (Joint Coordinates) ซึ่งขึ้นอยู่กับเมตริกของความเฉื่อยของแขนกลแบบนิยามบนพิกัดของข้อต่อ [3] ได้ดังนี้

$$\sum k(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T \cdot H(\theta) \cdot \dot{\theta} \quad (3.2.1)$$

โดยที่ $\sum k$ แทน ผลรวมพลังงานจลน์ของทุกก้านต่อ
 H แทน เมตริกของความเฉื่อยของแขนกลแบบนิยามบนพิกัดของข้อต่อ มีมิติ $m \times m$
 $\theta, \dot{\theta}$ แทน เวกเตอร์ของมุมของก้านต่อและความเร็วเชิงมุมของก้านต่อที่มีมอดเตอร์ขับตามลำดับ มีมิติ $m \times 1$
 m แทน จำนวนของมอดเตอร์ขับ ซึ่งมีทั้งหมด 3 ตัว (เฉพาะก้านต่อที่ 1 ถึง 5)

จาก $\sum k$ ซึ่งเป็นผลรวมของพลังงานจลน์ของทุกก้านต่อ ดังนั้นจึงสามารถเขียนอีกรูปได้ดังนี้

$$\sum k(\theta, \dot{\theta}) = KE_{rot} + KE_{tr} \quad (3.2.2)$$

จากสมการ (3.2.1) และ (3.2.2) สามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\frac{1}{2} \dot{\theta}^T \cdot H(\theta) \cdot \dot{\theta} = KE_{rot} + KE_{tr} \quad (3.2.3)$$

เนื่องจากเมตริกของความเฉื่อยของแขนกลเป็นเมตริกที่มีความสมมาตร [3] ดังนั้นจะได้ว่า

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{12} & H_{22} & H_{23} \\ H_{13} & H_{23} & H_{33} \end{bmatrix}$$

หรือ $H_{ij} = H_{ji} \quad (3.2.4)$

แทนค่าสมการ (3.2.3) ในสมการ (3.2.1) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \dot{\theta}^T \cdot H(\theta) \cdot \dot{\theta} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{12} & H_{22} & H_{23} \\ H_{13} & H_{23} & H_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (H_{11}\theta_1^2 + H_{22}\theta_2^2 + H_{33}\theta_3^2 + 2H_{12}\theta_1\theta_2 + 2H_{13}\theta_1\theta_3 + 2H_{23}\theta_2\theta_3) \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

แทนค่าสมการ (3.1.19), (3.1.33) และ (3.2.5) ในสมการ (3.2.3) เพื่อหาค่า H ซึ่งหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} H_{11} = & (b_2^2 + g_2^2 c_2^2) \cdot m_2 + (b_3^2 + g_3^2 c_3^2) \cdot m_3 + [(b_3 - b_4)^2 + (l_3 c_3 + g_4 c_2)^2] \cdot m_4 \\ & + [(b_2 - b_5)^2 + (l_2 c_2 - g_5 c_3)^2] \cdot m_5 + I_{zz1} + (I_{xx2} + I_{xx4}) \cdot s_2^2 \\ & + (I_{xx3} + I_{xx5}) \cdot s_3^2 + (I_{yy2} + I_{yy4}) \cdot c_2^2 + (I_{yy3} + I_{yy5}) \cdot c_3^2 + I_{xy5} \sin(2\theta_3) \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

$$H_{22} = m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2 + I_{zz2} + I_{zz4} \quad (3.2.7)$$

$$H_{33} = m_3 g_3^2 + m_4 l_3^2 + m_5 g_5^2 + I_{zz3} + I_{zz5} \quad (3.2.8)$$

$$H_{12} = [m_2 b_2 g_2 - (b_3 - b_4) \cdot m_4 g_4 + (b_2 - b_5) \cdot m_5 l_2] \cdot s_2 \quad (3.2.9)$$

$$H_{13} = [-m_3 b_3 g_3 - (b_3 - b_4) \cdot m_4 l_3 - (b_2 - b_5) \cdot m_5 g_5] \cdot s_3 + I_{xz5} s_3 + I_{yz5} c_3 \quad (3.2.10)$$

$$H_{23} = (m_4 g_4 l_3 - m_5 g_5 l_2) \cdot c_{32} \quad (3.2.11)$$

ซึ่งจากค่าเมตริกของความเฉื่อยที่หาได้สามารถนำไปหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลในรูปของแรงบิดได้ โดยใช้สมการลากราง (Lagrange Equation) [3], [4] ซึ่งมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\tau_i = H_{ii} \ddot{\theta}_i + \sum_{j \neq i} H_{ij} \ddot{\theta}_j + \sum_j \sum_k \left(\frac{\partial H_{ij}}{\partial \theta_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{jk}}{\partial \theta_i} \right) \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k + \tau_{gi} \quad (3.2.12)$$

โดยที่ τ_i แทน แรงบิดที่กระทำที่ข้อต่อของก้านต่อที่ i ซึ่งเกิดจากมอเตอร์ขับเคลื่อนที่ i

τ_{gi} แทน แรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อก้านต่อที่ i

H_{ij} แทน สมาชิกในแถวที่ i หลักที่ j ของเมตริกความเฉื่อย

i, j, k แทน จำนวนเต็มบวกใดๆ ที่มีค่าอยู่ในช่วง 1 ถึง m

จากสมการ (3.2.4) และ (3.2.6) ถึงสมการ (3.2.11) สามารถนำมาพิจารณาเพื่อลดรูปสมการ (3.2.12) ได้ โดยเงื่อนไขต่างๆ ดังนี้

จากสมการ (3.2.4) จะได้ว่า

$$\frac{\partial H_{ij}}{\partial \theta_k} = \frac{\partial H_{ji}}{\partial \theta_k} \quad (3.2.13)$$

จากสมการ (3.2.7) และ (3.2.8) จะเห็นว่า H_{22} และ H_{33} ไม่ขึ้นอยู่กับมุมของก้านต่อใดๆ ดังนั้น

$$\frac{\partial H_{22}}{\partial \theta_k} = \frac{\partial H_{33}}{\partial \theta_k} = 0 \quad (3.2.14)$$

จากสมการ (3.2.9) ค่าของ H_{12} ไม่ขึ้นกับมุมของก้านต่อที่ 1 และก้านต่อที่ 3 ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{\partial H_{12}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial H_{12}}{\partial \theta_3} = 0 \quad (3.2.16)$$

จากสมการ (3.2.10) ค่าของ H_{13} ไม่ขึ้นกับมุมของก้านต่อที่ 1 และก้านต่อที่ 2 ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{\partial H_{13}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial H_{13}}{\partial \theta_2} = 0 \quad (3.2.17)$$

และจากสมการ (3.2.11) ค่าของ H_{23} ไม่ขึ้นกับมุมของก้านต่อที่ 1 ซึ่งจะได้

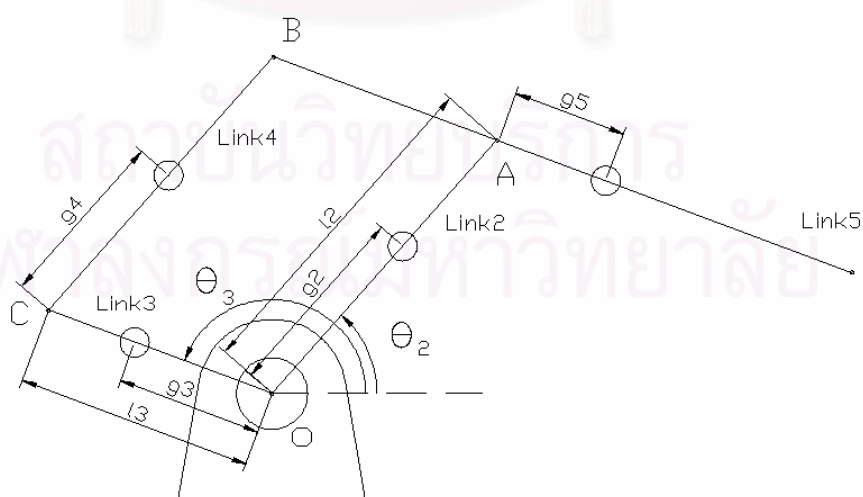
$$\frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_1} = 0 \quad (3.2.18)$$

จากเงื่อนไขต่างๆ ที่ได้ในสมการ (3.2.13) ถึงสมการ (3.2.18) สามารถนำมาเขียนสมการการเคลื่อนที่เมื่อทำการลดรูปแล้ว และจัดให้อยู่ในรูปของเมตริกได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{12} & H_{22} & H_{23} \\ H_{13} & H_{23} & H_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 & \frac{\partial H_{12}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 & \frac{\partial H_{13}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 & 0 & \frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_1 & \frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{g1} \\ \tau_{g2} \\ \tau_{g3} \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

3.3 แรงบิดเนื่องจากรวมโน้มถ่วงของโลก

เนื่องจากทิศทางของแรงบิดที่ส่งเข้าของข้อต่อที่ 1 มีทิศรอบแกน Z_1 ซึ่งตั้งฉากกับพื้นผิวโลก ดังนั้นจึงไม่มีแรงบิดเนื่องจากรวมโน้มถ่วงของโลก สำหรับข้อต่อที่ 2 และ 3 เราสามารถหาแรงบิดเนื่องจากรวมโน้มถ่วงของโลกได้โดยการแยกคิดแรงที่กระทำกับก้านต่อที่ละก้านต่อ ซึ่งทิศทางของแรงที่กระทำแสดงดังรูปที่ 3.2 ถึง 3.6 ส่วนมุมระหว่างก้านต่อต่างๆ แสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 รูปอย่างง่ายของแขนกลจุฬา 3

ในการคำนวณจะใช้ตัวแปรต่างๆ ดังนี้

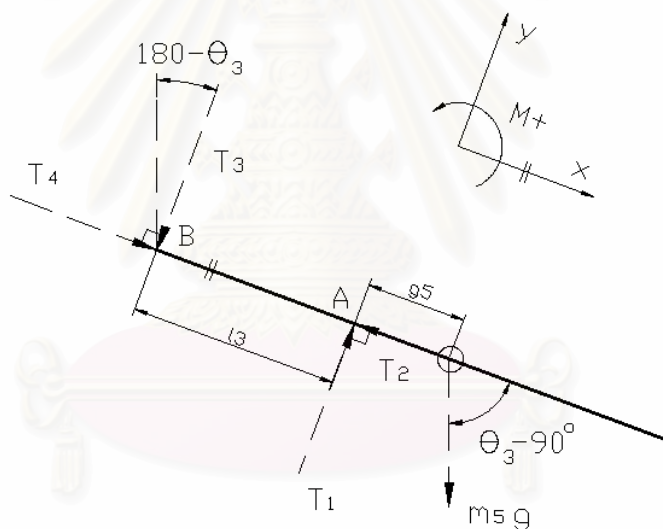
T_{gi} แทน แรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำกับก้านต่อที่ i

T_i แทน แรงกระทำกับก้านต่อต่างๆ เนื่องจากก้านต่อที่อยู่ติดกัน โดยดูตำแหน่งของแรงที่กระทำได้จากรูปที่ 3.2 ถึง 3.6

ในการหาแรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำกับก้านต่อที่ 2 และ 3 สามารถทำได้โดยการแยกคิดทีละก้านต่อ ซึ่งวิธีการมีดังนี้

ก้านต่อที่ 5

เริ่มต้นจะกำหนดให้แรง T_1, T_3 มีทิศตั้งฉากกับก้านต่อที่ 5 และแรง T_2, T_4 มีทิศขนานกับก้านต่อที่ 5 ดังแสดงในรูปที่ 3.2 และสำหรับก้านต่อที่ 4 เริ่มต้นจะกำหนดให้แรง T_5 มีทิศตั้งฉากกับก้านต่อที่ 4 และแรง T_6 มีทิศขนานกับก้านต่อที่ 4 ดังแสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.2 รูปอย่างง่ายแสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่กระทำกับก้านต่อที่ 5

$$\sum M_A = 0; \quad T_3 l_3 - m_5 g g_5 \sin\left(\theta_3 - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$T_3 = -\frac{m_5 g g_5 c_3}{l_3} \quad (3.3.1)$$

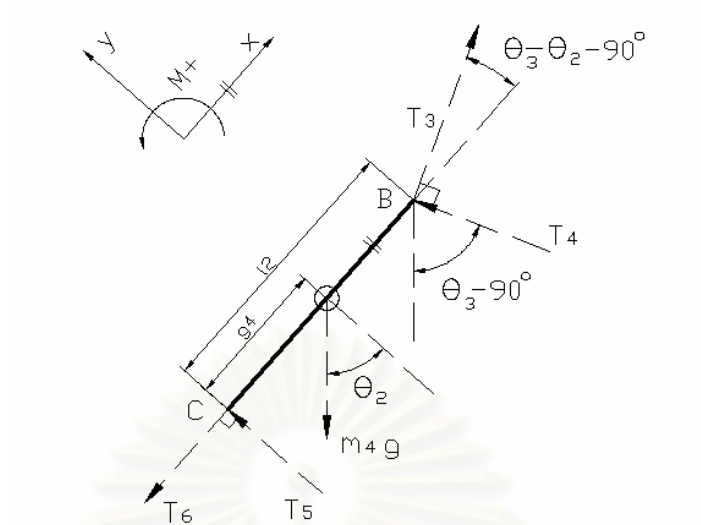
$$\sum M_B = 0; \quad T_1 l_3 - m_5 g (g_5 + l_3) \sin\left(\theta_3 - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$T_1 = -\frac{m_5 g c_3 (g_5 + l_3)}{l_3} \quad (3.3.2)$$

$$\sum F_x = 0; \quad m_5 g \cos\left(\theta_3 - \frac{\pi}{2}\right) + T_4 - T_2 = 0$$

$$T_2 = T_4 + m_5 g s_3 \quad (3.3.3)$$

ก้านต่อที่ 4



รูปที่ 3.3 รูปอย่างง่ายแสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่กระทำกับก้านต่อที่ 4

$$\sum M_B = 0; \quad T_5 l_2 - m_4 g (l_2 - g_4) \cos \theta_2 = 0$$

$$T_5 = \frac{m_4 g c_2 (l_2 - g_4)}{l_2} \quad (3.3.4)$$

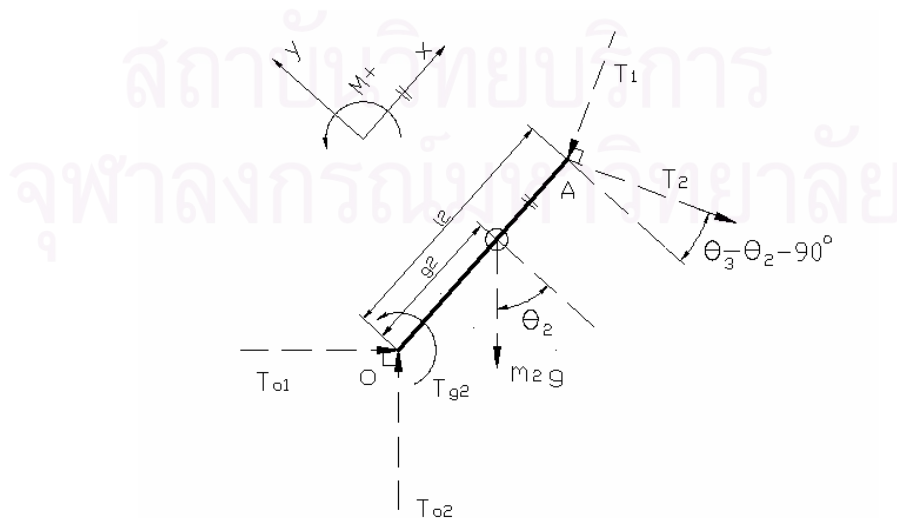
$$\sum M_C = 0; \quad T_4 l_2 \cos(\theta_3 - \theta_2 - \frac{\pi}{2}) + T_3 l_2 \sin(\theta_3 - \theta_2 - \frac{\pi}{2}) - m_4 g g_4 c_2 = 0$$

$$T_4 = \frac{m_4 g g_4 c_2 + T_3 l_2 \cos(\theta_3 - \theta_2)}{l_2 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \quad (3.3.5)$$

$$\sum F_x = 0; \quad T_3 \cos(\theta_3 - \theta_2 - \frac{\pi}{2}) - T_6 - T_4 \sin(\theta_3 - \theta_2 - \frac{\pi}{2}) - m_4 g s_2 = 0$$

$$T_6 = T_4 \cos(\theta_3 - \theta_2) + T_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) - m_4 g s_2 \quad (3.3.6)$$

ก้านต่อที่ 2



รูปที่ 3.4 รูปอย่างง่ายแสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่กระทำกับก้านต่อที่ 2

$$\sum M_{o_2} = 0;$$

$$T_{g_2} - m_2 g g_2 c_2 - T_2 l_2 \cos(\theta_3 - \theta_2 - \frac{\pi}{2}) - T_1 l_2 \sin(\theta_3 - \theta_2 - \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$T_{g_2} = m_2 g g_2 c_2 + T_2 l_2 \sin(\theta_3 - \theta_2) - T_1 l_2 \cos(\theta_3 - \theta_2) \quad (3.3.7)$$

แทนค่าสมการ (3.3.1) ในสมการ (3.3.5) ได้

$$T_4 = \frac{m_4 g g_4 l_3 c_2 - m_5 g g_5 l_2 \cos \theta_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)}{l_2 l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \quad (3.3.8)$$

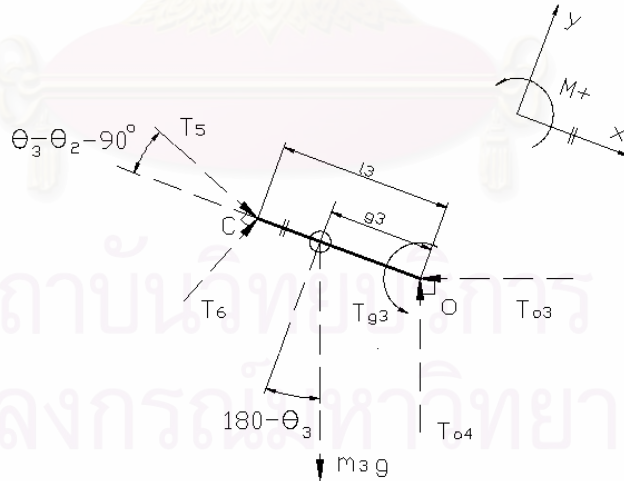
แทนค่าสมการ (3.3.8) ในสมการ (3.3.3) ได้

$$T_2 = \frac{m_4 g g_4 l_3 c_2 - m_5 g g_5 l_2 \cos \theta_3 \cos(\theta_3 - \theta_2) + m_5 g l_2 l_3 \sin \theta_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)}{l_2 l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \quad (3.3.9)$$

แทนค่าสมการ (3.3.2) และ (3.3.9) ในสมการ (3.3.7) แล้วจัดรูปใหม่ได้

$$T_{g_2} = (m_2 g g_2 + m_4 g g_4 + m_5 g l_2) \cdot c_2 \quad (3.3.10)$$

ก้านต่อที่ 3



รูปที่ 3.5 รูปอย่างง่ายแสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่กระทำกับก้านต่อที่ 3

$$\sum M_{o_3} = 0;$$

$$T_{g_3} - m_3 g g_3 \cos(\pi - \theta_3) + T_5 l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2 - \frac{\pi}{2}) - T_6 l_3 \cos(\theta_3 - \theta_2 - \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$T_{g_3} = m_3 g g_3 \cos \theta_3 + T_5 l_3 \cos(\theta_3 - \theta_2) + T_6 l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (3.3.11)$$

แทนค่าสมการ (3.3.1) และ (3.3.9) ในสมการ (3.3.6) ได้

$$T_6 = \frac{m_4 g g_4 l_3 c_2 - m_5 g g_5 l_2 \cos \theta_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)}{l_2 l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \cos(\theta_3 - \theta_2) - \frac{m_5 g g_5}{l_3} \cos \theta_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) - m_4 g s_2 \quad (3.3.12)$$

แทนค่าสมการ (3.3.4) และ (3.3.12) ในสมการ (3.3.11) แล้วจัดรูปใหม่ได้

$$T_{g3} = (m_3 g g_3 + m_4 g l_3 - m_5 g g_5) \cdot c_3 \quad (3.3.13)$$

ซึ่งจากสมการ (3.3.10) และ (3.3.13) เราสามารถเขียนแรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำที่ก้านต่อที่ 2 และ 3 ในรูปเมตริกได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_{g1} \\ \tau_{g2} \\ \tau_{g3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (m_2 g g_2 + m_4 g g_4 + m_5 g l_2) \cdot c_2 \\ (m_3 g g_3 + m_4 g l_3 - m_5 g g_5) \cdot c_3 \end{bmatrix} \quad (3.3.14)$$

3.4 แรงบิดเพิ่มเติม

เพื่อให้ได้สมการการเคลื่อนที่ที่ใกล้เคียงระบบจริงมากที่สุด ดังนั้นจึงต้องคิดแรงบิดอื่นๆ ที่กระทำกับก้านต่อด้วย ซึ่งแรงบิดอื่นที่มีผลกระทบต่อเคลื่อนที่ของแขนกลค่อนข้างมากได้แก่ แรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทานและแรงบิดเนื่องจากการทอดรอบของมอเตอร์ขับ ซึ่งสามารถหาค่าได้ดังนี้

3.4.1 แรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทาน

ในการเคลื่อนที่ย่อมมีแรงเสียดทานด้านการเคลื่อนที่ [1] ซึ่งแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเราสามารถแบ่งได้เป็นสองส่วนดังนี้

3.4.1.1 แรงเสียดทานเนื่องจากความหนืด (Viscous friction) เป็นแรงเสียดทานที่มีขนาดและทิศทางขึ้นอยู่กับขนาดของความเร็ว ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการในรูปของแรงบิดได้ดังนี้

$$\tau_{viscous} = \nu \cdot \dot{\theta}$$

3.4.1.2 แรงเสียดทานคูลอมบ์ (Coulomb friction) เป็นแรงเสียดทานที่เป็นค่าคงที่และมีทิศทางขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่ ซึ่งมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\tau_{coulomb} = c \cdot \text{sgn}(\dot{\theta})$$

จากแรงเสียดทานทั้งสองแบบ สามารถรวมเป็นแรงเสียดทานรวมของแต่ละก้านต่อได้ดังนี้

$$\tau_{fri} = (\tau_{viscous})_i + (\tau_{coulomb})_i$$

หรือ
$$\tau_{fri} = v_i \cdot \dot{\theta}_i + c_i \cdot \text{sgn}(\dot{\theta}_i) \quad (3.4.1)$$

โดยที่ τ_{fri} แทน แรงบิดเนื่องจากความเสียดทานที่กระทำกับก้านต่อที่ i

$(\tau_{viscous})_i$ แทน แรงเสียดทานเนื่องจากความหนืดของก้านต่อที่ i

$(\tau_{coulomb})_i$ แทน แรงเสียดทานคูลอมบ์ของก้านต่อที่ i

v_i แทน สัมประสิทธิ์ของความหนืดของก้านต่อที่ i

c_i แทน สัมประสิทธิ์คูลอมบ์ของก้านต่อที่ i

จากสมการ (3.4.1) เราสามารถเขียนแรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทานของทั้งสามก้านต่อได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_{fr1} \\ \tau_{fr2} \\ \tau_{fr3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \dot{\theta}_1 + c_1 \cdot \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ v_2 \dot{\theta}_2 + c_2 \cdot \text{sgn}(\dot{\theta}_2) \\ v_3 \dot{\theta}_3 + c_3 \cdot \text{sgn}(\dot{\theta}_3) \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

3.4.2 แรงบิดเนื่องจากการทดรอบของมอเตอร์ขับ

เนื่องจากการทดรอบมอเตอร์ขับแบบเพิ่มแรงบิด โดยอัตราทดที่ใช้คือ 1:100 (มอเตอร์ขับทุกตัวมีอัตราทดเท่ากัน) จึงทำให้ผลกระทบจากความเฉื่อยของตัวมอเตอร์ขับมีมากขึ้น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาแบบสมการของผลกระทบนี้ ซึ่งสามารถหาได้จากสมการ [1] ดังนี้

$$\tau_{mi} = n_{mi}^2 (I_{mi} \ddot{\theta}_i + v_{mi} \dot{\theta}_i) \quad (3.4.3)$$

โดยที่ τ_{mi} แทน แรงบิดเนื่องจากการทดรอบของมอเตอร์ขับตัวที่ i

I_{mi} แทน ความเฉื่อยของมอเตอร์ขับตัวที่ i

v_{mi} แทน สัมประสิทธิ์ของความหนืดของมอเตอร์ขับตัวที่ i

n_{mi} แทน อัตราทดของมอเตอร์ขับตัวที่ i

จากสมการ (3.4.3) เราสามารถเขียนแรงบิดเนื่องจากการใช้เฟืองทดของมอเตอร์ขับเคลื่อนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_{m1} \\ \tau_{m2} \\ \tau_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{m1}^2 I_{m1} \ddot{\theta}_1 + n_{m1}^2 v_{m1} \dot{\theta}_1 \\ n_{m2}^2 I_{m2} \ddot{\theta}_2 + n_{m2}^2 v_{m2} \dot{\theta}_2 \\ n_{m3}^2 I_{m3} \ddot{\theta}_3 + n_{m3}^2 v_{m3} \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

3.5 สมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจุฬา 3 ในรูปของแรงบิดแบบสมบูร์น

จากสมการ (3.2.19), (3.3.14), (3.4.2), (3.4.4) เมื่อจัดรูปใหม่แล้ว สามารถนำมาหาสมการเคลื่อนที่ของแขนกลจุฬา 3 ในรูปของแรงบิดแบบสมบูร์นได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{12} & H_{22} & H_{23} \\ H_{13} & H_{23} & H_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 & \frac{\partial H_{12}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 & \frac{\partial H_{13}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 & 0 & \frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_1 & \frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \tau_{g1} \\ \tau_{g2} \\ \tau_{g3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{fr1} \\ \tau_{fr2} \\ \tau_{fr3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{m1} \\ \tau_{m2} \\ \tau_{m3} \end{bmatrix} \quad (3.5.1)$$

- โดยที่ τ_i แทน แรงบิดที่ใส่ให้กับก้านต่อที่ i
 τ_{gi} แทน แรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำกับก้านต่อที่ i
 τ_{fri} แทน แรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทานที่กระทำกับก้านต่อที่ i
 τ_{mi} แทน แรงบิดเนื่องจากการทดรอบของมอเตอร์ขับเคลื่อนที่ i

เมื่อ

$$\begin{bmatrix} \tau_{g1} \\ \tau_{g2} \\ \tau_{g3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (m_2 g g_2 + m_4 g g_4 + m_5 g l_2) \cdot c_2 \\ (m_3 g g_3 + m_4 g l_3 - m_5 g g_5) \cdot c_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{fr1} \\ \tau_{fr2} \\ \tau_{fr3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_2 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \cdot \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ c_2 \cdot \text{sgn}(\dot{\theta}_2) \\ c_3 \cdot \text{sgn}(\dot{\theta}_3) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{m1} \\ \tau_{m2} \\ \tau_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{m1}^2 I_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & n_{m2}^2 I_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & n_{m3}^2 I_{m3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{m1}^2 v_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & n_{m2}^2 v_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & n_{m3}^2 v_{m3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
H_{11} = & (b_2^2 + g_2^2 c_2^2) \cdot m_2 + (b_3^2 + g_3^2 c_3^2) \cdot m_3 + [(b_3 - b_4)^2 + g_4^2 c_2^2 + l_3^2 c_3^2 + 2g_4 l_3 c_2 c_3] \cdot m_4 \\
& + [(b_2 - b_5)^2 + l_2^2 c_2^2 + g_5^2 c_3^2 - 2g_5 l_2 c_2 c_3] \cdot m_5 + I_{zz1} + I_{xx2} + I_{xx3} + I_{xx4} + I_{xx5} \\
& + (I_{yy2} + I_{yy4} - I_{xx2} - I_{xx4}) \cdot c_2^2 + (I_{yy3} + I_{yy5} - I_{xx3} - I_{xx5}) \cdot c_3^2 + I_{xy5} \sin(2\theta_3)
\end{aligned}$$

$$H_{22} = m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2 + I_{zz2} + I_{zz4}$$

$$H_{33} = m_3 g_3^2 + m_4 l_3^2 + m_5 g_5^2 + I_{zz3} + I_{zz5}$$

$$H_{12} = [m_2 b_2 g_2 + m_4 b_4 g_4 - m_4 b_3 g_4 + m_5 b_2 l_2 - m_5 b_5 l_2] \cdot s_2$$

$$H_{13} = [-m_3 b_3 g_3 - m_4 b_3 l_3 + m_4 b_4 l_3 + m_5 b_5 g_5 - m_5 b_2 g_2 + I_{xz5}] \cdot s_3 + I_{yz5} c_3$$

$$H_{23} = (m_4 g_4 l_3 - m_5 g_5 l_2) \cdot c_{32}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_2} = & -(m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2 + I_{yy2} - I_{xx2} + I_{yy4} - I_{xx4}) \cdot \sin(2\theta_2) \\
& - (m_4 g_4 l_3 - m_5 g_5 l_2) \cdot 2s_2 c_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_{11}}{\partial \theta_3} = & -(m_3 g_3^2 + m_4 l_3^2 + m_5 g_5^2 + I_{yy3} - I_{xx3} + I_{yy5} - I_{xx5}) \cdot \sin(2\theta_2) \\
& - (m_4 g_4 l_3 - m_5 g_5 l_2) \cdot 2c_2 s_3 + 2I_{xy5} \cos(2\theta_3)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial H_{12}}{\partial \theta_2} = (m_2 b_2 g_2 + m_4 b_4 g_4 - m_4 b_3 g_4 + m_5 b_2 l_2 - m_5 b_5 l_2) \cdot c_2$$

$$\frac{\partial H_{13}}{\partial \theta_3} = (-m_3 b_3 g_3 - m_4 b_3 l_3 + m_4 b_4 l_3 + m_5 b_5 g_5 - m_5 b_2 g_2 + I_{xz5}) \cdot c_3 - I_{yz5} s_3$$

$$\frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_2} = (m_4 g_4 l_3 - m_5 g_5 l_2) \cdot s_{32}$$

$$\frac{\partial H_{23}}{\partial \theta_3} = -(m_4 g_4 l_3 - m_5 g_5 l_2) \cdot s_{32}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ทฤษฎีการหาค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์

วิธีการที่ใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์ (On-line parameters identification) นั้น เป็นวิธีที่สร้างขึ้นเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของระบบที่เราต้องการโดยการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์จะทำในขณะที่ระบบกำลังเคลื่อนที่ ซึ่งมีผลดีคือหาค่าพารามิเตอร์ได้มีการเปลี่ยนแปลงขณะทำการทดลองเราก็จะสามารถรู้ได้ทันที โดยที่ค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการหา นั้นอาจจะเป็นความเฉื่อย (Inertia tensor), ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวล (Position of center-of-mass), แรงเสียดทาน (Friction) หรืออาจเป็นกลุ่มของตัวแปรก็ได้ ซึ่งวิธีการที่เสนอมียู่ 2 วิธี คือ 1) วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า (Input error method) และ 2) วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก (Output error method)

ในการหาค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีจำเป็นต้องจัดรูปสมการการเคลื่อนที่ (Dynamic model) ของแขนกลให้อยู่ในรูปของแรงบิดและเป็นแบบจำลองเชิงเส้น (Linear model) ซึ่งรูปแบบโดยทั่วไปของสมการการเคลื่อนที่ที่สามารถจัดได้ดังนี้

$$\tau = H(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + G(q) \quad (4.1)$$

โดยที่ q, \dot{q}, \ddot{q} แทน เมตริกซ์ของตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งของก้านต่อต่างๆ ที่วัดค่าได้ตามลำดับ มีมิติ $m \times 1$

τ แทน เมตริกซ์ของแรงบิด มีมิติ $m \times 1$

$H(q)$ แทน เมตริกซ์ของความเฉื่อย (Inertia matrix) มีมิติ $m \times m$

$C(q, \dot{q})$ แทน เมตริกซ์ของแรงบิดโคลิโอลิซและเซ็นติพิทริล (Coriolis and centripetal torque matrix) มีมิติ $m \times m$

$G(q)$ แทน เมตริกซ์ของแรงบิดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (Gravitational torque matrix) มีมิติ $m \times 1$

m แทน จำนวนของสัญญาณเข้า (Input)

n แทน จำนวนของพารามิเตอร์

รูปแบบของสมการการเคลื่อนที่ (4.1) นั้นจะเห็นว่า มีลักษณะเป็นสมการไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear) แต่เราสามารถดัดแปลงรูปแบบของสมการ 4.1 นี้ให้อยู่ในรูปแบบของสมการเชิงเส้น (Linear) ได้ดังแสดงในด้านขวามือของสมการที่ 4.2 ดังนี้

$$\tau = H(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \cdot a \quad (4.2)$$

โดยที่ a แทน เมตริกของค่าพารามิเตอร์ของแขนกล มีมิติ $n \times 1$

$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ แทน เมตริกสัญญาณ (Signal matrix) ของแขนกล มีมิติ $m \times n$

จากเทอมกลางของสมการ (4.2) เราสามารถจัดกลุ่มเทอมต่าง ๆ ของสมการออกมาอยู่ในรูปแบบของผลคูณของเมตริกค่าพารามิเตอร์กับเมตริกสัญญาณ (Signal matrix) ซึ่งจะเห็นว่าค่าตัวแปรของเมตริกสัญญาณนี้คือค่าตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งของข้อต่อของแขนหุ่นยนต์ ซึ่งค่าตำแหน่งและความเร็วเราสามารถวัดได้โดยการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้ (Sensor) ที่ข้อต่อของแขนหุ่นยนต์ ส่วนค่าความเร่งเราไม่สามารถวัดได้โดยตรง ดังนั้นเราจะใช้วิธีการหาความเร่งอ้างอิง (Reference acceleration) ซึ่งจะกล่าวต่อไป ส่วนเมตริกของค่าพารามิเตอร์ของระบบนั้นขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ของแขนหุ่นยนต์ เช่น ขนาด ความเฉื่อย และน้ำหนักของตัวหุ่นยนต์ เป็นต้น โดยปกติแล้วค่าพารามิเตอร์เหล่านี้จะมีค่าคงที่ แต่อาจจะมีค่าไม่ถูกต้องแม่นยำ ทั้งนี้เนื่องจากพารามิเตอร์ในเมตริกหลายตัวที่เราไม่สามารถวัดได้หรือวัดได้เพียงค่าประมาณ เช่นค่าความเฉื่อยของชุดเฟืองทด ความยาวแขนของแต่ละข้อต่อของแขนหุ่นยนต์ และตำแหน่งจุดศูนย์กลางของมวล เป็นต้น ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้นำเสนอวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์วิธีการต่าง ๆ เพื่อหาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้

ในการทดลองจริงการนำค่าของความเร่งและความเร็วมาใช้ ถ้าหากไม่สามารถวัดได้โดยตรงและเวลาการซักรหัสข้อมูล (Sampling time) มีขนาดเล็กพอ ค่าของความเร่งและความเร็วที่ได้จากการหาอนุพันธ์ (Differential) จากตำแหน่งจะมีความคลาดเคลื่อนได้มาก โดยเฉพาะความเร่งที่ ดังนั้นเพื่อลดปัญหานี้จึงใช้ค่าความเร็วอ้างอิง (Reference velocity) และความเร่งอ้างอิง (Reference acceleration), [4] แทนความเร็วและความเร่งค่าจริง โดยจะแทนเฉพาะค่าหลักเท่านั้น ซึ่งสามารถหาได้ดังนี้

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda \tilde{q} \quad (4.3)$$

$$\ddot{q}_r = \ddot{q}_d - \Lambda \dot{\tilde{q}} \quad (4.4)$$

เมื่อ $\tilde{q} = q - q_d$

และ $\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d$

- โดยที่ Λ แทน ค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมและมีค่าเป็นบวกเสมอ
- $\tilde{q}, \tilde{\dot{q}}$ แทน เมตริกความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งและความเร็วตามลำดับ มีมิติ $m \times 1$
- \dot{q}_r, \dot{q}_r แทน เมตริกของความเร็วอ้างอิงและความเร่งอ้างอิงตามลำดับ มีมิติ $m \times 1$
- $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ แทน เมตริกของตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งที่ต้องการตามลำดับ มีมิติ $m \times 1$

เนื่องจากได้เปลี่ยนมาใช้ค่าอ้างอิงแทน สมการ (4.2) จึงสามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$H(q) \cdot \ddot{q}_r + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}_r + G(q) = Y_r(q, \dot{q}, \ddot{q}_r) \cdot a \tag{4.4}$$

โดยที่ $Y_r(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)$ แทน เมตริกสัญญาณแบบใช้ค่าอ้างอิง มีมิติ $m \times n$

จากสมการ (4.3), (4.4) เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งและความเร็วในการควบคุมเป็นศูนย์จะได้ว่า

$$\dot{q} = \dot{q}_r = \dot{q}_d$$

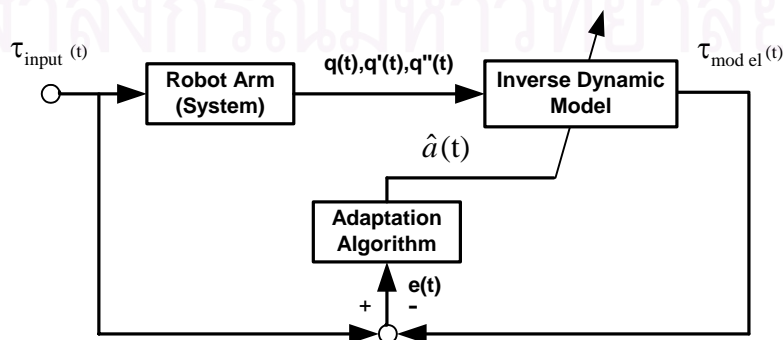
และ $\ddot{q} = \ddot{q}_r = \ddot{q}_d$

ซึ่งจะได้ $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = Y_r(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)$ (4.5)

จะเห็นว่าผลกระทบของการใช้เมตริกสัญญาณแบบใช้ค่าอ้างอิง (Y_r) แทนเมตริกสัญญาณ (Y) จะมีน้อยเมื่อการควบคุมมีค่าความคลาดเคลื่อนของการติดตาม (Tracking error) น้อย

4.1 วิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า

หลักการของวิธีนี้คือ นำเอาค่าความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า ซึ่งในที่นี้คือ ความคลาดเคลื่อนของแรงบิด (Torque) ที่ใส่ให้กับระบบจริงกับแรงบิดที่คำนวณได้จากสมการ การเคลื่อนที่ย้อนกลับ (Inverse Dynamic Model) ไปทำการคำนวณเพื่อปรับเปลี่ยนค่าของ พารามิเตอร์ ($\hat{a}(t)$) เป็นค่าใหม่จนได้ค่าที่มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แผนผังวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า

โดยที่ $\tau_{input}(t)$ แทน แรงบิดที่ใส่ให้กับระบบ

$\tau_{model}(t)$ แทน แรงบิดที่คำนวณได้จากแบบจำลอง

4.1.1 ขั้นตอนในการปรับค่าพารามิเตอร์โดยใช้ความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า

สำหรับขั้นตอนในการปรับค่าพารามิเตอร์ (Adaptation algorithm) เพื่อเข้าสู่ค่าจริงโดยใช้ความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้านั้นมีอยู่หลายวิธี โดยในงานวิจัยนี้จะนำเสนอตัวประมาณค่าแบบวิธียกกำลังสองน้อยที่สุดพร้อมด้วยตัวประกอบการลืมค่าเก่าแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Least-Squares with Exponential Forgetting Factor Estimator) ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้ได้ดี [4] โดยวิธีนี้จะทำการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบโดยหาจากค่าต่ำสุดของค่าความแตกต่างของแรงบิดจริงกับค่าที่ได้จากแบบจำลองแล้วนำผลต่างมายกกำลังสองคูณกับเทอมเอกซ์โพเนนเชียลของตัวประกอบการลืมค่าเก่า (Exponential Forgetting Factor Term) ซึ่งสามารถเขียนแสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$J = \int_0^t \exp\left[-\int_s^t \lambda(r) dr\right] \|y(s) - W(s) \cdot \hat{a}(t)\|^2 ds \quad (4.1.1.1)$$

เมื่อ $y(s) = W(s) \cdot a \quad (4.1.1.2)$

โดยที่ J แทน ผลรวมของค่าทำนายความคลาดเคลื่อน (Total Prediction Error)

a แทน เมตริกของค่าพารามิเตอร์จริง มีมิติ $n \times 1$

$\hat{a}(t)$ แทน เมตริกของค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้ มีมิติ $n \times 1$

$\lambda(r)$ แทน ตัวประกอบการลืมค่าเก่า (Forgetting Factor) เป็นจำนวนจริง

$W(s)$ แทน เมตริกสัญญาณ (Signal Matrix) ของระบบมีมิติ $m \times n$

$y(s)$ แทน เมตริกของสัญญาณเข้า มีมิติ $m \times 1$

r, s แทน ตัวแปรที่ขึ้นอยู่กับเวลา

ซึ่งผลรวมของค่าทำนายความคลาดเคลื่อนจะมีค่าต่ำที่สุดเมื่อค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้เป็นไปตามสมการดังต่อไปนี้

$$\left[\int_0^t \exp\left[-\int_s^t \lambda(r) dr\right] W^T(s) W(s) ds \right] \cdot \hat{a}(t) = \int_0^t \exp\left[-\int_s^t \lambda(r) dr\right] W^T(s) y(s) ds \quad (4.1.1.3)$$

กำหนดให้ $P^{-1}(t) = \int_0^t \exp\left[-\int_s^t \lambda(r) dr\right] W^T(s) W(s) ds \quad (4.1.1.4)$

จากสมการ (4.1.1.4) หาอนุพันธ์เทียบกับเวลาได้

$$\frac{d}{dt}[P^{-1}(t)] = -\lambda(t) \cdot P^{-1}(t) + W^T(t)W(t) \quad (4.1.1.5)$$

แทนค่าสมการ (4.1.1.2) และ (4.1.1.4) ในสมการ (4.1.1.3) ได้

$$P^{-1}(t) \cdot \hat{a}(t) = \int_0^t e^{-\int_s^t \lambda(r) dr} W^T(s)W(s) \cdot a \cdot ds \quad (4.1.1.6)$$

จากสมการ (4.1.1.6) หาอนุพันธ์เทียบกับเวลาได้

$$P^{-1}(t) \cdot \dot{\hat{a}}(t) + \frac{d}{dt}[P^{-1}(t)] \cdot \hat{a}(t) = -\lambda(t) \cdot P^{-1}(t) \cdot a + W^T(t)W(t) \cdot a \quad (4.1.1.7)$$

แทนค่าสมการ (4.1.1.5) ในสมการ (4.1.1.6) แล้วจัดรูปใหม่ได้

$$\dot{\hat{a}}(t) = -P(t) \cdot W^T(t) \cdot e(t) \quad (4.1.1.8)$$

$$e(t) = W(t) \cdot \hat{a}(t) - y(t) \quad (4.1.1.9)$$

โดยที่ $P(t)$ แทน เมตริกเกนของตัวประมาณค่า (Estimator Gain Matrix) มีมิติ $n \times n$

$e(t)$ แทน เมตริกของค่าความคลาดเคลื่อนของแรงบิดที่ได้จากแบบจำลองกับแรงบิดที่ใส่ให้กับระบบจริง มีมิติ $m \times 1$

จาก $P(t) \cdot P^{-1}(t) = I$

หาอนุพันธ์เทียบกับเวลาได้

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) \cdot P^{-1}(t) + P(t) \cdot \frac{d}{dt}[P^{-1}(t)] &= 0 \\ \dot{P}(t) &= -P(t) \cdot \frac{d}{dt}[P^{-1}(t)] \cdot P(t) \end{aligned} \quad (4.1.1.10)$$

แทนค่าสมการ (4.1.1.5) ในสมการ (4.1.1.10) จะได้ว่า

$$\dot{P}(t) = \lambda(t) \cdot P(t) - P(t) \cdot W^T(t) \cdot W(t) \cdot P(t) \quad (4.1.1.11)$$

สำหรับค่าตัวประกอบการลืมค่าเก่า (Forgetting Factor) เราสามารถกำหนดเป็นค่าคงที่ได้ แต่เนื่องจากเมื่อเวลาผ่านไปค่าของเมตริกเกนของตัวประมาณค่าจะมีค่าลดลง (ในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์ผู้เข้าหาค่าจริง) ดังนั้นเพื่อให้ค่าพารามิเตอร์ผู้เข้าหาค่าด้วยความเร็วคงที่ที่เราจะกำหนดให้ตัวประกอบการลืมค่าเก่ามีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเมตริกเกนของตัวประมาณค่าลดลงโดยกำหนดเป็นฟังก์ชันดังนี้

$$\lambda(t) = \lambda_0 \left(1 - \frac{\|P(t)\|}{k_0}\right) \quad (4.1.1.12)$$

เมื่อ λ_0 และ k_0 เป็นค่าคงที่ค่าบวก

$$\text{และ } \|P(0)\| \leq k_0$$

เนื่องจากระบบที่ทำการวิจัยคือแขนกลและใช้เมตริกสัญญาณอ้างอิงแทนดังนั้นจะได้ว่า

$$W(q, \dot{q}, \ddot{q}) = Y_r(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (4.1.1.13)$$

แทนสมการ (4.1.1.13) ในสมการ (4.1.1.8), (4.1.1.9), (4.1.1.11) ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$\dot{\hat{a}}(t) = -P(t) \cdot Y_r^T(t) \cdot e(t) \quad (4.1.1.14)$$

$$e(t) = Y_r(t) \cdot \hat{a}(t) - y(t) \quad (4.1.1.15)$$

$$\dot{P}(t) = \lambda(t) \cdot P(t) - P(t) \cdot Y_r^T(t) \cdot Y_r(t) \cdot P(t) \quad (4.1.1.16)$$

จากสมการ (4.1.1.14), (4.1.1.15), (4.1.1.16) สามารถนำไปใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ได้

4.1.2 ตัวควบคุมสำหรับวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า

ขั้นตอนต่อไปก็คือการเลือกกฎการควบคุม (Control law) ซึ่งกฎการควบคุมที่เลือกใช้ก็คือ

$$\tau_{input} = \hat{H}(q) \cdot \ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_D s \quad (4.1.2.1)$$

$$\text{หรือ } \tau_{input} = Y \hat{a} - K_D s \quad (4.1.2.2)$$

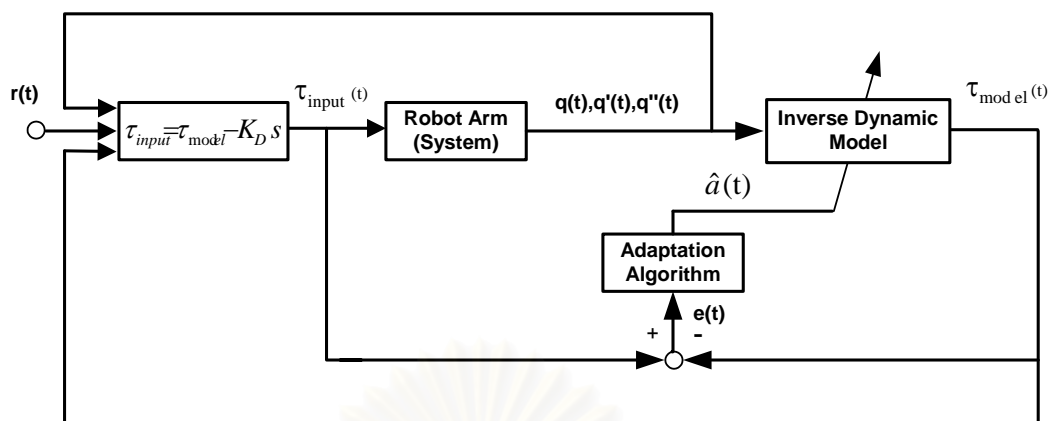
$$\text{เมื่อ } s = \dot{q} - \dot{q}_r \quad (4.1.2.3)$$

โดยที่ τ_{input} แทน แรงบิดที่ใส่ให้กับระบบ มีมิติ mx1

$s(t)$ แทน ผลรวมของค่าความคลาดเคลื่อนของการติดตาม (Combined tracking error) เป็นเมตริก มีมิติ mx1

K_D แทน เมตริกเกน (Gain matrix) ของการควบคุม เป็นค่าคงที่ค่าบวก มีมิติ mxm

สาเหตุที่เลือกกฎการควบคุมแบบนี้เพราะว่าเราสามารถนำค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้มาใช้ได้โดยตรง และถ้าแบบจำลองที่ใช้ใกล้เคียงกับระบบจริงก็จะทำให้ผลรวมของค่าความคลาดเคลื่อนของการติดตามก็จะมีค่าน้อยด้วย ซึ่งแผนผังการควบคุมและหาพารามิเตอร์ด้วยวิธีนี้แสดงดังรูปที่ 4.2 สำหรับการวิเคราะห์การลู่เข้าของการติดตาม (Tracking convergence analysis) สามารถดูได้จาก [4]



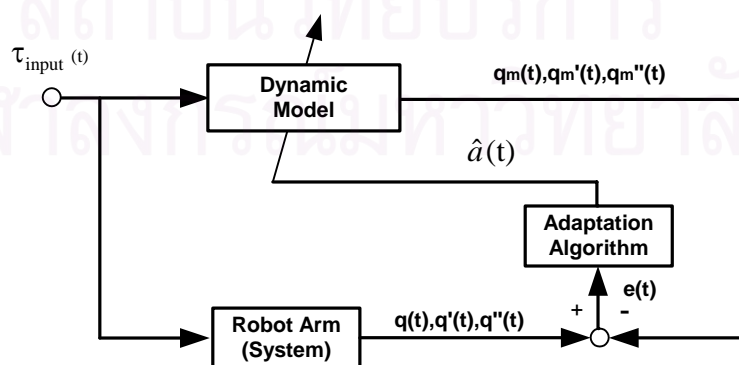
รูปที่ 4.2 แผนผังการควบคุมและหาค่าพารามิเตอร์แบบวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า

โดยที่ $r(t)$ แทน ตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งที่ต้องการ

หมายเหตุ เนื่องจากวิธีการนี้ขึ้นตอนในการปรับค่าพารามิเตอร์และกฎการควบคุมไม่ขึ้นต่อกัน ดังนั้นวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบนี้จึงสามารถใช้ได้ดีกับการหาค่าพารามิเตอร์ทั้งแบบออนไลน์และออฟไลน์ (Off-line parameters identification)

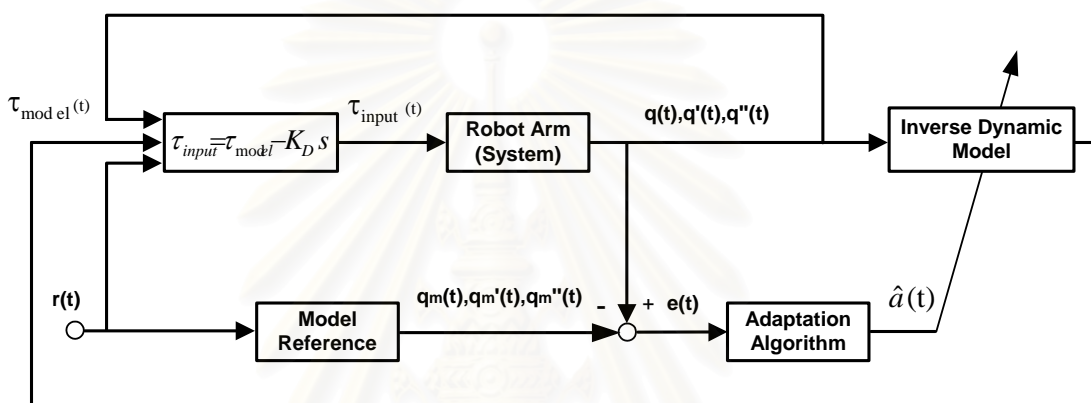
4.2 วิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

หลักการของวิธีนี้คือ นำเอาค่าความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก ซึ่งในที่นี้ก็คือค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งที่วัดได้จริงกับค่าที่คำนวณได้จากสมการการเคลื่อนที่ (Dynamic Model) ไปทำการคำนวณและปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ของระบบเป็นค่าใหม่จนได้ค่าที่มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ดังแสดงในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 แผนผังวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

จากรูปที่ 4.3 จะเห็นว่าต้องทำการคำนวณหาตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง จากสมการการเคลื่อนที่โดยตรง ซึ่งทำได้ยุ่งยากและต้องใช้เวลาในการคำนวณมาก โดยเฉพาะในระบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear System) จึงนิยมใช้วิธีการอื่นในการหาค่าของตำแหน่งและความเร็ว โดยในงานวิจัยนี้จะนำเสนอวิธีการควบคุมแบบปรับค่าได้โดยใช้แบบจำลองอ้างอิง (Model Reference Adaptive Control - MRAC) ซึ่งเป็นวิธีการควบคุมที่ใช้ได้ดี [4], [10], [20] และยังสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ไปพร้อมกันได้ โดยหลักการของวิธีการควบคุมแบบนี้คือนำเอาผลรวมของค่าความคลาดเคลื่อนของการติดตามมาใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 แผนผังวิธีการควบคุมแบบปรับค่าได้โดยใช้แบบจำลองอ้างอิง

จากรูปที่ 4.4 จะเห็นว่าเราไม่จำเป็นต้องใช้สมการการเคลื่อนที่ในการหาค่าของตำแหน่งและความเร็วโดยตรง แต่เราจะนำค่ามาจากตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งที่ต้องการที่ผ่านแบบจำลองอ้างอิงแทน ซึ่งประโยชน์ของการใช้แบบจำลองอ้างอิงก็คือสามารถกำหนดรูปแบบของการตอบสนองของระบบได้ แต่ในงานวิจัยนี้ต้องการเน้นที่การหาค่าพารามิเตอร์ดังนั้นจึงกำหนดให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองอ้างอิงเป็น 1 ตลอดงานวิจัยนี้ ซึ่งจะได้

$$q_m = q_d, \quad \dot{q}_m = \dot{q}_d, \quad \ddot{q}_m = \ddot{q}_d$$

สำหรับขั้นตอนในการปรับค่าพารามิเตอร์จะใช้ทฤษฎีบทประกอบ (Lemma) ต่อไปนี้ช่วย

ทฤษฎีบทประกอบ 4.2.1

เมื่อ
$$e(t) = H(p)[k\phi^T(t)v(t)] \quad (4.2.1)$$

ถ้า
$$\dot{\phi}(t) = -\text{sgn}(k)\gamma e v(t) \quad (4.2.2)$$

จะได้ว่าค่าของ $e(t)$ และ $\phi(t)$ จะอยู่ในขอบเขตจำกัดทั้งหมดทุกค่า (Globally bound) และถ้า $v(t)$ อยู่ในขอบเขตจำกัด (bound) ด้วยจะได้ว่า

$$e(t) \rightarrow 0 \quad \text{เมื่อ} \quad t \rightarrow \infty$$

โดยที่ $e(t)$ แทน ความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก
 $H(p)$ แทน ฟังก์ชันถ่ายโอนที่เป็นจำนวนจริงบวก (Positive real transfer function)
 p แทน ตัวแปรลาปลาซ (Laplace variable)
 k แทน ค่าคงที่ที่ไม่รู้ค่า แต่รู้เครื่องหมาย (Known sign)
 $\phi(t)$ แทน เวกเตอร์ของฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กัเวลา มีมิติ $n \times 1$
 $v(t)$ แทน เวกเตอร์ที่สามารถวัดค่าได้ มีมิติ $n \times 1$
 γ แทน ค่าคงที่ค่าบวก

จากทฤษฎีบทประกอบข้างต้นจะเห็นว่าเราสามารถทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก ($e(t)$) เป็นศูนย์ได้ โดยไม่จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันถ่ายโอน ($H(p)$) และค่าที่แน่นอนของ k ซึ่งก่อนที่เราจะใช้ทฤษฎีบทประกอบ 4.2.1 ได้ต้องทำการเลือกกฎการควบคุมก่อน

4.2.1 ตัวควบคุมสำหรับวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

กฎการควบคุมที่เลือกจะใช้จะเหมือนกับวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก ด้วยเหตุผลเดียวกัน ซึ่งสมการก็คือ

$$\tau_{input} = \hat{H}(q) \cdot \ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_D s \quad (4.2.1.1)$$

4.2.2 ขั้นตอนในการปรับค่าพารามิเตอร์โดยใช้ความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

สำหรับขั้นตอนในการปรับค่าพารามิเตอร์นั้นเราจะใช้ทฤษฎีบทประกอบ 4.2.1 ร่วมกับกฎการควบคุมที่ได้เลือกไว้ ซึ่งมีวิธีการดังนี้

จากสมการ (4.1) เป็นแรงบิดที่ใส่ให้กับระบบ ส่วนสมการ (4.2.1.1) เป็นแรงบิดที่ใส่ให้กับระบบที่คำนวณได้จากตัวควบคุม ซึ่งแรงบิดจากสมการ (4.1) และ (4.2.1.1) มีค่าเท่ากัน แทนสมการ (4.1) ในสมการ (4.2.1.1) จะได้

$$H(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + G(q) = \hat{H}(q) \cdot \ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + \hat{G}(q) - K_D s \quad (4.2.2.1)$$

จากสมการ (4.1.2.3) ได้ว่า

$$\dot{q} = s + \dot{q}_r \quad (4.2.2.2)$$

หาค่าอนุพันธ์สมการ (4.2.2.2) ได้

$$\ddot{q} = \dot{s} + \ddot{q}_r \quad (4.2.2.3)$$

แทนสมการ (4.2.2.2) และ (4.2.2.3) ในสมการ (4.2.2.1) ได้

$$H(q) \cdot (\dot{s} + \ddot{q}_r) + C(q, \dot{q}) \cdot (s + \dot{q}_r) + G(q) = \hat{H}(q) \cdot \ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_D s$$

จัดรูปสมการใหม่ได้

$$H(q) \cdot \dot{s} + (C(q, \dot{q}) + K_D) \cdot s = \tilde{H}(q) \cdot \ddot{q}_r + \tilde{C}(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}_r + \tilde{G}(q) \quad (4.2.2.4)$$

เมื่อ $\tilde{H}(q) = \hat{H}(q) - H(q)$

$$\tilde{C}(q, \dot{q}) = \hat{C}(q, \dot{q}) - C(q, \dot{q})$$

$$\tilde{G}(q) = \hat{G}(q) - G(q)$$

ซึ่งสามารถเขียนสมการ (4.2.2.4) ให้ในรูปของแบบจำลองเชิงเส้นได้ดังนี้

$$H(q) \cdot \dot{s} + (C(q, \dot{q}) + K_D) \cdot s = Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \cdot \tilde{a}(t) \quad (4.2.2.5)$$

เมื่อ $\tilde{a}(t) = \hat{a}(t) - a$

โดยที่ $\tilde{a}(t)$ แทน เมตริกซ์ของค่าความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ของระบบที่ประมาณค่าได้ กับพารามิเตอร์ของระบบค่าจริง มีมิติ $n \times 1$

จากสมการ (4.2.2.5) เขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนโดยใช้การแปลงลาปลาซ (Laplace transform) ช่วย จะได้

$$s(t) = \frac{H^{-1}}{p + (C + K_D) \cdot H^{-1}} \cdot [Y \cdot \tilde{a}(t)] \quad (4.2.2.6)$$

เทียบสมการ (4.2.2.6) กับสมการ (4.2.1) จะเห็นว่ารูปแบบใกล้เคียงกัน ซึ่งจากทฤษฎีบทประกอบ 4.2.1 โดยใช้สมการ (4.2.2) เราสามารถหาสมการเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ดังนี้

$$\dot{\hat{a}}(t) = -\Gamma Y^T s(t) \quad (4.2.2.7)$$

เมื่อ $\ddot{\hat{a}}(t) = \dot{\hat{a}}(t)$

โดยที่ Γ แทน เมตริกเกนของตัวประมาณค่า เป็นค่าคงที่ค่าบวก มีมิติ $n \times n$

หมายเหตุ เนื่องจากวิธีการนี้ขึ้นตอนในการปรับค่าพารามิเตอร์ได้มาจากกฎการควบคุม ดังนั้นวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบนี้จึงไม่เหมาะกับการหาค่าพารามิเตอร์แบบออฟไลน์แต่สามารถใช้ได้ดีกับการหาค่าพารามิเตอร์แบบออนไลน์

4.3 การวิเคราะห์การลู่เข้าของค่าพารามิเตอร์ (Parameters convergence analysis)

ในการที่จะทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ลู่เข้าหาค่าจริงนั้นต้องประกอบด้วยเงื่อนไขที่สำคัญ 3 ส่วน คือ

4.3.1 ภาวะเริ่มต้น (Initial condition) ได้แก่ค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์และค่าเริ่มต้นของเมตริกเกนของตัวประมาณค่า ควรเลือกให้เหมาะสม เช่นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ไม่ควรแตกต่างจากค่าจริงมากเกินไป ส่วนเมตริกเกนของตัวประมาณค่าถ้ามีค่ามากก็จะทำให้ค่าพารามิเตอร์ลู่เข้าได้เร็วขึ้น แต่ถ้ามากเกินไปก็อาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้ (Unstable) และถ้าน้อยเกินไปค่าพารามิเตอร์ก็อาจจะไม่สามารถลู่เข้าหาค่าจริงได้

4.3.2 สัญญาณเข้า (Input signals) สัญญาณเข้าที่เลือกใช้ต้องเป็นสัญญาณกระตุ้นยืนที่ (Persistent excitation) [4], [10], [17], [18] ซึ่งส่วนนี้เป็นส่วนที่สำคัญมาก สำหรับเงื่อนไขของสัญญาณเข้าที่จะทำให้เกิดการกระตุ้นยืนที่นั้นสามารถหาได้จากวิธีการดังนี้

ในการหาค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีใช้กฎการควบคุมแบบเดียวกัน ซึ่งจะได้แรงบิดที่ใส่ให้กับระบบที่คำนวณได้จากตัวควบคุมคือ

$$\tau_{input} = \hat{H}(q) \cdot \ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_D s \quad (4.3.2.1)$$

ส่วนแรงบิดที่ใส่ให้กับระบบในรูปของพารามิเตอร์ค่าจริงคือ

$$\tau_{input} = H(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + G(q) \quad (4.3.2.2)$$

ซึ่งแรงบิดจากสมการ (4.3.2.1) และ (4.3.2.2) มีค่าเท่ากัน และจากหัวข้อ 4.2.2 สมการ (4.2.2.5) จะได้ว่า

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_d) \cdot \tilde{a}(t) = H(q) \cdot \dot{s} + (C(q, \dot{q}) + K_D) \cdot s \quad (4.3.2.3)$$

จากสมการ (4.3.2.3) จะเห็นว่าเมื่อเราควบคุมระบบจนได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการติดตาม (Tracking error) เข้าใกล้ศูนย์ จะได้ว่า

$$s = \dot{s} = 0$$

$$q = q_d$$

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d$$

$$\ddot{q}_r = \ddot{q}_d$$

แทนค่าเงื่อนไขที่ได้ในสมการ (4.3.2.3) จะได้

$$Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) \cdot \tilde{a}(t) = 0 \quad (4.3.2.4)$$

คูณสมการ (4.3.2.4) ด้วย $Y^T(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)$ แล้วหาค่าอินทิเกรต (Integrate) ช่วงเวลาเล็กๆ ในช่วงเวลาการควบคุม จะได้

$$\int_t^{t+\delta} Y^T(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) \cdot Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) dt \cdot \tilde{a}(t) = 0 \quad (4.3.2.5)$$

$$\text{กำหนดให้} \quad \alpha_1 I \leq \int_{t_1}^{t_1+\delta} Y^T(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) \cdot Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) dt \leq \alpha_2 I \quad (4.3.2.6)$$

โดยที่ t_1 แทน เวลาใดๆ ขณะการควบคุม

$\delta, \alpha_1, \alpha_2$ แทน ค่าคงที่ค่าบวก

จากสมการ (4.3.2.5) เมื่อค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้มีค่าคงที่หรือเกือบจะคงที่ และเงื่อนไขในสมการ (4.3.2.6) เป็นจริง ได้ว่าสมการ (4.3.2.5) จะเป็นจริงได้ก็ต่อเมื่อ

$$\tilde{a}(t) = 0$$

$$\text{หรือ} \quad \hat{a}(t) = a$$

ดังนั้นสัญญาณเข้าที่เป็นสัญญาณกระตุ้นยี่นที่ จะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขในสมการ (4.3.2.6)

4.3.3 ความคลาดเคลื่อนของการติดตาม (Tracking error) เนื่องจากเงื่อนไขของสัญญาณกระตุ้นยี่นที่มาจากการทำงานที่เราตั้งสมมุติฐานว่าค่าความคลาดเคลื่อนของการติดตามเข้าใกล้ศูนย์ ดังนั้นการที่จะให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้อง ค่าความคลาดเคลื่อนของการติดตามจะต้องมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ด้วย

บทที่ 5

การจัดกลุ่มพารามิเตอร์ของแขนกลจุฬา 3

ในการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกทั้งสองวิธีจำเป็นต้องใช้สมการการเคลื่อนที่ในรูปแบบของแรงบิดและเป็นแบบจำลองเชิงเส้น โดยในงานวิจัยนี้จะใช้ความเร็วและความเร่งอ้างอิงมาช่วย ดังแสดงในสมการ (4.4) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$H(q) \cdot \ddot{q}_r + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}_r + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r) \cdot a \quad (5.1)$$

โดยที่ a แทน เมตริกของค่าพารามิเตอร์ของแขนกล มีมิติ $n \times 1$

$Y_r(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)$ แทน เมตริกสัญญาณแบบใช้ค่าอ้างอิง มีมิติ $m \times n$

5.1 การจัดกลุ่มพารามิเตอร์

จากสมการ (3.5.1) และ (5.1) เราสามารถหาเมตริกของค่าพารามิเตอร์ค่าจริงกับเมตริกสัญญาณแบบใช้ค่าอ้างอิงได้โดยการจัดกลุ่มพารามิเตอร์ที่คูณกับสัญญาณออกที่วัดค่าได้ตัวเดียวกันอยู่กลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะได้พารามิเตอร์ของระบบทั้งหมด 18 กลุ่มพารามิเตอร์ ดังต่อไปนี้

$$a_1 = m_2 b_2^2 + m_3 b_3^2 + m_4 (b_3 - b_4)^2 + m_5 (b_2 - b_5)^2 + I_{zz1} + I_{xx2} + I_{xx3} + I_{xx4} + I_{xx5} + n^2 I_{m1}$$

$$a_2 = m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2 + I_{yy2} + I_{yy4} - I_{xx2} - I_{xx4}$$

$$a_3 = m_3 g_3^2 + m_4 l_3^2 + m_5 g_5^2 + I_{yy3} + I_{yy5} - I_{xx3} - I_{xx5}$$

$$a_4 = m_4 g_4 l_3 - m_5 g_5 l_2$$

$$a_5 = m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2 + I_{zz2} + I_{zz4} + n^2 I_{m2}$$

$$a_6 = m_3 g_3^2 + m_4 l_3^2 + m_5 g_5^2 + I_{zz3} + I_{zz5} + n^2 I_{m3}$$

$$a_7 = m_2 g g_2 + m_4 g g_4 + m_5 g l_2$$

$$a_8 = m_3 g g_3 + m_4 g l_3 - m_5 g g_5$$

$$a_9 = c_1, \quad a_{10} = c_2, \quad a_{11} = c_3$$

$$a_{12} = v_1 + n_{m1}^2 V_{m1}, \quad a_{13} = v_2 + n_{m2}^2 V_{m2}, \quad a_{14} = v_3 + n_{m3}^2 V_{m3}$$

$$a_{15} = m_2 b_2 g_2 + m_4 b_4 g_4 - m_4 b_3 g_4 + m_5 b_2 l_2 - m_5 b_5 l_2$$

$$a_{16} = -m_3 b_3 g_3 - m_4 b_3 l_3 + m_4 b_4 l_3 + m_5 b_5 g_5 - m_5 b_2 g_2 + I_{xz5}$$

$$a_{17} = I_{xy5},$$

$$a_{18} = I_{yz5}$$

โดยที่ a_i แทน สมาชิกแถวที่ i หลักที่ 1 ของเมตริกของค่าพารามิเตอร์ของระบบค่าจริง

จากข้อมูลของแต่ละก้านต่อในหัวข้อที่ 2.2 เราสามารถหาค่าจริงอ้างอิงของพารามิเตอร์ (เป็นค่าจริงที่ใช้อ้างอิงซึ่งได้จากการจำลองขึ้นส่วนต่างๆ ของแขนกลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์) ได้ดังนี้

$a_1 = 1.024$ กก.เมตร ²	$a_2 = 1.038$ กก.เมตร ²
$a_3 = 0.731$ กก.เมตร ²	$a_4 = -0.365$ กก.เมตร ²
$a_5 = 1.352$ กก.เมตร ²	$a_6 = 1.149$ กก.เมตร ²
$a_7 = 34.064$ กก.เมตร ² ต่อวินาที ²	$a_8 = -7.242$ กก.เมตร ² ต่อวินาที ²
$a_{15} = 0.027$ กก.เมตร ²	$a_{16} = -0.037$ กก.เมตร ²
$a_{17} = -0.001$ กก.เมตร ²	$a_{18} = -0.004$ กก.เมตร ²

หมายเหตุ พารามิเตอร์ $a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}$ เป็นกลุ่มของค่าพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทาน ซึ่งไม่ทราบค่าที่แน่นอน จึงไม่ระบุค่าไว้

5.2 การหาเมตริกสัญญาณแบบใช้ค่าอ้างอิง

จากเมตริกของพารามิเตอร์ค่าจริงที่ได้จัดกลุ่มไว้ แทนค่าในสมการ (3.6.1) โดยใช้ความเร็วและความเร่งอ้างอิงแทน เราจะสามารถเขียนสมการของแรงบิดใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H'_{11} & H'_{12} & H'_{13} \\ H'_{12} & H'_{22} & H'_{23} \\ H'_{13} & H'_{23} & H'_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{1r} \\ \ddot{\theta}_{2r} \\ \ddot{\theta}_{3r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} \\ C'_{21} & C'_{22} & C'_{23} \\ C'_{31} & C'_{32} & C'_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{1r} \\ \dot{\theta}_{2r} \\ \dot{\theta}_{3r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G'_1 \\ G'_2 \\ G'_3 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

โดยที่

$$H'_{11} = a_1 + a_2 c_2^2 + a_3 c_3^2 + 2a_4 c_2 c_3 + a_{17} \sin(2\theta_3)$$

$$H'_{22} = a_5$$

$$H'_{33} = a_6$$

$$H'_{12} = a_{15}s_2$$

$$H'_{13} = a_{16}s_3 + a_{18}c_3$$

$$H'_{23} = a_4 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$C'_{11} = -a_2 \sin 2\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 - 2a_4s_2c_3 \cdot \dot{\theta}_2 - a_3 \sin 2\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3 - 2a_4c_2s_3 \cdot \dot{\theta}_3 + 2a_{17} \cos 2\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3 + a_{12}$$

$$C'_{12} = a_{15}c_2 \cdot \dot{\theta}_2$$

$$C'_{13} = a_{16}c_3 \cdot \dot{\theta}_3 - a_{18}s_3 \cdot \dot{\theta}_3$$

$$C'_{21} = \frac{1}{2}a_2 \sin 2\theta_2 \cdot \dot{\theta}_1 + a_4s_2c_3 \cdot \dot{\theta}_1 - a_4 \sin(\theta_3 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_3$$

$$C'_{22} = a_{13}$$

$$C'_{23} = -a_4 \sin(\theta_3 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_3$$

$$C'_{31} = \frac{1}{2}a_3 \sin 2\theta_3 \cdot \dot{\theta}_1 + a_4 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \cdot \dot{\theta}_1 - a_{17} \cos 2\theta_3 \cdot \dot{\theta}_1$$

$$C'_{32} = a_4 \sin(\theta_3 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2$$

$$C'_{33} = a_{14}$$

$$G'_1 = a_9 \cdot \text{sign}(\dot{\theta}_1)$$

$$G'_2 = a_{10} \cdot \text{sign}(\dot{\theta}_2) + a_7c_2$$

$$G'_3 = a_{11} \cdot \text{sign}(\dot{\theta}_3) + a_8c_3$$

จากสมการ (5.2) สมการการเคลื่อนที่ที่อยู่ในรูปที่เราสามารถนำไปใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ได้แล้ว และจากสมการนี้เราสามารถหาเมตริกสัญลักษณ์แบบใช้ค่าอ้างอิงได้ดังนี้

$$Y_{1,1} = \ddot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{1,2} = c_2^2 \cdot \ddot{\theta}_{1r} - \sin 2\theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{1,3} = c_3^2 \cdot \ddot{\theta}_{1r} - \sin 2\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{1,4} = 2c_2c_3 \cdot \ddot{\theta}_{1r} - 2s_2c_3 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_{1r} - 2c_2s_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{1,9} = \text{sign}(\dot{\theta}_1)$$

$$Y_{1,12} = \dot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{1,15} = s_2 \cdot \ddot{\theta}_{2r} + c_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_{2r}$$

$$Y_{1,16} = s_3 \cdot \ddot{\theta}_{3r} + c_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_{3r}$$

$$Y_{1,17} = \sin 2\theta_3 \cdot \ddot{\theta}_{1r} + 2 \cdot \cos 2\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{1,18} = c_3 \cdot \ddot{\theta}_{3r} - s\theta_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_{3r}$$

$$Y_{1,5} = 0, \quad Y_{1,6} = 0, \quad Y_{1,7} = 0, \quad Y_{1,8} = 0, \quad Y_{1,10} = 0$$

$$Y_{1,11} = 0, \quad Y_{1,13} = 0, \quad Y_{1,14} = 0$$

$$Y_{2,2} = \frac{1}{2} \sin 2\theta_2 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{2,4} = \cos(\theta_3 - \theta_2) \cdot \ddot{\theta}_{3r} - s_2 c_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_{1r} - \sin(\theta_3 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_{1r} - \sin(\theta_3 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_{3r}$$

$$Y_{2,5} = \ddot{\theta}_{2r}$$

$$Y_{2,7} = c_2$$

$$Y_{2,10} = \text{sign}(\dot{\theta}_2)$$

$$Y_{2,13} = \dot{\theta}_{2r}$$

$$Y_{2,15} = s_2 \cdot \ddot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{2,18} = c_3 \cdot \ddot{\theta}_{3r} - s_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_{3r}$$

$$Y_{2,1} = 0, \quad Y_{2,3} = 0, \quad Y_{2,6} = 0, \quad Y_{2,8} = 0, \quad Y_{2,9} = 0$$

$$Y_{2,11} = 0, \quad Y_{2,12} = 0, \quad Y_{2,14} = 0, \quad Y_{2,16} = 0, \quad Y_{2,17} = 0$$

$$Y_{3,3} = \frac{1}{2} \sin 2\theta_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{3,4} = \cos(\theta_3 - \theta_2) \cdot \ddot{\theta}_{2r} + c_2 s_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_{1r} + \sin(\theta_3 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_{2r}$$

$$Y_{3,6} = \ddot{\theta}_{3r}$$

$$Y_{3,8} = c_3$$

$$Y_{3,11} = \text{sign}(\dot{\theta}_3)$$

$$Y_{3,14} = \dot{\theta}_{3r}$$

$$Y_{3,16} = s_3 \cdot \ddot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{3,17} = -\cos 2\theta_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{3,18} = c_3 \cdot \ddot{\theta}_{1r}$$

$$Y_{3,1} = 0, \quad Y_{3,2} = 0, \quad Y_{3,5} = 0, \quad Y_{3,7} = 0, \quad Y_{3,9} = 0$$

$$Y_{3,10} = 0, \quad Y_{3,12} = 0, \quad Y_{3,13} = 0, \quad Y_{3,15} = 0$$

เมื่อ $Y_{i,j}$ แทน สมาชิกแถวที่ i หลักที่ j ของเมตริกสัญลักษณ์แบบใช้ค่าอ้างอิง

บทที่ 6

การทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลจุฬา 3

6.1 วิธีการทดลอง

ในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลจุฬา 3 จะแบ่งเป็น 3 ตอน โดยในแต่ละการทดลองจะทำซ้ำ 5 ครั้งเหมือนกัน และเนื่องจากค่าของพารามิเตอร์ $a_{15}, a_{16}, a_{17}, a_{18}$ มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับค่าอื่นและเพื่อเป็นการลดเวลาในการคำนวณลง ดังนั้นในการทดลองทุกการทดลองจึงได้ประมาณค่าพารามิเตอร์เหล่านี้เป็นศูนย์ จึงทำให้จำนวนพารามิเตอร์ทั้งหมดลดลงจาก 18 เหลือ 14 (ค่าจริงอ้างอิงที่ใช้สำหรับเปรียบเทียบสามารถดูได้จากบทที่ 5) และเนื่องจากสามารถวัดค่าได้เพียงค่าของตำแหน่ง ค่าของความเร็วจึงใช้การหาอนุพันธ์จากตำแหน่ง แทน ส่วนเวลาการชักข้อมูล (Sampling time) ที่ใช้ในการทดลองคือ 0.006252 วินาที (หรือ 160 ข้อมูลต่อวินาที) สำหรับรายละเอียดของแต่ละการทดลองมีดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 การทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์และควบคุมการเคลื่อนที่เฉพาะก้านต่อที่ 1

ในการทดลองนี้จะทำการทดสอบวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธี โดยควบคุมให้เคลื่อนที่เฉพาะก้านต่อที่ 1 ส่วนก้านต่อที่ 2 และ 3 จะทำการยึดไว้ โดยมุมของก้านต่อที่ 2 ที่ทำการยึดติดก็คือ 90 องศา ส่วนมุมของก้านต่อที่ 3 ก็คือ 180 องศา ซึ่งจากเงื่อนไขที่กำหนดจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \theta_2 &= 90 & \text{องศา}, & & \theta_3 &= 180 & \text{องศา} \\ \dot{\theta}_2 &= 0 & \text{องศาต่อวินาที}, & & \dot{\theta}_3 &= 0 & \text{องศาต่อวินาที} \\ \ddot{\theta}_2 &= 0 & \text{องศาต่อวินาที}^2, & & \ddot{\theta}_3 &= 0 & \text{องศาต่อวินาที}^2 \end{aligned}$$

แทนค่าเงื่อนไขต่างๆ ในสมการ (5.2) จะได้

$$\tau_1 = H'_{11}\ddot{\theta}_{1,r} + C'_{11}\dot{\theta}_{1,r} + G'_1 = Ya \quad (6.1.1)$$

เมื่อ

$$H'_{11} = a_1 + a_3$$

$$C'_{11} = a_{12}$$

$$G'_1 = a_9 \cdot \text{sign}(\dot{\theta}_1)$$

ซึ่งสามารถจัดกลุ่มพารามิเตอร์ได้ดังนี้

$$a^T = [a_1 + a_3 \quad a_{12} \quad a_9] \quad (6.1.2)$$

และจะได้เมตริกสัญญาณแบบใช้ค่าอ้างอิงคือ

$$Y = [\ddot{\theta}_{1r} \quad \dot{\theta}_{1r} \quad \text{sign}(\dot{\theta}_1)] \quad (6.1.3)$$

ซึ่งค่าจริงอ้างอิงของพารามิเตอร์ก็คือ

$$a_1 + a_3 = 1.024 + 0.731 = 1.755 \quad \text{กก.เมตร}^2$$

ส่วนค่าอื่นเป็นค่าของพารามิเตอร์เนื่องจากความเสียหาย จึงไม่ระบุค่าไว้

รูปแบบการทดลอง

- วิธีการควบคุม**
- 1.1 การหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า
 - 1.2 การหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่ศูนย์

จำนวนพารามิเตอร์ 3 พารามิเตอร์

ระยะเวลาในการทดลอง 10 วินาที

รูปแบบสัญญาณเข้า $\theta_{1d} = \frac{1 - \cos(5t)}{2}$

(ดูการตรวจสอบสัญญาณกระตุ้นที่ได้จากภาคผนวก ข)

ตอนที่ 2 การทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์และควบคุมการเคลื่อนที่ 3 ก้านต่อ

การทดลองนี้จะทดลองหาค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีโดยทำการควบคุมให้เคลื่อนที่ 3 ก้านต่อ (ก้านต่อที่ 1, 2 และ 3) และกำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ทุกตัวเป็นศูนย์

รูปแบบการทดลอง

- วิธีการควบคุม**
- 2.1 การหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า
 - 2.2 การหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่ศูนย์

จำนวนพารามิเตอร์ 14 พารามิเตอร์

ระยะเวลาในการทดลอง 60 วินาที

รูปแบบสัญญาณเข้า

$$\theta_{1d} = \frac{1 - \cos(3.5t)}{2} + \frac{t \cdot \sin(4t)}{400}$$

$$\theta_{2d} = \frac{\pi}{2} - \frac{\cos(4.5t)}{4} + \frac{t \cdot \sin(3t)}{400}$$

$$\theta_{3d} = \pi - \frac{1 - \cos(4t)}{6} + \frac{t \cdot \sin(2t)}{1200}$$

การที่เลือกใช้สัญญาณเข้าแบบนี้เพราะว่าเป็นสัญญาณเข้าที่สามารถทำให้ค่าพารามิเตอร์ลู่ออกหา
ค่าจริงได้ (ดูได้จากภาคผนวก ข) และเนื่องจากค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่ศูนย์ จึงได้ปรับให้แกนของ
ตัวประมาณค่ามีค่ามาก (มีเมื่อแกนของตัวประมาณค่ามีค่ามากจะทำให้ค่าพารามิเตอร์ลู่ออกเข้าได้เร็ว
ขึ้น) ทำให้ไม่สามารถใช้สัญญาณเข้าที่เริ่มต้นด้วยความเร็วสูงมากได้ จึงได้เพิ่มเทอมที่เป็นผลคูณ
ของเวลากับค่าไซน์ (Sin) เข้าไปเพื่อให้ช่วงของการเคลื่อนที่และความเร็วเพิ่มขึ้นเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น

ตอนที่ 3 การทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ เมื่อใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์
และควบคุมการเคลื่อนที่ 3 ก้านต่อ

การทดลองนี้จะทดลองหาค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีโดยทำการควบคุมให้เคลื่อนที่
3 ก้านต่อ (ก้านต่อที่ 1, 2 และ 3) แต่จะกำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ทุกตัวให้เท่ากับค่าจริง
อ้างอิง ยกเว้นกลุ่มของพารามิเตอร์เนื่องจากความเสียดทานจะกำหนดให้ค่าเริ่มต้นเป็นศูนย์

รูปแบบการทดลอง

วิธีการควบคุม 3.1 การหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า
3.2 การหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่ค่าจริงอ้างอิง ยกเว้นกลุ่มของพารามิเตอร์
เนื่องจากความเสียดทาน ค่าจะเริ่มต้นที่ศูนย์

จำนวนพารามิเตอร์ 14 พารามิเตอร์

ระยะเวลาในการทดลอง 60 วินาที

$$\begin{aligned} \text{รูปแบบสัญญาณเข้า} \quad \theta_{1d} &= \frac{1 - \cos(5t)}{2} \\ \theta_{2d} &= \frac{\pi}{2} - \frac{\cos(6.5t - \pi/2)}{4} \\ \theta_{3d} &= \pi - \frac{1 - \cos(6t)}{6} \end{aligned}$$

การใช้สัญญาณเข้าแบบนี้เนื่องจากสามารถทำให้ค่าพารามิเตอร์ผู้เข้าหาค่าจริงได้ และเพื่อแสดงว่ามีสัญญาณเข้าหลายแบบที่สามารถทำให้ค่าพารามิเตอร์ผู้เข้าหาค่าจริงได้ ส่วนการที่กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่ค่าอ้างอิง ทำให้สามารถใช้สัญญาณเข้าที่เริ่มต้นด้วยความเร็วสูงขึ้นได้ และเพื่อเป็นการเปรียบเทียบการผู้เข้าของพารามิเตอร์ว่าเร็วหรือช้ากว่ากรณีที่ค่าเริ่มต้นเป็นศูนย์

6.2 ผลการทดลอง

ในการทดลองจะใช้ค่าต่างๆ เพื่อบอกประสิทธิภาพ (Efficiency) ของการควบคุม และการหาค่าพารามิเตอร์ ซึ่งค่าต่างๆ ที่ใช้มีดังนี้

ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง สามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_{id}$$

โดยที่ $\tilde{\theta}_i$ แทน ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ i

θ_i แทน ตำแหน่ง (มุม) ของข้อต่อที่ i

θ_{id} แทน ตำแหน่งที่ต้องการของข้อต่อที่ i

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง หาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$E_\theta = \frac{|\tilde{\theta}_i|}{\theta_{i\text{range}}} \times 100 \%$$

โดยที่ E_θ แทน เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง

$\theta_{i\text{range}}$ แทน ช่วงกว้างสูงสุดของการเคลื่อนที่ข้อต่อที่ i

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ หาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$E_a = \left| \frac{\bar{a}_i - a_i}{a_i} \right| \times 100 \%$$

โดยที่ E_a แทน เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์
 a_i แทน ค่าจริงอ้างอิงของพารามิเตอร์ลำดับที่ i
 \bar{a}_i แทน ค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้ลำดับที่ i

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation หรือ S.D.) หาได้จากสมการดังต่อไปนี้

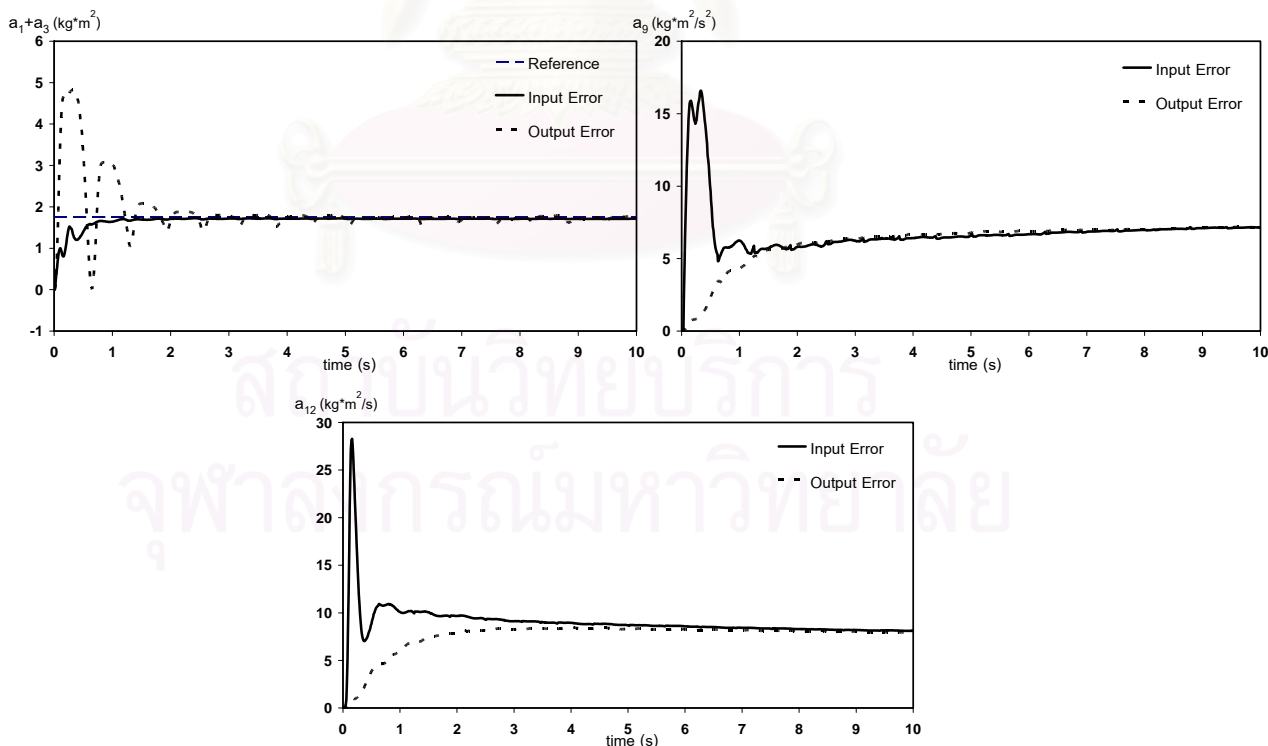
$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

และ
$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

โดยที่ S แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 X_i แทน ค่าของชุดข้อมูล X ลำดับที่ i
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของชุดข้อมูล X
 n แทน จำนวนข้อมูลของชุดข้อมูล X

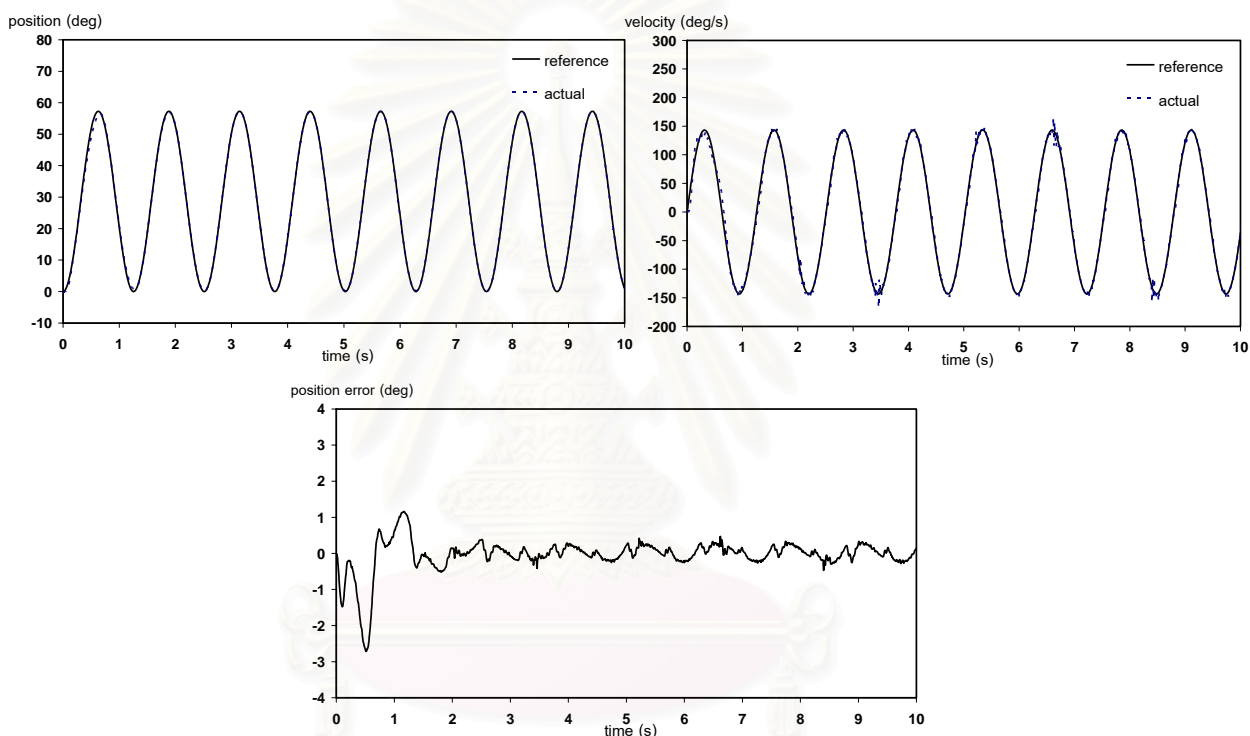
ตอนที่ 1

รูปแสดงผลการทดลอง



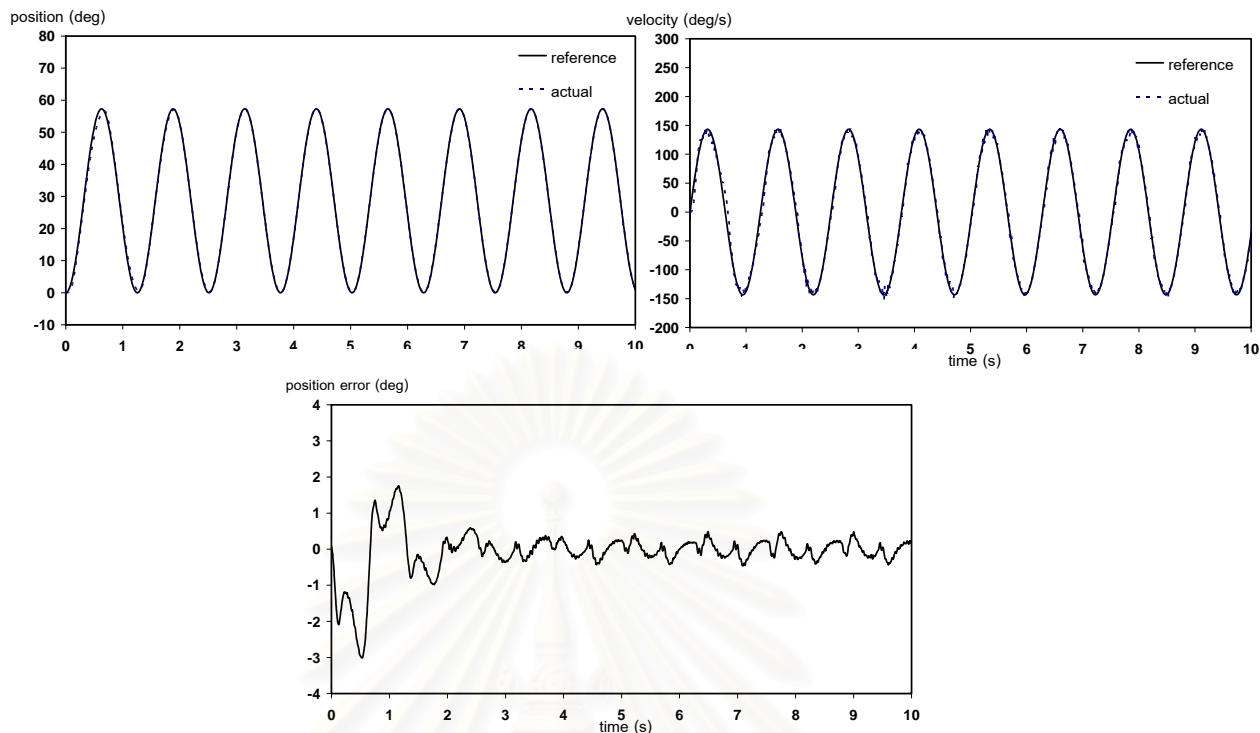
รูปที่ 6.1 กราฟแสดงพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิงเมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

จากรูป 6.1 จะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกสอดคล้องกัน คือค่าพารามิเตอร์ $\hat{a}_1 + \hat{a}_3$ ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากทั้งสองวิธีลู่ออกค่าเดียวกับค่าอ้างอิง ส่วนค่าพารามิเตอร์ \hat{a}_9, \hat{a}_{12} ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าที่แน่นอน ค่าที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธีก็ลู่ออกค่าเดียวกัน และเมื่อสังเกตกราฟของค่าพารามิเตอร์ $\hat{a}_1 + \hat{a}_3$ เห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าจะลู่ออกค่าจริงได้เร็วกว่า และจากกราฟของค่าพารามิเตอร์ \hat{a}_9, \hat{a}_{12} ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าจะมีการเปลี่ยนแปลงเร็วในช่วงเริ่มต้นมากกว่าวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก



รูปที่ 6.2 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า และค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

จากรูปที่ 6.2 แทบจะไม่เห็นความแตกต่างระหว่างกราฟของตำแหน่งและความเร็วที่วัดได้จริง (Actual) กับค่าที่ต้องการหรืออ้างอิง (Reference) ซึ่งเมื่อดูกราฟของความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งก็จะทราบว่าเป็นเพราะค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งน้อย จึงทำให้ค่าที่วัดได้จริงกับค่าอ้างอิงมีค่าใกล้เคียงกัน และจะสังเกตเห็นว่าในช่วงแรกจะมีความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งมาก แล้วลดลงจนมีรูปแบบของความคลาดเคลื่อนที่ค่อนข้างคงที่ ซึ่งสอดคล้องกับค่าพารามิเตอร์ที่หามาได้ คือช่วงแรกค่าพารามิเตอร์จะมีการปรับเปลี่ยนค่ามาก และเมื่อเวลาผ่านไปค่าพารามิเตอร์จะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยลง



รูปที่ 6.3 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก และค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

จากรูปที่ 6.3 เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 6.2 จะเห็นว่าทั้งสองวิธีให้ผลการควบคุมที่คล้ายกัน คือในช่วงแรกจะมีความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งมาก แล้วลดลงจนมีรูปแบบของความคลาดเคลื่อนที่ค่อนข้างคงที่

ตารางแสดงผลการทดลอง

ในการทดลองหาค่าพารามิเตอร์จะทำการทดลองซ้ำๆ เหมือนๆ กันวิธีละ 5 ครั้ง ซึ่งสามารถนำมาเขียนผลการทดลองได้ดังตารางที่ 6.1, 6.2 และ 6.3 และจากรูปที่ 6.1 จะเห็นว่าช่วงเวลา 1 วินาทีแรกค่าพารามิเตอร์ทั้งสามมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว หลังจากนั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงค่อนข้างน้อย และจะเริ่มคงที่ตั้งแต่เวลา 8 วินาที ดังนั้นในการหาค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์จะเริ่มคิดตั้งแต่เวลา 8 วินาที ในส่วนของความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งและค่าสูงสุดของความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งจะไม่คิดช่วงที่พารามิเตอร์กำลังปรับค่าในช่วงแรก เพราะต้องการทราบค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งเมื่อพารามิเตอร์เข้าใกล้ค่าจริงแล้ว โดยจะเริ่มคิดตั้งแต่เวลา 5 วินาที ซึ่งได้ช่วงกว้างสูงสุดของการเคลื่อนที่ของข้อต่อที่ 1 คือ 57.2958 องศา (เป็นค่าที่ได้จากสัญญาณควบคุมจริง เมื่อเวลาการชักตัวอย่างเป็น 0.00625 วินาที)

ตารางที่ 6.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

พารามิเตอร์		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	ค่าจริงอ้างอิง	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์
		1	2	3	4	5				
$\hat{a}_1 + \hat{a}_3$ (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.710	1.706	1.704	1.705	1.706	1.706	0.002	1.755	2.79
	S.D.	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.000	-	-
\hat{a}_9 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	7.100	7.170	7.232	7.201	7.111	7.163	0.057	-	-
	S.D.	0.060	0.055	0.051	0.056	0.051	0.055	0.004	-	-
\hat{a}_{12} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	8.201	8.133	8.156	8.162	8.218	8.174	0.035	-	-
	S.D.	0.057	0.058	0.052	0.061	0.066	0.059	0.005	-	-

จากตาราง 6.1 จะได้ว่าค่าพารามิเตอร์ $\hat{a}_1 + \hat{a}_3$ ที่ประมาณค่าได้มีค่าใกล้เคียงกับค่าจริงอ้างอิงมาก โดยมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์เพียง 2.79% และจะเห็นว่าค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์ทุกตัวที่ประมาณได้ในแต่ละครั้งจะมีค่าใกล้เคียงกัน โดยเฉพาะ $\hat{a}_1 + \hat{a}_3$ ที่ประมาณได้ในแต่ละครั้งนั้นมีค่าใกล้เคียงกันมาก

ตารางที่ 6.2 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

พารามิเตอร์		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	ค่าจริงอ้างอิง	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์
		1	2	3	4	5				
$\hat{a}_1 + \hat{a}_3$ (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.736	1.733	1.735	1.731	1.726	1.733	0.004	1.755	1.25
	S.D.	0.044	0.045	0.035	0.046	0.047	0.043	0.005	-	-
\hat{a}_9 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	7.132	7.185	7.181	7.159	7.135	7.158	0.025	-	-
	S.D.	0.059	0.051	0.050	0.039	0.045	0.049	0.007	-	-
\hat{a}_{12} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	8.00	8.188	8.135	8.222	8.143	8.138	0.085	-	-
	S.D.	0.057	0.052	0.051	0.059	0.047	0.053	0.005	-	-

จากตาราง 6.2 จะได้ว่าค่าพารามิเตอร์ $\hat{d}_1 + \hat{d}_3$ ที่ได้ประมาณค่าได้ก็มีค่าใกล้เคียงกับค่าจริงอ้างอิงมากเช่นเดียวกัน โดยมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์เพียง 1.25% และเมื่อเปรียบเทียบระหว่างค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าจะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ทุกตัวมีค่าใกล้เคียงกันมาก

ตารางที่ 6.3 แสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

วิธีการควบคุม	ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง
			1	2	3	4	5			
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.137	0.140	0.137	0.142	0.140	0.140	0.002	0.24
		S.D.	0.087	0.088	0.089	0.089	0.085	0.088	-	-
		ค่าสูงสุด	0.468	0.570	0.577	0.481	0.476	0.481	0.054	0.84
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.176	0.162	0.171	0.169	0.171	0.171	0.005	0.30
		S.D.	0.110	0.106	0.106	0.104	0.105	0.106	-	-
		ค่าสูงสุด	0.485	0.469	0.460	0.470	0.477	0.470	0.009	0.82

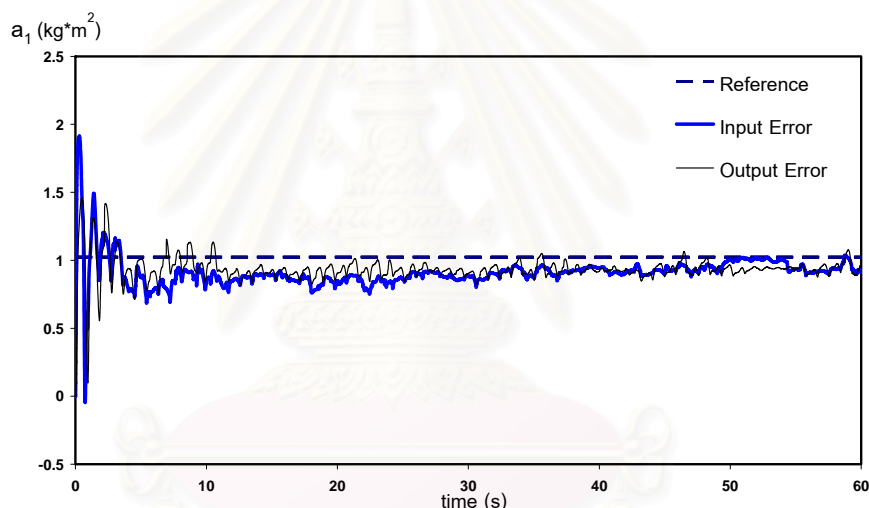
จากตารางที่ 6.3 จะเห็นว่าค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งจากทั้งสองวิธีมีค่าน้อยมาก โดยที่ค่าเฉลี่ยและค่าสูงสุดที่ได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าจะมีค่าน้อยกว่า และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยที่ได้จากการทดลองทั้ง 5 ครั้งมีค่าน้อยมาก ซึ่งแสดงว่าในการควบคุมแต่ละครั้งจะให้ค่าที่ใกล้เคียงกัน

ตอนที่ 2

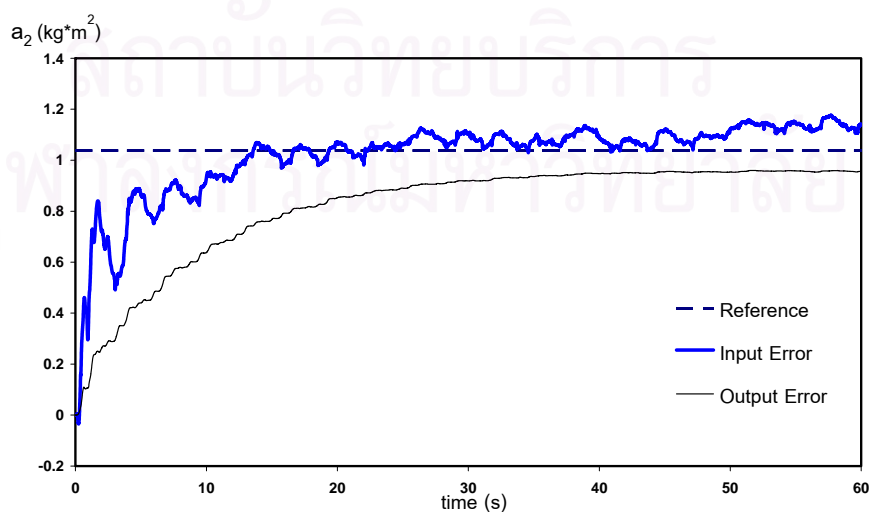
รูปแสดงผลการทดลอง

เนื่องจากกราฟของค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้มีการปรับเปลี่ยนค่าอย่างรวดเร็วในช่วงเวลาสั้นๆ ดังนั้นเพื่อความละเอียดในการดูการปรับเปลี่ยนค่าของพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากทั้งสองวิธี จึงได้ขยายรูปแสดงผลการทดลองในส่วนของค่าพารามิเตอร์ให้มีขนาดใหญ่ขึ้น และเนื่องจากในการทดลองนี้มีผลการทดลองแบ่งย่อยมาก เพื่อความสะดวกในการดูกราฟ ชื่อของรูปกราฟหลักจะนำมาไว้ในส่วนแรกของกราฟกลุ่มนั้นๆ

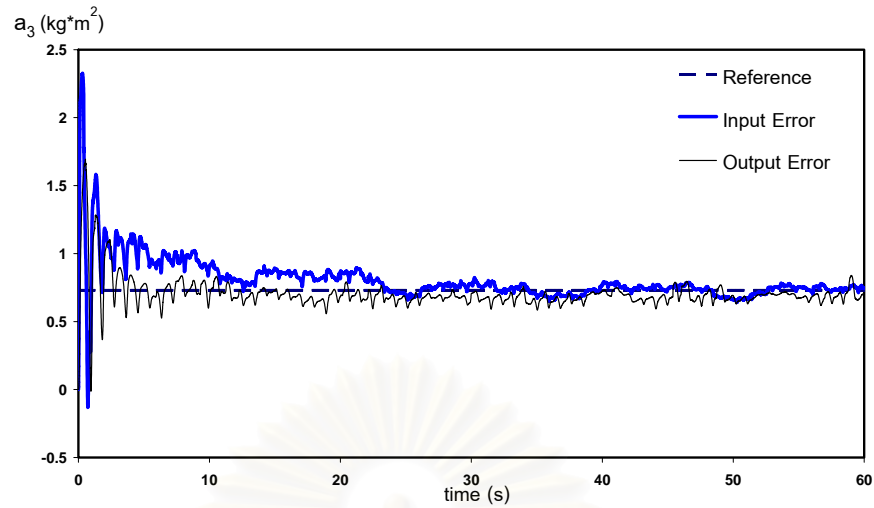
รูปที่ 6.4 กราฟแสดงพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์



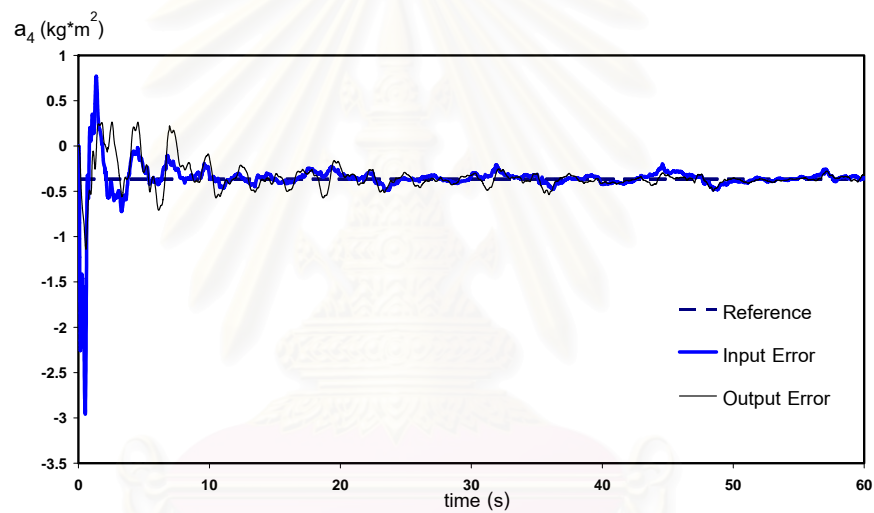
รูปที่ 6.4.1 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_1 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



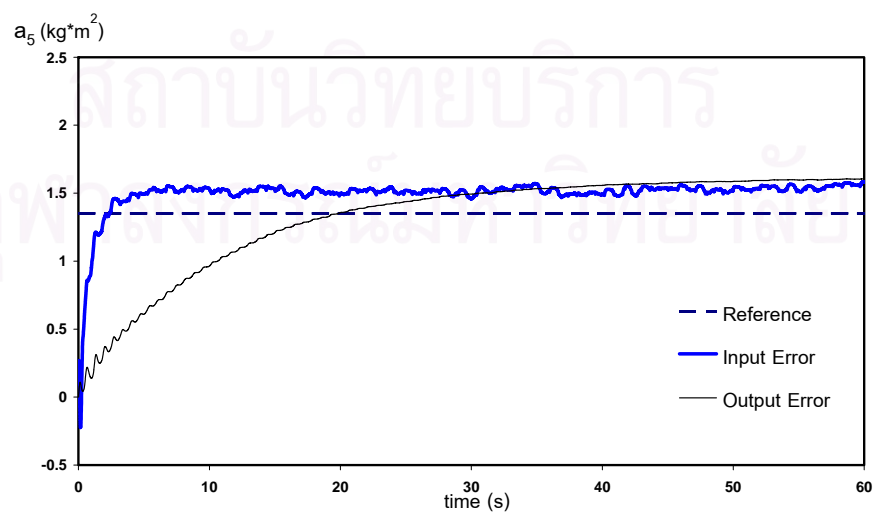
รูปที่ 6.4.2 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_2 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



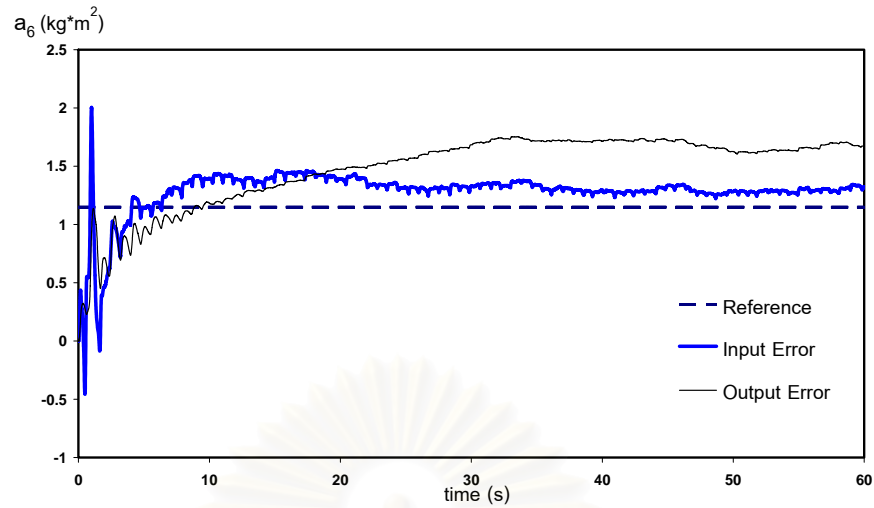
รูปที่ 6.4.3 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_3 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



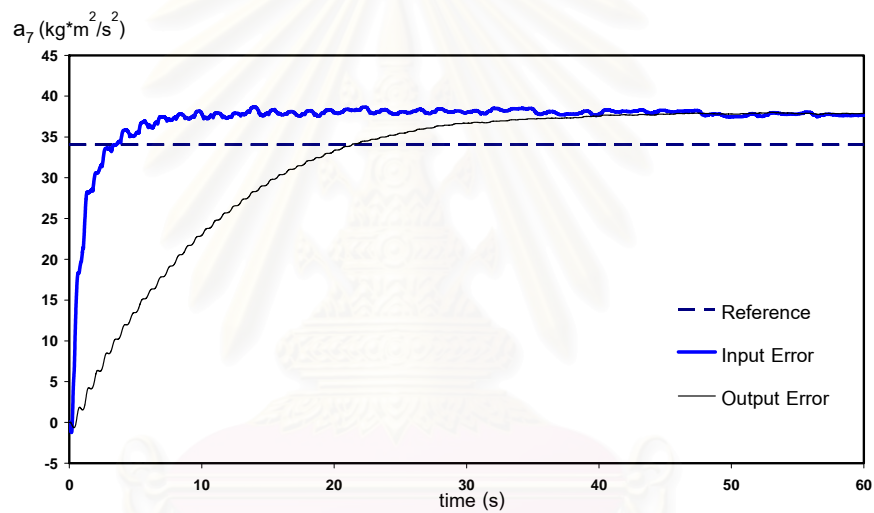
รูปที่ 6.4.4 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_4 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



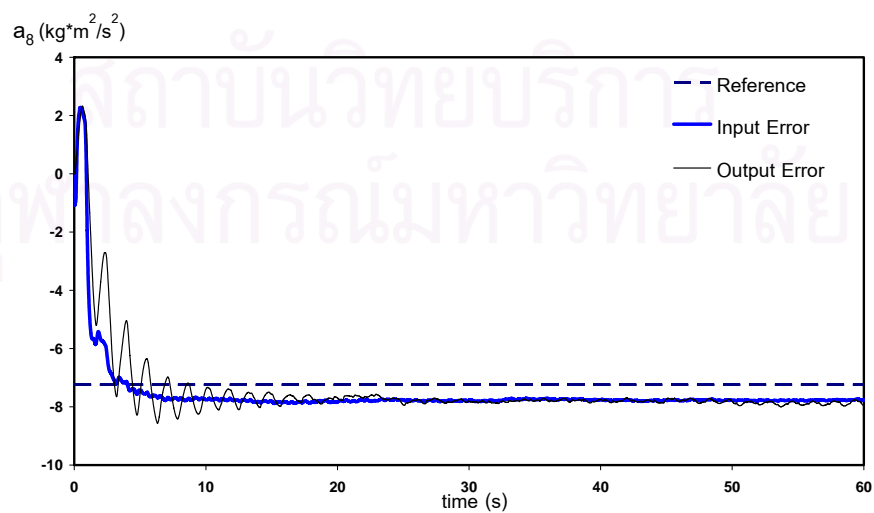
รูปที่ 6.4.5 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_5 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



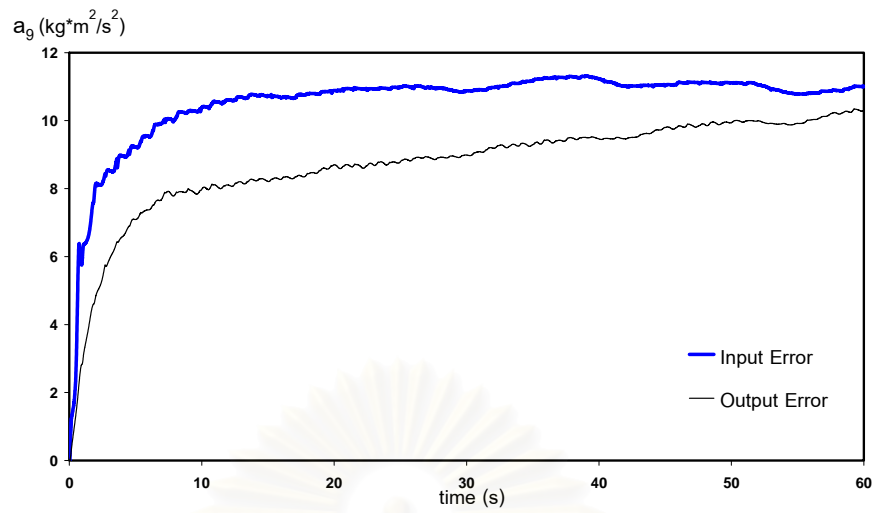
รูปที่ 6.4.6 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_6 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



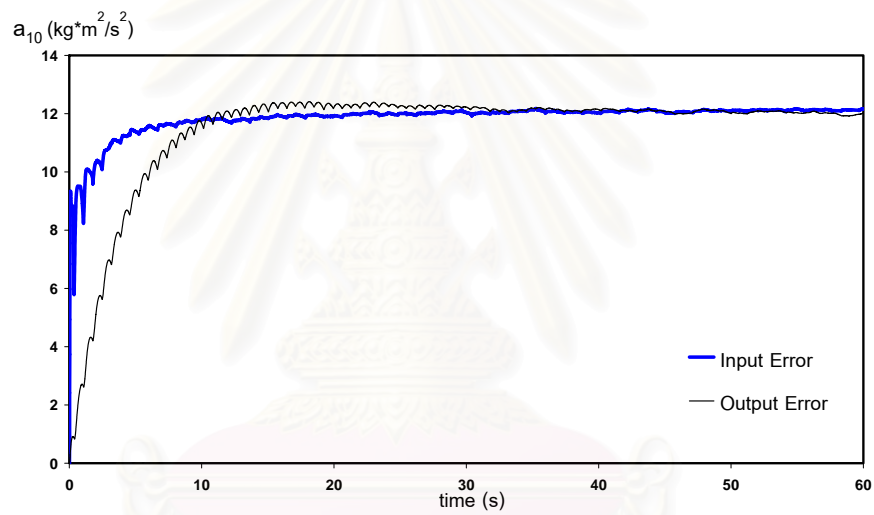
รูปที่ 6.4.7 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_7 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



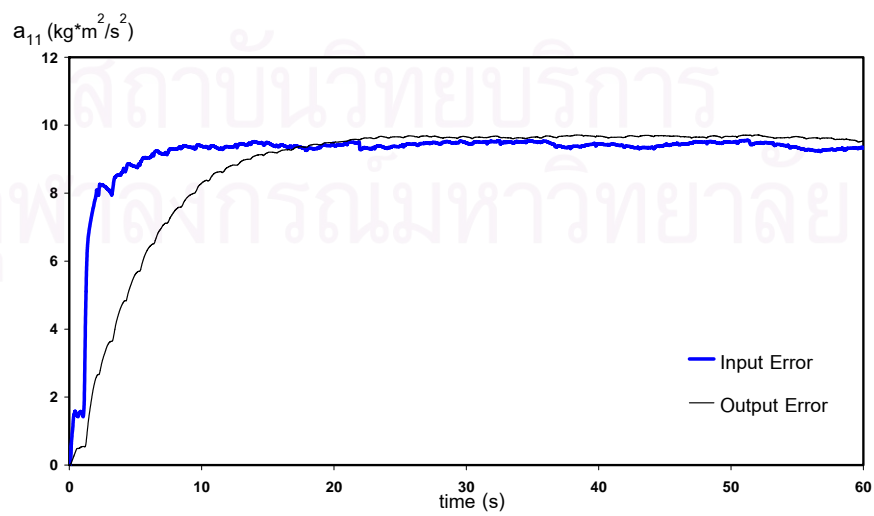
รูปที่ 6.4.8 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_8 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



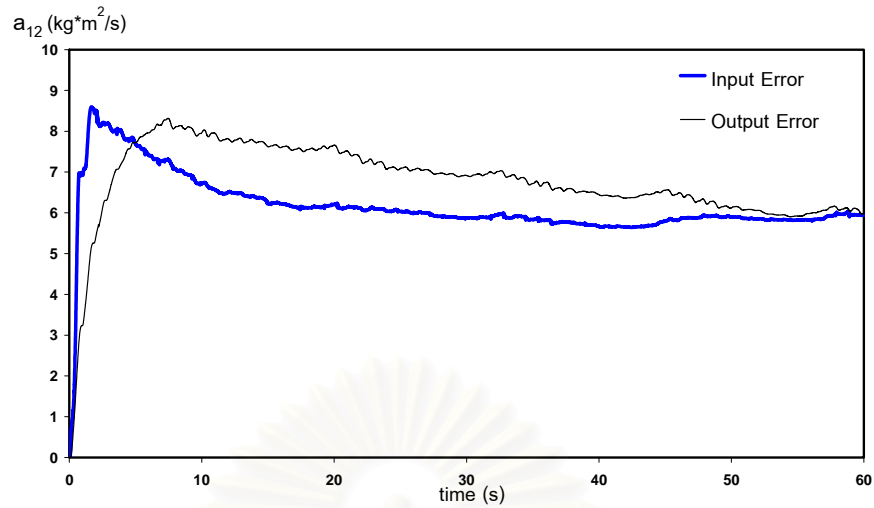
รูปที่ 6.4.9 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_9 ที่ประมาณค่าได้



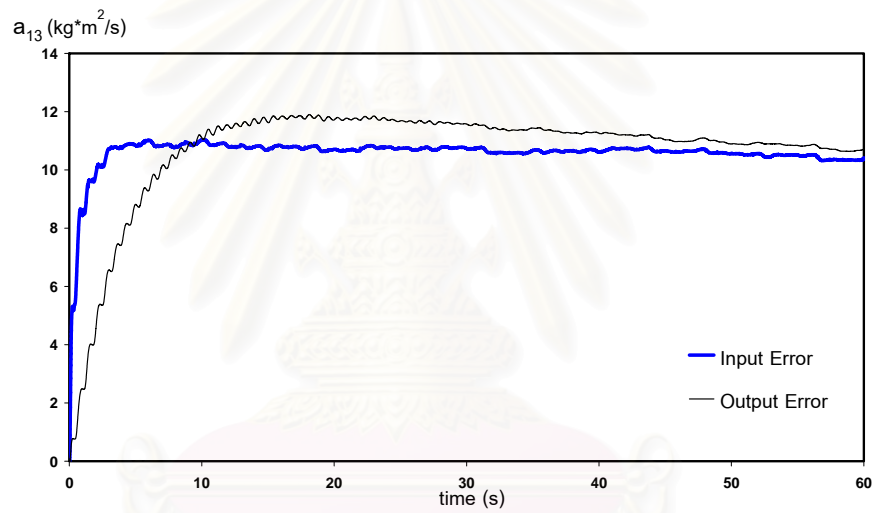
รูปที่ 6.4.10 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{10} ที่ประมาณค่าได้



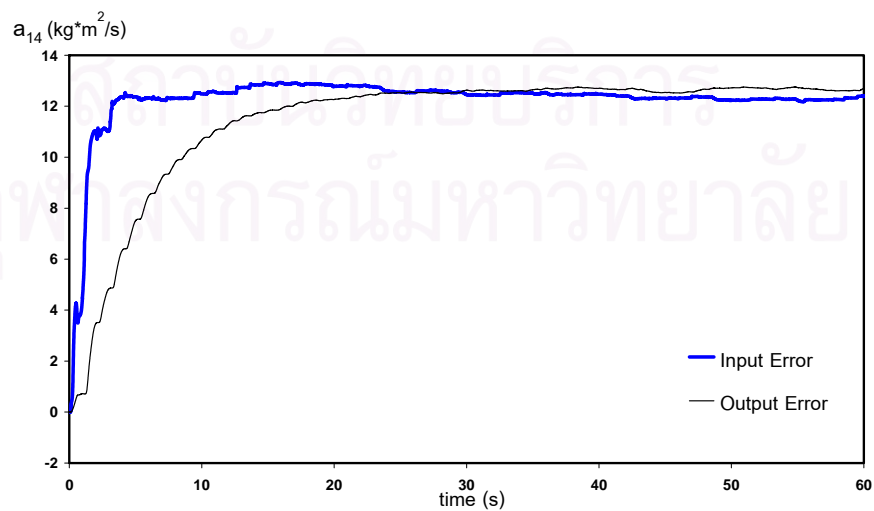
รูปที่ 6.4.11 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{11} ที่ประมาณค่าได้



รูปที่ 6.4.12 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{12} ที่ประมาณค่าได้



รูปที่ 6.4.13 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{13} ที่ประมาณค่าได้



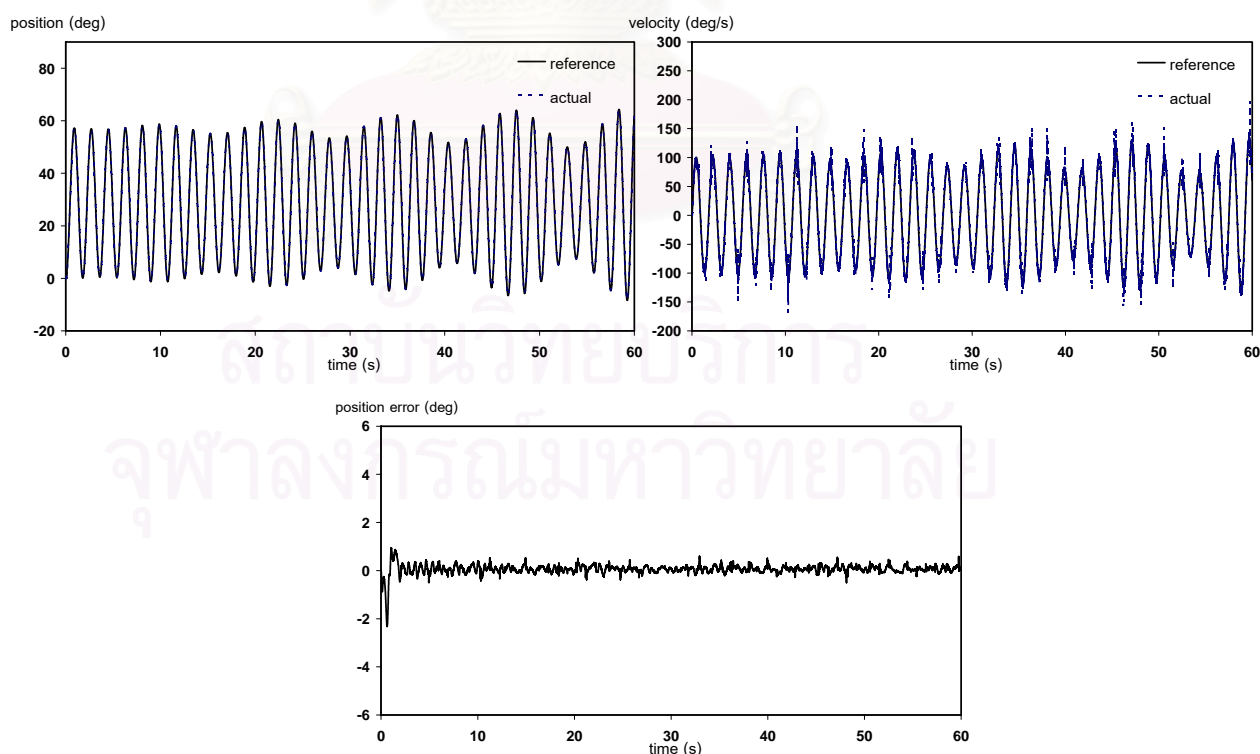
รูปที่ 6.4.14 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{14} ที่ประมาณค่าได้

จากรูปที่ 6.4 จะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากทั้งสองวิธีส่วนใหญ่จะลู่เข้าหาค่าเดียวกัน ยกเว้นพารามิเตอร์ a_2, a_6 ที่ค่าที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธีไม่ลู่เข้าหาค่าเดียวกันแต่แตกต่างกันไม่มากนัก โดยพารามิเตอร์ a_3, a_4 ค่าที่ได้จากการประมาณค่าจากทั้งสองวิธีกับค่าจริงอ้างอิงลู่เข้าหาค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ส่วนพารามิเตอร์ a_1, a_5, a_7, a_8 ค่าที่ได้จากการประมาณค่าจากทั้งสองวิธีลู่เข้าหาค่าที่ใกล้เคียงกันแต่จะแตกต่างกับค่าจริงอ้างอิงเล็กน้อย

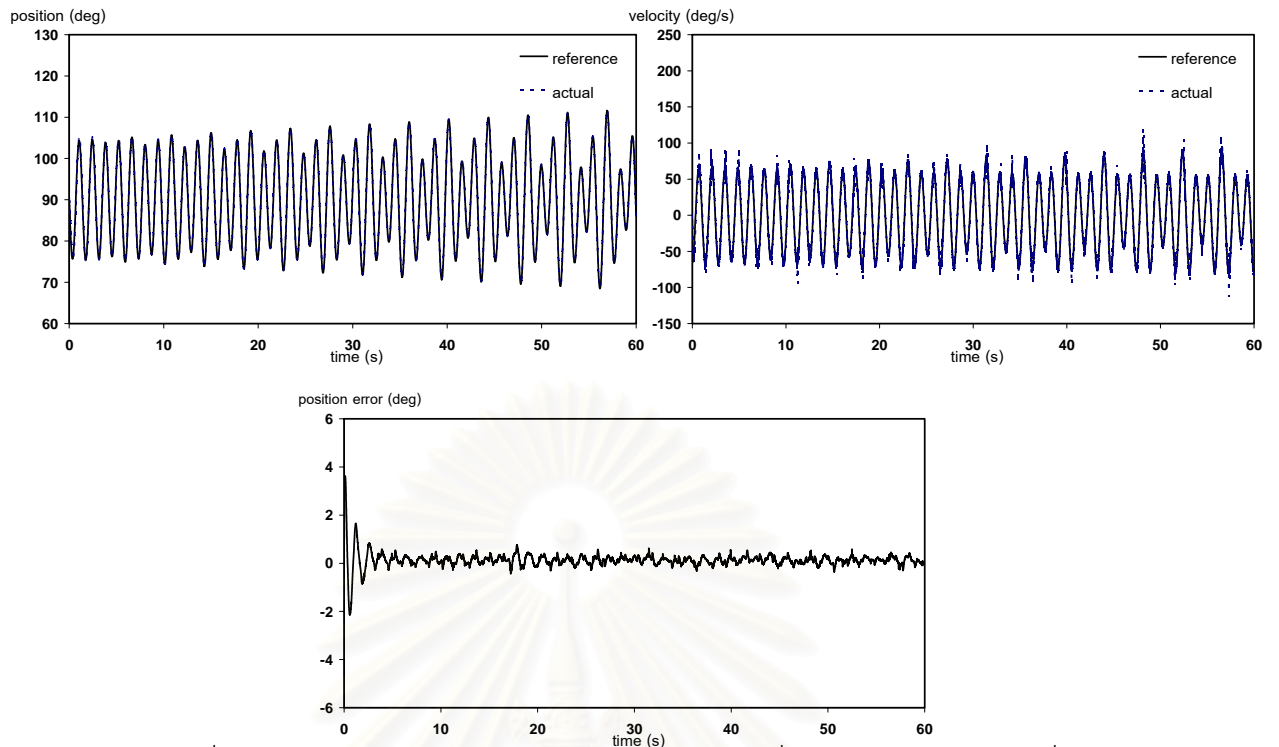
ในกลุ่มของพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทาน ($a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}$) ซึ่งไม่มีค่าจริงไว้สำหรับเปรียบเทียบจะเห็นได้ว่าค่าที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธีลู่เข้าหาค่าเดียวกันทั้งหมด ยกเว้นพารามิเตอร์ a_9 ที่ค่าพารามิเตอร์ของวิธีการทั้งสองมีแนวโน้มที่จะลู่เข้าหาค่าเดียวกัน แต่เนื่องจากการใช้เทอมผลคูณของเวลากับค่าไซน์ ทำให้ถ้าใช้เวลามากกว่านี้แกนหลักจะเคลื่อนที่เกินขอบเขตการที่สามารถเคลื่อนที่ได้ จึงต้องหยุดการประมาณค่าไว้ที่ 60 วินาที

และจะเห็นได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าจะมีการปรับเปลี่ยนค่าในช่วงแรกที่เร็วกว่าแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก

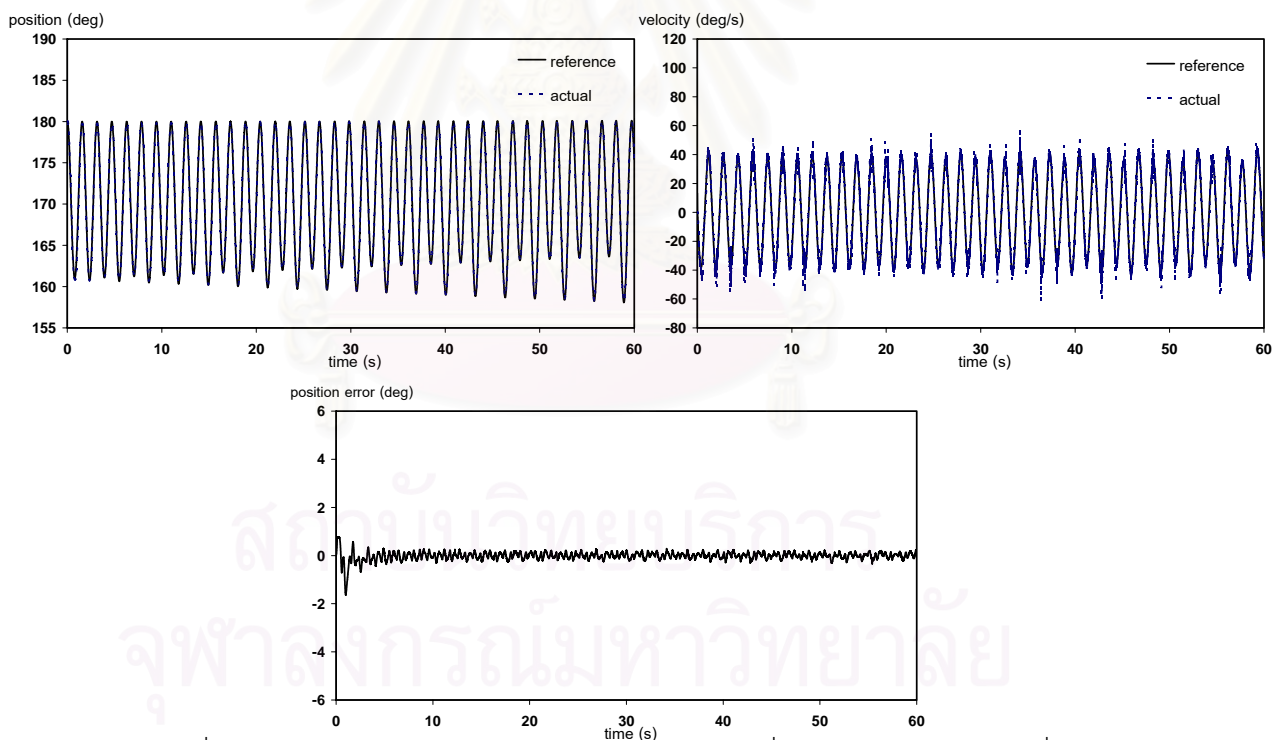
รูปที่ 6.5 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์



รูปที่ 6.5.1 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1



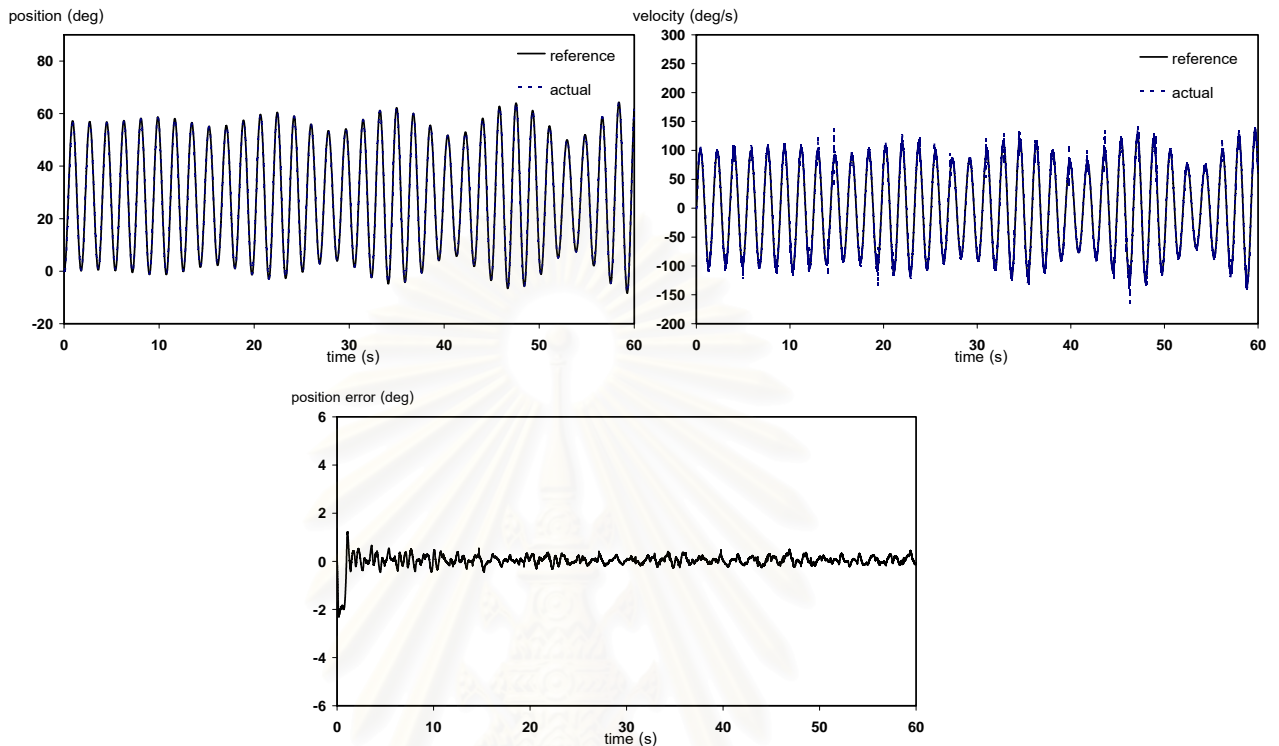
รูปที่ 6.5.2 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 2



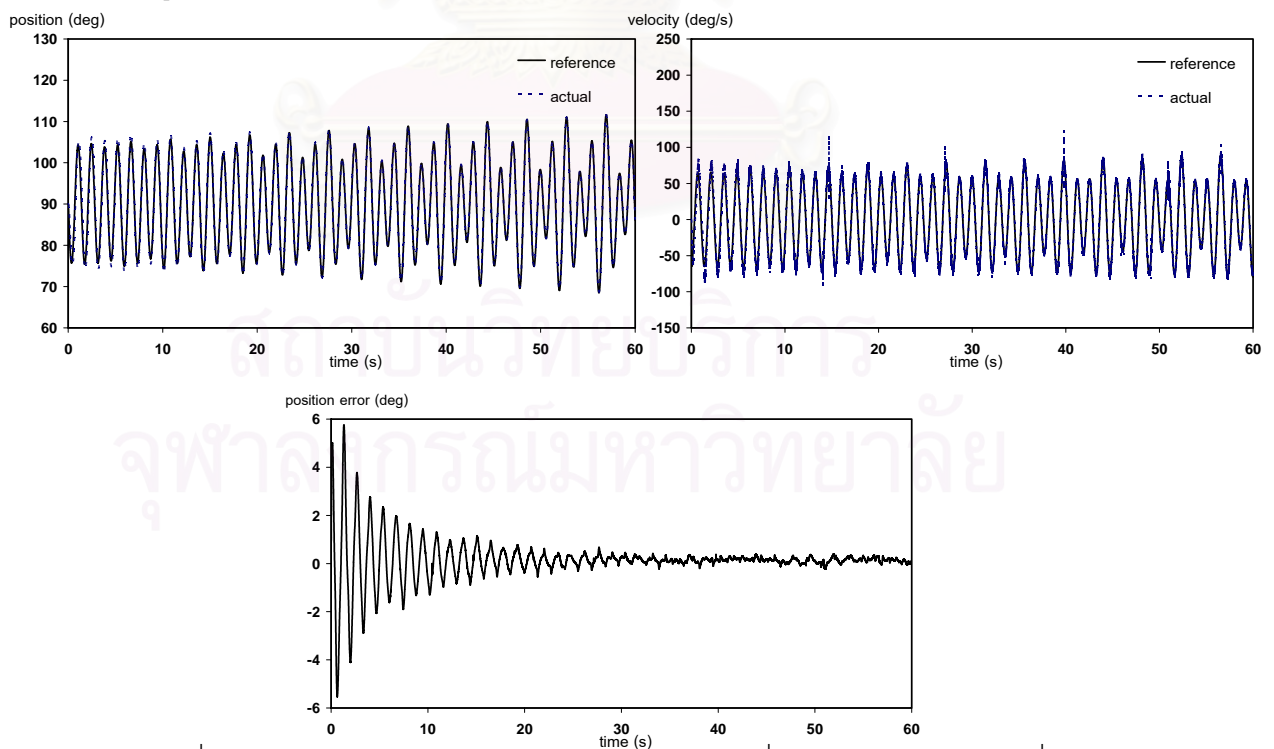
รูปที่ 6.5.3 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 3

จากรูปที่ 6.5 จะเห็นว่ากราฟของตำแหน่งและความเร็วที่วัดได้จริงกับค่าที่ต้องการของข้อต่อที่ 1, 2 และ 3 มีค่าใกล้เคียงกันมากแทบจะเป็นทับเป็นเส้นเดียวกัน ซึ่งเป็นเพราะค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของทุกก้านต่อมีค่าน้อย โดยค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งในช่วงแรกจะมีค่ามากแล้วจะค่อยๆ ลดลง

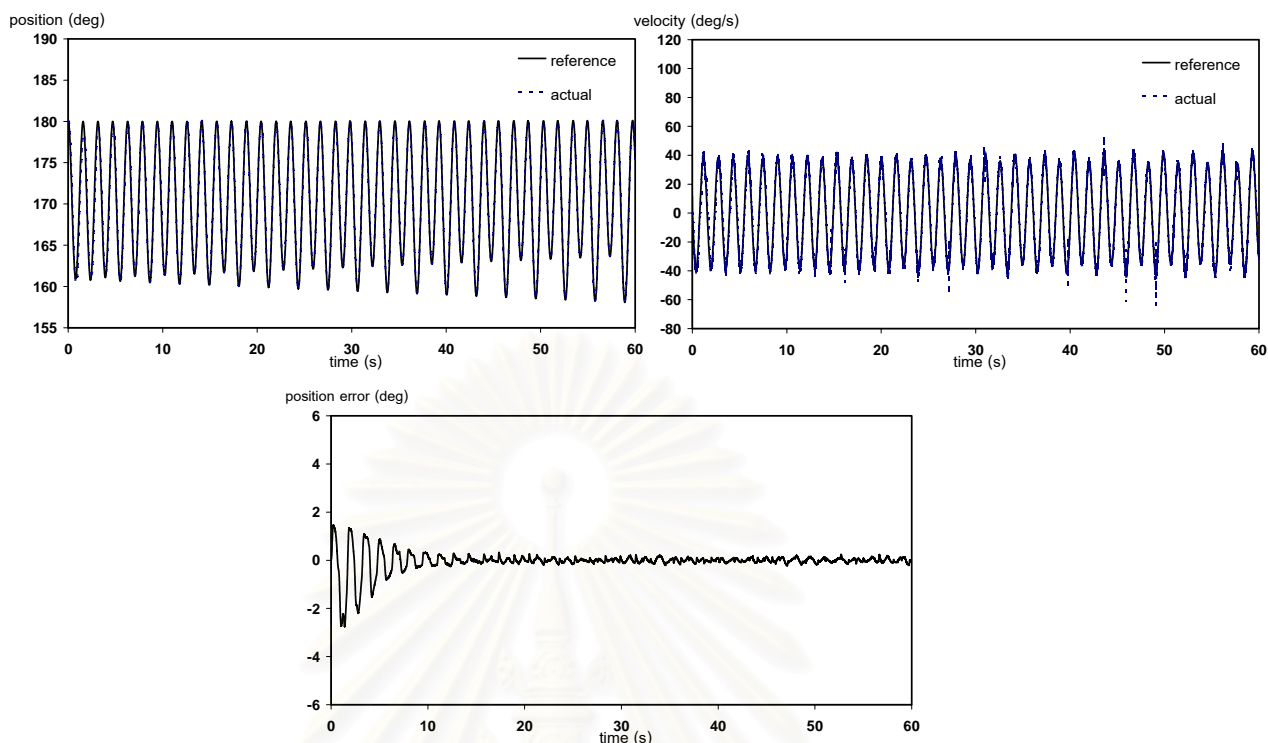
รูปที่ 6.6 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกและค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์



รูปที่ 6.6.1 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1



รูปที่ 6.6.2 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 2



รูปที่ 6.6.3 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 3

จากรูปที่ 6.6 จะเห็นว่ากราฟของตำแหน่งและความเร็วที่วัดได้จริงกับค่าที่ต้องการของข้อต่อที่ 1, 2 และ 3 มีค่าใกล้เคียงกันมากแทบจะเป็นทับเป็นเส้นเดียวกัน ซึ่งเป็นเพราะค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของทุกก้านต่อมีค่าน้อย โดยค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งในช่วงแรกจะมีค่ามากแล้วจะค่อยๆ ลดลง แต่จะลดลงช้ากว่าเมื่อเทียบกับวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า

ตารางแสดงผลการทดลอง

จากการทดลองซ้ำเหมือนๆ กัน 5 ครั้งสามารถนำมาเขียนผลการทดลองได้ดังตารางที่ 6.4, 6.5 และ 6.6 ซึ่งจากกราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ (รูปที่ 6.4) จะเห็นว่าเมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 50 วินาที ค่าพารามิเตอร์ส่วนใหญ่จะเริ่มคงที่ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์จะคิดเฉพาะ 10 วินาทีสุดท้าย ในส่วนของความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งและค่าสูงสุดของความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งจะเริ่มคิดในช่วงที่รูปแบบความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของทั้งสองวิธีมีรูปแบบค่อนข้างคงที่คือตั้งแต่เวลา 30 วินาที

ตารางที่ 6.4 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

พารามิเตอร์		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	ค่าจริงอ้างอิง	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์
		1	2	3	4	5				
\hat{a}_1 (kg·m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.977	0.970	0.968	0.972	0.976	0.972	0.004	1.024	5.08
	S.D.	0.042	0.028	0.035	0.050	0.044	0.042	-	-	-
\hat{a}_2 (kg·m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.138	1.141	1.140	1.135	1.135	1.138	0.003	1.038	9.63
	S.D.	0.016	0.024	0.026	0.020	0.025	0.024	-	-	-
\hat{a}_3 (kg·m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.743	0.735	0.733	0.744	0.736	0.736	0.005	0.731	0.68
	S.D.	0.033	0.035	0.038	0.035	0.040	0.035	-	-	-
\hat{a}_4 (kg·m ²)	ค่าเฉลี่ย	-0.361	-0.366	-0.355	-0.360	-0.366	-0.361	0.005	-0.365	1.10
	S.D.	0.029	0.054	0.044	0.030	0.050	0.044	-	-	-
\hat{a}_5 (kg·m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.547	1.542	1.535	1.544	1.540	1.542	0.009	1.352	14.05
	S.D.	0.018	0.029	0.030	0.032	0.020	0.029	-	-	-
\hat{a}_6 (kg·m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.289	1.285	1.270	1.277	1.290	1.285	0.088	1.149	11.84
	S.D.	0.019	0.029	0.025	0.035	0.030	0.029	-	-	-
\hat{a}_7 (kg·m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	37.705	37.611	37.558	37.680	37.788	37.680	0.088	34.064	10.62
	S.D.	0.149	0.106	0.130	0.135	0.140	0.135	-	-	-
\hat{a}_8 (kg·m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	-7.774	-7.700	-7.651	-7.615	-7.750	-7.700	0.066	-7.242	6.32
	S.D.	0.013	0.034	0.022	0.035	0.029	0.029	-	-	-
\hat{a}_9 (kg·m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	10.904	10.888	10.850	10.935	10.831	10.888	0.042	-	-
	S.D.	0.111	0.068	0.088	0.092	0.102	0.092	-	-	-
\hat{a}_{10} (kg·m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	12.121	12.215	12.119	12.188	12.179	12.179	0.043	-	-
	S.D.	0.017	0.026	0.033	0.044	0.021	0.026	-	-	-
\hat{a}_{11} (kg·m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	9.342	9.285	9.301	9.323	9.321	9.321	0.022	-	-
	S.D.	0.095	0.044	0.088	0.072	0.075	0.075	-	-	-
\hat{a}_{12} (kg·m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	5.852	5.882	5.870	5.795	5.850	5.852	0.033	-	-
	S.D.	0.149	0.055	0.068	0.110	0.115	0.110	-	-	-
\hat{a}_{13} (kg·m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	10.497	10.515	10.530	10.531	10.508	10.515	0.015	-	-
	S.D.	0.085	0.069	0.089	0.082	0.080	0.082	-	-	-
\hat{a}_{14} (kg·m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	12.268	12.286	12.305	12.273	12.295	12.286	0.015	-	-
	S.D.	0.042	0.091	0.055	0.074	0.090	0.074	-	-	-

จากตารางที่ 6.4 จะได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ส่วนใหญ่มีค่าใกล้เคียงกับค่าจริงอ้างอิง โดยพารามิเตอร์ \hat{a}_5 มีความคลาดเคลื่อนมากที่สุดคือ 14.05% ส่วนพารามิเตอร์ \hat{a}_3 มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด

ตารางที่ 6.5 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก เมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

พารามิเตอร์		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	ค่าจริง อ้างอิง	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อนของ พารามิเตอร์
		1	2	3	4	5				
\hat{a}_1 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.938	0.913	0.945	0.950	0.935	0.938	0.014	1.024	8.40
	S.D.	0.033	0.047	0.050	0.044	0.043	0.044	-	-	-
\hat{a}_2 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.958	0.950	0.947	0.962	0.966	0.958	0.008	1.038	7.71
	S.D.	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	-	-	-
\hat{a}_3 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.690	0.675	0.688	0.673	0.682	0.682	0.008	0.731	6.70
	S.D.	0.034	0.045	0.035	0.031	0.043	0.035	-	-	-
\hat{a}_4 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	-0.368	-0.370	-0.360	-0.367	-0.362	-0.367	0.004	-0.365	0.55
	S.D.	0.026	0.044	0.035	0.040	0.022	0.035	-	-	-
\hat{a}_5 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.598	1.555	1.570	1.575	1.590	1.575	0.017	1.352	16.49
	S.D.	0.005	0.024	0.015	0.020	0.018	0.018	-	-	-
\hat{a}_6 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.648	1.662	1.585	1.580	1.644	1.644	0.038	1.149	43.08
	S.D.	0.029	0.011	0.045	0.050	0.035	0.040	-	-	-
\hat{a}_7 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	37.879	37.709	37.784	37.771	37.830	37.784	0.064	34.064	10.92
	S.D.	0.055	0.133	0.120	0.111	0.085	0.111	-	-	-
\hat{a}_8 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	-7.883	-7.815	-7.833	-7.878	-7.811	-7.833	0.034	-7.242	8.16
	S.D.	0.055	0.082	0.048	0.057	0.055	0.055	-	-	-
\hat{a}_9 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	9.997	9.855	9.911	9.843	9.837	9.855	0.067	-	-
	S.D.	0.141	0.163	0.171	0.135	0.115	0.141	-	-	-
\hat{a}_{10} (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	12.028	12.125	12.044	12.019	12.095	12.044	0.046	-	-
	S.D.	0.046	0.095	0.045	0.087	0.066	0.066	-	-	-
\hat{a}_{11} (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	9.630	9.665	9.598	9.575	9.680	9.630	0.044	-	-
	S.D.	0.048	0.043	0.056	0.050	0.062	0.050	-	-	-
\hat{a}_{12} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	6.045	6.124	6.111	6.088	6.178	6.111	0.049	-	-
	S.D.	0.075	0.139	0.102	0.084	0.091	0.091	-	-	-
\hat{a}_{13} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	10.846	10.881	10.752	10.787	10.804	10.804	0.050	-	-
	S.D.	0.097	0.093	0.088	0.105	0.121	0.097	-	-	-
\hat{a}_{14} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	12.692	12.615	12.510	12.623	12.629	12.623	0.066	-	-
	S.D.	0.048	0.048	0.050	0.035	0.040	0.048	-	-	-

จากตาราง 6.5 จะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ \hat{a}_6 จะมีความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 43.08% และเมื่อเทียบกับค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าแล้ว ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธีจะไม่แตกต่างกันมาก

ตารางที่ 6.6 แสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเมื่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เป็นศูนย์

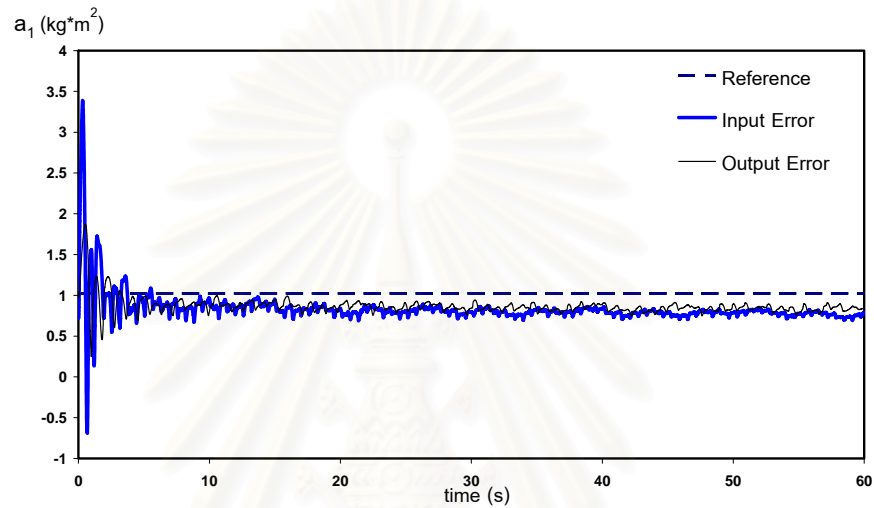
วิธีการควบคุม	ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง
			1	2	3	4	5			
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.089	0.090	0.088	0.092	0.090	0.090	0.001	0.12
		S.D.	0.077	0.079	0.090	0.075	0.082	0.079	-	-
		ค่าสูงสุด	0.595	0.615	0.658	0.630	0.640	0.630	0.024	0.87
	$ \tilde{\theta}_2 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.138	0.145	0.146	0.140	0.139	0.140	0.004	0.33
		S.D.	0.105	0.115	0.095	0.122	0.090	0.105	-	-
		ค่าสูงสุด	0.614	0.668	0.655	0.603	0.671	0.655	0.032	1.52
	$ \tilde{\theta}_3 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.079	0.082	0.077	0.079	0.080	0.079	0.002	0.36
		S.D.	0.063	0.061	0.068	0.065	0.071	0.065	-	-
		ค่าสูงสุด	0.342	0.379	0.352	0.345	0.357	0.352	0.015	1.60
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.099	0.103	0.090	0.095	0.097	0.097	0.005	0.13
		S.D.	0.088	0.100	0.085	0.081	0.092	0.088	-	-
		ค่าสูงสุด	0.496	0.502	0.490	0.487	0.511	0.496	0.010	0.68
	$ \tilde{\theta}_2 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.146	0.153	0.149	0.141	0.147	0.147	0.004	0.34
		S.D.	0.092	0.092	0.087	0.095	0.091	0.092	-	-
		ค่าสูงสุด	0.454	0.440	0.456	0.448	0.459	0.454	0.008	1.05
	$ \tilde{\theta}_3 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.062	0.069	0.060	0.070	0.061	0.062	0.005	0.28
		S.D.	0.047	0.052	0.045	0.046	0.046	0.046	-	-
		ค่าสูงสุด	0.248	0.284	0.255	0.265	0.261	0.261	0.014	1.19

จากตารางที่ 6.6 จะเห็นว่าการควบคุมทั้งสองมีค่าความคลาดเคลื่อนค่อนข้างน้อย โดยข้อต่อที่ 1 และ 2 การควบคุมด้วยวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าจะมีค่าน้อยกว่าส่วนข้อต่อที่ 3 การควบคุมด้วยวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกจะมีค่าน้อยกว่า

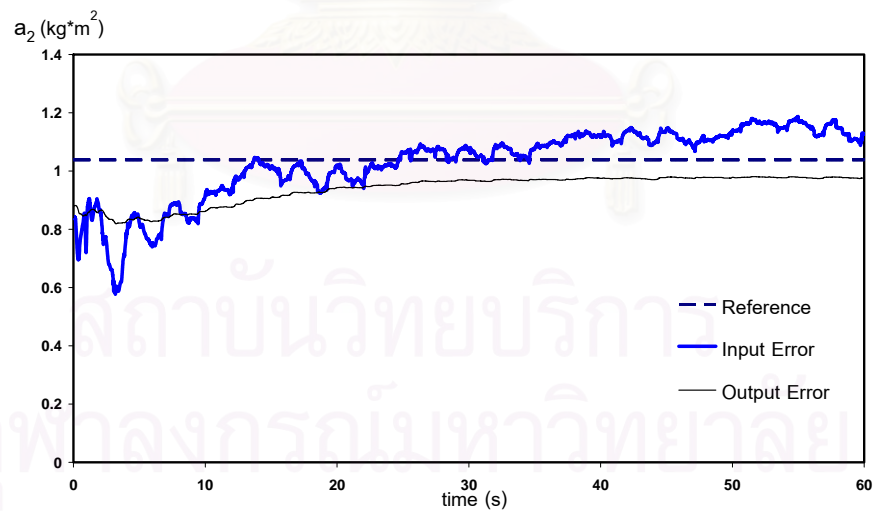
ตอนที่ 3

รูปแสดงผลการทดลอง

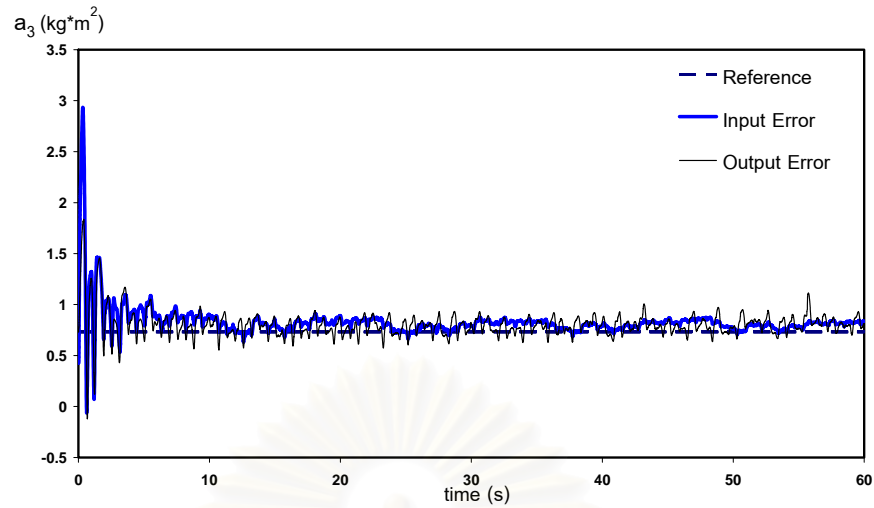
รูปที่ 6.7 กราฟแสดงพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกเปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง เมื่อใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์



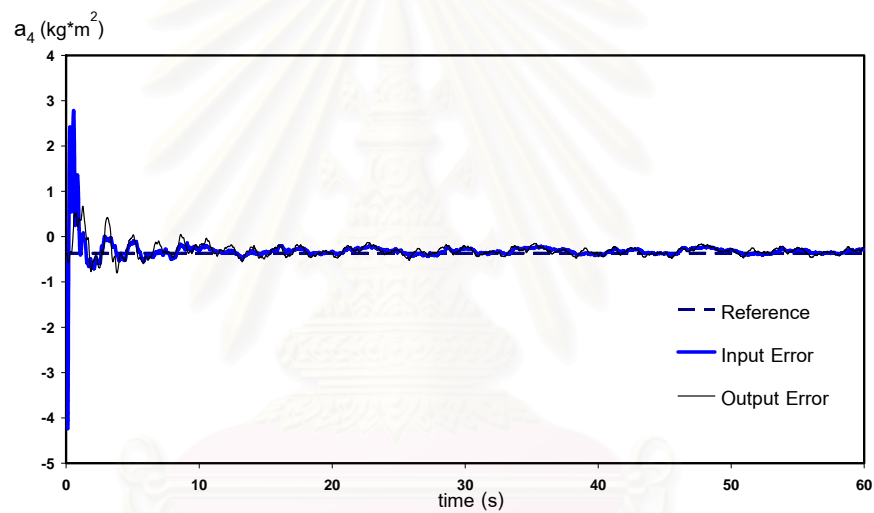
รูปที่ 6.7.1 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_1 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



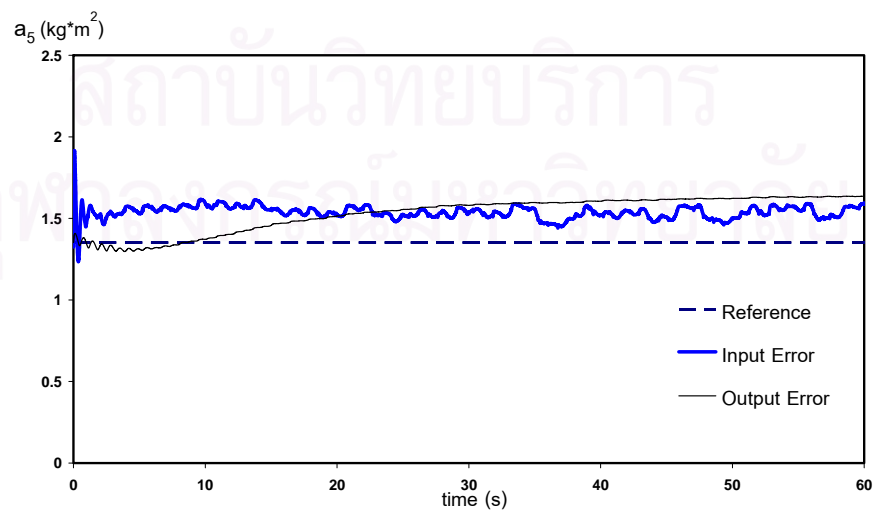
รูปที่ 6.7.2 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_2 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



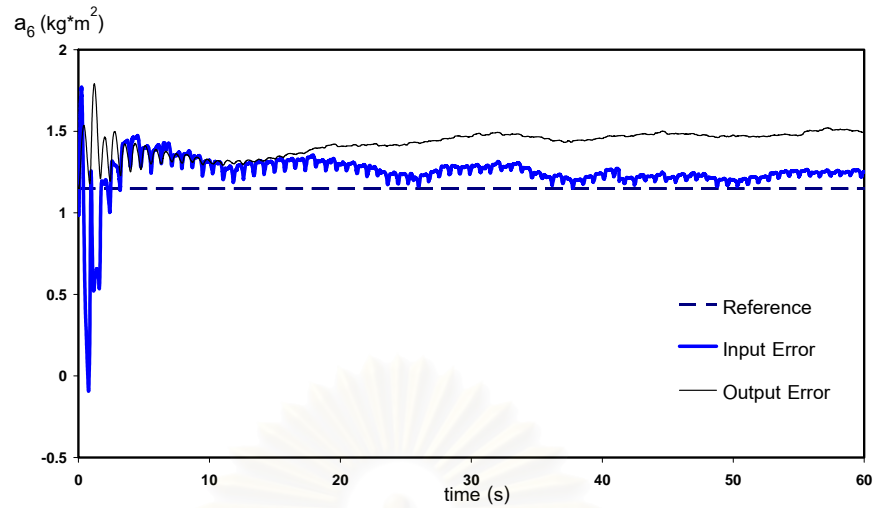
รูปที่ 6.7.3 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_3 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



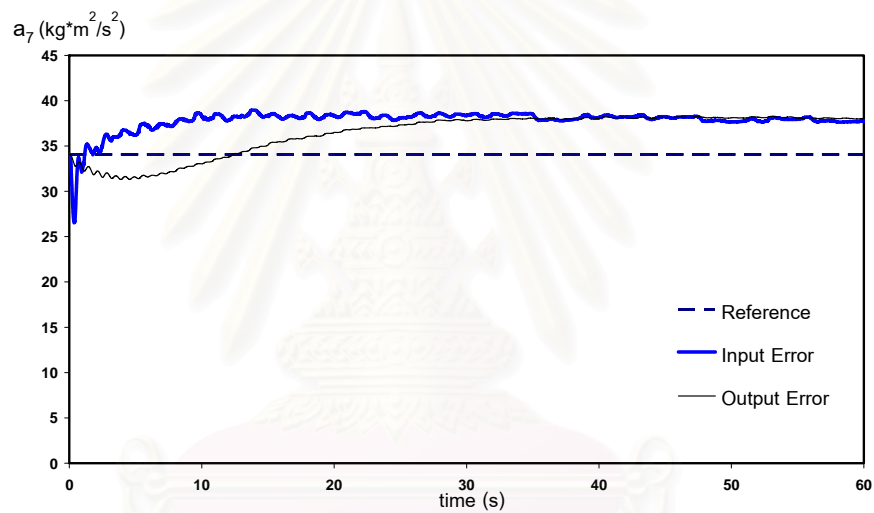
รูปที่ 6.7.4 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_4 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



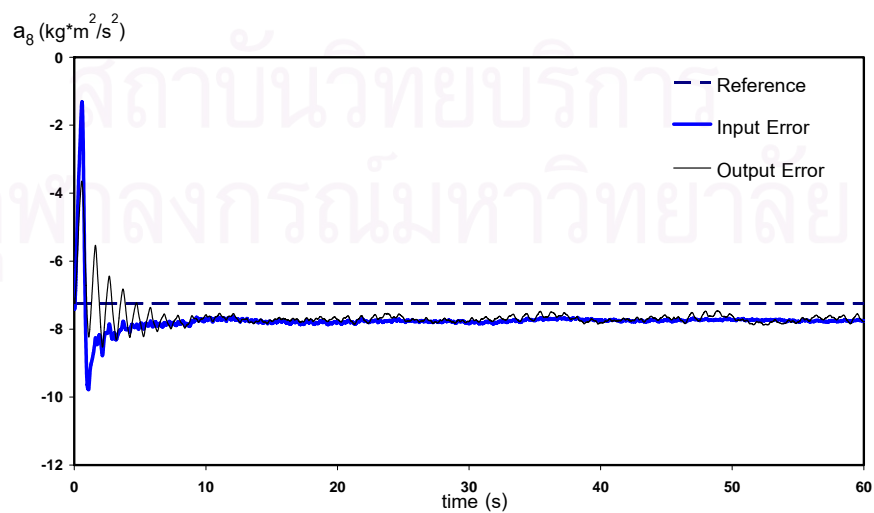
รูปที่ 6.7.5 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_5 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



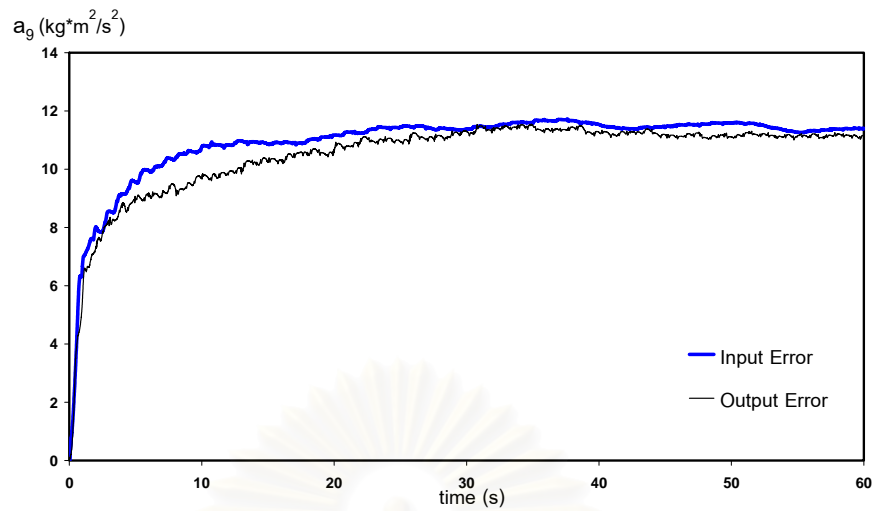
รูปที่ 6.7.6 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_6 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



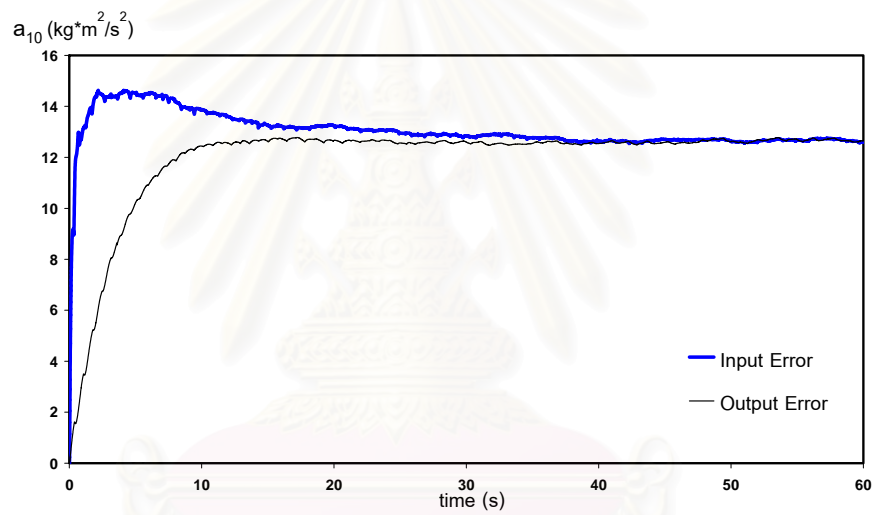
รูปที่ 6.7.7 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_7 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



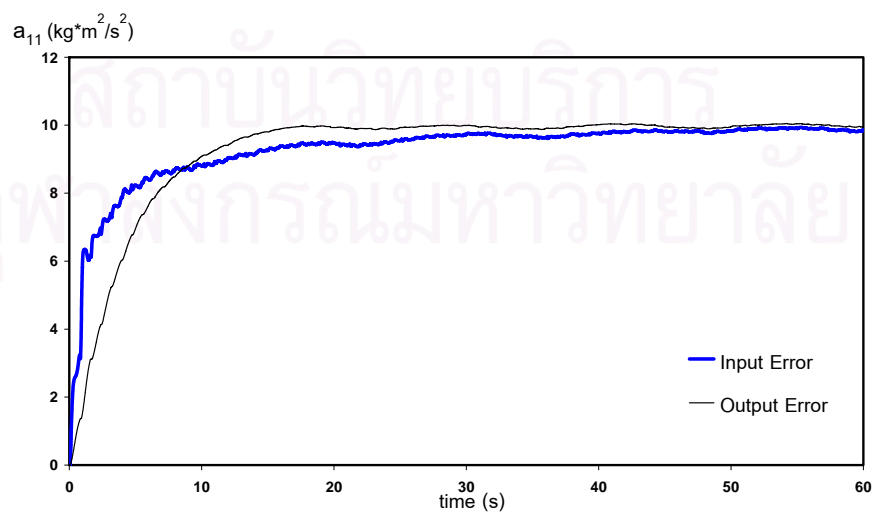
รูปที่ 6.7.8 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_8 ที่ประมาณค่าได้เปรียบเทียบกับค่าจริงอ้างอิง



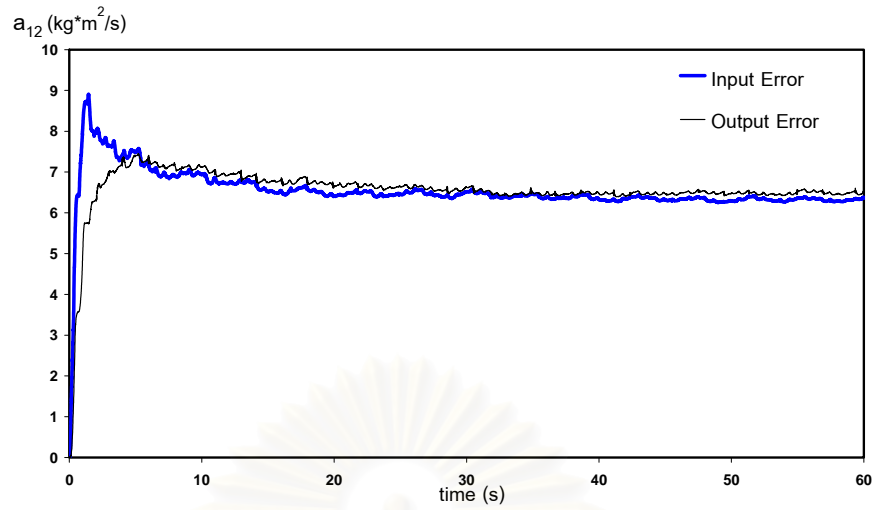
รูปที่ 6.7.9 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_9 ที่ประมาณค่าได้



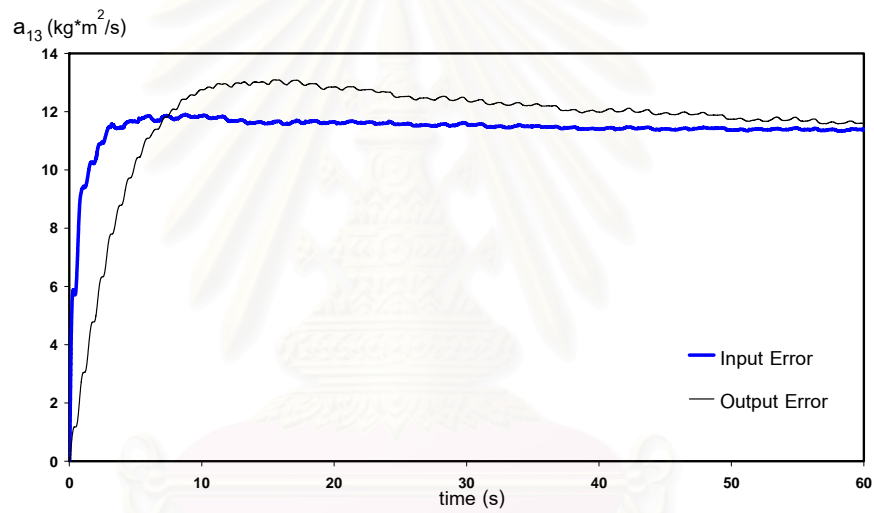
รูปที่ 6.7.10 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{10} ที่ประมาณค่าได้



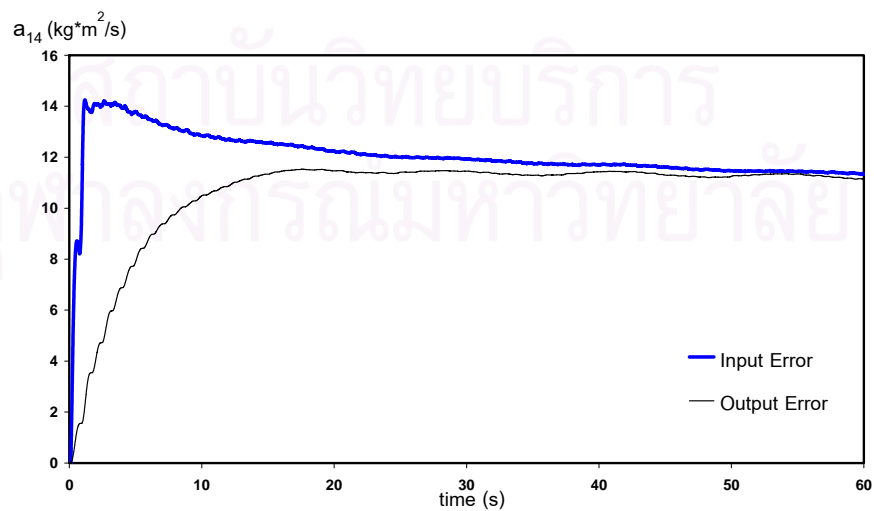
รูปที่ 6.7.11 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{11} ที่ประมาณค่าได้



รูปที่ 6.7.12 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{12} ที่ประมาณค่าได้



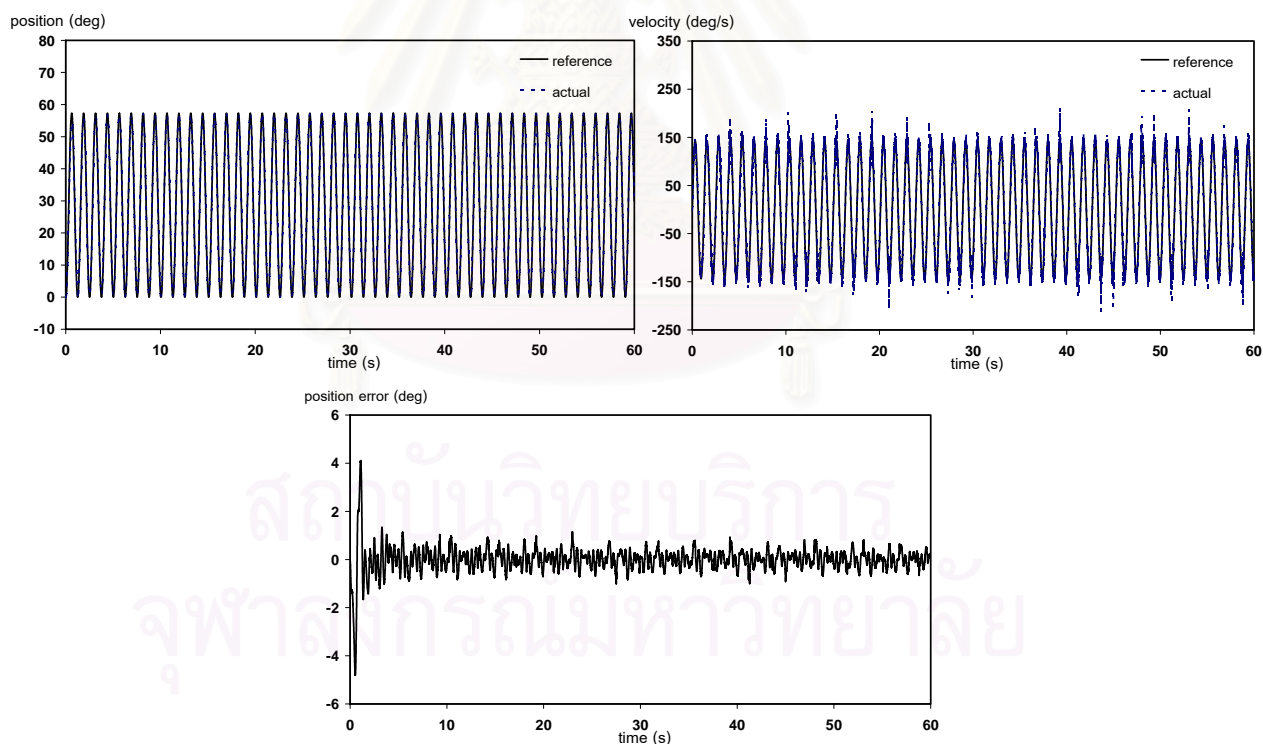
รูปที่ 6.7.13 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{13} ที่ประมาณค่าได้



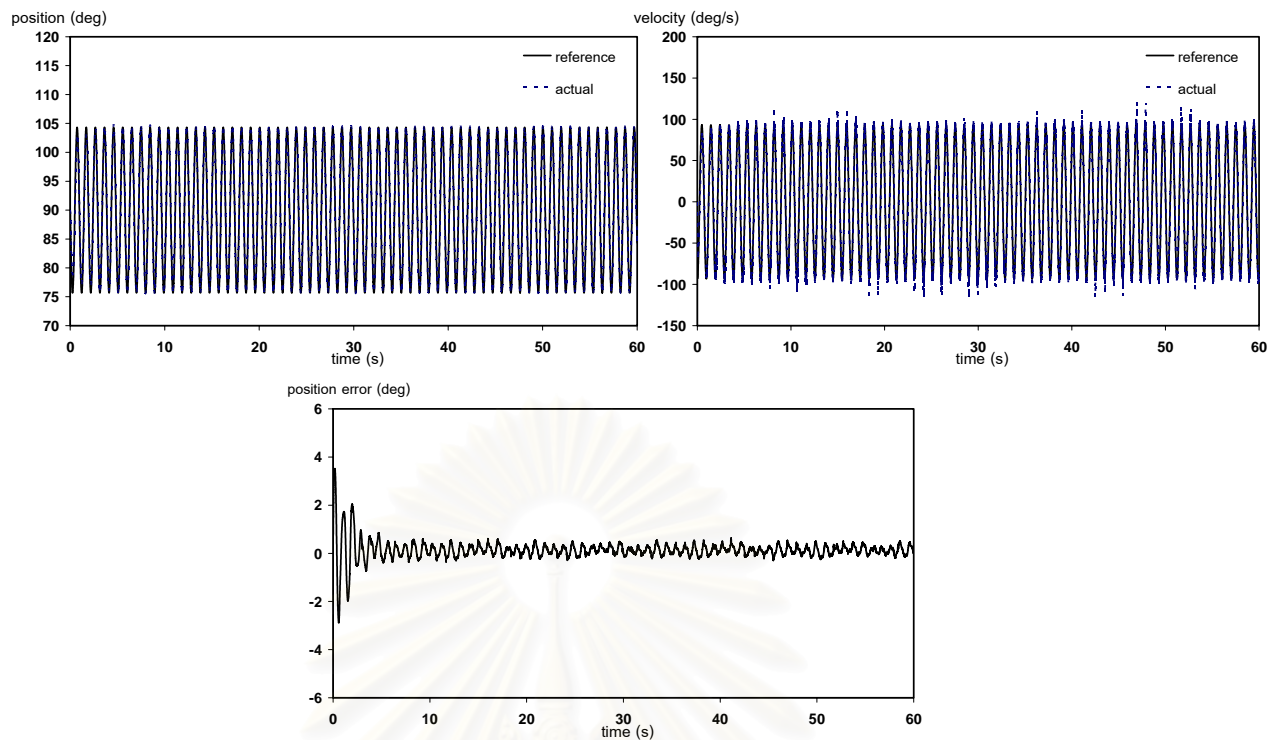
รูปที่ 6.7.14 กราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ a_{14} ที่ประมาณค่าได้

จากรูปที่ 6.7 จะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากทั้งสองวิธีส่วนใหญ่จะลู่เข้าหาค่าเดียวกัน ยกเว้นพารามิเตอร์ a_2, a_6 ที่ค่าที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธีไม่ลู่เข้าหาค่าเดียวกันแต่แตกต่างกันไม่มากนัก โดยพารามิเตอร์ a_3, a_4 ค่าที่ได้จากการประมาณค่าจากทั้งสองวิธีกับค่าจริงอ้างอิงลู่เข้าหาค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ส่วนพารามิเตอร์ a_1, a_5, a_7, a_8 ค่าที่ได้จากการประมาณค่าจากทั้งสองวิธีลู่เข้าหาค่าที่ใกล้เคียงกันแต่จะแตกต่างกับค่าจริงอ้างอิงเล็กน้อย ซึ่งผลที่ได้จะใกล้เคียงกับที่ได้จากการทดลองตอนที่ 2 แต่ในการทดลองนี้ค่าพารามิเตอร์จะลู่เข้าหาค่าจริงได้เร็วกว่าและในกลุ่มของพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทานก็จะเห็นได้ว่าค่าที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธีลู่เข้าหาค่าเดียวกันทั้งหมด ซึ่งก็ใกล้เคียงกับผลการทดลองในตอนที่ 2

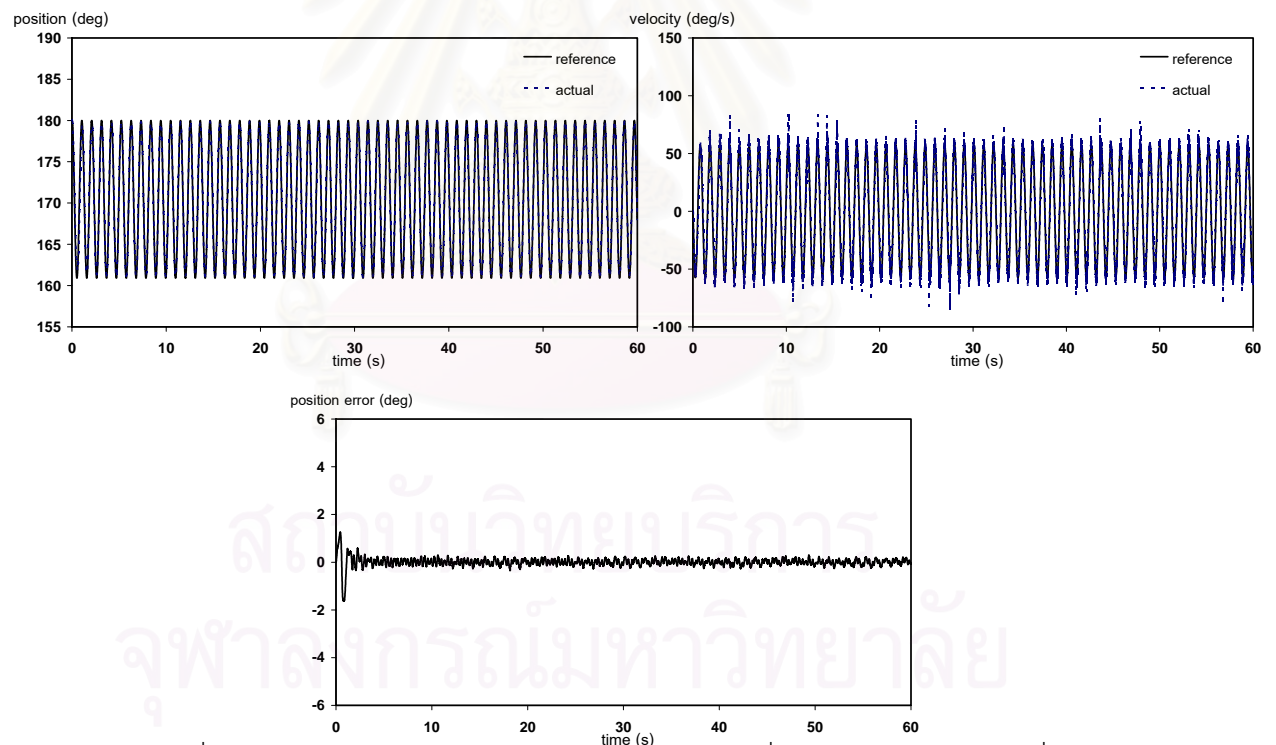
รูปที่ 6.8 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์



รูปที่ 6.8.1 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1



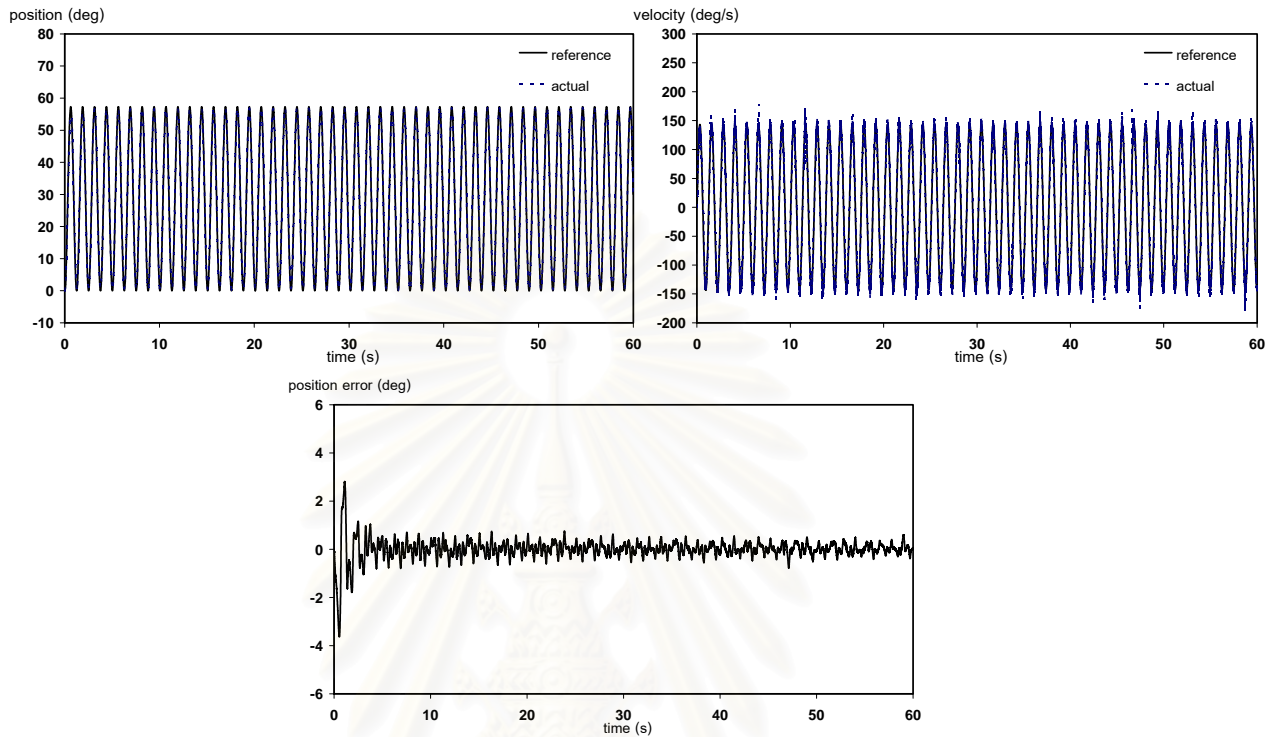
รูปที่ 6.8.2 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 2



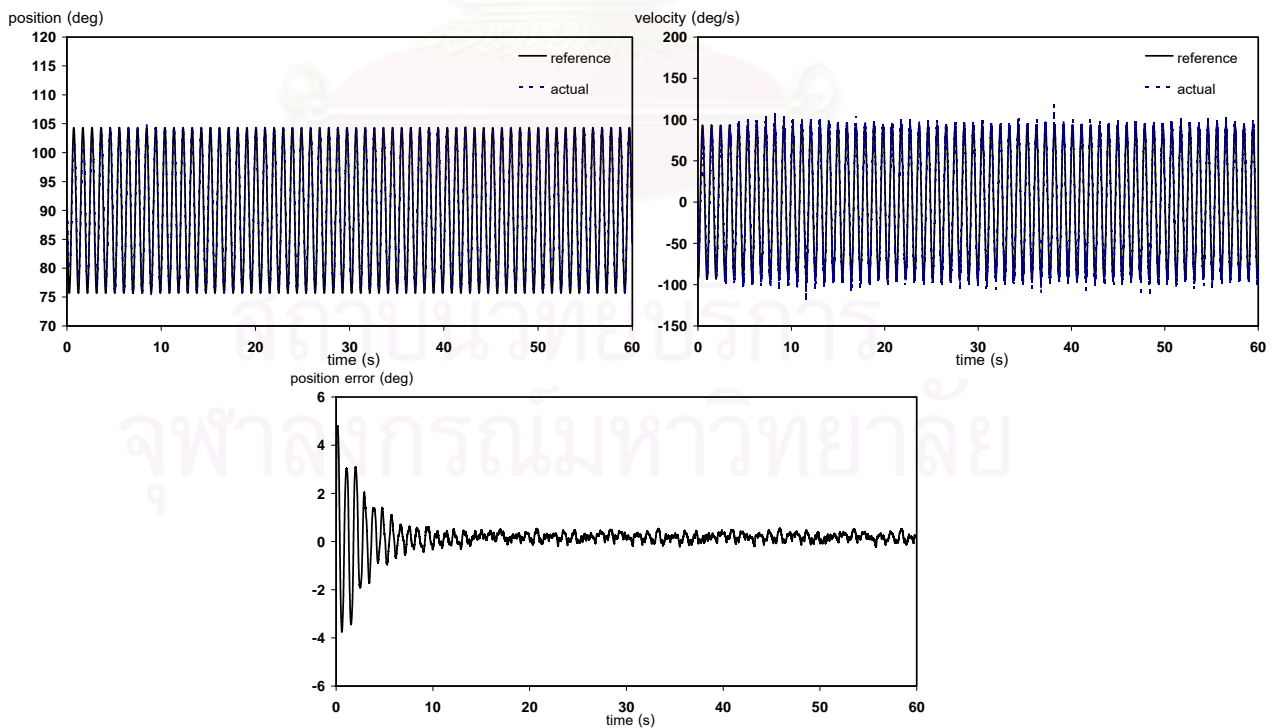
รูปที่ 6.8.3 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 3

จากรูปที่ 6.8 จะเห็นได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของทั้ง 3 ข้อต่อมีค่าค่อนข้างน้อย โดยจะมีค่ามากในช่วงแรกที่กำลังปรับค่าพารามิเตอร์แล้วลดลงเมื่อค่าพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงน้อยลง และในกราฟของตำแหน่งและความเร็วค่าที่วัดได้จริงกับค่าที่ต้องการมีค่าใกล้เคียงกันมากทำให้ไม่เห็นความแตกต่าง

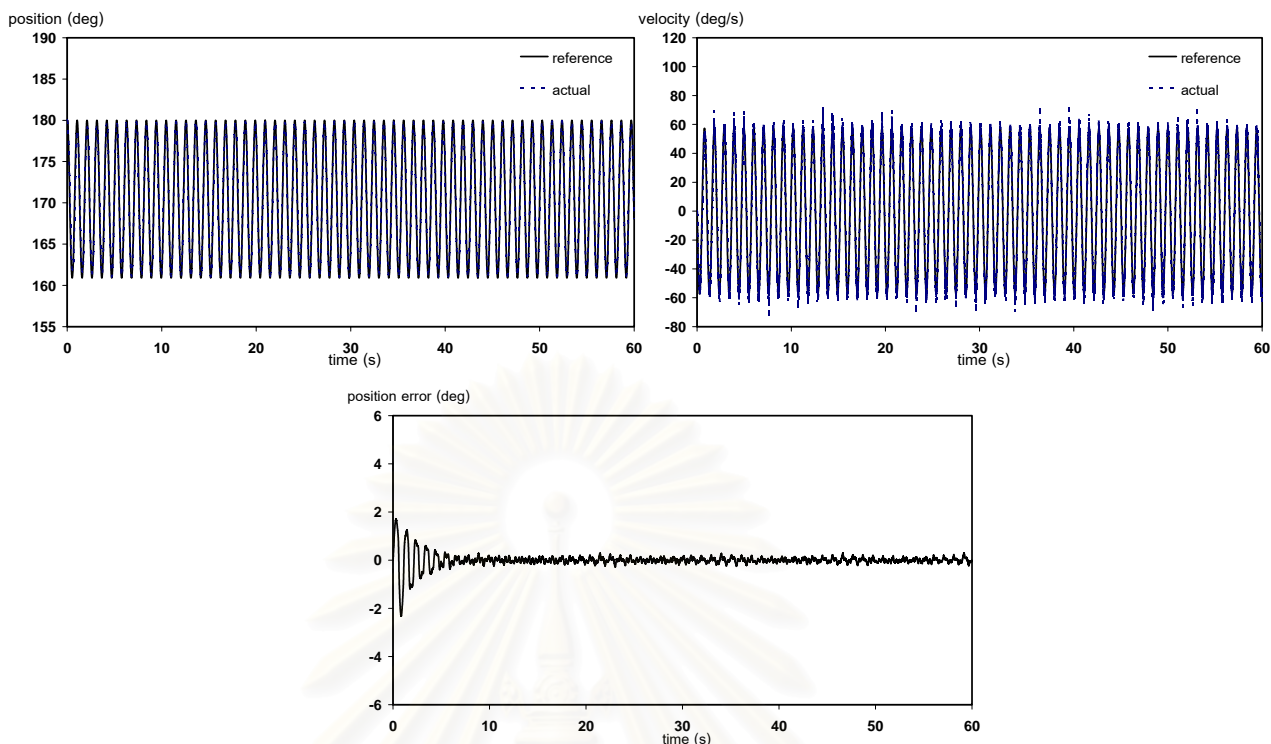
รูปที่ 6.9 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกและใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์



รูปที่ 6.9.1 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1



รูปที่ 6.9.2 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 2



รูปที่ 6.9.3 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว และความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 3

จากรูปที่ 6.9 จะได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งในช่วงแรกจะมีค่ามากแล้วจะค่อยๆ ลดลงเมื่อเวลาผ่านไป ซึ่งเมื่อเทียบกับวิธีการควบคุมแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าแล้ว วิธีนี้ค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งจะลดลงช้ากว่า ซึ่งสอดคล้องกับผลของค่าพารามิเตอร์ที่วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกค่าพารามิเตอร์จะลู่เข้าช้ากว่า

ตารางแสดงผลการทดลอง

จากการทดลองซ้ำ 5 ครั้งสามารถนำมาเขียนผลการทดลองได้ดังตารางที่ 6.7, 6.8, 6.9 ซึ่งจากกราฟแสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ (รูปที่ 6.7) จะเห็นว่าเมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 30 วินาที ค่าพารามิเตอร์ส่วนใหญ่จะเริ่มคงที่ แต่เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบผลการทดลองกับการทดลองตอนที่ 2 ได้โดยตรง ค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์จะคิดตั้งแต่เวลา 50 วินาที ส่วนความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งและค่าสูงสุดของความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งก็จะเริ่มคิดตั้งแต่เวลา 30 วินาที เช่นเดียวกับการทดลองตอนที่ 2

ตารางที่ 6.7 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า เมื่อใช้ค่าจริง อ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์

พารามิเตอร์		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	ค่าจริง อ้างอิง	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อนของ พารามิเตอร์
		1	2	3	4	5				
\hat{a}_1 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.777	0.784	0.781	0.772	0.789	0.781	0.007	1.024	23.73
	S.D.	0.031	0.033	0.040	0.035	0.033	0.033	-	-	-
\hat{a}_2 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.155	1.135	1.153	1.166	1.170	1.155	0.014	1.038	11.27
	S.D.	0.021	0.016	0.022	0.032	0.024	0.022	-	-	-
\hat{a}_3 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.801	0.822	0.815	0.821	0.806	0.815	0.009	0.731	11.49
	S.D.	0.032	0.040	0.035	0.044	0.033	0.035	-	-	-
\hat{a}_4 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	-0.348	-0.336	-0.350	-0.352	-0.341	-0.348	0.007	-0.365	4.66
	S.D.	0.037	0.039	0.044	0.041	0.035	0.039	-	-	-
\hat{a}_5 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.550	1.610	1.561	1.580	1.582	1.580	0.023	1.352	16.86
	S.D.	0.030	0.012	0.021	0.025	0.020	0.021	-	-	-
\hat{a}_6 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.244	1.280	1.255	1.241	1.230	1.244	0.019	1.149	8.27
	S.D.	0.022	0.046	0.035	0.021	0.025	0.025	-	-	-
\hat{a}_7 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	37.781	37.792	37.717	37.732	37.741	37.741	0.032	34.064	10.79
	S.D.	0.162	0.144	0.151	0.160	0.133	0.151	-	-	-
\hat{a}_8 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	-7.747	-7.701	-7.725	-7.766	-7.760	-7.747	0.027	-7.242	6.97
	S.D.	0.021	0.024	0.030	0.019	0.024	0.024	-	-	-
\hat{a}_9 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	11.386	11.133	11.351	11.405	11.384	11.384	0.113	-	-
	S.D.	0.103	0.135	0.082	0.089	0.080	0.089	-	-	-
\hat{a}_{10} (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	12.666	12.610	12.661	12.645	12.632	12.645	0.023	-	-
	S.D.	0.047	0.039	0.051	0.044	0.053	0.047	-	-	-
\hat{a}_{11} (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	9.890	9.855	9.847	9.861	9.877	9.861	0.017	-	-
	S.D.	0.235	0.158	0.116	0.135	0.141	0.141	-	-	-
\hat{a}_{12} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	6.325	6.315	6.348	6.344	6.317	6.325	0.015	-	-
	S.D.	0.035	0.041	0.051	0.045	0.043	0.043	-	-	-
\hat{a}_{13} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	11.385	11.412	11.404	11.392	11.380	11.392	0.013	-	-
	S.D.	0.023	0.045	0.044	0.025	0.023	0.025	-	-	-
\hat{a}_{14} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	11.440	11.413	11.386	11.422	11.461	11.422	0.028	-	-
	S.D.	0.271	0.205	0.253	0.244	0.233	0.244	-	-	-

จากตารางที่ 6.7 จะเห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ \hat{a}_1 จะมีค่ามากที่สุดคือ 23.73% ส่วนพารามิเตอร์ \hat{a}_4 มีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด

ตารางที่ 6.8 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก เมื่อใช้ค่าจริง อ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์

พารามิเตอร์		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	ค่าจริง อ้างอิง	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อนของ พารามิเตอร์
		1	2	3	4	5				
\hat{a}_1 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.839	0.844	0.831	0.811	0.840	0.839	0.013	1.024	18.07
	S.D.	0.032	0.033	0.044	0.031	0.023	0.032	-	-	-
\hat{a}_2 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.978	0.976	0.970	0.961	0.966	0.970	0.007	1.038	6.55
	S.D.	0.023	0.030	0.038	0.033	0.033	0.033	-	-	-
\hat{a}_3 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	0.817	0.822	0.815	0.801	0.811	0.815	0.008	0.731	11.49
	S.D.	0.071	0.035	0.042	0.033	0.061	0.042	-	-	-
\hat{a}_4 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	-0.334	-0.345	-0.331	-0.335	-0.353	-0.335	0.009	-0.365	8.22
	S.D.	0.059	0.041	0.051	0.050	0.047	0.050	-	-	-
\hat{a}_5 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.631	1.618	1.612	1.622	1.625	1.622	0.007	1.352	19.97
	S.D.	0.004	0.008	0.010	0.008	0.009	0.008	-	-	-
\hat{a}_6 (kg*m ²)	ค่าเฉลี่ย	1.481	1.474	1.433	1.451	1.480	1.474	0.021	1.149	28.29
	S.D.	0.017	0.020	0.031	0.023	0.027	0.023	-	-	-
\hat{a}_7 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	38.108	38.151	38.097	38.156	38.118	38.118	0.026	34.064	11.90
	S.D.	0.069	0.056	0.081	0.074	0.070	0.070	-	-	-
\hat{a}_8 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	-7.740	-7.744	-7.756	-7.734	-7.733	-7.740	0.009	-7.242	6.88
	S.D.	0.080	0.077	0.046	0.051	0.075	0.075	-	-	-
\hat{a}_9 (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	11.155	11.187	11.077	11.133	11.160	11.155	0.041	-	-
	S.D.	0.267	0.270	0.222	0.216	0.236	0.236	-	-	-
\hat{a}_{10} (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	12.666	12.680	12.678	12.682	12.677	12.678	0.006	-	-
	S.D.	0.052	0.035	0.044	0.045	0.049	0.045	-	-	-
\hat{a}_{11} (kg*m ² /s ²)	ค่าเฉลี่ย	10.007	9.978	10.120	10.108	10.111	10.108	0.067	-	-
	S.D.	0.238	0.210	0.189	0.220	0.178	0.210	-	-	-
\hat{a}_{12} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	6.480	6.440	6.448	6.450	6.439	6.448	0.017	-	-
	S.D.	0.036	0.044	0.030	0.041	0.040	0.040	-	-	-
\hat{a}_{13} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	11.684	11.641	11.685	11.713	11.721	11.685	0.031	-	-
	S.D.	0.282	0.215	0.277	0.257	0.251	0.257	-	-	-
\hat{a}_{14} (kg*m ² /s)	ค่าเฉลี่ย	11.283	11.330	11.305	11.301	11.280	11.301	0.020	-	-
	S.D.	0.273	0.261	0.215	0.270	0.259	0.261	-	-	-

จากตารางที่ 6.8 จะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ \hat{a}_6 จะมีค่าความคลาดเคลื่อนมากที่สุดคือ 28.29% ส่วนพารามิเตอร์ \hat{a}_2 จะมีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด

ตารางที่ 6.9 แสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์แบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าและแบบความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก เมื่อใช้ค่าจริงอ้างอิงเป็นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์

วิธีการควบคุม	ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง
			1	2	3	4	5			
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.207	0.215	0.227	0.230	0.223	0.223	0.009	0.39
		S.D.	0.180	0.175	0.191	0.164	0.169	0.175	-	-
		ค่าสูงสุด	0.998	1.037	0.984	1.017	0.992	0.998	0.021	1.74
	$ \tilde{\theta}_2 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.146	0.152	0.140	0.155	0.149	0.149	0.006	0.52
		S.D.	0.127	0.130	0.113	0.119	0.139	0.127	-	-
		ค่าสูงสุด	0.632	0.639	0.608	0.642	0.645	0.639	0.015	2.23
	$ \tilde{\theta}_3 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.078	0.076	0.075	0.079	0.080	0.078	0.002	0.41
		S.D.	0.062	0.059	0.071	0.069	0.072	0.069	-	-
		ค่าสูงสุด	0.297	0.285	0.281	0.293	0.299	0.293	0.008	1.53
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.136	0.130	0.133	0.139	0.142	0.136	0.005	0.24
		S.D.	0.134	0.138	0.145	0.139	0.132	0.138	-	-
		ค่าสูงสุด	0.773	0.781	0.793	0.770	0.766	0.773	0.011	1.35
	$ \tilde{\theta}_2 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.183	0.190	0.185	0.192	0.181	0.185	0.005	0.65
		S.D.	0.129	0.133	0.141	0.144	0.131	0.133	-	-
		ค่าสูงสุด	0.552	0.558	0.561	0.550	0.564	0.558	0.006	1.95
	$ \tilde{\theta}_3 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.060	0.059	0.064	0.067	0.061	0.061	0.003	0.32
		S.D.	0.055	0.056	0.057	0.066	0.050	0.056	-	-
		ค่าสูงสุด	0.297	0.290	0.303	0.311	0.309	0.303	0.009	1.59

จากตารางที่ 6.9 จะได้ว่าข้อต่อที่ 1 และ 3 การควบคุมแบบใช้วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออกจะมีค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งน้อยกว่า ส่วนข้อต่อที่ 2 การควบคุมแบบใช้วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้าจะมีค่าน้อยกว่า

6.3 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองตอนที่ 1 จะได้ว่าวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธีสามารถใช้ได้ผลเป็นอย่างดี เพราะค่าพารามิเตอร์ที่ได้ใกล้เคียงกับค่าจริงอ้างอิงมาก ส่วนการทดลองตอนที่ 2 และ 3 สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 6.10

ตารางที่ 6.10 เปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากการทดลองตอนที่ 2 และ 3

พารามิเตอร์	การทดลอง				ค่าจริง อ้างอิง
	ตอนที่ 2 (ค่าพารามิเตอร์เริ่มจากศูนย์)		ตอนที่ 3 (ค่าพารามิเตอร์เริ่มจากค่าจริงอ้างอิง)		
	Input error	Output error	Input error	Output error	
\hat{a}_1 (kg·m ³)	0.972	0.938	0.781	0.839	1.024
\hat{a}_2 (kg·m ³)	1.138	0.958	1.155	0.970	1.038
\hat{a}_3 (kg·m ³)	0.736	0.682	0.815	0.815	0.731
\hat{a}_4 (kg·m ³)	-0.361	-0.367	-0.348	-0.335	-0.365
\hat{a}_5 (kg·m ³)	1.542	1.575	1.580	1.622	1.352
\hat{a}_6 (kg·m ³)	1.285	1.644	1.244	1.474	1.149
\hat{a}_7 (kg·m ² /s ²)	37.680	37.784	37.741	38.118	34.064
\hat{a}_8 (kg·m ² /s ²)	-7.700	-7.833	-7.747	-7.740	-7.242
\hat{a}_9 (kg·m ² /s ²)	10.888	9.855	11.384	11.155	-
\hat{a}_{10} (kg·m ² /s ²)	12.179	12.044	12.645	12.678	-
\hat{a}_{11} (kg·m ² /s ²)	9.321	9.630	9.861	10.108	-
\hat{a}_{12} (kg·m ² /s)	5.852	6.111	6.325	6.448	-
\hat{a}_{13} (kg·m ² /s)	10.515	10.804	11.392	11.685	-
\hat{a}_{14} (kg·m ² /s)	12.286	12.623	11.422	11.301	-

ซึ่งจากตารางที่ 6.10 สรุปได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากทั้งสองวิธีส่วนใหญ่มีค่าใกล้เคียงกัน แต่เมื่อเทียบกับค่าจริงอ้างอิงจะมีบางค่าที่ได้ค่าห่างกันพอสมควร โดยเฉพาะ \hat{a}_1 , \hat{a}_5 และ \hat{a}_6 ซึ่งเป็นเพราะค่าพารามิเตอร์ทั้งสามตัวนี้เป็นผลคูณของความเร่งโดยตรง (ดูได้จากบทที่ 5) ทำให้มีโอกาสที่ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จะคลาดเคลื่อนเนื่องจากการหาค่าอนุพันธ์ของตำแหน่งได้มาก

ในส่วนของค่าพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทานค่าที่ได้จากทั้งสองวิธีจะใกล้เคียงกันมาก โดยเฉพาะกรณีที่เริ่มต้นจากค่าจริงอ้างอิง

สำหรับในส่วนของการควบคุมจะเห็นว่าทั้งสองวิธีสามารถควบคุมได้เป็นอย่างดี และมีค่าแตกต่างกันไม่มาก โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งค่อนข้างน้อย คือมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ยของตำแหน่งของทั้ง 2 วิธีไม่เกิน 1%



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 7

การทดลองเพื่อทดสอบค่าพารามิเตอร์

ในการทดลองเพื่อทดสอบค่าพารามิเตอร์จะทำการควบคุม 3 ก้านต่อ (ก้านต่อที่ 1, 2, 3) โดยจะใช้ผลการควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบค่านวณแรงบิดเป็นตัวเปรียบเทียบ (ดูขั้นตอนการควบคุมแบบค่านวณแรงบิดได้จากภาคผนวก ก) เนื่องจากวิธีการควบคุมแบบนี้จะได้ผลการควบคุมดีขึ้นเมื่อแบบจำลองและค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ใกล้เคียงกับระบบจริง ดังนั้นในการทดสอบจะนำเอาค่าความคลาดเคลื่อนของการติดตาม (Tracking error) มาเป็นค่าเปรียบเทียบ

7.1 วิธีการทดลอง

จากการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์จะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้กับค่าจริงอ้างอิงแตกต่างกันไม่มากนัก ยกเว้นกลุ่มของพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทานที่ไม่รู้ค่าจริงอ้างอิง ดังนั้นในการทดลองเพื่อทดสอบค่าพารามิเตอร์จะแบ่งพารามิเตอร์ออกเป็นสองกลุ่ม ดังนี้ กลุ่มแรกใช้ค่าจริงอ้างอิงอย่างเดียวโดยในส่วนของพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทานจะกำหนดให้เป็นศูนย์ กลุ่มที่สองจะใช้ค่าจริงอ้างอิงร่วมกับค่าที่ประมาณได้ในส่วนของพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทาน ซึ่งค่าของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้กำหนดค่าดังนี้

พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 (พารามิเตอร์ค่าจริงอ้างอิง)

$$\begin{aligned} a_1 &= 1.024 & \text{กก.เมตร}^2 & & a_2 &= 1.038 & \text{กก.เมตร}^2 \\ a_3 &= 0.731 & \text{กก.เมตร}^2 & & a_4 &= -0.365 & \text{กก.เมตร}^2 \\ a_5 &= 1.352 & \text{กก.เมตร}^2 & & a_6 &= 1.149 & \text{กก.เมตร}^2 \\ a_7 &= 34.064 & \text{กก.เมตร}^2 \text{ต่อวินาที}^2 & & a_8 &= -7.242 & \text{กก.เมตร}^2 \text{ต่อวินาที}^2 \\ a_9 &= a_{10} = a_{11} = 0 & \text{กก.เมตร}^2 \text{ต่อวินาที}^2 & & & & \\ a_{12} &= a_{13} = a_{14} = 0 & \text{กก.เมตร}^2 \text{ต่อวินาที} & & & & \end{aligned}$$

พารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 (พารามิเตอร์ค่าจริงอ้างอิงรวมกับพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้)

$$a_1 = 1.024 \quad \text{กก.เมตร}^2 \qquad a_2 = 1.038 \quad \text{กก.เมตร}^2$$

$a_3 =$	0.731	กก.เมตร ²	$a_4 =$	-0.365	กก.เมตร ²
$a_5 =$	1.352	กก.เมตร ²	$a_6 =$	1.149	กก.เมตร ²
$a_7 =$	34.064	กก.เมตร ² ต่อวินาที ²	$a_8 =$	-7.242	กก.เมตร ² ต่อวินาที ²
$a_9 =$	11.270	กก.เมตร ² ต่อวินาที ²	$a_{10} =$	12.662	กก.เมตร ² ต่อวินาที ²
$a_{11} =$	9.985	กก.เมตร ² ต่อวินาที ²	$a_{12} =$	6.387	กก.เมตร ² ต่อวินาที ²
$a_{13} =$	11.539	กก.เมตร ² ต่อวินาที ²	$a_{14} =$	11.362	กก.เมตร ² ต่อวินาที ²

หมายเหตุ ค่าพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทาน ($a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}$) จะใช้ค่าเฉลี่ยจากค่าที่ประมาณได้จากการหาค่าพารามิเตอร์ทั้งสองวิธี

การทดลองจะแบ่งออกเป็น 2 ตอน ในแต่ละตอนจะใช้สัญญาณเข้าต่างกัน โดยสัญญาณเข้าที่ใช้จะใช้สัญญาณเข้าแบบเดียวกับที่ใช้ในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์เพื่อที่จะสามารถเปรียบเทียบผลการควบคุมกับวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ได้ และในแต่ละการทดสอบจะทำการทดลอง 5 ครั้ง โดยการทดลองแบบแรกจะใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 ก่อนแล้วทำการปรับค่าเกนของตัวควบคุมจนได้ผลการควบคุมเป็นที่พอใจ แล้วจะทำการควบคุมแบบที่สองโดยนำเอาค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 มาใช้แทนแต่ใช้ค่าเกนของตัวควบคุมตัวเดิม แล้วนำผลที่ได้จากทั้งสองแบบมาเปรียบเทียบ ซึ่งรายละเอียดอื่นๆ ของแต่ละการทดลองมีดังนี้

ตอนที่ 1 การทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์เมื่อใช้สัญญาณเข้าแบบที่ 1

รูปแบบการทดลอง

วิธีการที่ใช้ วิธีการควบคุมแบบค่านวณแรงบิด

ค่าพารามิเตอร์ 1.1 ใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 1

1.2 ใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 2

จำนวนพารามิเตอร์ 14

ระยะเวลาในการทดลอง 60 วินาที

รูปแบบสัญญาณเข้า สัญญาณเข้าแบบที่ 1

$$\theta_{1d} = \frac{1 - \cos(3.5t)}{2} + \frac{t \cdot \sin(4t)}{400}$$

$$\theta_{2d} = \frac{\pi}{2} - \frac{\cos(4.5t)}{4} + \frac{t \cdot \sin(3t)}{400}$$

$$\theta_{3d} = \pi - \frac{1 - \cos(4t)}{6} + \frac{t \cdot \sin(2t)}{1200}$$

(สัญญาณเข้าเป็นแบบเดียวกับที่ใช้ในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 2)

ตอนที่ 2 การทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์เมื่อใช้สัญญาณเข้าแบบที่ 2

รูปแบบการทดลอง

วิธีการที่ใช้ วิธีการควบคุมแบบค่านวณแรงบิด

ค่าพารามิเตอร์ 1.1 ใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 1
 1.2 ใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 2

จำนวนพารามิเตอร์ 14

ระยะเวลาในการทดลอง 60 วินาที

รูปแบบสัญญาณเข้า สัญญาณเข้าแบบที่ 2

$$\theta_{1d} = \frac{1 - \cos(5t)}{2}$$

$$\theta_{2d} = \frac{\pi}{2} - \frac{\cos(6.5t - \pi/2)}{4}$$

$$\theta_{3d} = \pi - \frac{1 - \cos(6t)}{6}$$

(สัญญาณเข้าเป็นแบบเดียวกับที่ใช้ในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 3)

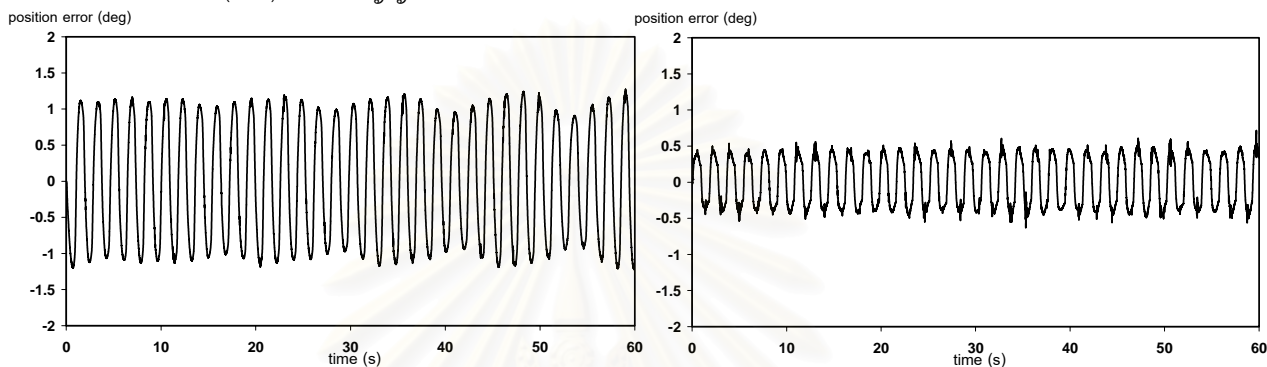
7.2 ผลการทดลอง

เนื่องในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์เราจะเห็นได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งค่อนข้างน้อย เมื่อนำไปเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วจึงไม่สามารถเห็นความแตกต่างที่ชัดเจนได้ และค่าที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบผลของการทดสอบค่าพารามิเตอร์คือค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งเท่านั้น ดังนั้นในการทดลองเพื่อทดสอบค่าพารามิเตอร์จึงใช้กราฟแสดงค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งเพียงอย่างเดียว เพื่อที่จะดูความแตกต่างของแต่ละการทดลองได้ชัดเจนขึ้น

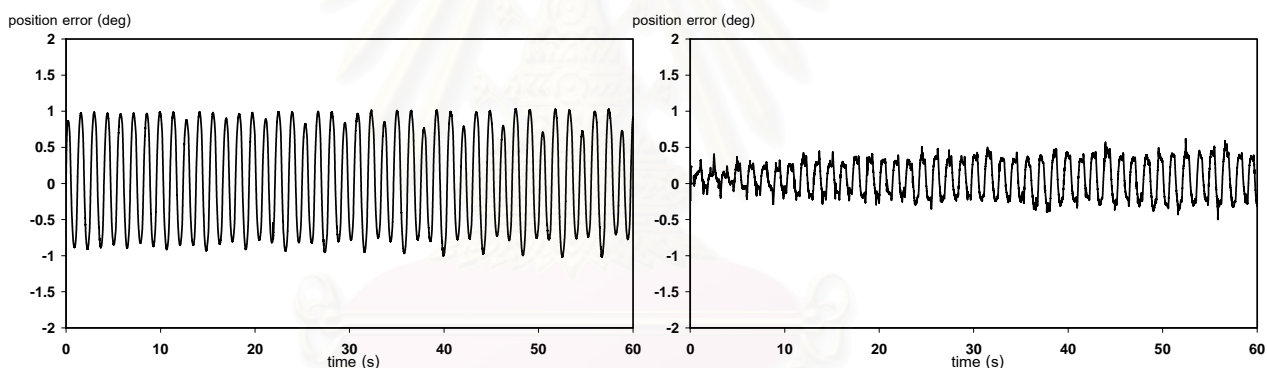
ตอนที่ 1

รูปแสดงผลการทดลอง

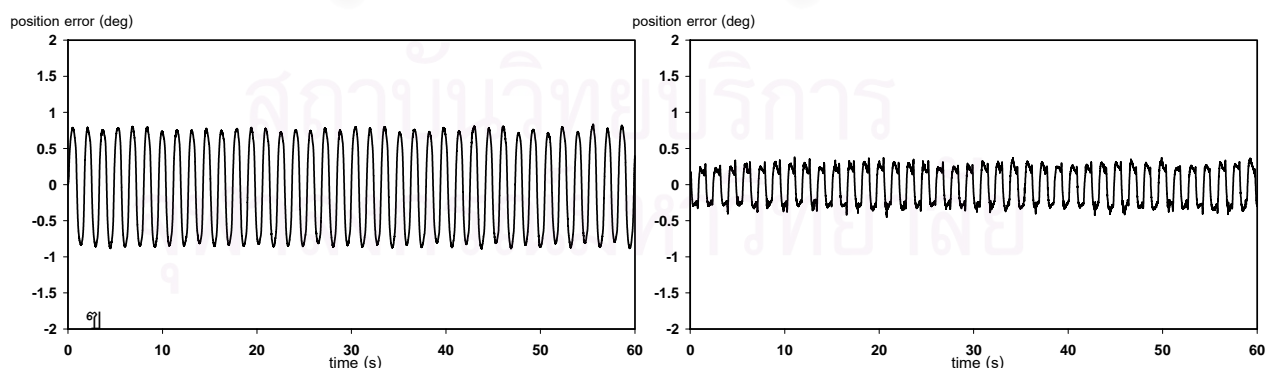
รูปที่ 7.1 กราฟเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบค่านวณแรงบิดแบบใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 (ซ้าย) และแบบ ใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 (ขวา) เมื่อใช้สัญญาณเข้าแบบที่ 1



รูปที่ 7.1.1 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1



รูปที่ 7.1.2 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 2



รูปที่ 7.1.3 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 3

จากรูปที่ 7.1 จะเห็นได้ชัดเจนว่าเมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่สอง ค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งจะลดลงอย่างเห็นได้ชัดเจน

ตารางแสดงผลการทดลอง

ตารางที่ 7.1 แสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบคำนวณแรงบิดแบบใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 และแบบใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 เมื่อใช้สัญญาณเข้าแบบที่ 1

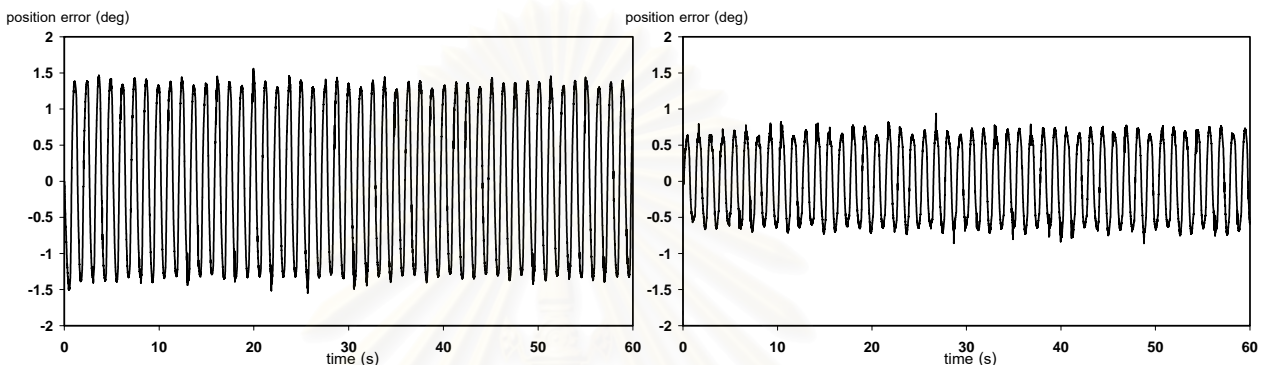
วิธีการควบคุม	ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง
			1	2	3	4	5			
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.905	0.892	0.889	0.882	0.891	0.891	0.008	1.23
		S.D.	0.322	0.309	0.321	0.310	0.311	0.311	-	-
		ค่าสูงสุด	1.322	1.272	1.280	1.287	1.299	1.287	0.019	1.77
	$ \tilde{\theta}_2 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.705	0.690	0.684	0.686	0.693	0.690	0.008	1.60
		S.D.	0.271	0.273	0.270	0.277	0.278	0.273	-	-
		ค่าสูงสุด	1.033	1.013	1.031	1.035	1.010	1.031	0.012	2.39
	$ \tilde{\theta}_3 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.676	0.671	0.678	0.684	0.677	0.677	0.005	3.08
		S.D.	0.223	0.224	0.233	0.235	0.239	0.233	-	-
		ค่าสูงสุด	0.892	0.879	0.893	0.902	0.891	0.892	0.008	4.05
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.353	0.363	0.359	0.375	0.369	0.363	0.009	0.50
		S.D.	0.107	0.110	0.111	0.119	0.110	0.110	-	-
		ค่าสูงสุด	0.712	0.701	0.723	0.721	0.719	0.719	0.009	0.99
	$ \tilde{\theta}_2 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.215	0.264	0.241	0.245	0.236	0.241	0.018	0.56
		S.D.	0.117	0.116	0.118	0.120	0.111	0.117	-	-
		ค่าสูงสุด	0.617	0.605	0.611	0.629	0.627	0.617	0.010	1.43
	$ \tilde{\theta}_3 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.246	0.252	0.261	0.246	0.251	0.251	0.006	1.14
		S.D.	0.077	0.078	0.081	0.078	0.085	0.078	-	-
		ค่าสูงสุด	0.450	0.424	0.430	0.428	0.431	0.430	0.010	1.95

จากตารางที่ 7.1 จะได้ว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดเมื่อใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 คือ 3.08% (คิดเฉพาะเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ย) ซึ่งมากกว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดเมื่อใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 โดยเมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 จะได้เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดคือ 1.14% ซึ่งน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความคลาดเคลื่อนสูงสุดเมื่อใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1

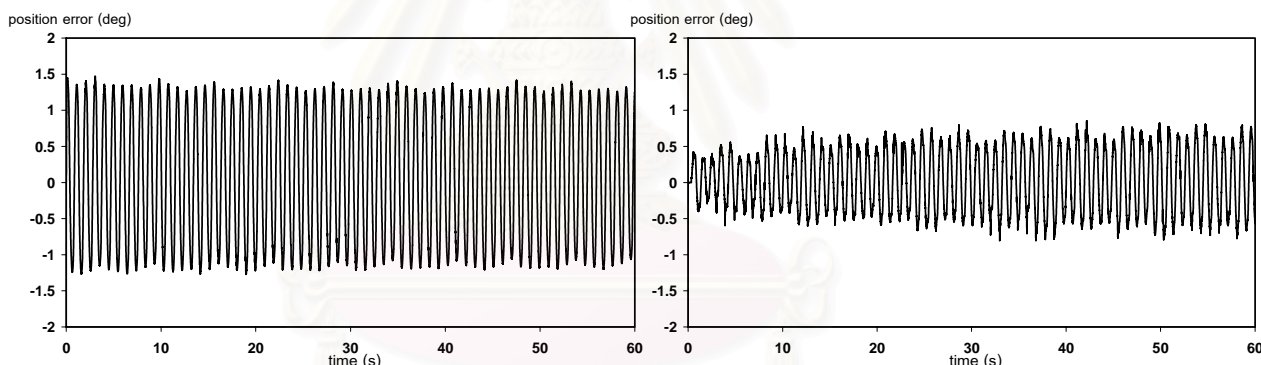
ตอนที่ 2

รูปแสดงผลการทดลอง

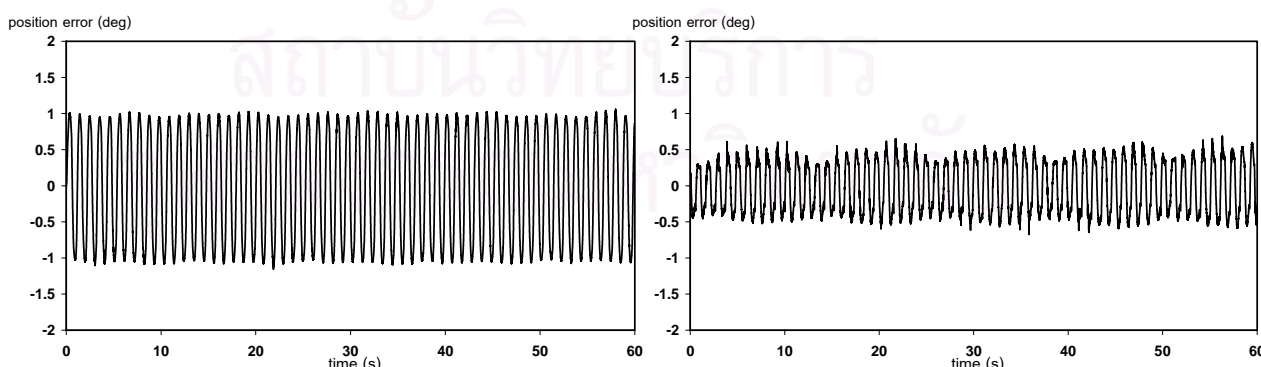
รูปที่ 7.2 กราฟเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบค่านวณแรงบิดแบบใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 (ซ้าย) และแบบ ใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 (ขวา) เมื่อใช้สัญญาณเข้าแบบที่ 2



รูปที่ 7.2.1 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1



รูปที่ 7.2.2 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 2



รูปที่ 7.2.3 กราฟแสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 3

จากรูปที่ 7.2 ก็จะได้เห็นได้ชัดเจนว่าเมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่สอง ค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งจะลดลงอย่างเห็นได้ชัดเจนเช่นเดียวกับการทดลองตอนที่ 1

ตารางแสดงผลการทดลอง

ตารางที่ 7.2 แสดงความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2, 3 เมื่อควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบคำนวณแรงบิดแบบใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 และแบบใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 เมื่อใช้สัญญาณเข้าแบบที่ 2

วิธีการควบคุม	ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง		การทดลองครั้งที่					ค่าเฉลี่ย	S.D.	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง
			1	2	3	4	5			
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณเข้า	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	1.098	1.083	1.112	1.090	1.189	1.098	0.043	1.92
		S.D.	0.407	0.403	0.415	0.440	0.418	0.415	-	-
		ค่าสูงสุด	1.557	1.509	1.535	1.544	1.521	1.535	0.019	2.68
	$ \tilde{\theta}_2 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.984	0.973	0.992	0.985	0.981	0.984	0.007	3.44
		S.D.	0.378	0.372	0.358	0.361	0.365	0.365	-	-
		ค่าสูงสุด	1.474	1.414	1.441	1.432	1.445	1.441	0.022	5.03
	$ \tilde{\theta}_3 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.839	0.842	0.855	0.851	0.832	0.842	0.009	4.41
		S.D.	0.294	0.293	0.277	0.281	0.283	0.283	-	-
		ค่าสูงสุด	1.152	1.098	1.114	1.123	1.135	1.123	0.021	5.88
วิธีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณออก	$ \tilde{\theta}_1 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.537	0.550	0.544	0.541	0.539	0.541	0.005	0.94
		S.D.	0.191	0.194	0.180	0.179	0.183	0.183	-	-
		ค่าสูงสุด	0.928	0.892	0.932	0.927	0.919	0.927	0.016	1.62
	$ \tilde{\theta}_2 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.416	0.445	0.421	0.435	0.433	0.433	0.012	1.51
		S.D.	0.192	0.215	0.207	0.190	0.199	0.199	-	-
		ค่าสูงสุด	0.853	0.873	0.892	0.846	0.848	0.853	0.020	2.98
	$ \tilde{\theta}_3 $ (deg)	ค่าเฉลี่ย	0.349	0.361	0.365	0.359	0.353	0.359	0.006	1.88
		S.D.	0.131	0.135	0.146	0.140	0.137	0.137	-	-
		ค่าสูงสุด	0.687	0.657	0.677	0.659	0.680	0.677	0.013	3.55

จากตารางที่ 7.2 จะได้ว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดเมื่อใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 คือ 4.41% (คิดเฉพาะเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ย) ซึ่งมากกว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดเมื่อใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 โดยเมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 จะได้เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงสุดคือ 1.88% ซึ่งน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความคลาดเคลื่อนสูงสุดเมื่อใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 1

7.3 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองทั้งตอนที่ 1 และตอนที่ 2 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าเมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 หรือค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า ผลของการควบคุมดีขึ้นอย่างชัดเจน โดยทั้งสองการทดลองจะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งลดลงประมาณครึ่งหนึ่งเมื่อใช้พารามิเตอร์กลุ่มที่ 2 แทนพารามิเตอร์กลุ่มที่ 1 ซึ่งก็พอจะสรุปได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้มีค่าใกล้เคียงกับระบบจริง

เมื่อเปรียบเทียบกับความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งที่ได้จากวิธีการประมาณค่าทั้ง 2 วิธีจะเห็นว่าค่าที่ได้จะใกล้เคียงกัน โดยการควบคุมด้วยวิธีการประมาณค่าจะได้ผลของค่าความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งในช่วงหลังดีกว่าโดยในช่วงแรกจะมีค่าความคลาดเคลื่อนมากเนื่องจากการปรับค่าพารามิเตอร์ แต่วิธีการควบคุมแบบคำนวณแรงบิดค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกันตลอดการควบคุม



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 8

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปการหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกลจุฬา 3 แบบออนไลน์

การลู่เข้าของค่าพารามิเตอร์ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง โดยเฉพาะค่าเกณฑ์ของพารามิเตอร์ เพราะถ้าปรับค่าเกณฑ์ตัวมากเกินไปก็อาจจะทำให้พารามิเตอร์ตัวอื่นมีการปรับเปลี่ยนค่าที่ช้าลงได้ ดังนั้นการที่จะทำให้ค่าพารามิเตอร์ทุกตัวลู่เข้าพร้อมกันจึงทำได้ค่อนข้างลำบาก ทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้บางตัวจึงยังไม่คงที่

จากการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ในบทที่ 6 จะเห็นได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากทั้งสองวิธีส่วนใหญ่มีค่าที่ใกล้เคียงกัน แต่จะมีบางค่าที่แตกต่างกันและต่างกับค่าจริงอ้างอิงอยู่บ้าง โดยเฉพาะค่าที่เป็นผลคูณของความเร่ง ซึ่งถึงแม้จะใช้ความเร็วและความเร่งอ้างอิงช่วยแต่ผลของความคลาดเคลื่อนจากการหาอนุพันธ์ยังคงมีอยู่ และเนื่องจากค่าความคลาดเคลื่อนจากการติดตามยังไม่เป็นศูนย์ ทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้ยังมีการปรับค่าอยู่ตลอดแต่ในช่วงที่เล็กลง ซึ่งจะเห็นได้ชัดเจนในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 1 เมื่อทดลองหาค่าพารามิเตอร์เพียง 3 กลุ่ม และเคลื่อนที่เพียงก้าวต่อเดียวซึ่งสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ได้ง่าย และค่าความคลาดเคลื่อนจากการติดตามน้อย ทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้ค่อนข้างจะคงที่

ในส่วนของพารามิเตอร์เนื่องจากแรงเสียดทานจะเห็นได้ว่าค่าที่ได้จะแตกต่างกันบ้างเพียงเล็กน้อยเมื่อสัญญาณเข้าเปลี่ยนไป ซึ่งก็เป็นเพราะในการเคลื่อนที่ต่างกัน ค่าแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นย่อมแตกต่างกัน โดยสมการแรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทานเป็นแบบเบื่องต้น ค่าที่ประมาณได้จึงเป็นเพียงค่าเฉลี่ยในการเคลื่อนที่แบบนั้นๆ

สำหรับการควบคุมจะเห็นได้ว่าวิธีการควบคุมโดยใช้วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ทั้งสองแบบสามารถควบคุมได้ดีกว่าการควบคุมแบบคำนวณแรงบิดแบบที่ใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้เล็กน้อย เป็นเพราะวิธีการหาค่าพารามิเตอร์มีการปรับค่าพารามิเตอร์อยู่ตลอดเวลาทำให้สามารถชดเชยความคลาดเคลื่อนของการควบคุมที่เกิดจากการปรับค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมที่ยังไม่ได้ค่าที่ดีที่สุดได้บางส่วน แต่วิธีการควบคุมแบบคำนวณแรงบิดค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จะมีความสม่ำเสมอมากกว่า

เนื่องจากค่าจริงอ้างอิงเป็นเพียงค่าที่ได้จากการจำลองชิ้นส่วนของแขนกลลงบนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งค่าที่ได้ค่อนข้างใกล้เคียงกับค่าจริง แต่อาจจะมีคลาดเคลื่อนอยู่บ้าง เนื่องจากสาเหตุต่างๆ เช่น การประมาณตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลและค่าความเฉื่อยของชิ้นส่วนบางชิ้นที่ไม่สามารถถอดได้ ดังนั้นค่าจริงอ้างอิงที่ใช้จึงใช้สำหรับการเปรียบเทียบอย่างคร่าวๆ เท่านั้น แต่ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้สามารถพิสูจน์ได้ว่าลู่เข้าหาค่าจริงโดยดูจากสัญญาณเข้าที่ใช้เป็นสัญญาณกระตุ้นยีนที่ (ภาคผนวก ข)

8.2 สรุปปัญหาและข้อเสนอแนะ

ปัญหาที่เกิดขึ้นมีอยู่ด้วยกันหลายอย่างแต่ปัญหาที่ที่สำคัญที่สุดคือ สัญญาณรบกวน เนื่องจากไม่สามารถวัดค่าความเร็วได้โดยตรงการคิดค่าความเร็วจากการหาอนุพันธ์ทำให้ขนาดของสัญญาณรบกวนมีมากขึ้น และในการหาค่าพารามิเตอร์จำเป็นต้องใช้ความเร่ง ดังนั้นสัญญาณรบกวนจึงเป็นส่วนที่มีผลต่อการหาค่าพารามิเตอร์มากที่สุด ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาก็ได้ทำลงไปแล้วก็คือการลดสัญญาณรบกวนที่แผงวงจรควบคุม วงจรนับ โดยการเพิ่มฉนวนเข้าไปเพื่อลดสัญญาณรบกวน ซึ่งก็ได้ผลดีขึ้น

ปัญหาที่สำคัญอีกอย่างก็คือเวลาการซักรหัสข้อมูล ซึ่งถ้าสามารถลดเวลาการซักรหัสข้อมูลให้มีขนาดเล็กลงกว่านี้ได้ ซึ่งที่ใช้คือ 0.00625 วินาที ก็จะสามารถทำให้ผลการควบคุมดีขึ้นได้และความคลาดเคลื่อนจากการหาค่าอนุพันธ์จะน้อยลง ทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้ก็จะใกล้เคียงกับค่าจริงมากขึ้นด้วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

- [1] John J. Craig. Introduction to Robotics, Mechanics and Control. 2nd edition. USA: Addison-Wesley, 1989.
- [2] Haruhiko Asada and Kamal Youcef-Toumi. Direct-Drive Robots, Theory and Practice. London: MIT Press, 1987.
- [3] H. Asada and J.-J. E. Slotine. Robot Analysis and Control. (n.p.): John Wiley and Sons, 1986.
- [4] Jean-Jacques E. Slotine and Weiping Li. Applied Nonlinear Control. (n.p.): Prentice-Hall International, 1991.
- [5] Fariborz Behi and Delbert Tesar. Parametric Identification for Industrial Manipulators Using Experimental Modal Analysis. IEEE Transactions on Robotics And Automation. Vol. 7, 5 (1991): 642-652.
- [6] Albert Y. Zomaya and V. Sreeram. On the Fast Robot Dynamic Parameters Learning. Proceedings of the 34th Midwest Symposium on Circuits and system. Vol. 2 (1992): 943-946.
- [7] Predeep K. Khosla and Takeo Kanade. Parameter Identification of Robot Dynamics. Proceedings of the IEEE International Conference. (1985).
- [8] M. Gautier, P.O Vandanjon and C. Presse. Identification of Inertial and Drive Gain Parameters of Robots. Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control. Vol. 4 (1994): 3764-3769.
- [9] Hai-An Zhu and James C. Hung. Identification of Dynamic systems: a Systematic approach. 16th Annual Conference of IEEE. Vol. 1 (1990): 131-136.
- [10] Jean-Jacques E. Slotine. Adaptive Manipulator Control: A Case Study. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 33, 11 (1988): 995-1003.
- [11] P. Dutkiewicz, K. R. Kozlowski and W. S. Wroblewski. Experimental Identification of Load Parameters. IEEE International Symposium on Industrial Electronics. (1993): 361-366.
- [12] Woonchul Ham. Adaptive Control Based on Explicit Model of Robot Manipulator. IEEE Transaction on Automatic Control. Vol.38, 4 (1993): 654-658.

- [13] J. S. Yu and P. C. Muller. Indirect Adaptive Control for Nonlinear Robotic Systems. IEEE Conference on Control Applications. Vol. 2 (1993): 923-928.
- [14] Asada H. and Kamal Y. Analysis and Design of a Direct-Drive Arm with a five-bar-link Parallel Drive Mechanism. ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control. (1986).
- [15] K. Youcef-Toumi and A.T.Y. Kuo. High-Speed Trajectory Control of a Direct-Drive Manipulator. IEEE Transactions on Robotics and Automation. Vol. 9, 1 (1993): 102-108.
- [16] K. Youcef-Toumi. Analysis and Design of Manipulators with Decoupled and Configuration-Invariant Inertia Tensors Using Remote Actuation. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Vol. 114, 2 (1992).
- [17] Shankar Sastry and Marc Bodson. Adaptive Control, Stability, Convergence, and Robustness. (n.p.): Prentice-Hall International, 1989.
- [18] Karl Johan Astrom and Bjorn Wittenmark. Adaptive Control. 2nd edition. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1995.
- [19] P.E. Wellstead and M.B. Zarrop. Self-tuning System. Chichester: John Wiley, 1991.
- [20] Weipoing Li and Jean-Jacques E.Slotine. On-line Parameter Estimation for Robot Manipulators, Proceedings of the 1988 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Vol. 1 (1988): 353-356.
- [21] Walter Verdonck, Jan Swevers, Jean-Claude Samin. Experimental Robot Identification: Advantages of Combining Internal and External Measurements and of Using Periodic Excitation. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Vol. 123 (2001).
- [22] รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ. การควบคุมระบบพลศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.
- [23] นายพลังรัฐ ธนการพาณิชย์. การออกแบบแขนกลที่ทำงานด้วยความเร็วสูง. วิทยานิพนธ์ หลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, 2542.



ภาคผนวก

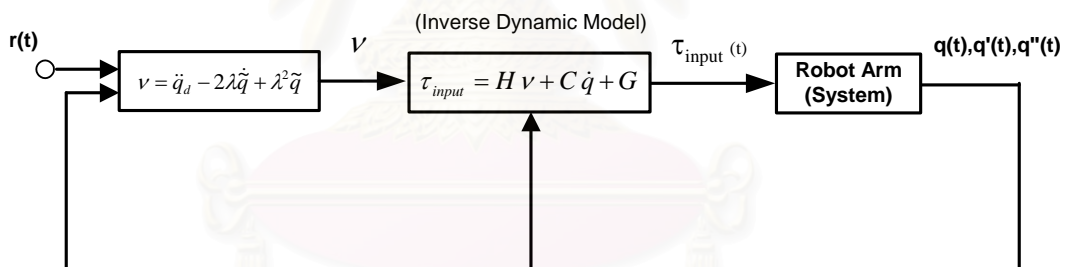
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

ทฤษฎีการควบคุมแบบคำนวณแรงบิด

การควบคุมแบบคำนวณแรงบิด (Computed torque control)

การควบคุมวิธีนี้เป็นวิธีการควบคุมที่มีหลักการพื้นฐานเช่นเดียวกับวิธีการควบคุมแบบพีไอดี (PID control) ซึ่งเป็นวิธีการควบคุมแบบมาตรฐานที่ใช้กันโดยทั่วไป วิธีการควบคุมแบบพีไอดีจะควบคุมโดยการนำค่าความผิดพลาดของตำแหน่ง ความเร็ว มาควบคุมโดยตรง ซึ่งจะเหมาะสมสำหรับระบบที่เราไม่ทราบสมการการเคลื่อนที่ของระบบ (Dynamic model) และระบบที่ต้องการการตอบสนองที่ไม่เร็วมาก แต่วิธีการควบคุมแบบคำนวณแรงบิดนี้จะเพิ่มการคำนวณแรงบิด (Torque) ที่จะต้องใช้เข้าไปด้วย ทำให้เรารู้ค่าของแรงบิดที่ต้องส่งเข้าไปในระบบแล้วส่วนหนึ่งจึงทำให้การควบคุมมีเสถียรภาพมากขึ้นและสามารถควบคุมให้เป็นไปตามที่ต้องการได้ดีกว่าการควบคุมแบบพีไอดี ซึ่งแผนผังวิธีการควบคุมแบบคำนวณแรงบิดแสดงในรูป 3.1



รูปที่ ก.1 แผนผังวิธีการควบคุมแบบคำนวณแรงบิด

สำหรับขั้นตอนในการควบคุมแบบคำนวณแรงบิดมีดังนี้

ก.1 จัดรูปสมการการเคลื่อนที่ให้อยู่ในรูปของแบบจำลองเชิงเส้น ซึ่งรูปแบบโดยทั่วไปของสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลคือ

$$\tau = H(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + G(q) \quad (\text{ก.1})$$

ก.2 กำหนดเส้นทางการควบคุม (Trajectory) โดยใช้ตัวแปร $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ แทนเมตริกของตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งที่ต้องการ ตามลำดับ

ก.3 แทนค่าของความเร่งด้วย v และกำหนดค่าของ v ดังนี้

$$\text{กำหนดให้} \quad \ddot{q} = v \quad (\text{ก.2})$$

$$\text{และ} \quad v = \ddot{q}_d - 2\lambda\dot{\tilde{q}} + \lambda^2\tilde{q} \quad (\text{ก.3})$$

$$\text{เมื่อ} \quad \tilde{q} = q - q_d \quad (\text{ก.4})$$

โดยที่ λ แทน ค่าเกินของตัวควบคุมและมีค่าเป็นบวกเสมอ
 \tilde{q} แทน ค่าความผิดพลาดของการติดตาม (Tracking error) ในการควบคุม

แทนค่าสมการ (ก.2) ในสมการ (ก.1) จะได้ค่าแรงบิดที่ใช้ในการควบคุมดังนี้

$$\tau = H(q) \cdot v + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + G(q) \quad (\text{ก.5})$$

แทนค่าสมการ (ก.2) ในสมการ (ก.3) จะได้

$$\ddot{\tilde{q}} + 2\lambda\dot{\tilde{q}} + \lambda^2\tilde{q} = 0 \quad (\text{ก.6})$$

ซึ่งผลเฉลยของสมการ (ก.6) ก็คือ

$$\tilde{q} = \tilde{q}_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (\text{ก.7})$$

โดยที่ \tilde{q}_0 แทน ค่าความผิดพลาดของการติดตามในการควบคุมเริ่มต้น

จากสมการ (ก.7) จะเห็นว่าค่าของความผิดพลาดของการติดตามในการควบคุม จะลดลงและเข้าสู่ศูนย์แบบเอ็กโปเนนเชียล (Converges to zero exponentially) และจากสมการ (ก.5) จะเห็นว่าการควบคุมแบบนี้จะได้ผลดีก็ต่อเมื่อแบบจำลองและค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ใกล้เคียงกับระบบจริง

ภาคผนวก ข

การตรวจสอบสัญญาณกระตุ้นยีนที่

เนื่องจากสัญญาณเข้าที่เป็นสัญญาณกระตุ้นยีนที่จะต้องเป็นไปตามสมการ (4.3.2.6) ซึ่งสมการคือ

$$\alpha_1 I \leq \int_{t_1}^{t_1+\delta} Y^T(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) \cdot Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) dt \leq \alpha_2 I \quad (ข.1)$$

โดยที่ $\delta, \alpha_1, \alpha_2$ แทน ค่าคงที่ค่าบวก

t_1 แทน เวลาใดๆ ขณะการควบคุม

กำหนดให้
$$A = \int_{t_1}^{t_1+\delta} Y^T(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) \cdot Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) dt \quad (ข.2)$$

เมื่อ A แทนเมตริก มีมิติ $n \times n$

n แทน จำนวนของพารามิเตอร์

จากสมการ (ข.1) และ (ข.2) จะได้ว่าสัญญาณเข้าจะเป็นสัญญาณกระตุ้นยีนที่ต่อเนื่องเมื่อ

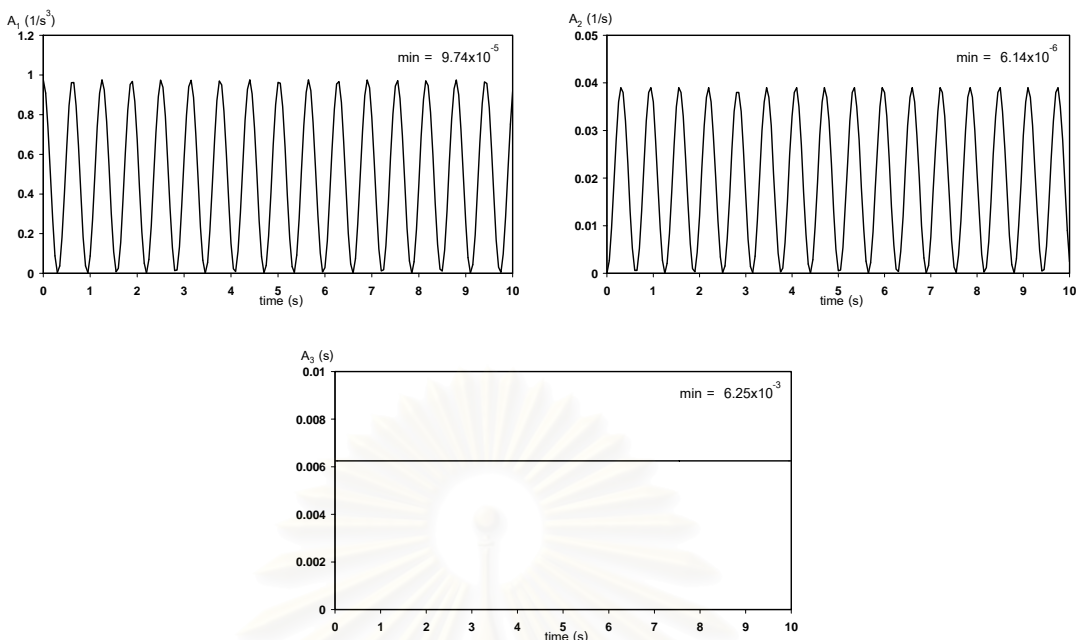
$$0 < A_i \leq \alpha_2 \quad (ข.3)$$

เมื่อ A_i แทน สมาชิกแถวที่ i หลักที่ i ของเมตริก A

ดังนั้นในการตรวจสอบจะทำการหาค่า A โดยจะหาค่าอินทิเกรต (Integrate) เฉพาะในช่วงเวลาที่ทำการทดลอง และจะทำการอินทิเกรตทุก 0.00625 วินาที และค่าคงที่ δ เท่ากับ 0.00625 วินาที

ข.1 สัญญาณเข้าจากการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 1

ในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 1 มีจำนวนพารามิเตอร์ 3 กลุ่ม เวลาที่ใช้ในการทดลองคือ 10 วินาที ดังนั้นจะหาค่าอินทิเกรตในเวลา 10 วินาที ซึ่งค่า A_i ที่หาได้จะแสดงเป็นรูปภาพดังนี้



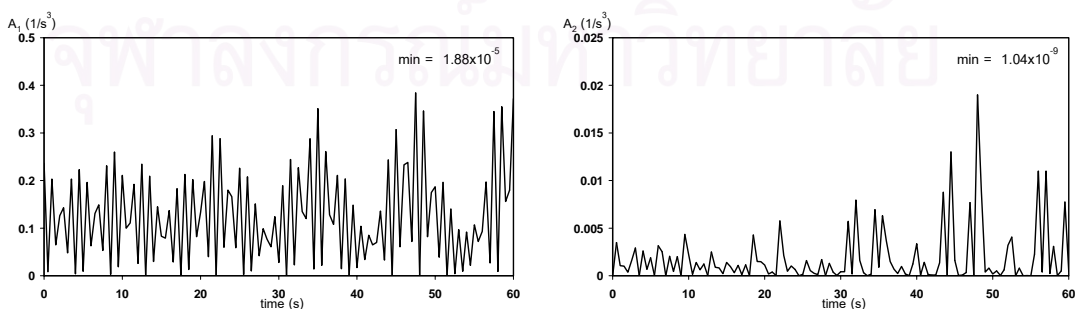
รูปที่ ข.1 กราฟแสดงค่าของ A_1 เทียบกับเวลา เมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณเข้าของการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 1

ซึ่งจากรูปที่ ข.1 จะเห็นว่าค่าต่ำสุดของ A_1 มีค่ามากกว่าศูนย์ทุกกราฟ

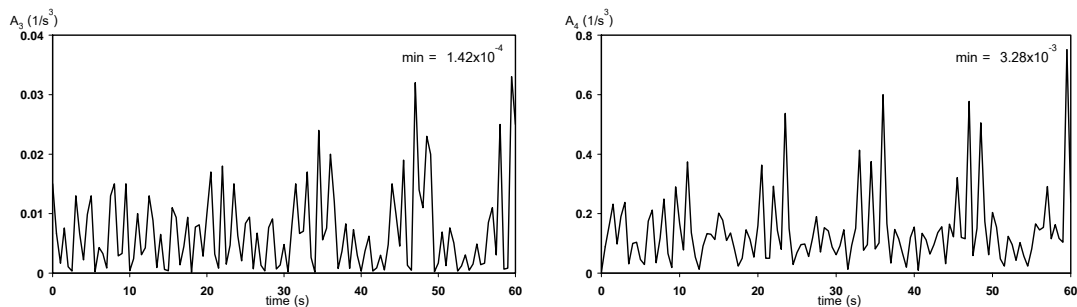
ข.2 สัญญาณเข้าจากการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 2

ในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 2 มีจำนวนพารามิเตอร์ 14 กลุ่ม เวลาที่ใช้ในการทดลองคือ 60 วินาที ดังนั้นจะหาค่าอินทิเกรตในเวลา 60 วินาที ซึ่งค่า A_1 ที่หาได้จะแสดงเป็นรูปกราฟดังนี้

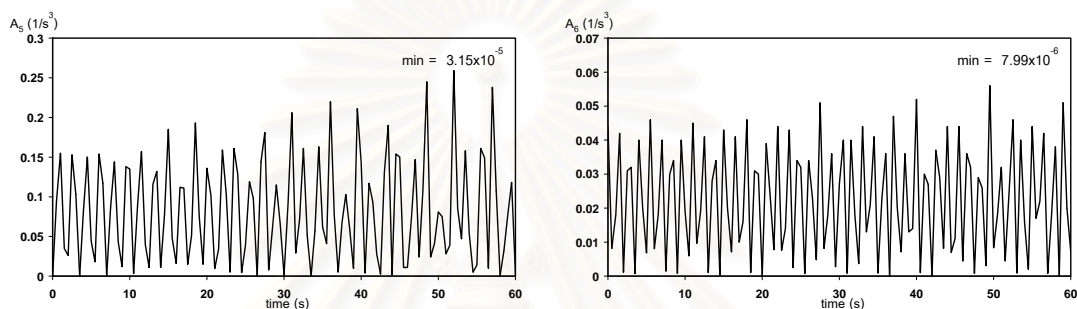
รูปที่ ข.2 กราฟแสดงค่าของ A_1 เทียบกับเวลา เมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณเข้าของการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 2



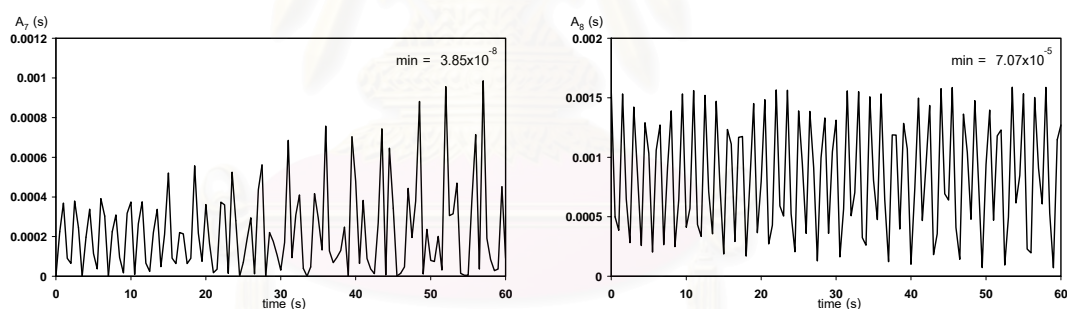
รูปที่ ข.2.1 กราฟแสดงค่าของ A_1 (ซ้าย) และ A_2 (ขวา) เทียบกับเวลา



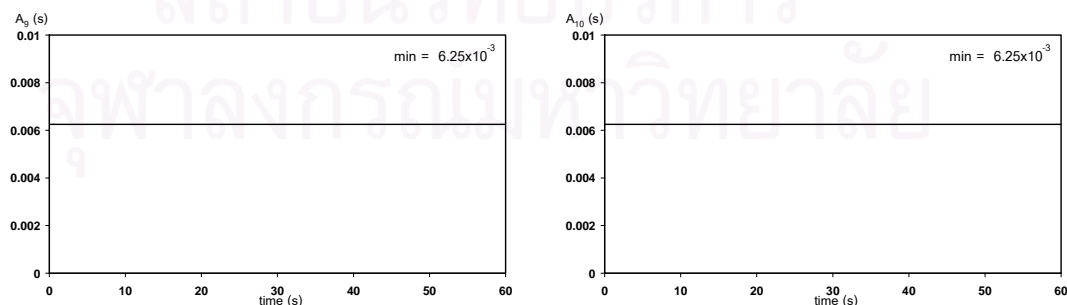
รูปที่ ข.2.2 กราฟแสดงค่าของ A_3 (ซ้าย) และ A_4 (ขวา) เทียบกับเวลา



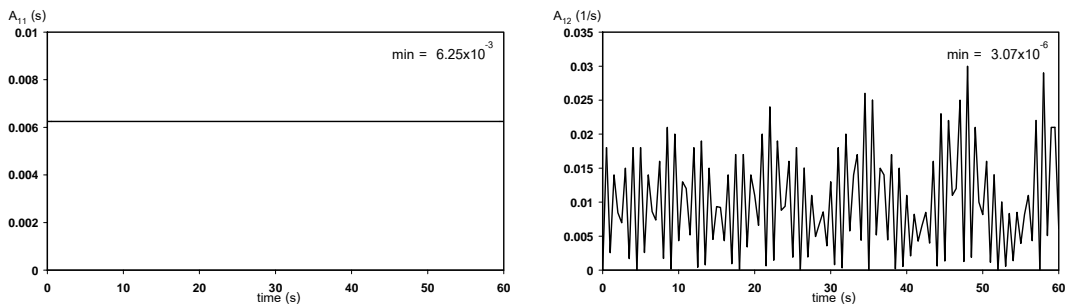
รูปที่ ข.2.3 กราฟแสดงค่าของ A_5 (ซ้าย) และ A_6 (ขวา) เทียบกับเวลา



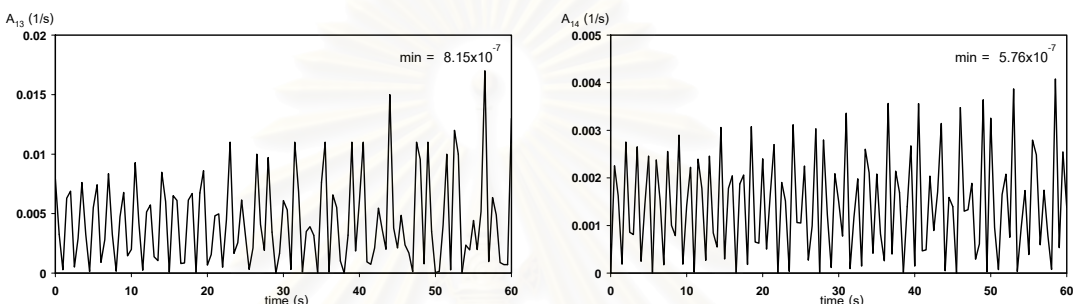
รูปที่ ข.2.4 กราฟแสดงค่าของ A_7 (ซ้าย) และ A_8 (ขวา) เทียบกับเวลา



รูปที่ ข.2.5 กราฟแสดงค่าของ A_9 (ซ้าย) และ A_{10} (ขวา) เทียบกับเวลา



รูปที่ ข.2.6 กราฟแสดงค่าของ A_{11} (ซ้าย) และ A_{12} (ขวา) เทียบกับเวลา



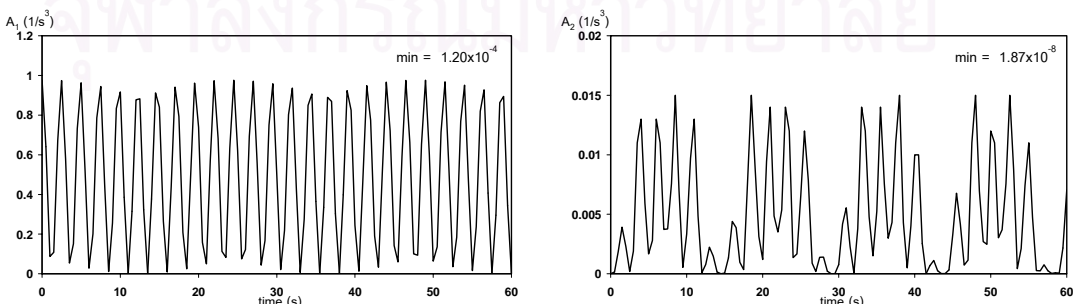
รูปที่ ข.2.7 กราฟแสดงค่าของ A_{13} (ซ้าย) และ A_{14} (ขวา) เทียบกับเวลา

ซึ่งจากรูปที่ ข.2 จะเห็นว่าค่าต่ำสุดของ A_i มีค่ามากกว่าศูนย์ทุกกราฟ

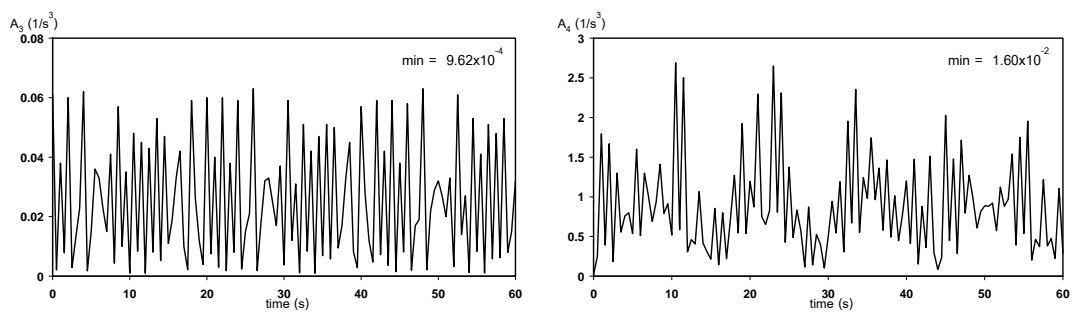
ข.3 สัญญาณเข้าจากการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 3

ในการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 3 มีจำนวนพารามิเตอร์ 14 กลุ่ม เวลาที่ใช้ในการทดลองเท่ากับตอนที่ 2 ดังนั้นจะหาค่าอินทิเกรตในเวลา 60 วินาที ซึ่งค่า A_i ที่หาได้จะแสดงเป็นรูปภาพดังนี้

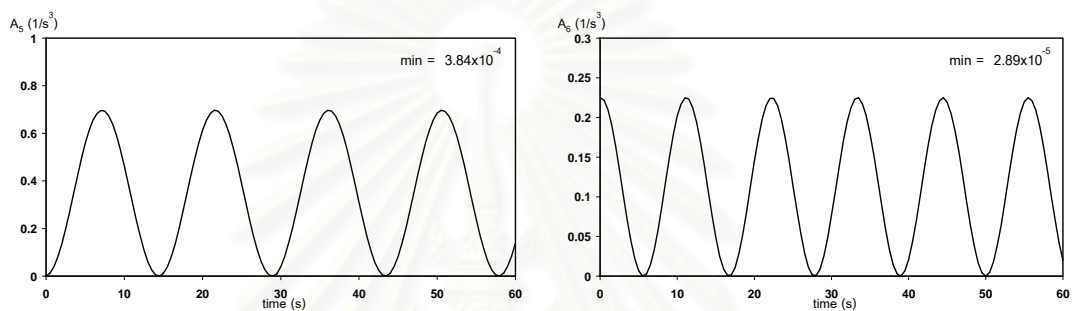
รูปที่ ข.3 กราฟแสดงค่าของ A_i เทียบกับเวลา เมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณเข้าของการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตอนที่ 3



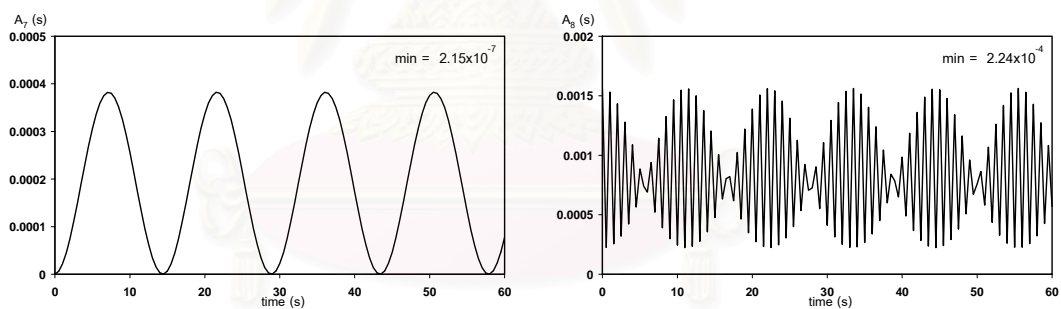
รูปที่ ข.3.1 กราฟแสดงค่าของ A_1 (ซ้าย) และ A_2 (ขวา) เทียบกับเวลา



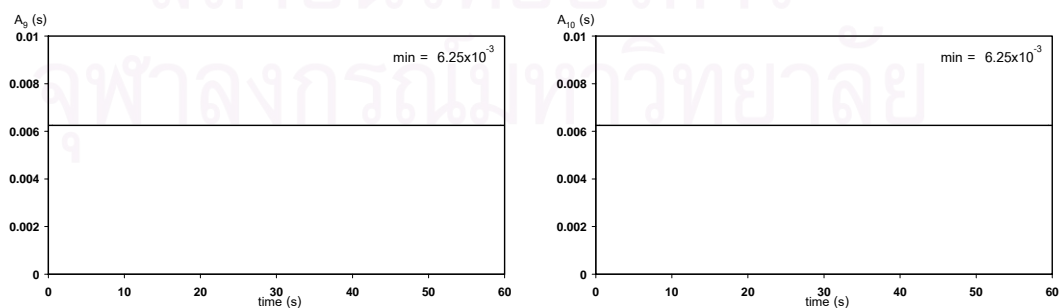
รูปที่ ข.3.2 กราฟแสดงค่าของ A_3 (ซ้าย) และ A_4 (ขวา) เทียบกับเวลา



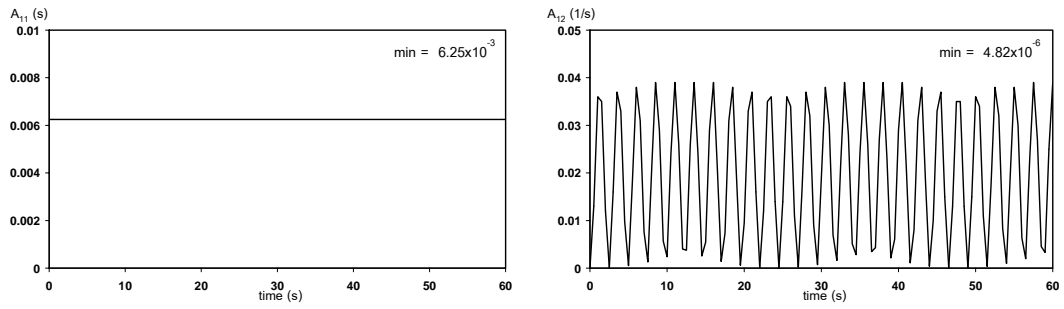
รูปที่ ข.3.3 กราฟแสดงค่าของ A_5 (ซ้าย) และ A_6 (ขวา) เทียบกับเวลา



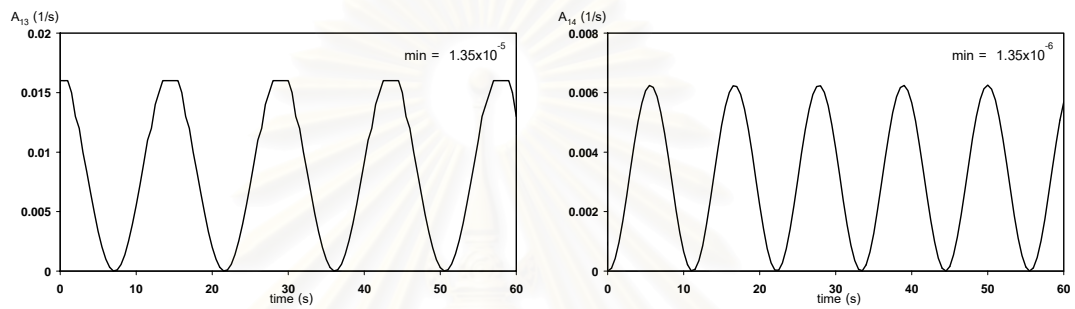
รูปที่ ข.3.4 กราฟแสดงค่าของ A_7 (ซ้าย) และ A_8 (ขวา) เทียบกับเวลา



รูปที่ ข.3.5 กราฟแสดงค่าของ A_9 (ซ้าย) และ A_{10} (ขวา) เทียบกับเวลา



รูปที่ ข.3.6 กราฟแสดงค่าของ A_{11} (ซ้าย) และ A_{12} (ขวา) เทียบกับเวลา



รูปที่ ข.3.7 กราฟแสดงค่าของ A_{13} (ซ้าย) และ A_{14} (ขวา) เทียบกับเวลา

ซึ่งจากรูปที่ ข.3 จะเห็นว่าค่าต่ำสุดของ A_i มีค่ามากกว่าศูนย์ทุกกราฟ

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายจิรพงศ์ วชิราธนาภรณ์ เกิดเมื่อวันที่ 4 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2519 ที่จังหวัดสุราษฎร์ธานี เป็นบุตรของนายสมบุญรณ แซ่ด่าน และนางอ้ายพ่อย แซ่แต่ สำเร็จการศึกษาหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2540 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2541



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย