การวิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นหลายพอร์ตรูปร่างใดๆ ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีเทคนิคบาวน์ดารีมาร์ชชิง

นายวรพงค์ เพชรโพธิ์ทอง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-2517-5

ANALYSIS OF AN ARBITRARY MULTIPORT WAVEGUIDE JUNCTION
BY THE FINITE ELEMENT METHOD AND BOUNDARY MARCHING TECHNIQUE

Mr. Worapong Petchpothong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2002
ISBN 974-17-2517-5

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การวิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นหลายพอร์ตรูปร่างใดๆด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีเทคนิคบาวน์ดารีมาร์ชชิง

โดย นายวรพงค์ เพชรโพธิ์ทอง

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

………………………………………….. คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

…………………………………………… ประธานกรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร.มงคล เดชนครินทร์)

………………………………………….. อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว)

…………………………………………… กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉัตรชัย ไวยาพัฒนกร)

…………………………………………… กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ประยุทธ อัครเอกฒาลิน)

วรพงค์ เพชรโพธิ์ทอง : การวิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นหลายพอร์ตด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีเทคนิคบาวน์ดารีมาร์ชชิง (ANALYSIS OF ARBITRARY MULTIPORT WAVEGUIDE JUNCTION BY THE FINITE ELEMENT METHOD AND BOUNDARY MARCHING TECHNIQUE) อ. ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทับทิม อ่างแก้ว, 92 หน้า. ISBN 974-17-2517-5.

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีวิเคราะห์การกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใดๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใดๆ แบบสามมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีเทคนิคเบาวน์ดารีมาร์ชชิง ข้อดีในการวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีเบาวน์ดารีมาร์ชชิง คือช่วยเพิ่มความเร็วในการคำนวณเมื่อเทียบกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และใช้เพียงโมดพื้นฐานในการคำนวณ และเสนอวิธีกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมโดยใช้อีลีเมนต์ขอบของรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าในการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติ

ผลการคำนวณตามวิธีที่เสนอในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง พบว่าผลการคำนวณที่ได้สอดคล้องกันกับผลการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง โดยปราศจากผลเฉลยปลอมเทียม และช่วยเพิ่มอัตราเร็วในการคำนวณ

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ลายมือชื่อนิสิต ....
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....
ปีการศึกษา 2545

4270516321 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: FEM / WAVEGUIDE JUNCTION / WAVEGUIDE DISCONTINUITY / WAVEGUIDE COMPONENT / BOUNDARY MARCHING TECHNIQUE

WORAPONG PETCHPOTHONG : ANALYSIS OF AN ARBITRARY WAVEGUIDE JUNCTION BY THE FINITE ELEMENT AND BOUNDARY MARCHING TECHNIQUE. THESIS ADVISOR:ASSIST.PROF. TUPTIM ANGKAEW Ph.D., 92 pp. ISBN 974-17-2517-5.

This thesis presents an analysis of electromagnetic wave scattering in arbitrary shape 2D E-plane, 2D H-plane and 3D rectangular waveguide junction by using the finite element method and boundary marching technique. The advantages associated with using the finite element method and boundary marching technique to analyse electromagnetic wave scattering in waveguide junction are the shorter computation time compared with the finite element method and mode matching method and use only fundamental mode in the computation. Spurious solutions in finite element analysis of 3D waveguide junction is eliminated by using tetrahedral edge element.

The computational results of the presented method have been verified with result from the finite element method and mode matching method. The computation result agree well with result from the finite element method and mode matching method and there is no occurrence of spurious solutions and take shorter computation time.

Department Electrical Engineering Student's signature ....

Field of study Electrical Engineering Advisor's signature ....

Academic year 2002

กิตติกรรมประกาศ

งานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นั้นสำเร็จลุล่วงไปได้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้คำแนะนำในการวิจัยตลอดจนให้คำปรึกษา ข้อคิดเห็นต่างๆ ในการวิจัยและจัดหาอุปกรณ์การดำเนินการวิจัยให้แก่ผู้วิจัยอย่างครบถ้วน

นอกจากนั้นขอขอบคุณสมาชิกของห้องปฏิบัติการวิจัยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทุกท่านที่คอยให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจให้ตลอดมา

ท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาของผู้วิจัยที่ได้สนับสนุนด้านการเรียนและเป็นกำลังใจให้แก่ผู้วิจัยตลอดเวลาที่ได้ศึกษาและดำเนินการวิจัยจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

บทที่ หน้า

คำอธิบายสัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย
$\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z$	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง x, y และ z ตามลำดับ
A_e	พื้นที่ของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม
β_m	ค่าคงที่การแพร่กระจายคลื่นโมด m
∇	ตัวดำเนินการเดล
ε_0	สภาพยอมของอวกาศว่าง
ε_r	สภาพยอมสัมพัทธ์
$\vec{e}_m$	แบบรูปสนามไฟฟ้านอร์แมลไลซ์โมด m
$\vec{E}$	เวกเตอร์ความเข้มสนามไฟฟ้า
E_z	ความเข้มสนามไฟฟ้าในแนวแกน z
ϕ	ความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้า
$\vec{h}_m$	แบบรูปสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์โมด m
$\vec{H}$	เวกเตอร์ความเข้มสนามแม่เหล็ก
H_z	ความเข้มสนามแม่เหล็กในแนวแกน z
I_m^+, I_m^-	กระแสสมมูลขาเข้าข้อต่อโมด m
$\hat{I}_m^+, \hat{I}_m^-$	กระแสสมมูลนอร์แมลไลซ์ขาเข้าและขาออกข้อต่อโมด m ตามลำดับ
j	สัญลักษณ์ของส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน
k_0	เลขคลื่นของอวกาศว่าง
l_m	ความยาวด้านที่ m ของอีลีเมนต์
$\vec{n}$	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวตั้งฉากกับผิวของข้อต่อท่อนำคลื่น
N	จำนวนอีลีเมนต์
N_n	จำนวนโนด
N_s	จำนวนขอบ
$N_p^{(k)}$	จำนวนโนดบนพอร์ต k ของข้อต่อท่อนำคลื่น
$N_s^{(k)}$	จำนวนขอบบนพอร์ต k ของข้อต่อท่อนำคลื่น
$\vec{N}_1^e, \vec{N}_2^e, \vec{N}_3^e$	ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบ
Ω	บริเวณข้อต่อท่อนำคลื่น
R_m	สัมประสิทธิ์การสะท้อนคลื่นโมด m
S_{ij}	พารามิเตอร์การกระเจิง ij

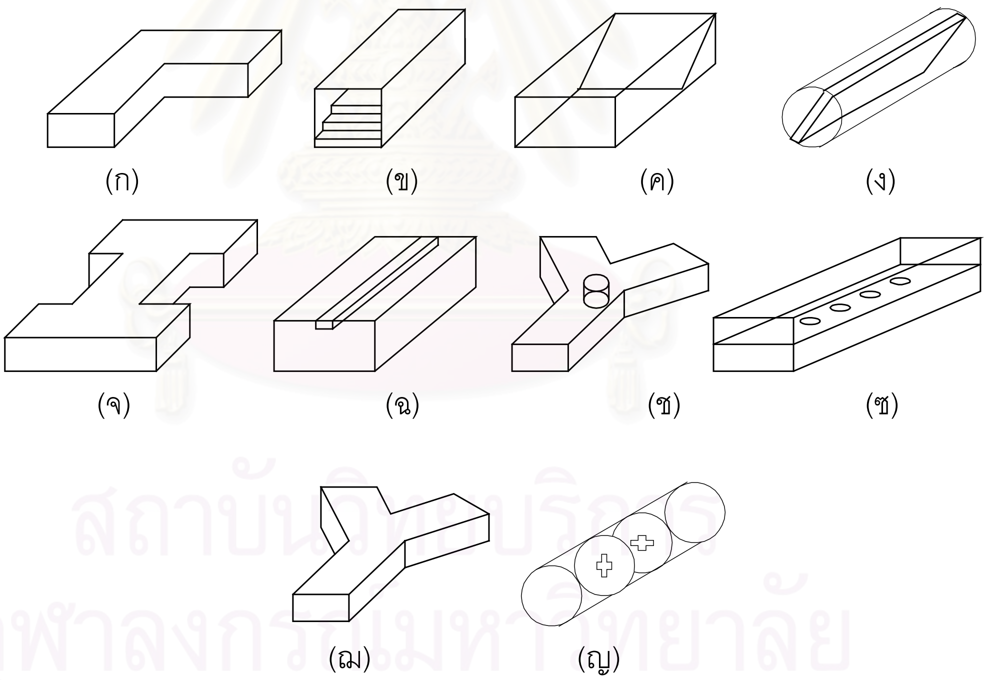
คำอธิบายสัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย
Γ_0	ผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ
$\Gamma^{(k)}$	ผนังบนพอร์ต k ของข้อต่อท่อนำคลื่น
T_m	สัมประสิทธิ์การส่งผ่านคลื่นโมด m
μ_0	สภาพซาบซึมได้ของอวกาศว่าง
μ_r	สภาพซาบซึมได้สัมพัทธ์
V_e	ปริมาตรของอีลีเมนต์ทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า
V_m^+, V_m^-	แรงดันสมมูลขาเข้าและขาออกข้อต่อโมด m ตามลำดับ
$\hat{V}_m^+, \hat{V}_m^-$	แรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์ขาเข้าและขาออกข้อต่อโมด m ตามลำดับ
ω	ความถี่เชิงมุม
Y_m	ค่าแอดมิตแตนซ์คลื่นโมด m
Z_0	ค่าอิมพีแดนซ์คลื่นในอวกาศว่าง
Z_{cm}	ค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะคลื่นโมด m
Z_{wm}	ค่าอิมพีแดนซ์คลื่นโมด m

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ข้อต่อท่อนำคลื่นเป็นตัวแปลงกำลัง (transducer) ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากโมดหนึ่งของท่อนำคลื่นท่อหนึ่งไปยังอีกโมดหนึ่งของท่อนำคลื่นอีกท่อหนึ่งในระบบวงจรไมโครเวฟที่อาศัยความไม่ต่อเนื่องของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยการเปลี่ยนแปลงลักษณะหน้าตัด การงอ และการใส่วัสดุต่างๆ ซึ่งจะทำให้เกิดการกระเจิงของคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่น อีกทั้งยังมีบทบาทสำคัญในการทำหน้าที่ต่าง ๆ ในระบบวงจรไมโครเวฟ ตัวอย่างของข้อต่อท่อนำคลื่น ได้แก่ ข้องอท่อนำคลื่น (bend waveguide) ตัวเลื่อนเฟส (phase shifter) ตัวแมตโหลด (matched load) ตัวปรับโพลาไรเซชัน (polarizer) ตัวลดทอนกำลังคลื่น (attenuator) ตัวแยกเดี่ยว (isolator) ตัวหมุนเวียน (circulator) คัปเปลอร์แบบมีทิศทาง (directional coupler) ตัวแบ่งกำลังคลื่น (power devider) และตัวกรองความถี่ (filter) เป็นต้น ดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 ข้อต่อท่อนำคลื่นที่ทำหน้าที่ต่าง ๆ ในระบบวงจรไมโครเวฟ
(ก) ข้องอท่อนำคลื่น (ข) ตัวเลื่อนเฟส (ค) ตัวแมตโหลด (ง) ตัวปรับโพลาไรเซชัน
(จ) ตัวลดทอนกำลังคลื่น (ฉ) ตัวแยกเดี่ยว (ช) ตัวหมุนเวียน (ซ) คัปเปลอร์แบบมีทิศทาง
(ฌ) ตัวแบ่งกำลังคลื่น (ญ) ตัวกรองความถี่

การวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นแบ่งได้เป็นสองวิธีคือ วิธีเชิงวิเคราะห์ (analytical method) และวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) การใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในการวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นให้ผลดีในข้อต่อท่อนำคลื่นที่มีรูปร่างข้อต่อท่อนำคลื่นไม่ซับซ้อน แต่ถ้ารูปร่างข้อต่อท่อนำคลื่นมีความซับซ้อนการวิเคราะห์ด้วยวิธีนี้จะทำได้ยาก การวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นด้วยวิธีเชิงตัวเลขสามารถใช้วิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นที่มีรูปร่างต่าง ๆ ได้ดีด้วยวิธีเดียวกัน ถ้าแบ่งประเภทของวิธีเชิงตัวเลขตามลักษณะของสมการที่ใช้ในการวิเคราะห์จะแบ่งได้สองวิธีคือ วิธีที่ใช้สมการอินทิกรัลในการวิเคราะห์ได้แก่ วิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์ (boundary element) และวิธีที่ใช้สมการอนุพันธ์ในการวิเคราะห์ได้แก่ วิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ (finite element) โดยแต่ละวิธีมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกันดังนี้

1. วิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์เป็นวิธีที่สร้างสมการตามความสัมพันธ์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเฉพาะบริเวณผิวปิดล้อมข้อต่อเท่านั้น ดังนั้นจึงมีข้อดีที่สามารถลดมิติในการวิเคราะห์ลงได้หนึ่งมิติ และใช้หน่วยความจำในการคำนวณน้อย ข้อจำกัดของวิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์คือการวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นตัวกลางภายในชนิดไม่เอกพันธุ์ทำได้ยาก เช่น K. Tanaka (1991) , J.M. Reiter and F. Arndt (1992) และ J. Abdulnour and L. Marchildon (1992) เป็นต้น

2. วิธีผลต่างสืบเนื่องเป็นวิธีที่สร้างสมการตามความสัมพันธ์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อท่อนำคลื่นด้วยการแบ่งโดเมนภายในข้อต่อท่อนำคลื่นออกเป็นรูปกริด (grid) ข้อจำกัดของวิธีผลต่างสืบเนื่องคือการแบ่งกริดให้เข้ากันได้กับข้อต่อที่มีรูปร่างใด ๆ ทำได้ยาก และจะต้องจำกัดโดเมนในการวิเคราะห์ให้เป็นบริเวณปิด แต่เนื่องจากพอร์ตของข้อต่อท่อนำคลื่นมีการเชื่อมต่อกับท่อนำคลื่นที่ยาวอนันต์ โดยถือเสมือนว่าเป็นบริเวณเปิดจึงต้องใช้วิธีอื่นร่วมด้วย เช่น E.A. NaVarro, V. Such, B. Gimeno and J.L. Cruz (1992,1994) เสนอวิธีนี้ร่วมกับการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตแบบดูดกลืน (absorbing boundary) อันดับหนึ่ง และอันดับสอง ในการวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติระนาบ H เป็นต้น

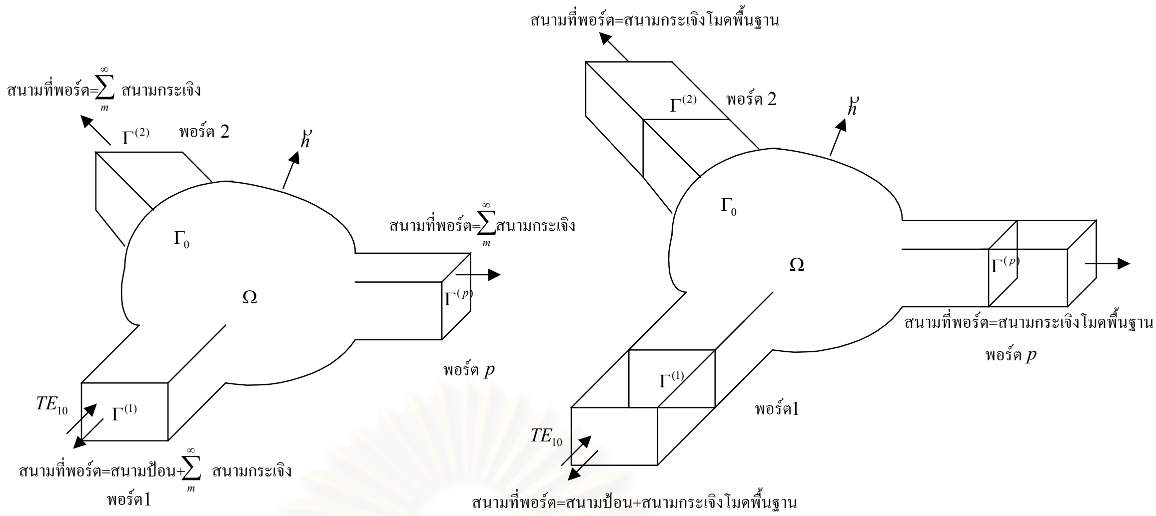
3. วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เป็นวิธีที่สร้างสมการตามความสัมพันธ์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อท่อนำคลื่นด้วยการแบ่งโดเมนภายในข้อต่อท่อนำคลื่นออกเป็นอีลีเมนต์ที่มีการประมาณสนามภายในแต่ละอีลีเมนต์ด้วยค่าสนามที่โนด (node element) หรือขอบของอีลีเมนต์ (edge element) ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่น เนื่องจากเป็นวิธีที่วิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใดๆ ได้ดีกว่าเมื่อเทียบกับวิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์ และ

วิธีผลต่างสืบเนื่อง รวมถึงสามารถวิเคราะห์ข้อต่อที่มีตัวกลางภายในชนิดไม่เอกพันธุ์ได้ด้วย เนื่องจากวิธีนี้จำเป็นต้องจำกัดโดเมนในการวิเคราะห์ให้เป็นบริเวณปิด แต่พอร์ตของข้อต่อมีการเชื่อมต่อกับท่อนำคลื่นยาวอนันต์ โดยถือเสมือนเป็นบริเวณเปิด จึงต้องใช้วิธีอื่นร่วมในการวิเคราะห์ด้วย เช่น วิธีโมดแมตชิง และวิธี PML (perfect matched layer) Y. Tsuji and M. Koshiba (2002) เป็นต้น

จากงานวิจัยในอดีตที่ผ่านมาวิธีโมดแมตชิงเป็นวิธีที่นิยมนำมาใช้ในการวิเคราะห์ร่วมกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มากที่สุด เช่น V.N. Kanellopoulos and J.P. Webb (1990) ได้เสนอวิธีในการวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติระนาบ E , M. Koshiba and M. Suzuki (1986), H.B. Lee, H.K. Jung and S.Y. Hahn (1995) ได้เสนอวิธีนี้ในการวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติระนาบ H และ K. Ise, K. Inoue and M. Koshiba (1990,1991) ได้เสนอวิธีนี้ในการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติ เป็นต้น กรณีของข้อต่อที่มีตัวกลางภายในชนิดไม่เอกพันธุ์แบบต่างๆ T.V. Yioultsis and T.D. Tsiboukis (1995) ได้เสนอวิธีนี้ในการวิเคราะห์ข้อต่อที่มีตัวกลางภายชนิดไม่เอกพันธุ์แบบแอนไอโซโทรปิก (anisotropic) และ R.S. Chen, E.K.N. Yung, Z.M. Xie and Y.F. Han (1999) ได้เสนอวิธีนี้ในการวิเคราะห์ข้อต่อที่มีตัวกลางภายชนิดไม่เอกพันธุ์แบบไครัล (chiral) เป็นต้น

วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง เป็นวิธีแทนสนามที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นยาวอนันต์ที่ต่อกับข้อต่อด้วยผลบวกระหว่างสนามที่ป้อนกับสนามกระเจิงในรูปการแผ่ขยายโมด (mode expansion) หรือผลบวกของสนามกระเจิงในโมดต่าง ๆ วิธีโมดแมตชิงมีข้อจำกัดคือต้องพิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวนมาก เพื่อให้การคำนวณพารามิเตอร์การกระเจิงมีความถูกต้องและเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนโมดของสนามกระเจิง นอกจากนี้การคำนวณค่าการส่งผ่านของโมดอันดับสูงให้มีความถูกต้อง จำเป็นต้องแบ่งอีลีเมนต์ที่หน้าตัดของท่อนำคลื่นให้มากพอ ซึ่งมีผลให้จำนวนอีลีเมนต์ที่ต้องแบ่งภายในข้อต่อมีมากขึ้นด้วย ยังผลให้ประสิทธิภาพในการคำนวณลดลงได้ ดังรูปที่ 1.2 (ก)

จากการศึกษาพบว่าแนวทางในการลดจำนวนโมดของสนามกระเจิงให้เหลือเพียงโมดพื้นฐานนั้น ทำได้โดยการขยายบริเวณข้อต่อไปยังบริเวณท่อนำคลื่น และอาศัยคุณสมบัติสนามกระเจิงในโมดอันดับสูงจะมีแอมพลิจูดลดลงเมื่อเคลื่อนที่ห่างออกจากข้อต่อไปตามท่อนำคลื่น ในขณะที่สนามกระเจิงในโมดพื้นฐานจะมีแอมพลิจูดคงที่เมื่อเคลื่อนที่ห่างออกจากข้อต่อไปตามท่อนำคลื่น ดังนั้นที่พอร์ตที่ไกลจากข้อต่อ จึงเหลือเพียงสนามกระเจิงในโมดพื้นฐานเท่านั้น การขยายข้อต่อไปยังบริเวณท่อนำคลื่นนั้น มีผลให้การวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มีตัวแปรไม่ทราบค่า (unknown) เพิ่มขึ้น ทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณเพิ่มขึ้นด้วย ดังรูปที่ 1.2 (ข)

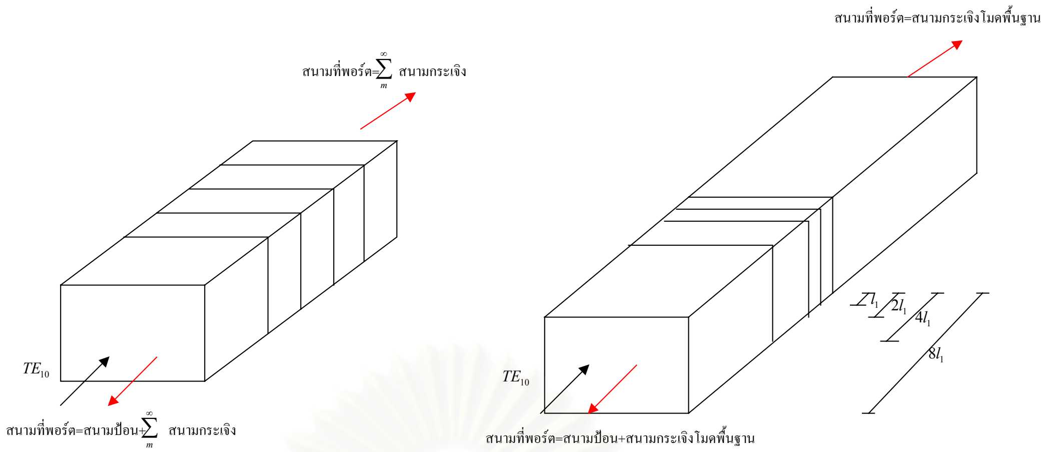


(ก) (ข)

รูปที่ 1.2 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ

(ก) วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง (ข) การลดจำนวนโมดที่แทนสนามกระเจิง

วิธีลดตัวแปรไม่ทราบค่าภายในท่อนำคลื่นนั้นมีอยู่สองวิธี คือ วิธีแบ่งโครงสร้างย่อย (substructure method) เสนอโดย K. Ise, K. Inoue and M. Koshiba (1990) หลักการคือแบ่งบริเวณท่อนำคลื่นออกเป็นบริเวณย่อยที่มีปริมาตรเท่า ๆ กัน และให้มีตัวแปรไม่ทราบค่าเฉพาะที่หน้าตัดของบริเวณย่อย เมื่อรวมบริเวณย่อยทีละสองบริเวณ กำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าระหว่างบริเวณย่อยทั้งสอง วนรอบซ้ำของการรวมบริเวณย่อยทีละสองบริเวณและกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าระหว่างบริเวณย่อย สุดท้ายจะเหลือตัวแปรไม่ทราบค่าเฉพาะที่พอร์ตของท่อนำคลื่น อีกวิธีในการลดตัวแปรไม่ทราบค่าภายในท่อนำคลื่นคือ วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง เสนอโดย S.L. Foo and P.P. Silvester (1992) หลักการคือแบ่งบริเวณท่อนำคลื่นออกเป็นบริเวณย่อยในลักษณะทวีคูณ 2^R หรือมีขนาดบริเวณย่อยถัดไปใหญ่ขึ้นเป็นสองเท่าของบริเวณก่อนหน้า และให้มีตัวแปรไม่ทราบค่าเฉพาะที่หน้าตัดของบริเวณย่อย เมื่อรวมบริเวณย่อยทีละสองบริเวณ กำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าระหว่างบริเวณย่อยทั้งสอง วนรอบซ้ำของการรวมบริเวณย่อยทีละสองบริเวณ โดย R คือจำนวนครั้งของการรวมบริเวณย่อย และกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าระหว่างบริเวณย่อยทั้งสองเช่นเดียวกับวิธีแบ่งโครงสร้างย่อย สุดท้ายจะเหลือตัวแปรไม่ทราบค่าเฉพาะที่พอร์ตของท่อนำคลื่น ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าการใช้วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงในการลดตัวแปรไม่ทราบค่าในบริเวณท่อนำคลื่นนั้นเหมาะสมกว่าวิธีแบ่งโครงสร้างย่อย เนื่องจากวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงสามารถกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าภายในท่อนำคลื่นได้เร็วกว่าวิธีแบ่งโครงสร้างย่อย ดังรูปที่ 1.3



(ก) (ข)

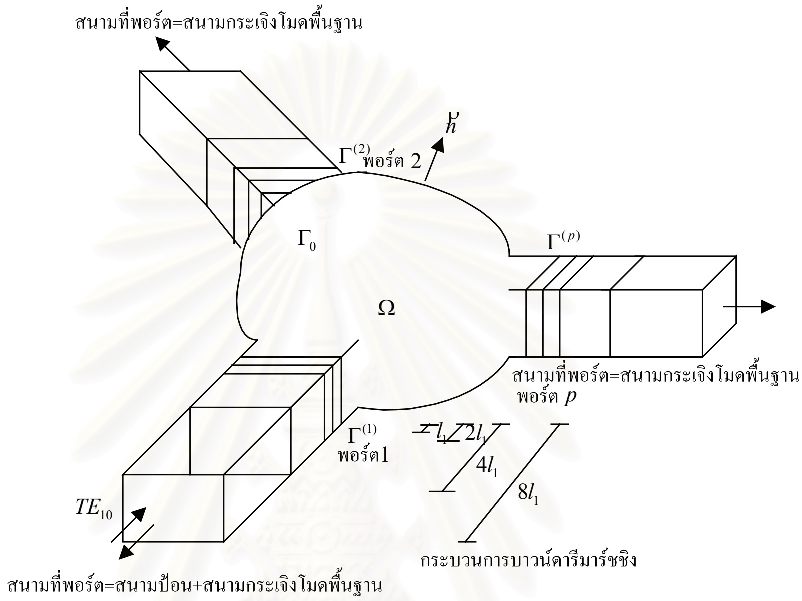
รูปที่ 1.3 วิธีลดตัวแปรไม่ทราบค่าภายในท่อนำคลื่น

(ก) วิธีแบ่งโครงสร้างย่อย (ข) วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

อย่างไรก็ตามงานวิจัยของ S.L. Foo and P.P. Silvester นั้นวิเคราะห์เฉพาะปัญหาความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นที่เป็นปัญหาข้อต่อท่อนำคลื่นสองพอร์ตเท่านั้น ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงมีแนวความคิดที่จะขยายวิธีดังกล่าวให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ภายในบริเวณข้อต่อ และขยายบริเวณข้อต่อท่อนำคลื่นออกไปยังบริเวณท่อนำคลื่นเพื่อลดจำนวนโมดของสนามกระเจิงให้เหลือเพียงโมดพื้นฐาน และใช้วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงเพื่อลดจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่าในบริเวณท่อนำคลื่นที่ต่อออกไป เพื่อเพิ่มความเร็วและความถูกต้องในการคำนวณเมื่อเทียบกับวิธี ไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง

ในการวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ จะเกิดปัญหาผลเฉลยปลอมเทียม (spurious solution) ซึ่งเป็นผลเฉลยที่ไม่สอดคล้องกับความเป็นจริงทางกายภาพ ในการแก้ปัญหาผลเฉลยปลอมเทียมที่เกิดขึ้นดังกล่าวมีอยู่หลายวิธี ได้แก่ K. Ise, K. Inoue and M. Koshiba (1990) ได้เสนอวิธีฟังก์ชันพีนอลตี (penalty function method) ในการปรับปรุงฟังก์ชันนอล (functional) เพื่อเลื่อนช่วงการเกิดผลเฉลยปลอมเทียมไปยังช่วงความถี่ที่สูงขึ้น ข้อจำกัดของวิธีฟังก์ชันพีนอลตีคือผลเฉลยจะมีค่าความคลาดเคลื่อนมากขึ้นและเกิดผลเฉลยปลอมเทียมใหม่ หากเลือกค่าสัมประสิทธิ์พีนอลตี (penalty coefficient) ไม่เหมาะสม R.D. Edlinger, I. Bardi, O. Biro, K. Preis and R. Richter (1992) ได้เสนอวิธีหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจากสนามของศักย์เวกเตอร์ (vector potential) และ K. Ise, K. Inoue and M. Koshiba (1991) ได้เสนอวิธีการใช้อีลีเมนต์ขอบ (edge element) ในการประมาณสนาม

แม่เหล็กไฟฟ้าภายในบริเวณข้อต่อท่อนำคลื่น โดยวิธีนี้มีข้อดีคือนอกจากจะกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมได้แล้ว ยังสามารถวิเคราะห์การกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นที่มีสนามภาวะเอกฐานเนื่องจากมุมโลหะและมุมไดอิเล็กทริกได้ ดังนั้นในงานวิทยานิพนธ์นี้จึงเลือกใช้อีลีเมนต์ขอบรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า (tetrahedral edge element) ในการแก้ปัญหาผลเฉลยปลอมเทียมที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นแบบสามมิติรูปร่างใด ๆ ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์



รูปที่ 1.4 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยเนื้อหาต่างๆ ดังนี้

บทที่ 1. บทนำ กล่าวถึง ความเป็นมาของงานวิจัย นำเสนองานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้องตลอดจนแนวทางและขอบเขตการวิจัย รวมทั้งประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 2. กล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติแบบระนาบ E และระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงและวิธีบาวน์ดารีมาร์ชิง นิยามของพารามิเตอร์การกระเจิงของข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใด ๆ และการวิเคราะห์หาพารามิเตอร์การกระเจิงของข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม ซึ่งได้แก่ ข้อต่อระนาบ E และระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ เริ่มต้นจะกล่าวถึงสมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E และระนาบ H ในรูปของสมการสเกลาร์ของเฮล์มโฮลตซ์ (Helmholtz’s equation) แนวคิดของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิง และการกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง รวมทั้งการเปรียบเทียบผลระหว่างวิธีกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิงกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง และกรณีตัวอย่างการคำนวณของข้อต่อสองมิติแบบระนาบ E และระนาบ H ที่มีรูปร่างต่างๆ ได้แก่ ข้อต่องอ 90° ข้อต่อตัว T ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีเสาโลหะภายใน ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีแผ่นกั้นภายใน และท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายใน เป็นต้น

บทที่ 3. กล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงและวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง การวิเคราะห์หาพารามิเตอร์การกระเจิงของข้อต่อสามมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ เริ่มต้นจะกล่าวถึงสมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติในรูปของสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก แนวคิดของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิง และการกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง รวมทั้งการเปรียบเทียบผลระหว่างวิธีกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิงกับวิธีบาว์นดารีมาร์ชชิง และกรณีตัวอย่างการคำนวณของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ

บทที่ 4. กล่าวถึงข้อสรุปในการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีที่ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ พร้อมกับเสนอแนะแนวทางในการนำไปพัฒนาปรับปรุงวิธีการวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อให้มีคุณภาพและประสิทธิภาพมากขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เสนอวิธีวิเคราะห์การกระเจิงคลื่นในข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติ ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง และเปรียบเทียบผลการคำนวณกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง

1.3 วิธีดำเนินการและขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาการวิเคราะห์การกระเจิงของคลื่นในข้อต่อสองมิติแบบระนาบ E และระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

2. ศึกษาการวิเคราะห์การกระเจิงของคลื่นในข้อต่อสามมิติรูปร่างใดๆ ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

3. เขียนโปรแกรมเพื่อคำนวณตามวิธีในข้อ 1 และข้อ 2.

4. ทดสอบกับกรณีตัวอย่างอื่นๆ ที่มีการตีพิมพ์ไว้

5. เปรียบเทียบคำตอบที่ได้ระหว่างวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง

6. จัดทำเอกสารวิทยานิพนธ์

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้องค์ความรู้ใหม่ในการวิเคราะห์การกระเจิงคลื่นในข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติ ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

2. ได้โปรแกรมการวิเคราะห์สำหรับออกแบบข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติ ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม

บทที่ 2
การวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติแบบระนาบ E และระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงและวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

2.1 ความนำ

บทนี้จะกล่าวถึงนิยามของพารามิเตอร์การกระเจิง ของข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใด ๆ และการวิเคราะห์หาพารามิเตอร์การกระเจิงของข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม ซึ่งได้แก่ ข้อต่อระนาบ E และข้อต่อระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ เริ่มต้นจะกล่าวถึงสมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E และระนาบ H ในรูปของสมการสเกลาร์ของเฮล์มโฮลตซ์ แนวคิดของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิง และการกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง รวมทั้งการเปรียบเทียบผลการคำนวณระหว่างวิธีกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิงกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง และกรณีตัวอย่างการคำนวณของข้อต่อสองมิติแบบระนาบ E และระนาบ H ที่มีรูปร่างต่าง ๆ ได้แก่ ข้อต่องอ 90° ข้อต่อตัว T ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีเสาโลหะภายใน ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีแผ่นกั้นภายใน และท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายใน

บทนี้จะประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

2.1 ความนำ

2.2 นิยามของพารามิเตอร์การกระเจิง

2.3 สมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E และระนาบ H

2.4 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

2.5 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิง

2.6 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

2.7 ผลการคำนวณในกรณีตัวอย่าง

2.2 นิยามของพารามิเตอร์การกระเจิง

หัวข้อนี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงนิยามของพารามิเตอร์การกระเจิงที่ใช้กับข้อต่อรูปร่างใด ๆ ในการส่งผ่านคลื่นตามท่อนำคลื่นนั้น หากเปรียบเทียบกับการส่งผ่านในสายโคแอกเซียลและสายคู่ขนาน จะพบว่ากรณีสายโคแอกเซียลและสายคู่ขนานจะมีการส่งผ่านคลื่นในรูปของโมด TEM ซึ่งสามารถนิยามคลื่นแรงดันและคลื่นกระแสทางกายภาพได้อย่างชัดเจน จากการวัดค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างตัวนำสองตัว ในกรณีท่อนำคลื่นนั้นคลื่นส่งผ่านจะมีโมด TE และโมด TM ซึ่งไม่สามารถหาค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าได้โดยวิธีอินทิเกรตสนามไฟฟ้าตามเส้นเชื่อมโยงระหว่างสองจุดได้ ดังนั้นการนิยามพารามิเตอร์ที่ใช้อธิบายข้อต่อรูปร่างใด ๆ ที่เชื่อมระหว่างท่อนำคลื่นด้วยสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะเหมาะสมมากกว่า โดยเรียกคลื่นแรงดันและคลื่นกระแสที่ไม่เกิดขึ้นจริงทางกายภาพของท่อนำคลื่นว่า คลื่นแรงดันสมมูลและคลื่นกระแสสมมูล

ความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า กับคลื่นแรงดันสมมูลและคลื่นกระแสสมมูลนั้นจะอาศัยคุณลักษณะที่สอดคล้องกันดังนี้ M.P. David (1998)

1. กำลังคลื่นที่ส่งผ่านตามท่อนำคลื่นซึ่งหาได้จากสนามไฟฟ้าแนวขวางและสนามแม่เหล็กแนวขวางของแต่ละโมดจะเป็นอิสระจากกัน เนื่องจากคุณสมบัติเชิงตั้งฉากระหว่างคลื่นแต่ละโมด
2. คลื่นที่ส่งผ่านตามท่อนำคลื่นจะเปลี่ยนแปลงไปตามระยะทาง z ในรูปของฟังก์ชัน $e^{-j\beta z}$ สำหรับกรณีไม่มีการสูญเสีย
3. ความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กแนวขวาง กับสนามไฟฟ้าแนวขวางของโมดใด ๆ เขียนได้ดังนี้

$$\vec{h}_m = Y_{wm}(\vec{a}_z \times \vec{e}_m) \tag{2.1}$$

โดยที่ $\vec{e}_m$ $\vec{h}_m$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กโมด m ตามลำดับ

Y_{wm} คือค่าแอดมิตแตนซ์คลื่นโมด m

เมื่อให้สนามไฟฟ้าแนวขวางและสนามแม่เหล็กแนวขวางแสดงในรูปผลรวมของโมดต่าง ๆ ดังนี้

$$\vec{E} = \sum_m \left(C_m^+ e^{-j\beta_m z} + C_m^- e^{j\beta_m z}\right)\vec{e}_m \tag{2.2}$$

$$\vec{H} = \sum_m \left(C_m^+ e^{-j\beta_m z} - C_m^- e^{j\beta_m z}\right)\vec{h}_m \tag{2.3}$$

โดยที่ C_m^+ และ C_m^- คือแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโมด m ที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $\pm z$ ตามลำดับ

β_m คือค่าคงตัวการแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโมด m

และให้คลื่นแรงดันสมมูลและคลื่นกระแสสมมูลแสดงในรูปผลรวมของโมดต่าง ๆ ดังนี้

$$V = \sum_m \left(V_m^+ e^{-j\beta_m z} + V_m^- e^{j\beta_m z} \right) \tag{2.4}$$

$$I = \sum_m \left(I_m^+ e^{-j\beta_m z} - I_m^- e^{j\beta_m z} \right) \tag{2.5}$$

โดยที่ V และ I คือคลื่นแรงดันสมมูลและคลื่นกระแสสมมูล ตามลำดับ

V_m^+ และ V_m^- คือแอมพลิจูดของคลื่นแรงดันสมมูลโมด m ที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $\pm z$ ตามลำดับ

I_m^+ และ I_m^- คือแอมพลิจูดของคลื่นกระแสสมมูลโมด m ที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $\pm z$ ตามลำดับ

เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นแรงดันสมมูล และคลื่นกระแสสมมูลโมด m กับแอมพลิจูดของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโมด m เราจะให้

$$V_m^+ = k_{Vm} C_m^+ \tag{2.6}$$

$$V_m^- = k_{Vm} C_m^- \tag{2.7}$$

$$I_m^+ = k_{\mathrm{Im}} C_m^+ \tag{2.8}$$

$$I_m^+ = k_{\mathrm{Im}} C_m^+ \tag{2.9}$$

โดยที่ k_{Vm} และ k_{Im} คือค่าคงตัวที่จะกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กกับคลื่นกระแสสมมูล และสนามไฟฟ้ากับคลื่นแรงดันสมมูล ตามลำดับ

ค่าคงตัว k_{Vm} และ k_{Im} สามารถพิจารณาจากเงื่อนไขหลัก 2 ประการคือกำลังคลื่นที่หาจากคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะต้องเท่ากับกำลังคลื่นที่หาจากคลื่นแรงดันสมมูลและคลื่นกระแสสมมูล ซึ่งแสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{1}{2}\int \left(\vec{E} \times \vec{H}^* \right) \cdot \hat{a}_z \, ds = \frac{1}{2} V I^* \tag{2.10}$$

หรือ
$$k_{Vm}k_{\mathrm{Im}} = \int_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^*\right)\cdot \vec{a}_z ds \tag{2.11}$$

โดยที่ * คือเครื่องหมายแสดงค่าสังยุคเชิงซ้อน

$\int_S ds$ คือการอินทิเกรตพื้นที่บนหน้าตัดของพอร์ต

เงื่อนไขที่สองคือค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (characteristic impedance) ที่หาจากอัตราส่วนแรงดันสมมูลกับกระแสสมมูลต้องเท่ากับอิมพีแดนซ์คลื่นของท่อนำคลื่นกล่าวคือ

$$Z_{cm} = Z_{wm} = \frac{\mathrm{V}_\mathrm{m}^+}{\mathrm{I}_\mathrm{m}^+} = \frac{|\vec{a}_z \times C_m^+ \vec{e}_m|}{|C_m^+ \vec{h}_m|} \tag{2.12}$$

หรือ
$$\frac{k_{Vm}}{k_{\mathrm{Im}}} = Z_{wm} \tag{2.13}$$

โดยที่ Z_{cm} คือค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะคลื่นโมด m

Z_{wm} คือค่าอิมพีแดนซ์คลื่นโมด m

เมื่อใช้สมการ (2.11) ร่วมกับสมการ (2.13) ทำให้เราหาค่า k_{Vm} และ k_{Im} ได้เป็น

$$k_{Vm} = \sqrt{Z_{wm}\int_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^*\right)\cdot \vec{a}_z ds} \tag{2.14}$$

$$k_{\mathrm{Im}} = \sqrt{\frac{1}{Z_{wm}}\int_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^*\right)\cdot \vec{a}_z ds} \tag{2.15}$$

นำความสัมพันธ์ตามสมการ (2.6)-(2.7) และ (2.14) แทนลงในสมการ (2.2)-(2.3) จะได้สมการความสัมพันธ์กันระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแรงดันสมมูลดังนี้

$$\vec{E} = \sum_m \left(V_m^+ e^{-j\beta_m z} + V_m^- e^{j\beta_m z}\right)\frac{1}{\sqrt{Z_{wm}}}\vec{e}_m \tag{2.16}$$

$$\vec{H} = \sum_m \left(V_m^+ e^{-j\beta_m z} - V_m^- e^{j\beta_m z}\right)\frac{1}{\sqrt{Z_{wm}}}\vec{h}_m \tag{2.17}$$

หรือ
$$\vec{E} = \sum_m \left(\hat{V}_m^+ e^{-j\beta_m z} + \hat{V}_m^- e^{j\beta_m z}\right)\vec{e}_m \tag{2.18}$$

$$\vec{H} = \sum_m \left(\hat{V}_m^{+} e^{-j\beta_m z} - \hat{V}_m^{-} e^{j\beta_m z}\right)\vec{h}_m \qquad (2.19)$$

โดยที่ $\vec{e}_m$ และ $\vec{h}_m$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์ ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\vec{e}_m = \frac{\vec{e}_m}{\sqrt{\int_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^{*}\right)\cdot \vec{a}_z \, ds}}$$

$$\vec{h}_m = \frac{\vec{h}_m}{\sqrt{\int_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^{*}\right)\cdot \vec{a}_z \, ds}}$$

$\hat{V}_m^{+}$ และ $\hat{V}_m^{-}$ คือแอมพลิจูดของคลื่นแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์โมด m ที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $\pm z$ ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาข้อต่อรูปร่างใด ๆ ที่มีโมดการส่งผ่านในโมดพื้นฐานเพียงโมดเดียว จำนวน N พอร์ต สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่พอร์ต k เขียนในรูปของแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์ได้ดังนี้

$$\vec{E}^{(k)} = \left(\hat{V}_1^{(k)+} e^{-j\beta_1^{(k)} z} + \hat{V}_1^{(k)-} e^{j\beta_1^{(k)} z}\right)\vec{e}_1^{(k)} \qquad (2.20)$$

$$\vec{H}^{(k)} = \left(\hat{V}_1^{(k)+} e^{-j\beta_1^{(k)} z} - \hat{V}_1^{(k)-} e^{j\beta_1^{(k)} z}\right)\vec{h}_1^{(k)} \qquad (2.21)$$

โดยที่ $\vec{E}^{(k)}, \vec{H}^{(k)}$ คือสนามไฟฟ้าแนวขวางและสนามแม่เหล็กแนวขวางที่พอร์ต k ตามลำดับ

$\hat{V}_1^{(k)+}, \hat{V}_1^{(k)-}$ คือแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์ขาเข้าและขาออกข้อต่อท่อนำคลื่นในโมดพื้นฐานที่พอร์ต k ตามลำดับ

$\beta_1^{(k)}$ คือค่าคงตัวการแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในโมดพื้นฐานที่พอร์ต k

$\vec{e}_m^{(k)}$ $\vec{h}_m^{(k)}$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้านอร์แมลไลซ์และสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์ในโมดพื้นฐานที่พอร์ต k ตามลำดับ

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์ขาออกกับแรงดันสมมูลนอร์แมล-ไลซ์ขาเข้าในโมดพื้นฐานถูกนิยามให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์การกระเจิงดังนี้ M.P. David (1998)

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_1^{(1)-} \\ \vdots \\ \hat{V}_1^{(N)-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_1^{(1)+} \\ \vdots \\ \hat{V}_1^{(N)+} \end{bmatrix} \qquad (2.22)$$

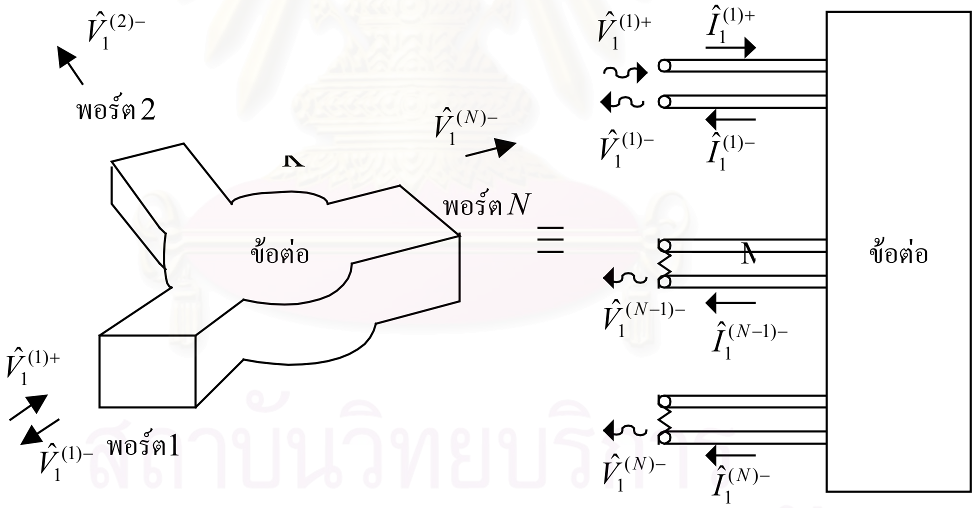
โดยที่ $[S]$ คือเมทริกซ์การกระเจิงและเรียกสมาชิก S_{ij} ว่าพารามิเตอร์การกระเจิงของพอร์ต i กับ j

จากนิยามดังกล่าวพารามิเตอร์การกระเจิง S_{jj} และ S_{kj} โดย $k \neq j$ สามารถหาได้โดยการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐานที่พอร์ต j $(\hat{V}_1^{(j)+})$ และแมตโหลดในพอร์ตที่เหลือไม่ให้มีการสะท้อนของคลื่นกลับเข้ามายังข้อต่อ $\left(\hat{V}_1^{(k)+} = 0\right)$ เรียก S_{jj} และ S_{kj} ว่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และสัมประสิทธิ์การส่งผ่านตามลำดับ ตัวอย่างเช่น การหาพารามิเตอร์การกระเจิง $S_{11},...,S_{N1}$ สามารถหาได้โดยการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐานที่พอร์ตที่หนึ่งของข้อต่อ$\left(\hat{V}_1^{(1)+}\right)$ และแมตโหลดในพอร์ต $2,...,N$ $\left(\hat{V}_1^{(2)+},...,\hat{V}_1^{(N)+} = 0\right)$ ดังรูปที่ 2.1 เราเขียนความสัมพันธ์ตามสมการ (2.22) ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_1^{(1)-} \\ \hat{V}_1^{(2)-} \\ \mathrm{M} \\ \hat{V}_1^{(N)-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \Lambda & \Lambda & S_{1N} \\ S_{21} & \mathrm{O} & \Lambda & S_{2N} \\ \mathrm{M} & \Lambda & \mathrm{O} & \mathrm{M} \\ S_{N1} & \Lambda & \Lambda & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_1^{(1)+} \\ 0 \\ \mathrm{M} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

ผลที่ได้คือ

$$S_{ij} = \frac{V_1^{(j)-}}{V_1^{(i)+}} \tag{2.24}$$

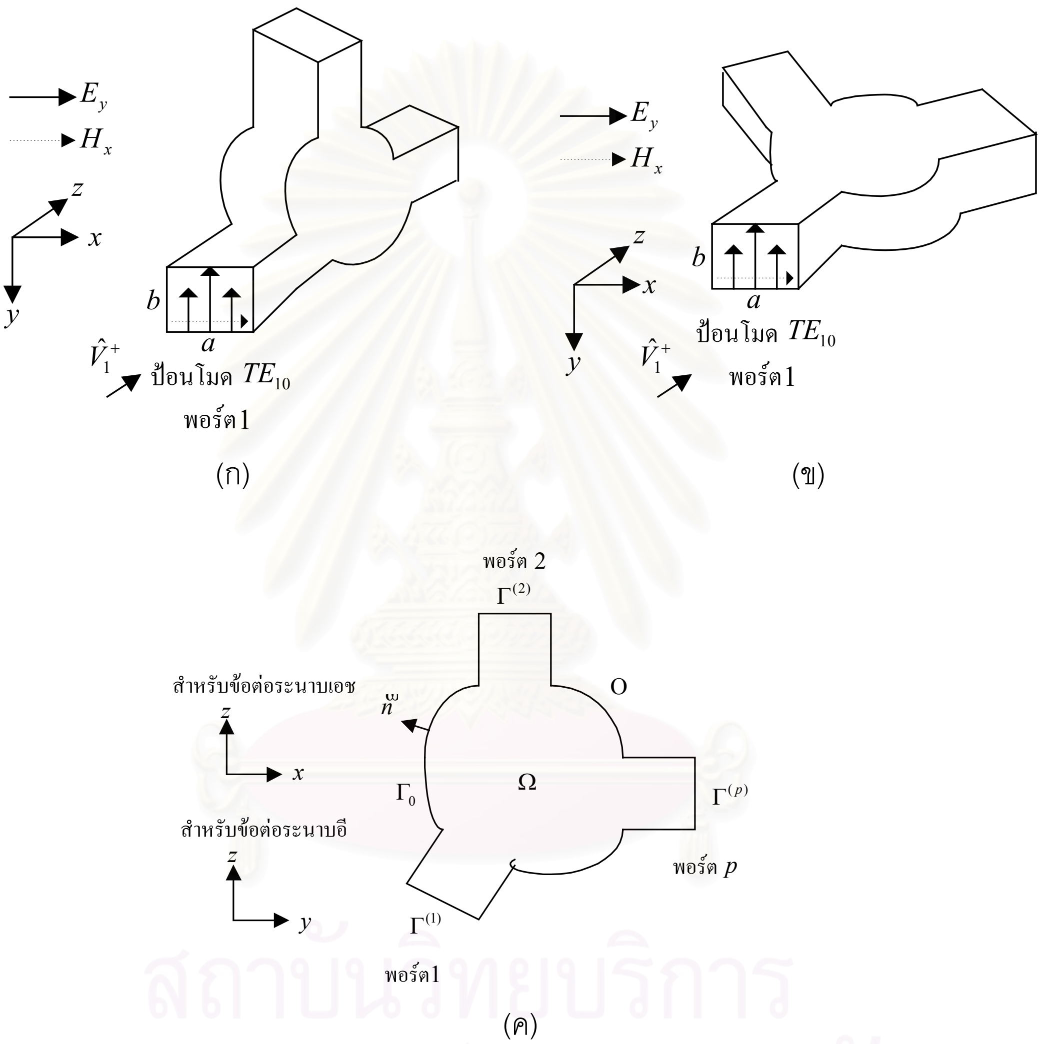


(ก) (ข)

รูปที่ 2.1 การหาพารามิเตอร์การกระเจิง $S_{11},...,S_{N1}$ ของข้อต่อรูปร่างใด ๆ หลายพอร์ต
(ก) ข้อต่อหลายพอร์ต (ข) แรงดันสมมูลและกระแสสมมูล

2.3 สมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E และข้อต่อระนาบ H

ข้อต่อระนาบ E และข้อต่อระนาบ H เป็นข้อต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีหน้าตัดคงตัวในแนวระนาบสนามไฟฟ้า (ระนาบ yz) และระนาบสนามแม่เหล็ก (ระนาบ xz) ของโมดพื้นฐาน TE_{10} ตามลำดับ ดังรูปที่ 2.2 ข้อต่อประเภทนี้นิยมใช้มากในระบบวงจรไมโครเวฟ เช่น ตัวกำหนดทิศทาง ตัวแบ่งกำลัง ตัวรวมกำลัง ตัวเลื่อนเฟส ตัวกรองความถี่ และข้อต่องอ เป็นต้น



รูปที่ 2.2 โครงสร้างของข้อต่อระนาบ E และข้อต่อระนาบ H

(ก) ข้อต่อระนาบ E (ข) ข้อต่อระนาบ H

(ค) บริเวณข้อต่อตามแนวระนาบสนามของโมดพื้นฐาน

2.3.1 ข้อต่อระนาบ E

เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าฮาร์มอนิกเชิงเวลา (Time-hamonic electromagnetic field) หรือสนามที่ขึ้นกับเวลาในรูปของฟังก์ชัน $e^{j\omega t}$ สนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อจะต้องสอดคล้องกับสมการแมกซ์เวลล์ในโดเมนความถี่ดังนี้

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} \tag{2.25}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\mu_r\vec{H} \tag{2.26}$$

โดยที่ ω คือความถี่เชิงมุมของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

ε_0 และ μ_0 คือสภาพยอมทางไฟฟ้า และความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กในอวกาศว่าง

ε_r และ μ_r คือสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ และความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์

เนื่องจากโครงสร้างของข้อต่อระนาบ E ประกอบด้วยระนาบตัวนำคู่ขนานในแนวระนาบสนามไฟฟ้าของโมด TE_{10} (ระนาบ yz) ดังนั้นสนามไฟฟ้าแนวสัมผัสผนังระนาบตัวนำคู่ขนานจะอยู่ในรูปของคลื่นนิ่งดังนี้

$$E_y = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)E_y(y,z) \tag{2.27}$$

$$E_z = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)E_z(y,z) \tag{2.28}$$

และส่วนประกอบของสนามอีกสี่ตัวจะต้องสอดคล้องกับสมการ (2.25) และ (2.26) ดังนี้

$$E_x = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)E_x(y,z) \tag{2.29}$$

$$H_x = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)H_x(y,z) \tag{2.30}$$

$$H_y = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)H_y(y,z) \tag{2.31}$$

$$H_z = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)H_z(y,z) \tag{2.32}$$

จากสมการ (2.27)-(2.32) พบว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแต่ละส่วนประกอบมีฟังก์ชันไม่ทราบค่าขึ้นกับตำแหน่ง y,z เท่านั้น จากงานวิจัยของ V.N. Kanellopoulos and J.P. Webb

(1990) พบว่า การวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E ให้มีความถูกต้องจะขึ้นอยู่กับจำนวนของส่วนประกอบที่ใช้ในการวิเคราะห์ด้วย ในกรณีของข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์ การใช้สนามแม่เหล็ก H_x เพียงส่วนประกอบเดียวก็เพียงพอในการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E แต่สำหรับข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดไม่เอกพันธุ์นั้น จำเป็นต้องใช้สนามอย่างน้อยสองส่วนประกอบ (E_x, H_x) ในการวิเคราะห์เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้อง

ข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์นั้น เมื่อป้อนสนามในโมดพื้นฐาน TE_{10} ซึ่งไม่มีสนามไฟฟ้าในส่วนประกอบ E_x ประกอบกับโครงสร้างที่สม่ำเสมอในแนว x และตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์ จะไม่เกิดการเชื่อมร่วม (coupling) ระหว่างสนามแม่เหล็ก H_x กับสนามไฟฟ้า E_x ภายในข้อต่อ กล่าวโดยสรุปได้ว่า สนามที่เกิดขึ้นภายในข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์จะไม่มีสนามในส่วนประกอบ E_x หรือจะมีเฉพาะสนามในโมด TE_{1m}^{x} เท่านั้น โดยส่วนประกอบอื่น ๆ ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะหาได้จากสนามแม่เหล็กส่วนประกอบ H_x เพียงส่วนประกอบเดียว แต่สำหรับข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางไม่ชนิดเอกพันธุ์ จะเกิดการเชื่อมร่วมระหว่างสนามแม่เหล็ก H_x กับสนามไฟฟ้า E_x ภายในข้อต่อ ดังนั้นในการหาสนามส่วนประกอบอื่น ๆ จำเป็นต้องใช้สนามอย่างน้อยสองส่วนประกอบ (E_x, H_x) ในการวิเคราะห์เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้อง

สำหรับข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์ เมื่อแทนสมการ (2.27)-(2.32) ลงในสมการ (2.25) และ (2.26) แล้วจัดรูปสมการจะได้สมการคลื่นในรูปสมการสเกลาร์ของเฮล์มโฮลตซ์ในรูปสนามแม่เหล็ก H_x ดังนี้

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)H_x(y,z)+k_t^2 H_x(y,z)=0 \qquad (2.33)$$

โดยมีเงื่อนไขสนามบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบเป็น

$$\frac{\partial H_x(y,z)}{\partial n}=0 \qquad (2.34)$$

โดยที่ $k_t^2 = k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$

k_0 คือเลขคลื่นในอวกาศว่างซึ่งมีค่าเท่ากับ $\omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$

$\frac{\partial}{\partial n}$ คือตัวดำเนินการอนุพันธ์เทียบกับแนวตั้งฉากที่ชี้ออกจากบริเวณปิดล้อมของข้อต่อ

2.3.2 ข้อต่อระนาบ H

เนื่องจากโครงสร้างของข้อต่อระนาบ H ประกอบด้วยระนาบตัวนำคู่ขนานในแนวระนาบสนามแม่เหล็กของโมด TE_{10} (ระนาบ xz) ดังนั้นสนามไฟฟ้าแนวสัมผัสผนังระนาบตัวนำคู่ขนานจะอยู่ในรูปของคลื่นนิ่งดังนี้

$$E_x = \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)E_y(x,z) \tag{2.35}$$

$$E_z = \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)E_z(x,z) \tag{2.36}$$

และส่วนประกอบของสนามอีกสี่ตัวจะต้องสอดคล้องกับสมการ (2.25) และ (2.26) ดังนี้

$$E_y = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)E_y(x,z) \tag{2.37}$$

$$H_x = \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)H_x(x,z) \tag{2.38}$$

$$H_y = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)H_y(x,z) \tag{2.39}$$

$$H_z = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)H_z(x,z) \tag{2.40}$$

จากสมการ (2.35)-(2.40) พบว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแต่ละส่วนประกอบมีฟังก์ชันไม่ทราบค่าขึ้นกับตำแหน่ง x,z เท่านั้น จากงานวิจัยของ V.N. Kanellopoulos and J.P. Webb (1990) พบว่า การวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ H ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์และชนิดไม่เอกพันธุ์ จะใช้สนามไฟฟ้า E_y เพียงส่วนประกอบเดียวก็เพียงพอในการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ H ทั้งนี้เนื่องจากสนามที่ป้อนในโมดพื้นฐาน TE_{10} มีสนามไฟฟ้าในส่วนประกอบ E_y เท่านั้น ประกอบกับโครงสร้างที่สม่ำเสมอในแนว y ทำให้สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในข้อต่อระนาบ H จะมีเพียงสนามส่วนประกอบ E_y เท่านั้น หรือมีเฉพาะสนามในโมด TE_{m0} เท่านั้น โดยส่วนประกอบอื่น ๆ ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะหาได้จากสนามส่วนประกอบ E_y เพียงส่วนประกอบเดียว

เมื่อแทนสมการ (2.35)-(2.40) ลงในสมการ (2.25) และ (2.26) แล้วจัดรูปสมการจะได้สมการคลื่นในรูปสมการสเกลาร์ของเฮล์มโฮลตซ์ในรูปสนามไฟฟ้า E_y ดังนี้

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_y(x,z)+k_t^2E_y(x,z)=0 \tag{2.41}$$

โดยมีเงื่อนไขสนามบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบเป็น

$$E_y(x,z)=0 \tag{2.42}$$

โดยที่ $k_t^2=k_0^2\mu_r\varepsilon_r$

2.4 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

2.4.1 ข้อต่อระนาบ E

กำหนดให้บริเวณ Ω เป็นบริเวณของข้อต่อตามแนวระนาบสนามไฟฟ้าของโมดพื้นฐาน TE_{10} สำหรับข้อต่อระนาบ E อีกทั้งกำหนดให้ผิวปิดล้อมบริเวณข้อต่อที่ประกอบด้วย Γ_0 เป็นผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบและ $\Gamma^{(k)}$ เป็นระนาบอ้างอิงที่พอร์ต k ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมจำนวน p พอร์ต $k=1,2,...p$ ซึ่งมีขนาดความกว้าง $a^{(k)}$ และความสูง $b^{(k)}$ ดังรูป 2.3 (ก) และกำหนดให้มีการป้อนสนามในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของข้อต่อและแมตโหลดในพอร์ตที่เหลือ

การวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์นั้นจะเริ่มจากการแบ่งบริเวณ Ω ออกเป็นอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยมจำนวน N อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยมทั้งหมดจำนวน N_n โนด และโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนด ดังรูปที่ 2.3 (ข) สนามแม่เหล็ก H_x ภายในอีลีเมนต์จะถูกประมาณด้วยผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้โนดกับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าที่เป็นค่าของสนามแม่เหล็กที่โนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยมดังรูปที่ 2.4 เมื่อเขียนในรูปเมทริกซ์จะได้ดังนี้

$$H_x^e(y,z)\approx\left\{N^e\right\}^T\left\{H_x^e\right\}=\sum_{i=1}^{3}N_i^eH_{xi}^e \quad i=1,2,3 \tag{2.43}$$

โดยที่ $\left\{N^e\right\}^T=\left\{N_1^e \quad N_2^e \quad N_3^e\right\}$ คือเวกเตอร์ขนาด 1×3 ที่มีสมาชิกเป็นฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้โนดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

H_x^e คือความเข้มสนามแม่เหล็กภายในอีลีเมนต์ e

$\{H_x^e\} = \begin{Bmatrix} H_{x1}^e \\ H_{x2}^e \\ H_{x3}^e \end{Bmatrix}$ คือเวกเตอร์ขนาด 3×1 ที่มีสมาชิกเป็นส่วนประกอบ H_x ณ จุดยอดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

^{T} คือ เครื่องหมายทรานสโพสของเมทริกซ์

ฟังก์ชันรูปร่าง N_i^e $(i = 1,2,3)$ เป็นฟังก์ชันระนาบดังแสดงในรูปที่ 2.4 ความสัมพันธ์ของ N_i^e หาได้ดังนี้

$$N_i^e = \frac{a_i + b_i y + c_i z}{2A_e}$$

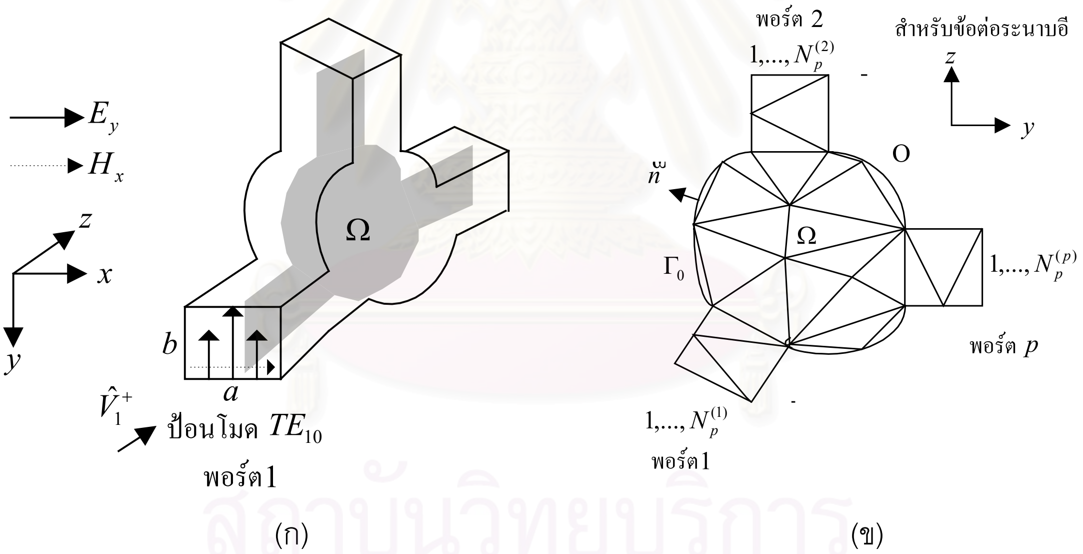
$$a_i = y_j z_k - y_k z_j$$

$$b_i = z_j - z_k$$

$$c_i = y_k - y_j$$

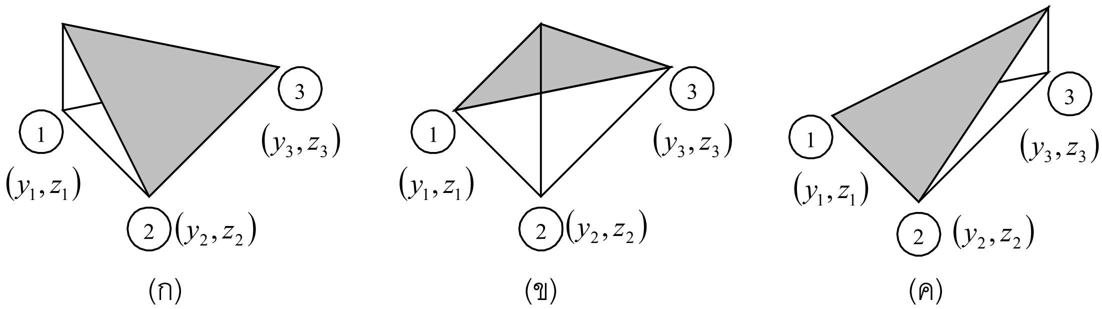
ในที่นี้ (y_i, z_i) สำหรับ $(i, = 1,2,3)$ คือตำแหน่ง y, z ของจุดโนดหมายเลข i

(i, j, k) คือ การเรียงลำดับ $(1,2,3)$ ในลักษณะมอดุโล 3



รูปที่ 2.3 การแบ่งอีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E

(ก) ข้อต่อระนาบ E (ข) การแบ่งอีลีเมนต์



รูปที่ 2.4 อีลีเมนต์สามเหลี่ยม และฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้โนด (ก) N_1^e (ข) N_2^e (ค) N_3^e

เมื่อแทนฟังก์ชัน H_x^e ตามสมการ (2.43) ลงในสมการ (2.33) จะได้ว่า

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\{N^e\}^T\{H_x^e\}+k_t^2\{N^e\}^T\{H_x^e\}=0 \qquad (2.44)$$

ตามหลักการของวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (weighted residual method) แบบกาเลอคิน (Galerkin) สมการ (2.44) จะถูกคูณด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เป็นฟังก์ชันเดียวกับฟังก์ชันรูปร่าง แล้วอินทิเกรตผลคูณบนบริเวณอีลีเมนต์ ใช้วิธีอินทิเกรตทีละส่วน (by parts) และทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ (divergence theorem) และรวมผลของอีลีเมนต์ทุกตัวเข้าด้วยกันจะได้ชุดสมการจำนวน N_n สมการ และใช้เงื่อนไขสนามแม่เหล็กไฟฟ้าบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบตามสมการ (2.34) ในสมการ (2.44) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$[A]\{H_x\}=\{B\} \qquad (2.45)$$

โดยที่ $\{H_x\}$ คือเวกเตอร์ขนาด $N_n \times 1$ ที่มีสมาชิกเป็นส่วนประกอบ H_x ณ จุดยอดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

$[A]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_n \times N_n$ ที่มีค่าดังนี้

$$[A]=\sum_{e=1}^{N}\int\left(\frac{\partial\{N^e\}}{\partial y}\frac{\partial\{N^e\}^T}{\partial y}+\frac{\partial\{N^e\}}{\partial z}\frac{\partial\{N^e\}^T}{\partial z}-k_t^2\{N^e\}\{N^e\}^T\right)d\Omega^e$$

$\{B\}$ คือเวกเตอร์ขนาด $N_n \times 1$ ที่มีค่าดังนี้

$$\{B\}=\sum_{e=1}^{N}\int_{\Gamma^{(k)}}\{N^e\}\frac{\partial H_x}{\partial n}d\Gamma^{(k)}$$

$\int_{\Gamma^{(k)}} d\Gamma^{(k)}$ คืออินทิเกรตเชิงเส้นบนพอร์ต k

2.4.1 ข้อต่อระนาบ H

กำหนดให้บริเวณ Ω เป็นบริเวณของข้อต่อตามแนวระนาบสนามแม่เหล็กของโมดพื้นฐาน TE_{10} สำหรับข้อต่อระนาบ H อีกทั้งกำหนดให้ผิวปิดล้อมบริเวณข้อต่อที่ประกอบด้วย Γ_0 เป็นผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ $\Gamma^{(k)}$ เป็นระนาบอ้างอิงที่พอร์ต k ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมจำนวน p พอร์ต $k = 1,2,...p$ ซึ่งมีขนาดความกว้าง $a^{(k)}$ และความสูง $b^{(k)}$ ดังรูปที่ 2.5 (ก) และกำหนดให้มีการป้อนสนามในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของข้อต่อและแมตโหลดในพอร์ตที่เหลือ

การวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์นั้นจะเริ่มจากการแบ่งบริเวณ Ω ออกเป็นอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยมจำนวน N อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยมทั้งหมดจำนวน N_n โนด และที่โนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนด ดังรูปที่ 2.5 (ข) ฟังก์ชันสนามไฟฟ้า E_y ภายในอีลีเมนต์ถูกประมาณด้วยผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้โนด กับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่า ที่เป็นค่าของสนามไฟฟ้าที่โนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยม ซึ่งเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$E_y^e(x,z) \approx \{N^e\}^T \{E_y^e\} = \sum_{i=1}^{3} N_i^e E_{yi}^e \qquad i = 1,2,3 \qquad (2.46)$$

โดยที่ $\{N^e\}^T = \{N_1^e \quad N_2^e \quad N_3^e\}$ คือเวกเตอร์ขนาด 1×3 ที่มีสมาชิกเป็นฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้โนดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

E_y^e คือความเข้มสนามไฟฟ้าภายในอีลีเมนต์ e

$\{E_y\} = \begin{Bmatrix} E_{y1}^e \\ E_{y2}^e \\ E_{y3}^e \end{Bmatrix}$ เวกเตอร์ขนาด 3×1 ที่มีสมาชิกเป็นส่วนประกอบ E_y ณจุดยอดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

^{T} คือ เครื่องหมายทราสโพสของเมทริกซ์

ฟังก์ชันรูปร่าง $N_i^e \ (i = 1,2,3)$ เป็นฟังก์ชันระนาบดังแสดงในรูปที่ 2.4 ความสัมพันธ์ของ N_i^e หาได้ดังนี้

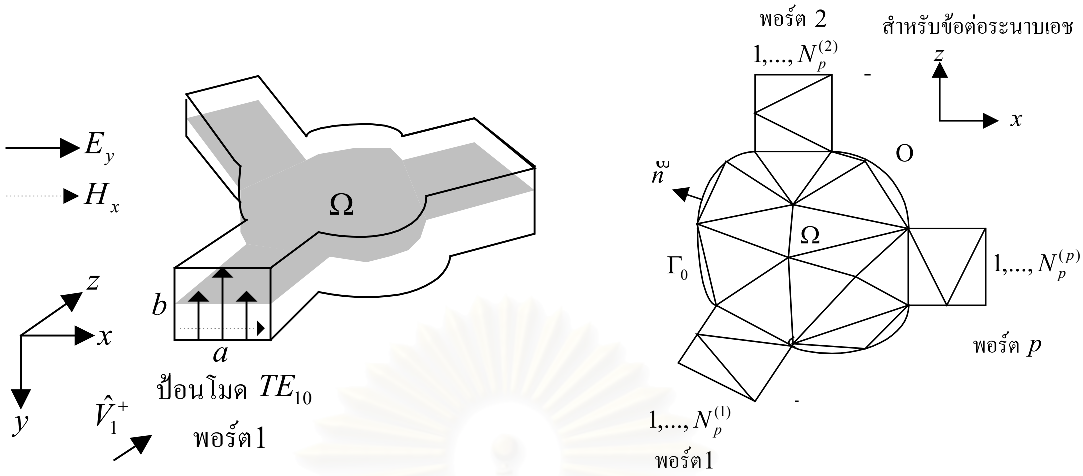
$$N_i^e = \frac{a_i + b_i x + c_i z}{2A_e}$$

$$a_i = x_j z_k - x_k z_j$$

$$b_i = z_j - z_k$$

$$c_i = x_k - x_j$$

(i, j, k) เรียงลำดับในลักษณะมอดุโล 3



(ก) (ข)

รูปที่ 2.5 การแบ่งอีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ H

(ก) ข้อต่อระนาบ H (ข) การแบ่งอีลีเมนต์

เมื่อแทนฟังก์ชัน E_y^e ตามสมการ (2.46) ในสมการ (2.41) จะได้ว่า

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\{N^e\}^T\{E_y^e\}+k_t^2\{N^e\}^T\{E_y^e\}=0 \qquad (2.47)$$

ตามหลักการของวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง แบบของกาเลอคิน สมการ (2.31) จะถูกคูณด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เป็นฟังก์ชันเดียวกับฟังก์ชันรูปร่าง และอินทิเกรตผลคูณบนบริเวณอีลีเมนต์ ใช้วิธีอินทิเกรตทีละส่วน และทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ และรวมผลของอีลีเมนต์ทุกตัวเข้าด้วยกันจะได้ชุดสมการจำนวน N_n สมการ และใช้เงื่อนไขสนามแม่เหล็กไฟฟ้าบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบตามสมการ (2.42) ในสมการ (2.47) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$[A]\{E_y\}=\{B\} \qquad (2.48)$$

โดยที่ $\{E_y\}$ คือเวกเตอร์ขนาด $N_n \times 1$ ที่มีสมาชิกเป็นส่วนประกอบ E_y ณ จุดยอดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

$[A]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_n \times N_n$ ที่มีค่าดังนี้

$$[A]=\sum_{e=1}^{N}\int\left(\frac{\partial\{N^e\}}{\partial x}\frac{\partial\{N^e\}^T}{\partial x}+\frac{\partial\{N^e\}}{\partial z}\frac{\partial\{N^e\}^T}{\partial z}-k_t^2\{N^e\}\{N^e\}^T\right)d\Omega^e$$

$\{B\}$ คือเวกเตอร์ขนาด $N_n \times 1$ ที่มีค่าดังนี้

$$\{B\} = \sum_{e=1}^{N} \int_{\Gamma^{(k)}} \{N^e\} \frac{\partial H_x}{\partial n} d\Gamma^{(k)}$$

$\int_{\Gamma^{(k)}} d\Gamma^{(k)}$ คืออินทิเกรตเชิงเส้นบนพอร์ต k

การแก้ปัญหาข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ตามสมการ (2.45) และ(2.48) นั้นเราจะต้องทราบเงื่อนไขสำหรับอนุพันธ์ของสนามบนพอร์ตต่าง ๆ ของข้อต่อที่เชื่อมต่อกับท่อนำคลื่นยาวอนันต์ โดยถือเสมือนว่าข้อต่อเป็นบริเวณเปิด ดังนั้นในการแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์จึงจำเป็นต้องใช้ร่วมกับวิธีอื่นซึ่งมีอยู่หลายวิธี เพื่อกำหนดเงื่อนไขอนุพันธ์ที่พอร์ตต่าง ๆ และจำกัดบริเวณปัญหาในการวิเคราะห์ ในวิทยานิพนธ์นี้ผู้วิจัยจะนำเสนอการกำหนดเงื่อนไขดังกล่าวด้วยวิธีโมดแมตชิง และวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง รวมถึงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณของทั้งสองวิธีซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

2.5 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิง

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงการจำกัดบริเวณด้วยการกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ต โดยแทนสนามที่พอร์ตต่าง ๆ ของข้อต่อในรูปของการแผ่ขยายโมดหรือผลบวกของสนามในโมดต่างๆ ที่เรียกว่าวิธีโมดแมตชิง ในที่นี้จะพิจารณาข้อต่อที่มีพอร์ตเพียงสองพอร์ต มีแนวแกนของท่อนำคลื่นที่มาต่อกับข้อต่อในแนว z และมีการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งและแมตโหลดที่พอร์ตที่สอง

2.5.1 ข้อต่อระนาบ E

เราจะแทนสนามที่พอร์ตต่าง ๆ ของข้อต่อในรูปการแผ่ขยายโมดโดยสมมุติให้สนามที่กระเจิงออกจากข้อต่ออยู่ในรูปผลบวกของสนามจำนวน M โมด ดังนี้

ที่พอร์ตที่หนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$H_x^{(1)} = \hat{h}_0^{(1)} e^{-j\beta_0^{(1)} z} - \sum_{m=0}^{M-1} R_m \hat{h}_m^{(1)} e^{j\beta_m^{(1)} z} \qquad (2.49)$$

ที่พอร์ตที่สอง (พอร์ตที่มีการแมตโหลด)

$$H_x^{(2)} = \sum_{m=0}^{M-1} T_m \hat{h}_m^{(2)} e^{-j\beta_m^{(2)} z} \qquad (2.50)$$

โดยที่ $\hat{h}_m^{(k)}$ คือแบบรูปสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์โมด TE_{1m}^x ที่พอร์ต k ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\hat{h}_m^{(k)} = L_m \cos\left(\frac{m\pi y}{b^{(k)}}\right)$$

$$L_m = \sqrt{\frac{2\nu_m k_0 z_0}{ab\beta_m k_t^2}}$$

$$\nu_m = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 2 & m \neq 0 \end{cases}$$

$\beta_m^{(k)}$ คือค่าคงตัวการแพร่กระจายในแนวการเคลื่อนที่ของคลื่นโมด TE_{1m}^x ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\beta_m^{(k)} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a^{(k)}}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{b^{(k)}}\right)^2} & for\ k_0 \geq \left(\frac{\pi}{a^{(k)}}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b^{(k)}}\right)^2 \\ -j\sqrt{\left(\frac{\pi}{a^{(k)}}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b^{(k)}}\right)^2 - k_0^2} & for\ k_0 < \left(\frac{\pi}{a^{(k)}}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b^{(k)}}\right)^2 \end{cases}$$

เมื่อหาอนุพันธ์ $\frac{\partial}{\partial z}$ ของสมการ (2.49)-(2.50) แล้วแทนในสมการ (2.45) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}[A]\{H_x\} = &\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m^{(1)} \int \{N^e\}\hat{h}_m^{(1)} d\Gamma^{(1)} R_m \\ &- \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m^{(2)} \int \{N^e\}\hat{h}_m^{(2)} d\Gamma^{(2)} T_m \\ &+ \sum_{e=1}^{N} j\beta_0^{(1)} \int \{N^e\}\hat{h}_0^{(1)} d\Gamma^{(1)}\end{aligned} \tag{2.51}$$

จากชุดสมการ (2.51) พบว่ามีพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าจำนวน $N_n + 2M$ ตัว ประกอบด้วย $\{H_x\},\{R_m\},\{T_m\}$ ในขณะที่มีสมการเพียง N_n สมการ ดังนั้นจึงต้องหาชุดสมการเพิ่มอีกจำนวน $2M$ สมการ ซึ่งหาได้จากการคูณสมการ (2.49)-(2.50) ด้วยฟังก์ชัน $\cos(m\pi y/b)$ โดยที่ $m = 0,1,2,\ldots,M-1$ แล้วอินทิเกรตเชิงเส้นตามแนว $\Gamma^{(k)}$ จะได้ว่า

ที่พอร์ตที่หนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$R_m = -\frac{\nu_m}{bL_m}\int \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) H_x d\Gamma^{(1)} + \delta_{m1} \tag{2.52}$$

ที่พอร์ตที่สอง (พอร์ตที่มีการแมตโหลด)

$$T_m = \frac{\nu_m}{bL_m}\int \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) H_x d\Gamma^{(2)} \qquad (2.53)$$

โดยที่ $\delta_{m1} = \begin{cases} 0 & m \neq 1 \\ 1 & m = 1 \end{cases}$

นอกจากนี้เราจะประมาณฟังก์ชัน $\cos(m\pi y/b)$ ด้วยผลบวกของผลคูณของฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติ ดังรูปที่ 2.5 จำนวน $N^{(k)}$ อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนดดังนี้

$$\cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \approx \sum_{e=1}^{N^{(k)}} \{N^e\}^T \{h_m^e\} = \{N\}^T \{h_m\} \qquad (2.54)$$

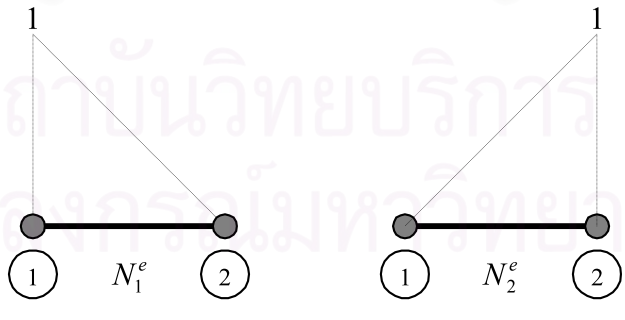
โดยที่ $\{N^e\}^T = \{N_1^e \quad N_2^e\}$ คือเวกเตอร์ขนาด 1×2 ที่มีสมาชิกเป็นฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติ

$\{h_m^e\}$ คือเวกเตอร์ขนาด 1×2 ที่มีค่าดังนี้

$h_{mi}^e = \cos\left(\frac{m\pi y_i}{b}\right) \qquad i = 1,2$

$\{N\}^T$ คือเวกเตอร์ขนาด $1 \times N_p^{(k)}$

$\{h_m\}$ คือเวกเตอร์ขนาด $N_p^{(k)} \times 1$



(ก) (ข)

รูปที่ 2.6 อีลีเมนต์และฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติ (ก) N_1^e (ข) N_2^e

เมื่อแทนสมการ (2.52)-(2.54) ลงในสมการ (2.51) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}]+[P^{(1)}] & [A_{1,2}] & [A_{1,in}] \\ [A_{2,1}] & [A_{2,2}]+[P^{(2)}] & [A_{2,in}] \\ [A_{in,1}] & [A_{in,2}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \{H_2\} \\ \{H_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \tag{2.55}$$

โดยที่ $[P^{(k)}]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p^{(k)} \times N_p^{(k)}$ และ $\{Q^{(1)}\}$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p^{(1)} \times 1$

$$\left[P^{(k)}\right] = \sum_{m=0}^{M-1} \left[P_m^{(k)}\right]$$

$$\left[P_m^{(k)}\right] = \sum_{e=1}^{N^{(k)}} \frac{j\beta_m \nu_m}{b} \left[\int \{N^e\}\{N^e\}^T \, d\Gamma^{(k)} \right] \{h_m^e\}\{h_m^e\}^T \left[\int \{N^e\}\{N^e\}^T \, d\Gamma^{(k)} \right]$$

$$\left\{Q^{(1)}\right\} = \sum_{e=1}^{N^{(k)}} 2j\beta_0^{(1)} L_0 \left[\int \{N^e\}\{N^e\}^T \, d\Gamma^{(1)} \right] \{h_0^e\}$$

เราสามารถขยายวิธีดังกล่าวไปใช้กับข้อต่อจำนวน p พอร์ตได้ตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}]+[P^{(1)}] & \cdots & [A_{1,p}] & [A_{1,in}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [A_{p,1}] & \cdots & [A_{p,p}]+[P^{(p)}] & [A_{p,in}] \\ [A_{in,1}] & \cdots & [A_{in,p}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \vdots \\ \{H_p\} \\ \{H_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

เมื่อแก้สมการ (2.56) แล้ว เราจะทราบสนามแม่เหล็กที่พอร์ตต่าง ๆ โดยสามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านได้โดยใช้สมการ (2.52) และ (2.53) ตามลำดับ

2.5.2 ข้อต่อระนาบ H

เราจะแทนสนามที่พอร์ตต่าง ๆ ของข้อต่อในรูปการแผ่ขยายโมดโดยสมมุติให้สนามที่กระเจิงออกจากข้อต่ออยู่ในรูปผลบวกของสนามจำนวน M โมด ดังนี้

ที่พอร์ตที่หนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$E_y^{(1)} = \hat{e}_1^{(1)} e^{-j\beta_1^{(1)} z} + \sum_{m=1}^{M} R_m \hat{e}_m^{(1)} e^{j\beta_m^{(1)} z} \tag{2.57}$$

ที่พอร์ตที่สอง (พอร์ตที่มีการแมตโหลด)

$$E_y^{(2)} = \sum_{m=1}^{M} T_m \hat{e}_m^{(2)} e^{-j\beta_m^{(2)} z} \tag{2.58}$$

โดยที่ $\hat{e}_m^{(k)}$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้านอร์แมลไลซ์โมด TE_{m0} ที่พอร์ต k มีค่าดังนี้

$$\hat{e}_{m0}^{(k)} = L_m \sin\left(\frac{m\pi x}{a^{(k)}}\right)$$

$$L_m = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{\frac{k_0 z_0}{\beta_{m0}^{(k)}}}$$

z_0 คือค่าอิมพีแดนซ์คลื่นในอวกาศว่าง

$\beta_m^{(k)}$ คือค่าคงตัวการแพร่กระจายในแนวการเคลื่อนที่ของคลื่นโมด TE_{m0} ที่พอร์ต k ซึ่งมีค่า ดังนี้

$$\beta_m^{(k)} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\dfrac{m\pi}{a^{(k)}}\right)^2} & for\ k_0 \geq \left(\dfrac{m\pi}{a^{(k)}}\right) \\ -j\sqrt{\left(\dfrac{m\pi}{a^{(k)}}\right)^2 - k_0^2} & for\ k_0 < \left(\dfrac{m\pi}{a^{(k)}}\right) \end{cases}$$

M คือจำนวนโมดที่ใช้ในการแทนสนามกระเจิงที่ออกจากข้อต่อในบริเวณท่อนำคลื่น

R_m คือสัมประสิทธิ์การสะท้อนของคลื่นโมด m

T_m คือสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของคลื่นโมด m

เมื่อหาอนุพันธ์ $\dfrac{\partial}{\partial z}$ ของสมการ (2.57)-(2.58) แล้วแทนในสมการ (2.48) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}[A]\{E_y\} = &-\sum_{m=1}^{M}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m^{(1)} \int \{N^e\}\hat{e}_m^{(1)} d\Gamma^{(1)} R_m \\ &-\sum_{m=1}^{M}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m^{(2)} \int \{N^e\}\hat{e}_m^{(2)} d\Gamma^{(2)} T_m \\ &+\sum_{e=1}^{N} j\beta_1^{(1)} \int \{N^e\}\hat{e}_1^{(1)} d\Gamma^{(1)}\end{aligned} \tag{2.59}$$

จากชุดสมการ (2.59) พบว่ามีพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าจำนวน $N_n + 2M$ ตัว ประกอบด้วย $\{E_y\},\{R_m\},\{T_m\}$ ในขณะที่มีสมการเพียง N_n สมการ ดังนั้นจึงต้องหาชุดสมการเพิ่มอีกจำนวน $2M$ สมการ ซึ่งหาได้จากการคูณสมการ(2.57)-(2.58) ด้วยฟังก์ชัน $\sin(m\pi x/a)$ โดยที่ $m = 1,2,...M$ แล้วอินทิเกรตเชิงเส้นตามแนว $\Gamma^{(k)}$ จะได้ว่า

ที่พอร์ตที่หนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$R_m = \frac{2}{aL_m}\int \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)E_y d\Gamma^{(1)} - \delta_{m1} \tag{2.60}$$

ที่พอร์ตที่สอง (พอร์ตที่มีการแมตโหลด)

$$T_m = \frac{2}{aL_m}\int \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)E_y d\Gamma^{(2)} \tag{2.61}$$

โดยที่ $\delta_{m1} = \begin{cases} 0 & m \neq 1 \\ 1 & m = 1 \end{cases}$

นอกจากนี้เราจะประมาณฟังก์ชัน $\sin(m\pi x/a)$ ด้วยผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติจำนวน $N^{(k)}$ อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนดดังนี้

$$\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \approx \sum_{e=1}^{N_p^{(k)}} \{N^e\}^T \{e_m^e\} = \{N\}^T\{e_m\} \tag{2.62}$$

โดยที่ $\{N^e\}^T = \{N_1^e \quad N_2^e\}$ คือเวกเตอร์ขนาด 1×2 ที่มีสมาชิกเป็นฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติ

$\{e_m^e\}$ คือเวกเตอร์ขนาด 1×2 ที่มีค่าดังนี้

$$e_{mi} = \sin\left(\frac{m\pi x_i}{a}\right) \qquad i = 1,2$$

$\{N\}^T$ คือเวกเตอร์ขนาด $1\times N_p^{(k)}$

$\{e_m\}$ คือเวกเตอร์ขนาด $N_p^{(k)}\times 1$

เมื่อแทนสมการ (2.60)-(2.62) ลงในสมการ (2.59) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}]+[P^{(1)}] & [A_{1,2}] & [A_{1,in}] \\ [A_{2,1}] & [A_{2,2}]+[P^{(2)}] & [A_{2,in}] \\ [A_{in,1}] & [A_{in,2}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{E_1\} \\ \{E_2\} \\ \{E_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \tag{2.63}$$

ทั้งนี้ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขสนามไฟฟ้าบนผนังตัวนำสมบูรณ์แบบคือ $\{E_y\}$ เท่ากับศูนย์

โดยที่ $[P^{(k)}]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p^{(k)}\times N_p^{(k)}$ และ $\{Q^{(1)}\}$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p^{(1)}\times 1$

$$\left[P^{(k)}\right]=\sum_{m=1}^{M}\left[P_m^{(k)}\right]$$
$$\left[P_m^{(k)}\right]=\sum_{e=1}^{N}\frac{2j\beta_m}{a}\left[\int\{N^e\}\{N^e\}^T d\Gamma^{(k)}\right]\{e_m^e\}\{e_m^e\}^T\left[\int\{N^e\}\{N^e\}^T d\Gamma^{(k)}\right]$$
$$\{Q^{(1)}\}=\sum_{e=1}^{N}2j\beta_1^{(1)}L_1\left[\int\{N^e\}\{N^e\}^T d\Gamma^{(1)}\right]\{e_1^e\}$$

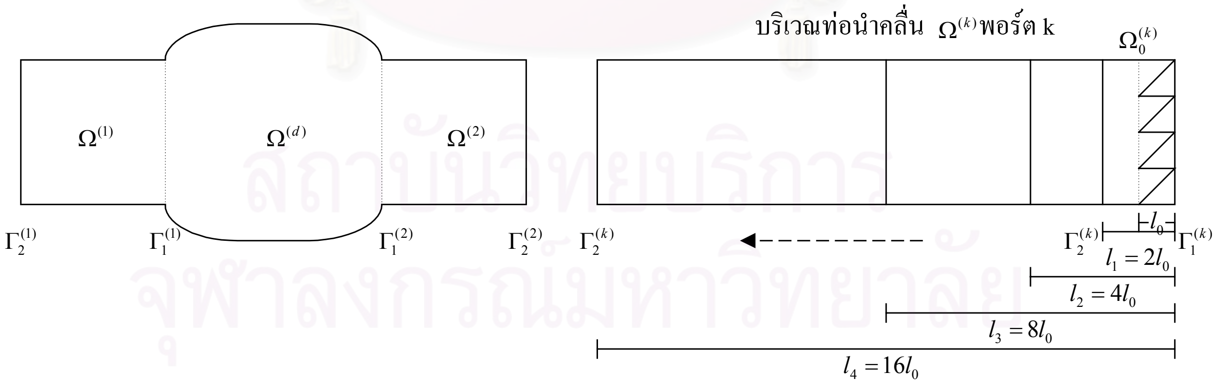
เราสามารถขยายวิธีดังกล่าวไปใช้กับข้อต่อจำนวน p พอร์ตได้ตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix}[A_{1,1}]+[P^{(1)}] & \cdots & [A_{1,p}] & [A_{1,in}]\\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ [A_{p,1}] & \cdots & [A_{p,p}]+[P^{(p)}] & [A_{p,in}]\\ [A_{in,1}] & \cdots & [A_{in,p}] & [A_{in,in}]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{E_1\}\\ \vdots\\ \{E_p\}\\ \{E_{in}\}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\{Q^{(1)}\}\\ \{0\}\\ \{0\}\\ \{0\}\end{bmatrix} \qquad (2.64)$$

เมื่อแก้สมการ (2.64) แล้ว เราจะทราบสนามไฟฟ้าที่พอร์ตต่าง ๆ โดยสามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านได้โดยใช้สมการ (2.60) และ (2.61) ตามลำดับ

2.6 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

การวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของข้อต่อระนาบ E และข้อต่อระนาบ H เริ่มจากการแบ่งบริเวณข้อต่อออกเป็นสามบริเวณ คือบริเวณท่อนำคลื่นพอร์ต k $\Omega^{(k)}$ $k=1,2$ และบริเวณไม่ต่อเนื่องของข้อต่อ $\Omega^{(d)}$ ดังรูปที่ 2.7



(ก) (ข)

รูปที่ 2.7 กระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิง

(ก) บริเวณของ Ω (ข) การเลื่อนระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$

2.6.1 กระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิง

กระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิง เป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบไกลข้อต่อ $\Gamma_2^{(k)}$ ในบริเวณพอร์ต k $\Omega^{(k)}$ ของท่อนำคลื่น โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ในบริเวณพอร์ต k ของท่อนำคลื่น เริ่มต้นกำหนดให้สนามที่ระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(k)}$ และสนามที่ระนาบไกลข้อต่อ $\Gamma_2^{(k)}$ อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน เมื่อเลื่อนระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ให้ห่างออกจากระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ เป็นระยะทาง l_1 จะเกิดบริเวณ $\Omega_0^{(k)}$ ที่มี $\Gamma_1^{(k)},\Gamma_2^{(k)}$ และผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ $\Gamma_0^{(k)}$ ปิดล้อมอยู่ ตามวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ เมื่อประมาณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายใน $\Omega_0^{(k)}$ ด้วยฟังก์ชันรูปร่างสามเหลี่ยมแบบใช้โนดจะได้ชุดสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A]_{11} & [A]_{1i} & [A]_{12} \\ [A]_{i1} & [A]_{ii} & [A]_{i2} \\ [A]_{21} & [A]_{2i} & [A]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_i^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \{0\} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

โดยที่ $\{\phi\}_1^{(k)},\{\phi\}_2^{(k)},\{\phi\}_i^{(k)}$ คือค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่โนดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมบนระนาบ $\Gamma_1^{(k)},\Gamma_2^{(k)}$ และที่อยู่ระหว่างระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับ $\Gamma_2^{(k)}$ ตามลำดับ

$\{\phi\}=\{H_x\}$ สำหรับข้อต่อระนาบ E และ $\{\phi\}=\{E_y\}$ สำหรับข้อต่อระนาบ H

$[A]_{pq}$ คือเมทริกซ์ย่อยของเมทริกซ์ $[A]$ ในบริเวณท่อนำคลื่น ตามสมการ (2.45) สำหรับข้อต่อระนาบ E และ ตามสมการ (2.48) สำหรับข้อต่อระนาบ H

เมื่อกำจัดค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่โนดระหว่างระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับ $\Gamma_2^{(k)}$ จะได้เมทริกซ์ใหม่ที่หนาแน่นขึ้น (condensed element) ตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_0]_{11} & [M_0]_{12} \\ [M_0]_{21} & [M_0]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \tag{2.66}$$

โดยที่ $[M_0]_{11} = [A]_{11} - [A]_{1i}[A]_{ii}^{-1}[A]_{i1}$

$[M_0]_{12} = [A]_{12} - [A]_{1i}[A]_{ii}^{-1}[A]_{i2}$

$[M_0]_{21} = [A]_{21} - [A]_{2i}[A]_{ii}^{-1}[A]_{i1}$

$[M_0]_{22} = [A]_{22} - [A]_{2i}[A]_{ii}^{-1}[A]_{i2}$

สมการ (2.66) ที่ได้นี้แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ซึ่งมีระยะห่างกัน l_1

ขั้นที่ 2 เมื่อเลื่อนระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ให้ห่างออกไปอีกเป็นระยะ l_1 ซึ่งทำให้ระยะห่างระหว่างระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับ $\Gamma_2^{(k)}$ เท่ากับ $2l_1$ จะเกิดบริเวณเพิ่มขึ้นอีก $\Omega_0^{(k)}$ สนามที่เกิดขึ้นภายในบริเวณที่เพิ่มขึ้นเมื่อใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์จะได้เมทริกซ์ $\left[M_0\right]$ เช่นเดียวกับสมการ (2.66) เมื่อรวมบริเวณที่เพิ่มขึ้นกับบริเวณเดิม และใช้เงื่อนไขความต่อเนื่องของสนามที่รอยต่อระหว่างบริเวณทั้งสอง จะได้ชุดสมการใหม่ดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_0]_{11} & [M_0]_{12} & [0] \\ [M_0]_{21} & [M_0]_{11}+[M_0]_{22} & [M_0]_{12} \\ [0] & [M_0]_{21} & [M_0]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_i^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \{0\} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

เมื่อกำจัดค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่โนดระหว่างระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ จะได้เมทริกซ์ใหม่ที่หนาแน่นขึ้นตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_1]_{11} & [M_1]_{12} \\ [M_1]_{21} & [M_1]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

สมการ (2.68) ที่ได้นี้แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ที่มีระยะห่างกัน $2l_1$

ขั้นที่ 3 เมื่อวนรอบซ้ำตามขั้นที่ 2 จำนวน n ครั้ง จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ที่มีระยะห่างกัน $2^n l_1$ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

โดยที่ เมทริกซ์ $\left[M_n\right]$ หาได้ในรูปของการวนซ้ำดังนี้

$$
\begin{aligned}
&[M_{r+1}]_{11} = [M_r]_{11} - [M_r]_{12}[M_r]_{ii}^{-1}[M_r]_{21} \\
&[M_{r+1}]_{12} = -[M_r]_{12}[M_r]_{ii}^{-1}[M_r]_{12} \\
&[M_{r+1}]_{21} = -[M_r]_{21}[M_r]_{ii}^{-1}[M_r]_{21} \\
&[M_{r+1}]_{22} = [M_r]_{22} - [M_r]_{21}[M_r]_{ii}^{-1}[M_r]_{12} \\
&[M_r]_{ii} = [M_r]_{11} + [M_r]_{22} \\
&r = 1,2,\ldots,n-1
\end{aligned}
$$

2.6.2 วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงในการวิเคราะห์ข้อต่อ

จากกระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิงข้างต้น จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ที่มีระยะห่างกัน $2^n l_1$ ซึ่งมากพอที่จะแทนสนามกระเจิงที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ด้วยโมดพื้นฐานเพียงโมดเดียว เนื่องจากสนามกระเจิงในโมดอันดับสูงจะมีการลดทอนเมื่อห่างออกจากบริเวณข้อต่อจนเหลือแอมพลิจูดน้อยยิ่งที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ เมื่อเทียบกับโมดพื้นฐาน เราจึงสร้างระบบสมการภายในบริเวณท่อนำคลื่น $\Omega^{(k)}$ ได้ดังนี้

ที่พอร์ตที่หนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$
\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \{\phi_1^{(1)}\} \\ \{\phi_2^{(1)}\} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \displaystyle\sum_{e=1}^{N^{(1)}} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial z} d\Gamma_1^{(1)} \\ -[P_1^{(1)}]\{\phi_2^{(1)}\} + \{Q_1^{(1)}\} e^{j\beta_1 d} \end{bmatrix}
\tag{2.70}
$$

ที่พอร์ตที่สอง (พอร์ตที่มีการแมตโหลด)

$$
\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \{\phi_1^{(2)}\} \\ \{\phi_2^{(2)}\} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \displaystyle -\sum_{e=1}^{N^{(1)}} \int \{N^e\} \frac{\partial \phi_1^{(2)}}{\partial z} d\Gamma_1^{(2)} \\ -[P_1^{(2)}]\{\phi_2^{(2)}\} \end{bmatrix}
\tag{2.71}
$$

โดยที่ d คือระยะห่างระหว่างระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(1)}$ กับระนาบไกลข้อต่อ $\Gamma_2^{(1)}$

จากสมการ (2.70) และ (2.71) เมื่อจัดพจน์ที่มีการอินทิเกรตสนามบนระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(1)}$ และ $\Gamma_1^{(2)}$ ให้อยู่ในรูปสนามบนระนาบใกล้ข้อต่อ $\{\phi_1^{(1)}\}$และ $\{\phi_1^{(2)}\}$ ตามลำดับ แล้วแทนในระบบสมการของบริเวณ$\Omega^{(d)}$ ของข้อต่อ ตามสมการ (2.45) สำหรับข้อต่อระนาบ E และตาม สมการ (2.48) สำหรับข้อต่อระนาบ H จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}]+[\widetilde{P}^{(1)}] & [A_{1,2}] & [A_{1,in}] \\ [A_{2,1}] & [A_{2,2}]+[\widetilde{P}^{(2)}] & [A_{2,in}] \\ [A_{in,1}] & [A_{in,2}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_1\} \\ \{\phi_2\} \\ \{\phi_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\{\widetilde{Q}^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \qquad (2.72)$$

โดยที่ $\left[\widetilde{P}^{(1)}\right] = [M_n]_{11} - [M_n]_{12}\left([M_n]_{22} + \left[P_1^{(k)}\right]\right)^{-1}[M_n]_{21} \; k = 1,2$

$$\left\{\widetilde{Q}^{(1)}\right\} = [M_n]_{12}\left([M_n]_{22} + \left[P_1^{(1)}\right]\right)^{-1}\left\{Q_1^{(1)}\right\}e^{j\beta_1 d}$$

เราสามารถขยายวิธีดังกล่าวไปใช้กับข้อต่อจำนวน p พอร์ตได้ตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}]+[\widetilde{P}^{(1)}] & \cdots & [A_{1,p}] & [A_{1,in}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [A_{p,1}] & \cdots & [A_{p,p}]+[\widetilde{P}^{(p)}] & [A_{p,in}] \\ [A_{in,1}] & \cdots & [A_{in,p}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_1\} \\ \vdots \\ \{\phi_p\} \\ \{\phi_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\{\widetilde{Q}^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \qquad (2.73)$$

2.7 ผลการคำนวณในกรณีตัวอย่าง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงผลการคำนวณในกรณีตัวอย่างต่าง ๆ ของการวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นในข้อต่อแบบระนาบ E และข้อต่อแบบระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง เราจะวิเคราะห์เปรียบเทียบผลการคำนวณทั้งสองวิธีกับกรณีตัวอย่างต่าง ๆ ดังนี้

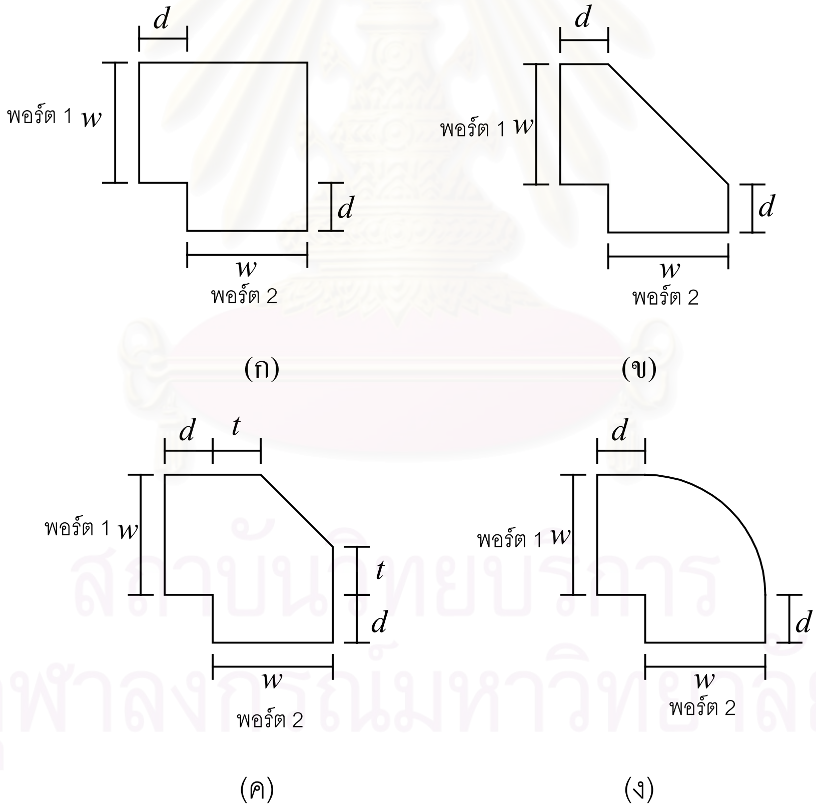
1. ข้อต่องอ 90°(bend junction) ที่มีรูปร่างการบากมุมแบบต่าง ๆ
2. ข้อต่องอ 90°ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ
3. ข้อต่อตัว T (Tee junction) ที่มีความลึกการบากมุมต่าง ๆ
4. ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีเสาโลหะภายใน (post) ขนาดต่าง ๆ
5. ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีแผ่นกั้นภายใน (iris) ขนาดต่าง ๆ
6. ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายใน (dielectric slab) ที่มีค่าสภาพยอมต่าง ๆ

และเปรียบเทียบผลของการเพิ่มจำนวนโมดในการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และเปรียบเทียบผลของการเพิ่มจำนวนรอบการวนซ้ำ ในการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวนดารีมาร์ชชิงของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายใน

ผู้วิจัยได้เขียนโปรแกรมขึ้นโดยใช้ภาษาการคำนวณของโปรแกรมแมตแล็บ (MATLAB) 5.3 และประมวลผลบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่ใช้หน่วยประมวลผลกลาง (CPU) เพนเทียม (Pentium III) 650 เมกะเฮิรตซ์ และหน่วยความจำ (RAM) ขนาด 128 เมกะไบต์

2.7.1 ข้อต่องอ 90° ที่มีรูปร่างการบากมุมแบบต่าง ๆ

พิจารณาปัญหาการกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่องอ 90° แบบระนาบ E และแบบระนาบ H ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR75$ (ย่านความถี่ใช้งาน $10-15\,GHz$) ซึ่งมีความกว้าง $a=18.35\,mm$ และความสูง $b=9.175\,mm$ และมีการป้อนคลื่นโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุมแบบต่าง ๆ คือแบบสี่เหลี่ยม (square bend) แบบบากเต็ม (fully mittered bend) แบบบากบางส่วน (partially mittered bend) และแบบบากโค้ง (circular bend) และกำหนดให้ $d=2\ mm$ และ $t=3mm$ สำหรับข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุมแบบบางส่วน ดังรูปที่ 2.8

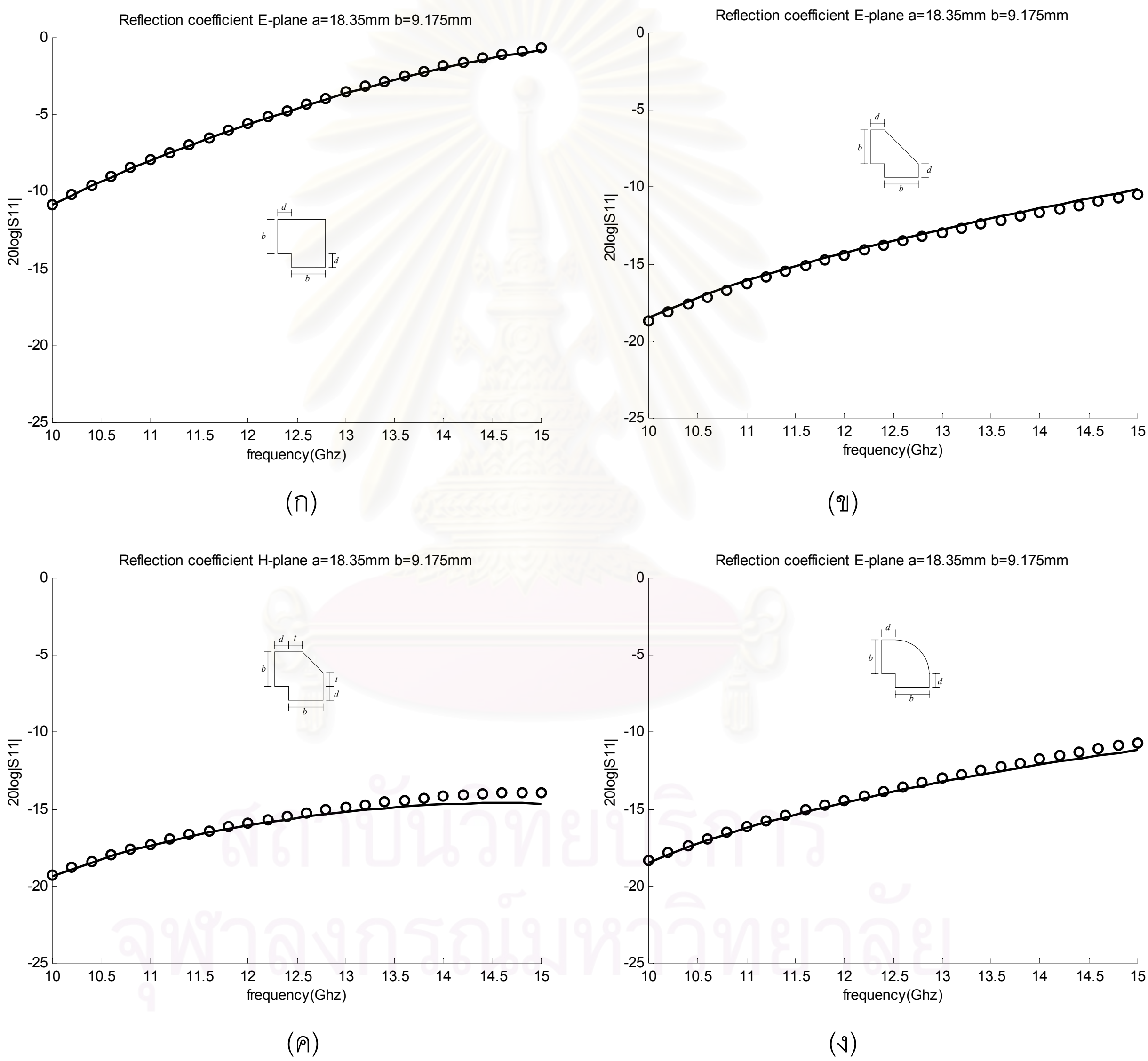


รูปที่ 2.8 ข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุมรูปร่างต่าง ๆ

โดยที่ $w=b$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ E และ $w=a$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ H

(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม (ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 1mm$ เราจะพบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 2.9-2.12 และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ดังตารางที่ 2.1

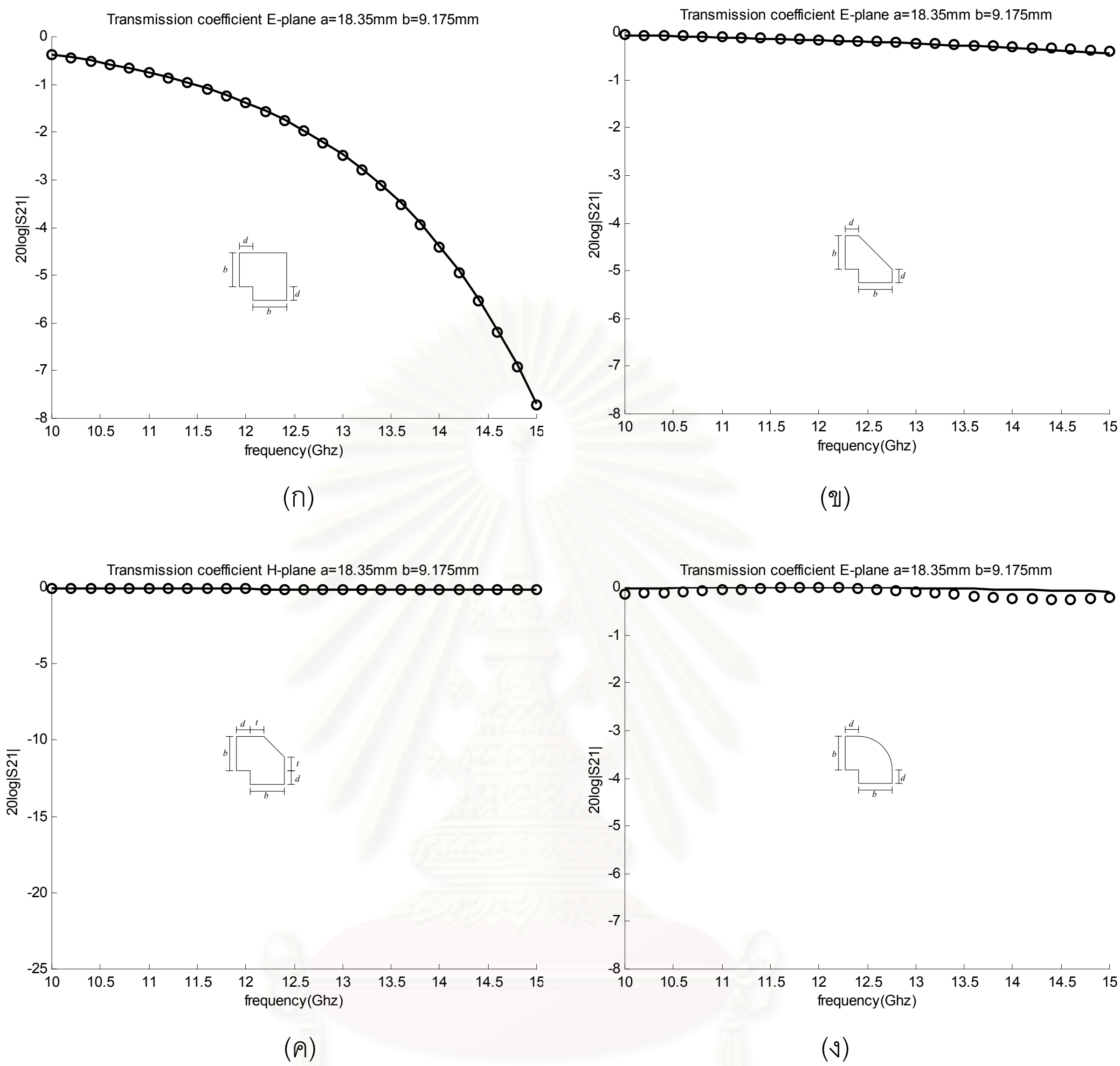


รูปที่ 2.9 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของข้อต่องอ 90^o ระนาบ E ที่มีการบากมุมแบบต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม

(ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง

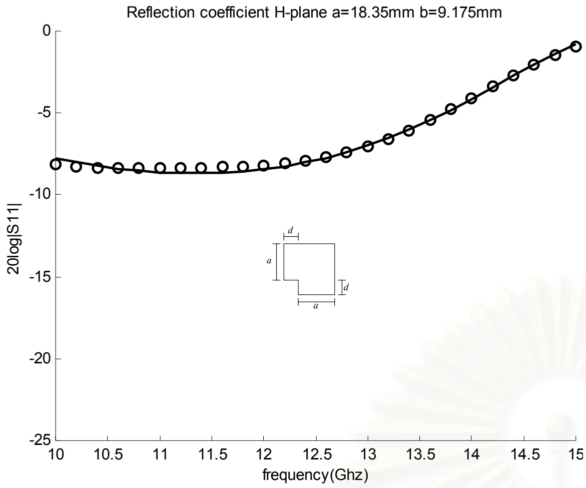


รูปที่ 2.10 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของข้อต่องอ 90^{o} ระนาบ E ที่มีการบากมุมแบบต่าง ๆ

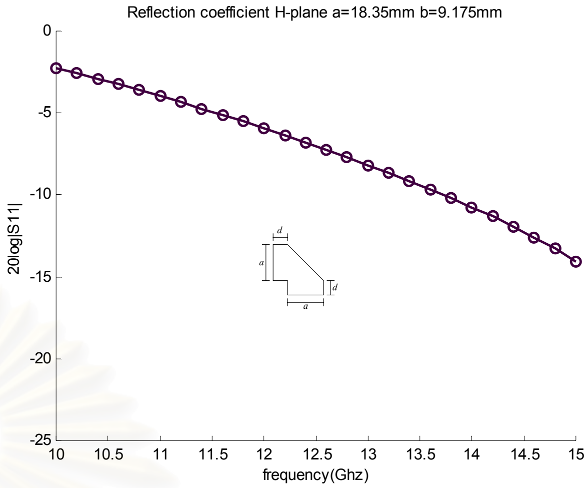
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม

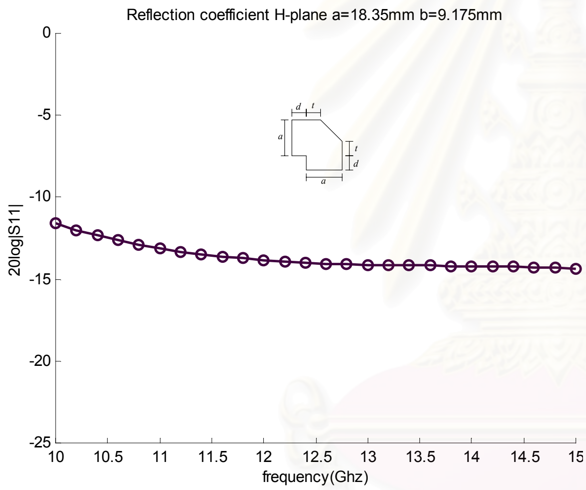
(ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง



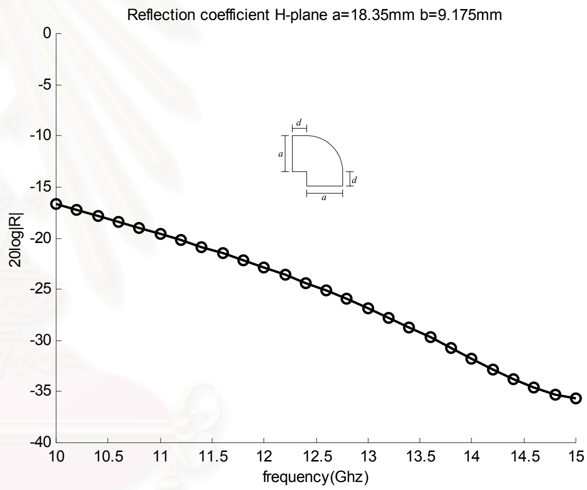
(ก)



(ข)



(ค)



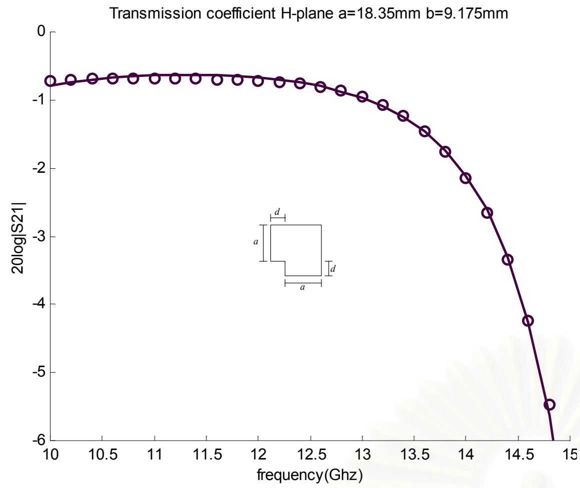
(ง)

รูปที่ 2.11 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของข้อต่องอ 90^{o} ระนาบ H ที่มีการบากมุมแบบต่าง ๆ

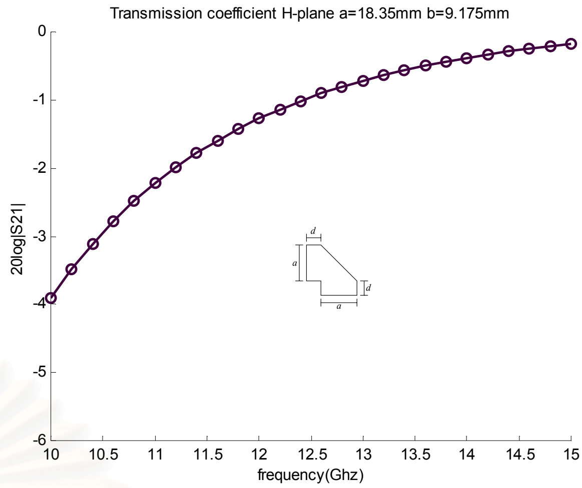
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม

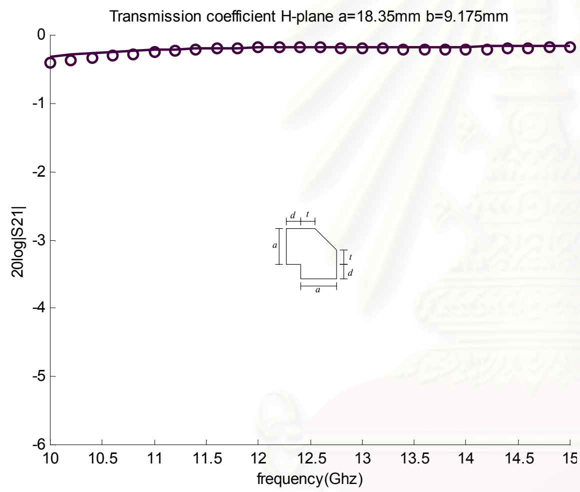
(ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง



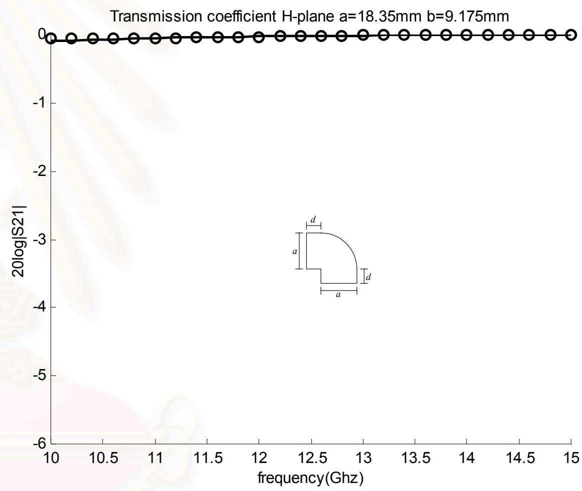
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 2.12 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของข้อต่องอ 90^{o} ระนาบ H ที่มีการบากมุมแบบต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

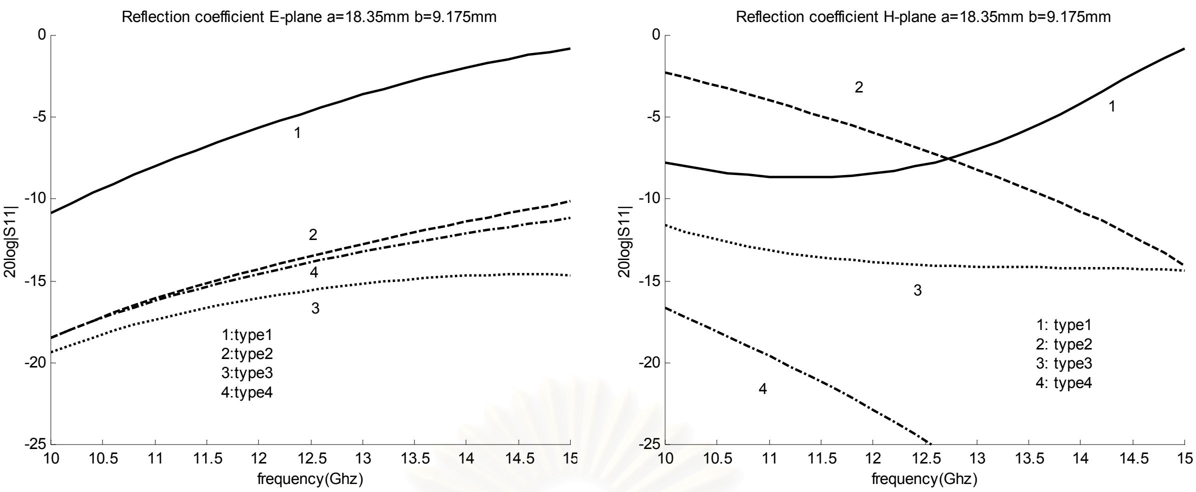
(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม

(ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง

ตารางที่ 2.1 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุมแบบต่าง ๆ

ประเภทข้อต่อ	รูปร่างการบากมุม	จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
				วิธี FE+Mode matching	วิธี FE+Boundary marching
ข้อต่องอแบบระนาบ E	แบบสี่เหลี่ยม	131	218	17.0240	11.7370
	แบบบากเต็ม	99	157	6.8800	4.6970
	แบบบากบางส่วน	128	214	14.8210	9.3830
	แบบบากโค้ง	116	191	10.2450	6.8800
ข้อต่องอแบบระนาบ H	แบบสี่เหลี่ยม	127	210	14.0810	4.3960
	แบบบากเต็ม	95	149	5.7990	2.8840
	แบบบากบางส่วน	113	183	8.9430	3.4750
	แบบบากโค้ง	111	181	8.4920	3.4250

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนของข้อต่องอ 90° แบบระนาบ E และแบบระนาบ H ที่มีการบากมุมแบบต่าง ๆ เราจะพบว่าข้อต่องอ 90° แบบระนาบ E ที่มีรูปร่างการบากมุมแบบสี่เหลี่ยมให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากที่สุดและรูปร่างการบากมุมแบบบางส่วนให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยที่สุด สำหรับข้อต่องอ 90° แบบระนาบ H ในช่วงความถี่ 10-12.5 *GHz* รูปร่างการบากมุมแบบบากเต็มให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากที่สุด และในช่วงความถี่ 12.5-15 *GHz* รูปร่างการบากมุมแบบสี่เหลี่ยมให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากที่สุด และรูปร่างการบากมุมแบบโค้งให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยที่สุด ดังรูปที่ 2.13



(ก) (ข)

รูปที่ 2.13 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของข้อต่องอ 90^{o} ระนาบ H และข้อต่อระนาบ E ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง

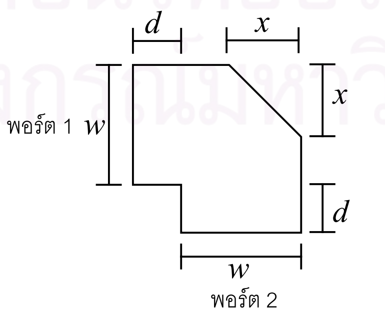
(ก) ข้อต่อระนาบ E (ข) ข้อต่อระนาบ H

(type1 คือแบบสี่เหลี่ยม type2 คือแบบบากเต็ม

type3 คือแบบบากบางส่วน type4 คือแบบบากโค้ง)

2.7.2 ข้อต่องอ 90^{o} ที่มีความลึกการบากมุมต่าง ๆ

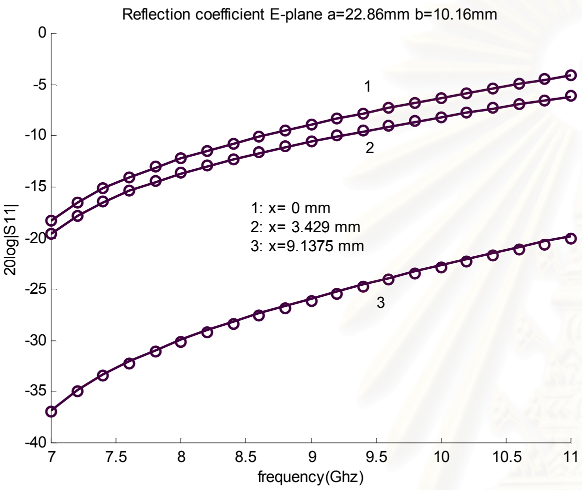
พิจารณาปัญหาการกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่องอ 90^{o} แบบระนาบ E และแบบระนาบ H ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR90$ (ย่านความถี่ใช้งาน $8.2-12.42\,GHz$) ซึ่งมีความกว้าง $a = 22.86\,mm$ และความสูง $b = 10.16\,mm$ และมีการป้อนคลื่นโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของข้อต่องอ 90^{o} ที่มีความลึกของการบากมุม $x = 0, 6.858, 18.275\,mm$ สำหรับข้อต่องอ 90^{o} แบบระนาบ H และ $x = 0, 3.429, 9.1375\,mm$ สำหรับข้อต่องอ 90^{o} แบบระนาบ E และ $d = 2\ mm$ ดังรูปที่ 2.14



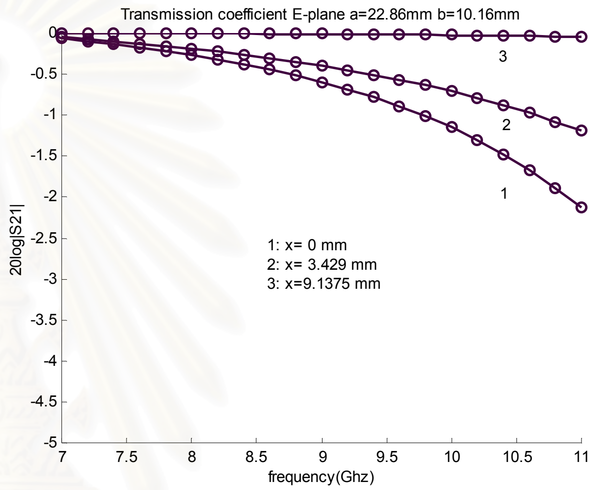
รูปที่ 2.14 ข้อต่องอ 90^{o} ที่มีการบากมุม

โดยที่ $w = b$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ E และ $w = a$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ H

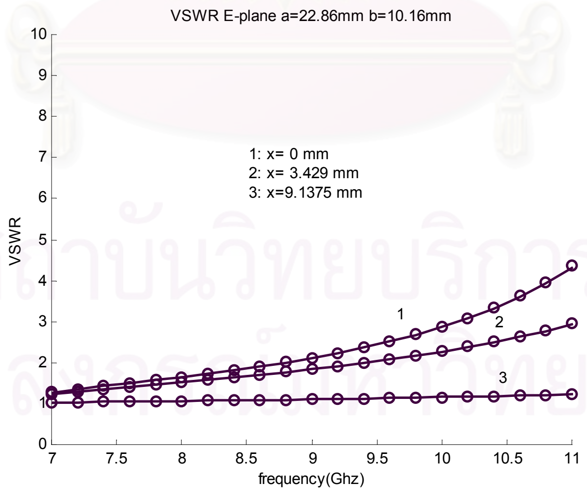
เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารี-มาร์ชชิง ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 1mm$ เราจะพบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 2.15-2.16 และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ดังตารางที่ 2.2



(ก)



(ข)

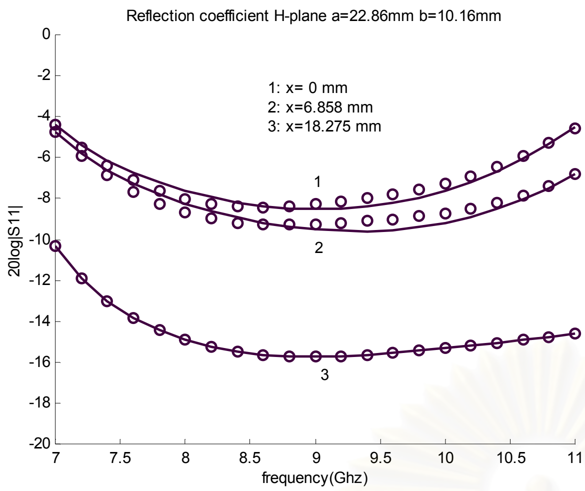


(ค)

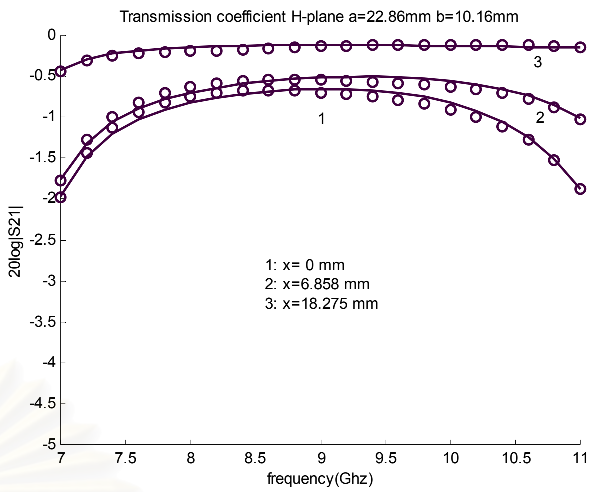
รูปที่ 2.15 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่านและค่า VSWR ของข้อต่องอ 90^{o} ระนาบ E ที่มีความลึกการบากมุมต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

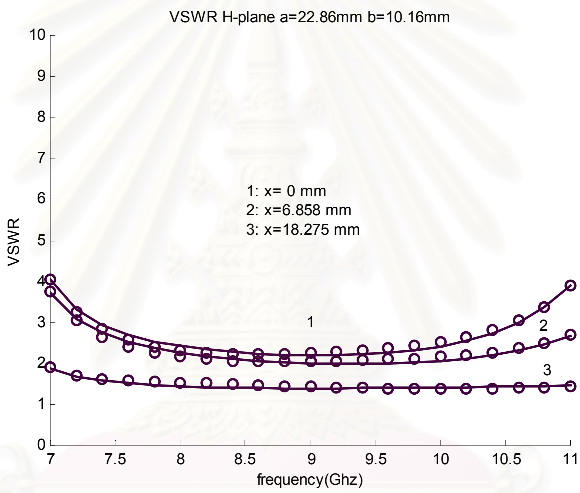
(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (ค) ค่า VSWR



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 2.16 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่านและค่า VSWR ของข้อต่องอ 90^{o} แบบระนาบ H ที่มีความลึกการบากมุมต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (ค) ค่า VSWR

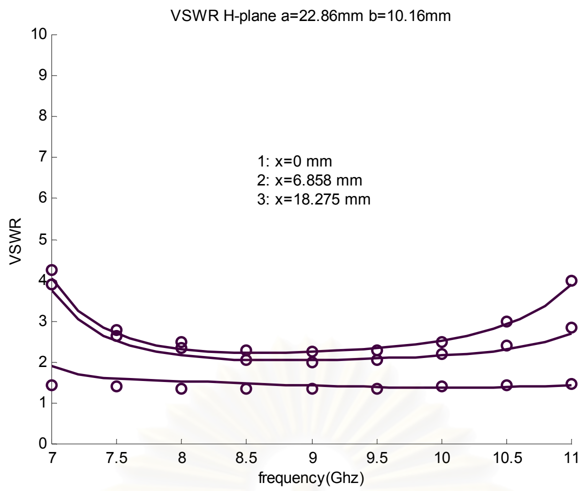
ตารางที่ 2.2 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของข้อต่องอ 90° ที่มีความลึกของการบากมุมต่าง ๆ

ประเภทข้อต่อ	ความลึกของการบากมุม (mm)	จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
				วิธี FE+Mode matching	วิธี FE+Boundary marching
ข้อต่องอแบบระนาบ E	$x = 0$	179	306	43.4720	22.6830
	$x = 3.429$	175	299	37.2130	21.4310
	$x = 9.1375$	115	186	8.1120	5.2970
ข้อต่องอแบบระนาบ H	$x = 0$	174	296	36.0720	5.5180
	$x = 6.888$	167	283	29.0120	5.0570
	$x = 18.275$	99	154	6.2480	2.5730

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของข้อต่องอ 90°ระนาบ E และระนาบ H ที่มีความลึกของการบากมุมต่าง ๆ เราจะพบว่าข้อต่องอ 90° ที่มีความลึกของการบากมุมมากขึ้น จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยลงตามลำดับ

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่องอระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง กับวิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์ เราจะพบว่าค่า VSWR มีค่าสอดคล้องกัน ดังรูปที่ 2.17 โดยที่ค่า VSWR หาได้ดังนี้

$$VSWR = \frac{1 + |R|}{1 - |R|} \qquad (2.74)$$



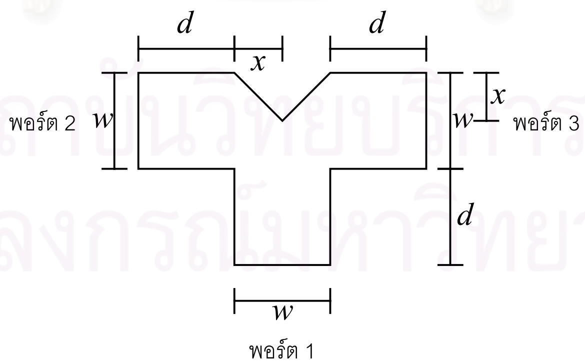
รูปที่ 2.17 ค่า VSWR ของข้อต่องอ 90^{o} แบบระนาบ H ที่มีความลึกการบากมุมต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง oวิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์

W. Young and D.Yaogen, (1999))

2.7.3 ข้อต่อตัว T ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

พิจารณาปัญหาการกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อตัว T แบบระนาบ E และแบบระนาบ H ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR90$ (ย่านความถี่ใช้งาน $8.2-12.4\,GHz$) ซึ่งมีความกว้าง $a=22.86\,mm$ และความสูง $b=10.16\,mm$ และมีการป้อนคลื่นโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของข้อต่อตัว T ที่มีความลึกของการบากมุม $x=0,4.592,10.143\,mm$ สำหรับข้อต่อตัว T แบบระนาบ H และ $x=0,2.296,5.0715\,mm$ สำหรับข้อต่อตัว T แบบระนาบ E และ $d=2\ mm$ ดังรูปที่ 2.18

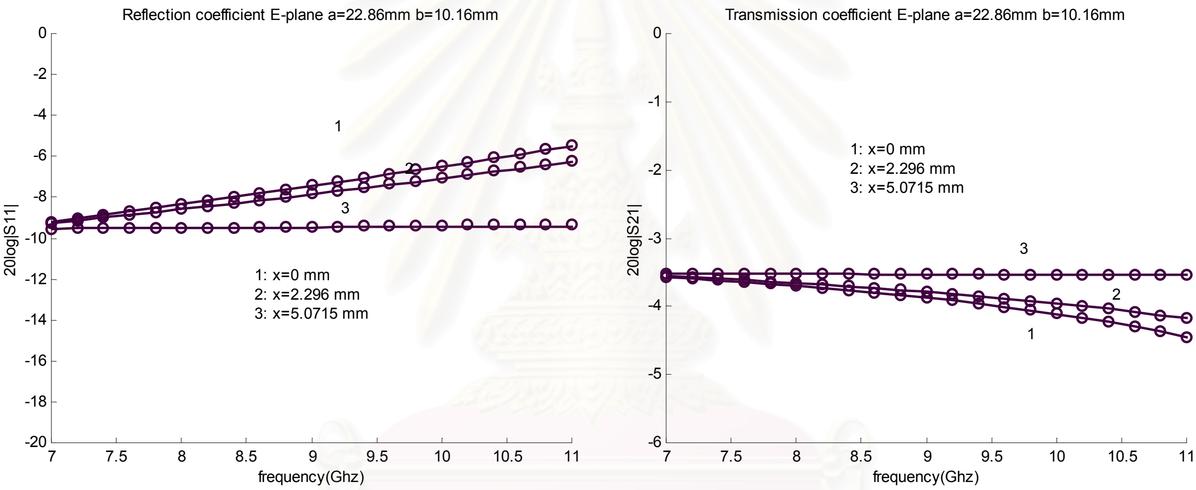


รูปที่ 2.18 ข้อต่อตัว T ที่มีการบากมุม

โดยที่ $w=b$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ E และ $w=a$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ H

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารี-มาร์ชชิง ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 1mm$ เราจะพบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 2.19-2.20 และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ดังตารางที่ 2.3

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของข้อต่อตัว T แบบระนาบ E และแบบระนาบ H ที่มีความลึกของการบากมุมต่าง ๆ เราจะพบว่าข้อต่อตัว T ที่มีความลึกของการบากมุมมากขึ้น จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยลงตามลำดับ

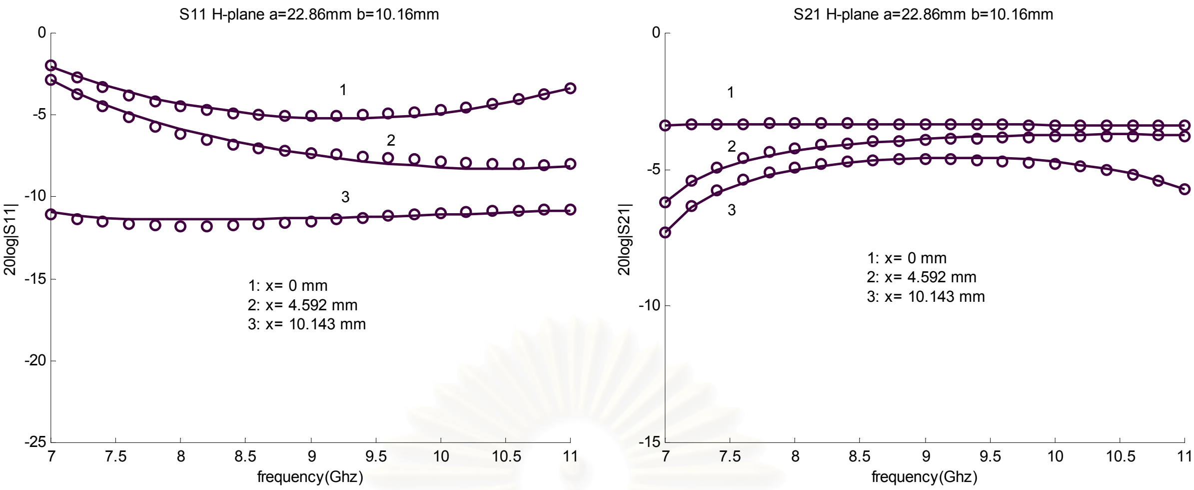


(ก) (ข)

รูปที่ 2.19 พารามิเตอร์การกระเจิงของข้อต่อตัว T ระนาบ E ที่มีความลึกการบากมุมต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) S_{11} (ข) S_{21}



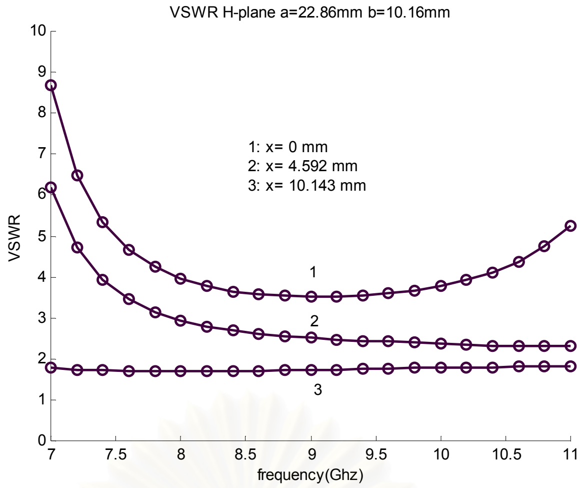
ก) (ข)

รูปที่ 2.20 พารามิเตอร์การกระเจิงของข้อต่อตัว T ระนาบ H ที่มีความลึกการบากมุมต่าง ๆ
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)
(ก) S_{11} (ข) S_{21}

ตารางที่ 2.3 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของข้อต่อตัว T ที่มีความลึกของการบากมุมต่างๆ

ประเภทข้อต่อ	ความลึกของการบากมุม	จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
				วิธีFE+Mode matching	วิธีFE+Boundary marching
ข้อต่องอแบบระนาบ E	$x = 0$	198	340	104.0400	42.2100
	$x = 2.296$	222	383	142.5350	57.0420
	$x = 5.0715$	181	299	66.7860	33.5980
ข้อต่องอแบบระนาบ H	$x = 0$	186	316	74.8980	8.1120
	$x = 4.592$	204	347	110.2080	9.1530
	$x = 10.143$	207	351	115.0750	9.1840

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่อตัว Tระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง กับวิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์ เราจะพบว่าค่า VSWR มีค่าสอดคล้องกัน ดังรูปที่ 2.21



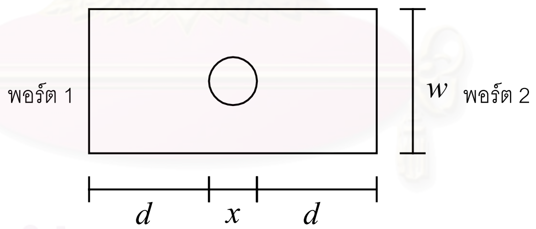
รูปที่ 2.21 ค่า VSWR ของข้อต่อตัว Tระนาบ H ที่มีความลึกการบากมุมต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง o วิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์

W. Young and D.Yaogen,(1999))

2.7.4 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีเสาโลหะภายในขนาดต่าง ๆ

พิจารณาปัญหาความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมซึ่งมีความกว้าง $a=1m$ และความสูง $b=0.6m$ ที่มีเสาโลหะภายในแบบระนาบ E และแบบระนาบ H และมีการป้อนคลื่นโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของท่อนำคลื่นและมีขนาดเสาโลหะ $x=0.1m,$ $0.1998m,\ \ 0.3996m$ และ $d=0.2m$ ดังรูปที่ 2.22

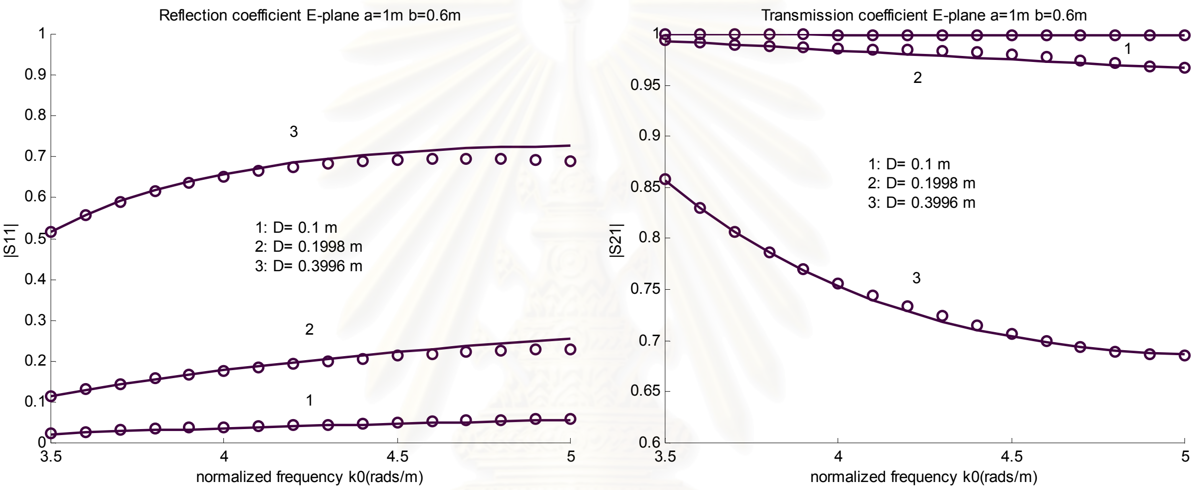


รูปที่ 2.22 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีเสาโลหะภายใน

โดยที่ $w=b$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ E และ $w=a$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ H

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1=0.1m$ ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ เราจะพบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 2.23-2.24 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงจะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ดังตารางที่ 2.4

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะขนาดต่าง ๆ แบบระนาบ E และแบบระนาบ H เราจะพบว่าท่อนำคลื่นที่มีขนาดเสาโลหะเพิ่มขึ้น จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากขึ้นตามลำดับ และท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะแบบระนาบ H จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่มากกว่าท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะแบบระนาบ E เมื่อขนาดเสาโลหะเท่ากันเนื่องจาก ท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะแบบระนาบ H มีแนวการวางตัวของเสาโลหะในแนวเดียวกับสนามไฟฟ้าของโมดพื้นฐานที่ป้อน ทำให้สนามสะท้อนที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะแบบระนาบ H มีมากกว่าสนามสะท้อนที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะแบบระนาบ E ที่มีการวางตัวของเสาโลหะในแนวเดียวกับสนามแม่เหล็กของโมดพื้นฐานที่ป้อน

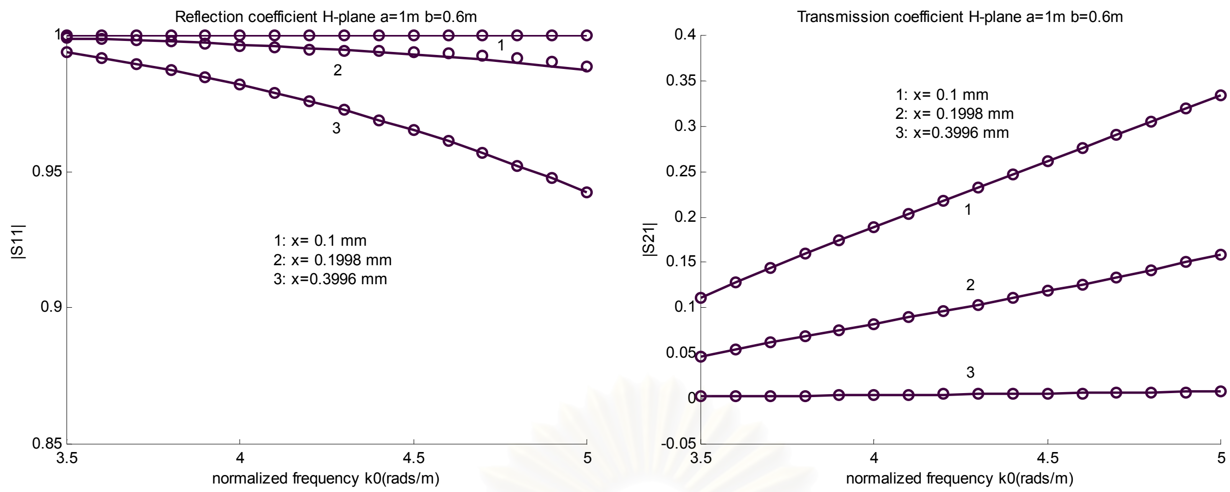


(ก) (ข)

รูปที่ 2.23 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่าน ของท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะภายในแบบระนาบ E ที่มีขนาดเสาโลหะต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง oวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน



(ก) (ข)

รูปที่ 2.24 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่าน ของท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะภายใน แบบระนาบ H ที่มีขนาดเสาโลหะต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

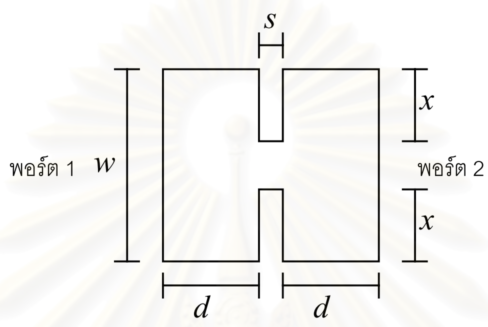
(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน

ตารางที่ 2.4 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะขนาดต่าง ๆ

ประเภทข้อต่อ	ขนาดเสาโลหะ (m)	จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
				วิธี FE+Mode matching	วิธี FE+Boundary marching
ข้อต่องอแบบระนาบ E	$x = 0.1$	48	68	0.9910	0.9620
	$x = 0.1998$	68	100	1.8720	1.4330
	$x = 0.3996$	78	106	2.4940	1.7220
ข้อต่องอแบบระนาบ H	$x = 0.1$	38	48	0.7610	0.6310
	$x = 0.1998$	54	80	1.1620	0.9020
	$x = 0.3996$	56	76	1.2220	0.9210

2.7.5 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีแผ่นกั้นภายในขนาดต่าง ๆ

พิจารณาปัญหาความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR75$ (ย่านความถี่ $10-15\,GHz$) ซึ่งมีความกว้าง $a=18.35cm$ และความสูง $b=9.175cm$ และมีการป้อนคลื่นโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของท่อนำคลื่น ที่มีแผ่นกั้นกว้าง $x=1.147, 2.294, 3.440\,mm$ และความหนา $s=0.5mm$ สำหรับท่อนำคลื่นแผ่นกั้นระนาบ E และ $x=2.294, 4.587, 6.880\,mm$ และความหนา $s=0.5mm$ สำหรับท่อนำคลื่นแผ่นกั้นแบบระนาบ H และ $d=2\,mm$ ดังในรูปที่ 2.25

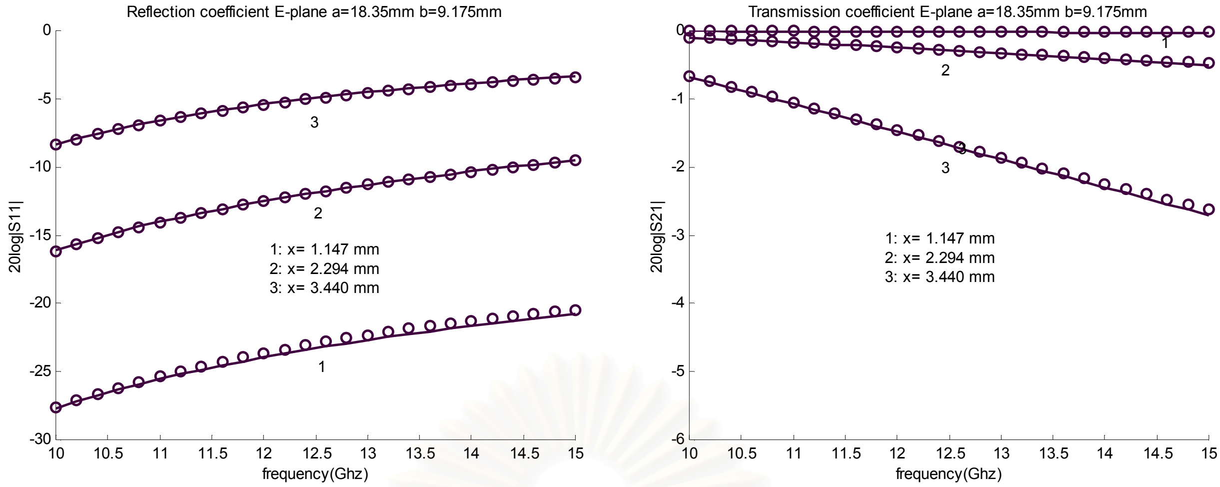


รูปที่ 2.25 ท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายใน

โดยที่ $w=b$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ E และ $w=a$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ H

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1=1mm$ เราจะพบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 2.26-2.27 และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ดังตารางที่ 2.5

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นขนาดต่าง ๆ แบบระนาบ E และแบบระนาบ H เราจะพบว่าท่อนำคลื่นที่มีขนาดแผ่นกั้นเพิ่มขึ้น จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากขึ้นตามลำดับ

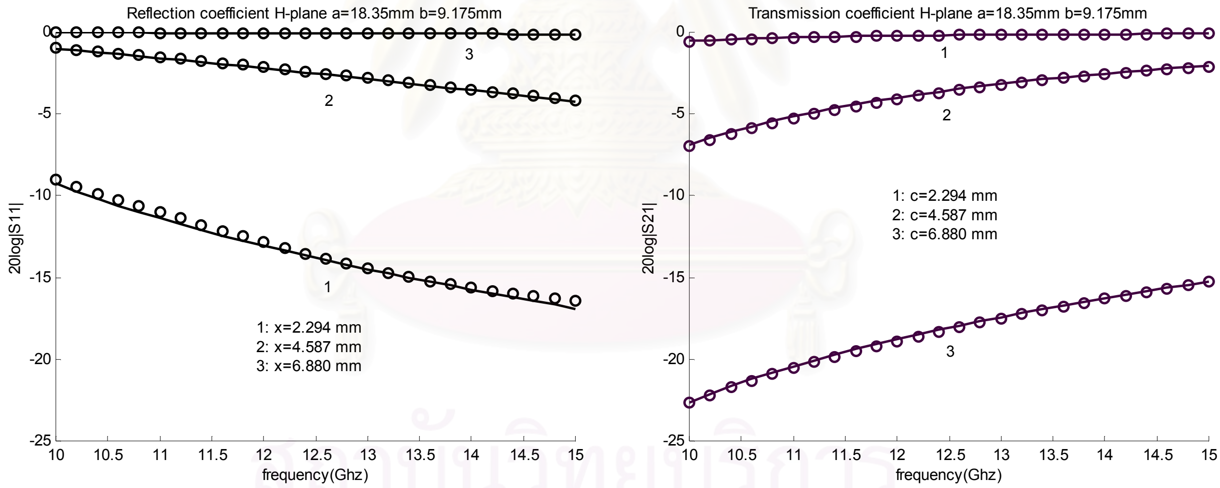


(ก) (ข)

รูปที่ 2.26 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่าน ของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายในแบบระนาบ E ที่มีขนาดแผ่นกั้นต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน



(ก) (ข)

รูปที่ 2.27 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่าน ของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายในแบบระนาบ H ที่มีขนาดแผ่นกั้นต่าง ๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

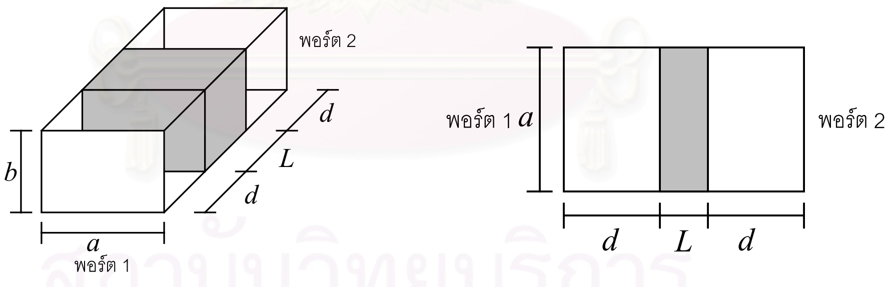
(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน

ตารางที่ 2.5 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นขนาดต่าง ๆ

ประเภทข้อต่อ	ขนาดความกว้างแผ่นกั้น (mm)	จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
				วิธี FE+Mode matching	วิธี FE+Boundary marching
ข้อต่องอแบบระนาบ E	$x = 1.147$	67	96	2.8840	2.6640
	$x = 2.294$	75	108	3.6150	2.9840
	$x = 3.440$	73	96	3.4150	2.8640
ข้อต่องอแบบระนาบ H	$x = 2.294$	115	164	9.5040	4.8170
	$x = 4.587$	119	164	10.5350	4.8070
	$x = 6.880$	187	300	8.3110	6.6546

2.7.6 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในที่มีค่าสภาพยอมต่าง ๆ

พิจารณาปัญหาความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR3$ (ย่านความถี่ใช้งาน $180-360\,GHz$) ซึ่งมีความกว้าง $a = 0.86\,mm$ และความสูง $b = 0.43\,mm$ และมีการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของท่อนำคลื่น และมีแถบไดอิเล็กทริก $L = 0.504\,mm$ ที่มีค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ $\varepsilon_r = 3.5, 3.7, 4.0$ และ $d = 0.2\,mm$ ดังในรูปที่ 2.28



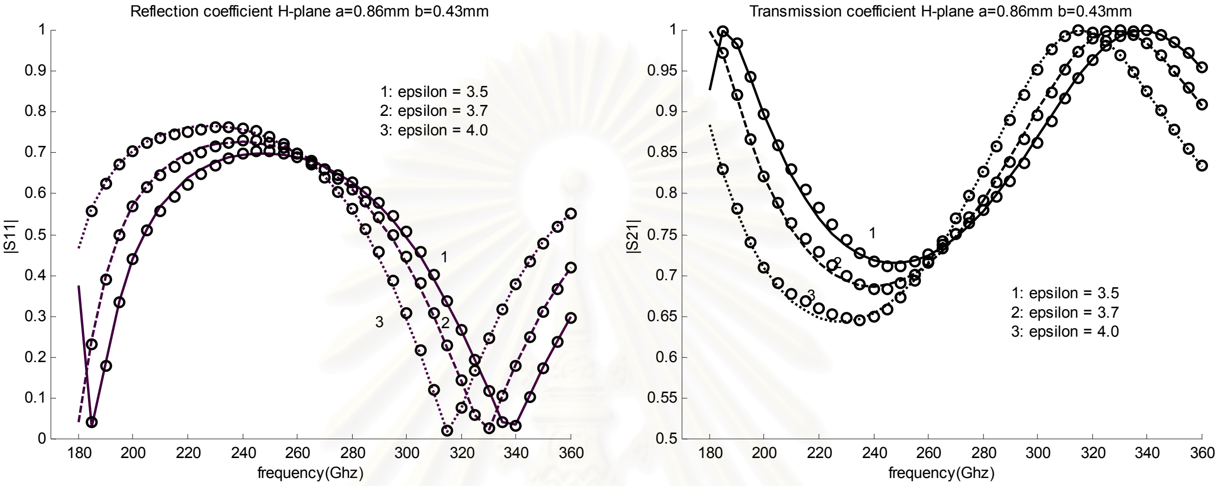
(ก) (ข)

รูปที่ 2.28 ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายใน
(ก) โครงสร้างสามมิติ (ข)โครงสร้างสองมิติระนาบ H

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 0.1\,mm$ เราจะพบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน ที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 2.29 และวิธี

ไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ดังตารางที่ 2.6

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกที่มีค่าสภาพยอมต่าง ๆ เราจะพบว่า เมื่อเพิ่มค่าสภาพยอม จะทำให้ช่วงความถี่ใช้งานเลื่อนมายังช่วงความถี่ต่ำลง ดังรูปที่ 2.29



(ก) (ข)

รูปที่ 2.29 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่าน ของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในที่มีค่าสภาพยอมต่าง ๆ

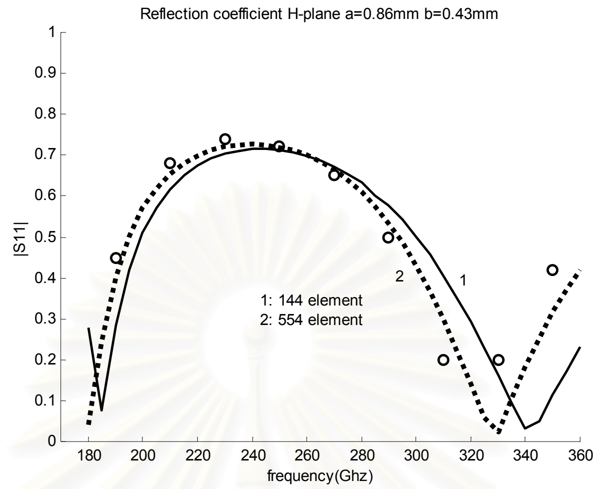
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน

ตารางที่ 2.6 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในที่ค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ $\varepsilon_r = 3.7$

จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
		วิธีFE+Mode matching	วิธีFE+Boundary marching
90	144	12.558	3.325
312	554	445.33	22.598

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่วิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง กับวิธีผลต่างสืบเนื่อง เราจะพบว่าเมื่อเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์จะให้ผลที่สอดคล้องกับวิธีผลต่างสืบเนื่องมากขึ้นดังรูปที่ 2.30

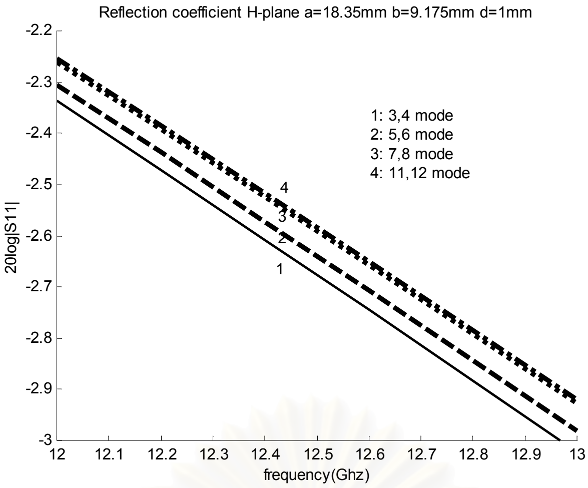


รูปที่ 2.30 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายใน
เมื่อเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีผลต่างสืบเนื่อง
D.V. Krupezevic, V.J. Brankovic and F. Arndt,(1993))

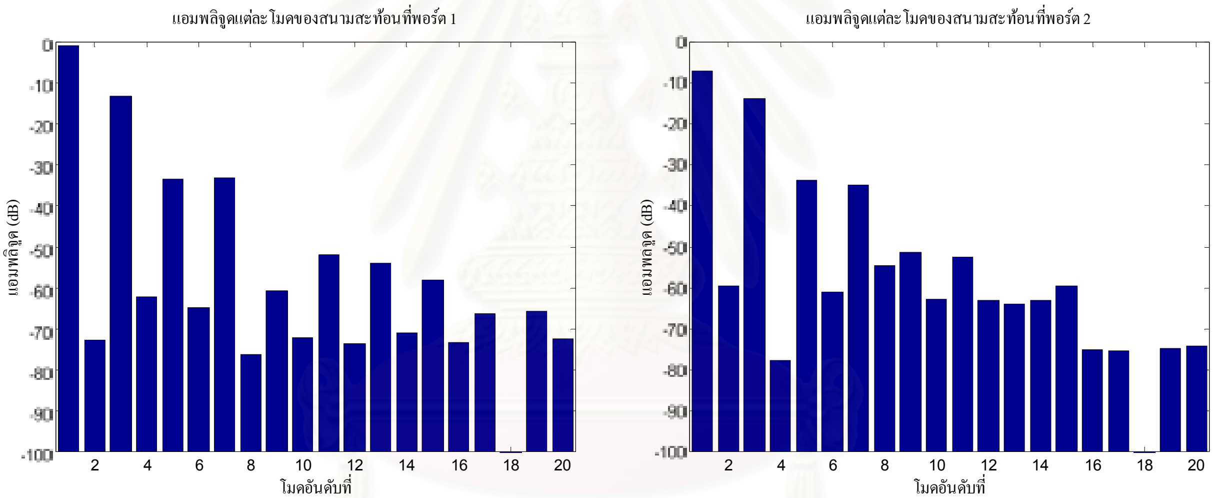
2.7.7 เปรียบเทียบผลการเพิ่มจำนวนโมดในการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง

พิจารณาปัญหาความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR75$ (ย่านความถี่ใช้งาน $10-15GHz$) ซึ่งมีความกว้าง $a = 18.35mm$ และความสูง $b = 9.175mm$ และมีการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของท่อนำคลื่น ที่มีแผ่นกั้นกว้าง $x = 4.587mm$ และความหนา $s = 0.5mm$ สำหรับท่อนำคลื่นแผ่นกั้นแบบระนาบ H

เมื่อวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน $M = 3,4,5,6,7$ โมด และมีการแบ่งอีลีเมนต์ภายในท่อนำคลื่นจำนวน 164 อีลีเมนต์ เราจะพบว่าแอมพลิจูดของสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนโมดที่พิจารณา และเราจะพบว่า แอมพลิจูดของโมดอันดับคู่มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับโมดอันดับคี่ดังรูปที่ 2.31-2.32 ทำให้กราฟของสัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้เมื่อพิจารณาโมดจำนวนคู่มีค่าใกล้เคียงกับเมื่อพิจารณาโมดจำนวนคี่ กล่าวได้ว่าสนามที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นแผ่นกั้นระนาบ H นั้นจะเกิดสนามกระเจิงในโมดอันดับคี่เท่านั้น และเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นด้วยเมื่อจำนวนโมดที่แทนสนามกระเจิงเพิ่มขึ้นดัง ตารางที่ 2.7



รูปที่ 2.31 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายในเมื่อเพิ่มจำนวนโมด ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง



(ก) (ข)

รูปที่ 2.32 แอมพลิจูดของสนามสะท้อนและสนามส่งผ่านของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายใน ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง

(ก) แอมพลิจูดของสนามสะท้อน (ข) แอมพลิจูดของสนามส่งผ่าน

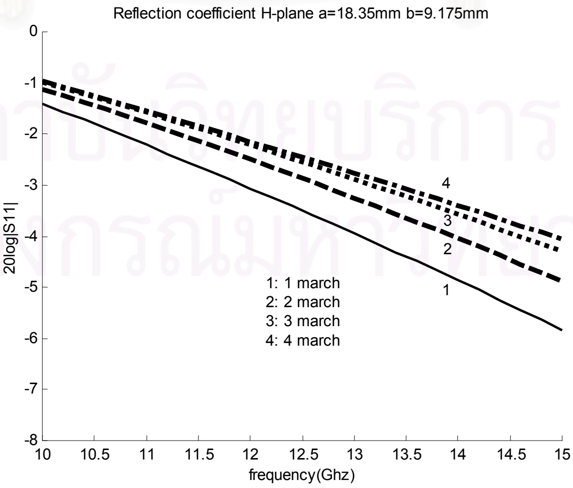
ตารางที่ 2.7 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายในเมื่อพิจารณาจำนวนโมดในการคำนวณต่าง ๆ

จำนวนโมดในการคำนวณ	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)
1	3.225
3	4.266
5	5.117
7	8.663

2.7.8 เปรียบเทียบผลการเพิ่มจำนวนรอบการวนซ้ำ ในการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

พิจารณาปัญหาความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR75$ (ย่านความถี่ใช้งาน $10-15GHz$) ซึ่งมีความกว้าง $a = 18.35mm$ และความสูง $b = 9.175mm$ และมีการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของท่อนำคลื่น ที่มีแผ่นกั้นกว้าง $x = 4.587mm$ และความหนา $s = 0.5mm$ สำหรับท่อนำคลื่นแผ่นกั้นแบบระนาบ H

เมื่อวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ที่มีจำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในบริเวณท่อนำคลื่นจำนวน $M = 1,2,3,4$ รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 1\ mm$ และมีการแบ่งอีลีเมนต์ภายในท่อนำคลื่นจำนวน 164 อีลีเมนต์ เราจะพบว่าแอมพลิจูดของสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนรอบการวนซ้ำดังรูปที่ 2.33 และเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนรอบการวนซ้ำดังตารางที่ 2.8



รูปที่ 2.33 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายในเมื่อเพิ่มจำนวนรอบการวนซ้ำในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

ตารางที่ 2.8 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารี-มาร์ชชิงของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายในเมื่อพิจารณาจำนวนรอบการวนซ้ำในการคำนวณต่าง ๆ

จำนวนรอบการวนซ้ำ	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)
1	3.355
2	3.435
3	3.505
4	3.575

2.8 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอวิธีวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติ ซึ่งได้แก่ ข้อต่อระนาบ E และข้อต่อระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเฮล์มโฮลตซ์แบบสเกลาร์ และทดสอบการคำนวณทั้งสองวิธีกับกรณีตัวอย่างข้อต่อสองมิติแบบระนาบ E และระนาบ H แบบต่าง ๆ ได้แก่ ข้อต่องอ 90° ข้อต่อตัว T ท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายใน ท่อนำคลื่นที่มีเสาโลหะภายใน และท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายใน เราจะพบว่าการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และเราจะพบว่าพารามิเตอร์การกระเจิงจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนโมดในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และพารามิเตอร์การกระเจิงจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนการวนรอบซ้ำในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

ผลการวิเคราะห์ข้อต่อแบบต่าง ๆ แสดงให้เห็นว่า ข้อต่องอ 90°และข้อต่อตัว T จะมีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยลง เมื่อเพิ่มระยะการบากมุมมากขึ้น และเราจะพบว่าท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายใน และเสาโลหะภายในจะมีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากขึ้น เมื่อเพิ่มขนาดของแผ่นกั้นและขนาดของเสาโลหะ และการวางแนวเสาโลหะในแนวเดียวกับสนามไฟฟ้าในโมดพื้นฐานของข้อต่อแบบระนาบ H จะมีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่มากกว่าการวางแนวเสาโลหะในแนวเดียวกับสนามแม่เหล็กในโมดพื้นฐานของข้อต่อแบบระนาบ E และเราจะพบว่า ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายใน จะมีช่วงความถี่ใช้งานเลื่อนมายังช่วงความถี่ต่ำ เมื่อเพิ่มค่าสภาพยอมของแถบไดอิเล็กทริก และผลการวิเคราะห์ให้ผลสอดคล้องกับวิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์ตามรายงานที่เคยมีมา

บทที่ 3
การวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติ
ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงและวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

3.1 ความนำ

บทนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์หาพารามิเตอร์การกระเจิง ของข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ เริ่มต้นจะกล่าวถึงสมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติในรูปของสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก แนวคิดของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีการโมดแมตชิง และการกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง รวมทั้งการเปรียบเทียบผลระหว่างวิธีกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิงกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง และกรณีตัวอย่างการคำนวณของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ

บทนี้จะประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

3.1 ความนำ

3.2 สมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติและวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

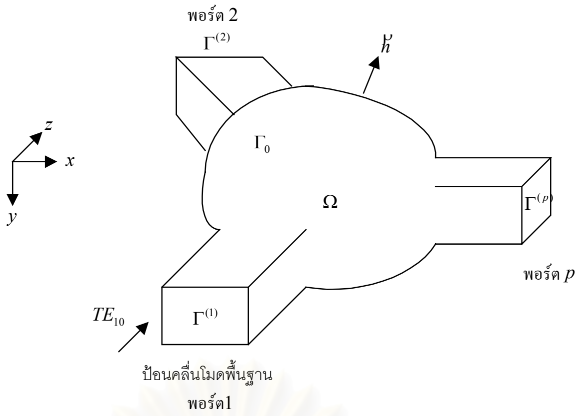
3.3 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิง

3.4 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

3.5 ผลการคำนวณในกรณีตัวอย่าง

3.2 สมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติและวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงสมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม กำหนดให้บริเวณ Ω เป็นบริเวณของข้อต่อและมีผิวปิดล้อมบริเวณข้อต่อที่ประกอบด้วย Γ_0 เป็นผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ $\Gamma^{(k)}$ เป็นระนาบอ้างอิงที่พอร์ต k ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมจำนวน p พอร์ต $k = 1, 2, ..., p$ ซึ่งมีขนาดความกว้าง $a^{(k)}$ และความสูง $b^{(k)}$ และกำหนดให้มีการป้อนสนามในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งของข้อต่อและแมตโหลดในพอร์ตที่เหลือดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 โครงสร้างข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติที่มีการเชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม

เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าฮาร์มอนิกเชิงเวลา (Time-hamonic electromagnetic field) หรือสนามที่ขึ้นกับเวลาในรูปของฟังก์ชัน $e^{j\omega t}$ สนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อจะต้องสอดคล้องกับสมการแมกซ์เวลล์ในโดเมนความถี่ดังนี้

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} \tag{3.1}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\mu_r\vec{H} \tag{3.2}$$

จากสมการ (3.1) และสมการ (3.2) จะได้สมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กดังนี้

$$\nabla \times \mu_r^{-1}\nabla \times \vec{E} - k_0^2\varepsilon_r\vec{E} = 0 \tag{3.3}$$

$$\nabla \times \varepsilon_r^{-1}\nabla \times \vec{H} - k_0^2\mu_r\vec{H} = 0 \tag{3.4}$$

โดยที่ k_0 คือ เลขคลื่นในอวกาศว่างซึ่งมีค่าเท่ากับ $\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$

และเงื่อนไขสนามบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ

$$\hat{n} \times \vec{E} = 0 \tag{3.5}$$

โดยที่ $\hat{n}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากที่ชี้ออกจากบริเวณข้อต่อ

ในที่นี้เราจะพิจารณาการแก้สมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็กในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ โดยเริ่มจากการแบ่งบริเวณ Ω ออกเป็นอีลีเมนต์รูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า (tetrahedral element) จำนวน N อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนจุดยอดของรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าทั้งหมดจำนวน N_n โนด ขอบของรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าทั้งหมดจำนวน N_s ขอบ โนดบนจุดยอดของรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าที่อยู่บนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนด และขอบของรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าที่อยู่บนพอร์ต k จำนวน $N_s^{(k)}$ ขอบดังรูปที่ 3.2 จากนั้นประมาณฟังก์ชันสนามแม่เหล็ก $\vec{H}$ ภายในอีลีเมนต์ด้วยผลบวกของผลคูณของฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้ขอบ กับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่า ที่เป็นค่าของสนามแม่เหล็กที่ขอบของรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า ดังรูปที่ 3.3 ซึ่งเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

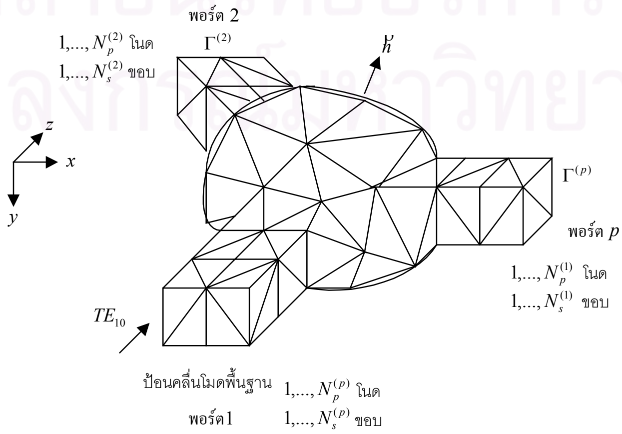
$$\vec{H}^e \approx \{\vec{N}^e\}^T\{H^e\} = \sum_{i=1}^{3} \vec{N}_i^e H_i^e \qquad i = 1,\ldots,6 \tag{3.6}$$

โดยที่ $\{\vec{N}^e\}^T = \{\vec{N}_1^e \quad \vec{N}_2^e \quad \vec{N}_3^e \quad \vec{N}_4^e \quad \vec{N}_5^e \quad \vec{N}_6^e\}$ คือเวกเตอร์ขนาด 1×6 ที่มีสมาชิกเป็นฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้ขอบของอีลีเมนต์รูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า

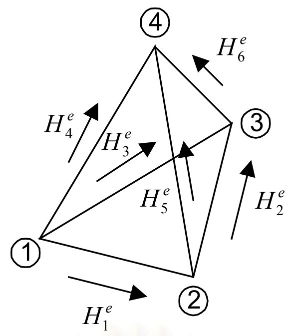
$\vec{H}^e$ คือ ค่าความเข้มสนามแม่เหล็กภายในอีลีเมนต์ e

$\{H^e\} = \begin{Bmatrix} H_1^e \\ H_2^e \\ H_3^e \\ H_4^e \\ H_5^e \\ H_6^e \end{Bmatrix}$ คือเวกเตอร์ขนาด 6×1 ที่มีสมาชิกเป็นแอมพลิจูดของส่วนประกอบ H ณ ขอบของอีลีเมนต์รูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า

^{T} คือ เครื่องหมายทราสโพสของเมทริกซ์



รูปที่ 3.2 การแบ่งอีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติ



รูปที่ 3.3 อีลีเมนต์รูปทรงสี่หน้าและฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้ขอบ

เมื่อแทนสมการ (3.6) ลงในสมการ (3.4) จะได้ว่า

$$(\nabla \times \varepsilon_r^{-1} \nabla \times \{\vec{N}^e\}^T)\{H^e\} - k_0^2 \mu_r \{\vec{N}^e\}^T \{H^e\} = 0 \qquad (3.7)$$

ตามหลักการของวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างตามวิธีของกาเลอคิน จะคูณสมการ (3.7) ด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เป็นฟังก์ชันเดียวกับฟังก์ชันรูปร่าง แล้วอินทิเกรตตลอดบริเวณอีลีเมนต์ และใช้ทฤษฎีบทของกรีน (Green's theorem) เมื่อรวมผลของอีลีเมนต์ทุกตัวเข้าด้วยกันจะได้ชุดสมการดังนี้

$$[A]\{H\} = -\sum_{e=1}^{N} \int \varepsilon_r^{-1} \{\vec{N}^e\} \cdot \left(\vec{n} \times \nabla \times \vec{H}\right) d\Gamma \qquad (3.8)$$

โดยที่ $[A]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_s \times N_s$ มีค่าดังนี้

$$[A] = \sum_{e=1}^{N} \int \left(\varepsilon_r^{-1} \left(\nabla \times \{\vec{N}^e\}\right) \cdot \left(\nabla \times \{\vec{N}^e\}^T\right) - k_0^2 \mu_r \{\vec{N}^e\}\{\vec{N}^e\}^T\right) d\Omega$$

$\Gamma = \Gamma_0 + \sum_{k=1}^{P} \Gamma^{(k)}$ คือผิวปิดล้อมบริเวณข้อต่อ Ω

เมื่อใช้เงื่อนไขสนามบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบตามสมการ (3.5) ในสมการ (3.8) จะได้ ชุดสมการดังนี้

$$[A]\{H\} = -j\omega\varepsilon_0 \sum_{k=1}^{P} \sum_{e=1}^{N} \int \{\vec{N}^e\} \cdot \left(\vec{n} \times \vec{E}\right) d\Gamma^{(k)} \qquad (3.9)$$

ในที่นี้จะพิจารณาข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติที่มีพอร์ตสองพอร์ตและมีแนวแกนของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มาต่อกับข้อต่อในแนว z จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
[A]\{H\} = j\omega\varepsilon_0 \sum_{e=1}^{N} \int \{\vec{N}^e\} \cdot \left(\vec{a}_z \times \vec{E}\right) d\Gamma^{(1)} \\
- j\omega\varepsilon_0 \sum_{e=1}^{N} \int \{\vec{N}^e\} \cdot \left(\vec{a}_z \times \vec{E}\right) d\Gamma^{(2)}
\end{aligned} \tag{3.10}
$$

การแก้ปัญหาข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ตามสมการ (3.10) นั้นเราจะต้องทราบเงื่อนไขสนามไฟฟ้าแนวสัมผัส $\vec{a}_z \times \vec{E}$ บนพอร์ตต่าง ๆ ของข้อต่อเชื่อมต่อกับท่อนำคลื่นยาวอนันต์โดยถือเสมือนว่าข้อต่อเป็นบริเวณเปิด ดังนั้นในการแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์จึงจำเป็นต้องใช้ร่วมกับวิธีอื่นซึ่งมีอยู่หลายวิธี เพื่อกำหนดเงื่อนไขสนามไฟฟ้าแนวสัมผัสที่พอร์ตต่าง ๆ และจำกัดบริเวณปัญหาในการวิเคราะห์ ในวิทยานิพนธ์นี้ผู้วิจัยจะนำเสนอการกำหนดเงื่อนไขดังกล่าวด้วยวิธีโมดแมตชิง และวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง รวมทั้งการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณของทั้งสองวิธี ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

3.3 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตชิง

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงการจำกัดบริเวณด้วยการกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ต โดยแทนสนามที่พอร์ตต่าง ๆ ของข้อต่อในรูปการแผ่ขยายโมดหรือผลบวกของสนามในโมดต่าง ๆ ที่เรียกว่าวิธีโมดแมตชิง ในที่นี้เราจะพิจารณาข้อต่อที่มีพอร์ตเพียงสองพอร์ต มีแนวแกนของท่อนำคลื่นที่มาต่อกับข้อต่อในแนว z และมีการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่งและแมตโหลดที่พอร์ตที่สอง

เราจะแทนสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่พอร์ตต่าง ๆ ของข้อต่อในรูปการแผ่ขยายโมดโดยกำหนดให้สนามแนวสัมผัสพอร์ตที่กระเจิงออกจากข้อต่ออยู่ในรูปผลบวกของสนามจำนวน M โมดที่ประกอบด้วยโมด TE และ TM ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\vec{E}_t^{(k)} &= \sum_m \sum_n \left(a_{mn} e^{-j\beta_{mn}^{(k)} z_i} + b_{mn} e^{j\beta_{mn}^{(k)} z_i}\right) \vec{e}_{1mn}(x, y) \\
&+ \sum_m \sum_n \frac{j\beta_{mn}^{(k)}}{j\omega\varepsilon_0} \left(c_{mn} e^{-j\beta_{mn}^{(k)} z_i} - d_{mn} e^{j\beta_{mn}^{(k)} z_i}\right) \vec{e}_{2mn}(x, y)
\end{aligned} \tag{3.11}
$$

$$
\begin{aligned}
\vec{H}_t^{(k)} &= \sum_m \sum_n \frac{j\beta_{mn}^{(k)}}{j\omega\mu_0} \left(a_{mn} e^{-j\beta_{mn}^{(k)} z_i} + b_{mn} e^{j\beta_{mn}^{(k)} z_i}\right) \vec{h}_{1mn}(x, y) \\
&+ \sum_m \sum_n \left(c_{mn} e^{-j\beta_{mn}^{(k)} z_i} - d_{mn} e^{j\beta_{mn}^{(k)} z_i}\right) \vec{h}_{2mn}(x, y)
\end{aligned} \tag{3.12}
$$

โดยที่ $\vec{E}_t^{(k)}, \vec{H}_t^{(k)}$ คือความเข้มสนามไฟฟ้าและความเข้มสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสที่พอร์ต k ตามลำดับ

$\vec{e}_{1mm}, \vec{e}_{2mm}$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้านอร์แมลไลซ์โมด TE_{mn} และโมด TM_{mn} ตามลำดับ ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\vec{e}_{1mn} = N_{mn}\left(-\frac{n}{b} f_{mn}\vec{a}_x + \frac{m}{a} g_{mn}\vec{a}_y\right)$$

$$\vec{e}_{2mn} = N_{mn}\left(\frac{m}{a} f_{mn}\vec{a}_x + \frac{n}{b} g_{mn}\vec{a}_y\right)$$

$$N_{mn} = \sqrt{\frac{\nu_m \nu_{n0} ab}{n^2 a^2 + m^2 b^2}}$$

$$\nu_m = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 2 & m \neq 0 \end{cases}$$

$$f_{mn} = \cos\left(\frac{m\pi x}{a^{(k)}}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b^{(k)}}\right)$$

$$g_{mn} = \sin\left(\frac{m\pi x}{a^{(k)}}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b^{(k)}}\right)$$

$\vec{h}_{1mm}, \vec{h}_{2mm}$ คือแบบรูปสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์โมด TE_{mn} และโมด TM_{mn} ตามลำดับมีค่าดังนี้

$$\vec{h}_{lmn} = \vec{a}_z \times \vec{e}_{lmn} \qquad l = 1,2$$

$\beta_{mn}^{(k)}$ คือค่าคงตัวการแพร่กระจายในแนวการเคลื่อนที่ของคลื่น ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\beta_{mn}^{(k)} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a^{(k)}}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b^{(k)}}\right)^2} & \mathit{for}\ k_0 \geq \left(\frac{m\pi}{a^{(k)}}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b^{(k)}}\right)^2 \\ -\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a^{(k)}}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b^{(k)}}\right)^2} & \mathit{for}\ k_0 < \left(\frac{m\pi}{a^{(k)}}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b^{(k)}}\right)^2 \end{cases}$$

$a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}$ คือแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่พอร์ตของคลื่นโมด mn

แบบรูปสนามแม่เหล็กไฟฟ้านอร์แมลไลซ์ในสมการ (3.11) และ (3.12) จะมีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากดังนี้

$$\int \vec{e}_{lmn} \cdot \vec{e}_{l'm'n'} d\Gamma^{(k)} = \int \vec{h}_{lmn} \cdot \vec{h}_{l'm'n'} d\Gamma^{(k)} = \delta_{ll'}\delta_{mm'}\delta_{nn'} \qquad (3.13)$$

โดยที่ $\delta_{ll'} = \begin{cases} 0 & l \neq l' \\ 1 & l = l' \end{cases}$

เมื่อป้อนคลื่นในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่ง $\left(a_{mn} = a_{110}, c_{mn} = 0\right)$ และแมตโหลดที่พอร์ตที่สอง $\left(b_{mn} = d_{mn} = 0\right)$ และใช้คุณสมบัติเชิงตั้งฉากตามสมการ (3.13) ในสมการ (3.11) และ (3.12) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสที่พอร์ตกับสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสที่พอร์ต ดังนี้

$$\begin{aligned} \vec{E}_t^{(k)} &= 2a_{10}\delta_{k1}e^{-j\beta_{10}z_k}\vec{e}_{110} \\ &\quad + (-1)^k \sum_m \sum_n \frac{j\omega\mu_0}{j\beta_{mn}} \int \vec{h}_{1mn} \cdot H_t^{(k)} d\Gamma^{(k)} \vec{e}_{1mn} \\ &\quad + (-1)^k \sum_m \sum_n \frac{j\beta_{mn}}{j\omega\varepsilon_0} \int \vec{h}_{2mn} \cdot H_t^{(k)} d\Gamma^{(k)} \vec{e}_{2mn} \end{aligned} \tag{3.14}$$

นอกจากนี้เราจะประมาณฟังก์ชันแบบรูปสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์ $\vec{h}_{lmn}$ ด้วยผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้ขอบของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมดังรูปที่ 3.4 จำนวน $N^{(k)}$ อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนด และขอบจำนวน $N_s^{(k)}$ ขอบ ดังนี้

$$\vec{h}_{lmn} \approx \sum_{e=1}^{N^{(k)}} \left\{\vec{N}^e\right\}^T \left\{h_{lmn}^e\right\} = \left\{\vec{N}\right\}\left\{h_{lmn}\right\} \tag{3.15}$$

โดยที่ $\left\{\vec{N}^e\right\} = \left\{\vec{N}_1^e \quad \vec{N}_2^e \quad \vec{N}_3^e\right\}$ คือฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้ขอบของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

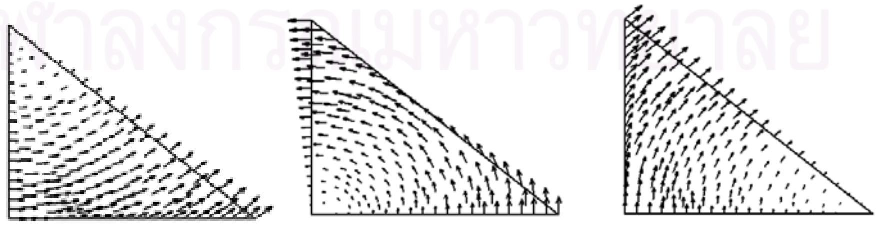
$\left\{h_{1mn}^e\right\}, \left\{h_{2mn}^e\right\}$ คือแอมพลิจูดแบบรูปสนามแม่เหล็กโมด TE_{mn} และ โมด TM_{mn} ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\left\{h_{1mn}^e\right\} = -\frac{N_{mn}}{l_s}\left[\left(x_j - x_i\right)\left(\frac{m}{a}g_{mn}\right) + \left(x_j - x_i\right)\left(\frac{n}{b}f_{mn}\right)\right]$$

$$\left\{h_{2mn}^e\right\} = \frac{N_{mn}}{l_s}\left[-\left(x_j - x_i\right)\left(\frac{n}{b}g_{mn}\right) + \left(x_j - x_i\right)\left(\frac{m}{a}f_{mn}\right)\right]$$

l_s คือความยาวขอบ s ของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมจากพิกัด $\left(x_i, y_i\right)$ไปยังพิกัด $\left(x_j, y_j\right)$

$\left\{h_{lmn}\right\}$ คือเวกเตอร์ขนาด $N_s^{(k)} \times 1$



(ก) (ข) (ค)

รูปที่ 3.4 ฟังก์ชันรูปร่างแบบใช้ขอบของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม (ก) $\vec{N}_1^e$ (ข) $\vec{N}_2^e$ (ค) $\vec{N}_2^e$

เมื่อแทนสมการ (3.14)-(3.15) ลงในสมการ (3.10) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}]-[P^{(1)}] & [A_{1,2}] & [A_{1,in}] \\ [A_{2,1}] & [A_{2,2}]-[P^{(2)}] & [A_{2,in}] \\ [A_{in,1}] & [A_{in,2}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \{H_2\} \\ \{H_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \qquad (3.16)$$

โดยที่ $[P^{(k)}]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_s^{(k)} \times N_s^{(k)}$ และ $\{Q^{(1)}\}$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_s^{(1)} \times 1$

$$[P^{(k)}] = k_0^2 \sum_m \sum_n \sum_{e=1}^{N^{(k)}} \frac{1}{j\beta_{mn}^{(k)}} \left[\int \{\vec{N}^e\} \cdot \{\vec{N}^e\}^T d\Gamma^{(k)} \right] \{h_{1mn}^e\}\{h_{1mn}^e\}^T \left[\int \{\vec{N}^e\} \cdot \{\vec{N}^e\}^T d\Gamma^{(k)} \right]$$

$$- \sum_m \sum_n \sum_{e=1}^{N^{(k)}} j\beta_{mn}^{(k)} \left[\int \{\vec{N}^e\} \cdot \{\vec{N}^e\}^T d\Gamma^{(k)} \right] \{h_{2mn}^e\}\{h_{2mn}^e\}^T \left[\int \{\vec{N}^e\} \cdot \{\vec{N}^e\}^T d\Gamma^{(k)} \right]$$

$$\{Q^{(1)}\} = \sum_{e=1}^{N} \frac{2jk_0 a_{110}}{z_0} \left[\int \{\vec{N}^e\} \cdot \{\vec{N}^e\}^T d\Gamma^{(k)} \right] \{h_{110}^e\}$$

เมื่อแก้สมการ (3.16) แล้ว เราสามารถหาพารามิเตอร์การกระเจิงจากสนามแม่เหล็กที่พอร์ตต่าง ๆ ของข้อต่อ ได้ดังนี้

$$S_{11} = 1 - \frac{j\omega\mu_0}{j\beta_{mn}^{(1)}} \{h_{110}\}^T \left[\int \{\vec{N}\} \cdot \{\vec{N}\}^T d\Gamma^{(k)} \right] \{H_1\} \qquad (3.17)$$

$$S_{21} = \frac{j\omega\mu_0}{j\beta_{mn}^{(2)}} \sqrt{\frac{\beta_{mn}^{(2)}}{\beta_{mn}^{(1)}}} \{h_{210}\} \left[\int \{\vec{N}\} \cdot \{\vec{N}\}^T d\Gamma^{(k)} \right]^T \{H_2\} \qquad (3.18)$$

3.4 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

จากกระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิงที่กล่าวถึงในหัวข้อ 2.6.1 สามารถสร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ที่มีระยะห่างกัน $2^n l_1$ ซึ่งมากพอที่จะแทนสนามกระเจิงที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ด้วยโมดพื้นฐานเพียงโมดเดียว เนื่องจากสนามกระเจิงในโมดอันดับสูงจะมีการลดทอนเมื่อห่างออกจากบริเวณข้อต่อจนเหลือแอมพลิจูดน้อยยิ่งที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ เทียบกับโมดพื้นฐาน เราจะสร้างระบบสมการภายในบริเวณท่อนำคลื่น $\Omega^{(k)}$ ได้ดังนี้

ที่พอร์ตที่หนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1^{(1)}\} \\ \{H_2^{(1)}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_e^{N^{(1)}} j\omega\varepsilon_0 \int \{N^e\} \cdot (\vec{a}_z \times \vec{E}) d\Gamma_1^{(1)} \\ [P_1^{(1)}]\{H_2^{(1)}\} + \{Q_1^{(1)}\} e^{j\beta_1 d} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

ที่พอร์ตที่สอง (พอร์ตที่มีการแมตโหลด)

$$\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1^{(2)}\} \\ \{H_2^{(2)}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_e^{N^{(2)}} j\omega\varepsilon_0 \int \{N^e\} \cdot (\vec{a}_z \times \vec{E}) d\Gamma_1^{(2)} \\ [P_1^{(2)}]\{H_2^{(2)}\} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

โดยที่ d คือระยะห่างระหว่างระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(k)}$ กับระนาบไกลข้อต่อ $\Gamma_2^{(k)}$

จากสมการ (3.19) และ (3.20) เมื่อจัดพจน์การอินทิเกรตสนามบนระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(1)}$ และ $\Gamma_1^{(2)}$ ให้อยู่ในรูปสนามบนระนาบใกล้ข้อต่อ $\{H_1^{(1)}\}$และ $\{H_1^{(2)}\}$ ตามลำดับ แล้วแทนในระบบสมการของบริเวณข้อต่อ $\Omega^{(d)}$ ตามสมการ (3.10) จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}] + [\widetilde{P}^{(1)}] & [A_{1,2}] & [A_{1,in}] \\ [A_{2,1}] & [A_{2,2}] + [\widetilde{P}^{(2)}] & [A_{2,in}] \\ [A_{in,1}] & [A_{in,2}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \{H_2\} \\ \{H_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\{\widetilde{Q}^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

โดยที่ $[\widetilde{P}^{(k)}] = [M_n]_{11} - [M_n]_{12}([M_n]_{22} - [P_1^{(k)}])^{-1}[M_n]_{21} \; k = 1,2$

$\{\widetilde{Q}^{(1)}\} = [M_n]_{12}([M_n]_{22} - [P_1^{(1)}])^{-1}\{Q_1^{(1)}\}e^{j\beta_1 d}$

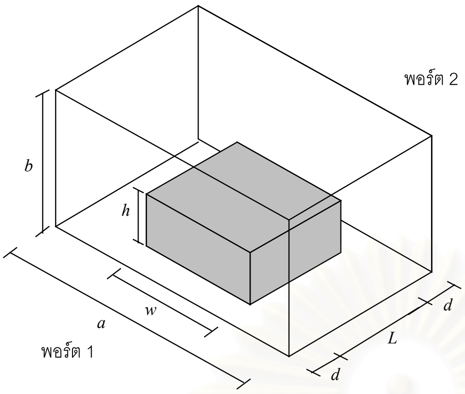
3.5 ผลการคำนวณในกรณีตัวอย่าง

หัวข้อนี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงผลการคำนวณในกรณีตัวอย่างของการวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นในข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง แล้วเปรียบเทียบผลการคำนวณทั้งสองวิธี

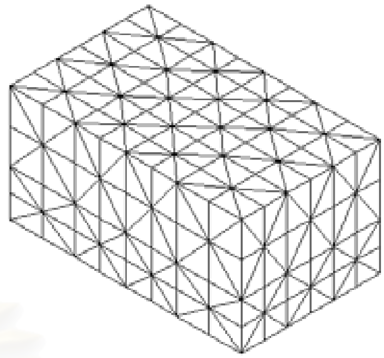
ผู้วิจัยได้เขียนโปรแกรมขึ้นโดยใช้ภาษาการคำนวณของโปรแกรมแมตแล็บ (MATLAB) 5.3 และประมวลผลบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่ใช้หน่วยประมวลผลกลาง (CPU) เพนเทียม (Pentium IV) 2.0 กิกะเฮิรตซ์ และหน่วยความจำ (RAM) ขนาด 512 เมกะไบต์

พิจารณาท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมสองท่อ ซึ่งมีความกว้าง $a = 2cm$ ความสูง $b = 1cm$ และมีแถบไดอิเล็กทริกภายในความกว้าง $w = 0.888cm$ ความสูง $h = 0.399cm$ ความยาว $L = 0.8cm$ ค่าสภาพยอม

สัมพัทธ์ $\varepsilon_r = 6.0 \;\; d = 0.2\,cm$ และมีการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตที่หนึ่ง และแมตโหลดที่พอร์ตที่สอง ดังรูปที่ 3.5



(ก)

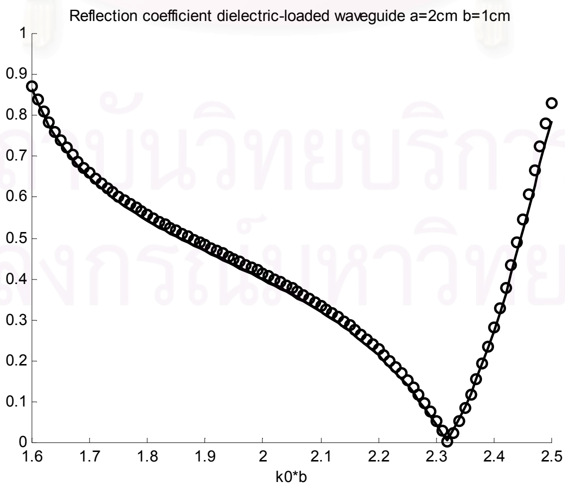


(ข)

รูปที่ 3.5 ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ

(ก) โครงสร้างท่อนำคลื่น (ข) รูปการแบ่งอีลีเมนต์

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกอยู่ภายในด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงที่พิจารณาโมดในการคำนวณจำนวน 10 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 3 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 0.2\,cm$ และมีการแบ่งอีลีเมนต์ภายในท่อนำคลื่นจำนวน 960 อีลีเมนต์ เราจะพบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนสอดคล้องกัน ดังรูปที่ 3.6 และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ดังตารางที่ 3.1 และตารางที่ 3.2

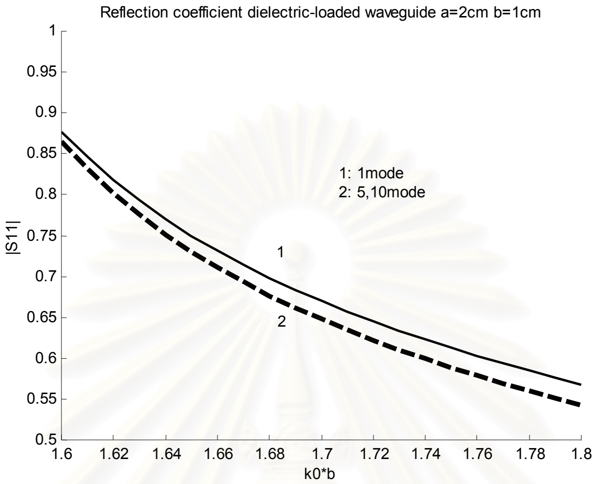


รูปที่ 3.6 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่น

ที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ ที่มีค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ $\varepsilon_r = 6.0$

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และเพิ่มจำนวนโมดในการคำนวณ $M = 1,5,10$ โมด เราจะพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนโมดในการคำนวณ ดังรูปที่ 3.7 และเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นด้วยเมื่อจำนวนโมดที่แทนสนามกระเจิงเพิ่มขึ้น ดังตารางที่ 3.1

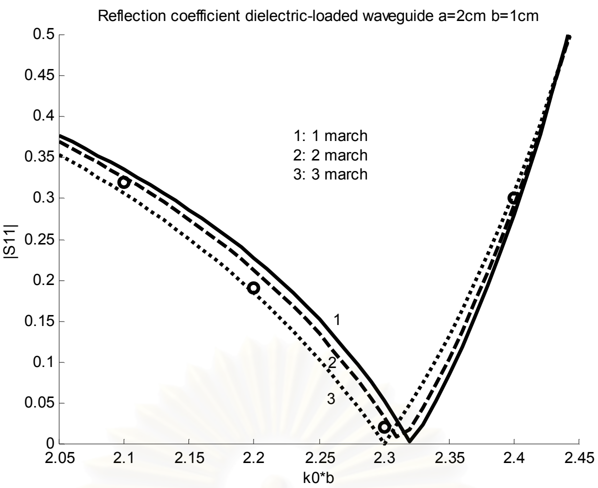


รูปที่ 3.7 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ เมื่อเพิ่มจำนวนโมดในการคำนวณวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง

ตารางที่ 3.1 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ เมื่อพิจารณาจำนวนโมดในการคำนวณต่าง ๆ

จำนวนโมดในการคำนวณ	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)
1	1.5438×10^{4} (4 ชม. 17 นาที)
5	1.8088×10^{4} (5 ชม. 1 นาที)
10	1.812×10^{4} (5 ชม. 20 นาที)

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง และเพิ่มจำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 1, 2, 3 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 0.2\,cm$ และมีการแบ่ง อีลีเมนต์ภายในท่อนำคลื่นจำนวน 960 อีลีเมนต์ เราจะพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะลู่เข้าและสอดคล้องกับวิธีผลต่างสืบเนื่องมากขึ้น เมื่อเพิ่มจำนวนการวนรอบซ้ำในการคำนวณ ดังรูปที่ 3.8 และเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนรอบการวนซ้ำ ดังตารางที่ 3.2



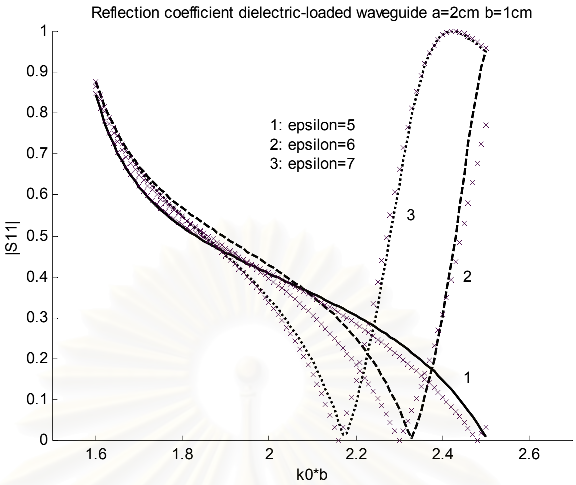
รูปที่ 3.8 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ เมื่อเพิ่มจำนวนการวนรอบซ้ำในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง (- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง o วิธีผลต่างสืบเนื่อง A.Cheist and H.L. Hartnagel (1987))

ตารางที่ 3.2 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ เมื่อพิจารณาจำนวนรอบการวนซ้ำในการคำนวณต่าง ๆ

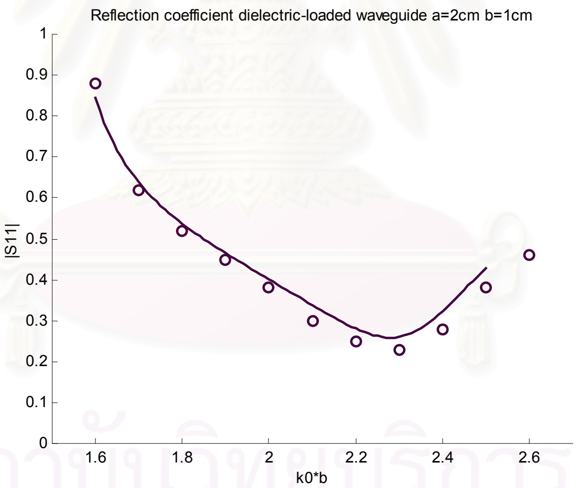
จำนวนรอบการวนซ้ำ	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)
1	1.5924×10^{4} (4 ชม. 25 นาที)
2	1.6645×10^{4} (4 ชม. 37 นาที)
3	1.7042×10^{4} (4 ชม. 44 นาที)

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงที่พิจารณาโมดในการคำนวณจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 3 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 0.2cm$ และมีการแบ่งอีลีเมนต์ภายในท่อนำคลื่นจำนวน 960 อีลีเมนต์ ที่มีค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ต่าง ๆ $\varepsilon_r = 5,6,7$ เราจะพบว่าช่วงการใช้งานจะเลื่อนมายังช่วงความถี่ต่ำลง เมื่อเพิ่มค่าสภาพยอมมากขึ้น และวิธีทั้งสองให้ผลที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 3.9 และกรณีที่แถบไดอิเล็กทริกที่มีค่าสภาพยอมสัมพัทธ์เป็นค่าเชิงซ้อนหรือเป็นวัสดุที่มีค่าความสูญเสีย $\varepsilon_r = 6 - j$ เมื่อคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงที่

ใช้อีลีเมนต์ขอบจะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่สอดคล้องกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงที่หาสนามจากศักย์เวกเตอร์ (A,V)ในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม ดังรูปที่ 3.10

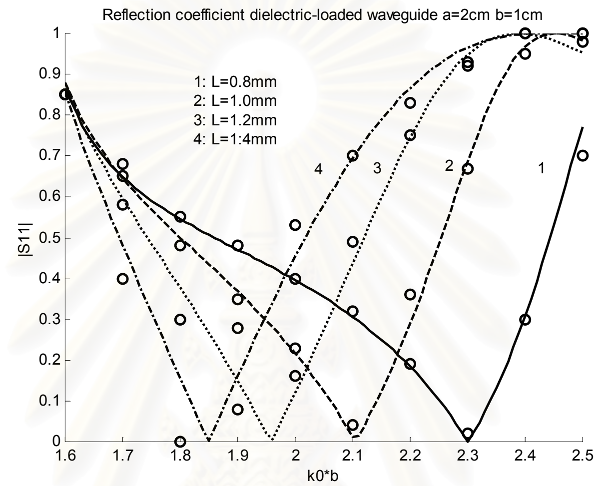


รูปที่ 3.9 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่น
ที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติที่มีค่าสภาพยอมต่าง ๆ
(-วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง ×วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)



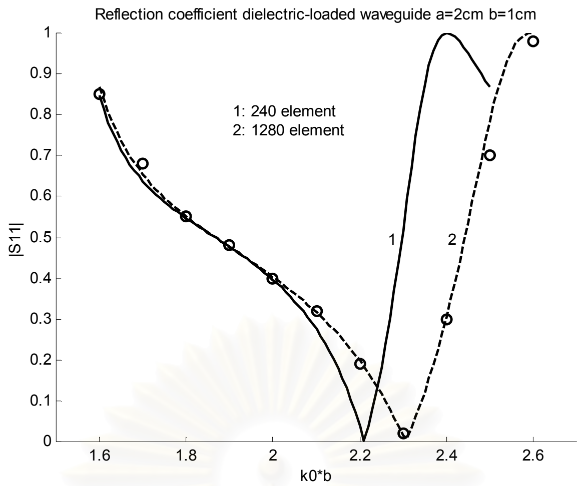
รูปที่ 3.10 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ
ที่มีค่าสภาพยอมสัมพัทธ์เป็นค่าเชิงซ้อน $\varepsilon_r = 6 - j$
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้ศักย์เวกเตอร์ (A,V)
R. Edilinger ,I. Bardi ,O. Biro,K. Preis and K.R. Rister (1992))

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 3 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 0.2\,cm$ และมีการแบ่งอีลีเมนต์ภายในท่อนำคลื่นจำนวน 960 อีลีเมนต์ ที่มีความยาวของแถบไดอิเล็กทริกต่าง ๆ $L = 0.8, 1.0,\ 1.2, 1.4\,cm$ เราจะพบว่าช่วงการใช้งานจะเลื่อนมายังช่วงความถี่ต่ำลง เมื่อเพิ่มความยาวของแถบไดอิเล็กทริกมากขึ้น และให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่สอดคล้องกับวิธีผลต่างสืบเนื่อง ดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ
ที่มีความยาวของแถบไดอิเล็กทริกต่าง ๆ
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง o วิธีผลต่างสืบเนื่อง
A.Cheist and H.L. Hartnagel (1987))

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงที่พิจารณาโมดในการคำนวณจำนวน 5 โมด เมื่อเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์ในการคำนวณ เราจะพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนสอดคล้องกับวิธีผลต่างสืบเนื่องมากขึ้น ดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ เมื่อเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง (- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง o วิธีผลต่างสืบเนื่อง A.Cheist and H.L. Hartnagel (1987))

3.6 สรุป

บทนี้ได้นำเสนอวิธีวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติ ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก และทดสอบการคำนวณทั้งสองวิธีกับกรณีตัวอย่างท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ เราจะพบว่าความเร็วในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และพบว่าพารามิเตอร์การกระเจิงจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนโมดในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และ พารามิเตอร์การกระเจิงจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนการวนรอบซ้ำในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

ผลการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในแบบสามมิติ แสดงให้เห็นว่าเมื่อเพิ่มค่าสภาพยอมของแถบไดอิเล็กทริก และความยาวของแถบไดอิเล็กทริก จะทำให้ช่วงความถี่ใช้งานเลื่อนมายังช่วงความถี่ต่ำ และผลการวิเคราะห์ให้ผลสอดคล้องกับวิธีผลต่างสืบเนื่องและวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้ศักย์เวกเตอร์ตามรายงานที่เคยมีมา

บทที่ 4
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

งานวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์การกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง เปรียบเทียบผลและเวลาในการคำนวณกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิง และแก้ปัญหาผลเฉลยปลอมเทียมที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติด้วยการใช้อีลีเมนต์แบบขอบรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า

จากผลการคำนวณสามารถสรุปได้ว่า วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารี-มาร์ชชิง ใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติ และเมื่อเพิ่มจำนวนโมดในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตชิงเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้น และผลเฉลยที่ได้จะถูกต้องมากขึ้น และเมื่อเพิ่มจำนวนการวนรอบซ้ำในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง เวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้น และผลเฉลยที่ได้จะถูกต้องมากขึ้น

จากผลการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H แสดงให้เห็นว่า ข้อต่องอ 90° และข้อต่อตัวที จะมีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยลง เมื่อเพิ่มระยะการบากมุมมากขึ้น และพบว่า ท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายใน และเสาโลหะภายในจะมีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากขึ้น เมื่อเพิ่มขนาดของแผ่นกั้นและขนาดของเสาโลหะ และการวางแนวเสาโลหะในแนวเดียวกับสนามไฟฟ้าในโมดพื้นฐานของข้อต่อแบบระนาบ H จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนที่มากกว่าการวางแนวเสาโลหะในแนวเดียวกับสนามแม่เหล็กในโมดพื้นฐานของข้อต่อแบบระนาบ E และพบว่าท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในจะมีช่วงความถี่ใช้งานเลื่อนมายังช่วงความถี่ต่ำเมื่อเพิ่มค่าสภาพยอมของแถบไดอิเล็กทริก

จากผลการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม พบว่าท่อนำคลื่นที่มีแถบไดอิเล็กทริกภายในจะมีช่วงความถี่ใช้งานเลื่อนมายังช่วงความถี่ต่ำ เมื่อเพิ่มค่าสภาพยอมของแถบไดอิเล็กทริก และความยาวของแถบไดอิเล็กทริก

ข้อเสนอแนะ

ในวิทยานิพนธ์นี้วิเคราะห์ปัญหาหาการกระเจิงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อรูปร่างใด ๆ แบบสามมิติ ที่เชื่อมระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมเท่านั้น ในงานวิจัยต่อไปผู้วิจัยสามารถวิจัยการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใด ๆ ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นรูปร่างใด ๆ ด้วยการใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในการหาแบบรูปสนามแม่เหล็กไฟฟ้า และค่าคงตัวการแพร่กระจายของท่อนำคลื่น โดยที่จำนวนอีลีเมนต์บนพอร์ตจะต้องมากพอ เพื่อให้ได้แบบรูปสนามแม่เหล็กไฟฟ้า และค่าคงตัวการแพร่กระจายที่ถูกต้อง ซึ่งมีผลให้จำนวนอีลีเมนต์ภายในข้อต่อมากขึ้นด้วย

นอกจากนี้วิทยานิพนธ์นี้ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในการสร้างเมชของอีลีเมนต์รูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าในข้อต่อแบบสามมิติ ซึ่งมีข้อจำกัดที่ไม่สามารถสร้างเมชของอีลีเมนต์ในข้อต่อแบบสามมิติที่มีโครงสร้างซับซ้อนได้ ในงานวิจัยต่อไปผู้วิจัยสามารถวิจัยและพัฒนาโปรแกรมให้สามารถสร้างเมชของอีลีเมนต์ในข้อต่อแบบสามมิติที่มีโครงสร้างซับซ้อนได้

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

บัณฑิต โรจน์อารยานนท์. วิศวกรรมไมโครเวฟ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ภาษาอังกฤษ

Alodulnour, J., and Marchildon, L., Boundary elements and analysis expansions applied to H-Plane waveguide junctions. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 42, 6 (June 1994): 1038-1045.

Bi, Z.Q., Wu, K.L., and Litva, J., Application of the FD-TD method to the analysis of H-plane wavedguide discontinuties. IEEE Transactionss on Microwave Theory and Technique 26, 22 (October 1990): 1897-1898.

Chen, R.S., Yung, E.K.N., Xie, Z.M., and Han, Y.F., Three dimension edge FEM analysis of inhomogenous chiral medium loaded waveguide discontinuity. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique (1999): 310-313.

Cheon, C., Wu, K.L., and Litva, J., Application of the FD-TD method to the analysis of H-plane Wavedguide discontinuties. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 26, 22 (October 1990): 1897-1898.

David, M.K., Basic theory of waveguide junctions and introductory microwave network analysis. Volumn 13. London:Pregamon Press,1967.

David, M.P., Microwave Engineering. John Wiley&Sons,N.Y.,1998.

Edlinger, R.D., Bardi, I., Biro, O., Preis, K., and Richter, R., A deterministic approach to the Analysis of three-dimensional waveguide configuration by finite elements and mode matching. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 28, 2 (March 1992): 1235-1238.

Foo, S.L., and Selvester, P.P., Boundary-marching method for discontinuity analysis in waveguide of arbitrary cross section. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 40, 10 (October 1992): 1889-1893.

Foo, S.L., and Selvester, P.P., Finite element analysis of inductive strips in unilateral finlines. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 41, 2 (February 1993): 298-304.

Haffa, S., Hollmann, D., and Wiesbeck, W.N., The finite difference method for S-parameter calculation of arbritrary three-dimensional structure. IEEE Transactionss on Microwave Theory and Technique 40, 8 (August 1992): 1602-1610.

Hirayama, K., Alam, Md.S., Hayashi, Y., and Koshiba, M., Vector finite element method with mixed-interpolation-type triangular-prism element for waveguide. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 42, 12 (December 1994): 2311-2315.

Ise, K., and Koshiba, M., Numerical analysis of H-plane waveguide junctions by combination of finite and boundary elements. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 36, 9 (September 1988): 1343-1351.

Ise, K., Inoue, K., and Koshiba, M., Three dimensional finite-element solution of dielectric scattering obstacles in a rectangular waveguide. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 38, 9 (September 1990): 1352-1359.

Ise, K., Inoue, K., and Koshiba, M., Three dimensional finite-element method with edge element for electromagnetic waveguide discontinuities. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 39, 8 (August 1991): 1289-1295.

Kanellopoulos, V.N., and Webb, J.P., A complete E-plane analysis of waveguide junctions using the finite element method. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 38, 3 (March 1990): 290-295.

Koshiba, M., and Hirayama, K., Application of finite-element method to arbitrarily shaped discontinuities slab waveguide. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 135, 1 (February 1988): 8-12.

Koshiba, M., and Suzuki, M., Finite-element analysis of H-plane waveguide junction with arbitrarily shaped ferrite post. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 34, 1 (January 1986): 103-109.

Krupezevic, D.V., Brankovic, V.J., and Arndt, F., The wave-equation FD-TD method for the efficient eigenvalue analysis and S-matrix computaion of waveguide structures. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 41, 12 (December 1993): 2109-2115.

Lee, H.B., Jung, H.K., and Hahn, S.Y., Shape optimization of H-plane waveguide Tee junctions wavedguide discontinuties. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 26, 22 (October 1990): 1897-1898.

Moglie, F., Rozzi, J., and Marcozzi, Pio., Wideband matching of waveguide discontinuities by FDTD methods. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 43, 11 (November 1994): 2093-2098.

Navarro, E.A., Gallart, L., Cruz, J.L., and Such, V., Accurate absorbing boundary conditions for the FDTD analysis of H-plane waveguide discontinuities. IEEE Transactions on Antennas and Propagation 141, 1 (February 1994): 59-61.

Navarro, E.A., Such, V., Gimeno, B., and Cruz, J.L., Analysis of H-plane waveguide discontinuities with an improved finite-diffence time domain algorithm. IEEE Transactionss on Microwave Theory and Technique 139, 1 (April 1992): 183-185.

Park, J., and Nam, S., Analysis of arbitrary shaped crossectional discontinuity in rectangular waveguide using FEM-BIM with triangular prism elements. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique (1997): 672-675.

Reiter, J.M., and Arndt, F., A boundary contour mode-matching method for the rigorous analysis of cascaded arbitrarily shaped H-plane discontinuities in rectangular waveguides. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 2, 10 (October 1992): 405-403.

Tanaka, K., New boundary integral equations for CAD of dielectric waveguide discontinuities. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique (1991): 870-873.

Tsuji, Y., and Koshiba, M., Finite element method using port truncation by perfectly matched layer boundary conditions for optical waveguide discontinuity problems. Journal of Lightwave Technology 20, 3 (March 2002): 463-468.

Yong, W., and Yaogen, D., Boundary element analysis of rectangular waveguide discontinuities. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique (1999): 138-141.

Wong, M.F., Picon, O., and Hanna, V.F., Elemination of nonphysical finite element solutions for Maxwell equation: application three dimension waveguide junction. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique (1992): 2138-2141.

Wong, M.F., Picon, O., and Hanna, V.F., Three dimensional finite element analysis of N-port waveguide junctions using edge-elements. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique (1992): 417-420.

Wu, K.L., Delisle, C.Y., and Lecours, M., Waveguide discontinuity analysis with a coupled finite-boundary element method. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 37, 6 (June 1989): 993-998.

Wu, R.B., A wideband waveguide transition design with modified dielectric transformer using edge-based tetrahedral finite-element analysis. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 44, 7 (July 1996): 1024-1031.

Yioultsis, T.V., and Tsiboukis, T.D., Vector finite element analysis of waveguide discontinuities involving anisotropic media. IEEE Transactions on Magnetics 31, 3 (May 1995): 1550-1533.

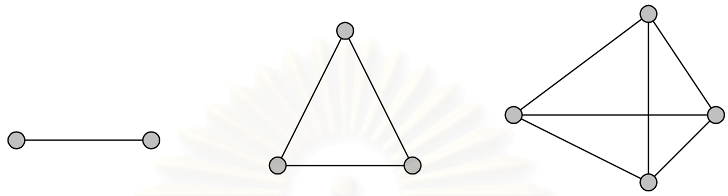
Rubio, J., Arroyo, J., and Zapata, J., Analysis of passive microwave circuits by using a hybrid 2-D and 3-D finite-element mode-matching method. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 47, 9 (September 1999): 1746-1749.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

อินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่าง

ภาคผนวกนี้จะกล่าวถึงอินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างของอีลีเมนต์หนึ่งมิติ อีลีเมนต์สองมิติรูปสามเหลี่ยม และอีลีเมนต์สามมิติรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า ดังรูปที่ ก.1



(ก) (ข) (ค)

รูปที่ ก.1 อีลีเมนต์รูปร่างต่างๆ

(ก) อีลีเมนต์หนึ่งมิติ (ข) อีลีเมนต์สามเหลี่ยม (ค) อีลีเมนต์ทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า

ก.1 อีลีเมนต์หนึ่งมิติ

ฟังก์ชันรูปร่างแบบโนดของอีลีเมนต์หนึ่งมิติสามารถหาได้ตามสมการดังนี้

$$\{N\}^T = \{N_1 \quad N_2\} \tag{ก.1}$$

โดยที่ $N_1 = \dfrac{x_2 - x}{x_2 - x_1}$

$$N_2 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

ผลอินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างแบบโนดของอีลีเมนต์หนึ่งมิติมีดังนี้

$$\int \{N\}\{N\}^T dx = \frac{l}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{ก.2}$$

ก.2 อีลีเมนต์สองมิติรูปสามเหลี่ยม

ฟังก์ชันรูปร่างแบบโนดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมสามารถหาได้ตามสมการดังนี้

$$\{N\}^T = \{N_1 \quad N_2 \quad N_3\} \tag{ก.3}$$

โดยที่ $N_i = \frac{1}{2A_e}(a_i + b_i x + c_i y) \qquad i = 1,2,3$

A_e คือพื้นที่ของสามเหลี่ยมมีค่าตามสมการดังนี้

$$A_e = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

$a_i = x_j y_k - x_k y_j$

$b_i = y_j - y_k$

$c_i = x_k - x_j$

(i, j, k) เรียงลำดับในลักษณะมอดุโล 3

ฟังก์ชันรูปร่างแบบขอบของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมสามารถหาได้ตามสมการดังนี้

$$\{\vec{N}\}^T = \{\vec{N}_1 \quad \vec{N}_2 \quad \vec{N}_3\} \tag{ก.4}$$

โดยที่ $\vec{N}_m = l_m\left(N_i \nabla N_j - N_j \nabla N_i\right) \qquad m = 1,2,3$

l_m คือความยาวด้านขอบของสามเหลี่ยม มีค่าตามสมการดังนี้

$$l_m = \begin{cases} \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} & if\ (y_j > y_i)\ or\ ((y_i = y_j)\ and\ (x_j > x_i)) \\ -\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} & other \end{cases}$$

m กำหนดขึ้นตามตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1 การกำหนดขอบของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบ

m	i	j
1	1	2
2	2	3
3	1	3

เมื่อแทนสมการ (ก.3) ลงในสมการ (ก.4) จะได้ว่า

$$\vec{N}_m = \frac{l_m}{4A_e^2}\left[(A_m + B_m y)\vec{a}_x + (C_m + D_m x)\vec{a}_y\right] \qquad \text{(ก.5)}$$

โดยที่
$$A_m = a_i b_j - a_j b_i$$
$$B_m = c_i b_j - c_j b_i$$
$$C_m = a_i c_j - a_j c_i$$
$$D_m = -B_m$$

ผลอินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างแบบโนดและแบบขอบของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมมีดังนี้

$$\int N_1^k N_2^l N_3^m dxdy = \frac{l!m!n!}{(l+m+n+2)!} 2A_e \qquad \text{(ก.6)}$$

$$\int \frac{\partial N_m}{\partial x}\frac{\partial N_m}{\partial x} dxdy = \frac{b_m b_n}{4A_e} \qquad \text{(ก.7)}$$

$$\int \frac{\partial N_m}{\partial y}\frac{\partial N_m}{\partial y} dxdy = \frac{c_m c_n}{4A_e} \qquad \text{(ก.8)}$$

$$\int \vec{N}_m \cdot \nabla N_n dxdy = \frac{l_m}{8A_e^2}(I_6 + I_7 + I_8) \qquad \text{(ก.9)}$$

$$\int \vec{N}_m \cdot \vec{N}_m dxdy = \frac{l_m l_n}{16}(I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5) \qquad \text{(ก.10)}$$

$$\int (\nabla \times \vec{N}_m)\cdot(\nabla \times \vec{N}_n) dxdy = \frac{l_m l_n}{4A_e^2} D_m D_n \qquad \text{(ก.11)}$$

โดยที่
$$I_1 = A_m A_n + C_m C_n$$
$$I_2 = (D_m C_n + C_m D_n)\bar{x}$$
$$I_3 = (B_m A_n + A_m B_n)\bar{y}$$
$$I_4 = B_m B_n \bar{y}'$$
$$I_5 = D_m D_n \bar{x}'$$
$$I_6 = A_m b_n + C_m c_n$$
$$I_7 = B_m b_n \bar{y}$$
$$I_8 = D_m c_n \bar{x}$$
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$
$$\bar{x}' = \frac{(\sum_{i=1}^{3} x_i^2 + 9\bar{x}^2)}{12}$$

ก.3 อีลีเมนต์สามมิติรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า

ฟังก์ชันรูปร่างแบบโนดของอีลีเมนต์รูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าสามารถหาได้ตามสมการดังนี้

$$\{N\}^T = \{N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4\} \qquad \text{(ก.12)}$$

โดยที่ $N_k = \dfrac{1}{6V_e}\left(a_k + b_k x + c_k y + d_k z\right) \qquad i = 1,2,3$

V_e คือปริมาตรของรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้ามีค่าตามสมการดังนี้

$$V_e = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

$$a_k = \varepsilon_k\left[x_l\left(y_m z_n - y_n z_m\right) + x_m\left(y_n z_l - y_l z_n\right) + x_n\left(y_l z_m - y_m z_l\right)\right]$$

$$b_k = \varepsilon_k\left[y_l\left(z_n - z_m\right) + y_m\left(z_l - z_n\right) + y_n\left(z_m - z_l\right)\right]$$

$$c_k = \varepsilon_k\left[z_l\left(x_n - x_m\right) + z_m\left(x_l - x_n\right) + z_n\left(x_m - x_l\right)\right]$$

$$d_k = \varepsilon_k\left[x_l\left(y_n - y_m\right) + x_m\left(y_l - y_n\right) + x_n\left(y_m - y_l\right)\right]$$

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1 & k = 1,3 \\ -1 & k = 2,4 \end{cases}$$

(k,l,m,n) เรียงลำดับในลักษณะมอดุโล 4

ฟังก์ชันรูปร่างแบบขอบของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมสามารถหาได้ตามสมการดังนี้

$$\{\vec{N}\}^T = \{\vec{N}_1 \quad \vec{N}_2 \quad \vec{N}_3 \quad \vec{N}_4 \quad \vec{N}_5 \quad \vec{N}_6\} \qquad \text{(ก.13)}$$

โดยที่ $\vec{N}_m = l_m\left(N_i \nabla N_j - N_j \nabla N_i\right) \qquad m = 1,2,3,4,5,6$

l_m คือความยาวด้านขอบของรูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้า มีค่าตามสมการดังนี้

$$l_m = \begin{cases} \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2} & if\ \left(z_j > z_i\right) or \left(\left(z_i = z_j\right) and \left(y_j > y_i\right)\right) \\ & or \left(\left(z_i = z_j\right) and \left(y_i = y_j\right) and \left(x_i = x_j\right) and \left(x_j > x_i\right)\right) \\ -\sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2} & other \end{cases}$$

m กำหนดขึ้นตามตารางที่ ก.2

เมื่อแทนสมการ (ก.12) ลงในสมการ (ก.13) จะได้ว่า

$$\vec{N}_m = \frac{l_m}{36V_e^2}\left[\left(A_m + B_m y + C_m z\right)\vec{a}_x + \left(D_m + E_m x + F_m z\right)\vec{a}_y + \left(G_m + H_m x + I_m y\right)\vec{a}_z\right] \quad \text{(ก.14)}$$

โดยที่ $A_m = a_i b_j - a_j b_i$

$B_m = c_i b_j - c_j b_i$

$C_m = d_i b_j - d_j b_i$

$D_m = a_i c_j - a_j c_i$

$E_m = -B_m$

$F_m = d_i c_j - d_j c_i$

$G_m = a_i d_j - a_j d_i$

$H_m = -C_m$

$I_m = -F_m$

ตารางที่ ก.2 การกำหนดขอบของอีลีเมนต์รูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าแบบขอบ

m	i	j
1	1	2
2	2	3
3	1	3
4	1	4
5	2	4
6	3	4

ผลอินทิกรัลของฟังก์ชันรูปร่างแบบโนดและแบบขอบของอีลีเมนต์รูปทรงสามเหลี่ยมสี่หน้ามีดังนี้

$$\int N_1^k N_2^l N_3^m N_4^n \, dxdydz = 6V_e \frac{k!\,l!\,m!\,n!}{(k+l+m+n+3)!} \quad \text{(ก.15)}$$

$$\int \vec{N}_m \cdot \vec{N}_n \, dxdydz = \frac{l_m l_n}{1296 V_e^3} \sum_{k=1}^{10} P_k \quad \text{(ก.16)}$$

$$\int \left(\nabla \times \vec{N}_m\right) \cdot \left(\nabla \times \vec{N}_n\right) dxdydz = \frac{l_m l_n}{324 V_e^3}\left(I_m I_n + C_m C_n + E_m E_n\right) \quad \text{(ก.17)}$$

โดยที่ $P_1 = A_m A_n + D_m D_n + G_m G_n$

$$P_2 = (D_m E_n + E_m D_n + G_m H_n + H_m G_n)\bar{x}_{tet}$$
$$P_3 = (A_m B_n + B_m A_n + G_m I_n + I_m G_n)\bar{y}_{tet}$$
$$P_4 = (A_m C_n + C_m A_n + D_m F_n + F_m D_n)\bar{z}_{tet}$$
$$P_5 = (H_m I_n + I_m H_n)xy_{tet}$$
$$P_6 = (B_m C_n + C_m B_n)yz_{tet}$$
$$P_7 = (E_m F_n + F_m E_n)xz_{tet}$$
$$P_8 = (E_m E_n + H_m H_n)x^2_{tet}$$
$$P_9 = (B_m B_n + I_m I_n)y^2_{tet}$$
$$P_{10} = (C_m C_n + F_m F_n)z^2_{tet}$$
$$\bar{x}_{tet} = \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{4}$$
$$xy_{tet} = \frac{1}{20}(\sum_{i=1}^{4} x_i y_i + 16\bar{x}_{tet}\bar{y}_{tet})$$
$$x^2_{tet} = \frac{1}{20}(\sum_{i=1}^{4} x_i^2 + 16\bar{x}^2_{tet})$$

ภาคผนวก ข

พิสูจน์การลดทอนของสนามในโมดอันดับสูง ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

ภาคผนวกนี้จะแสดงให้เห็นว่าสนามในโมดอันดับสูงจะมีการลดทอนในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมเมื่อเคลื่อนที่ห่างออกจากข้อต่อมากขึ้น ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงโดยใช้สมการของการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E

กำหนดให้บริเวณ Ω เป็นบริเวณของท่อนำคลื่นตามแนวระนาบสนามไฟฟ้าของโมดพื้นฐาน TE_{10} และมีผิวปิดล้อมบริเวณท่อนำคลื่นที่ประกอบด้วย Γ_0 เป็นผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ Γ_1, Γ_2 เป็นระนาบอ้างอิงที่พอร์ตหนึ่งและพอร์ตสองของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีขนาดความกว้าง a และความสูง b ดังรูปที่ ข.1

เมื่อป้อนสนามในโมดต่างๆจำนวน M โมด ที่ระนาบ Γ_1 เราแทนสนามบนระนาบ Γ_1 และ Γ_2 ในรูปการแผ่ขยายโมด โดยสมมุติให้สนามที่เกิดขึ้นอยู่ในรูปผลบวกของสนามจำนวน M โมดดังนี้

ระนาบ Γ_1 (พอร์ตป้อนสนาม)

$$H_x^{(1)} = \sum_{m=0}^{M-1} \hat{h}_m e^{-j\beta_m z} \qquad \text{(ข.1)}$$

ระนาบ Γ_2

$$H_x^{(2)} = \sum_{m=0}^{M-1} T_m \hat{h}_m e^{-j\beta_m z} \qquad \text{(ข.2)}$$

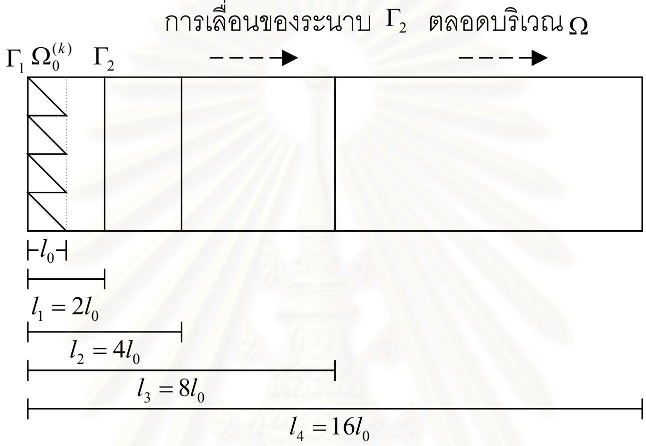
โดยที่ T_m คือสัมประสิทธิ์การส่งผ่านโมด m

$\hat{h}_m$ คือแบบรูปสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์ตามสมการ (2.35)

ตามกระบวนการมาร์ชชิง จะเริ่มจากการให้ระนาบ Γ_1 และ Γ_2 อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน เมื่อเลื่อนระนาบ Γ_2 ออกห่างจากระนาบ Γ_1 แล้วใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ แบ่งบริเวณ Ω_0 ออกเป็นอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยม จำนวน N อีลีเมนต์ ที่ประกอบโนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยมทั้งหมด N_n โนด และโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนด $k = 1,2$ ดังรูปที่ ข.1 จากนั้นประมาณฟังก์ชันสนามแม่เหล็ก H_x ภายในอีลีเมนต์ด้วยผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างแบบโนด

กับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่า ที่เป็นค่าของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่โนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยม ดังรูปที่ 2.4 ตามวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์และกระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิง จะได้ชุดสมการความสัมพันธ์ระหว่างสนามบนระนาบ Γ_1 กับระนาบ Γ_2 ดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \{H_2\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m \int \{N_i^e\} \frac{\partial H_x}{\partial z} d\Gamma^{(1)} \\ \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m \int \{N_i^e\} \frac{\partial H_x}{\partial z} d\Gamma^{(2)} \end{bmatrix} \quad (ข.3)$$



รูปที่ ข.1 ท่อนำคลื่นที่มีการป้อนสนามในโมดต่างๆ และกระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิง

เมื่อแทนอนุพันธุ์ $\frac{\partial}{\partial z}$ ของสมการ (ข.1)-(ข.2) แล้วแทนในสมการ (ข.3) จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \{H_2\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m \int \{N_i^e\} \hat{h}_m d\Gamma^{(1)} \\ -\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m \int \{N_i^e\} \hat{h}_m d\Gamma^{(2)} T_m \end{bmatrix} \quad (ข.4)$$

จากชุดสมการ (ข.4) พบว่ามีพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าจำนวน $2N_p + M$ ตัว ประกอบด้วย $\{H_x\},\{R_m\},\{T_m\}$ ในขณะที่มีสมการเพียง $2N_p$ สมการ ดังนั้นจึงต้องหาชุดสมการเพิ่มอีกจำนวน M สมการ ซึ่งหาได้จากการคูณสมการ (ข.1)-(ข.2) ด้วยฟังก์ชัน $\cos(m\pi y / b)$ โดยที่ $m = 0,1,2,...M-1$ แล้วอินทิเกรตเชิงเส้นตามแนว $\Gamma^{(k)}$ จะได้ว่า

$$T_m = \frac{\nu_m}{bL_m} \int \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) H_x d\Gamma^{(2)} \quad (ข.5)$$

และประมาณฟังก์ชัน $\cos(m\pi y/b)$ ด้วยผลบวกของผลคูณของฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติจำนวน N อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนพอร์ต k จำนวน N_p โนดดังนี้

$$\cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \approx \sum_{e=1}^{N} \{N_i\}^T \{h_m\} \qquad i = 1,2 \tag{ข.6}$$

โดยที่ $h_{mi} = \cos\left(\dfrac{m\pi y_i}{b}\right) \qquad i = 1,2$

เมื่อแทนสมการ (ข.5)-(ข.6) ลงในสมการ (ข.4) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_{11}] & [M_{12}] \\ [M_{21}] & [M_{22}]-[P] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \{H_2\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \tag{ข.7}$$

โดยที่ $[P]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p \times N_p$ และ $\{Q\}$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p \times 1$

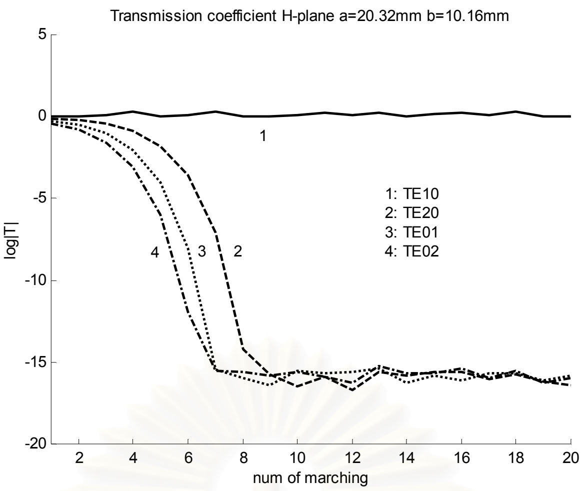
$$[P] = \sum_{m=0}^{M-1} [P_m]$$

$$[P_m] = \sum_{e=1}^{N} \frac{j\beta_m \nu_m}{b} \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(2)} \right] \{h_m\}\{h_m\}^T \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(2)} \right]$$

$$\{Q\} = \sum_{m=1}^{M-1} \{Q_m\}$$

$$\{Q_m\} = j\beta_m \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(2)} \right] \{h_m\}$$

ผลการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโมดต่างๆ เมื่อป้อนคลื่นในโมดต่างๆที่ระนาบ Γ_1 ของข้อต่อที่มีความกว้าง $a = 20.32\,mm$ $b = 10.16\,mm$ ระยะการเลื่อน Γ_2 ให้ห่างจาก Γ_1 ครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 2\,mm$ ที่ความถี่ $10\,GHz$ ซึ่งมีเพียงโมดพื้นฐาน TE_{10} เป็นโมดส่งผ่าน จะพบว่า เมื่อเพิ่มจำนวนการวนรอบซ้ำ หรือระยะห่างระหว่างระนาบ Γ_1 กับระนาบ Γ_2 เพิ่มมากขึ้นสัมประสิทธิ์การส่งผ่านในโมดอันดับสูง จะมีค่าน้อยมาก เมื่อเทียบกับโมดพื้นฐาน TE_{10} ดังรูปที่ ข.2



รูปที่ ข.2 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวรพงค์ เพชรโพธิ์ทอง เกิดวันที่ 19 สิงหาคม พ.ศ. 2519 จังหวัดกรุงเทพ สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาตร์ ในปีการศึกษา 2541 ระหว่างการศึกษาได้เข้ารับการฝึกงานภาคฤดูร้อนที่องค์การโทรศัพท์แห่งประเทศไทย และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2542