การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นสำหรับระบบรองรับแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

นายพลสิทธิ์ สันธนพิพัฒน์กุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-17-6089-2

NONLINEAR CONTROLLER DESIGN FOR ACTIVE SUSPENSION SYSTEMS USING THE IMMERSION AND INVARIANCE METHOD

Mr. Ponesit Santhanapipatkul

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2004
ISBN 974-17-6089-2

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นสำหรับระบบรองรับแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง
โดย	นายพลสิทธิ์ สันธนพิพัฒน์กุล
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ)

.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

.... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.แนบบุญ หุนเจริญ)

พลสิทธิ์ สันธนพิพัฒน์กุล: การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นสำหรับระบบรองรับแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง (NONLINEAR CONTROLLER DESIGN FOR ACTIVE SUSPENSION SYSTEMS USING THE IMMERSION AND INVARIANCE METHOD), อ. ที่ปรึกษา: ผศ.ดร. วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ, 118 หน้า, ISBN 974-17-6089-2

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบรองรับแบบแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝัง-ในและความยืนยง ตัวควบคุมที่ออกแบบมีทั้งแบบคงที่และแบบปรับตัว โดยทำการเปรียบเทียบผลการควบคุมกับการควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง และการควบคุมด้วยตัวควบคุมฟังก์ชันปรับจูน เมื่อนำตัวควบคุมที่เสนอไปประยุกต์ใช้กับระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ พบว่าสามารถใช้ควบคุมระบบรองรับเพื่อคุมค่าตำแหน่งของตัวรถแม้ว่าจะมีการรบกวนจากพื้นถนนก็ตาม และในการควบคุมแบบปรับตัวพบว่าตัวประมาณค่าพารามิเตอร์สามารถปรับตัวเข้าหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าได้เป็นอย่างดี

ภาควิชา ....วิศวกรรมไฟฟ้า.... **ลายมือชื่อนิสิต** ....

สาขาวิชา ....วิศวกรรมไฟฟ้า.... **ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา** ....

ปีการศึกษา ....2547....

##4570441121: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: IMMERSION AND INVARIANCE METHOD / BACKSTEPPING CONTROL DESIGN / TUNING FUNCTION METHOD / ACTIVE SUSPENSION SYSTEMS

PONESIT SANTHANAPIPATKUL: NONLINEAR CONTROLLER DESIGN FOR ACTIVE SUSPENSION SYSTEM USING THE IMMERSION AND INVARIANCE METHOD. THESIS ADVISOR: WATCHARAPONG KHOVIDHUNGIJ, Ph.D. 118 pp., ISBN 974-17-6089-2

This thesis presents a controller design for an active suspension system using the immersion and invariance method. The proposed controllers include a fixed controller and an adaptive controller. We compare the simulation results with those obtained using the backstepping design and the tuning function method. It is found that the proposed controllers can be used to regulate the suspension travel despite the presence of a road disturbance, and in the adaptive case, the parameter estimator gives fast adaptations towards the unknown parameter value.

Department Electrical Engineering	**Student's signature** ....
Field of study Electrical Engineering	**Advisor's signature** ....
Academic year 2004	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ ด้วยความช่วยเหลืออย่างมากของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้สละเวลาให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ ที่ทำให้ผู้วิจัยมีแนวความคิดในการทำวิทยานิพนธ์ รวมทั้งแรงจูงใจที่ทำให้ผู้วิจัยตัดสินใจศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต ผู้วิจัยจึงใคร่ขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณ และ อาจารย์ ดร. แนบบุญ หุนเจริญ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้พื้นฐานในวิชาทางระบบควบคุมให้แก่ข้าพเจ้าอย่างมุ่งมั่นและตั้งใจเสมอมา

ขอขอบพระคุณอาจารย์ ดร. ศุภวุฒิ จันทรานุวัฒน์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ ที่ได้สละเวลาให้คำปรึกษาซึ่งเป็นพื้นฐานความรู้สำหรับระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ

ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา สำหรับการอบรมเลี้ยงดู และการให้โอกาสผู้วิจัยในการศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต พร้อมกันนี้ขอขอบคุณพี่ชายและน้องชาย ที่เป็นกำลังใจให้ผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบคุณพี่จีรนุช และ พี่มานะชัย สำหรับกำลังใจ, ความช่วยเหลือ, มิตรภาพ และความปรารถนาดีที่มีให้ผู้วิจัยเสมอมา ขอขอบคุณพี่สุทธิพงษ์ พี่กรรณวัตน์ และ พี่เกียรติขจร สำหรับน้ำใจและความช่วยเหลือในฐานะรุ่นพี่ที่มีต่อผู้วิจัย ขอขอบคุณพี่จิตโกมุท พี่วทัญญู พี่อุบลวรรณ และ พี่ฐาปนา สำหรับคำแนะนำและความช่วยเหลือต่างๆ ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอขอบคุณพี่ธเนศ สำหรับบทความอันมีค่าที่ได้กรุณาส่งมาให้ผู้วิจัย และขอขอบคุณเพื่อนๆ รุ่นพี่ รุ่นน้อง ทุกคนในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุมในภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ให้กำลังใจ และคำปรึกษาในหลายๆ เรื่อง

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับทรัพยากรต่างๆ ในการศึกษา ค้นคว้าและวิจัย

สารบัญ

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การออกแบบการควบคุมโดยวิธีการฝังในและความยืนยง (immersion and invariance control) เป็นวิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบไม่เชิงเส้น ที่ใช้หลักการการฝังใน (immersion) และความยืน-ยง (invariance) ซึ่งสามารถใช้ปรับปรุงตัวควบคุมที่ออกแบบโดยใช้แบบจำลองอันดับลดให้สามารถนำไปใช้กับระบบจริงที่มีอันดับสูงกว่าได้ นอกจากนี้แล้ววิธีการนี้ยังสามารถนำไปใช้ปรับปรุงตัวควบคุมแบบคง-ที่ (fixed controller) ให้เป็นตัวควบคุมแบบปรับตัว (adaptive controller) อีกด้วย โดยที่ไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเลียปูนอฟ จึงเหมาะสำหรับในกรณีที่เรารู้ตัวควบคุมที่ทำให้เสถียรสำหรับแบบจำลองอันดับลดที่ระบุ (nominal reduced order model) ซึ่งเราอยากให้มีความคงทนแม้ว่าจะมีผลของพลวัตอันดับสูง (higher order dynamics) ก็ตาม

Astolfi and Ortega [1] ได้เสนอวิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบไม่เชิงเส้นด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงและประยุกต์ใช้เทคนิคดังกล่าวเพื่อออกแบบตัวควบคุมทำให้เสถียร (stabilizing controller) และตัวควบคุมแบบปรับตัว สำหรับระบบยกลอยด้วยแม่เหล็ก (magnetic levitation) ตัวควบคุมตามรอย (tracking controller) หุ่นยนต์ข้อต่อแบบอ่อนตัว (flexible joint robot) และระบบ visual servoing เป็นต้น

ระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ (active suspension) เป็นส่วนประกอบส่วนหนึ่งในรถยนต์ที่ทำหน้าที่ลดแรงกระแทกและการแกว่งที่เกิดขึ้นกับตัวรถเมื่อเกิดการรบกวนจากพื้นถนน ซึ่งจะทำให้ผู้ขับขี่มีความสบายในการนั่งมากขึ้นกว่าการใช้ระบบรองรับแบบกสานต์ (passive suspension)

ในการออกแบบการควบคุมระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ ช่วงแรกเป็นการออกแบบแบบจำลองอันดับลดซึ่งมีลักษณะเป็นระบบเชิงเส้น โดยละเลยพลวัตของตัวขับเร้าซึ่งมีความไม่เชิงเส้น แต่ในความเป็นจริงเราไม่สามารถใช้แรงจากตัวขับเร้าเป็นสัญญาณเข้าของแบบจำลองอันดับลดได้ ดังนั้นในงานวิจัยในระยะต่อมาจึงเป็นการออกแบบการควบคุมสำหรับแบบจำลองอันดับเต็ม และยังมีการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวโดยสมมติว่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือพารามิเตอร์ของตัวขับเร้า เนื่องจากพารามิเตอร์บางค่าของตัวขับเร้ามักจะมีความไม่แน่นอน และมีผลอย่างมากต่อสมรรถนะในการควบคุม

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงสนใจศึกษาวิธีการออกแบบการควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง มาใช้ควบคุมระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ โดยมีจุดประสงค์การควบคุมคือทำให้ระบบมีเสถียรภาพ และมีสมรรถนะที่น่าพอใจ แม้ว่าจะไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ในระบบอย่างถูกต้องแม่นยำ และนำผลการควบคุมทำให้เสถียรด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงเปรียบเทียบกับผลการควบคุมที่ได้จากการใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง เนื่องจากตัวควบคุมก้าวถอยหลังเหมาะสำหรับการควบคุมระบบไม่เชิงเส้น ซึ่งในการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงก็ใช้การควบคุมก้าวถอยหลังในการควบคุมระบบเป้าหมาย (target system) แม้ว่าตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลังจะสามารถทำให้ระบบรองรับแบบแอ็กทีฟมีเสถียรภาพได้ แต่เมื่อมีความผิดพลาดของพารามิเตอร์ในตัวขับเร้าบางค่า ผลการควบคุมจะมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมมาก

สำหรับการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงจะเปรียบเทียบกับผลการควบคุมที่ได้จากการใช้วิธีฟังก์ชันปรับจูน วิธีฟังก์ชันปรับจูนแม้ว่าจะสามารถแก้ปัญหาเรื่องความผิดพลาดในพารามิเตอร์ได้ แต่มีวิธีการออกแบบที่ค่อนข้างซับซ้อนและยุ่งยาก และกฎการปรับปรุงค่าพารามิเตอร์ไม่สามารถนำไปใช้กับการควบคุมแบบอื่นได้

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

เพื่อออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นสำหรับระบบรองรับแอ็กทีฟที่มีการรบกวนและมีความไม่แน่นอนในพารามิเตอร์ โดยใช้วิธีการฝังในและความยืนยง และเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง และตัวควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

ศึกษาทฤษฎีการฝังในและความยืนยง ทำการออกแบบการควบคุมด้วยวิธีการทำให้เสถียรแบบการฝังในและความยืนยง และตัวควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง วิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้จากการควบคุม และเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับการใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง และตัวควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาทฤษฎีการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง
2. ทดลองออกแบบตัวควบคุมทำให้เสถียรด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงกับระบบยกลอยด้วยแม่เหล็กและออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงกับสมการ Van der Pol
3. ศึกษาแบบจำลองพลวัตของระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ
4. ออกแบบการควบคุมระบบรองรับแบบแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง
5. วิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้จากการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง และตัวควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ความรู้ในการออกแบบการควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง
2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมรรถนะของระบบที่ทำการออกแบบการควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

1.6 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 6 บท

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ และขอบเขตของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีการควบคุมระบบไม่เชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วย การวิเคราะห์เสถียรภาพ, การควบคุมก้าวถอยหลัง, การควบคุมแบบปรับตัวด้วยฟังก์ชันปรับจูน, การควบคุมทำให้เสถียรแบบการฝังในและความยืนยง และการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

บทที่ 3 กล่าวถึงลักษณะทั่วไปของระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่ผ่านมา และการออกแบบการควบคุมด้วยวิธีก้าวถอยหลัง

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมทำให้เสถียรสำหรับระบบรองรับแบบแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และแสดงผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบการควบคุมระหว่างวิธีก้าวถอยหลังและวิธีการฝังในและความยืนยงในกรณีที่มีความผิดพลาดของพารามิเตอร์ในการควบคุม

บทที่ 5 กล่าวถึงการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวสำหรับระบบรองรับแบบแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และวิธีฟังก์ชันปรับจูน และแสดงผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อเปรียบเทียบผลการควบคุมแบบปรับตัวระหว่างวิธีการออกแบบทั้งสอง

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและสิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไป

บทที่ 2

ทฤษฎีการควบคุมระบบไม่เชิงเส้น

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีการควบคุมไม่เชิงเส้น โดยในตอน 2.1 กล่าวถึงการพิจารณาเสถียรภาพของระบบไม่เปลี่ยนตามเวลา ในตอน 2.2 กล่าวถึงการควบคุมก้าวถอยหลัง ในตอน 2.3 กล่าวถึงการควบคุมแบบปรับตัวด้วยฟังก์ชันปรับจูน และในตอน 2.4 กล่าวถึงการควบคุมแบบฝังในและความยืนยง

2.1 การวิเคราะห์เสถียรภาพ

ทฤษฎีเสถียรภาพมีส่วนสำคัญอย่างมากในการวิเคราะห์ระบบ ปัญหาเรื่องเสถียรภาพในการศึกษาพลวัตของระบบมีอยู่หลายแบบ แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงปัญหาเสถียรภาพของจุดสมดุล จุดสมดุลจะเสถียรถ้าทุกผลเฉลยที่เริ่มต้นจากจุดใกล้เคียงกับจุดสมดุลจะยังคงอยู่ใกล้เคียงกับจุดสมดุลเมื่อเวลาผ่านไป ถ้าเป็นอย่างอื่นหมายความว่าจุดสมดุลไม่เสถียร และจุดสมดุลจะเสถียรเชิงเส้นกำกับถ้าทุกผลเฉลยที่เริ่มต้นจากจุดใกล้เคียงกับจุดสมดุลแต่ไม่เพียงแต่จะยังคงอยู่ใกล้ แต่ลู่เข้าสู่จุดสมดุลเมื่อเวลาเข้าใกล้อนันต์

2.1.1 ระบบไม่เปลี่ยนตามเวลา

พิจารณาระบบไม่เปลี่ยนตามเวลา

$$\dot{x} = f(x) \tag{2.1}$$

โดยที่ $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ เป็นการส่งลิปสชิตซ์เฉพาะที่ (locally Lipschitz)[1] สมมติว่า $\bar{x} \in D$ เป็นจุดสมดุลของ (2.1) จะได้

$$f(\bar{x}) = 0$$

จุดประสงค์ของเราคือศึกษาเสถียรภาพของจุด $\bar{x}$ เนื่องจากจุดสมดุลใดๆ สามารถถูกเลื่อนให้มาอยู่ที่จุดกำเนิดได้โดยการเปลี่ยนตัวแปร $y = x - \bar{x}$ ซึ่งจะได้ว่า

$$\dot{y} = \dot{x} = f(x) = f(y + \bar{x}) \triangleq g(y), \quad \text{โดยที่ } g(0) = 0$$

จะเห็นได้ว่าระบบในตัวแปรสถานะ y มีจุดสมดุลที่จุดกำเนิด ดังนั้นโดยที่ไม่เป็นการสูญเสียความมีนัยทั่วไป เราจะสมมติว่า $f(x)$ สอดคล้องกับเงื่อนไข $f(0) = 0$ เสมอ และจะศึกษาเสถียรภาพของจุดกำเนิด $x = 0$

นิยาม 2.1 *ให้ $x = 0$ เป็นจุดสมดุลของ (2.1) เราจะกล่าวว่า*

[1]เราจะกล่าวว่าฟังก์ชัน f เป็นการส่งลิปชิตซ์เฉพาะที่ถ้า f ต่อเนื่องบน $[a, b] \times D$ สำหรับบางโดเมน $D \subset \mathbb{R}^n$ และ $[\partial f/\partial x]$ มีจริงและต่อเนื่องบน $[a, b] \times D$

1. *จุด $x = 0$ มีเสถียรภาพ (stable) ถ้ากำหนด $\epsilon > 0$ ให้ แล้วจะมี $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ ที่ทำให้*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0 \tag{2.2}$$

2. *จุด $x = 0$ ไม่มีเสถียรภาพ (unstable) ถ้าไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขการมีเสถียรภาพ*

3. *จุด $x = 0$ มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ (asymptotically stable) ถ้าจุดสมดุลมีเสถียรภาพและสามารถหา δ ที่ทำให้*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \to \infty} x(t) = 0 \quad \forall t \geq 0 \tag{2.3}$$

ถ้า (2.2) หรือ (2.3) เป็นจริงสำหรับทุกๆ $x(0) \in \mathbb{R}^n$ เราจะกล่าวว่า เสถียรภาพดังกล่าวเป็นเสถียรภาพวงกว้าง (global stability) หรือ เสถียรภาพเชิงเส้นกำกับวงกว้าง (global asymptotically stability)

ทฤษฎีบท 2.1 *ให้ $x = 0$ เป็นจุดสมดุลของ (2.1) และ $D \subset \mathbb{R}^n$ เป็นโดเมนที่มี $x = 0$ เป็นสมาชิก ให้ $V : D \to \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้อย่างต่อเนื่อง ซึ่งมีสมบัติดังนี้*

1. $V(0) = 0$

2. $V(x) > 0$ *ใน* $D - \{0\}$

3. $\dot{V} \leq 0$ *ใน* D
   จะได้ว่าจุด $x = 0$ มีเสถียรภาพ นอกจากนี้ถ้า

4. $\dot{V} \leq 0$ *ใน* $D - \{0\}$
   จะได้ว่าจุด $x = 0$ มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ

พิสูจน์ ดูได้ใน [7]

ฟังก์ชันหาอนุพันธ์ได้อย่างต่อเนื่อง V ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข 1–3 เรียกว่า ฟังก์ชันเลียปูนอฟ (Lyapunov function)

ทฤษฎีบท 2.2 *(B-K theorem) ให้ $x = 0$ เป็นจุดสมดุลของ (2.1) และให้ $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ เป็นฟังก์ชันหาอนุพันธ์ได้อย่างต่อเนื่อง ซึ่งมีสมบัติดังนี้*

1. $V(0) = 0$ *และ* $V(x) > 0, \quad \forall x \neq 0$

2. $V(x) \to \infty$ *เมื่อ* $\|x\| \to \infty$

3. $\dot{V}(x) < 0, \quad \forall x \neq 0$

จะได้ว่าจุด $x = 0$ มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับในวงกว้าง

พิสูจน์ ดูได้ใน [7]

สังเกตว่าถ้าจุดกำเนิด $x = 0$ เป็นจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับในวงกว้างของระบบ จะได้ว่ามันต้องเป็นจุดสมดุลเพียงจุดเดียวของระบบ

2.1.2 ทฤษฎีบทความยืนยงของลาซาล

แนวคิดของทฤษฎีบทความยืนยงของลาซาล (LaSalle's invariance theorem) คือ ถ้าในโดเมนรอบ ๆ จุดกำเนิด เราสามารถหาฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งอนุพันธ์ตามแนววิถีของระบบมีค่ากึ่งลบแน่นอน และเราสามารถแสดงให้เห็นได้ว่า ไม่มีแนววิถีใด ๆ สามารถอยู่ที่จุดที่ $\dot{V}(x) = 0$ ยกเว้นที่จุดกำเนิด จะได้ว่าจุดกำเนิดมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ

ให้ $x(t)$ เป็นผลเฉลยของ (2.1) เราจะกล่าวว่า จุด p เป็น จุดลิมิตบวก (positive limit point) ของ $x(t)$ ถ้ามีลำดับ $\{t_n\}$ โดยที่ $t_n \to \infty$ เมื่อ $n \to \infty$ และ $x(t_n) \to p$ เมื่อ $n \to \infty$ เซตของจุดลิมิตบวก ของ $x(t)$ ทั้งหมดเราเรียกว่า เซตลิมิต (limit set) ของ $x(t)$

เราจะกล่าวว่าเซต M เป็น เซตยืนยง (invariant set) ของระบบ (2.1) ถ้า

$$x(0) \in M \Rightarrow x(t) \in M, \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

นั่นคือถ้าผลเฉลยอยู่ใน M ที่เวลาหนึ่ง มันจะต้องอยู่ใน M ทุกเวลา

เราจะกล่าวว่าเซต M เรียกว่าเป็น เซตยืนยงทางบวก (positively invariant set) ของระบบ (2.1) ถ้า

$$x(0) \in M \Rightarrow x(t) \in M, \forall \geq 0$$

บทตั้ง 2.1 *ให้ $D \subset \mathbb{R}^n$ ถ้าผลเฉลย $x(t)$ ของ (2.1) มีขอบเขตและอยู่ใน D สำหรับ $t \geq 0$ และเซตลิมิตทางบวก (positive limit set) L^+ เป็น เซตไม่ว่าง (nonempty set) กระชับ (compact) และยืนยง จะได้ว่า*

$$x(t) \to L^+ \quad \text{เมื่อ} \quad t \to \infty$$

สำหรับพิสูจน์ดูได้ใน [7]

ทฤษฎีบทต่อไปเรียกว่า ทฤษฎีบทความยืนยงของลาซาล

ทฤษฎีบท 2.3 *ให้ $\Omega \subset D$ เป็นเซตกระชับซึ่งเป็นเซตยืนยงทางบวกของระบบ (2.1) ให้ $V : D \to \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชันหาอนุพันธ์ได้อย่างต่อเนื่อง โดยที่ $\dot{V} \leq 0$ ใน Ω ให้ E เป็นเซตของจุดใน Ω ซึ่ง $\dot{V} = 0$ และให้ M เป็นเซตยืนยงที่ใหญ่ที่สุดใน E จะได้ว่าผลเฉลยใด ๆ ที่เริ่มต้นใน Ω จะลู่เข้าสู่ M เมื่อ $t \to \infty$*

พิสูจน์ ให้ $x(t)$ เป็นผลเฉลยของ (2.1) ที่เริ่มต้นใน Ω เนื่องจาก $\dot{V}(x) \leq 0$ ใน Ω ดังนั้น $V(x(t))$ จะเป็นฟังก์ชันลดของ t เนื่องจาก $V(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตกระชับ Ω จะได้ว่า $V(x)$ มีขอบเขตบน Ω ให้ $V(x(t))$ มีขอบเขตเป็น a เมื่อ $t \to \infty$ และเซตลิมิตทางบวก L^+ อยู่ใน Ω เพราะว่า Ω เป็นเซตปิด สำหรับทุก $p \in L^+$ จะมีลำดับ t_n โดยที่ $t_n \to \infty$ และ $x(t_n) \to p$ เมื่อ $n \to \infty$ จากความต่อเนื่องของ $V(x)$ จะได้

$$V(p) = \lim_{n \to \infty} V(x(t_n)) = a$$

ดังนั้น $V(x) = a$ บน L^+ เนื่องจาก L^+ เป็นเซตกระชับ ซึ่งจะได้ว่า $\dot{V}(x) = 0$ บน L^+ ดังนั้น

$$L^+ \subset M \subset E \subset \Omega$$

เนื่องจาก $x(t)$ มีขอบเขต จากบทตั้ง 2.1) จะได้ว่า $x(t)$ ลู่เข้าสู่ L^+ เมื่อ $t \to \infty$ ดังนั้น $x(t)$ จึงลู่เข้าสู่ M เมื่อ $t \to \infty$

2.2 การควบคุมก้าวถอยหลัง

การควบคุมก้าวถอยหลัง เป็นกระบวนการทำสลับไปมาระหว่างการเลือกฟังก์ชันเลียปูนอฟและการออกแบบการควบคุมป้อนกลับสถานะ ในการออกแบบจะแบ่งระบบที่พิจารณาออกเป็นระบบที่มีอันดับลดลงหรือเป็นระบบสเกลาร์ก็ได้ การควบคุมก้าวถอยหลังสามารถนำไปใช้กับการแก้ปัญหาด้านเสถียรภาพ, การตามรอย และระบบที่ต้องการความคงทน

หลักการเบื้องต้น

พิจารณาระบบ

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi \tag{2.4}$$

$$\dot{\xi} = u \tag{2.5}$$

โดยที่ $[\eta^T, \xi]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ คือสถานะ $u \in \mathbb{R}$ คือสัญญาณเข้าของระบบ และ $f : D \to \mathbb{R}^n, g : D \to \mathbb{R}^n$ เป็นฟังก์ชันที่รู้ค่าและมีความปรับเรียบ (smoothness) ในโดเมน $D \subset \mathbb{R}^n$ ที่มี $\eta = 0$ เป็นสมาชิก โดยที่ $f(0) = 0$

เป้าหมายในการออกแบบคือ ออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะเพื่อทำให้ระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพที่จุดกำเนิด $(\eta = 0, \xi = 0)$

สมมติว่าระบบในสมการ (2.4) สามารถทำให้มีเสถียรภาพได้ด้วยตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่มีความปรับเรียบ $\xi = \phi(\eta)$ โดยที่ $\phi(0) = 0$ และจุดกำเนิดของ

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)$$

มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ฟังก์ชันเลียปูนอฟ $V(\eta)$ ที่เลือกต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\frac{\partial V}{\partial \eta}\left[f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)\right] \leq -W(\eta),\ \forall \eta \in D \tag{2.6}$$

โดยที่ $W(\eta)$ เป็นฟังก์ชันบวกแน่นอน และเมื่อบวกเข้าและลบออกพจน์ $g(\eta)\phi(\eta)$ ทางด้านขวาของสมการ (2.4) จะได้

$$\dot{\eta} = \left[f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)\right] + g(\eta)\left[\xi - \phi(\eta)\right] \tag{2.7}$$

$$\dot{\xi} = u \tag{2.8}$$

จะได้แผนภาพกรอบของระบบควบคุม (2.7)–(2.8) ดังรูป 2.2

ถ้ากำหนดตัวแปรใหม่

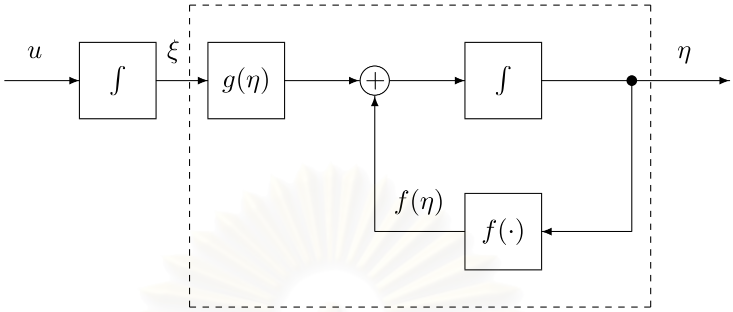
$$z = \xi - \phi(\eta)$$

จะสามารถเขียนสมการ (2.7) และ (2.8) ได้เป็น

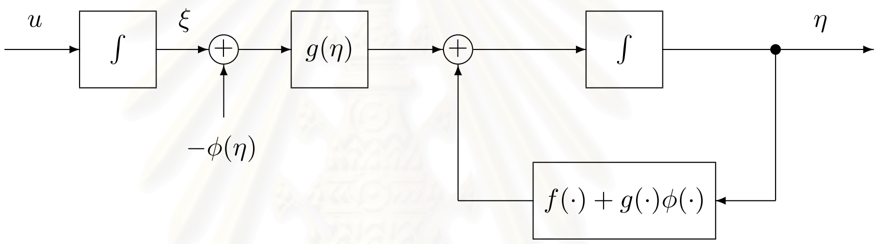
$$\dot{\eta} = \left[f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)\right] + g(\eta)z \tag{2.9}$$

$$\dot{z} = u - \dot{\phi} \tag{2.10}$$

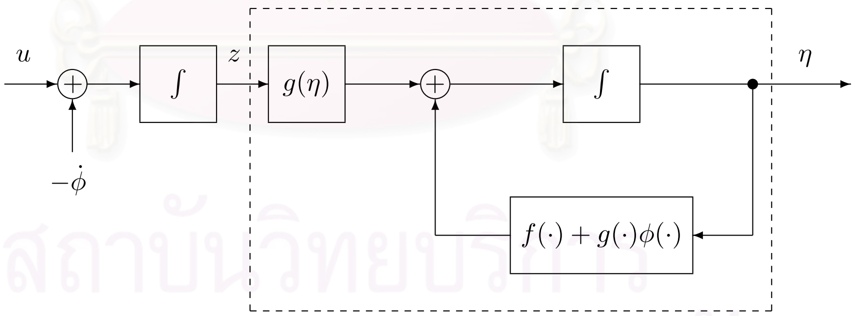
ดังนั้นจะเขียนแผนภาพกรอบของระบบควบคุม (2.9)–(2.10) ได้ดังรูป 2.3 จากรูป 2.3 จะดูเสมือนว่า $-\phi(\eta)$ ก้าวถอยหลัง (backstepping) ผ่านเครื่องหาปริพันธ์



รูปที่ 2.1: แผนภาพกรอบของระบบควบคุม (2.4)–(2.5)



รูปที่ 2.2: แผนภาพกรอบของระบบควบคุมที่พิจารณาหลังจัดรูปตัวแปรในสมการ (2.4) ใหม่



รูปที่ 2.3: แผนภาพกรอบของระบบควบคุม (2.9)–(2.10)

ถ้าสมมติว่า f, g และ ϕ เป็นฟังก์ชันที่รู้ค่า จะสามารถคำนวณ $\dot{\phi}$ ได้จากความสัมพันธ์

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial \eta}\left[f(\eta) + g(\eta)\xi\right]$$

ถ้าให้ $v = u - \dot{\phi}$ ระบบจะลดรูปลงเหลืออยู่ในรูปการต่ออนุกรม ดังนี้

$$\dot{\eta} = [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + g(\eta)z \tag{2.11}$$

$$\dot{z} = v \tag{2.12}$$

ซึ่งมีรูปแบบคล้ายกับระบบที่เริ่มต้นพิจารณา แต่ส่วนประกอบแรกคือสมการ (2.11) จะมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับที่จุดกำเนิดเมื่อสัญญาณเข้า $z = 0$ ถ้าเลือกฟังก์ชันเลียปูนอฟสำหรับระบบทั้งหมดเป็น

$$V_a(\eta, \xi) = V(\eta) + \frac{1}{2} z^2$$

จะได้ว่า

$$\dot{V}_a = \frac{\partial V}{\partial \eta} \left[f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) \right] + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) z + zv \leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) z + zv$$

ซึ่งถ้าเลือก

$$v = -\frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - kz, \quad k > 0$$

จะได้ว่า

$$\dot{V}_a \leq -W(\eta) - kz^2$$

และเนื่องจาก $\phi(0) = 0$ เพราะฉะนั้นจะสรุปได้ว่าจุดกำเนิด $(\eta = 0, \xi = 0)$ มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ถ้าแทนค่า v, z และ $\dot{\phi}$ ลงในสมการ (2.10), (2.12) จะหาค่าการควบคุมป้อนกลับสถานะ ได้เป็น

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \left[f(\eta) + g(\eta)\xi \right] - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - k \left[\xi - \phi(\eta) \right] \tag{2.13}$$

ถ้าสมมติฐานทั้งหมดเป็นจริงในวงกว้างและ $V(\eta)$ ไม่มีขอบเขตตามแนวรัศมี (radially unbounded) จะได้ว่าจุดกำเนิดมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ

ที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถสรุปเป็นทฤษฎีบทได้ดังนี้

ทฤษฎีบท 2.4 *[7] พิจารณาระบบ (2.4)–(2.5) และใช้ $\phi(\eta)$ ในการทำให้มีเสถียรภาพ โดยการป้อนกลับสถานะสำหรับ (2.4) โดยที่ $\phi(0) = 0$ และ $V(\eta)$ เป็นฟังก์ชันเลียปูนอฟ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข (2.6) สำหรับฟังก์ชันบวกแน่นอน $W(\eta)$ บางฟังก์ชัน จะได้ว่าตัวควบคุมป้อนกลับใน (2.13) จะสามารถทำให้จุดกำเนิดของระบบ (2.4)–(2.5) มีเสถียรภาพได้ โดยมี $V(\eta) + \frac{1}{2}[\xi - \phi(\eta)]^2$ เป็นฟังก์ชันเลียปูนอฟ และถ้าสมมติฐานทั้งหมดเป็นจริงในวงกว้างและ $V(\eta)$ ไม่มีขอบเขตตามแนวรัศมีจะได้ว่าจุดกำเนิดของระบบ (2.4)–(2.5) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับวงกว้าง*

พิจารณาระบบ (2.4)–(2.5) ในกรณีทั่วไปมากขึ้น

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\xi \tag{2.14}$$

$$\dot{\xi} = f_a(\eta, \xi) + g_a(\eta, \xi) u \tag{2.15}$$

โดยที่ f_a และ g_a มีความปรับเรียบในช่วงโดเมนที่สนใจนิยาม

$$u_a = f_a(\eta, \xi) + g_a(\eta, \xi) u$$

ถ้า $g_a \neq 0$ ในช่วงโดเมนที่สนใจจะได้สัญญาณเข้าเป็น

$$u = \frac{1}{g_a(\eta, \xi)} \left[u_a - f_a(\eta, \xi) \right] \tag{2.16}$$

ซึ่งสามารถลดรูปสมการ (2.15) ให้อยู่ในรูปแบบเครื่องหาปริพันธ์ (integrator form) ได้เป็น $\dot{\xi} = u_a$

ถ้ามีการทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพโดยการป้อนกลับสถานะโดยที่ $\phi(\eta)$ และฟังก์ชันเลียปูนอฟ $V(\eta)$ สอดคล้องกับทฤษฎีบท 2.4 สำหรับสมการ (2.14) จะได้

$$u = \phi_a(\eta, \xi) = \frac{1}{g_a(\eta, \xi)} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\xi] - \frac{\partial V}{\partial \eta} g(\eta) - k[\xi - \phi(\eta)] - f_a(\eta, \xi) \right\} \tag{2.17}$$

สำหรับค่า $k > 0$ บางค่าและ

$$V_a(\eta, \xi) = V(\eta) + \frac{1}{2}[\xi - \phi(\eta)]^2 \tag{2.18}$$

ตัวอย่าง 2.1 *[7] พิจารณาระบบ*

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1^2 - x_1^3 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= u \end{aligned}$$

ซึ่งอยู่ในรูป (2.4)–(2.5) โดยที่ $\eta = x_1$ และ $\xi = x_2$ เราเริ่มต้นพิจารณาระบบสเกลาร์

$$\dot{x}_1 = x_1^2 - x_1^3 + x_2$$

โดยที่มอง x_2 เป็นสัญญาณเข้า และออกแบบการควบคุมป้อนกลับ $x_2 = \phi(x_1)$ เพื่อทำให้จุดกำเนิด $x_1 = 0$ เสถียรถ้าเลือก

$$x_2 = \phi(x_1) = -x_1^2 - x_1$$

จะได้

$$\dot{x}_1 = -x_1 - x_1^3$$

และฟังก์ชันเลียปูนอฟ $V(x) = \frac{1}{2}x_1^2$ จะสอดคล้องกับ

$$\dot{V} = -x_1^2 - x_1^4 \leq -x_1^2, \quad \forall x_1 \in \mathbb{R}$$

จากทฤษฎีบท 2.4 เราจะได้ตัวควบคุม

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x_1}(x_1^2 - x_1^3 + x_2) - \frac{\partial V}{\partial x_1} - [x_2 - \phi(x_1)] \\ &= -(2x_1 + 1)(x_1^2 - x_1^3 + x_2) - x_1 - (x_2 + x_1^2 + x_1) \end{aligned}$$

ที่ทำให้จุดกำเนิด $x = 0$ มีเสถียรภาพในวงกว้าง และฟังก์ชันเลียปูนอฟสำหรับระบบวงวนปิดคือ

$$V_a(x) = \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}(x_2 + x_1^2 + x_1)^2$$

2.2.1 การทำให้เสถียรของระบบไม่เชิงเส้นในรูปแบบป้อนกลับโดยแท้

โดยการประยุกต์กระบวนการ การวนรอบระหว่างการหาฟังก์ชันเลียปูนอฟกับการออกแบบตัวควบคุมของการควบคุมก้าวถอยหลังเราจะสามารถทำให้ระบบไม่เชิงเส้นในรูปแบบป้อนกลับโดยแท้ (strict-feedback from) มีเสถียรภาพได้เช่นกัน

ระบบไม่เชิงเส้นในรูปแบบป้อนกลับโดยแท้มีรูปแบบดังนี้

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= f_0(x) + g_0(x)z_1 \\
\dot{z}_1 &= f_1(x, z_1) + g_1(x, z_1)z_2 \\
\dot{z}_2 &= f_2(x, z_1, z_2) + g_1(x, z_1, z_2)z_3 \\
&\vdots \\
\dot{z}_{k-1} &= f_{k-1}(x, z_1, \ldots, z_{k-1}) + g_{k-1}(x, z_1, \ldots, z_{k-1})z_k \\
\dot{z}_k &= f_k(x, z_1, \ldots, z_k) + g_k(x, z_1, \ldots, z_k)u
\end{aligned}
$$

โดยที่

- $x \in \mathbb{R}^n$ และ $z_1, \ldots, z_k \in \mathbb{R}$
- $f_0, \ldots, f_k$ มีค่าเป็นศูนย์ที่จุดกำเนิด
- $g_i(x, z_1, \ldots, z_k) \neq 0$ ทุกค่า $1 \leq i \leq k$ ในช่วงโดเมนที่สนใจ

เริ่มต้นพิจารณาระบบย่อย

$$
\dot{x} = f_0(x) + g_0(x)z_1 \tag{2.19}
$$

$$
\dot{z}_1 = f_1(x, z_1) + g_1(x, z_1)z_2 \tag{2.20}
$$

โดยมอง z_1 เป็นสัญญาณเข้า และสมมติว่าเราสามารถทำให้ระบบย่อย (2.19)–(2.20) มีเสถียรภาพได้ด้วยการควบคุมป้อนกลับสถานะ $z_1 = \phi_0(x)$ โดยที่ $\phi_0(0) = 0$ สังเกตว่าระบบ (2.19)–(2.20) ที่พิจารณานี้เป็นกรณีพิเศษของระบบ (2.14)–(2.15) โดยที่

$$
\eta = x,\ \xi = z_1,\ u = z_2,\ f = f_0,\ g = g_0,\ f_a = f_1,\ g_a = g_1
$$

ใช้สมการ (2.17)–(2.18) จะได้การควบคุมป้อนกลับสถานะ

$$
\phi_1(x, z_1) = \frac{1}{g_1}\left[\frac{\partial \phi_0}{\partial x}(f_0 + g_0 z_1) - \frac{\partial V_0}{\partial x} g_0 - k_1(z_1 - \phi) - f_1\right], \quad k_1 > 0
$$

และฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$
V_1(x, z_1) = V_0(x) + \frac{1}{2}\left[z_1 - \phi(x)\right]^2
$$

ต่อไปพิจารณาระบบ

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= f_0(x) + g_0(x)z_1 \\
\dot{z}_1 &= f_1(x, z_1) + g_1(x, z_1)z_2 \\
\dot{z}_2 &= f_2(x, z_1, z_2) + g_1(x, z_1, z_2)z_3
\end{aligned}
$$

ซึ่งเป็นกรณีพิเศษของระบบ (2.14)–(2.15) โดยที่

$$\eta = \begin{bmatrix} x \\ z_1 \end{bmatrix},\ \xi = z_2,\ u = z_3,\ f = \begin{bmatrix} f_0 + g_0 z_1 \\ f_1 \end{bmatrix},\ g = \begin{bmatrix} 0 \\ g_1 \end{bmatrix},\ f_a = f_2,\ g_a = g_2$$

เมื่อใช้สมการ (2.17)–(2.18) จะได้การควบคุมป้อนกลับสถานะ

$$\phi_2(x, z_1, z_2) = \frac{1}{g_2}\left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x}(f_0 + g_0 z_1) + \frac{\partial \phi_1}{\partial z_1}(f_1 + g_1 z_2) - \frac{\partial V_1}{\partial z_1} g_1 - k_2(z_2 - \phi_1) - f_2\right], \quad k_2 > 0$$

และได้ฟังก์ชันเลียปูนอฟเป็น

$$V_2(x, z_1, z_2) = V_1(x, z_1) + \frac{1}{2}\left[z_2 - \phi_2(x, z_1)\right]^2$$

เมื่อทำตามกระบวนการนี้ซ้ำจนครบ k ครั้งจะได้การควบคุมป้อนกลับสถานะ ที่ทำให้ระบบทั้งหมดมีเสถียรภาพเป็น $u = \phi_k(x, z_1, \ldots, z_k)$ และฟังก์ชันเลียปูนอฟ $V_k(x, z_1, \ldots, z_k)$

2.3 การควบคุมแบบปรับตัวที่ใช้ฟังก์ชันปรับจูน

ในการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวโดยวิธีฟังก์ชันปรับจูน (tuning function) กฎการควบคุมจะถูกออกแบบอย่างซ้ำๆ ในแต่ละขั้นตอนที่ต่อเนื่องกันตามลำดับ เราจะออกแบบฟังก์ชันการปรับจูนเพื่อใช้ในกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ แต่กฎการปรับตัวที่ได้จากการออกแบบในแต่ละขั้นตอนไม่ใช่กฎการปรับ-ตัวที่จะนำมาใช้ แต่ตัวควบคุมจะใช้ฟังก์ชันการปรับจูนเหล่านี้ในการชดเชยผลของความผิดพลาดในสภาวะชั่วครู่ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ (parameter estimation transients) ฟังก์ชันปรับจูนตัวสุดท้ายเท่านั้นที่จะถูกนำมาใช้เป็นกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ที่แท้จริง

หลักการเบื้องต้น

แนวคิดพื้นฐานของการควบคุมแบบปรับตัวตามแนวเลียปูนอฟคือ การออกแบบกฎการควบคุมและกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์เพื่อประกันว่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูนอฟที่เหมาะสมจะมีค่าไม่เป็นบวกเสมอ สิ่งที่เราต้องการหาในการออกแบบมี 3 สิ่งคือ ฟังก์ชันเลียปูนอฟ, กฎการควบคุม และกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์

พิจารณาระบบไม่เชิงเส้น

$$\dot{x} = f(x) + F(x)\theta + g(x)u, \quad x \in \mathbb{R}^n,\ u \in \mathbb{R} \tag{2.21}$$

โดยที่ $\theta \in \mathbb{R}^p$ เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์คงตัวแต่ไม่ทราบค่าและ $f(x), F(x)$ และ $g(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีความปรับเรียบ เพื่อความง่ายในการวิเคราะห์เราสมมติว่า $f(0) = 0,\ F(0) = 0$ ดังนั้น $x = 0$ เป็นจุดสมดุลของพลานต์

ในการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวส่วนมากจะใช้หลักสมมูลความแน่นอน (certainty equivalence principle) ในการออกแบบ ในกรณีที่รู้ค่าแน่นอนของ $\hat{\theta}$ สมมติว่างานของเราในที่นี้คือการออกแบบการควบคุมป้อนกลับสถานะ $u = \alpha_c(x, \theta)$ ซึ่งทำให้จุดสมดุล $x = 0$ มีเสถียรภาพเทียบกับฟังก์ชันเลียปูนอฟ $V_c(x, \theta)$ (ตัวห้อย "c" หมายถึง "certainty equivalent") เรารู้ว่า $V_c(x, \theta)$ เป็นฟังก์ชันบวก

แน่นอน และไม่มีขอบเขตตามแนวรัศมีในตัวแปร x สำหรับค่า θ ทุกค่าและมีฟังก์ชัน $W(x,\theta)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันบวกแน่นอนใน x สำหรับค่า θ ทุกค่าซึ่งทำให้

$$\frac{\partial V_c}{\partial x}[f(x) + F(x)\theta + g(x)\alpha_c(x,\theta)] \leq -W(x,\theta)$$

แนวคิดของของหลักการสมมูลความแน่นอนคือแทนที่ θ ด้วยค่าประมาณ $\hat{\theta}$ ซึ่งได้มาจากกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\tau(x,\hat{\theta}) \tag{2.22}$$

โดยที่เมทริกซ์อัตราขยายในการปรับตัว (adaptation gain matrix) Γ มีค่าบวกแน่นอน เราต้องเลือก u และ τ เพื่อประกันว่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูนอฟมีค่าไม่เป็นบวกสำหรับระบบ (2.21) และ (2.22) ฟังก์ชันเลียปูนอฟที่เลือกคือ

$$V(x,\hat{\theta}) = V_c(x,\hat{\theta}) + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T\Gamma^{-1}\tilde{\theta}$$

โดยที่ความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์คือ

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$$

แนวคิดของการควบคุมปรับตัวแบบฟังก์ชันการปรับจูน คือป้องกันไม่ให้สภาวะชั่วครู่ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ ทำลายความไม่เป็นบวกของอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูนอฟ

นิยาม 2.2 *เราจะกล่าวว่าระบบ*

$$\dot{x} = f(x) + F(x)\theta + g(x)u \tag{2.23}$$

สามารถทำให้เสถียรแบบปรับตัวในวงกว้าง (globally adaptively stabilizable) ถ้ามี

1. *ฟังก์ชัน* $\alpha(x,\hat{\theta})$ *ซึ่งมีความปรับเรียบบน* $(\mathbb{R}^n \setminus \{0\}) \times \mathbb{R}^p$ *โดยที่* $\alpha(0,\hat{\theta}) \equiv 0$
2. *ฟังก์ชันปรับเรียบ* $\tau(x,\hat{\theta})$ *และ*
3. *เมทริกซ์สมมาตรบวกแน่นอน* Γ *ที่มีมิติ* $p \times p$

ซึ่งพลวัติของตัวควบคุม

$$u = \alpha(x,\hat{\theta}) \tag{2.24}$$
$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\tau(x,\hat{\theta}) \tag{2.25}$$

ประกันว่าผลเฉลยของ $(x(t),\hat{\theta}(t))$ *มีขอบเขตในวงกว้างและ* $x(t) \to 0$ *เมื่อ* $t \to \infty$ *สำหรับ* $\theta \in \mathbb{R}^p$ *ทุกค่า*

2.3.1 ระบบป้อนกลับโดยแท้

พิจารณาการออกแบบตัวควบคุมปรับตัวเพื่อทำให้จุดสมดุล y_s ของระบบป้อนกลับโดยแท้ (parametric strict-feedback system) มีเสถียรภาพในวงกว้าง โดยมอง x_1 เป็นสัญญาณออก

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T\theta \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T\theta \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T\theta \\ \dot{x}_n &= \beta(x)u + \varphi_n(x)^T\theta\end{aligned} \tag{2.26}$$

โดยที่ $\theta \in \mathbb{R}^p$ เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์คงตัวแต่ไม่ทราบค่า, β และ $F = [\varphi_1, \dots, \varphi_n]$ เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นที่มีความปรับเรียบใน $\mathbb{R}^n$ และ $\beta(x) \neq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}^n$

เราเริ่มทำให้ระบบเสถียรแบบปรับตัวในสมการแรกของ (2.26) โดยมอง x_2 เป็นการควบคุมเสมือน ในขั้นตอนที่ i ระบบย่อยอันดับ i จะถูกทำให้เสถียรโดยอาศัยฟังก์ชันเลียปูนอฟ V_i โดยการออกแบบฟังก์ชันทำให้เสถียร α_i และฟังก์ชันปรับจูน τ_i ส่วนกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ $\hat{\theta}$ และการควบคุมป้อนกลับ u จะถูกออกแบบในขั้นตอนสุดท้ายดังต่อไปนี้ สังเกตว่าในขั้นตอนที่สามเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการออกแบบ

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดตัวแปรผิดพลาด

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_s \\ z_2 &= x_2 - \alpha_1 \end{aligned}$$

จัดรูปสมการแรกใน (2.26) ใหม่เป็น

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1 + w_1(x_1)^T\theta \tag{2.27}$$

เนื่องจากมีความแตกต่างกันในแต่ละขั้นตอนเราจะนิยาม เวกเตอร์ถดถอย (regressor vector) ตัวแรกเป็น

$$w_1(x_1) \triangleq \varphi_1(x_1)$$

พิจารณาการทำให้ (2.27) เสถียรโดยพิจารณาฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V_1(x, \hat{\theta}) = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T\Gamma^{-1}\tilde{\theta} \tag{2.28}$$

ซึ่งมีอนุพันธ์คือ

$$\dot{V}_1 = z_1(z_2 + \alpha_1 + w_1^T\hat{\theta}) - \tilde{\theta}^T\Gamma^{-1}(\dot{\hat{\theta}} - \Gamma w_1 z_1)$$

เราสามารถกำจัดเทอม $\tilde{\theta}$ ใน $\dot{V}_1$ ด้วยกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\tau_1$ โดยที่

$$\tau_1(x_1) = w_1(x_1)z_1 \tag{2.29}$$

ถ้า x_2 เป็นการควบคุมจริง เราควรให้ $z_2 \equiv 0$ นั่นคือ $x_2 \equiv \alpha_1$ เพื่อจะทำให้ $\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2$ เราเลือก

$$\alpha_1(x_1, \hat{\theta}) = -c_1 z_1 - w_1(x_1)^T \hat{\theta} \tag{2.30}$$

แต่เนื่องจาก x_2 ไม่ใช่การควบคุมจริง เราไม่สามารถให้ $z_2 \equiv 0$ และเราไม่ใช้ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_1$ เป็นกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ แต่เรารักษา τ_1 เป็นฟังก์ชันการปรับจูนตัวแรกและยอมให้มีพจน์ของ $\tilde{\theta}$ ใน V_1

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 - \tilde{\theta}^T(\Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}} - \tau_1) \tag{2.31}$$

พจน์ $z_1 z_2$ ในสมการ (2.31) จะถูกกำจัดในขั้นตอนต่อไป จาก $\alpha_1(x_1, \hat{\theta})$ ใน (2.30) จะได้ระบบย่อยของ z_1 เป็น

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 + w_1(x_1)^T \tilde{\theta} \tag{2.32}$$

ขั้นตอนที่ 2 ในขั้นตอนนี้เราพิจารณา x_3 เป็นการควบคุมเสมือนในสมการที่สองของ (2.26) ให้

$$z_3 = x_3 - \alpha_2 \tag{2.33}$$

เราจัดรูป $\dot{x}_2 = x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta$ เป็น

$$\dot{z}_2 = z_3 + \alpha_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + w_2(x_1, x_2, \tilde{\theta})^T \theta - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \tag{2.34}$$

เราจะนิยามเวกเตอร์ถดถอยตัวที่สอง w_2 เป็น

$$w_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) = \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \tag{2.35}$$

ในขั้นตอนนี้เราจะทำให้ระบบ (z_1, z_2) เสถียรโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2$$

ซึ่งอนุพันธ์คือ

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 + z_2 \left[z_1 + z_3 + \alpha_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + w_2^T \hat{\theta} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \right] \\ &\quad + \tilde{\theta}^T \left(\tau_1 + w_2 z_2 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \right) \end{aligned}$$

เราสามารถกำจัดเทอม $\tilde{\theta}$ จาก $\dot{V}_2$ ด้วยการเลือกกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_2$ โดยที่

$$\tau_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) = \tau_1 + w_2 z_2 = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

ถ้า x_3 เป็นการควบคุมจริง จะได้ $z_3 \equiv 0$ เราต้องการให้ $\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2$ ซึ่งทำได้โดยการออกแบบ α_2

$$\alpha_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) = -z_1 - c_2 z_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - w_2^T \hat{\theta} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_2 \tag{2.37}$$

เราจะเก็บ τ_2 เป็นฟังก์ชันปรับจูนตัวที่สองในพจน์ $\Gamma \tau_2$ ซึ่งแทน $\dot{\hat{\theta}}$ ใน (2.37) อย่างไรก็ตามเราไม่ใช้ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_2$ เป็นกฎปรับปรุงพารามิเตอร์ ดังนั้นจะได้ $\dot{V}_2$ คือ

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} (\Gamma \tau_2 - \dot{\hat{\theta}}) + \tilde{\theta}^T (\tau_2 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}})$$

สองเทอมแรกใน $\dot{V}_2$ เป็นลบแน่นอน และเทอมที่สามจะถูกกำจัดในขั้นตอนต่อไป แทน (2.37) ลงใน (2.34) ระบบย่อย (z_1, z_2) จะเป็น

$$\left[\begin{array}{c} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc} -c_1 & 1 \\ -1 & -c_2 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} z_1 \\ z_2 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} w_1^T \\ w_2^T \end{array}\right] \tilde{\theta} + \left[\begin{array}{c} 0 \\ z_3 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}}(\Gamma \tau_2 - \dot{\hat{\theta}}) \end{array}\right] \quad (2.38)$$

ขั้นตอนที่ 3 จากสมการที่สามใน (2.26) เราให้

$$z_4 = x_4 - \alpha_3$$

และจัดรูป $\dot{x}_3 = x_4 + \varphi_3(x_1, x_2, x_3)^T \theta$ ใหม่เป็น

$$\dot{z}_3 = z_4 + \alpha_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} x_3 + w_3(x_1, x_2, x_3, \hat{\theta})^T \theta - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \quad (2.39)$$

โดยที่เวกเตอร์ถดถอยตัวที่สาม w_3 นิยามเป็น

$$w_3(x_1, x_2, x_3, \hat{\theta}) = \varphi_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2 \quad (2.40)$$

ในขั้นตอนนี้เราจะทำให้ระบบ (z_1, z_2, z_3) เสถียรเมื่อพิจารณาจากฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2$$

ซึ่งอนุพันธ์คือ

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} (\Gamma \tau_2 - \dot{\hat{\theta}}) \\ &\quad + z_3 \left[z_2 + z_4 + \alpha_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} x_3 + w_3^T \hat{\theta} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \right] \\ &\quad + \tilde{\theta}^T \left(\tau_2 + w_3 z_3 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \right) \end{aligned} \quad (2.41)$$

เราสามารถกำจัดเทอม $\tilde{\theta}$ จาก $\dot{V}_3$ ด้วยกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_3$ โดยที่ τ_3 คือฟังก์ชันการปรับจูนตัวที่สาม

$$\tau_3(x_1, x_2, x_3, \hat{\theta}) = \tau_2 + w_3 z_3 = \left[\begin{array}{ccc} w_1 & w_2 & w_3 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{array}\right] \quad (2.42)$$

ถ้า x_3 เป็นการควบคุมจริง จะได้ $z_4 \equiv 0$ เราต้องการให้ $\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2$ ซึ่งทำได้โดยการออกแบบ α_3 เป็น

$$\begin{aligned} \alpha_3(x_1, x_2, x_3, \hat{\theta}) &= -z_2 - c_3 z_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} x_3 - w_3^T \hat{\theta} \\ &\quad + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_3 + \nu_3 \end{aligned} \quad (2.43)$$

โดยที่ ν_3 เป็นพจน์แก้ไข (correction term) ที่จะเลือกให้เหมาะสมในภายหลัง แทน (2.43) ใน (2.41) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= \dot{\hat{\theta}} - \Gamma \tau_3 + \Gamma \tau_3 - \Gamma \tau_2 \\ &= \dot{\hat{\theta}} - \Gamma \tau_3 + \Gamma w_3 z_3 \end{aligned} \quad (2.44)$$

(2.41) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_3 \left(\nu_3 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_3 z_2 \right) \\ &\quad + z_3 z_4 + \left(z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} + z_3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \right) (\Gamma \tau_3 - \dot{\hat{\theta}}) + \tilde{\theta}^T (\tau_3 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}) \end{aligned} \tag{2.45}$$

และระบบย่อย (z_1, z_2, z_3) จะกลายเป็น

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & 0 \\ -1 & -c_2 & 1 \\ 0 & -1 & -c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1^T \\ w_2^T \\ w_3^T \end{bmatrix} \tilde{\theta} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_3 z_3 \\ \nu_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} (\Gamma \tau_3 - \dot{\hat{\theta}}) \\ z_4 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} (\Gamma \tau_3 - \dot{\hat{\theta}}) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.46}$$

ถ้า x_4 เป็นการควบคุมจริง เราอยากได้ $z_4 = 0$ และกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_3$ เวกเตอร์สุดท้ายในสมการ (2.46) จะเป็นศูนย์ อย่างไรก็ตาม เทอมที่ทำให้ไม่เสถียร $-\frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_3 z_3$ ยังคงอยู่ จาก (2.45) เลือก ν_3 เป็น

$$\nu_3(x_1, x_2, x_3, \hat{\theta}) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_3 z_2 \tag{2.47}$$

เราไม่ใช้ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_3$ เป็นกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ และจะได้ $\dot{V}_3$ เป็น

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_3 z_4 \tag{2.48}$$

$$+ \left(z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} + z_3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \right) (\Gamma \tau_3 - \dot{\hat{\theta}}) + \tilde{\theta}^T (\tau_3 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}) \tag{2.49}$$

และระบบย่อย (z_1, z_2, z_3) จะกลายเป็น

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & 0 \\ -1 & -c_2 & 1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_3 \\ 0 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_3 & -1 & -c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1^T \\ w_2^T \\ w_3^T \end{bmatrix} \tilde{\theta} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \\ \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \end{bmatrix} (\Gamma \tau_3 - \dot{\hat{\theta}}) \end{aligned} \tag{2.50}$$

เมทริกซ์ในระบบ (2.50) มีคุณสมบัติที่สำคัญคือเป็นเมทริกซ์สมมาตรเสมือน (skew symmetry matrix) ซึ่งเกิดจากการเลือก ν_3 ใน (2.47)

ขั้นตอนที่ i ให้

$$z_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_i \tag{2.51}$$

เราจัดรูป $\dot{x}_i = x_{i+1} + \varphi_i(x_1, \ldots, x_i)^T \theta$ ใหม่เป็น

$$\dot{z}_i = z_{i+1} + \alpha_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} + w_i(x_1, \ldots, x_i, \hat{\theta})^T \theta - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \tag{2.52}$$

โดยที่เวกเตอร์ถดถอยตัวที่ i นิยามเป็น

$$w_i(x_1,\ldots,x_i,\hat{\theta}) = \varphi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}\varphi_k \tag{2.53}$$

จุดประสงค์ของเราคือทำให้ระบบ $(z_1,\ldots,z_i)$ เสถียรเมื่อพิจารณาจากฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2}z_i^2 \tag{2.54}$$

ซึ่งมีอนุพันธ์คือ

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i &= -\sum_{k=1}^{i-1} c_k z_k^2 + \left(\sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1}\frac{\partial\alpha_k}{\partial\hat{\theta}}\right)(\Gamma\tau_{i-1} - \dot{\hat{\theta}}) \\
&\quad + z_i\left[z_{i-1} + z_{i+1} + \alpha_i - \sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}x_{k+1} + w_i^T\hat{\theta} - \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}}\right] \\
&\quad + \tilde{\theta}^T\left(\tau_{i-1} + w_i z_i - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}\right)
\end{aligned} \tag{2.55}$$

เราสามารถกำจัดเทอม $\tilde{\theta}$ จาก $\dot{V}_i$ ด้วยกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\tau_i$ โดยที่

$$\tau_i(x_1,\ldots,x_i,\hat{\theta}) = \tau_{i-1} + z_i w_i = \begin{bmatrix} w_1 & \ldots & w_i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_i \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

ในการกำจัดพจน์ z_{i+1} เราต้องการให้ $\dot{V}_i = -\sum_{k=1}^{i} c_k z_k^2$ ด้วยการออกแบบ α_i เป็น

$$\begin{aligned}
\alpha_i(x_1,\ldots,x_i,\hat{\theta}) &= -z_{i-1} - c_i z_i + \sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial x_k}x_{k+1} - w_i^T\hat{\theta} \\
&\quad + \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat{\theta}}\Gamma\tau_i + \nu_i
\end{aligned} \tag{2.57}$$

โดยที่ ν_i เป็นพจน์แก้ไขที่ถูกเลือกแล้ว และ

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{\theta}} - \Gamma\tau_{i-1} &= \dot{\hat{\theta}} - \Gamma\tau_i + \Gamma\tau_i - \Gamma\tau_{i-1} \\
&= \dot{\hat{\theta}} - \Gamma\tau_i + \Gamma w_i z_i
\end{aligned} \tag{2.58}$$

เราจัดรูป $\dot{V}_i$ ใหม่เป็น

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i &= -\sum_{k=1}^{i-1} c_k z_k^2 + z_i\left[z_{i+1} + \nu_i - \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat{\theta}}(\Gamma\tau_i - \dot{\hat{\theta}})\right] \\
&\quad + \left(\sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1}\frac{\partial\alpha_k}{\partial\hat{\theta}}\right)(\Gamma\tau_{i-1} - \dot{\hat{\theta}}) + \tilde{\theta}^T(\tau_i - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}) \\
&= -\sum_{k=1}^{i-1} c_k z_k^2 + z_i\left[z_{i+1} + \nu_i - \sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1}\frac{\partial\alpha_k}{\partial\hat{\theta}}\Gamma w_i\right] \\
&\quad \left(\sum_{k=1}^{i-1} z_{k+1}\frac{\partial\alpha_k}{\partial\hat{\theta}}\right)\left(\Gamma\tau_i - \dot{\hat{\theta}}\right) - \tilde{\theta}^T(\tau_i - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}})
\end{aligned} \tag{2.59}$$

และเขียนระบบย่อย $(z_1,\ldots,z_i)$ ในรูปแบบ

$$\begin{bmatrix}\dot z_1\\ \vdots\\ \dot z_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ -1 & -c_2 & 1+\sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2,i-1} & 0\\ 0 & -1-\sigma_{23} & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 1+\sigma_{i-2,i-1} & 0\\ 0 & -\sigma_{2,i-1} & \cdots & -1-\sigma_{i-2,i-1} & -c_{i-1} & 1\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & -c_i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1\\ \vdots\\ z_i\end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix} w_1^T\\ \vdots\\ w_i^T\end{bmatrix}\tilde\theta + \begin{bmatrix}0\\ \sigma_{2,i}z_i\\ \vdots\\ \sigma_{i-1,i}z_i\\ \nu_i\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ \dot z_{i+1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat\theta}\\ \vdots\\ \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat\theta}\end{bmatrix}(\Gamma\tau_i - \dot{\hat\theta}) \tag{2.60}$$

โดยที่

$$\sigma_{jk}(x,\hat\theta) = -\frac{\partial\alpha_{j-1}}{\partial\hat\theta}\Gamma w_k \tag{2.61}$$

เลือกพจน์แก้ไขเป็น

$$\nu_i(x_1,\ldots,x_i,\dot\theta) = \sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1}\frac{\partial\alpha_k}{\partial\hat\theta}\Gamma w_i \triangleq -\sum_{k=2}^{i-1}\sigma_{k,i}z_k \tag{2.62}$$

เนื่องจากเราไม่ใช้ $\dot{\hat\theta} = \Gamma\tau_i$ เป็นกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ ดังนั้นจะได้ $\dot V_i$ เป็น

$$\dot V_i = -\sum_{k=1}^{i} c_k z_k^2 + z_i z_{i+1} + \left(\sum_{k=1}^{i-1} z_{k+1}\frac{\partial\alpha_k}{\partial\hat\theta}\right)(\Gamma\tau_i - \dot{\hat\theta}) + \tilde\theta^T(\tau_i - \Gamma^{-1}\dot{\hat\theta}) \tag{2.63}$$

และจะได้ระบบย่อย $(z_1,\ldots,z_i)$ เป็น

$$\begin{bmatrix}\dot z_1\\ \vdots\\ \dot z_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ -1 & -c_2 & 1+\sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2i}\\ 0 & -1-\sigma_{23} & \ddots & \ddots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 1+\sigma i-1,i\\ 0 & -\sigma_{2i} & \cdots & -1-\sigma_{i-1,i} & -c_i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1\\ \vdots\\ z_i\end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix} w_1^T\\ \vdots\\ w_i^T\end{bmatrix}\tilde\theta + \begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ \dot z_{i+1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat\theta}\\ \vdots\\ \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial\hat\theta}\end{bmatrix}(\Gamma\tau_i - \dot{\hat\theta}) \tag{2.64}$$

ขั้นตอนที่ n ในขั้นตอนสุดท้ายเราให้

$$z_n = x_n - \alpha_{n-1} \tag{2.65}$$

และจัดรูปสมการสุดท้าย $\dot{x}_n = \beta(x)u + \varphi_n(x)^T\theta$ เป็น

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= \beta u + \varphi_n^T\theta - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k}(x_{k+1} + \varphi_k^T\theta) - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} \\ &= \beta u - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} x_{k+1} + w_n(x,\hat{\theta})^T\theta - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} \end{aligned} \tag{2.66}$$

โดยที่เวกเตอร์ถดถอยตัวสุดท้ายนิยามเป็น

$$w_n(x,\hat{\theta}) = \varphi_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k}\varphi_k \tag{2.67}$$

เราจะออกแบบการควบคุมจริงในขั้นตอนนี้ เพื่อให้ได้กฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ที่แท้จริงคือ $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\tau_n$ และการควบคุมป้อนกลับ u ที่ทำให้ระบบเต็ม (2.26) มีเสถียรภาพเมื่อพิจารณาจากฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$\begin{aligned} V_n &= V_{n-1} + \frac{1}{2}z_n^2 \\ &= \frac{1}{2}z^Tz + \frac{1}{2}\tilde{\theta}\Gamma^{-1}\tilde{\theta} \end{aligned} \tag{2.68}$$

เป้าหมายของเราคือทำให้ $\dot{V}_n$ ไม่เป็นบวก

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= -\sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 + \left(\sum_{k=1}^{n-2} z_{k+1}\frac{\partial \alpha_k}{\partial \hat{\theta}}\right)(\Gamma\tau_{n-1}\dot{\hat{\theta}}) \\ &\quad + z_n\left[z_{n-1} + \beta u - \sum_{k=1}^{n-1}\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k}x_{k+1} + w_n^T\hat{\theta} - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}}\right] \\ &\quad + \tilde{\theta}^T\left(\tau_{n-1} + w_n z_n - \Gamma^{-1}\dot{\hat{\theta}}\right) \end{aligned} \tag{2.69}$$

ในการกำจัด $\hat{\theta}$ ออกจาก $\dot{V}_n$ เราเลือกกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์เป็น

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma\tau_n(z,\hat{\theta}) = \Gamma\tau_{n-1} + \Gamma w_n z_n \\ &\triangleq \Gamma W(z,\hat{\theta})z \end{aligned} \tag{2.70}$$

โดยที่เมทริกซ์ถดถอย W ประกอบด้วยเวกเตอร์ถดถอย $w_1, \ldots, w_n$

$$W(z,\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} w_1 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \tag{2.71}$$

สังเกตว่า

$$\dot{\hat{\theta}} - \Gamma\tau_{n-1} = \Gamma\tau_n - \Gamma\tau_{n-1} = \Gamma w_n z_n \tag{2.72}$$

เราเลือกการควบคุม u ที่ทำให้พจน์ในวงเล็บคูณกับ z_n ในวงเล็บเท่ากับ $-c_n z_n$

$$u = \frac{1}{\beta}\left(-z_{n-1} - c_n z_n + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k}x_{k+1} - w_n^T z_n + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}}\Gamma\tau_n + \nu_n\right) \tag{2.73}$$

และเลือก ν_n เพื่อให้ $\dot{V}_n$ เป็น

$$\dot{V}_n = -\sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 + \left(\sum_{k=1}^{n-2} z_{k+1}\frac{\partial \alpha_k}{\partial \hat{\theta}}\right)(\Gamma\tau_{n-1} - \dot{\hat{\theta}}) + z_n\nu_n \tag{2.74}$$

เราจัดรูป $\dot{V}_n$ ใหม่เป็น

$$\dot{V}_n = -\sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 + z_n \left(\nu_n - \sum_{k=1}^{n-2} z_{k+1} \frac{\partial \alpha_k}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_n \right) \tag{2.75}$$

โดยที่ ν_n ถูกเลือกเป็น

$$\nu_n(x, \hat{\theta}) = \sum_{k=1}^{n-2} z_{k+1} \frac{\partial \alpha_k}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_n \triangleq -\sum_{k=2}^{n-1} \sigma_{k,n} z_k \tag{2.76}$$

ซึ่งจะได้

$$\dot{V}_n = -\sum_{k=1}^{n} c_k z_k^2 \tag{2.77}$$

ระบบวงวนปิดคือ

$$\dot{z} = A_z(z, \hat{\theta}) z + W(z, \hat{\theta})^T \tilde{\theta} \tag{2.78}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma W(z, \hat{\theta}) z \tag{2.79}$$

โดยที่

$$A_z(z, \hat{\theta}) = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & -c_2 & 1 + \sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2n} \\ 0 & -1 - \sigma_{23} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 1 + \sigma_{n-1,n} \\ 0 & -\sigma_{2n} & \cdots & -1 - \sigma_{n-1,n} & -c_n \end{bmatrix} \tag{2.80}$$

ระบบ (2.78) เรียกว่าระบบผิดพลาด จาก (2.77) และฟังก์ชันเลียปูนอฟกำลังสอง (2.68) เราจะเห็นได้ว่าระบบ (2.78)–(2.79) มีจุดสมดุลที่ $(z, \tilde{\theta}) = (0, 0)$ และจุดสมดุลมีเสถียรภาพ

2.4 ทฤษฎีการฝังในและความยืนยง

2.4.1 การทำให้เสถียรแบบการฝังในและความยืนยง

แนวคิดพื้นฐานของวิธีนี้ก็คือการโปรเจกต์ระบบที่พิจารณาลงบนระบบที่มีสมบัติที่ต้องการ เราพิจารณาระบบ

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{2.81}$$

โดยที่ $x \in \mathbb{R}^n$ และปัญหาการทำให้ระบบมีเสถียรภาพโดยการออกแบบการควบคุมป้อนกลับสถานะ

$$u = u(x) \tag{2.82}$$

เพื่อทำให้ระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับเฉพาะที่หรือในวงกว้าง วิธีการแก้ปัญหานี้แบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอน

ขั้นตอนแรกคือการหาระบบพลวัตเป้าหมาย (target dynamical system) ซึ่งมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับเฉพาะที่ (หรือในวงกว้าง)

$$\dot{\xi} = \alpha(\xi) \tag{2.83}$$

โดยที่ $\xi \in \mathbb{R}^p$ และ $p < n$ และการส่ง $x = \pi(\xi)$ และฟังก์ชัน $c(x)$ ซึ่ง

$$f(\pi(\xi), c(\pi(\xi))) = \frac{\partial \pi}{\partial \xi}(\xi)\alpha(\xi) \tag{2.84}$$

แนววิถีสถานะ $x(t)$ ใดๆ ของระบบ

$$\dot{x} = f(x, c(x)) \tag{2.85}$$

คือภาพฉายของการส่ง $\pi(\cdot)$ จากวิถีของระบบเป้าหมาย (3) (การส่ง $\pi : \xi \to x$ เป็น การฝังใน (immersion) เนื่องจากค่าลำดับชั้นของ π เท่ากับมิติของ ξ น้อยกว่า n)

ขั้นตอนที่สองคือการออกแบบการควบคุมเพื่อทำให้แมนิโฟลด์ (manifold) $x = \pi(\xi)$ มีสมบัติดึงดูดและรักษาให้แนววิถีสถานะของระบบวงปิดอยู่ในขอบเขตหนึ่ง ดังนั้นเราจะได้ว่าระบบวงวนปิดที่เราสนใจจะมีพฤติกรรมเชิงเส้นกำกับเหมือนระบบเป้าหมายที่ต้องการ

งานวิจัยที่ผ่านมา

- A. Astolfi และ R. Ortega [1] เสนอทฤษฎีการออกแบบตัวควบคุมเพื่อทำให้เสถียร และการควบคุมแบบปรับตัว สำหรับระบบไม่เชิงเส้นโดยใช้หลักการฝังในและความยืนยง และพิสูจน์เสถียรภาพของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบ การควบคุมทำให้เสถียรเหมาะสำหรับในกรณีที่เรารู้การควบคุมทำให้เสียรสำหรับแบบจำลองอันดับลดที่ระบุ ซึ่งต้องการให้มีความคงทนเมื่อเทียบกับพลวัตอันดับสูง โดยแสดงวิธีการออกแบบกับระบบยกลองด้วยแม่เหล็ก การควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีมีข้อดีคือไม่ต้องทำการออกแบบกฎการควบคุมใหม่ โดยแสดงวิธีการออกแบบกับระบบแขนกลอ่อนตัว

- D. Karagiannis, E. Mendes, A. Astolfi และ R. Ortega [2] ออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง กับวงจร full-bridge boost PEP เพื่อให้แรงดันออกสามารถตามรอยแรงดันเข้าได้และคุมค่าแรงดันออกในขณะที่มีการเปลี่ยนแปลงโหลด โดยสมมติว่าความต้านทานโหลดเป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าในระบบ นำกฎการปรับค่าพารามิเตอร์ที่ออกแบบด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และวิธี Nonlinear PI ไปใช้กับตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธี Feed-Forward, Feedback Linearization และ Internal Model เปรียบเทียบกับผลการควบคุมด้วยวิธี Passivity-Based พบว่าให้ ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธี Feed-Forward, Feedback Linearization และ Internal Model ที่ใช้กฎการปรับค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และตัวควบคุมแบบ Passivity-Based ให้ผลตอบสภาวะในสภาวะชั่วครู่ที่ดีกว่า แต่ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธี Feed-Forward, Feedback Linearization และ Internal Model ที่ใช้กฎการปรับค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี Nonlinear PI ให้ความผิดพลาดของแรงดันออกที่สภาวะอยู่ตัวน้อยกว่า

- R. Ortega, L. Hsu และ A. Astolfi [3] เสนอวิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวสำหรับระบบหลายตัวแปรแบบเชิงเส้นด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง โดยออกแบบกฎการปรับค่าของพารามิเตอร์ด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง เพื่อใช้กับการควบคุมแบบ MRAC แทนกฎการปรับค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี parameterization กฎการปรับค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการฝังในและความ

ยืนยงสามารถนำไปใช้กับการควบคุมที่สอดคล้องเงื่อนไขผ่อนคลายของ symmetry condition ได้ และทำให้ระบบมีเสถียรถาพแบบปรับตัวในวงกว้าง

- H. Rodriguez, A. Astolfi และ R. Ortega [4] ออกแบบการควบคุมระบบเครื่องกลไฟฟ้า (electromechanical system) ด้วยวิธี adaptive partial state feedback ตัวแปรสถานะที่วัดค่าคือ กระแสไฟฟ้า และตำแหน่งเชิงกล ตัวแปรที่ประมาณค่าคือ โมเมนตัม พารามิเตอร์ของพลังงานศักย์เชิงกล และความต้านทานของสเตเตอร์ ออกแบบตัวควบคุมทำให้เสถียรด้วยวิธี interconnection and damping assignment (IDA) กฎการปรับค่าพารามิเตอร์ออกแบบด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง วัตถุประสงค์ในการควบคุมคือควบคุมโรเตอร์ให้อยู่ที่ตำแหน่งที่ต้องการ จากผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์พบว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมตำแหน่งโรเตอร์ให้มีการตามรอยตำแหน่งที่ต้องการได้ และตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ลู่เข้าสู่ค่าจริง

- R. Ortega, A. Astolfi และ L. Hsu [5] เสนอการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธี MRAC ที่ออกแบบตัวประมาณค่าสถานะ และตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

- A. Astolfi, L. Zachi, L. Hsu, R. Ortega และ F. Lizarralde [6] นำวิธีการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวที่นำเสนอใน [3] มาออกแบบ manipulator systems เพื่อให้ตำแหน่งปลายแขนหุ่นยนต์มีการตามรอยในเชิงระนาบโดยใช้ fixed camera และสมมติว่า camera calibration และ robot dynamics มีความไม่แน่นอน ใช้ตัวควบคุม kinematic controller ในการทำให้ระบบเสถียร จากผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์และการทดลองกับระบบจริงพบว่าแขนหุ่นยนต์สามารถตามรอยสัญญาณอ้างอิงได้

ทฤษฎีบท 2.5 *[1] พิจารณาระบบไม่เชิงเส้นในรูปแบบ*

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{2.86}$$

โดยมีสถานะ $x \in \mathbb{R}^n$ *และสัญญาณควบคุม* $u \in \mathbb{R}^m$ *ให้* $x_* \in \mathbb{R}^n$ *เป็นจุดสมดุลที่ต้องการทำให้เสถียร และให้* $p < n$

สมมติว่าเราสามารถหาการส่ง

$$\alpha(\cdot) : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^p \qquad \pi(\cdot) : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^n \qquad c(\cdot) : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^m$$
$$\phi(\cdot) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-p} \qquad \psi(\cdot,\cdot) : \mathbb{R}^{n\times(n-p)} \to \mathbb{R}^m$$

ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังต่อไปนี้

(H1) ระบบเป้าหมาย (Target system) ระบบ

$$\dot{\xi} = \alpha(\xi) \tag{2.87}$$

ที่มีสถานะของระบบเป็น $\xi \in \mathbb{R}^p$ *มีจุดสมดุล* $\xi_* \in \mathbb{R}^p$ *ที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ และ* $x_* = \pi(\xi_*)$

(H2) เงื่อนไขการฝังใน (Immersion condition) สำหรับเวกเตอร์ $\xi \in \mathbb{R}^p$ *ทุกเวกเตอร์*

$$f(\pi(\xi)) + g(\pi(\xi))c(\pi(\xi)) = \frac{\partial \pi}{\partial \xi}\alpha(\xi) \tag{2.88}$$

(H3) แมนิโฟลด์โดยนัย (Implicit manifold)

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid \phi(x) = 0\} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x = \pi(\xi) \text{ สำหรับ } \xi \in \mathbb{R}^p \text{ บางเวกเตอร์}\} \tag{2.89}$$

(H4) การดึงดูดของแมนิโฟลด์ และความมีขอบเขตของแนววิถี (Manifold attractivity and trajectory boundedness) แนววิถีสถานะของระบบ

$$\dot{z} = \frac{\partial \phi}{\partial x}[f(x) + g(x)\psi(x, z)] \tag{2.90}$$

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\psi(x, z) \tag{2.91}$$

มีขอบเขต และสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = 0 \tag{2.92}$$

จะได้ว่า x_* เป็นจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับของระบบวงวนปิด

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\psi(x, \phi(x))$$

พิสูจน์ การพิสูจน์แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน โดยขั้นตอนแรกจะพิสูจน์ว่าจุดสมดุล x_* มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับในวงกว้าง และในตอนที่สองจะพิสูจน์ว่าระบบวงวนปิดมีสมบัติเสถียรแบบเลียปูนอฟ

จาก (H4) พิจารณาทางขวาของ (2.90) คือ $\dot{\phi}$ จะเห็นได้ว่าแนววิถีสถานะของระบบวงวนปิดจะมีขอบเขตจำกัดเนื่องจากเงื่อนไข (2.92) และแนววิถีจะลู่เข้าสู่แมนิโฟลด์ $\phi(x) = 0$ ซึ่งนิยามใน (H3) จาก (H1) และ (H2) จะได้ว่าแมนิโฟลด์มีสมบัติยืนยงและมีเสถียรภาพภายในเชิงเส้นกำกับ ดังนั้นแนววิถีทั้งหมดของระบบวงวนปิดจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล x_*

แนววิถีสถานะใดๆ ของระบบวงวนปิดคือภาพฉายของการส่ง $\pi(\cdot)$ ของแนววิถีสถานะของระบบเป้าหมายซึ่งมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ (จาก (H1)) ยิ่งไปกว่านั้นสำหรับค่า $\epsilon_1 > 0$ ใดๆ จะมี $\delta_1 > 0$ ที่ทำให้ $\|\xi(0)\| < \delta_1$ และ $\|\xi(t)\| < \epsilon_1$ โดย regularity ของ $\pi(\cdot)$ จะได้ว่าสำหรับค่า $\epsilon > 0$ ใดๆ จะมี $\delta > 0$ ซึ่งทำให้

$$\|\pi(\xi(0))\| < \delta \Rightarrow \|\pi(\xi(t))\| < \epsilon$$

เงื่อนไขการลู่เข้า (2.92) สามารถผ่อนคลายลงได้ เนื่องจากในการพิสูจน์การลู่เข้าเชิงเส้นกำกับของ $x(t)$ สู่ x_* นั้นอาศัยเงื่อนไขเพียงพอคือ

$$\lim_{t\to\infty} g(x(t))(\psi(x(t)), z(t)) - \psi(x(t)), 0)) = 0$$

นิยาม 2.3 *เราจะกล่าวว่าระบบในรูปแบบ (2.86) เป็นระบบทำให้เสถียรได้แบบ I&I (I&I-stabilizable) โดยมีพลวัตเป้าหมาย $\dot{\xi} = \alpha(\xi)$ ถ้าสมมติฐาน (H1)–(H4) ในทฤษฎีบท 2.5 เป็นจริง*

ตัวอย่าง 2.2 *[1] พิจารณาระบบยกลอยด้วยแม่เหล็ก (magnetic levitation) ที่ประกอบด้วยลูกเหล็กและสนามแม่เหล็กที่สร้างโดยแม่เหล็กไฟฟ้า โดยที่ฟลักซ์ไม่อิ่มตัว (unsaturated flux) เป็นไปตามสมการ $\lambda = L(\theta)i$ เมื่อ λ คือฟลักซ์ θ คือตำแหน่งระหว่างจุดศูนย์กลางของลูกเหล็กกับตำแหน่งปกติ และประมาณความเหนี่ยวนำเป็น $L(\theta) = k/(1-\theta)$ สมการพลวัตของระบบคือ $(-\infty < \xi_2 < 1)$*

$$\sum_T : \begin{cases} \dot{\xi}_1 = -\dfrac{R_2}{k}(1-\xi_2)\xi_1 + w \\ \dot{\xi}_2 = \dfrac{1}{m}\xi_3 \\ \dot{\xi}_3 = \dfrac{1}{2k}\xi_1^2 - mg \end{cases} \tag{2.93}$$

โดยที่ $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ *ประกอบด้วย ฟลักซ์ในตัวเหนี่ยวนำ* ξ_1, *ตำแหน่งลูกบอล* ξ_2 *และโมเมนตัมของลูกบอล* ξ_3

w *คือแรงดันที่จ่ายให้กับแม่เหล็ก*

m *คือมวลของลูกเหล็ก*

R_2 *คือความต้านทานของขดลวด*

k *คือค่าคงตัวบวกซึ่งขึ้นกับจำนวนรอบของขดลวด*

ในระบบไฟฟ้าที่มีกำลังต่ำจะสามารถละเลยพลวัตของตัวขับเร้า (actuator) ได้ ดังนั้นจึงสมมติว่าตัวแปรที่ใช้ควบคุมระบบ คือ w *ในกรณีนี้ เราสามารถทำให้ตำแหน่งของลูกเหล็ก* $-\infty < \xi_{2*} < 1$ *มีเสถียรภาพในวงกว้างโดยใช้การออกแบบด้วยวิธีต่างๆ เช่นการทำให้เสถียรด้วยการป้อนกลับ (feedback linearization), การก้าวถอยหลัง (backstepping) ฯลฯ*

ในระบบที่มีกำลังขนาดกลางถึงขนาดใหญ่ แรงดัน w *จะถูกสร้างขึ้นโดยวงจรเรียงกระแส (rectifier) ที่มีความจุไฟฟ้าอยู่ด้วย ซึ่งพลวัตของตัวขับเร้าสามารถแสดงได้ในรูปของวงจร RC โดยที่แรงดันควบคุมคือ* u *ดังนั้นแบบจำลองอันดับเต็มของระบบยกลอยด้วยแม่เหล็กซึ่งรวมพลวัตของตัวขับเร้าด้วยคือ*

$$\sum : \begin{cases} \dot{x}_1 &= -\dfrac{R_2}{k}(1 - x_3)x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\dfrac{1}{Ck}(1 - x_3)x_1 - \dfrac{1}{R_1 C}x_2 + \dfrac{1}{R_1 C}u \\ \dot{x}_3 &= \dfrac{1}{m}x_4 \\ \dot{x}_4 &= \dfrac{1}{2k}x_1^2 - mg \end{cases} \tag{2.94}$$

โดยที่ x_1, x_2, x_3, x_4 *คือ ฟลักซ์ แรงดันที่คร่อมตัวเก็บประจุ ตำแหน่งของลูกเหล็ก และโมเมนตัม ตามลำดับ*

ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบใหม่ (2.94) อาจจะต้องใช้เวลา ดังนั้นเราอาจจะปรับแต่งจากตัวควบคุมที่เรามีอยู่แล้วโดยใช้วิธีทำให้เสถียรแบบการฝังในและความยืนยงในการออกแบบ โดยพิจารณา (2.93) เป็นระบบเป้าหมายโดยที่ $w = w(\xi)$ *เป็นการควบคุมป้อนกลับสถานะสำหรับระบบ* $\sum_T$ *ในวงวนปิด*

ดังนั้นจะได้ว่าสมมติฐาน (H1) เป็นจริง ดังนั้นสิ่งที่เหลือคือการแสดงว่า (H2)–(H4) เป็นจริง ซึ่งทำได้โดยเลือกการส่ง

$$\pi(\xi) = col(\xi_1, w(\xi), \xi_2, \xi_3)$$

โดยการเลือกให้ $\pi_1 = \xi_1, \pi_3 = \xi_2$ *และ* $\pi_4 = \xi_3$ *เราจะได้แมนิโฟลด์ในรูปแบบอิงพารามิเตอร์* $x = \pi(\xi)$ *คือ*

$$\phi(x) = x_2 - w(x_1, x_3, x_4) = 0$$

ดังนั้นจะได้ว่าเงื่อนไข (H3) เป็นจริง เราต้องการออกแบบ $\psi(x, z)$ *เพื่อให้แนววิถีสถานะลู่เข้าเชิงเส้นกำกับ จนทำให้พลวัตของพิกัดนอกแมนิโฟลด์หมดไป ดังนั้นจาก (2.90) จะได้ว่า*

$$\dot{z} = \frac{1}{Ck}(1 - x_3)x_1 - \frac{1}{R_1 C}[x_2 - \phi(x, z)] - \dot{w} \tag{2.95}$$

ถ้าเลือกให้ $\dot{z} = -(1/R_1 C)z$ *จะได้*

$$\psi(x, z) = x_2 - z + R_1 C\dot{w} + \frac{R_1}{k}(1 - x_3)x_1 \tag{2.96}$$

ต่อมาเราจะแสดงให้เห็นว่า $w(x_1, x_3, x_4)$ *สามารถทำให้แนววิถีสถานะของ*

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= -\frac{1}{R_1 C} z \\
\dot{x}_1 &= -\frac{R_2}{k}(1 - x_3)x_1 + x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{1}{R_1 C} z + \dot{w}(x) \\
\dot{x}_3 &= \frac{1}{m} x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{2k} x_1^2 - mg
\end{aligned}$$

มีขอบเขตจำกัดในพิกัด (z, η, x_1, x_3, x_4) *โดยที่*

$$\eta = x_2 - w(x_1, x_3, x_4)$$

จะได้ระบบ

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= -\frac{1}{R_1 C} z \\
\dot{\eta} &= -\frac{1}{R_1 C} z \\
\dot{x}_1 &= -\frac{R_2}{k}(1 - x_3)x_1 + w(x_1, x_3, x_4) + \eta \\
\dot{x}_3 &= \frac{1}{m} x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{2k} x_1^2 - mg
\end{aligned}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า z *จะลู่เข้าสู่จุดสมดุลแบบเลขชี้กำลัง ดังนั้น* η *มีขอบเขตจำกัดและลู่เข้าสู่จุดสมดุล ซึ่งสุดท้ายแล้วเราจะได้การควบคุมเป็น*

$$u = w(x_1, x_3, x_4) + R_1 C \left[\dot{w} + \frac{1}{Ck}(1 - x_3)x_1 \right]$$

ผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์

เมื่อพิจารณาระบบเป้าหมายโดยสมมติให้ตำแหน่งที่ต้องการของลูกเหล็กคือ $\xi_{2,ss}$ *เราจะได้จุดสมดุลที่ต้องการทำให้มีเสถียรภาพคือ* $\xi_{ss} = [\sqrt{2kmg}, \xi_{2,ss}, 0]$ *เลือกออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเป้าหมายด้วยวิธีทำให้เป็นเชิงเส้น*

นิยาม

$$\begin{aligned}
z &= \xi - \xi_{ss} \\
v &= w - w_{ss}
\end{aligned}$$

จะได้ระบบที่ประมาณเป็นเชิงเส้น

$$\dot{z} = Az + Bv$$

โดยที่

$$A = \left.\frac{\partial F}{\partial \xi}\right|_{(\xi_{ss}, w_{ss})}, \quad B = \left.\frac{\partial F}{\partial w}\right|_{(\xi_{ss}, w_{ss})}$$

และ

$$F = \begin{bmatrix} -\frac{R_2}{k}(1 - \xi_2)\xi_1 + w \\ \frac{1}{m}\xi_3 \\ \frac{1}{2k}\xi_1^2 - mg \end{bmatrix}$$

จะได้

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_2}{k}(1-\xi_{2,ss}) & \frac{R_2}{k}\xi_{1,ss} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} \\ \frac{\xi_{1,ss}}{k} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

เมื่อทำการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะโดยให้

$$v = -Kz$$

จะได้ตัวควบคุมเป็น

$$\begin{aligned} w &= w_{ss} - K(\xi - \xi_{ss}) \\ &= w_{ss} - k_1(\xi_1 - \xi_{1,ss}) - k_2(\xi_2 - \xi_{2,ss}) - k_3\xi_3 \end{aligned}$$

โดยที่

$$w_{ss} = \frac{R_2}{k}(1-\xi_{2,ss})\sqrt{2kmg}$$

โดยในที่นี้สมมติให้ตำแหน่งของลูกเหล็กที่ต้องการ $\xi_{2,ss}$ *คือ* -0.05
และใช้ค่าพารามิเตอร์ดังนี้ [7]

$$\begin{aligned} R_1 &= 10\ \Omega \\ R_2 &= 10\ \Omega \\ C &= 10^{-6}\ \mathrm{F} \\ k &= 0.01\ \mathrm{N/m{\cdot}s} \\ m &= 0.01\ \mathrm{kg} \\ g &= 9.81\ \mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

ถ้าเลือกวางตำแหน่งขั้วอยู่ที่ $-10,\ -11$ *และ* -12 *จะได้ค่า* $k_1 = -1017, k_2 = 47.27$ *และ* $k_3 = 81.73$ *ทำการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์สองกรณีคือ* $x_3(0) = 0$ *(เส้นบาง) และ* $x_3(0) = -0.1$ *(เส้นทึบ)*

จากผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์จะเห็นได้ว่าการควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงสามารถควบคุมลูกบอลให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้

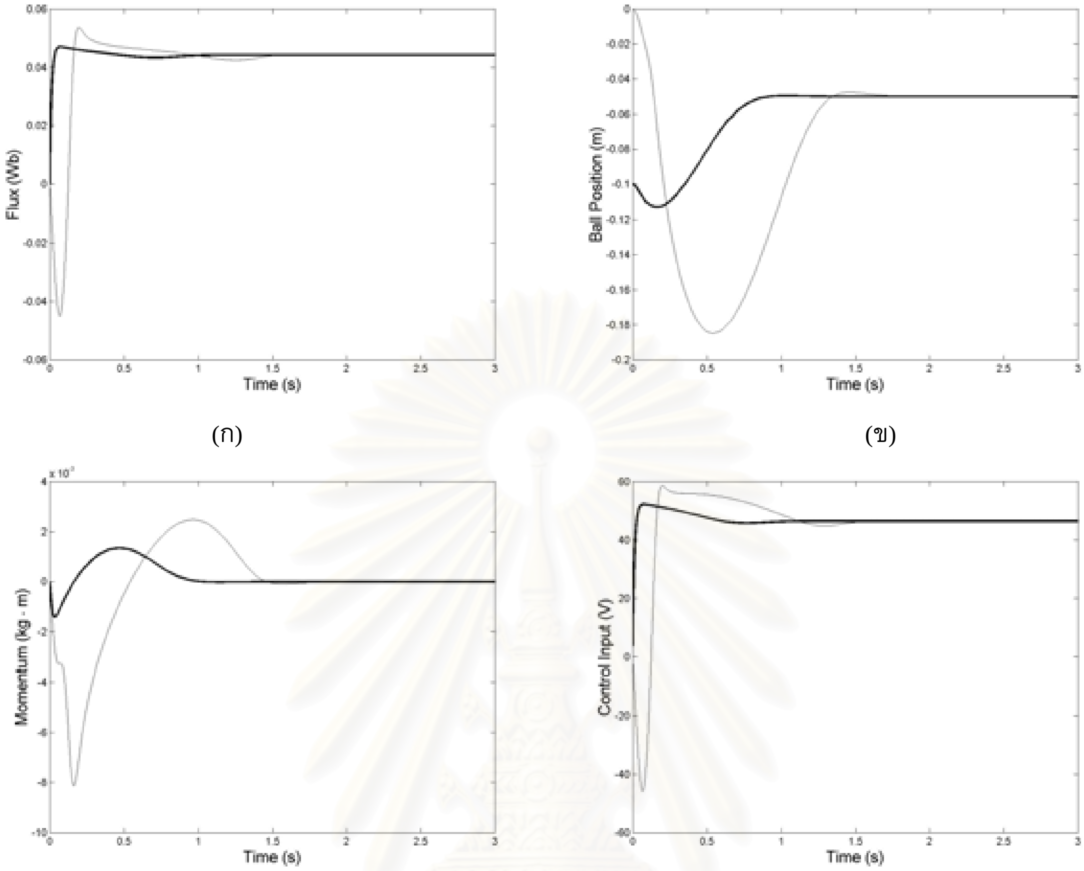
2.4.2 การควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

แนวคิดหลักของวิธีนี้คือ นอกจากการควบคุมแบบสมมูลความแน่นอน (certainty-equivalent control) ตามปกติแล้ว เราจะเพิ่มพจน์ใหม่เข้าไป โดยการออกแบบการควบคุมที่เพิ่มเข้ามานี้และกฎการปรับค่าพารามิเตอร์ (parameter update law) เพื่อให้ระบบสอดคล้องกับเงื่อนไข I&I

รูปแบบของปัญหา พิจารณาปัญหาการทำให้เสถียรของระบบในรูปแบบ (2.86) ภายใต้สมมติฐานต่อไปนี้

(H5) (เสถียรภาพ) มีฟังก์ชันอิงพารามิเตอร์ (parameterized function) $\psi(x,\theta)$ โดยที่ $\theta \in \mathbb{R}^q$ สำหรับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่า $\theta_* \in \mathbb{R}^q$ บางตัวที่ทำให้ระบบ

$$\dot{x} = f_*(x) = f(x) + g(x)\psi(x,\theta_*) \tag{2.97}$$



(ก) (ข)

(ค) (ง)

รูปที่ 2.4: ผลตอบสนองของระบบยกลอยด้วยแม่เหล็กเมื่อใช้แบบจำลองอันดับสูง
(ก) ฟลักซ์ (ข) ตำแหน่งของลูกบอล (ค) โมเมนตัม (ง) สัญญาณควบคุม

มีจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับในวงกว้างที่ $x = x_*$

นิยาม 2.4 *เราจะกล่าวว่าระบบ (2.86) ภายใต้สมมติฐาน (H5) สามารถทำให้เสถียรด้วยวิธี I&I แบบปรับตัวได้ (adaptively I&I stabilizable) ถ้าระบบ*

$$\sum : \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x} & = & f(x) + g(x)\psi(x, \hat{\theta} + \beta_1(x)) \\ \dot{\hat{\theta}} & = & \beta_2(x, \hat{\theta}) \end{array} \right. \tag{2.98}$$

ที่มีสถานะขยาย (extended state) $x, \hat{\theta}$ และการควบคุม β_1 และ β_2 สามารถทำให้เสถียรด้วยวิธี I&I โดยมีพลวัตเป้าหมายเป็น

$$\sum_T : \dot{\xi} = f_*(\xi)$$

จากสมการแรกใน (2.98) จะเห็นว่าในแนวทาง I&I นั้นเราไม่ได้ใช้หลักการสมมูลความแน่นอน กล่าวคือไม่ได้ใช้ค่า $\hat{\theta}$ จากตัวประมาณค่า $\dot{\hat{\theta}} = \beta_2$ ในกฎการควบคุม $\Psi(x, \theta)$ โดยตรง แต่ใช้ $\hat{\theta} + \beta_1$ แทน

2.4.2.1 กรณีพลานต์อิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น

เราสามารถกล่าวได้ว่าพลานต์อิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้นเมื่อพลานต์สอดคล้องสมมติฐาน (H6) ต่อไปนี้

(H6) พลานต์อิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น (Linearly parameterized plant) สนามเวกเตอร์ $f(x)$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$f(x) = f_0(x) + f_1(x)\theta_* \tag{2.99}$$

เมื่อ $f_0(x) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ และ $f_1(x) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n\times q}$ เป็นฟังก์ชันที่ทราบค่า

สมมติว่า (H5) และ (H6) และสมมติฐานต่อไปนี้เป็นจริง

(H7) การดึงดูดของแมนิโฟลด์ และความมีขอบเขตของแนววิถี (Manifold attractivity and trajectory boundedness) มีฟังก์ชัน $\beta_1 : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^q$ ที่ทำให้ทุกแนววิถีของระบบผิดพลาด

$$\dot{x} = f_* + g(x)[\Psi(x, z+\theta_*) - \Psi(x,\theta_*)] \tag{2.100}$$

$$\dot{z} = -\left[\frac{\partial \beta_1}{\partial x} f_1(x)\right] z \tag{2.101}$$

มีขอบเขตและสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\lim_{t\to\infty} [\Psi(x(t), z(t)+\theta_*) - \Psi(x(t),\theta_*)] = 0$$

ระบบ (2.86) มีคุณสมบัติทำให้เสถียรด้วยวิธี I&I แบบปรับตัว

นอกจากนี้ถ้าตัวควบคุมสอดคล้องกับเงื่อนไขลิปชิตส์ (Lipschitz condition)

$$|\Psi(x, z+\theta_*) - \Psi(x,\theta_*)| \le M(x)|z|, \quad \forall z \in \mathbb{R}^q$$

สำหรับฟังก์ชัน $M(x) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} > 0$ บางตัว จะได้ว่า (H8) สามารถแทนได้ด้วยสมมติฐาน 2 ข้อต่อไปนี้

(H7') มีฟังก์ชัน $\beta_1 : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^q$ ที่ทำให้

$$\frac{\partial \beta_1}{\partial x} f_1(x) + \left[\frac{\partial \beta_1}{\partial x} f_1(x)\right]^T \ge M^2(x) I > 0 \tag{2.102}$$

(H7") มีฟังก์ชันไม่มีขอบเขตตามแนวรัศมี $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \ge 0$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\frac{\partial V}{\partial x} f_*(x) \le 0$$

$$\lim_{\|x\|\to\infty} \sup \frac{\left\|\frac{\partial V}{\partial x} f_*(x)\right\|}{\left\|\frac{\partial V}{\partial x} g(x)\right\|} \le K < \infty$$

พิสูจน์ สมมติฐาน (H1) เป็นจริงจากผลของสมมติฐาน (H5) และต้องการหาการส่ง $\pi(\xi)$ และ $c(\pi(\xi))$

$$\begin{bmatrix} x \\ \hat{\theta} \end{bmatrix} = \pi(\xi) = \begin{bmatrix} \pi_1(\xi) \\ \pi_2(\xi) \end{bmatrix} \quad c(\pi(\xi)) = \begin{bmatrix} c_1(\pi(\xi)) \\ c_2(\pi(\xi)) \end{bmatrix}$$

ซึ่งสอดคล้องกับสมการ FBI (Francis-Byrnes-Isidori)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_1}{\partial \xi} f_*(\xi) &= f(\pi_1(\xi)) + g(\pi_1(\xi))\Psi(\pi_1(\xi), \pi_2(\xi) + c_1(\pi_1(\xi))) \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial \xi} f_*(\xi) &= c_2(\pi(\xi))\end{aligned}$$

เมื่อ $c_1(\pi(\xi))$ เป็นฟังก์ชันใดๆ ผลเฉลยของสมการ FBI คือ

$$\begin{aligned}\pi_1(\xi) &= \xi \\ \pi_2(\xi) &= \theta_* - c_1(\pi(\xi))\end{aligned}$$

ให้ $\beta_1(\xi) = c_1(\pi(\xi))$ จะได้เงื่อนไขแมนิโฟลด์โดยนัยในสมมติฐาน (H3) เป็น

$$\phi(x, \hat{\theta}) = \hat{\theta} - \theta_* + \beta_1(x) = 0 \tag{2.103}$$

แทนค่ากฎการควบคุม

$$\Psi(x, \hat{\theta} + \beta_1(x))$$

เราจะได้

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\Psi(x, \hat{\theta} + \beta_1(x))$$

สมการของพิกัดนอกแมนิโฟลด์ (off-the-manifold coordinates) คือ

$$z = \hat{\theta} - \theta_* + \beta_1(x)$$

ซึ่งเมื่อหาอนุพันธ์จะได้

$$\dot{z} = \beta_2(x) + \frac{\partial \beta_1}{\partial x}[f_0(x) + f_1(x)\theta_* + g(x)u]$$

ดังนั้นเลือกกฎการปรับค่าพารามิเตอร์เป็น

$$\beta_2 = -\frac{\partial \beta_1}{\partial x}\left(f_0(x) + f_1\left[\hat{\theta} + \beta_1(x)\right] + g(x)u\right) \tag{2.104}$$

พิจารณาฟังก์ชันเลียปูนอฟสำหรับระบบผิดพลาด (2.106), (2.107) ในรูป $W(x,z) = V(x) + (\rho/2)|z|^2$ โดยที่ $V(x)$ คือฟังก์ชันเลียปูนอฟ สำหรับระบบ $\dot{x} = f_*(x)$ และสอดคล้องสมมติฐาน (H7”) และ $\rho > 0$ จากสมมติฐาน (H7’) และจากอสมการของยัง (Young’s inequality) อนุพันธ์ของ $W(x,z)$ สามารถมีขอบเขตสำหรับทุกค่า $\alpha > 0$ คือ

$$\dot{W} \leq \frac{\partial V}{\partial x} f_* + \frac{1}{2\alpha}\left|\frac{\partial V}{\partial x} g(x)\right|^2 + \frac{\alpha}{2} M^2(x)|z|^2 - \rho z^T \frac{\partial \beta_1}{\partial x} f_1(x) z$$

จะได้ว่าสมมติฐาน (H7’) และ (H7”) เป็นจริงถ้าเลือก $\rho > \alpha$ และ α มีค่ามากเพียงพอ

2.4.2.2 กรณีการควบคุมอิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น

เราสามารถกล่าวได้ว่าการควบคุมอิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้นเมื่อการควบคุมสอดคล้องสมมติฐาน (H8) ต่อไปนี้

(H8) การควบคุมอิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น (Linearly parameterized control) ฟังก์ชัน $\Psi(x, \theta)$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\Psi(x, \theta) = \Psi_0(x) + \Psi_1(x)\theta \tag{2.105}$$

เมื่อ $\Psi_0(x)$ และ $\Psi_1(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ทราบค่า

ในกรณีของการควบคุมอิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้นเราสมมติว่าการป้อนกลับสถานะอยู่ในรูป (2.105) และสมมติว่าสมมติฐาน (H5) และ (H8) เป็นจริงและมีฟังก์ชัน $\beta_1 : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ ที่ทำให้สมมติฐานต่อไปนี้เป็นจริง

(H9) การทำให้เป็นจริงได้ (Realizability) $(\partial\beta_1/\partial x)f_*(x),$ และ f_* ซึ่งนิยามใน (2.97) เป็นอิสระจากพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

(H10) การดึงดูดของแมนิโฟลด์ และความมีขอบเขตของแนววิถี (Manifold attractivity and trajectory boundedness) ทุกแนววิถีของระบบผิดพลาด

$$\dot{x} = f_*(x) + g(x)\Psi_1(x)z \tag{2.106}$$

$$\dot{z} = \left[\frac{\partial\beta_1}{\partial x} g(x)\Psi_1(x)\right] z \tag{2.107}$$

มีขอบเขตและสอดคล้องกับ

$$\lim_{t\to\infty} g(x(t))\Psi_1(x(t))z(t) = 0$$

จะได้ว่า (2.86) มีสมบัติทำให้เสถียรได้ด้วยวิธี I&I แบบปรับตัว

พิสูจน์ จากสมมติฐาน (H5) (H8) และ (H9) จะได้สมการผิดพลาด (2.106) และ (2.107) ถ้าให้

$$z = \hat{\theta} - \theta_* + \beta_1(x)$$

สมการ (2.107) จะอยู่ในรูป

$$\dot{z} = \beta_2(x) + \frac{\partial\beta_1}{\partial x}[f_*(x) + g(x)\Psi_1(x)z]$$

และเลือกกฎการปรับค่าพารามิเตอร์เป็น

$$\beta_2 = -\frac{\partial\beta_1}{\partial x} f_*(x)$$

ตัวอย่าง 2.3 *พิจารณาสมการ Van der Pol*

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{2.108}$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + \varepsilon(1 - x_1^2)x_2 + u \tag{2.109}$$

โดยที่ ε เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า จุดประสงค์ของการควบคุมคือทำให้จุดสมดุลที่จุดกำเนิดมีเสถียรภาพ

ในการออกแบบการควบคุมทำให้เสถียรนี้ เราจะสมมติให้ ε เป็นพารามิเตอร์ที่ทราบค่าก่อน

เมื่อใช้การออกแบบด้วยวิธีทำให้เป็นเชิงเส้น จะได้การควบคุมเป็น

$$u_a = -\varepsilon(1 - x_1^2)x_2 + a_1x_1 + a_2x_2$$

โดยที่ $a_1 < 1$ และ $a_2 < 0$ เป็นค่าคงตัว

เมื่อใช้การออกแบบด้วยวิธีก้าวถอยหลัง จะได้การควบคุมเป็น

$$u_b = -\varepsilon(1 - x_1^2)x_2 - 3x_1^2x_2 - b_1(x_1^3 + x_2)$$

โดยที่ $b_1 > 0$ เป็นค่าคงตัว

การออกแบบกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์

เลือกระบบเป้าหมายเป็น

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 && (2.110)\\ \dot{x}_2 &= -x_1 + \theta_*(1 - x_1^2)x_2 + u(x, \theta_*) && (2.111) \end{aligned}$$

โดยที่ θ_* คือ ε และระบบที่เราสนใจคือ

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 && (2.112)\\ \dot{x}_2 &= -x_1 + \theta_*(1 - x_1^2)x_2 + u(x, \hat{\theta} + \beta_1(x)) && (2.113)\\ \dot{\hat{\theta}} &= \beta_2(x, \hat{\theta}) && (2.114) \end{aligned}$$

เงื่อนไขแมนิโฟลด์โดยนัยในสมมติฐาน (H3) คือ

$$\phi(x, \hat{\theta}) = \hat{\theta} - \theta_* + \beta_1(x) = 0$$

พิกัดนอกแมนิโฟลด์คือ

$$z = \hat{\theta} - \theta_* + \beta_1(x)$$

ซึ่งเมื่อหาอนุพันธ์จะได้

$$\dot{z} = \beta_2(x) + \frac{\partial \beta_1}{\partial x}[f_0(x) + f_1(x)\theta_* + g(x)u]$$

โดยที่

$$f_0(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix}, \quad f_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ (1 - x_1^2)x_2 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.115}$$

ดังนั้นถ้าเราเลือก

$$\beta_2 = -\frac{\partial \beta_1}{\partial x}\left(f_0(x) + f_1(x)\left[\hat{\theta} + \beta_1(x)\right] + g(x)u\right) \tag{2.116}$$

และเลือก

$$\beta_1(x) = k(1 - x_1^2)\frac{x_2^2}{2} \tag{2.117}$$

โดยที่ $k > 0$ เป็นค่าคงตัว จะได้กฎการปรับปรุงค่าพารามิเตอร์คือ

$$\dot{\hat{\theta}} = \beta_2(x) = kx_1x_2^3 - k(1 - x_1^2)[-x_1 + (1 - x_1^2)x_2(\hat{\theta} + \beta_1) + u] \tag{2.118}$$

และพลวัตของพิกัดนอกแมนิโฟลด์คือ

$$\dot{z} = -\left[k(1 - x_1^2)^2x_2^2\right]z \tag{2.119}$$

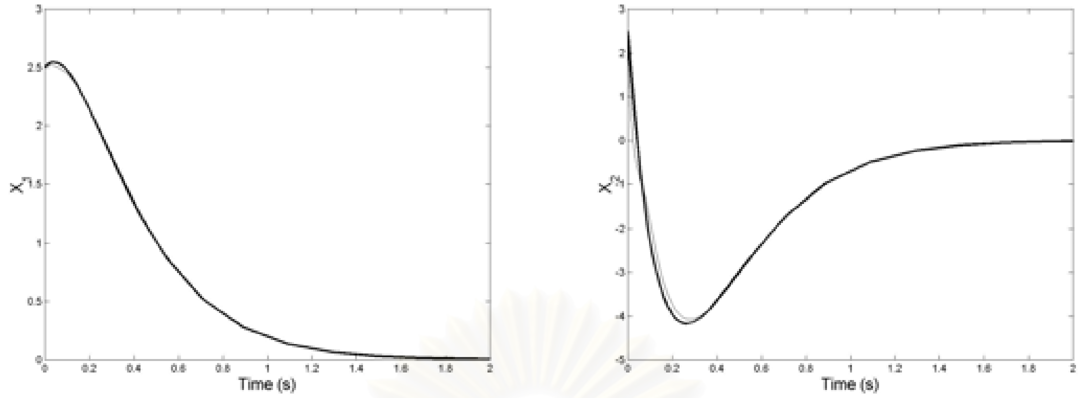
ซึ่งจะเห็นว่าแนววิถีของพิกัดนอกแมนิโฟลด์มีขอบเขตจำกัดและลู่เข้าสู่จุดกำเนิด เนื่องจากพจน์ $k(1 - x_1^2)^2 x_2^2 \geq 0$ *เสมอ*

ผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์

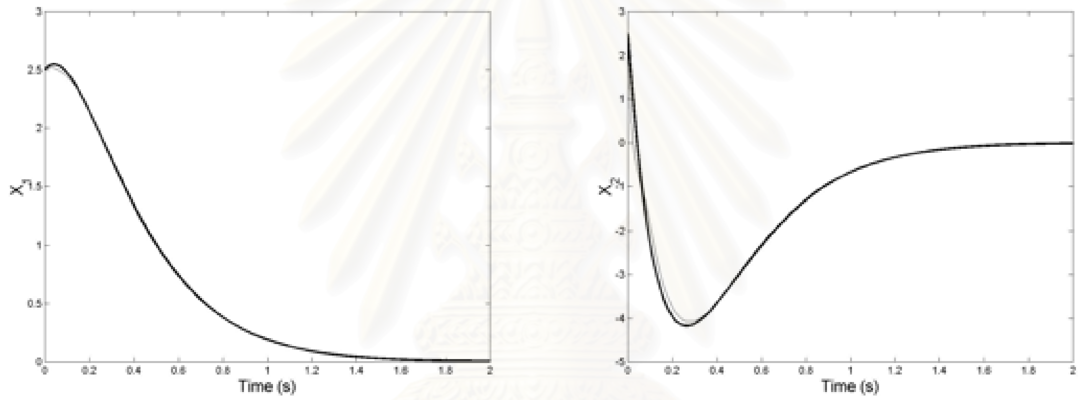
กำหนดให้ $\varepsilon = 1$ *และพารามิเตอร์ในการควบคุมแบบประมาณให้เป็นเชิงเส้นที่วางตำแหน่งขั้วที่* -5 *และ* -4 *คือ* $a_1 = -19$ *และ* $a_2 = -9$ *ส่วนพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลังคือ* $b_1 = 5$

หลังจากการปรับจูนพารามิเตอร์ในการกฎการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์เลือก $k = 1$ *ทดลองจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ 2 กรณีคือ (1)* $\hat{\theta}(0) = 0.8$ *และ (2)* $\hat{\theta}(0) = 1.2$ *โดยให้* $x_1(0) = 2.5$ *และ* $x_2(0) = 2.5$ *ได้ผลดังรูปที่ 2.5 ถึง 2.10 ตามลำดับ*

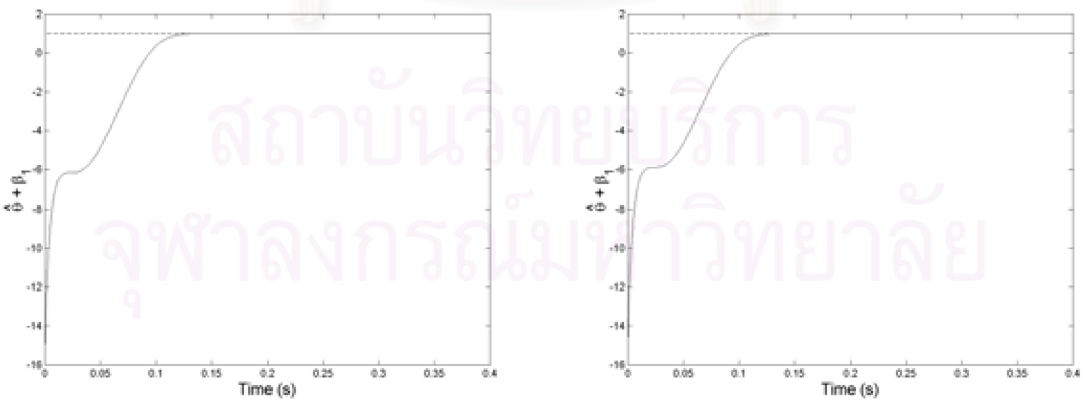
จากผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์จะเห็นได้ว่ากฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ที่ออกแบบด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง สามารถนำมาใช้กับตัวควบคุมแบบทำให้เป็นเชิงเส้น และตัวควบคุมก้าวถอยหลังได้ โดยที่แนววิถีสถานะของระบบไม่เปลี่ยนไปจากการควบคุมแบบคงตัวมากนัก และ $\hat{\theta} + \beta_1(x)$ *ลู่เข้าสู่ค่าที่แท้จริงของ* ε *อีกด้วย*



รูปที่ 2.5: ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้การควบคุมแบบทำให้เป็นเชิงเส้นและ $\hat{\theta}(0) = 0.8$
การควบคุมแบบคงที่ (เส้นทึบ) และการควบคุมแบบปรับตัว (เส้นบาง)

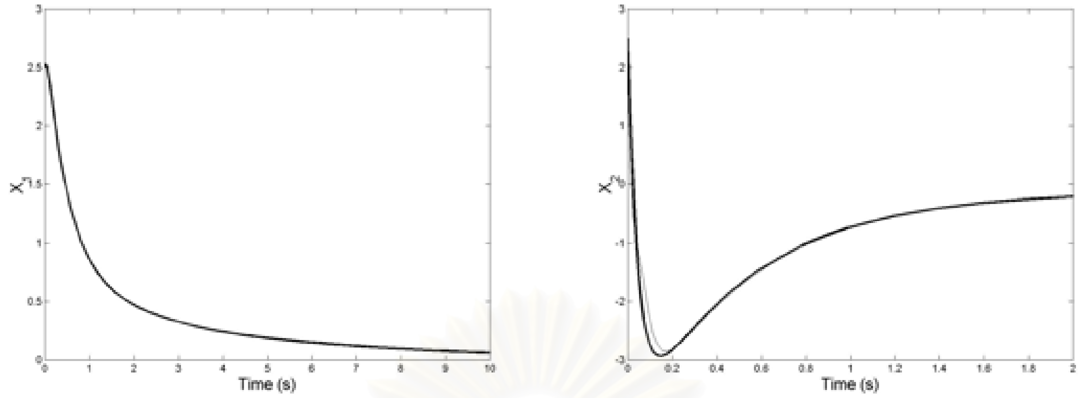


รูปที่ 2.6: ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้การควบคุมแบบทำให้เป็นเชิงเส้นและ $\hat{\theta}(0) = 1.2$
การควบคุมแบบคงที่ (เส้นทึบ) และการควบคุมแบบปรับตัว (เส้นบาง)

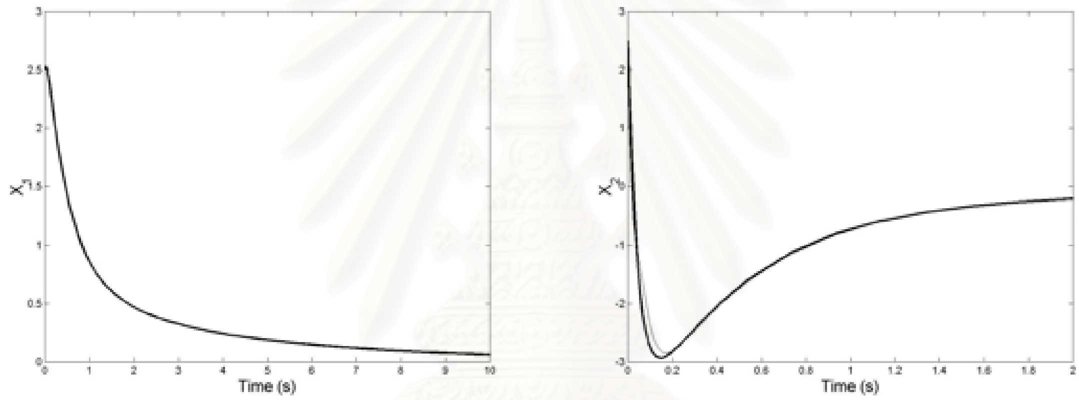


(ก) (ข)

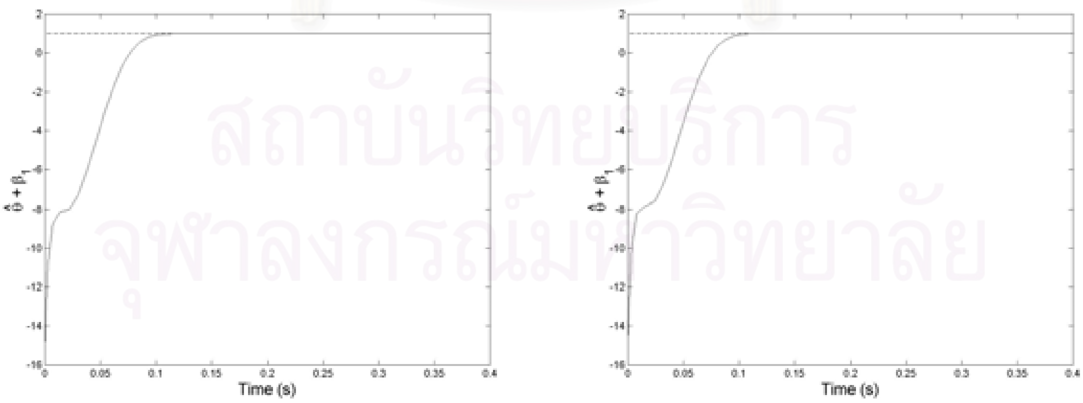
รูปที่ 2.7: $\hat{\theta} + \beta_1$ เมื่อใช้การควบคุมแบบทำให้เป็นเชิงเส้น
(ก) $\hat{\theta}(0) = 0.8$ (ข) $\hat{\theta}(0) = 1.2$



รูปที่ 2.8: ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้การควบคุมแบบก้าวถอยหลังและ $\hat{\theta}(0) = 0.8$
การควบคุมแบบคงที่ (เส้นทึบ) และการควบคุมแบบปรับตัว (เส้นบาง)



รูปที่ 2.9: ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้การควบคุมแบบก้าวถอยหลังและ $\hat{\theta}(0) = 1.2$
การควบคุมแบบคงที่ (เส้นทึบ) และการควบคุมแบบปรับตัว (เส้นบาง)



(ก) (ข)

รูปที่ 2.10: $\hat{\theta} + \beta_1$ เมื่อใช้การควบคุมแบบก้าวถอยหลัง
(ก) $\hat{\theta}(0) = 0.8$ (ข) $\hat{\theta}(0) = 1.2$

2.5 สรุป

ในบทนี้กล่าวถึงเงื่อนไขการมีเสถียรภาพของระบบ, การทำให้ระบบเสถียรด้วยวิธีการควบคุมก้าว-ถอยหลังซึ่งเป็นการทำสลับไปมาระหว่าง การเลือกฟังก์ชันทำให้เสถียรและการเลือกฟังก์ชันเลียปูนอฟ, การควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีฟังก์ชันการปรับจูนซึ่งมีหลักการในการเลือกกฎการปรับปรุงพารามิเตอร์ เพื่อกำจัดความผิดพลาดในสภาวะชั่วครู่ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ ไม่ให้ทำลายความไม่เป็นบวกในอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูนอฟ และการควบคุมระบบ

การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงซึ่งมี 2 แบบคือ การออกแบบการควบ-คุมทำให้เสถียรด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝัง-ในและความยืนยง ซึ่งการออกแบบการควบคุมทำให้เสถียรด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง เหมาะสำหรับกรณีที่รู้พลวัตอันดับลดของระบบที่ต้องการออกแบบ การควบคุมนี้สามารถทำให้ระบบอันดับสูงมีเสถียร-ภาพในวงกว้างได้

ส่วนการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง จะมีแนวทางต่างจากการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัววิธีอื่น คือไม่ได้ใช้หลักการสมมูลความแน่นอน และการออกแบบไม่ต้องการกำจัดพจน์ในสมการอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูนอฟ ในการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง กฎการปรับปรุงพารามิเตอร์จะแก้ไขปัญหาการไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ แต่วิธีนี้ยังมีข้อจำกัดคือใช้ได้กับพลานต์อิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้นและการควบคุมอิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้นเท่านั้น

บทที่ 3

ระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ

ในบทนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ งานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับวิธีการควบคุมระบบดังกล่าว และวิธีการออกแบบระบบรองรับแบบแอ็กทีฟด้วยวิธีก้าวถอยหลัง

3.1 แบบจำลองระบบรองรับ

ระบบรองรับ (suspension system) เป็นระบบที่ออกแบบสำหรับลดความสะเทือนในรถยนต์เนื่องจากความไม่ราบเรียบของพื้นถนน ลดความเสียหายของช่วงล่างของยานพาหนะ และช่วยให้ผู้โดยสารในยานพาหนะมีความรู้สึกพึงพอใจในการโดยสาร การออกแบบระบบรองรับที่ดีนอกจากจะช่วยให้สมรรถนะในการขับขี่ของยานพาหนะดีแล้ว ยังช่วยลดค่าใช้จ่ายในการบำรุงรักษายานพาหนะอีกด้วย

จุดประสงค์ในการออกแบบการควบคุมคือ ปรับปรุงความพึงพอใจของผู้โดยสารในการนั่ง โดยลดความเร่งที่เกิดขึ้นกับตัวรถ ในขณะเดียวกันก็ต้องพยายามให้ค่า suspension travel (ผลต่างระหว่างตำแหน่งตัวรถและตำแหน่งล้อรถ) อยู่ในขอบเขตที่กำหนด และรักษาล้อรถให้สัมผัสกับถนนตลอด

ระบบรองรับสามารถแบ่งได้เป็น 3 ประเภทได้แก่ ระบบกสานติ์ (passive system), ระบบกึ่งแอ็กทีฟ (semi-active system) และระบบแอ็กทีฟ (active system) ในยานพาหนะส่วนใหญ่จะนิยมใช้ระบบกสานติ์ ซึ่งส่วนประกอบของระบบรองรับชนิดระบบกสานติ์ไม่มีการจ่ายพลังงานให้แก่ระบบรองรับ แผนภาพของระบบรองรับกสานติ์แสดงในรูปที่ 3.1 ส่วนระบบรองรับกึ่งแอ็กทีฟจะมีส่วนประกอบตัวหน่วงการสั่นสะเทือนที่ปรับค่าได้ (driver-adjustable shock absorber) ซึ่งสามารถเลือกปรับค่าการหน่วงในตัวหน่วงการสั่นสะเทือน (shock absorber) เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพของพื้นถนนและความพอใจของคนขับ แผนภาพของระบบรองรับกึ่งแอ็กทีฟแสดงในรูปที่ 3.2

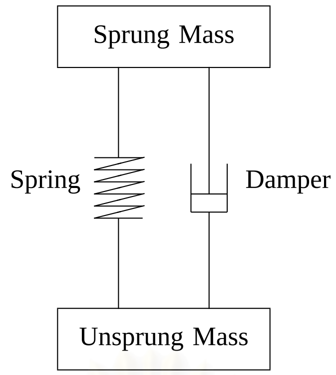
สำหรับระบบรองรับแอ็กทีฟนั้น พลวัตของระบบจะมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อตอบสนองต่อการรบกวนจากพื้นถนนในระบบรองรับแอ็กทีฟจะมีส่วนประกอบที่จ่ายพลังงานให้กับระบบ ซึ่งจะสัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ของตัวรถและล้อรถ ระบบรองรับแอ็กทีฟโดยทั่วไปมีแผนภาพดังรูปที่ 3.3 และจะมีตัวรับรู้ (sensor) ซึ่งวัดปริมาณเช่น ความเร็วของตัวรถในแนวดิ่ง, suspension travel, ความเร็วของล้อรถในแนวดิ่ง และความเร่งในแนวดิ่งของล้อรถหรือของตัวรถ

สมรรถนะของระบบรองรับโดยทั่วไปจะขึ้นอยู่ 3 ปัจจัยคือ [21]

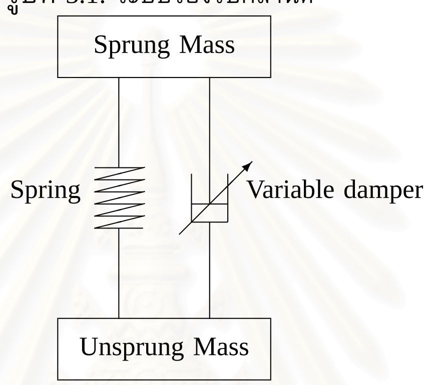
1. การรบกวนจากพื้นถนนมีผลต่อตัวรถเพียงใด

2. ระยะ pitch และการโคลง (roll) ที่เกิดขึ้น

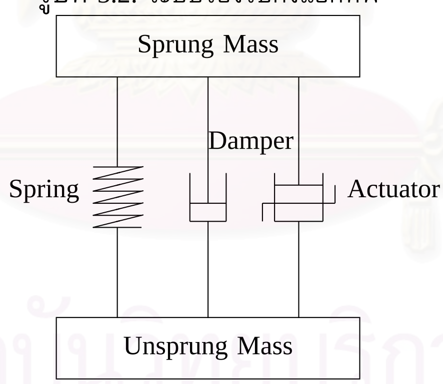
3. ยานพาหนะสามารถตอบสนองต่อการควบคุมได้ดีเพียงใด



รูปที่ 3.1: ระบบรองรับกสานติ์



รูปที่ 3.2: ระบบรองรับกึ่งแอ็กทีฟ



รูปที่ 3.3: ระบบรองรับแอ็กทีฟ

การที่การรบกวนจากพื้นถนนมีผลต่อตัวรถแค่ไหน จะพิจารณาจากความเร่งของตัวรถที่เกิดขึ้นเมื่อเกิดความไม่ราบเรียบขึ้นบนผิวถนน ระยะ pitch และการโคลง ที่เกิดขึ้นระบุได้จากค่า suspension travel สาเหตุที่ต้องให้ความสำคัญกับค่า suspension travel คือขอบเขตของค่า suspension travel ถูกกำหนดด้วยลักษณะทางกายภาพของระบบรองรับ ซึ่งขอบเขตของค่า suspension travel นี้จะมีผลอย่างมากต่อความรู้สึกพึงพอใจของผู้โดยสาร และเกณฑ์สุดท้ายคือตำแหน่งของล้อที่จะยกลอยออกจากพื้นเมื่อมีความไม่ราบเรียบบนผิวถนน ซึ่งสามารถตรวจสอบได้จากตำแหน่งที่เปลี่ยนไปของล้อ เรื่องนี้สำคัญมากเพราะว่าการ

รักษาให้ล้อรถให้สัมผัสกับผิวถนนตลอดเวลาจะทำให้การเลี้ยว, การเบรก ดีขึ้นและความเร่งที่เกิดลดลง ที่ผ่านมามีงานวิจัยที่น่าสนใจดังนี้

- M. Sunwoo, Ka C. Cheok และ N. J. Huang [17] ออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวสำหรับแบบจำลองอันดับลดของ quarter car model โดยใช้วิธี Model Reference Adaptive Control โดยใช้แบบจำลองอ้างอิง (preference model) เป็นระบบรองรับที่ออกแบบโดยใช้วิธี skyhook damping (ให้แรงจากตัวขับเร้าสามารถตามรอยแรงที่ต้องการได้) ทำให้ระบบมีความคงทนเมื่อมวลของตัวรถและสปริงมีการเปลี่ยนแปลง และสามารถลดความเร่งของตัวรถได้ 30-50 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเทียบกับระบบรองรับกสานติ์ แต่ค่า suspension travel ก็สูงกว่าระบบรองรับกสานติ์ด้วย

- A. Alleyne และ J. K. Hedrick [16] ออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวสำหรับแบบจำลองพลวัตอันดับสูงของ quarter car model ด้วยวิธีการควบคุมลื่นไหล (Sliding Control) และใช้หลักการ skyhook damping และออกแบบตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวขับเร้าทั้งสามค่าคือ α, β และ γ ด้วยวิธี Lyapunov analysis พบว่าแรงจากตัวขับเร้าสามารถตามรอยแรงที่ต้องการได้ดี และผลการควบคุมดีกว่าระบบรองรับกสานติ์ที่ความถี่ไม่สูงมากเท่านั้น

- J.-S. Lin และ I. Kanellakopoulos [11] ออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีก้าวถอยหลังสำหรับแบบจำลองพลวัตอันดับสูงของ quarter car model โดยสามารถปรับปรุงภาวะถ่วงดุล ระหว่าง suspension travel และ ride quality ได้โดยการใช้วงจรกรองไม่เชิงเส้น ซึ่งจะทำให้ค่า suspension travel พยายามที่จะอยู่ในขอบเขตที่กำหนด ตัวควบคุมที่ออกแบบให้ผลการควบคุมที่ดีกว่าระบบรองรับแบบกสานติ์ และการควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีก้าวถอยหลังที่ใช้วงจรกรองเชิงเส้น

- J.-S. Lin และ I. Kanellakopoulos ออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวสำหรับแบบจำลองอันดับสูงของ quarter car model ด้วยวิธีฟังก์ชันปรับจูน [13] และ Modular Adaptive Design [14] เพื่อปรับปรุงสมรรถนะของระบบเมื่อมีความไม่แน่นอนในพารามิเตอร์ของตัวขับเร้า การควบคุมแบบปรับตัวสามารถทำให้ระบบมีสมรรถนะดีขึ้นกว่าการควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีก้าวถอยหลัง [11] และสามารถลดความเร่งที่เกิดขึ้นกับตัวรถได้ โดยที่ใช้ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์เพียงค่าเดียวเท่านั้น

- Y. P. Kuo และ T.-H. S. Li [18] ออกแบบตัวควบคุมสำหรับแบบจำลองลดอันดับของ quarter car model ด้วยการควบคุมแบบ PI/PD โดยอาศัยหลักการ GA-Based Fuzzy ด้วยตัวควบคุม fuzzy PI เพื่อลดความเร่งที่เกิดขึ้นกับตัวรถ และตัวควบคุม fuzzy PD เพื่อปรับปรุงการแกว่งตัวของตัวรถ และใช้อัตราเปลี่ยนแปลงของการรบกวนจากพื้นถนนเป็นตัวตัดสินใจ ซึ่งได้ผลการควบคุมดีกว่าระบบรองรับกสานติ์ และการควบคุมเชิงเส้นเหมาะสมที่สุด สามารถลดความเร่งที่เกิดขึ้นกับตัวรถและค่า suspension travel ได้

- I. Fialho และ G. J. Balas [15] ออกแบบตัวควบคุมสำหรับแบบจำลองพลวัตอันดับสูงของ quarter car model ด้วยวิธี Linear Parameter-Varying Gain-Scheduling มาใช้ปรับปรุงการควบคุมที่ออกแบบ

ด้วยวิธี $\mathcal{H}_\infty$ และทำการปรับปรุงค่าพารามิเตอร์ของ weighting functions ซึ่งพิจารณาจากค่าของ suspension travel แนวคิดคล้ายคลึงกับการใช้วงจรกรองไม่เชิงเส้นในการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีก้าวหลัง ตัวควบคุมที่ออกแบบได้สามารถปรับปรุงภาวะถ่วงดุลระหว่าง suspension travel และ ride quality ได้

- M. C. Smith และ F.-C. Wang [19] ออกแบบตัวควบคุมสำหรับแบบจำลองอันดับสูงเชิงเส้นของ quarter car, half car และ full car model ที่ประมาณพลวัตของตัวขับเร้าแบบอนุกรม ให้เป็นเชิงเส้น ด้วยวิธี controller parameterization โดยนอกจากความไม่ราบเรียบของพื้นถนน และจะคำนึงถึงผลจาก ความเฉื่อยเนื่องจากการเบรกและการเลี้ยวด้วย (นั่นคือจะมีการโคลงของตัวรถด้วย) ซึ่งได้ผลการควบคุมดีกว่าระบบรองรับกสานต์

ลำดับต่อไป เรานำเสนอแบบจำลองอย่างง่ายได้แก่ ระบบรองรับกสานต์ และระบบรองรับแอ็กทีฟ

ระบบรองรับกสานต์

แบบจำลอง quarter-car ถูกใช้มากในการออกแบบและวิเคราะห์ระบบรองรับเนื่องจากง่ายและยังสามารถบอกถึงลักษณะสำคัญหลายๆ อย่างของแบบจำลองแบบเต็มได้ รูป 3.4 แสดงแบบจำลอง quarter car ระบบรองรับกสานต์ ซึ่งมีส่วนประกอบคือล้อเดี่ยว (single wheel) และเพลาที่เชื่อมต่อกับตัวรถโดยมีสปริงแบบกสานต์ (passive spring) และตัวหน่วง (damper) อยู่ระหว่างเพลากับตัวรถ ในขณะที่ยางล้อรถใช้แบบจำลองเป็นสปริงที่ไม่มีการหน่วง

สมการพลวัตของระบบคือ

$$
\begin{aligned}
M_b\ddot{x}_s + K_a(x_s - x_w) + C_a(\dot{x}_s - \dot{x}_w) &= 0 \\
M_{us}\ddot{x}_w + K_a(x_w - x_s) + C_a(\dot{x}_w - \dot{x}_s) + K_t(x_w - r) &= 0
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

โดยที่

M_b คือ มวลของตัวรถ

M_{us} คือ มวลของล้อรถ

x_s คือ ตำแหน่งที่ต่างไปตำแหน่งปกติของตัวรถ

x_w คือ ตำแหน่งที่ต่างไปตำแหน่งปกติของล้อรถ

K_a และ K_t คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของสปริง

C_a คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวหน่วง

r คือ การรบกวนจากพื้นถนน

กำหนดตัวแปรสถานะ $x_1 = x_s, x_2 = \dot{x}_s, x_3 = x_w$ และ $x_4 = \dot{x}_w$ เราจะสามารถเขียนสมการสถานะได้เป็น

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{1}{M_b}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4)] \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{M_{us}}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - K_t(x_3 - r)]
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

ระบบรองรับแอ็กทีฟ

ระบบรองรับแอ็กทีฟคือระบบรองรับกสานติ์ที่มีการเพิ่มตัวขับเร้าไฮดรอลิกส์เข้าไประหว่างเพลากับตัวรถ รูปที่ 3.5 แสดงการต่อแบบขนาน ซึ่งมีสมการการเคลื่อนที่คือ

$$\begin{aligned} M_b\ddot{x}_s + K_a(x_s - x_w) + C_a(\dot{x}_s - \dot{x}_w) - u_a = 0 \\ M_{us}\ddot{x}_w + K_a(x_w - x_s) + C_a(\dot{x}_w - \dot{x}_s) + K_t(x_w - r) + u_a = 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

โดยที่ u_a คือแรงควบคุมจากตัวขับเร้าไฮดรอลิกส์ ส่วนตัวแปรสถานะตัวอื่นๆ นิยามเหมือนในแบบจำลองระบบรองรับกสานติ์ (ถ้า $u_a = 0$ จะได้ว่าสมการของระบบรองรับแอ็กทีฟจะลดรูปลงเป็นสมการของระบบรองรับกสานติ์)

เมื่อนิยามตัวแปรสถานะ $x_1 = x_s, x_2 = \dot{x}_s, x_3 = x_w$ และ $x_4 = \dot{x}_w$ และให้ u_a เป็นสัญญาณเข้าจะได้สมการสถานะคือ

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{M_b}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - u_a] \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{M_{us}}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - K_t(x_3 - r) - u_a] \end{aligned} \tag{3.4}$$

3.2 พลวัตของไฮดรอลิกส์

ตัวขับเร้าไฮดรอลิกส์ที่เราใช้ในการออกแบบคือ ลูกสูบแบบลิ้นกากบาท (four-way valve-piston system) แรง u_a จากตัวขับเร้าคือ

$$u_a = AP_L \tag{3.5}$$

โดยที่

A คือ พื้นที่หน้าตัดลูกสูบ

P_L คือ แรงดันที่กดลงที่ลูกสูบ

จาก Merritt [12] อนุพันธ์ของ P_L หาได้จากสมการ

$$\frac{V_t}{4\beta_e}\dot{P}_L = Q - C_{tp}P_L - A(\dot{x}_s - \dot{x}_w) \tag{3.6}$$

โดยที่

V_t คือ ปริมาตรทั้งหมดของลูกสูบ (total actuator volume)

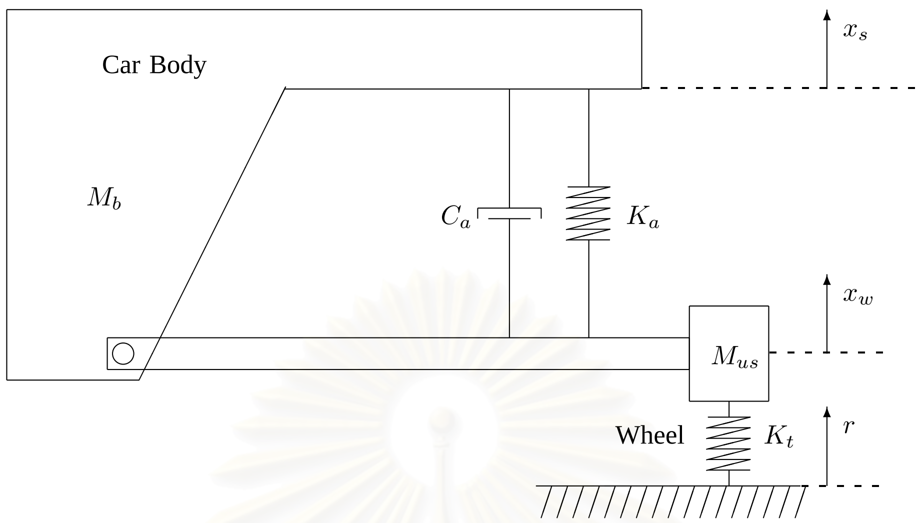
β_e คือ มอดุลัสเชิงปริมาตรยังผล (effective bulk modulus)

Q คือ การไหลของภาระไฮดรอลิกส์ (hydraulic load flow)

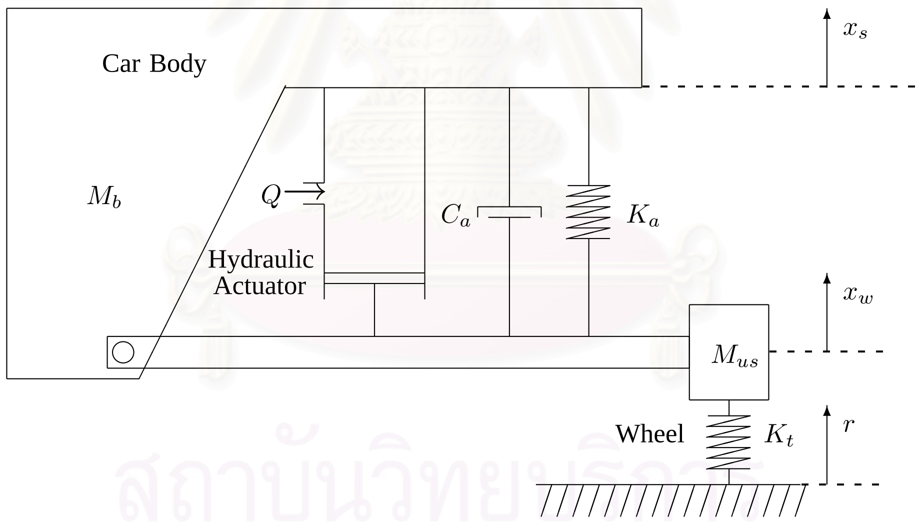
C_{tp} คือ สัมประสิทธิ์การรั่วไหลทั้งหมด (total leakage coefficient) ของลูกสูบ

และ การไหลของภาระลิ้นเซอร์โว (servovalve load flow) มีสมการดังนี้

$$Q = C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho}\left[P_s - \mathrm{sgn}(x_v)P_L\right]} \tag{3.7}$$



รูปที่ 3.4: แบบจำลอง quarter-car ซึ่งมีส่วนประกอบเพียงสปริงแบบสกานต์และตัวหน่วงเท่านั้น



รูปที่ 3.5: แบบจำลอง quarter-car สำหรับระบบรองรับแอ็กทีฟที่มีการต่อตัวขับเร้าไฮดรอลิกส์ขนานกับสปริงแบบกสานต์และตัวหน่วง

โดยที่

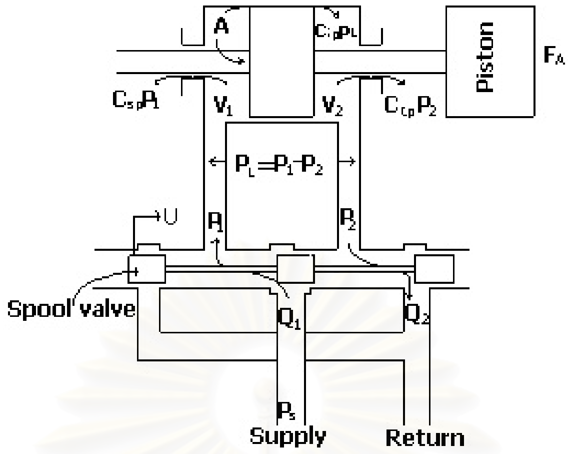
C_d คือ สัมประสิทธิ์การไหลออก (discharge coefficient)

w คือ เกรเดียนต์พื้นที่ลิ้นหลอดด้าย (spool valve area gradient)

x_v คือ การกระจัดของลิ้นจากตำแหน่งปิด (valve displacement from its closed position)

ρ คือ ความหนาแน่นของเหลวไฮดรอลิกส์ (hydraulic fluid density)

P_s คือ ความดันป้อน (supply pressure)



รูปที่ 3.6: ตัวขับเร้าไฮดรอลิกส์

อย่างไรก็ดีเราต้องการรวมกรณีที่ $P_s - \text{sgn}(x_v)P_L$ มีค่าเป็นลบด้วย ดังนั้นเราจึงแทน (3.7) ด้วย

$$Q = \text{sgn}\left[P_s - \text{sgn}(x_v)P_L\right] C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho}\left[P_s - \text{sgn}(x_v)P_L\right]} \tag{3.8}$$

สำหรับลิ้นหลอดด้าย (spool valve) จะถูกควบคุมด้วยสัญญาณเข้า u ซึ่งอาจจะเป็นกระแสไฟฟ้าหรือแรงดันไฟฟ้า พลวัตของลิ้น (valve dynamics) สามารถประมาณด้วยระบบเชิงเส้นอันดับหนึ่งที่มีค่าคงตัวเวลาเป็น τ [1] ดังสมการ

$$\dot{x}_v = \frac{1}{\tau}(-x_v + u) \tag{3.9}$$

เลือกตัวแปรสถานะ $x_1 = x_s, x_2 = \dot{x}_s, x_3 = x_w, x_4 = \dot{x}_w, x_5 = P_L$ และ $x_6 = x_v$ จะได้ระบบวงวนปิดคือ

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{1}{M_b}\left[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - Ax_5\right] \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{M_{us}}\left[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - K_t(x_3 - r) - Ax_5\right] \\
\dot{x}_5 &= -\beta x_5 - \alpha A(x_2 - x_4) + \gamma x_6 w_3 \\
\dot{x}_6 &= \frac{1}{\tau}\left(-x_6 + u\right)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

โดยที่

$$\alpha = \frac{4\beta_e}{V_t}, \quad \beta = \alpha C_{tp}, \quad \gamma = \alpha C_d w \sqrt{\frac{1}{\rho}}$$

[1] การประมาณนี้จะใช้ได้ดีถ้าความถี่สูงไม่สูงมากนัก ซึ่งเป็นแบบที่ผู้ออกแบบระบบรองรับแอ็กทีฟใช้ในโรงงานอุตสาหกรรมทั่วไป สำหรับแบบจำลองที่ละเอียดกว่านี้ซึ่งรวมความไม่เป็นเชิงเส้นแบบ stiction และเขตไร้ผลสนองจะพบในแบบจำลองของวาล์วราคาแพง

และ

$$w_3 = \text{sgn}\left[P_s - \text{sgn}(x_6)x_5\right]\sqrt{[P_s - \text{sgn}(x_6)x_5]} \tag{3.11}$$

3.3 การออกแบบตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง

3.3.1 วงจรกรองไม่เชิงเส้น

ในที่นี้เราต้องการออกแบบการควบคุมเพื่อลดแรงที่ส่งมาถึงผู้โดยสารที่นั่งอยู่ในรถ นั่นคือเราต้องคุมค่าตัวแปรสถานะที่เป็นความเร่งของตำแหน่งตัวรถ (กล่าวคือ $\dot{x}_2$) ดังนั้นถ้าเราเลือกแรงจากตัวขับเร้าเป็น $u_a = K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4)$ ซึ่งจะทำให้ $\dot{x}_2 = 0$ เมื่อนำการควบคุมนี้ไปแทนใน (3.4) จะได้ระบบวงวนปิดเป็น

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= 0 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= -\frac{K_t}{M_{us}}(x_3 - r)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

เมื่อพิจารณาพลวัตศูนย์ (zero dynamics) ของระบบวงวนปิดจะพบว่ามีระบบย่อยที่ไม่เสถียร คือตำแหน่งของรถและความเร็วของรถ ซึ่งมีลักษณะเป็นเครื่องหาปริพันธ์ 2 ตัว (double integrator) และระบบย่อยที่แกว่ง คือตำแหน่งของล้อรถและความเร็วของล้อรถ นั่นคือเมื่อมีผลจากการรบกวนจากพื้นถนน ตำแหน่งของล้อรถจะมีการแกว่ง และตำแหน่งของตัวรถจะแกว่งและลู่ออกจากตำแหน่งปกติ

ถ้าเราออกแบบการควบคุมโดยเลือกตำแหน่งของรถ x_1 เป็นตัวแปรที่ต้องการคุมค่า จะได้ว่า (x_1, x_2) คือระบบย่อยที่ต้องทำให้มีเสถียรภาพ ในขณะที่มีพลวัตศูนย์คือระบบย่อย (x_3, x_4) เมื่อเลือก u_a ที่ทำให้ระบบที่ต้องการทำให้มีเสถียรภาพเป็น

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -c_1x_1 - c_2x_2
\end{aligned} \tag{3.13}$$

โดยที่ $c_1, c_2 > 0$ จะได้พลวัตศูนย์เป็น

$$\begin{aligned}
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{M_b}{M_{us}}(c_1x_1 + c_2x_2) - \frac{K_t}{M_{us}}(x_3 - r)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

แทนค่า $x_1 = x_2 = 0$ ลงใน (3.14) เราจะได้พลวัตศูนย์เป็น

$$\begin{aligned}
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= -\frac{K_t}{M_{us}}(x_3 - r)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

จะได้ว่าพลวัตศูนย์มีการแกว่ง นั่นคือแนวทางการออกแบบการควบคุมแบบนี้ แม้จะสามารถกำจัดความไม่มีเสถียรภาพของระบบย่อย (x_1, x_2) ได้ แต่พฤติกรรมของระบบวงวนปิดก็ยังคงไม่มีเสถียรภาพตามที่ต้องการ เนื่องจากมีระบบย่อยที่มีการแกว่ง

ถ้าต้องการทำให้ suspension travel มีค่าน้อย จะได้ว่าตัวแปรที่ต้องคุมค่าคือ $x_1 - x_3$ แต่อย่างไรก็ตามการออกแบบตัวควบคุมก็จะมีปัญหาการแกว่งของระบบย่อยอยู่ ดังนั้นการออกแบบการควบคุมวิธีนี้จึงไม่สามารถนำมาใช้ได้

ดังนั้นเราจึงต้องเลือกตัวแปรที่ถูกคุมค่าใหม่เพื่อแก้ปัญหาการแกว่งของระบบย่อย [11] ได้เสนอการเลือกตัวแปร

$$z_1 = x_1 - \bar{x}_3 \tag{3.16}$$

โดยที่ x_1 คือตำแหน่งของตัวรถ และ $\bar{x}_3$ คือตำแหน่งล้อรถ x_3 ที่ผ่านวงจรกรอง

$$\bar{x}_3 = \frac{\varepsilon}{s+\varepsilon} x_3 \tag{3.17}$$

ซึ่งการเลือกวงจรกรองแบบนี้จะทำให้การออกแบบตัวควบคุมมีการถ่วงดุลขึ้นระหว่าง ride quality และช่องว่างในการแกว่งที่ใช้ (rattlespace usage) ซึ่งได้จากการเลือกค่า ε

- สำหรับค่า ε เล็กๆ วงจรกรองใน (3.17) จะมีลักษณะเป็นวงจรกรองผ่านต่ำ (low-pass filter) ดังนั้นตัวแปรที่ถูกคุมค่า z_1 จะมีค่าใกล้เคียงกับตำแหน่งของรถที่เปลี่ยนไป x_1 ในกรณีที่ความถี่ของการรบกวนจากพื้นถนนมีเพียงความถี่สูงเท่านั้น แต่ในกรณีที่การรบกวนจากพื้นถนนมีความถี่ต่ำมากๆ (มีค่าคงที่หรือมีการเปลี่ยนแปลงช้า) จะทำให้ค่าที่สภาวะอยู่ตัวของ z_1 ใกล้เคียงกับ suspension travel $x_1 - x_3$ ดังนั้นการแกว่งดำรงตัว (sustained oscillation) จะถูกกำจัด และระบบรองรับแอ็กทีฟจะกำจัดเพียงแค่การรบกวนจากพื้นถนนที่มีความถี่สูงเท่านั้น ซึ่งทำให้เกิดความเร่งในแนวดิ่งขนาดใหญ่และทำให้ผู้โดยสารรู้สึกไม่สบาย

- ในกรณีที่ ε มีค่ามากๆ องค์ประกอบความถี่สูงของการรบกวนจากพื้นถนนจะสามารถผ่านเข้ามาที่ตัวกรองได้ ดังนั้นตัวแปรที่ถูกคุมค่า z_1 มีค่าใกล้เคียงกับ suspension travel $x_1 - x_3$ (เนื่องจากตัวกรองมีแถบความถี่สูงทำจึงให้ $\bar{x}_3 \approx x_3$ ซึ่งจะเป็นผลให้ระบบรองรับแอ็กทีฟแข็งขึ้น (มีการต้านการเคลื่อนที่มากขึ้น) และจะลดช่องว่างในการแกว่ง (rattlespace use) ซึ่งจะทำให้ผู้โดยสารรู้สึกไม่สบาย

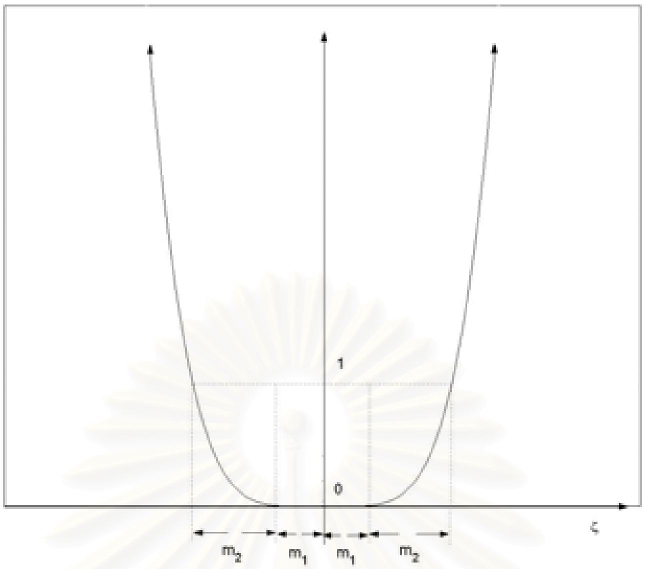
จะเห็นได้ว่าการที่เรากำหนดค่าตายตัวของ ε จะทำให้เกิดภาวะถ่วงดุลระหว่าง ride quality และช่องว่างในการแกว่ง สิ่งที่เราต้องการคือให้ค่า ε มีค่าเล็กๆ เพื่อปรับปรุง ride quality และ ε มีค่าใหญ่ๆ เพื่อลด suspension travel ซึ่งแนวทางที่จะนำคุณสมบัติทั้ง 2 มารวมกันโดยใช้ขนาดของ suspension travel เป็นเกณฑ์ในการเลือกเน้นวัตถุประสงค์อย่างใดอย่างหนึ่งในการควบคุม โดยใช้เกณฑ์ดังนี้

- ในขณะที่ suspension travel มีค่าน้อยๆ การควบคุมควรจะมีวัตถุประสงค์เพื่อเน้นที่ความสบายของผู้โดยสาร นั่นคือแถบความถี่ของวงจรกรองควรจะมีค่าต่ำๆ

- เมื่อขนาดของ suspension travel มีค่าใหญ่ขึ้น การควบคุมควรจะมีจุดประสงค์เพื่อป้องกันค่า suspension travel เกินขอบเขตโดยใช้วงจรกรองที่มีแถบความถี่สูง

เมื่อนำแนวคิดข้างต้นมาใช้ในการออกแบบการควบคุม [11] จึงแทนวงจรกรองเชิงเส้นใน (3.17) ด้วยวงจรกรองไม่เชิงเส้น ที่สามารถปรับแถบความถี่ได้ตามขนาดของ suspension travel ที่เปลี่ยนไป

$$\dot{\bar{x}}_3 = -(\varepsilon_0 + \kappa_1 \varphi(\zeta))(\bar{x}_3 - x_3) \tag{3.18}$$



รูปที่ 3.7: ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น $\varphi(\zeta)$ ที่นิยามใน (3.19)

โดยที่ $\varepsilon_0 > 0$ และ $\kappa_1 \geq 0$ เป็นค่าคงตัว, $\zeta = x_1 - x_3$ คือ suspension travel และฟังก์ชันไม่เชิงเส้น $\varphi(\zeta)$ นิยามโดย

$$\varphi(\zeta) = \begin{cases} \left(\dfrac{\zeta - m_1}{m_2}\right)^4 & ,\zeta > m_1 \\ 0 & ,|\zeta| \leq m_1 \\ \left(\dfrac{\zeta + m_1}{m_2}\right)^4 & ,\zeta < -m_1 \end{cases} \tag{3.19}$$

โดยที่ $m_1 \geq 0$ และ $m_2 > 0$ (ดูรูปที่ 3.7 ประกอบ) และถ้า $\kappa_1 = 0$ วงจรกรองไม่เชิงเส้น (3.18) นี้ก็จะกลายเป็นวงจรกรองเชิงเส้น (3.17) โดยที่ $\varepsilon = \varepsilon_0$

ความไม่เป็นเชิงเส้นนี้จะมีเขตไร้ผลสนอง (deadzone) ในช่วง $-m_1 \leq \zeta \leq m_1$ นั่นคือตราบเท่าที่ขนาดของ suspension travel น้อยกว่า m_1 ความไม่เชิงเส้นจะยังไม่ปรากฏผล ในช่วงนั้นแถบความถี่ของวงจรกรองไม่เชิงเส้นใน (3.18) จะมีค่าคงที่และเท่ากับ ε_0 ซึ่งค่า ε_0 นี้สามารถเลือกได้ตามความต้องการ (วงจรกรองไม่เชิงเส้นจะกลายเป็นตัวกรองเชิงเส้นซึ่งจะให้ ride quality ที่ดี) ทันทีที่ suspension travel มีค่าอยู่นอกเขตไร้ผลสนองความไม่เป็นเชิงเส้น $\varphi(\zeta)$ จะปรากฏขึ้น ซึ่งค่าที่เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วของ $\varphi(\zeta)$ จะมีผลให้แถบความถี่ของวงจรกรองเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วด้วย ซึ่งจะทำให้จุดประสงค์ของการควบคุมเปลี่ยนไปเป็นการทำให้ค่า suspension travel มีค่าน้อย

3.3.2 การออกแบบโดยวิธีก้าวถอยหลัง

ตัวแปรที่ต้องการคุมค่าในที่นี้คือ z_1 ใน (3.16) ขั้นตอนการออกแบบคือ

ขั้นตอนที่หนึ่ง ใช้ z_2 เป็นการควบคุมเสมือน (virtual control) ในสมการ $\dot{z}_1$ ซึ่งจะได้ตัวแปรผิดพลาด

$z_2 = x_2 - \alpha_1$ โดยที่ α_1 เป็นฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวแรก เมื่อหาอนุพันธ์ของ z_1 ได้

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\bar{x}}_3 \\ &= x_2 + (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))(\bar{x}_3 - x_3) \\ &= x_2 + (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))(x_1 - z_1 - x_3) \\ &= \underbrace{z_2 + \alpha_1}_{x_2} + (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))\zeta - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 \end{aligned} \tag{3.20}$$

มอง x_2 เป็นการควบคุมเสมือนและนิยาม $z_2 = x_2 - \alpha_1$ เลือกฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวแรกเป็น

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))\zeta \tag{3.21}$$

ดังนั้นจะได้

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2 \tag{3.22}$$

ขั้นตอนที่สอง นิยาม $\bar{x}_5 = \mu x_5$ โดยที่ μ เป็นค่าคงตัวบวกซึ่งใช้ปรับขนาด (rescale) ของ x_5 (การปรับขนาดช่วยลดความผิดพลาดเชิงเลขในการคำนวณ) และใช้ $\bar{x}_5$ เป็นการควบคุมเสมือนในสมการ $\dot{z}_2$ และนิยามตัวแปรผิดพลาด $z_3 = \bar{x}_5 - \alpha_2$ โดยที่ α_2 เป็นฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวที่สอง เมื่อหาอนุพันธ์ของ z_2 จะได้

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \\ &= -\frac{1}{M_b}\left[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - \frac{A}{\mu}\underbrace{(z_3 + \alpha_2)}_{\bar{x}_5}\right] + g_2 \end{aligned} \tag{3.23}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} g_2 &= -\dot{\alpha}_1 \\ &= c_1[-c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2] + (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))(x_2 - x_4) + \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\zeta \end{aligned} \tag{3.24}$$

เลือกฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวที่สอง α_2 เป็น

$$\alpha_2 = \frac{\mu M_b}{A}\left[-c_2 z_2 - z_1\frac{1}{M_b}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - g_2]\right] \tag{3.25}$$

ดังนั้นจะได้ (3.23) เป็น

$$\dot{z}_2 = -c_2 z_2 - z_1 + \frac{A}{\mu M_b}z_3 \tag{3.26}$$

ขั้นตอนที่สาม เลือก $x_6 w_3$ เป็นการควบคุมเสมือนในสมการ $\dot{z}_3$ ซึ่งจะได้ตัวแปรผิดพลาดเป็น $z_4 = x_6 w_3 - \alpha_3$ โดยที่ α_3 เป็นฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวที่สาม เมื่อหาอนุพันธ์ของ z_3 ได้

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= \dot{\bar{x}}_5 - \dot{\alpha}_2 \\ &= -\beta\bar{x}_5 - \mu\alpha A(x_2 - x_4) + \mu\gamma\underbrace{(z_4 + \alpha_3)}_{x_6 w_3} + g_3 + (d_3 + n_3 h_3)r \end{aligned} \tag{3.27}$$

โดยที่ w_3 นิยามใน (3.11) และ

$$
\begin{aligned}
n_3 &= \frac{\mu M_b K_t}{A M_{us}} \\
d_3 &= n_3\left(\frac{C_a}{M_b} - \varepsilon_0\right) \\
h_3 &= -\kappa_1\varphi(\zeta) - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_3 = & -\frac{\mu M_b}{A}\Big\{-(c_2+c_1)\left(-c_2z_2 - z_1 + \frac{A}{\mu M_b}z_3\right) + c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)z_1 \\
& +[c_1^2 + c_1(\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta))][-c_1z_1 - (\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2] \\
& +\frac{1}{M_b}[K_a(x_2-x_4) + C_a w_1] - (\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta))w_1 \\
& -2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)^2 - \kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^2\zeta - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1\zeta\Big\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
w_1 &= -m_t[K_a(x_1-x_3) + C_a(x_2-x_4) - Ax_5] + \frac{K_t}{M_{us}}x_3 \\
&= \dot{x}_2 - \dot{x}_4 + \frac{K_t}{M_{us}}r
\end{aligned}
$$

$$
m_t = \frac{1}{M_b} + \frac{1}{M_{us}}
$$

เลือกฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวที่สาม α_3 เป็น

$$
\alpha_3 = \frac{1}{\mu\gamma}\left[-c_3z_3 - \frac{A}{\mu M_b}z_2 - b_3h_3^2z_3 + \beta\bar{x}_5 + \mu\alpha A(x_2-x_4) - g_3\right] \tag{3.28}
$$

จะได้ (3.27) เป็น

$$
\dot{z}_3 = -c_3z_3 - \frac{A}{\mu M_b}z_2 + \mu\gamma z_4 + d_3r + n_3h_3r - b_3h_3^2z_3 \tag{3.29}
$$

ขั้นตอนที่สี่ เนื่องจากการควบคุมจริง (actual control) u ปรากฏในสมการ $\dot{z}_4$ ดังนั้นจึงสามารถหาการควบคุม u ได้ในขั้นตอนนี้ เมื่อหาอนุพันธ์ของ z_4 ได้

$$
\begin{aligned}
\dot{z}_4 &= \frac{d}{dt}(x_6w_3) - \dot{\alpha}_3 \\
&= \frac{1}{\tau}(-x_6+u)w_3 - \frac{1}{2|w_3|}|x_6|w_2 + g_4 + (d_4+n_4h_4)r
\end{aligned} \tag{3.30}
$$

โดยที่

$$
n_4 = n_3 = \frac{\mu M_b K_t}{A M_{us}}
$$

$$
\begin{aligned}
w_2 &= -\beta x_5 - \alpha A(x_2-x_4) + \gamma x_6 w3 \\
&= \frac{1}{\mu}\dot{\bar{x}}_5 = \dot{x}_5
\end{aligned}
$$

$$
d_4 = (c_3+c_2+c_1)\frac{d_3}{\mu\gamma} + \frac{K_t}{\gamma A M_{us}}(\alpha A^2 + K_a - m_tC_a^2 + \varepsilon_0 m_t C_a M_b)
$$

$$h_4 = \frac{1}{\mu\gamma}(c_3 + c_2 + c_1 + b_3 h_3^2)h_3 + \frac{1}{\mu\gamma} b_3 h_3^2 \left(\frac{C_a}{M_b} - \varepsilon_0\right) - \frac{1}{\mu\gamma}\Big\{ 2\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)\zeta - m_t C_a \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta - c_1\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta} z_1 - m_t C_a \kappa_1 \varphi(\zeta) + 4\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\Big\}$$

$$g_4 = -\frac{1}{\mu\gamma}\Big\{ -(c_3 + c_2 + c_1 + b_3 h_3^2)\left(-c_3 z_3 - \frac{A}{\mu M_b} z_2 + \mu\gamma z_4 - b_3 h_3^2 z_3\right) - \frac{A}{\mu M_b}\bar{z}_2 + \mu\beta w_2 + \mu\alpha A w_1 - 2 b_3 z_3 h_3 \bar{h}_3 + \bar{g}_4 \Big\}$$

$$\bar{g}_4 = \frac{\mu M_b}{A}\Big\{ -(c_2 + c_1)(-c_2\bar{z}_2 - \bar{z}_1) + c_1\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^2 z_1 + c_1\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta} w_1 z_1 + 2c_1\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\bar{z}_1 + [c_1^2 - 1 + c_1(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))]\bar{\bar{z}}_1 + \frac{1}{M_b}(K_a w_1 + C_a \bar{w}_1) - 6\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)w_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))\bar{w}_1 - 3\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^3 - \kappa_1 \frac{d^3\varphi}{d\zeta^3}(x_2 - x_4)^3\zeta - 3\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)w_1\zeta - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}\bar{w}_1\zeta \Big\}$$

$$\bar{h}_3 = \dot{h}_3 = -2\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4) - \kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)\zeta$$

$$\bar{z}_1 = \dot{z}_1 = -c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2$$

$$\bar{z}_2 = \dot{z}_2 = -c_2 z_2 - z_1 + \frac{A}{\mu M_b} z_3$$

$$\bar{\bar{z}}_1 = \dot{\bar{z}}_1 = -(c_1 + \varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))\bar{z}_1 - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)z_1 + \bar{z}_2$$

$$\bar{w}_1 = -m_t[K_a(x_2 - x_4) + C_a w_1 - A w_2] + \frac{K_t}{M_{us}} x_4 = \dot{w}_1 - m_t C_a \frac{K_t}{M_{us}} r$$

เลือกการควบคุมเป็น

$$u = \frac{\tau}{w_3}\alpha_4 \tag{3.31}$$

โดยที่ฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวสุดท้ายคือ

$$\alpha_4 = -c_4 z_4 - \mu\gamma z_3 - b_4 h_4^2 z_4 + \frac{1}{\tau} x_6 w_3 + \frac{1}{2|w_3|}|x_6| w_2 - g_4 \tag{3.32}$$

เมื่อแทนค่า (3.31)–(3.32) ลงใน (3.30) จะได้

$$\dot{z}_4 = -c_4 z_4 - \mu\gamma z_3 + d_4 r + n_4 h_4 r - b_4 h_4^2 z_4 \tag{3.33}$$

3.3.3 การวิเคราะห์เสถียรภาพ

จากการออกแบบการควบคุมโดยวิธีก้าวถอยหลังจะได้ระบบผิดพลาดวงวนปิดดังนี้

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= -c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1 \varphi(\zeta)) z_1 + z_2 \\
\dot{z}_2 &= -c_2 z_2 - z_1 + \frac{A}{\mu M_b} z_3 \\
\dot{z}_3 &= -c_3 z_3 - \frac{A}{\mu M_b} z_2 + \mu\gamma z_4 \\
\dot{z}_4 &= -c_4 z_4 - \mu\gamma z_3 + d_4 r + n_4 h_4 r - b_4 h_4^2 z_4
\end{aligned} \tag{3.34}$$

โดยที่ c_1, c_2, c_3, c_4, b_3 และ b_4 เป็นค่าคงตัวบวก และ n_3, d_3, h_3, n_4, d_4 และ h_4 มีค่าตามที่ได้แสดงมาแล้ว

พิจารณาฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V = \frac{1}{2}\left(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2\right) \tag{3.35}$$

จาก (3.34) จะได้อนุพันธ์ของ (3.35) คือ

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= z_1\dot{z}_1 + z_2\dot{z}_2 + z_3\dot{z}_3 + z_4\dot{z}_4 \\
&= -(c_1 + \varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta)) z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 \\
&\quad + d_3 z_3 r + n_3 h_3 z_3 r - b_3 h_3^2 z_3^2 + d_4 z_4 r + n_4 h_4 z_4 r - b_4 h_4^2 z_4^2
\end{aligned} \tag{3.36}$$

เนื่องจากเราไม่ทราบค่าการรบกวนจากถนน r ดังนั้นเราจึงไม่สามารถกำจัดพจน์คูณไขว้ (cross term) ใน (3.36) ด้วยการควบคุม u ได้ อย่างไรก็ตามขอบเขตของสัญญาณผิดพลาดถูกประกันด้วยค่าคงตัวบวก c_1, c_2, c_3, c_4, b_3 และ b_4 เราสามารถเขียน (3.36) ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -(c_1 + \varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta)) z_1^2 - c_2 z_2^2 - \frac{1}{2} c_3 z_3^2 - \frac{1}{2} c_4 z_4^2 \\
&\quad - \frac{c_3}{2}\left(z_3 - \frac{d_3}{c_3} r\right)^2 + \frac{d_3^2}{2c_3} r^2 - \frac{c_4}{2}\left(z_4 - \frac{d_4}{c_4} r\right)^2 + \frac{d_4^2}{2c_4} r^2 \\
&\quad - b_3\left(h_3 z_3 - \frac{n_3}{2b_3} r\right)^2 + \frac{n_3^2}{4b_3} r^2 - b_4\left(h_4 z_4 - \frac{n_4}{2b_4} r\right)^2 + \frac{n_4^2}{4b_4} r^2 \\
&\leq -(c_1 + \varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta)) z_1^2 - c_2 z_2^2 - \frac{1}{2} c_3 z_3^2 - \frac{1}{2} c_4 z_4^2 \\
&\quad + \left(\frac{d_3^2}{2c_3} + \frac{d_4^2}{2c_4} + \frac{n_3^2}{4b_3} + \frac{n_4^2}{4b_4}\right) r^2
\end{aligned} \tag{3.37}$$

จาก (3.37) จะเห็นได้ว่าสำหรับสัญญาณรบกวนจากถนนที่มีขอบเขตใดๆ สัญญาณผิดพลาดที่เกิดขึ้นจะมีขอบเขตจำกัด เนื่องจาก $\dot{V}$ จะมีค่าลบเมื่อสถานะผิดพลาด z_1, z_2, z_3 และ z_4 มีค่ามากพอ ซึ่งจะเป็นจริงสำหรับการเลือกค่าคงตัวบวก c_1, c_2, c_3, c_4, b_3 และ b_4 ถึงแม้ว่าค่าเล็กมากๆ ของค่าคงตัวเหล่านี้อาจจะทำให้เกิดความผิดพลาดที่มีขนาดใหญ่จนยอมรับไม่ได้

พลวัตศูนย์ (Zero Dynamics)

ในการออกแบบการควบคุมก้าวถอยหลังเราจะได้ระบบผิดพลาดอันดับสี่ (ที่มีตัวแปรสถานะคือ z_1, z_2, z_3 และ z_4) อย่างไรก็ตาม ระบบรองรับต้นแบบ (original suspension system) ประกอบด้วยตัวแปร

สถานะทั้งหมด 7 ตัวแปร (รวมสถานะ $\bar{x}_3$ ที่เป็นสัญญาณออกจากวงจรกรองไม่เชิงเส้นใน (3.18)) ดังนั้นพลวัตศูนย์ของระบบวงวนปิดจึงประกอบด้วยสถานะ 3 ตัวแปร ในการหาพลวัตศูนย์เราให้สัญญาณออก

$$y = z_1 = x_1 - \bar{x}_3 \equiv 0$$

ดังนั้นเราจะได้

$$\begin{aligned}
\dot{y} &= x_2 + (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))(\bar{x}_3 - x_3) = 0 && (3.38)\\
\ddot{y} &= -\frac{1}{M_b}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - Ax_5]\\
&\quad +\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)(\bar{x}_3 - x_3)\\
&\quad +(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))[-(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))(\bar{x}_3 - x_3) - x_4] = 0 && (3.39)
\end{aligned}$$

แทนค่า (3.38) และ (3.39) ลงใน (3.18) และ (3.10) จะได้พลวัตศูนย์

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}_3 &= -(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\bar{\zeta}))\bar{\zeta}\\
\dot{x}_3 &= x_4\\
\dot{x}_4 &= \frac{M_b}{M_{us}}[-(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\bar{\zeta}))\bar{\zeta} - x_4]\left(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\bar{\zeta}) + \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\bar{\zeta}\right) - \frac{K_t}{M_{us}}(x_3 - r)
\end{aligned} \qquad (3.40)$$

โดยที่ $\bar{\zeta} = \bar{x}_3 - x_3$ ถ้า $\kappa_1 = 0$ จะได้ (3.40) เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_3 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_0 & \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\varepsilon_0^2\frac{M_b}{M_{us}} & \varepsilon_0^2\frac{M_b}{M_{us}} - \frac{K_t}{M_{us}} & -\varepsilon_0\frac{M_b}{M_{us}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{x}_3 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t}{M_{us}} \end{bmatrix} r \qquad (3.41)$$

ใช้ Routh-Hurwitz criterion จะได้ว่าเมทริกซ์ 3×3 เป็นเมทริกซ์ Hurwitz ก็ต่อเมื่อ $\varepsilon > 0$ ดังนั้นจะได้ว่าพลวัตศูนย์เป็นระบบเสถียรแบบเลขชี้กำลังสำหรับ $\varepsilon > 0$ ทุกค่า

ต่อไปพิจารณา (3.40) ในกรณีที่ $\kappa_1 > 0$ และ $r = 0$

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{\zeta}} &= -\bar{\varepsilon}\bar{\zeta} - x_4\\
\dot{x}_3 &= x_4\\
\dot{x}_4 &= \frac{M_b}{M_{us}}\left(-\bar{\varepsilon}\bar{\zeta} - x_4\right)\bar{\varphi} - \frac{K_t}{M_{us}}x_3
\end{aligned} \qquad (3.42)$$

โดยที่

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\bar{\zeta}) > 0$$

$$\bar{\varphi} = \bar{\varepsilon} + \kappa_1\frac{d\varphi}{d\bar{\zeta}}\bar{\zeta} > 0$$

ในการแสดงว่า (3.42) เป็นระบบเสถียรเชิงเส้นกำกับเราพิจารณา

$$V_0 = \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}^2\bar{\zeta}^2 + \frac{1}{2}\frac{K_t}{M_b}x_3^2 + \frac{1}{2}\frac{M_{us}}{M_b}x_4^2 \qquad (3.43)$$

หาอนุพันธ์ได้เป็น

$$\begin{aligned}\dot{V}_0 &= \varepsilon\kappa_1\frac{d\varphi}{d\bar{\zeta}}\left(-\varepsilon\bar{\zeta}-x_4\right)\bar{\zeta}^2+\varepsilon^2\bar{\zeta}\left(-\varepsilon\bar{\zeta}-x_4\right)+\frac{K_t}{M_b}x_3x_4\\ &\quad +x_4\left[\left(-\bar{\varepsilon}\bar{\zeta}-x_4\right)\bar{\varphi}-\frac{K_t}{M_b}x_3\right]\\ &= -\bar{\varepsilon}^2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\bar{\zeta}}\bar{\zeta}^3-\bar{\varepsilon}\kappa_1\frac{d\varphi}{d\bar{\zeta}}x_4\bar{\zeta}^2-\bar{\varepsilon}^3\bar{\zeta}^2-\bar{\varepsilon}^3\bar{\zeta}x_4-\bar{\varepsilon}\bar{\varphi}x_4\bar{\zeta}-\bar{\varphi}x_4^2\\ &= -\bar{\varepsilon}^2\left(\bar{\varepsilon}+\kappa_1\frac{d\varphi}{d\bar{\zeta}}\bar{\zeta}\right)\bar{\zeta}^2-\left(\bar{\varphi}+\bar{\varepsilon}+\kappa_1\frac{d\varphi}{d\bar{\zeta}}\bar{\zeta}\right)\bar{\varepsilon}\bar{\zeta}x_4-\bar{\varphi}x_4^2\\ &= -\bar{\varepsilon}^2\bar{\varphi}\bar{\zeta}^2-2\bar{\varphi}\bar{\varepsilon}\bar{\zeta}x_4-\bar{\varphi}x_4^2\\ &= -\bar{\varphi}\left(\bar{\varepsilon}\bar{\zeta}+x_4\right)^2\\ &\leq 0 \end{aligned} \tag{3.44}$$

โดยการใช้ทฤษฎีบทความยืนยงของลาซาลจะสามารถสรุปได้ว่าจุดสมดุล $(\bar{\zeta}, x_3, x_4) = (0,0,0)$ ของระบบ (3.42) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ เนื่องจากเป็นเซตยืนยง ที่ใหญ่ที่สุดของ (3.42) ซึ่งภายในจะประกอบด้วยเซตที่ฟังก์ชันเลียปูนอฟมีอนุพันธ์เท่ากับศูนย์ในเซต $E = \left\{(\bar{\zeta}, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \dot{V}_0 = 0\right\}$

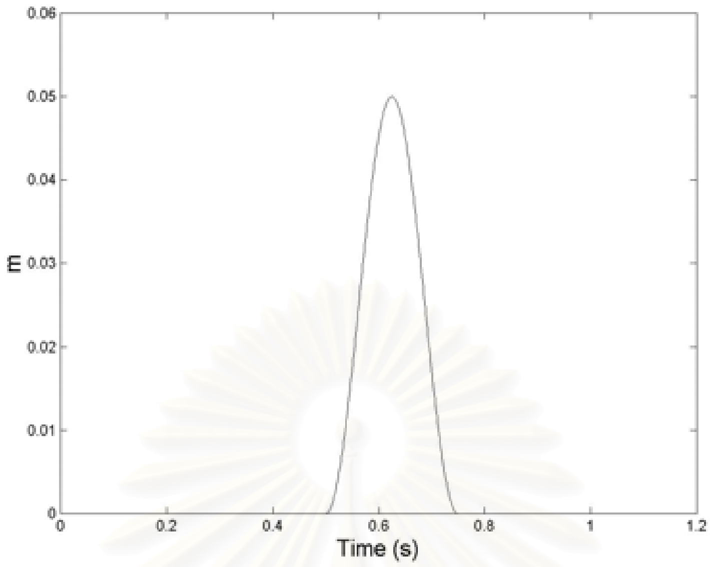
3.3.4 การจำลองผลตอบสนองด้วยคอมพิวเตอร์

แบบจำลองของระบบวงวนปิดประกอบด้วย 3 กรณีคือ ระบบรองรับกสานติ์, ระบบรองรับที่ใช้วงจรกรองเชิงเส้นและระบบรองรับแอ็กทีฟที่ใช้วงจรกรองไม่เชิงเส้นโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ดังนี้ [9, 10]

$$\begin{aligned} M_b &= 290 \text{ kg}\\ M_{us} &= 59 \text{ kg}\\ K_a &= 16812 \text{ N/m}\\ C_a &= 1000 \text{ N/m}\cdot\text{s}\\ K_t &= 190000 \text{ N/m}\\ \alpha &= 4.515\times10^{13} \text{ N/m}^5\\ \beta &= 1 \text{ s}^{-1}\\ \gamma &= 1.545\times10^{9} \text{ N/(m}^{5/2}\text{ kg}^{1/2})\\ \tau &= 1/30 \text{ s}\\ P_s &= 10342500 \text{ Pa (1500 Psi)}\\ A &= 3.35\times10^{-4} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

เนื่องจากความดันป้อน P_s มีค่ามาก ดังนั้นเราจึงใช้ $\mu = 10^{-7}$ ปรับขนาดสถานะ x_5 เพื่อปรับปรุงความแม่นยำเชิงตัวเลข

สมมติว่าขีดจำกัดในการออกแบบคือ [11]



รูปที่ 3.8: การรบกวนจากพื้นถนนเมื่อ $a = 0.025$

- suspension travel ไม่เกิน ± 8 cm
- การกระจัดลิ้นหลอดด้าย (spool valve displacement) ไม่เกิน ± 1 cm

เนื่องจาก w_3 เป็นตัวหารในกฎการควบคุม (3.31) ดังนั้นจึงต้องมีการป้องกันการหารด้วยศูนย์ โดยให้

$$w_3 = \begin{cases} 0.5 & \text{ถ้า} \quad 0 \le w_3 \le 0.5 \\ -0.5 & \text{ถ้า} \quad -0.5 \le w_3 < 0 \end{cases}$$

และเลือกการรบกวนจากพื้นถนนที่มีลักษณะดังนี้

$$r = \begin{cases} a(1 - \cos 8\pi t), & 0.5 \le t \le 0.75 \\ 0, & \text{เมื่อเป็นอย่างอื่น} \end{cases} \tag{3.45}$$

เมื่อให้ a มีค่าเป็น 0.025, 0.038 และ 0.055 จะได้ความสูงของ bump ทั้ง 3 กรณีคือ 5, 7.6 และ 11 cm ตามลำดับ และเลือกพารามิเตอร์ในการควบคุมดังนี้

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 200$$

$$b_3 = b_4 = 0.01$$

$$\varepsilon_0 = 1.5$$

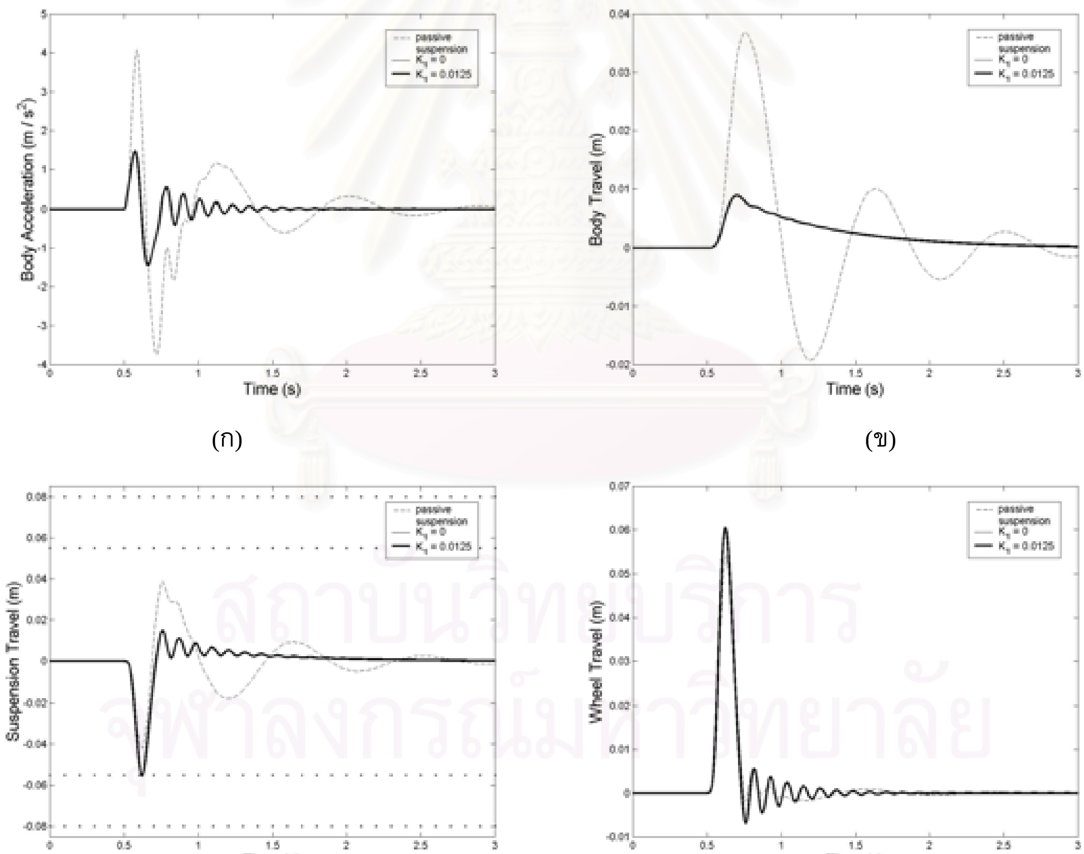
$$m_1 = 0.055$$

$$m_2 = 0.005$$

ถ้าเลือก m_1 มากเกินไปค่า suspension travel ก็มีโอกาสเกินขอบเขตที่กำหนด แต่ถ้าเลือก m_1 น้อยไปจะเป็นการเน้นการคุมค่าตัวแปร x_1 เป็นหลัก ในที่นี้เราให้ขอบเขตของ suspension travel เป็น ± 8 cm จึงเลือกค่า m_1 เป็น 5.5 cm เพื่อให้วงจรกรอง (3.18) มีช่วงการทำงานไม่เชิงเส้นอยู่พอสมควร

ทำการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบระหว่างระบบรองรับกสานติ์ (เส้นประ) ระบบรองรับแอ็กทีฟที่ไม่ได้พยายามจะป้องกันค่า suspension travel เกินขอบเขต คือใช้ $\kappa_1 = 0$ (เส้นบาง) และระบบรองรับแอ็กทีฟที่ใช้ $\kappa_1 = 0.0125$ (เส้นทึบ) ซึ่งจะแสดง ความเร่งของตัวรถ, ตำแหน่งของตัวรถ, ตำแหน่งของล้อรถ และ suspension travel ในกรณีที่ขนาดของการรบกวนจากพื้นถนนแตกต่างกัน 3 ค่าดังนี้

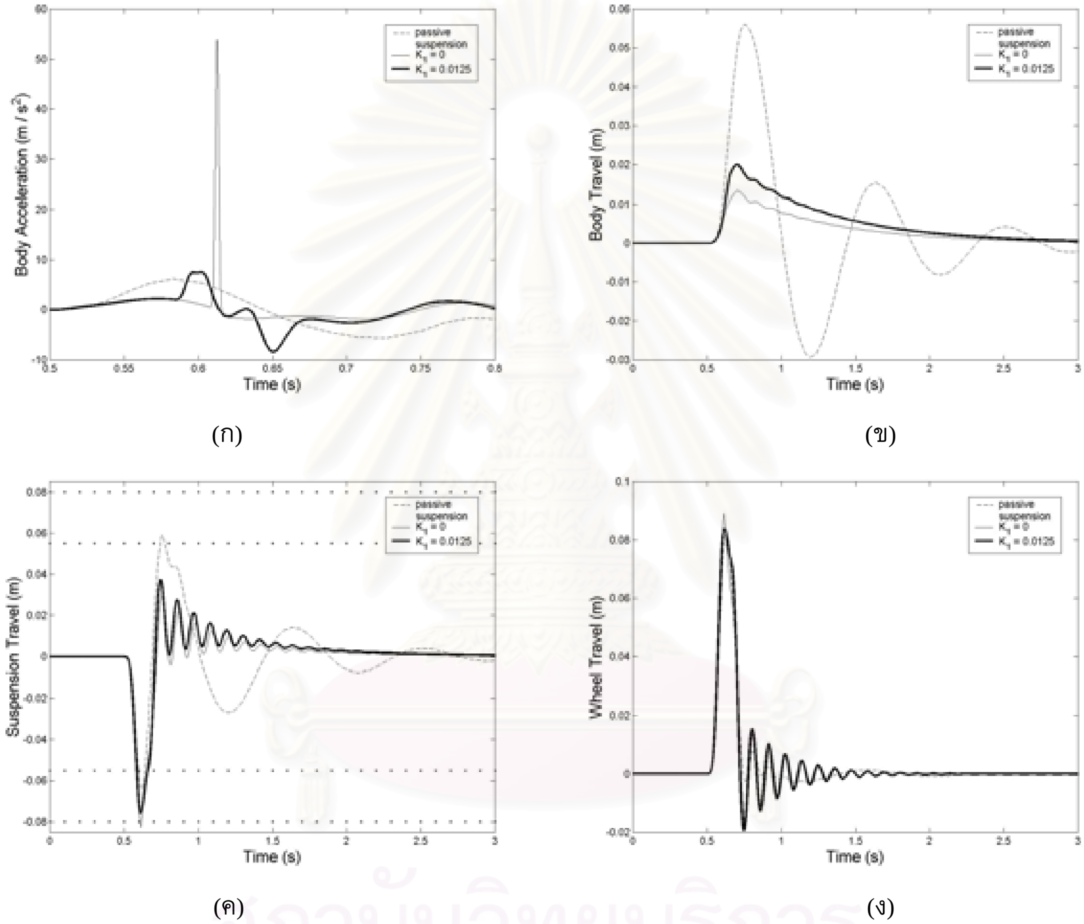
1. รูปที่ 3.9 ใช้ $a = 0.025$ m (road bump สูง 5 cm)
2. รูปที่ 3.10 ใช้ $a = 0.038$ m (road bump สูง 7.6 cm) และ
3. รูปที่ 3.11 ใช้ $a = 0.055$ m (road bump สูง 11 cm)



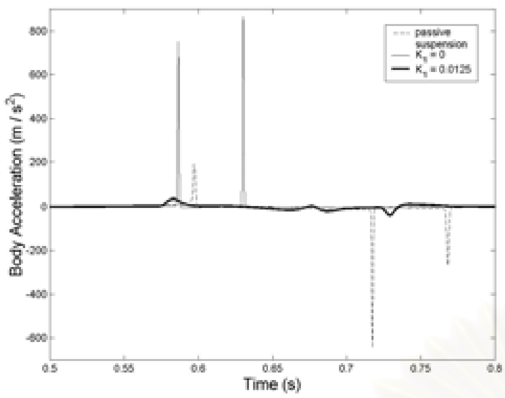
รูปที่ 3.9: ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมด้วยวิธีก้าวถอยหลังเมื่อ $a = 0.025$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

จากผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ในรูปที่ 3.9 จะเห็นว่าในการควบคุมทั้ง 3 แบบ ไม่มีแบบใดที่ค่า suspension travel เกินขอบเขต และระบบรองรับแอ็กทีฟสามารถปรับปรุง ride quality ได้ ซึ่งความเร่งของตัวรถลดลงเกือบ 70 เปอร์เซนต์ และตำแหน่งของตัวรถลดดลงเกือบ 80 เปอร์เซนต์เมื่อเทียบกับระบบรองรับกสานติ์ เนื่องจาก $|\zeta| < m_1$ ตลอดช่วงการจำลองแบบ ระบบรองรับแอ็กทีฟทั้ง 2 แบบจึงให้ผลการจำลองแบบที่เหมือนกัน กราฟของทั้ง 2 แบบจึงทับกัน

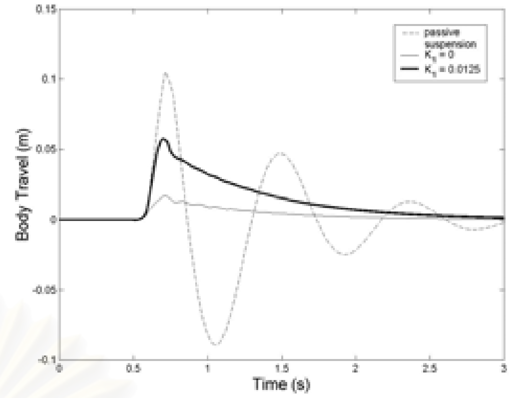
ในรูปที่ 3.10 จะเห็นว่าระบบรองรับแอ็กทีฟที่ใช้ $\kappa_1 = 0$ เป็นกรณีเดียวที่ค่า suspension travel เกินขอบเขต ดังนั้นในกรณีนี้ความเร่งขนาดใหญ่จะถูกส่งไปยังตัวรถ ในขณะที่ค่า suspension travel ของระบบรองรับแอ็กทีฟที่ใช้ $\kappa_1 = 0.0125$ ไม่เกินค่าขอบเขต แต่ยังเกิดความเร่งขึ้นเล็กน้อยที่มากกว่าของระบบรองรับกสานติ์ แต่ระบบรองรับแอ็กทีฟจะทำให้ผลของการรบกวนจากพื้นถนนไปสู่ผู้โดยสารน้อยกว่าระบบรองรับกสานติ์ ในรูปที่ 3.11 ค่า suspension travel ของทั้งระบบรองรับกสานติ์และระบบรองรับแอ็กทีฟที่ใช้ $\kappa_1 = 0$ จะเกินขอบเขต ซึ่งจะทำให้เกิดความเร่งขนาดใหญ่สู่ตัวรถ ในขณะที่ระบบรองรับแอ็กทีฟที่ใช้ $\kappa_1 = 0.0125$ เป็นเพียงกรณีเดียวที่ค่า suspension travel ไม่เกินขอบเขต



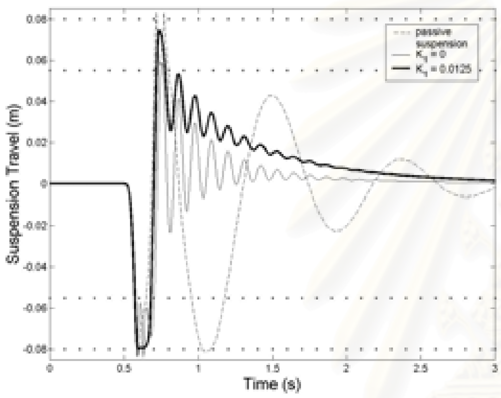
รูปที่ 3.10: ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมด้วยวิธีก้าวถอยหลังเมื่อ $a = 0.038$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



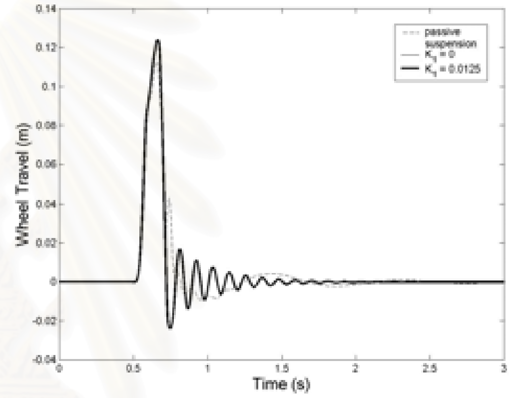
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 3.11: ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมด้วยวิธีก้าวถอยหลังเมื่อ $a = 0.055$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

3.4 สรุป

ระบบรองรับแบบแอ็กทีฟเป็นระบบที่อธิบายได้ด้วยสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น ในการออกแบบการควบคุมสำหรับแบบจำลองอันดับลดซึ่งเป็นระบบเชิงเส้น สามารถใช้การออกแบบการควบคุมแบบเชิงเส้น ส่วนในการออกแบบแบบจำลองอันดับเต็ม ซึ่งรวมพลวัตของตัวขับเร้า จะมีความไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นในการออกแบบจึงมีความยุ่งยากมากกว่าการออกแบบระบบอันดับลด

งานวิจัยที่ผ่านมาสำหรับการควบคุมแบบแอ็กทีฟมีอยู่เป็นจำนวนมาก และแนวทางที่ใช้ในการออกแบบก็แตกต่างกันไป งานวิจัยในระยะแรกจะเป็นการออกแบบสำหรับอันดับลดเท่านั้นและยังไม่มีการคำนึงถึงขอบเขตของค่า suspension travel แต่งานวิจัยในระยะหลังจะเป็นการออกแบบสำหรับอันดับเต็มและคำนึงถึงค่า suspension travel ด้วย ปัญหาสำคัญของการควบคุมระบบรองรับแบบแอ็กทีฟคือการลดความเร่งและการแกว่งที่เกิดขึ้นกับตัวรถ และพยายามให้ค่า suspension travel อยู่ในขอบเขตที่ต้องการ

บทที่ 4

การออกแบบการควบคุมระบบรองรับด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

ในบทนี้จะแสดงวิธีการออกแบบการควบคุมระบบรองรับด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และเปรียบเทียบผลตอบสนองของตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง กับวิธีก้าวถอยหลัง โดยการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ ในกรณีที่มีความผิดพลาดของพารามิเตอร์ต่างๆ ในระบบ

4.1 การออกแบบการควบคุมระบบรองรับแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

ในการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงนั้น เราจะแบ่งการออกแบบเป็นสองขั้นตอน ในขั้นตอนแรกจะออกแบบตัวควบคุมสำหรับแบบจำลองอันดับลดก่อน และในขั้นตอนที่สองจะนำการควบคุมที่ได้จากการออกแบบในขั้นตอนแรกมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับแบบจำลองอันดับเต็มของระบบรองรับแอ็กทีฟ

4.1.1 การออกแบบการควบคุมสำหรับระบบเป้าหมาย

เลือกระบบเป้าหมายเป็นสมการอันดับลดของระบบรองรับแอ็กทีฟดังนี้

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\
\dot{\xi}_2 &= -\frac{1}{M_b}[K_a(\xi_1-\xi_3)+C_a(\xi_2-\xi_4)-u_a] \\
\dot{\xi}_3 &= \xi_4 \\
\dot{\xi}_4 &= \frac{1}{M_{us}}[K_a(\xi_1-\xi_3)+C_a(\xi_2-\xi_4)-K_t\xi_3-u_a]
\end{aligned} \tag{4.1}$$

เมื่อใช้วิธีการก้าวถอยหลังออกแบบการควบคุม u_a สำหรับระบบ (4.1) ในทำนองเดียวกับในตอน 3.3.2 จะได้

$$\begin{aligned}
u_a &= M_b\left\{-(c_1+c_2)z_2+(c_1^2-1+c_1(\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta)))z_1-(\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(\xi_2-\xi_4)\zeta\right\} \\
&\quad +K_a(\xi_1-\xi_3)+C_a(\xi_2-\xi_4)
\end{aligned}$$

โดยที่ $c_1, c_2 > 0$ เป็นค่าคงตัว และ $z_1 = \xi_1 - \bar{\xi}_3, z_2 = \xi_2 - \alpha_1$ โดยที่

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))\zeta$$

4.1.2 การออกแบบการควบคุมสำหรับระบบอันดับเต็มของระบบรองรับแอ็กทีฟ

พิจารณาสมการอันดับเต็มของระบบรองรับแอ็กทีฟ

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{M_b}\left[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-Ax_5\right]\\ \dot{x}_3 &= x_4\\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{M_{us}}\left[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-K_t(x_3-r)-Ax_5\right]\\ \dot{x}_5 &= -\beta x_5-\alpha A(x_2-x_4)+\gamma x_6 w_3\\ \frac{d}{dt}(x_6 w_3) &= -\frac{x_6 w_3}{\tau}-\frac{1}{2|w_3|}|x_6|w_2+\frac{w_3}{\tau}u\end{aligned} \tag{4.2}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}w_2 &= -\beta x_5-\alpha A(x_2-x_4)+\gamma x_6 w_3\\ w_3 &= \mathrm{sgn}\left[P_s-\mathrm{sgn}(x_6)x_5\right]\sqrt{\left[P_s-\mathrm{sgn}(x_6)x_5\right]}\end{aligned}$$

เลือกการแปลง $x=\pi(\xi)$ เป็น

$$\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ Ax_5\\ x_6 w_3\end{bmatrix}=\pi(\xi)=\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\\ \xi_4\\ u_a(\xi_1,\xi_2,\xi_3,\xi_4)\\ u_b(\xi_1,\xi_2,\xi_3,\xi_4))\end{bmatrix} \tag{4.3}$$

จะได้สมการของแมนิโฟลด์ในรูปแบบอิงพารามิเตอร์คือ

$$\phi(x)=\begin{bmatrix} Ax_5-u_a\\ x_6 w_3-u_b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} \tag{4.4}$$

และพิกัดนอกแมนิโฟลด์คือ

$$\begin{bmatrix} Z_1\\ Z_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Ax_5-u_a\\ x_6 w_3-u_b\end{bmatrix} \tag{4.5}$$

เลือก

$$u_b=\frac{A\alpha}{\gamma}(x_2-x_4)+\frac{1}{\gamma A}(\beta u_a+\dot{u}_a) \tag{4.6}$$

จะได้

$$\begin{aligned}\dot{x}_5 &= -\beta x_5-\alpha A(x_2-x_4)+\gamma\left(\frac{A\alpha}{\gamma}(x_2-x_4)+\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\beta u_a}{A}+\frac{\dot{u}_a}{A}\right)\right)+\gamma(x_6 w_3-u_b)\\ &= -\beta x_5+\frac{\beta u_a}{A}+\frac{\dot{u}_a}{A}+\gamma Z_2\\ A\dot{x}_5 &= -\beta A x_5+\beta u_a+\dot{u}_a+A\gamma Z_2\\ A\dot{x}_5-\dot{u}_a &= -\beta(Ax_5-u_a)+\gamma A Z_2\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้

$$\dot{Z}_1 = -\beta Z_1 + \gamma A Z_2 \tag{4.7}$$

และ

$$\ddot{Z}_1 + \beta \dot{Z}_1 - \gamma A \dot{Z}_2 = 0$$

เลือก

$$\dot{Z}_2 = -\frac{1}{\gamma A}(b_1 \dot{Z}_1 + b_2 Z_1)$$

จะได้

$$\ddot{Z}_1 + (\beta + b_1)\dot{Z}_1 + b_2 Z_1 = 0$$

ถ้าต้องการวางตำแหน่งขั้วของพลวัตพิกัดนอกแมนิโฟลด์ ที่ $-p_1$ และ $-p_2$ จะต้องเลือกให้

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= -(\beta + b_1) \\ p_1 p_2 &= b_2 \end{aligned}$$

จาก

$$\frac{d}{dt}(x_6 w_3) - \dot{u}_b = \dot{Z}_2$$

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(x_6 w_3) - \dot{u}_b &= -\frac{1}{\gamma A}(b_1 \dot{Z}_1 + b_2 Z_1) \\ \frac{d}{dt}(x_6 w_3) &= \dot{u}_b - \frac{1}{\gamma A}(b_1 \dot{Z}_1 + b_2 Z_1) \\ \left(\frac{w_3}{\tau}\right) u &= \frac{x_6 w_3}{\tau} + \frac{1}{2|w_3|}|x_6| w_2 - \frac{1}{\gamma A}(b_1 \dot{Z}_1 + b_2 Z_1) + \dot{u}_b \end{aligned}$$

จะได้การควบคุมคือ

$$u = \left(\frac{\tau}{w_3}\right)\left\{\frac{x_6 w_3}{\tau} + \frac{1}{2|w_3|}|x_6| w_2 - \frac{1}{\gamma A}(b_1 \dot{Z}_1 + b_2 Z_1) + \dot{u}_b\right\} \tag{4.8}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} \dot{u}_a = \; & M_b \Big\{ -(c_1 + c_2)\dot{z}_2 + (c_1^2 - 1 + c_1(\varepsilon_0 + \kappa_1 \varphi(\zeta)))\dot{z}_1 + c_1 \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4) z_1 \\ & -(\varepsilon_0 + \kappa_1 \varphi(\zeta)) w_1 - 2\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)^2 - \kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^2 \zeta - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta} w_1 \zeta \Big\} \\ & + K_a(x_2 - x_4) + C_a w_1 \end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_a &= M_b\Big\{ -(c_1+c_2)\ddot{z}_2 + (c_1^2 - 1 + c_1(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta)))\ddot{z}_1 + c_1\kappa_1\frac{d\varphi^2}{d\zeta}(x_2-x_4)\dot{z}_1 \\
&\quad +c_1\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^2 z_1 + c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1 z_1 + c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)\dot{z}_1 \\
&\quad -(\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta))\bar{w}_1 - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1 - \kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^3 - 2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)w_1 \\
&\quad -\kappa_1\frac{d^3\varphi}{d\zeta^3}(x_2-x_4)^3\zeta - 3\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)w_1\zeta - \kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^3 \\
&\quad -\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\bar{w}_1\zeta - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1(x_2-x_4) - \kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^3 \\
&\quad -2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)w_1\Big\} + K_a w_1 + C_a\bar{w}_1 \qquad (4.10)
\end{aligned}$$

$$\dot{u}_b = \frac{A\alpha}{\gamma}w_1 + \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\beta\dot{u}_a}{A} + \frac{\ddot{u}_a}{A}\right)$$

$$\ddot{z}_1 = -c_1\dot{z}_1 - (\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta))\dot{z}_1 - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)z_1 + \dot{z}_2 \qquad (4.11)$$

$$\ddot{z}_2 = -c_2\dot{z}_2 - \dot{z}_1 \qquad (4.12)$$

และ

$$\begin{aligned}
w_1 &= -m_t[K_a(x_1x_3) + C_a(x_2-x_4) - Ax_5] + \frac{K_t}{M_{us}}x_3 \\
&= \dot{x}_2 - \dot{x}_4 + \frac{K_t}{M_{us}}r \\
\bar{w}_1 &= -m_t[K_a(x_2-x_4) + C_a w_1 - Aw_2] + \frac{K_t}{M_{us}}x_4 \\
&= \dot{w}_1 - m_t C_a\frac{K_t}{M_{us}}r
\end{aligned}$$

พิจารณาแนววิถีสถานะของระบบ

$$\begin{aligned}
\ddot{Z}_1 &= -(1+b_1)\dot{Z}_1 - b_2 Z_1 \\
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{1}{M_b}\left[K_a(x_1-x_3) + C_a(x_2-x_4) - Ax_5\right] \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{M_{us}}\left[K_a(x_1-x_3) + C_a(x_2-x_4) - K_t(x_3-r) - Ax_5\right] \\
A\dot{x}_5 &= -A\beta x_5 - A\alpha A(x_2-x_4) - Au_b + A\gamma z_2 \\
\frac{d}{dt}(x_6w_3) &= -\frac{x_6w_3}{\tau} - \frac{1}{2|w_3|}|x_6|w_2 + \frac{w_3}{\tau}u
\end{aligned}$$

ซึ่งคือระบบ

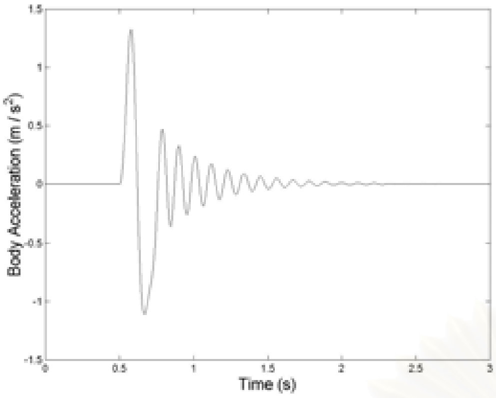
$$
\begin{aligned}
\ddot{Z}_1 &= -(1+b_1)\dot{Z}_1 - b_2 Z_1 \\
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{1}{M_b}\left[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-u_a\right]-\frac{Z_1}{M_b} \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{M_{us}}\left[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-K_t(x_3-r)-u_a\right]+\frac{Z_1}{M_{us}}
\end{aligned}
$$

จะเห็นได้ว่าถ้า Z_1 ลู่เข้าสู่ศูนย์แบบเลขชี้กำลังอย่างรวดเร็วจะได้ว่า x_1, x_2, x_3 และ x_4 มีขอบเขตจำกัด ซึ่งจะทำให้ระบบมีคุณสมบัติเหมือนระบบเป้าหมาย อาจกล่าวได้ว่าการควบคุมที่ออกแบบทำให้ระบบเสถียรโดยการกำจัดผลของพลวัตอันดับสูงออกจากพลวัตเป้าหมายเสมือนการลดทอนการรบกวนออกจากระบบ

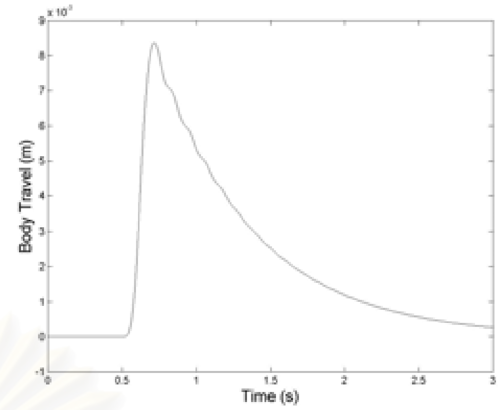
ผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์

ทำการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้ค่าพารามิเตอร์เช่นเดียวกับการควบคุมแบบก้าวถอยหลัง และให้ $p_1 = p_2 = 1200$ เมื่อให้ $a = 0.025, 0.038$ และ 0.055 (ความสูงของ road bump เป็น 5, 7.6 และ 11 cm) จะได้ผลดังรูป 4.1, 4.2 และ 4.3 ตามลำดับ

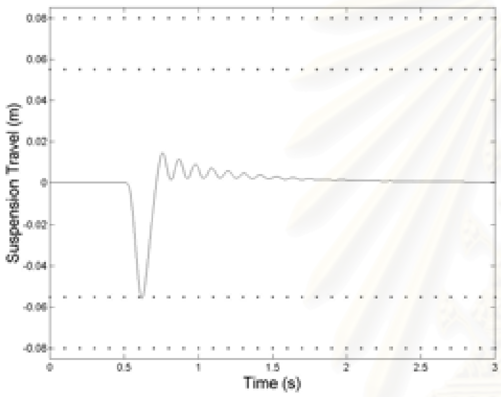
จากรูป 4.1 ถึง 4.3 จะเห็นว่าเมื่อมีการรบกวนจากพื้นถนนที่ความสูงต่างๆ ตำแหน่งตัวรถจะมีการแกว่งก่อนที่จะกลับสู่ตำแหน่งเดิม แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการฝังในและความยืน-ยงสามารถทำให้ระบบรองรับแอ็กทีฟเสถียรได้เมื่อมีการรบกวนจากพื้นถนนที่ความสูงระดับต่างๆ จากรูป 4.1 และ 4.2 จะเห็นว่าความเร่งของตัวรถมีค่าไม่มากนัก เนื่องจากค่า suspension travel ไม่เกินขอบเขต แต่ในรูปที่ 4.3 จะมีความเร่งขนาดใหญ่ถูกส่งไปยังตัวรถเนื่องจากค่า suspension travel มีการเกินขอบเขต เมื่อเปรียบเทียบกับการใช้ตัวควบคุมก้าวถอยหลัง ในรูป 3.9 ถึง 3.11 พบว่ามีความแตกต่างกันคือ แม้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงความเร่งของตัวรถจะมีส่วนพุ่งเกิน (overshoot) ที่มากกว่ากรณีตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง แต่มีส่วนพุ่งขาด (undershoot) ที่น้อยกว่าและตำแหน่งของตัวรถก็มีการแกว่งตัวน้อยกว่าด้วย และที่ความสูง road bump เป็น 11 cm เมื่อใช้ตัวควบคุมก้าวถอยหลังจะไม่เกิดความเร่งขนาดใหญ่ส่งไปยังตัวรถ เนื่องจากค่า suspension travel ไม่เกินขอบเขต นั่นคือตัวควบคุมก้าวถอยหลังจะสามารถป้องกันค่า suspension travel ไม่ให้เกินขอบเขตได้ดีกว่าตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง



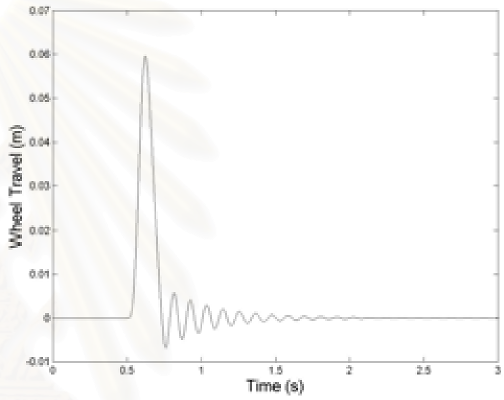
(ก)



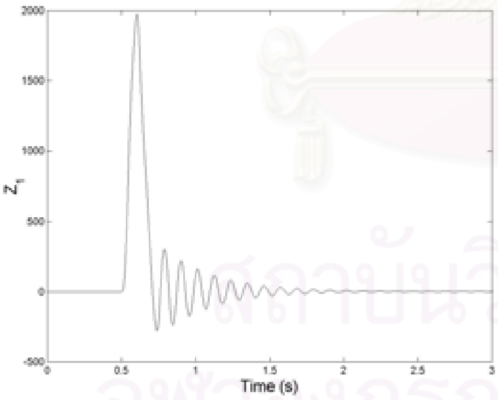
(ข)



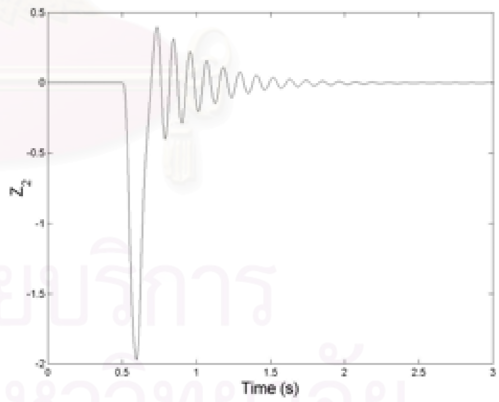
(ค)



(ง)

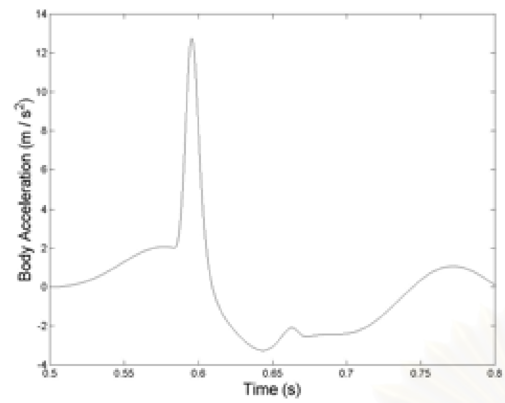


(จ)

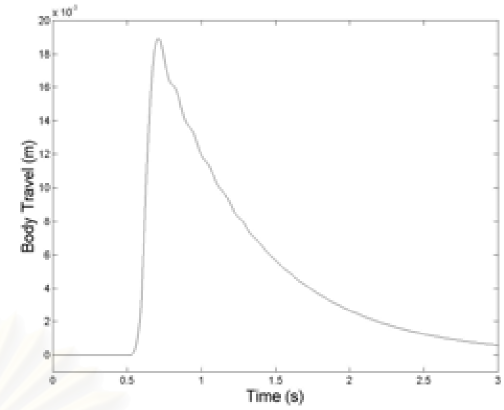


(ฉ)

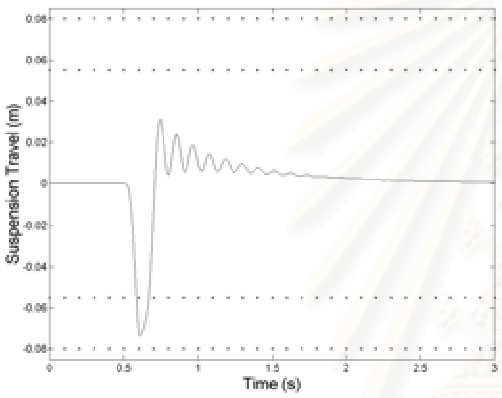
รูปที่ 4.1: ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงเมื่อ $a = 0.025$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ (จ) Z_1 (ฉ) Z_2



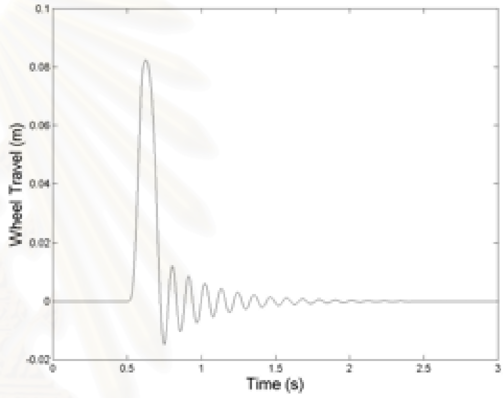
(ก)



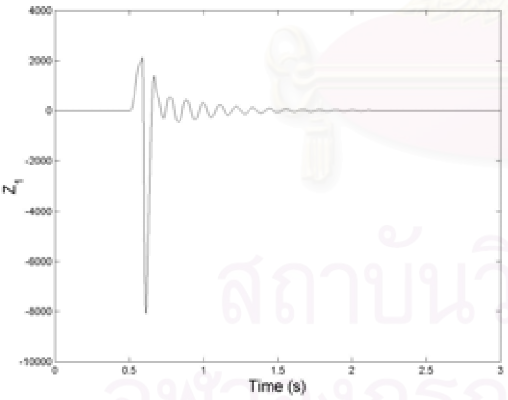
(ข)



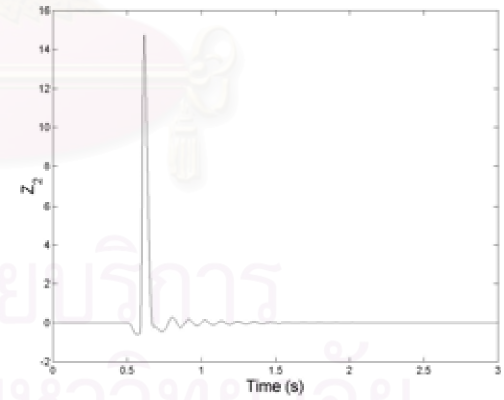
(ค)



(ง)

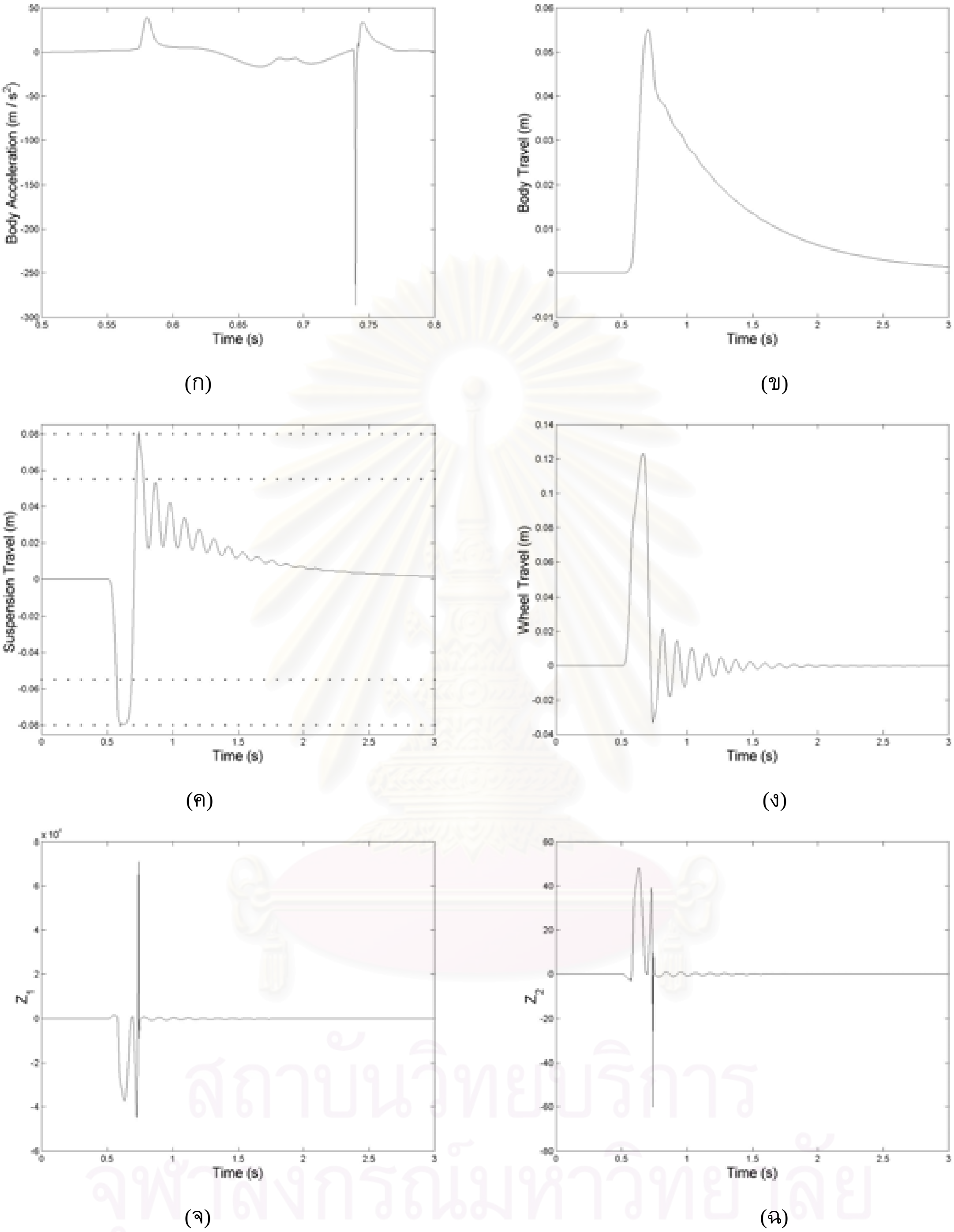


(จ)



(ฉ)

รูปที่ 4.2: ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงเมื่อ $a = 0.038$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ (จ) Z_1 (ฉ) Z_2



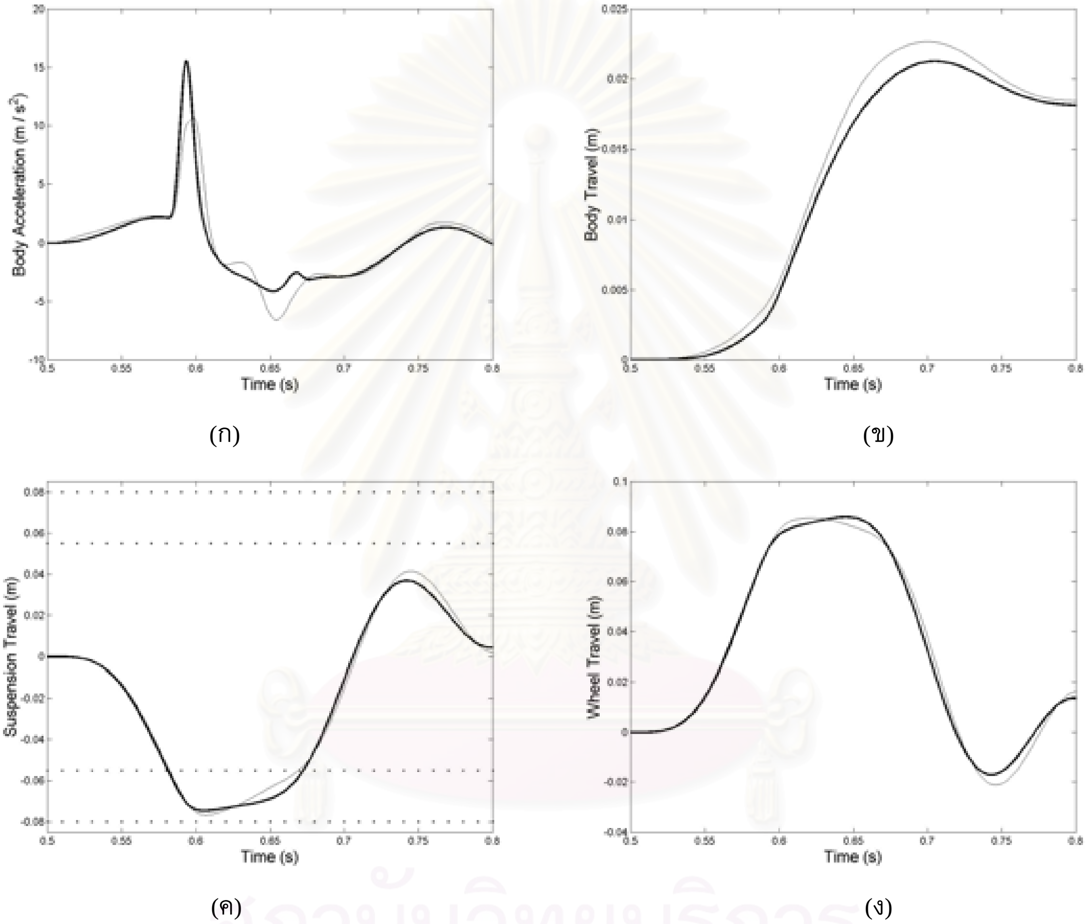
รูปที่ 4.3: ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงเมื่อ $a = 0.055$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ (จ) Z_1 (ฉ) Z_2

4.2 ผลการเปรียบเทียบผลตอบสนองระหว่างตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง และตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลังในกรณีที่มีความผิดพลาดของพารามิเตอร์ในพลานต์

ในการเปรียบเทียบผลตอบสนองระหว่างตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง และตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลังในกรณีที่มีความผิดพลาดของพารามิเตอร์ในพลานต์ ได้จำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ 21 กรณีเพื่อแสดง ความเร่งที่เกิดขึ้นกับตัวรถ, ตำแหน่งของตัวรถ, ค่า suspension travel และตำแหน่งของล้อรถ ดังรูป 4.4 ถึง 4.24 ต่อไปนี้

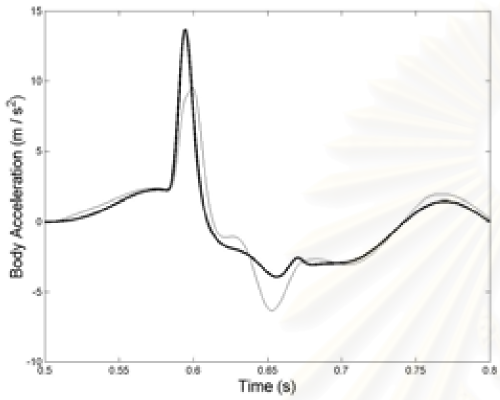
รูป 4.4	กรณีปกติ (ให้ $a = 0.040$)
รูป 4.5	กรณีที่ M_b เพิ่มขึ้น 20%
รูป 4.6	กรณีที่ M_b ลดลง 20%
รูป 4.7	กรณีที่ M_{us} เพิ่มขึ้น 20%
รูป 4.8	กรณีที่ M_{us} ลดลง 20%
รูป 4.9	กรณีที่ K_a เพิ่มขึ้น 20%
รูป 4.10	กรณีที่ K_a ลดลง 20%
รูป 4.11	กรณีที่ C_a เพิ่มขึ้น 20%
รูป 4.12	กรณีที่ C_a ลดลง 20%
รูป 4.13	กรณีที่ K_t เพิ่มขึ้น 20%
รูป 4.14	กรณีที่ K_t ลดลง 20%
รูป 4.15	กรณีที่ τ เพิ่มขึ้น 20%
รูป 4.16	กรณีที่ τ ลดลง 20%
รูป 4.17	กรณีที่ A เพิ่มขึ้น 5%
รูป 4.18	กรณีที่ A ลดลง 10%
รูป 4.19	กรณีที่ α เพิ่มขึ้น 5%
รูป 4.20	กรณีที่ α ลดลง 10%
รูป 4.21	กรณีที่ β เพิ่มขึ้น 20%
รูป 4.22	กรณีที่ β ลดลง 20%
รูป 4.23	กรณีที่ γ เพิ่มขึ้น 10%
รูป 4.24	กรณีที่ γ ลดลง 5%

ในรูปเส้นทึบแสดงผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง และเส้นบางแสดงผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมก้าวถอยหลัง

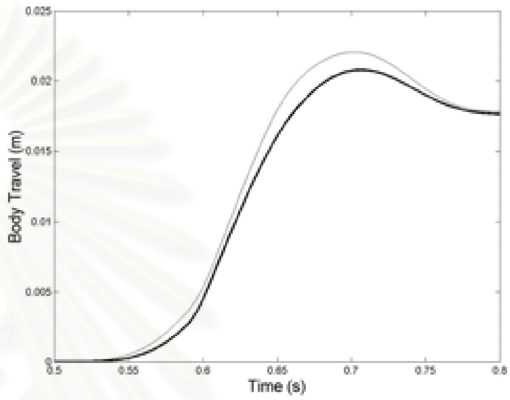


รูปที่ 4.4: ผลตอบสนองของระบบในกรณีที่ระบุเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

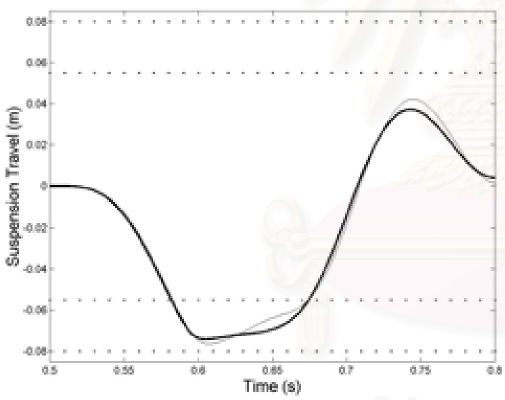
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



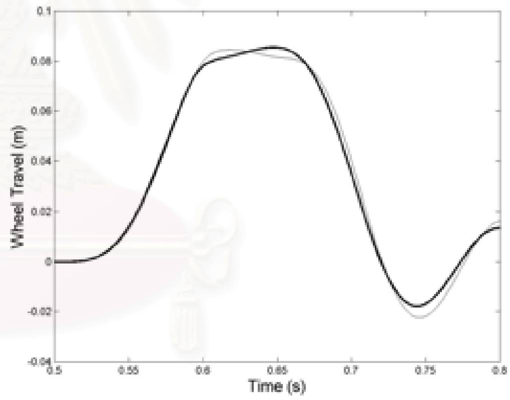
(ก)



(ข)

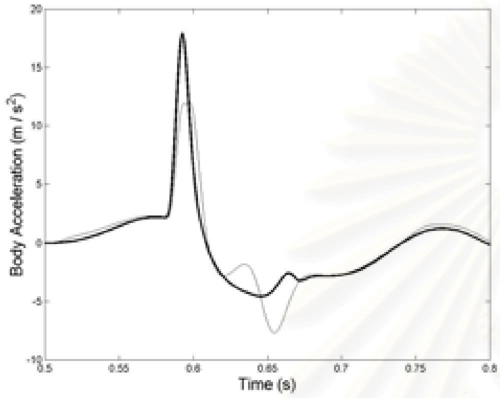


(ค)

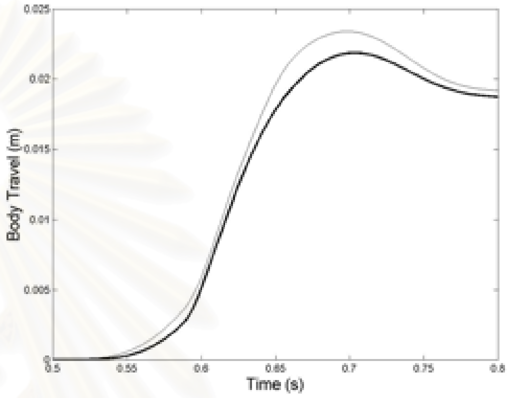


(ง)

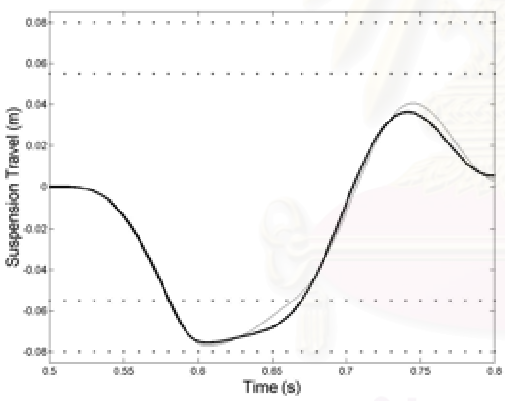
รูปที่ 4.5: ผลตอบสนองของระบบในกรณี M_b เพิ่มขึ้น 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



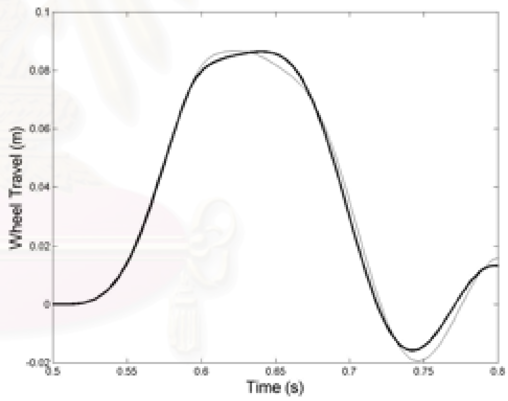
(ก)



(ข)



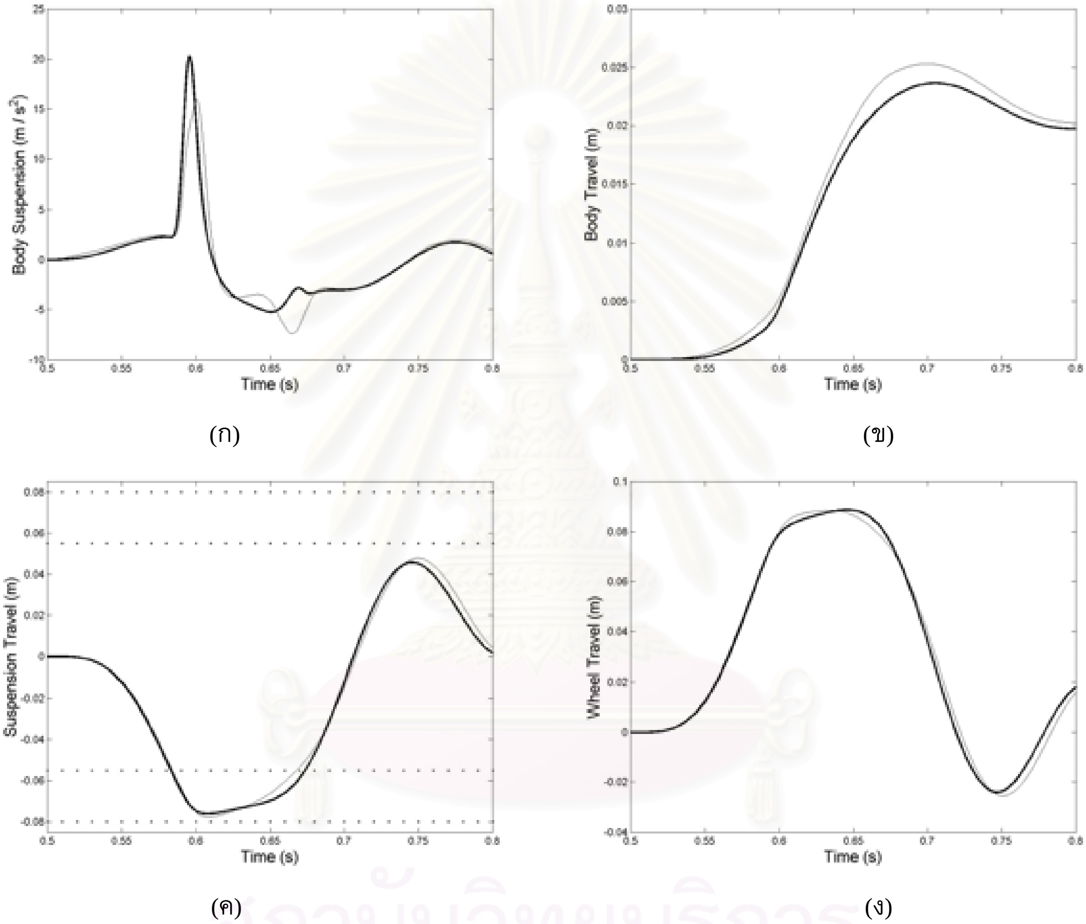
(ค)



(ง)

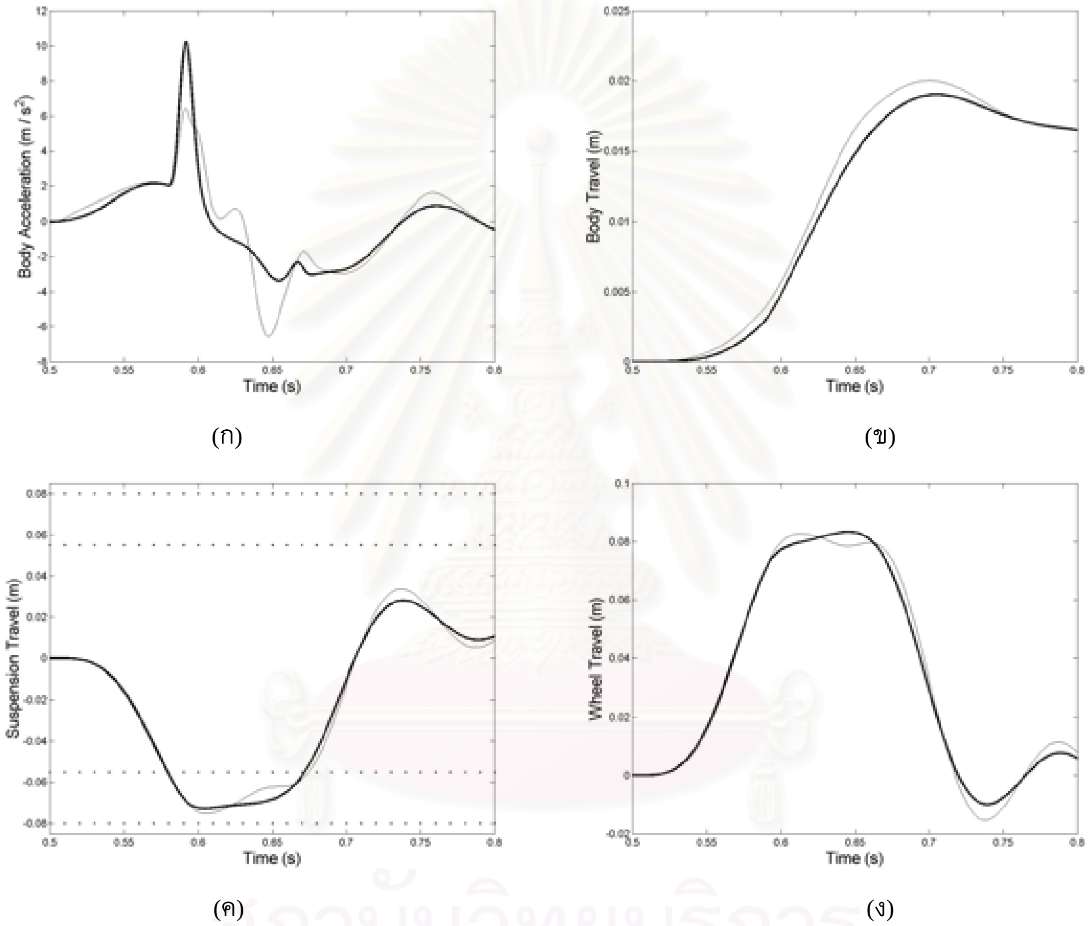
รูปที่ 4.6: ผลตอบสนองของระบบในกรณี M_b ลดลง 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



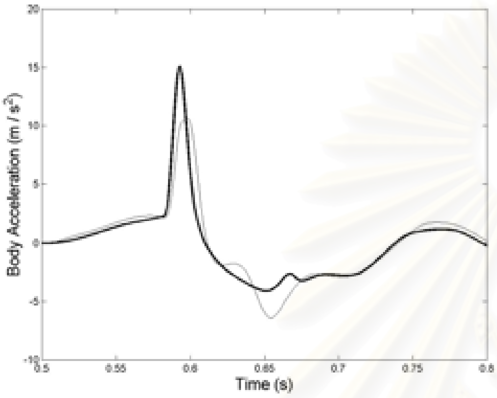
รูปที่ 4.7: ผลตอบสนองของระบบในกรณี M_{us} เพิ่มขึ้น 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

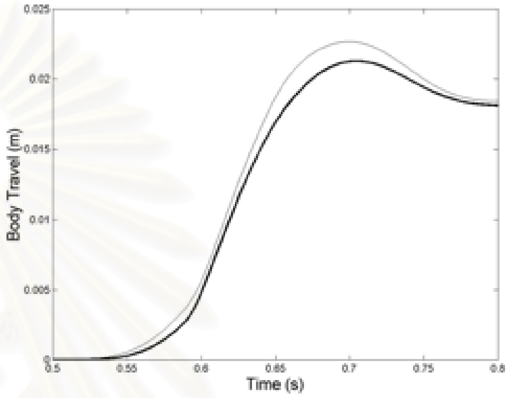


รูปที่ 4.8: ผลตอบสนองของระบบในกรณี M_{us} ลดลง 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

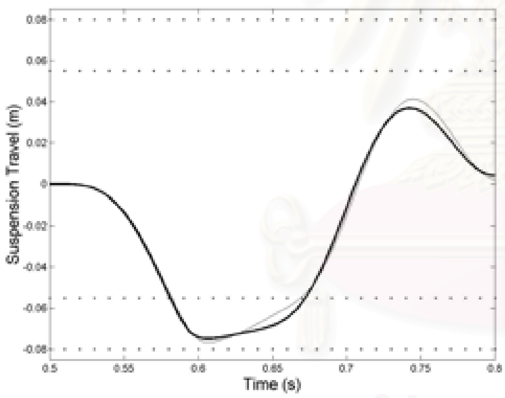
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



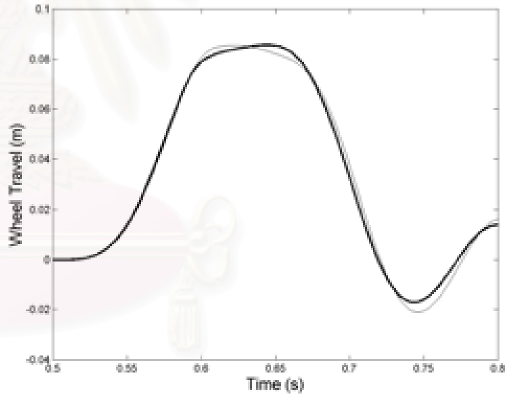
(ก)



(ข)

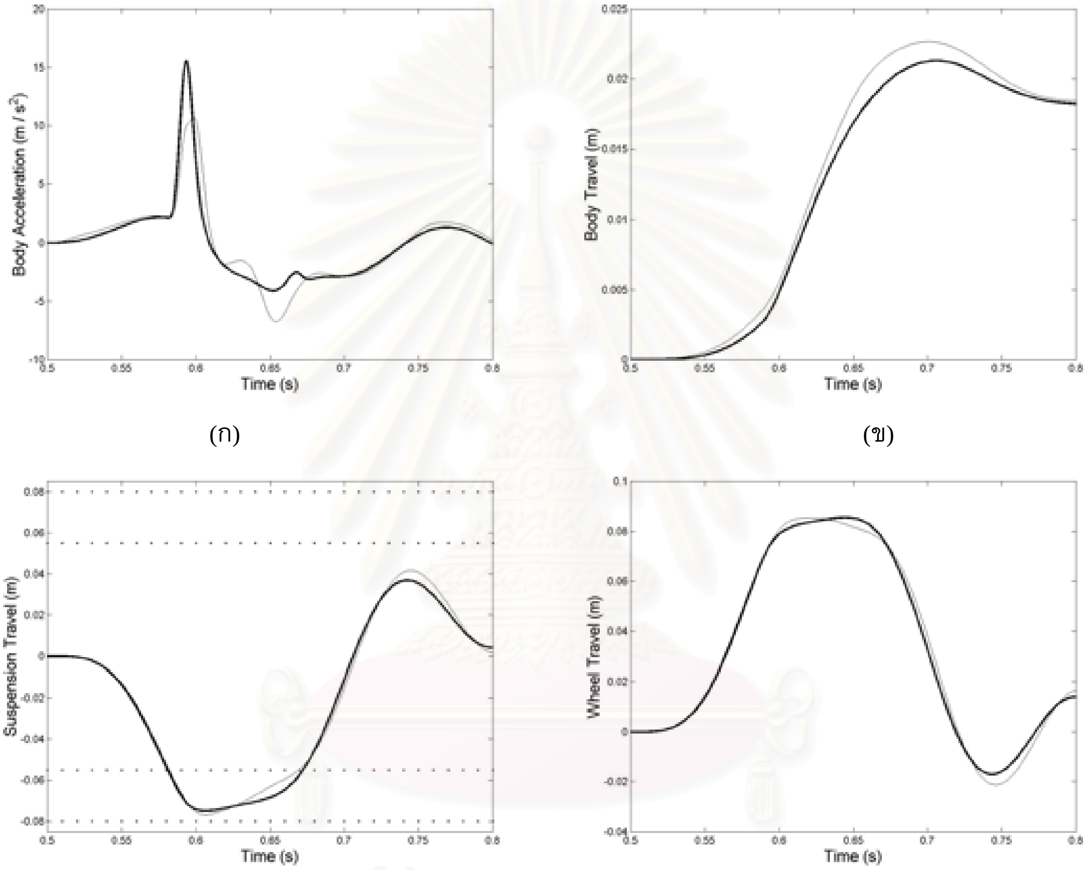


(ค)



(ง)

รูปที่ 4.9: ผลตอบสนองของระบบในกรณี K_a เพิ่มขึ้น 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

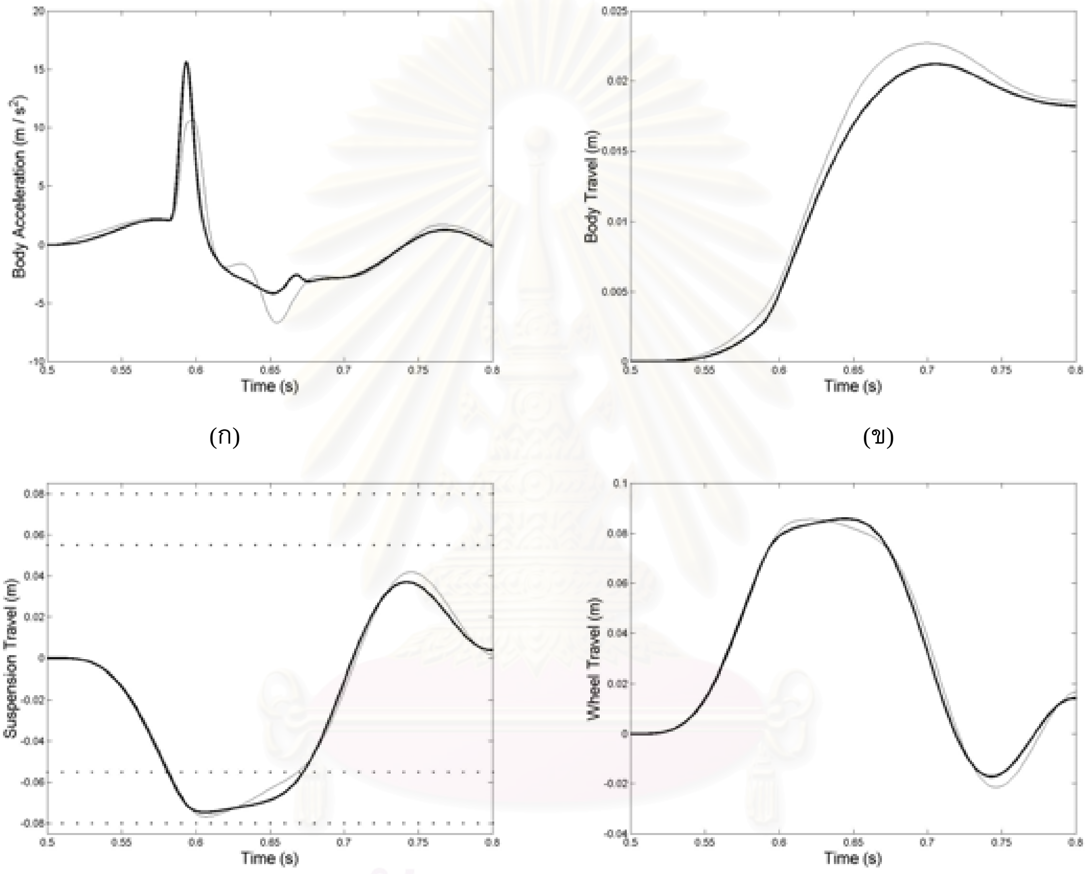


(ก) (ข)

(ค) (ง)

รูปที่ 4.10: ผลตอบสนองของระบบในกรณี K_a ลดลง 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

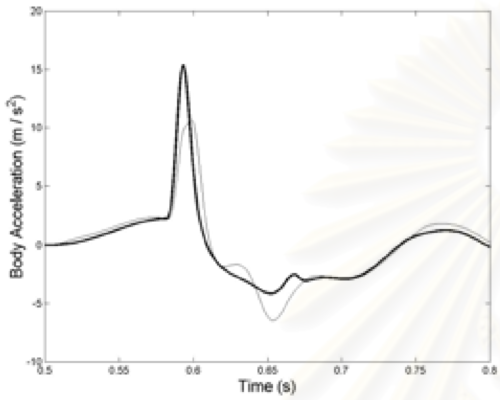
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



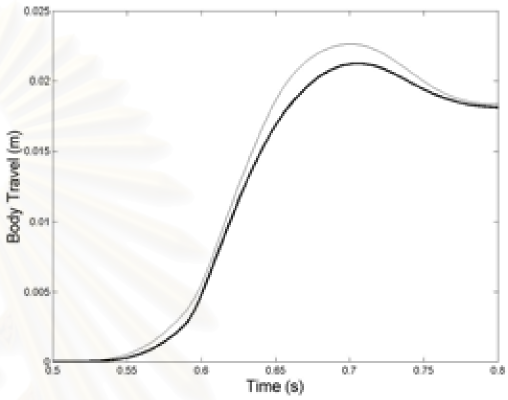
(ก) (ข) (ค) (ง)

รูปที่ 4.11: ผลตอบสนองของระบบในกรณี C_a เพิ่มขึ้น 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

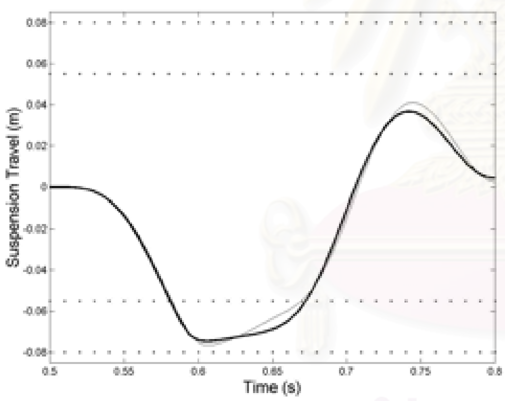
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



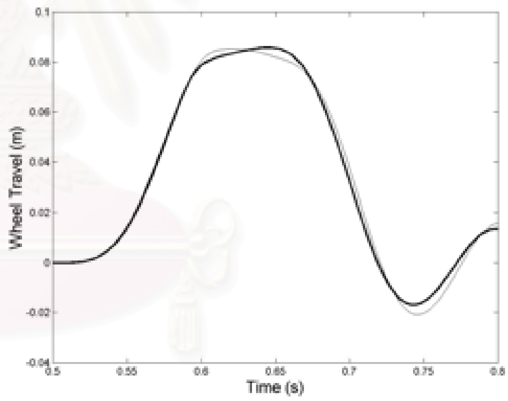
(ก)



(ข)

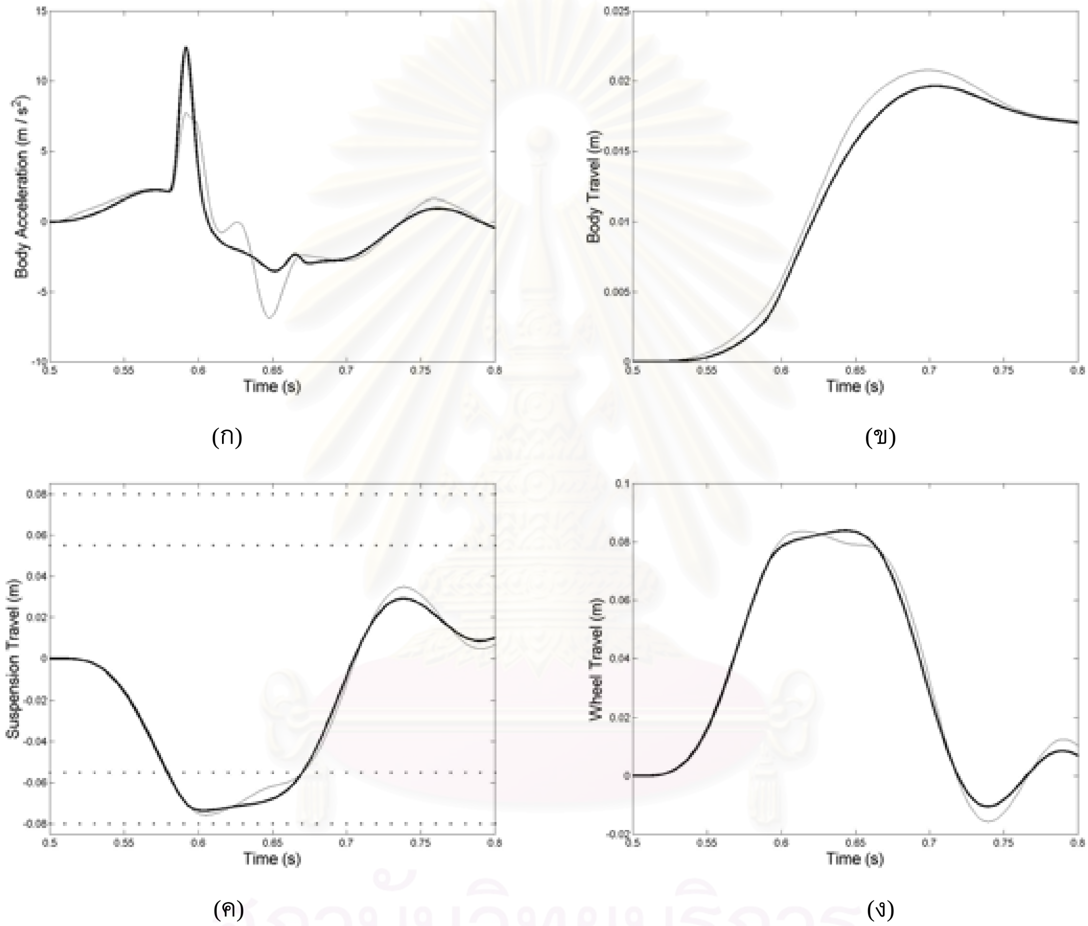


(ค)



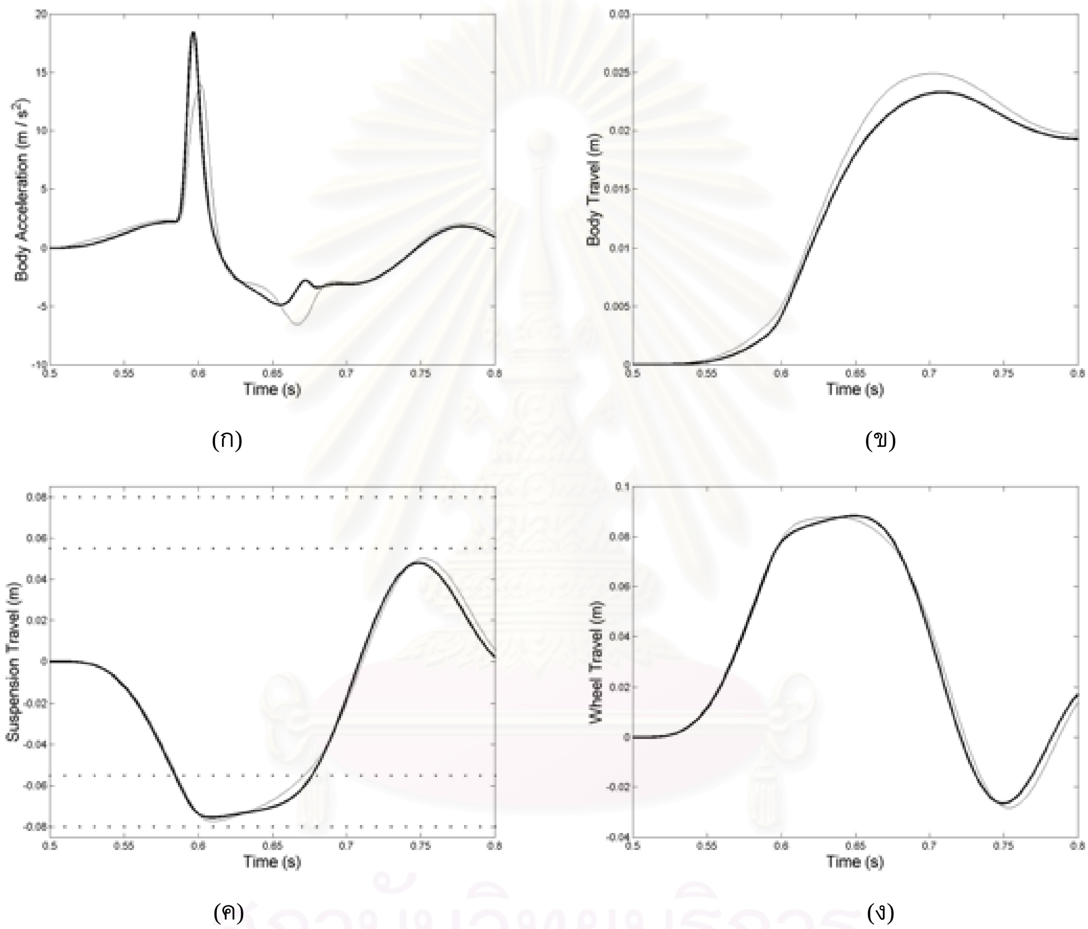
(ง)

รูปที่ 4.12: ผลตอบสนองของระบบในกรณี C_a ลดลง 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



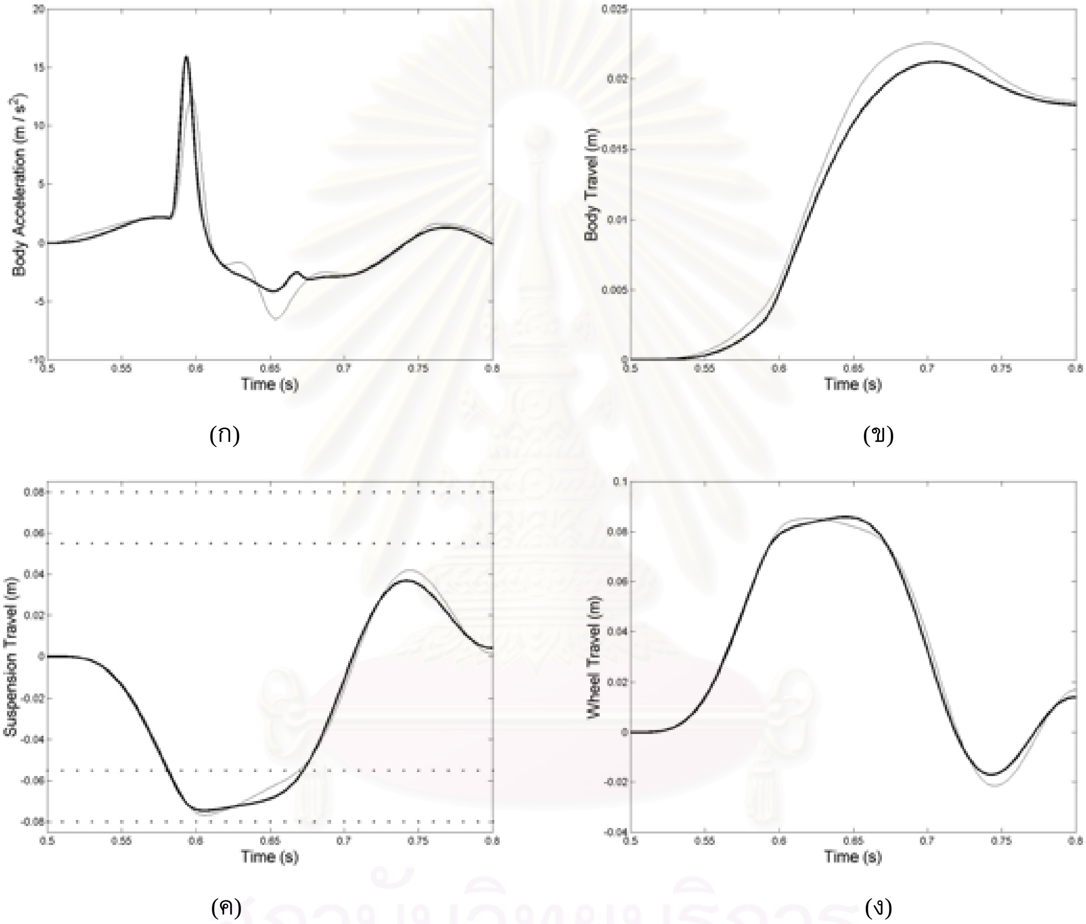
รูปที่ 4.13: ผลตอบสนองของระบบในกรณี K_t เพิ่มขึ้น 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



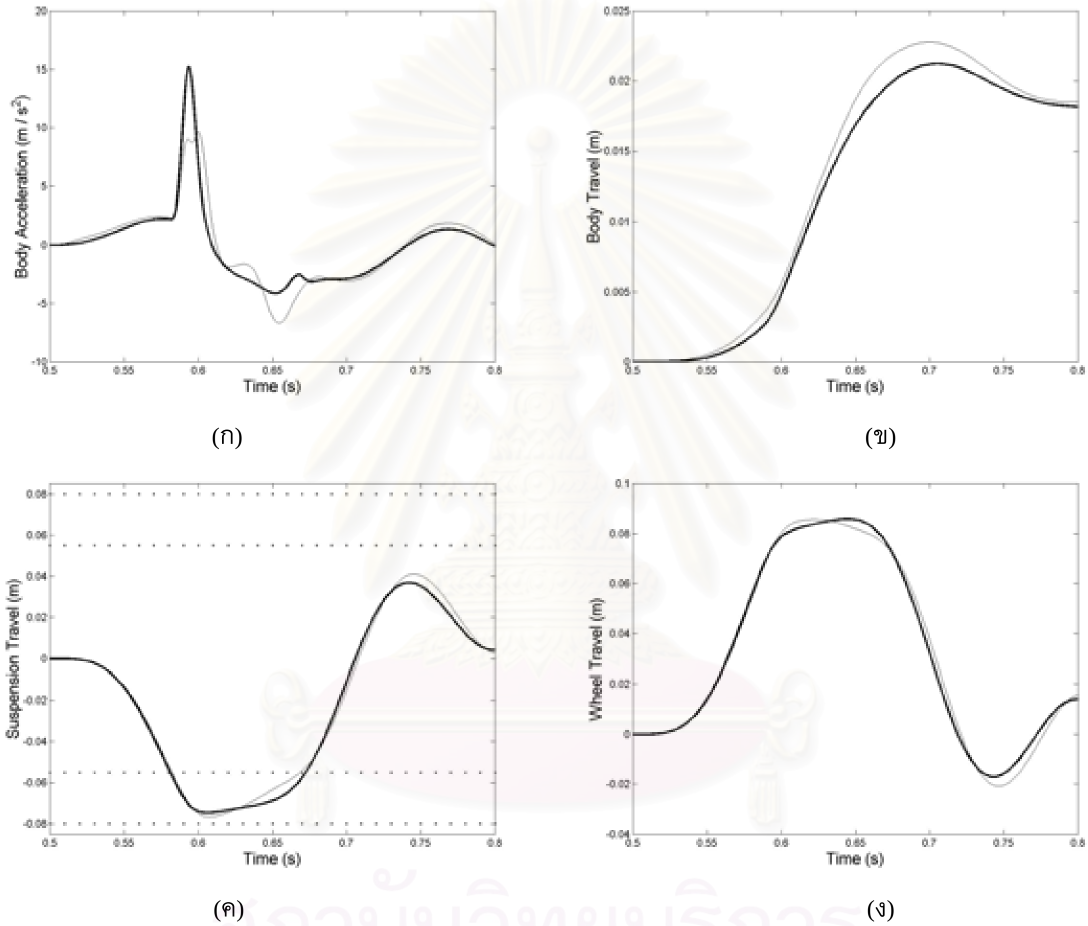
รูปที่ 4.14: ผลตอบสนองของระบบในกรณี K_t ลดลง 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



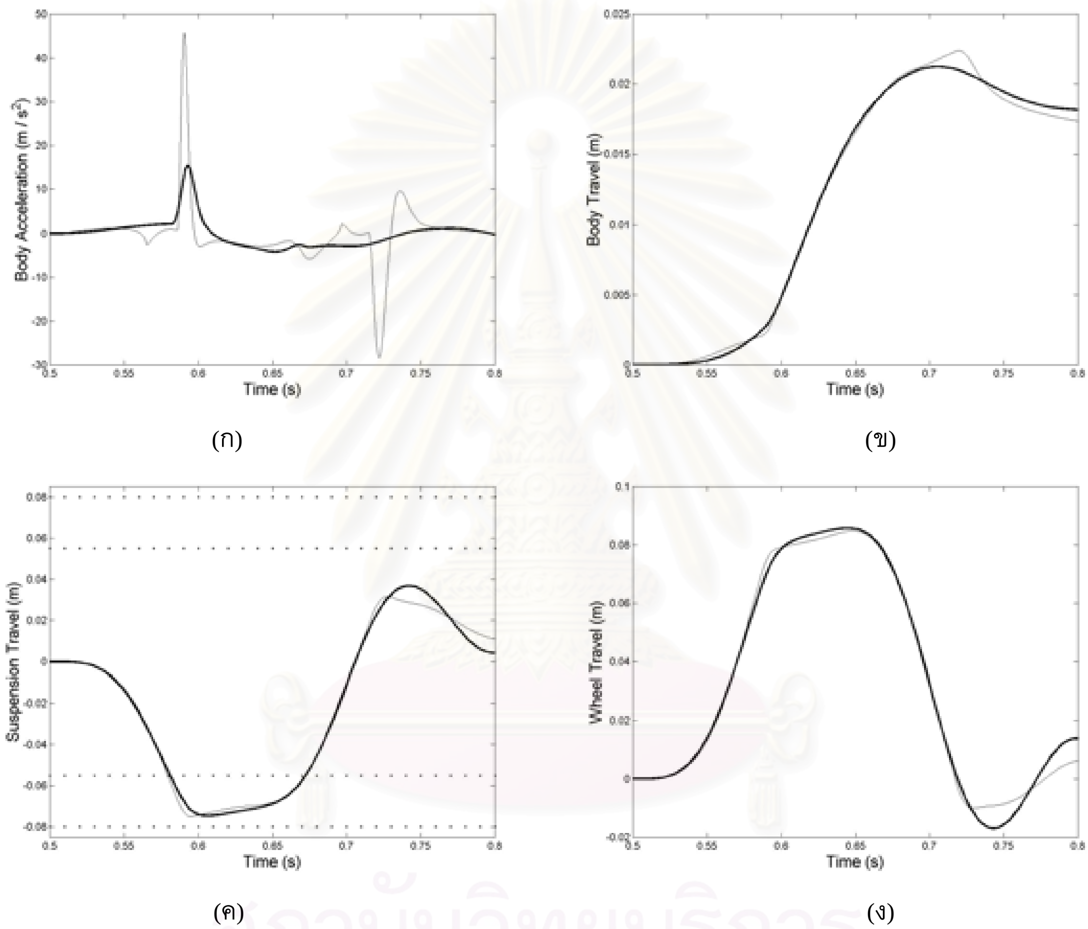
รูปที่ 4.15: ผลตอบสนองของระบบในกรณี τ เพิ่มขึ้น 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



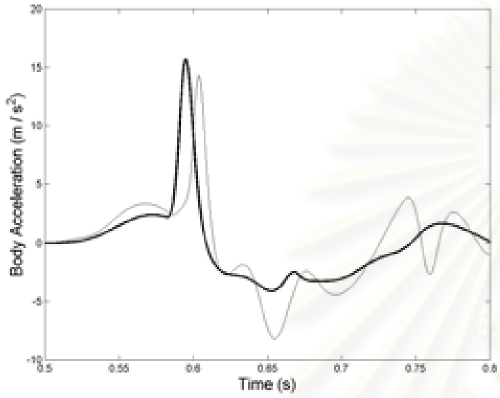
รูปที่ 4.16: ผลตอบสนองของระบบในกรณี τ ลดลง 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

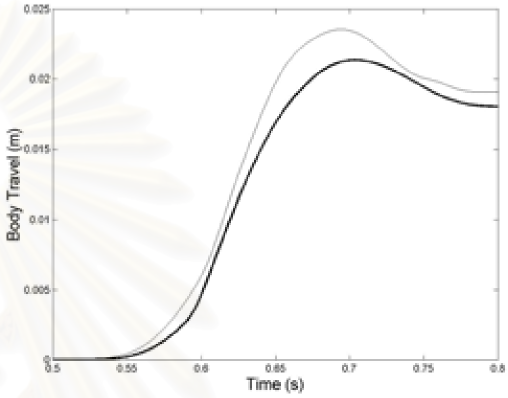


รูปที่ 4.17: ผลตอบสนองของระบบในกรณี A เพิ่มขึ้น 5 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

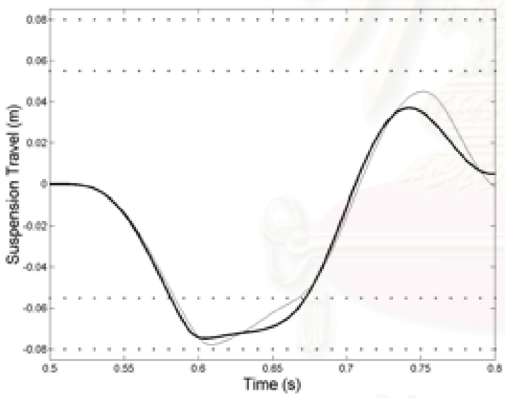
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



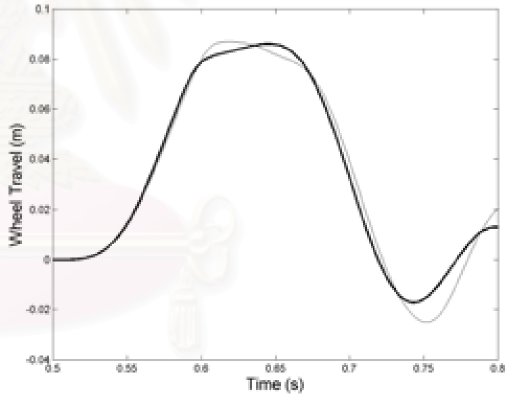
(ก)



(ข)



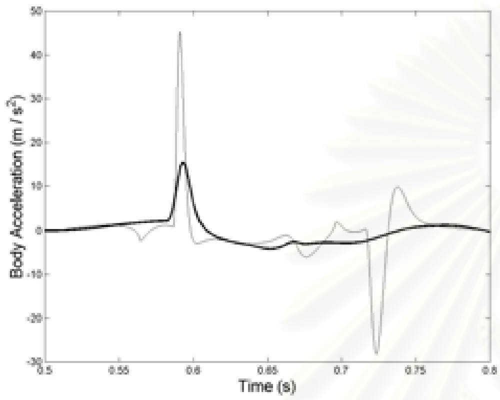
(ค)



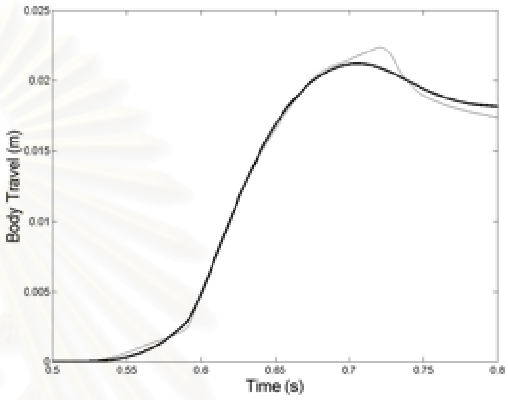
(ง)

รูปที่ 4.18: ผลตอบสนองของระบบในกรณี A ลดลง 10 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

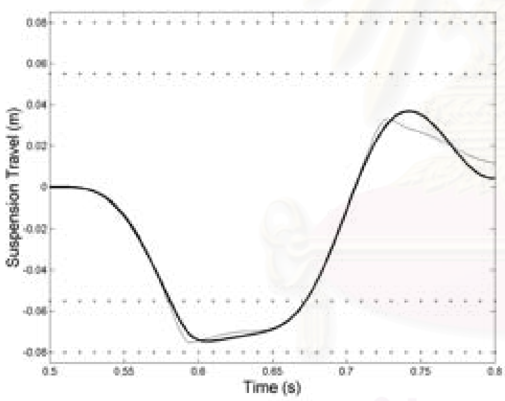
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



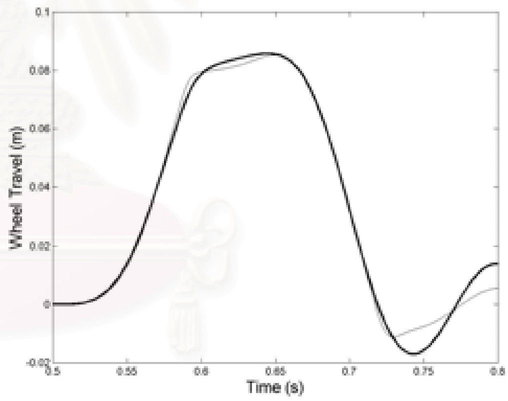
(ก)



(ข)



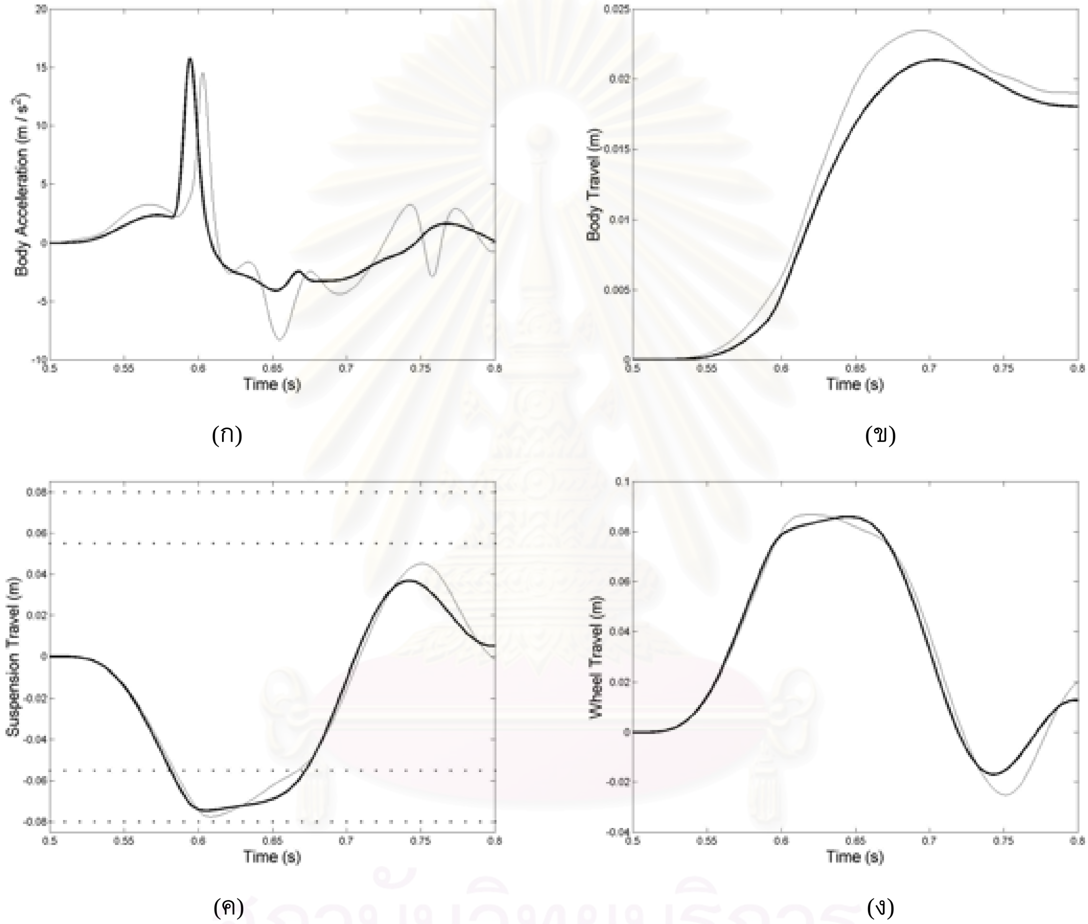
(ค)



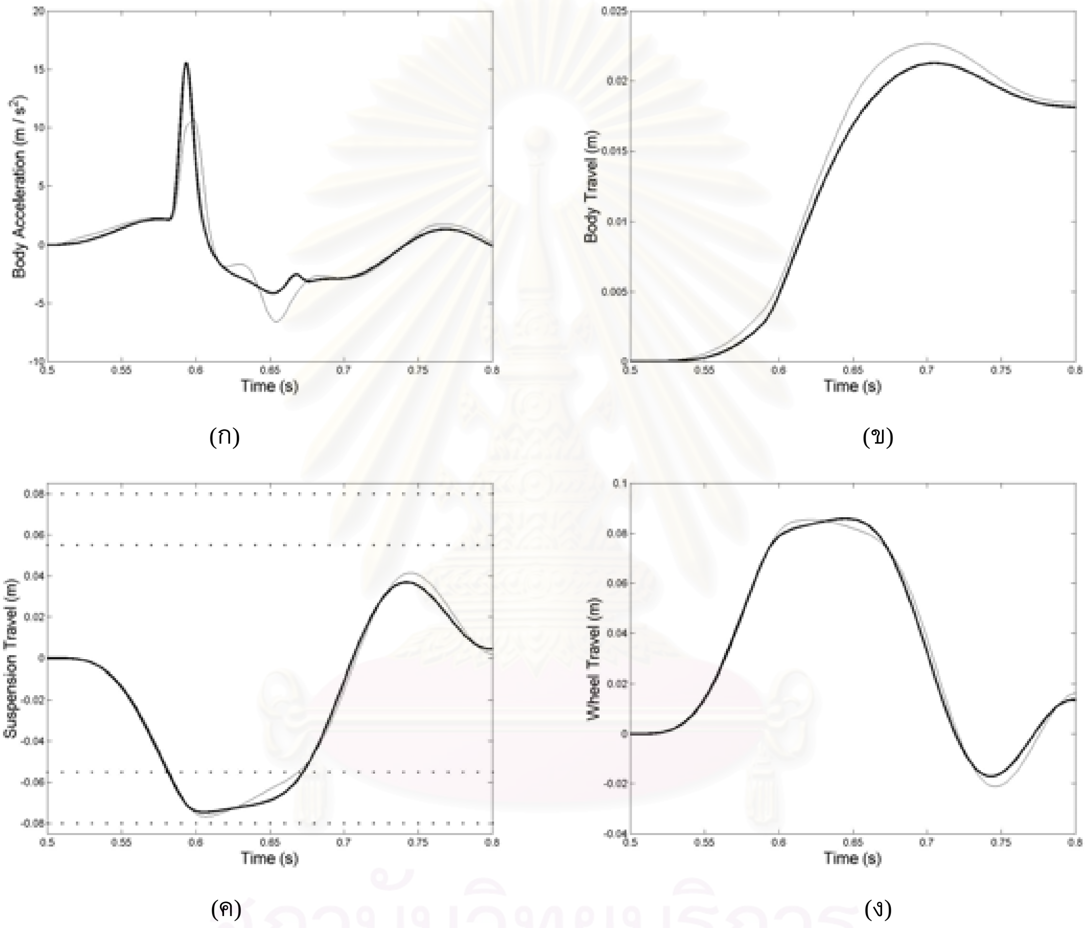
(ง)

รูปที่ 4.19: ผลตอบสนองของระบบในกรณี α เพิ่มขึ้น 5 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

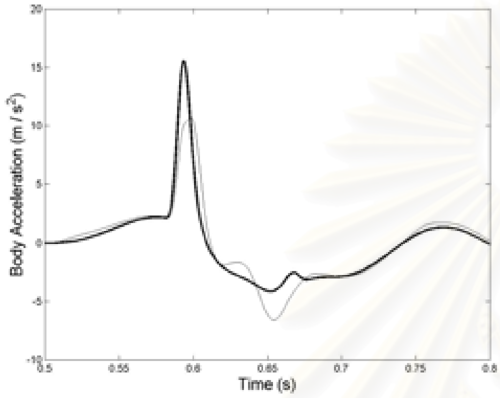


รูปที่ 4.20: ผลตอบสนองของระบบในกรณี α ลดลง 10 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

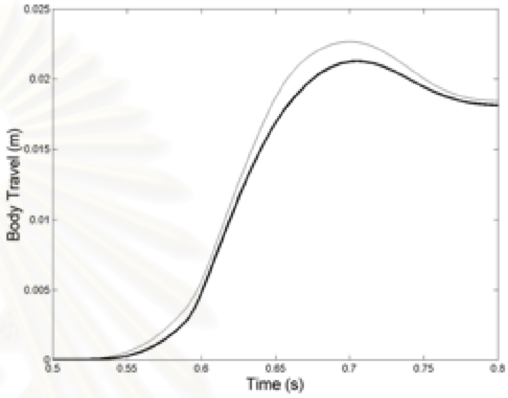


รูปที่ 4.21: ผลตอบสนองของระบบในกรณี β เพิ่มขึ้น 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

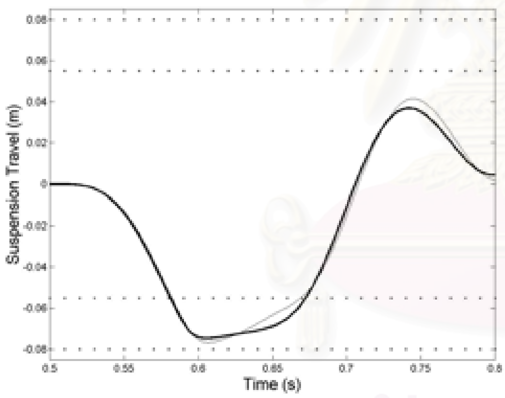
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



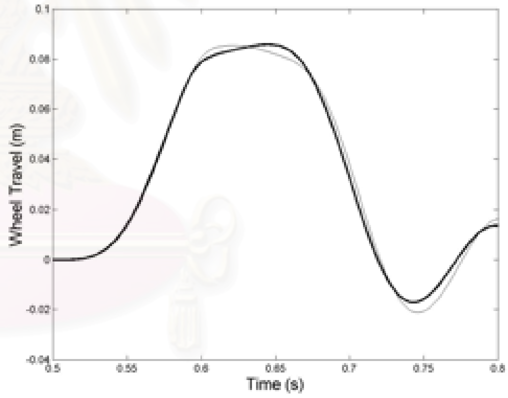
(ก)



(ข)



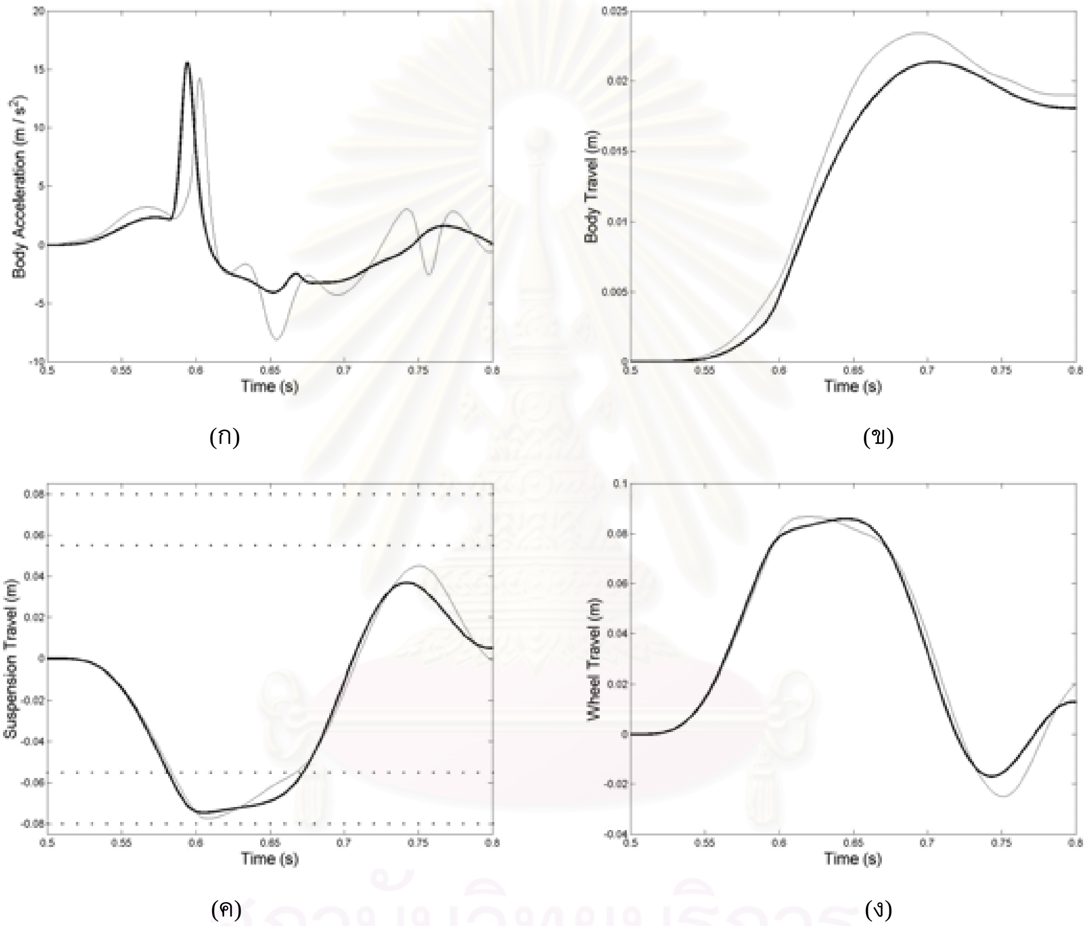
(ค)



(ง)

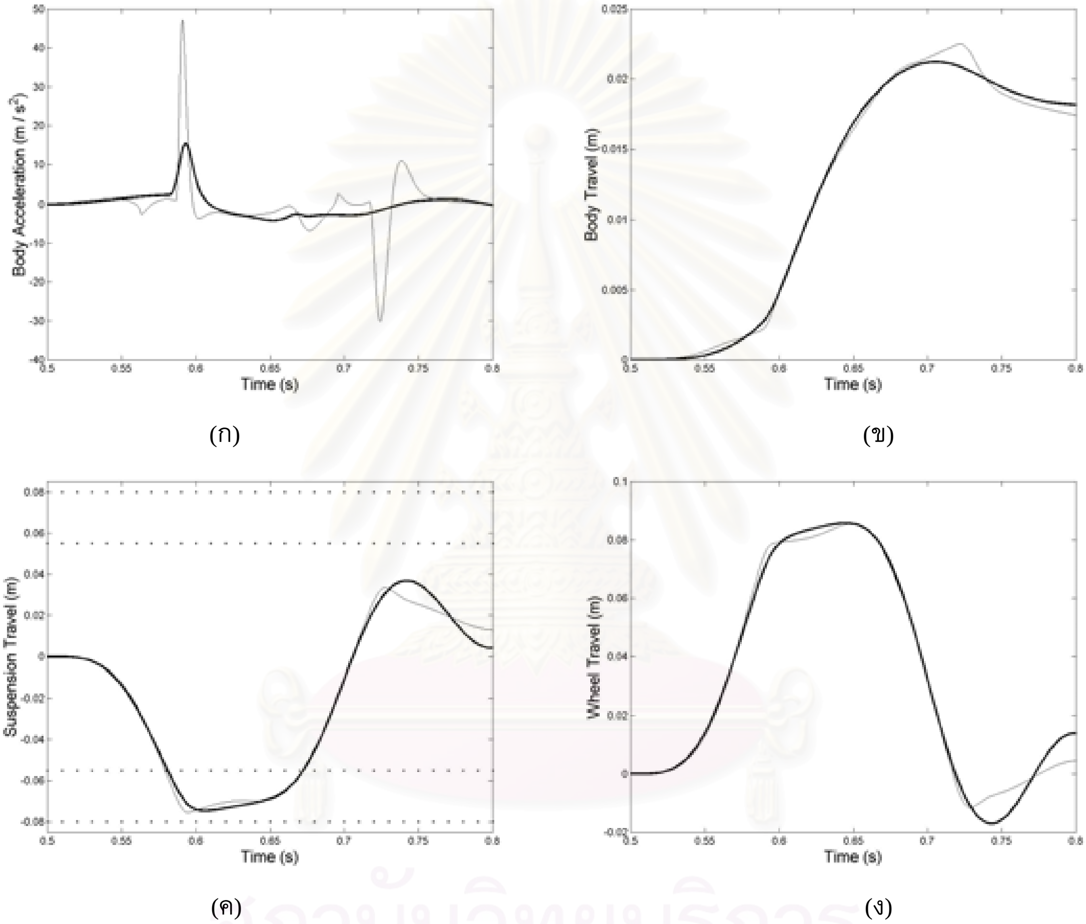
รูปที่ 4.22: ผลตอบสนองของระบบในกรณี β ลดลง 20 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



รูปที่ 4.23: ผลตอบสนองของระบบในกรณี γ เพิ่มขึ้น 10 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ



รูปที่ 4.24: ผลตอบสนองของระบบในกรณี γ ลดลง 5 % เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง (เส้นบาง) และตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง (เส้นทึบ) เมื่อ $a = 0.040$
(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

ตารางที่ 4.1: ความไวของผลตอบสนองของระบบวงวนปิดต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ในพลานต์

พารามิเตอร์	เปอร์เซนต์การเปลี่ยนแปลง	ผลกระทบในการควบคุมแบบก้าวถอยหลัง	ผลกระทบในการควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง
M_b	$+20\%$	ดีขึ้นเล็กน้อย	ดีขึ้นเล็กน้อย
	-20%	เลวลงเล็กน้อย	เลวลงเล็กน้อย
M_{us}	$+20\%$	เลวลงเล็กน้อย	เลวลงเล็กน้อย
	-20%	ดีขึ้นเล็กน้อย	ดีขึ้นเล็กน้อย
K_a	$+20\%$	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง
	-20%	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง
C_a	$+20\%$	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง
	-20%	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง
K_t	$+20\%$	เลวลงเล็กน้อย	เลวลงเล็กน้อย
	-20%	เลวลงเล็กน้อย	เลวลงเล็กน้อย
τ	$+20\%$	เลวลงเล็กน้อย	เลวลงเล็กน้อย
	-20%	ดีขึ้นเล็กน้อย	ดีขึ้นเล็กน้อย
A	$+10\%$	เลวลงมาก	เลวลงเล็กน้อย
	-10%	เลวลงมาก	เลวลงเล็กน้อย
α	$+10\%$	เลวลงมาก	เลวลงเล็กน้อย
	-10%	เลวลงมาก	เลวลงเล็กน้อย
β	$+20\%$	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง
	-20%	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง
γ	$+10\%$	เลวลงมาก	เลวลงเล็กน้อย
	-10%	เลวลงมาก	เลวลงเล็กน้อย

จากรูป 4.4 จะเห็นว่าในกรณีปกติ ความเร่งที่เกิดขึ้นกับตัวรถเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง จะมีส่วนพุ่งเกินสูงกว่าตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลังเล็กน้อย แต่มีส่วนพุ่งขาดที่น้อยกว่า จากรูป 4.5 ถึง 4.16 และ 4.21 ถึง 4.22 จะเห็นว่าในกรณีที่มีความผิดพลาดในพารามิเตอร์ $M_b, M_{us}, K_a, C_a, K_t, \tau$ และ β ในช่วง $\pm 20\%$ ผลการควบคุมทั้งสองวิธีจะไม่แตกต่างจากเดิมมากนัก แต่เมื่อมีความผิดพลาดในพารามิเตอร์ A, α และ γ ในช่วง $\pm 10\%$ ผลการควบคุมด้วยวิธีก้าวถอยหลังจะต่างไปจากเดิมมาก ในขณะที่การควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงผลการควบคุมจะไม่เปลี่ยนไปจากเดิมมากนัก แต่ตัวควบคุมทั้ง 2 แบบยังคงสามารถรักษาให้ค่า suspension travel อยู่ในขอบเขตที่กำหนดได้ โดยจากรูป 4.17, 4.19 และ 4.24 จะเห็นว่ากรณีที่ A, α มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิม 5% และ γ ลดลงจากเดิม 5% เห็นได้ว่าความเร่งของตัวรถที่ใช้ตัวควบคุมก้าวถอยหลังจะสูงกว่ากรณีที่ระบุมาก ในขณะที่ความเร่งของตัวรถที่ใช้ตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยงความเร่งของตัวรถจะสูงกว่ากรณีที่ระบุเพียงเล็กน้อยเท่านั้น และจากรูป 4.18, 4.20 และ 4.23 จะเห็นว่ากรณี A, α มีค่าลดลงจากเดิม 10% และ γ เพิ่มจากเดิม 10% เห็นได้ว่าความเร่งของตัวรถที่ใช้ตัวควบคุมก้าวถอยหลังจะมีการแกว่งตัวสูงกว่ากรณีที่ระบุมาก ในขณะที่ความเร่งของตัวรถที่ใช้ตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืน-

ยงความเร่งของตัวรถจะมีการแกว่งตัวสูงกว่ากรณีที่ระบุเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

4.3 สรุป

จากผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ จะเห็นว่าตัวควบคุมแบบการฝังในและความยืนยงสามารถทำให้ระบบรองรับแบบแอ็กทีฟมีเสถียรภาพได้เช่นเดียวกับตัวควบคุมก้าวถอยหลัง และมีความคงทนต่อความผิดพลาดของพารามิเตอร์ในพลานต์ดีกว่าตัวควบคุมก้าวถอยหลัง แต่มีข้อเสียคือการรักษาให้ค่า suspension travel ไม่ให้เกินขอบเขตเลวกว่าตัวควบคุมก้าวถอยหลังในกรณีที่ bump มีค่าสูงมาก

บทที่ 5

วิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวสำหรับระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ

ในบทนี้กล่าวถึงวิธีการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัว โดยในตอน 5.1 กล่าวถึงการวิเคราะห์พารามิเตอร์ พิจารณาถึงการเลือกพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าที่จะนำมาใช้ในการควบคุมแบบปรับตัว ในตอน 5.2 กล่าวถึงการออกแบบการควบคุมปรับตัวด้วยวิธีฟังก์ชันการปรับจูน ในตอน 5.3 กล่าวถึงการออกแบบการควบคุมปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และในตอน 5.4 แสดงผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบผลการควบคุมระหว่างวิธีฟังก์ชันการปรับจูน และการฝังในและความยืนยง

5.1 การวิเคราะห์ความไวของผลตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ในตัวควบคุม

ผลลัพธ์จากการใช้ตัวควบคุมไม่เชิงเส้นคือสามารถปรับปรุงภาวะถ่วงดุลระหว่าง ride quality และ suspension travel ในการออกแบบระบบรองรับแบบแอ็กทีฟได้ อย่างไรก็ตามผลลัพธ์จากปรับปรุงนี้อยู่ในสมมติฐานที่ว่าเรารู้ค่าพารามิเตอร์ทุกตัวของระบบอย่างแม่นยำ ในการศึกษาความไวสมรรถนะของระบบวงวนปิดต่อการแปรค่าของพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ต่างไปจากพารามิเตอร์ในพลานต์เราใช้ค่าคงตัวจาก [10]

ตารางที่ 5.1 สรุปผลของผลกระทบจากความคลาดเคลื่อนในการประมาณของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในตัวควบคุมเมื่อเทียบกับค่าจริงของพารามิเตอร์ในระบบ จากตารางจะเห็นได้ว่าพารามิเตอร์ $M_b, M_{us}, K_a, C_a, K_t$ และ τ เป็นพารามิเตอร์ที่มีผลกระทบต่อสมรรถนะของระบบเล็กน้อย ซึ่งสมรรถนะของระบบจะดีขึ้นถ้าเราประมาณค่า M_b, M_{us}, C_a หรือ τ มากเกินไป และประมาณค่า K_a หรือ K_t ต่ำเกินไป

จากตารางที่ 5.1 จะเห็นได้ว่า A, α และ γ คือพารามิเตอร์สามตัวที่มีอิทธิพลต่อสมรรถนะของระบบมากที่สุด สมรรถนะของระบบจะแย่ลงมากถ้าการประมาณค่าพารามิเตอร์สามค่านี้มีความผิดพลาด ซึ่งดูเหมือนว่าควรจะต้องทำการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวสำหรับพารามิเตอร์ทั้งสามตัว แต่อย่างไรก็ตามจากงานวิจัยที่ผ่านมา [13] พบว่าในกรณีการควบคุมแบบก้าวถอยหลัง *ถ้าการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ A, α และ γ มีความผิดพลาด (ในช่วง $\pm 10\%$ ของค่าที่ถูกต้อง) แต่วิธีการที่ประมาณค่าของเทอม $\frac{\alpha A}{\gamma}$ ให้มีค่าใกล้เคียงกับค่าจริงของพลานต์จะทำให้สมรรถนะของระบบวงวนปิดมีความใกล้เคียงกับสมรรถนะของระบบวงวนปิด ในกรณีที่ไม่มีความผิดพลาดในการประมาณค่าในตัวควบคุม*

นั่นคือเราไม่จำเป็นต้องทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสามค่าในการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัว ดังนั้นเราสามารถเลือกประมาณเพียงค่าสัมประสิทธิ์ αA ก็เพียงพอ เนื่องจากความผิดพลาดในพารามิเตอร์ γ สามารถถูกชดเชยได้ตามที่กล่าวมาแล้วโดยการปรับค่า αA แม้ว่าการปรับค่าจะลู่ออกจากค่าความจริงก็ตาม จากผลนี้จะทำให้เราสามารถเลือกประมาณค่าพารามิเตอร์บางค่าของพลานต์เพื่อให้ระบบมีสมรรถนะที่ดีได้ ซึ่งจะเป็นการเพิ่มความซับซ้อนของการควบคุมน้อยที่สุดด้วย

ตารางที่ 5.1: ความไวของผลตอบสนองของระบบวงวนปิดต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ในตัวควบคุมแบบก้าวถอยหลัง

พารามิเตอร์	เปอร์เซนต์การเปลี่ยนแปลง	ผลกระทบ
M_b	$+20\%$	ดีขึ้นเล็กน้อย
	-20%	เลวลงเล็กน้อย
M_{us}	$+20\%$	ดีขึ้นเล็กน้อย*
	-20%	เลวลงเล็กน้อย
K_a	$+20\%$	เลวลงเล็กน้อย
	-20%	ดีขึ้นเล็กน้อย
C_a	$+20\%$	ดีขึ้นเล็กน้อย*
	-20%	เลวลงเล็กน้อย
K_t	$+20\%$	เลวลงเล็กน้อย
	-20%	ดีขึ้นเล็กน้อย*
τ	$+20\%$	ดีขึ้นเล็กน้อย*
	-20%	เลวลงเล็กน้อย*
A	$+10\%$	เลวลงมาก
	-10%	เลวลงมาก
α	$+10\%$	เลวลงมาก
	-10%	เลวลงมาก
β	$+20\%$	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง
	-20%	ไม่เห็นการเปลี่ยนแปลง
γ	$+10\%$	เลวลงมาก
	-10%	เลวลงมาก

$*$ หมายความว่าการสรุปไม่เป็นแบบเดียวกัน (uniform) ตลอดทั้งช่วงในการจำลองแบบ

5.2 การออกแบบการควบคุมปรับตัวด้วยวิธีฟังก์ชันการปรับจูน

เราจะพิจารณา $\theta = \alpha A$ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าในระบบ และเราสามารถออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวโดยใช้การประมาณ $\hat{\theta}$ โดยใช้วิธีการควบคุมแบบก้าวถอยหลังกับฟังก์ชันการปรับจูน ซึ่งในสองขั้นตอนแรก ขั้นตอนการออกแบบจะเหมือนกับการออกแบบด้วยวิธีการก้าวถอยหลังแบบธรรมดา

ขั้นตอนที่หนึ่ง ใช้ z_2 เป็นการควบคุมเสมือน (virtual control) ในสมการ $\dot{z}_1$ ซึ่งจะได้ตัวแปรผิดพลาด $z_2 = x_2 - \alpha_1$ โดยฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวแรก α_1 คือ

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1 \varphi(\zeta))\zeta \tag{5.1}$$

ขั้นตอนที่สอง นิยาม $\bar{x}_5 = \mu x_5$ โดยที่ μ เป็นค่าคงตัวบวกซึ่งใช้ปรับขนาด (rescale) ของ x_5 (การปรับขนาดช่วยลดความผิดพลาดเชิงเลขในการคำนวณ) และใช้ $\bar{x}_5$ เป็นการควบคุมเสมือนในสมการ $\dot{z}_2$ และนิยามตัวแปรผิดพลาด $z_3 = \bar{x}_5 - \alpha_2$ โดยฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวที่สอง α_2 คือ

$$\alpha_2 = \frac{\mu M_b}{A}\left[-c_2 z_2 - z_1 + \frac{1}{M_b}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - g_2]\right] \tag{5.2}$$

และ

$$
\begin{aligned}
g_2 &= -\dot{\alpha}_1 \\
&= c_1[-c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2] + (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))(x_2 - x_4) + \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\zeta \qquad (5.3)
\end{aligned}
$$

ขั้นตอนที่สาม เลือก $x_6 w_3$ เป็นการควบคุมเสมือนในสมการ $\dot{z}_3$ โดยที่ w_3 นิยามโดย (3.11) ซึ่งจะได้ตัวแปรผิดพลาดเป็น $z_4 = x_6 w_3 - \alpha_3$ โดยที่ α_3 เป็นฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวที่สาม เมื่อหาอนุพันธ์ของ z_3 ได้

$$
\begin{aligned}
\dot{z}_3 &= \dot{\bar{x}}_5 - \dot{\alpha}_2 \\
&= -\beta\bar{x}_5 - \mu\alpha A(x_2 - x_4) + \mu\gamma\underbrace{(z_4 + \alpha_3)}_{x_6 w_3} + g_3 + (d_3 + n_3 h_3)r \qquad (5.4)
\end{aligned}
$$

โดยที่ w_3 นิยามโดย (3.11) และ

$$
\begin{aligned}
n_3 &= \frac{\mu M_b K_t}{A M_{us}} \\
d_3 &= n_3\left(\frac{C_a}{M_b} - \varepsilon_0\right) \\
h_3 &= -\kappa_1\varphi(\zeta) - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_3 = & -\frac{\mu M_b}{A}\Bigg\{-(c_2 + c_1)\left(-c_2 z_2 - z_1 + \frac{A}{\mu M_b}z_3\right) + c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)z_1 \\
& + [c_1^2 + c_1(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))][-c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2] \\
& + \frac{1}{M_b}[K_a(x_2 - x_4) + C_a w_1] - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))w_1 \\
& - 2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)^2 - \kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^2\zeta - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1\zeta\Bigg\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
w_1 &= -m_t[K_a(x_1 x_3) + C_a(x_2 - x_4) - A x_5] + \frac{K_t}{M_{us}}x_3 \\
&= \dot{x}_2 - \dot{x}_4 + \frac{K_t}{M_{us}}r
\end{aligned}
$$

$$
m_t = \frac{1}{M_b} + \frac{1}{M_{us}}
$$

นิยาม $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ โดยที่ $\theta = \alpha A$ คือพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และ $\hat{\theta}$ คือการประมาณค่าของ θ
เลือกฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวที่สาม α_3 เป็น

$$
\alpha_3 = \frac{1}{\mu\gamma}\left[-c_3 z_3 - \frac{A}{\mu M_b}z_2 - b_3 h_3^2 z_3 + \beta\bar{x}_5 + \mu\hat{\theta}(x_2 - x_4) - g_3\right] \qquad (5.5)
$$

จะได้ (5.4) เป็น

$$
\dot{z}_3 = -c_3 z_3 - \frac{A}{\mu M_b}z_2 + \mu\gamma z_4 + d_3 r + n_3 h_3 r - b_3 h_3^2 z_3 + \mu\tilde{\theta}\phi_3 \qquad (5.6)
$$

โดยที่ $\phi_3 = -(x_2 - x_4)$
พิจารณาฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$
V_3 = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2) + \frac{1}{2\Gamma}(\mu\tilde{\theta})^2
$$

เมื่อหาอนุพันธ์จะได้

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_3 &= z_1\dot{z}_1 + z_2\dot{z}_2 + z_3\dot{z}_3 - \frac{1}{\Gamma}(\mu\tilde{\theta})(\mu\dot{\hat{\theta}}) \\
&= -(c_1 + \varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1^2 - c_2z_2^2 - c_3z_3^2 + d_3z_3r + n_3h_3z_3r - b_3h_3^2z_3^2 \\
&\quad + \tilde{\theta}\frac{1}{\Gamma}\mu(\mu\dot{\hat{\theta}} - \Gamma\phi_3z_3) \qquad (5.7)
\end{aligned}
$$

เพื่อที่จะกำจัดเทอม $\tilde{\theta}$ ใน (5.7) เราให้

$$\mu\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\tau_3 = \Gamma\phi_3z_3$$

โดยที่ $\tau_3 = \phi_3z_3$ คือฟังก์ชันการปรับจูนตัวแรก

ขั้นตอนที่สี่ เนื่องจากการควบคุมจริง (actual control) u ปรากฏในสมการ $\dot{z}_4$ ดังนั้นจึงสามารถหาการควบคุม u ได้ในขั้นตอนนี้ เมื่อหาอนุพันธ์ของ z_4 ได้

$$
\begin{aligned}
\dot{z}_4 &= \frac{d}{dt}(x_6w_3) - \dot{\alpha}_3 \\
&= \frac{1}{\tau}(-x_6 + u)w_3 - \frac{1}{2|w_3|}|x_6|w_2 + g_4 + (d_4 + n_4h_4)r \qquad (5.8)
\end{aligned}
$$

โดยที่

$$n_4 = n_3 = \frac{\mu M_b K_t}{AM_{us}}$$

$$
\begin{aligned}
w_2 &= -\beta x_5 - \theta(x_2 - x_4) + \gamma x_6 w3 \\
&= \frac{1}{\mu}\dot{\bar{x}}_5 = \dot{x}_5
\end{aligned}
$$

$$d_4 = (c_3 + c_2 + c_1)\frac{d_3}{\mu\gamma} + \frac{K_t}{\gamma AM_{us}}(K_a - m_tC_a^2 + \varepsilon_0m_tC_aM_b)$$

$$
\begin{aligned}
h_4 &= \frac{1}{\mu\gamma}(c_3 + c_2 + c_1 + b_3h_3^2)h_3 + \frac{1}{\mu\gamma}b_3h_3^2\left(\frac{C_a}{M_b} - \varepsilon_0\right) \\
&\quad - \frac{1}{\mu\gamma}\Big\{ - \frac{A}{M_b}\hat{\theta} + 2\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)\zeta - m_tC_a\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta \\
&\quad - c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}z_1 - m_tC_a\kappa_1\varphi(\zeta) + 4\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\Big\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_4 &= -\frac{1}{\mu\gamma}\Big\{ - (c_3 + c_2 + c_1 + b_3h_3^2)\left(-c_3z_3 - \frac{A}{\mu M_b}z_2 + \mu\gamma z_4 - b_3h_3^2z_3 + \mu\tilde{\theta}\phi_3\right) \\
&\quad - \frac{A}{\mu M_b}\bar{z}_2 + \mu\beta w_2 + \mu\hat{\theta}w_1 + \mu\dot{\hat{\theta}}(x_2 - x_4) - 2b_3z_3h_3\bar{h}_3 + \bar{g}_4\Big\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\bar{g}_4 &= \frac{\mu M_b}{A}\Big\{ - (c_2 + c_1)(-c_2\bar{z}_2 - \bar{z}_1) + c_1\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^2z_1 \\
&\quad + c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1z_1 + 2c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\bar{z}_1 \\
&\quad + [c_1^2 - 1 + c_1(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))]\bar{\bar{z}}_1 + \frac{1}{M_b}(K_aw_1 + C_a\bar{w}_1) \\
&\quad - 6\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)w_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))\bar{w}_1 - 3\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^3 \\
&\quad - \kappa_1\frac{d^3\varphi}{d\zeta^3}(x_2 - x_4)^3\zeta - 3\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)w_1\zeta - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\bar{w}_1\zeta\Big\}
\end{aligned}
$$

$$\bar{h}_3 = \dot{h}_3 = -2\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4) - \kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)\zeta$$

$$\bar{z}_1 = \dot{z}_1 = -c_1 z_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1 \varphi(\zeta)) z_1 + z_2$$

$$\bar{z}_2 = \dot{z}_2 = -c_2 z_2 - z_1 + \frac{A}{\mu M_b} z_3$$

$$\bar{\bar{z}}_1 = \dot{\bar{z}}_1 = -(c_1 + \varepsilon_0 + \kappa_1 \varphi(\zeta))\bar{z}_1 - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4) z_1 + \bar{z}_2$$

$$\begin{aligned} \bar{w}_1 &= -m_t[K_a(x_2 - x_4) + C_a w_1 - A w_2] + \frac{K_t}{M_{us}} x_4 \\ &= \dot{w}_1 - m_t C_a \frac{K_t}{M_{us}} r \end{aligned}$$

เลือกการควบคุมเป็น

$$u = \frac{\tau}{w_3}\alpha_4 \tag{5.9}$$

โดยที่ฟังก์ชันทำให้เสถียรตัวสุดท้ายคือ

$$\alpha_4 = -c_4 z_4 - \mu\gamma z_3 - b_4 h_4^2 z_4 + \frac{1}{\tau} x_6 w_3 + \frac{1}{2|w_3|}|x_6|\hat{w}_2 - \hat{g}_4 \tag{5.10}$$

โดยที่

$$\hat{w}_2 = -\beta x_5 - \hat{\theta}(x_2 - x_4) + \gamma x_6 w3$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_4 &= -\frac{1}{\mu\gamma}\Big\{ -(c_3 + c_2 + c_1 + b_3 h_3^2)\left(-c_3 z_3 - \frac{A}{\mu M_b} z_2 + \mu\gamma z_4 - b_3 h_3^2 z_3\right) \\ &\quad -\frac{A}{\mu M_b}\bar{z}_2 + \mu\beta\hat{w}_2 + \mu\hat{\theta} w_1 + \mu\dot{\hat{\theta}}(x_2 - x_4) - 2 b_3 z_3 h_3 \bar{h}_3 + \hat{\bar{g}}_4 \Big\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\bar{g}}_4 &= \frac{\mu M_b}{A}\Big\{ -(c_2 + c_1)(-c_2\bar{z}_2 - \bar{z}_1) + c_1\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^2 z_1 \\ &\quad + c_1\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta} w_1 z_1 + 2 c_1 \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\bar{z}_1 \\ &\quad + [c_1^2 - 1 + c_1(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))]\bar{\bar{z}}_1 + \frac{1}{M_b}(K_a w_1 + C_a \hat{\bar{w}}_1) \\ &\quad -6\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4) w_1 - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))\hat{\bar{w}}_1 - 3\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^3 \\ &\quad -\kappa_1 \frac{d^3\varphi}{d\zeta^3}(x_2 - x_4)^3\zeta - 3\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4) w_1 \zeta - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}\hat{\bar{w}}_1 \zeta \Big\} \end{aligned}$$

และ

$$\hat{\bar{w}}_1 = -m_t[K_a(x_2 - x_4) + C_a w_1 - A\hat{w}_2] + \frac{K_t}{M_{us}} x_4$$

เมื่อแทนค่า (5.9)–(5.10) ลงใน (5.8) จะได้

$$\dot{z}_4 = -c_4 z_4 - \mu\gamma z_3 + d_4 r + n_4 h_4 r - b_4 h_4^2 z_4 + \mu\tilde{\theta}\phi_4 \tag{5.11}$$

โดยที่

$$
\begin{aligned}
\phi_4 &= -\left[\frac{1}{2\mu|w_3|}|x_6| + \frac{1}{\mu\gamma}(-\bar{c}_3 + \beta + m_t M_b \bar{\phi}_4)\right]\phi_3 \\
\bar{c}_3 &= c_1 + c_2 + c_3 + b_3 h_3^2 \\
\bar{\phi}_4 &= \frac{C_a}{M_b} - (\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta)) - \kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta
\end{aligned}
$$

พิจารณาฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V_4 = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2) + \frac{1}{2\Gamma}(\mu\tilde{\theta})^2$$

เมื่อหาอนุพันธ์จะได้

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_3 &= z_1\dot{z}_1 + z_2\dot{z}_2 + z_3\dot{z}_3 + z_4\dot{z}_4 - \frac{1}{\Gamma}(\mu\tilde{\theta})(\mu\dot{\hat{\theta}}) \\
&= -(c_1 + \varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 + d_3 z_3 r + n_3 h_3 z_3 r - b_3 h_3^2 z_3^2 \\
&\quad + d_4 z_4 r + n_4 h_4 z_4 r - b_4 h_4^2 z_4^2 + \tilde{\theta}\frac{1}{\Gamma}\mu(\mu\dot{\hat{\theta}} - \Gamma(\phi_3 z_3 + \phi_4 z_4))
\end{aligned} \tag{5.12}
$$

เพื่อที่จะกำจัดเทอม $\tilde{\theta}$ ใน (5.12) เราให้

$$\mu\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\tau_4 = \Gamma(\phi_3 z_3 + \phi_4 z_4)$$

โดยที่ $\tau_4 = \phi_3 z_3 + \phi_4 z_4$

5.3 การออกแบบการควบคุมปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

พิจารณาระบบ

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{1}{M_b}\left[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - Ax_5\right] \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{M_{us}}\left[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - K_t(x_3 - r) - Ax_5\right] \\
\dot{x}_5 &= -\beta x_5 - \theta_*(x_2 - x_4) + \gamma x_6 w_3 \\
\dot{x}_6 &= \frac{1}{\tau}\left(-x_6 + u(x, z + \theta_*)\right)
\end{aligned}
$$

โดยที่

$$\theta_* = \alpha A$$

เลือกพลวัตเป้าหมายเป็น

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2\\
\dot{x}_2 &= -\frac{1}{M_b}\left[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-Ax_5\right]\\
\dot{x}_3 &= x_4\\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{M_{us}}\left[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-K_t(x_3-r)-Ax_5\right]\\
\dot{x}_5 &= -\beta x_5-\theta_*(x_2-x_4)+\gamma x_6 w_3\\
\dot{x}_6 &= \frac{1}{\tau}\left(-x_6+u(x,\theta_*)\right)
\end{aligned}$$

โดยที่ $u(x,\theta_*)$ เป็นการควบคุมที่ออกแบบโดยวิธีก้าวถอยหลังที่ทำให้แนววิถีสถานะของพลวัตเป้าหมายมีขอบเขตจำกัดและลู่เข้าสู่จุดกำเนิด

เราจะได้เงื่อนไขแมนิโฟลด์โดยนัยในสมมติฐาน (H3) เป็น

$$\phi(x,\hat{\theta}) = \hat{\theta}-\theta_*+\beta_1(x) = 0$$

สมการของพิกัดนอกแมนิโฟลด์ (off-the-manifold coordinates) คือ

$$z = \hat{\theta}-\theta_*+\beta_1(x)$$

ซึ่งเมื่อหาอนุพันธ์จะได้

$$\dot{z} = \beta_2(x)+\frac{\partial\beta_1}{\partial x}\left[f_0(x)+f_1(x)\theta_*+g(x)u\right]$$

ดังนั้นเลือกกฎการปรับค่าพารามิเตอร์เป็น

$$\beta_2 = -\frac{\partial\beta_1}{\partial x}\left(f_0(x)+f_1\left[\hat{\theta}+\beta_1(x)\right]+g(x)u\right) \tag{5.13}$$

โดยที่

$$f_0(x) = \begin{bmatrix} x_2\\ -\dfrac{1}{M_b}\left[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-Ax_5\right]\\ x_4\\ \dfrac{1}{M_{us}}\left[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-K_t(x_3-r)-Ax_5\right]\\ -\beta x_5+\gamma x_6 w_3\\ -\dfrac{1}{\tau}x_6 \end{bmatrix}$$

และ

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ -(x_2-x_4)\\ 0 \end{bmatrix} \qquad g(x) = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \dfrac{1}{\tau} \end{bmatrix}$$

เลือก

$$\beta_1(x) = k\,\mathrm{sgn}[-(x_2 - x_4)]x_5 \tag{5.14}$$

โดยที่ $k > 0$ เป็นค่าคงตัว

จะได้กฎการปรับค่าพารามิเตอร์คือ

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} = \beta_2(x) &= -\frac{\partial \beta_1}{\partial x}\left(f_0(x) + f_1\left[\hat{\theta} + \beta_1(x)\right] + g(x)u\right) \\ &= -k\,\mathrm{sgn}[-(x_2 - x_4)](-\beta x_5 - (x_2 - x_4)(\hat{\theta} + \beta_1(x)) + \gamma x_6 w_3) \end{aligned} \tag{5.15}$$

และพลวัตของพิกัดนอกแมนิโฟลด์คือ

$$\dot{z} = -[k(x_2 - x_4)\,\mathrm{sgn}(x_2 - x_4)]z \tag{5.16}$$

ซึ่งจะเห็นว่าแนววิถีของแมนิโฟลด์มีขอบเขตจำกัดและลู่เข้าสู่จุดกำเนิด

5.4 ผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์

เราจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ใน 4 กรณีดังนี้

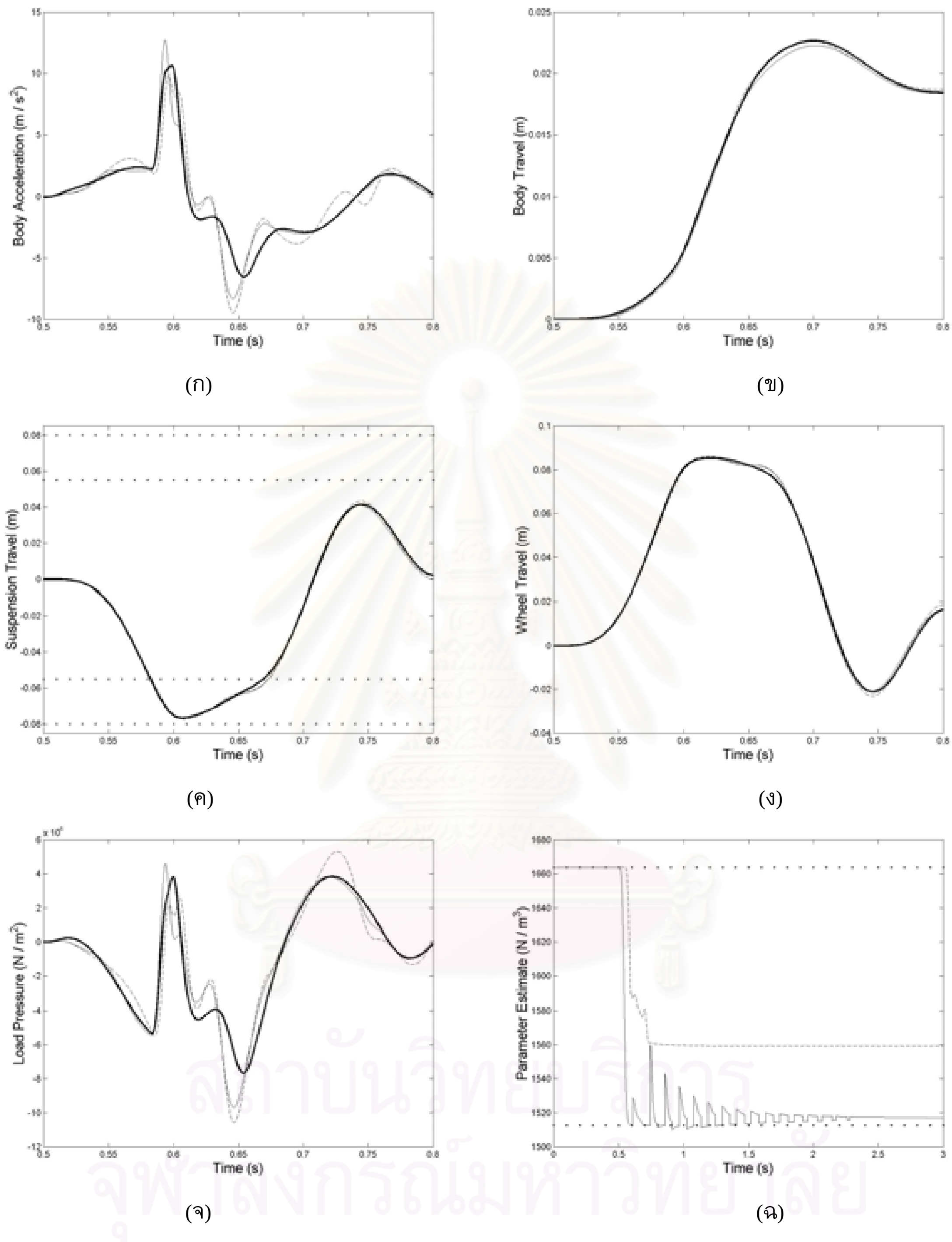
กรณีที่ 1 เมื่อ α เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าและ $\hat{\theta}(0)$ มีค่ามากกว่าค่าจริง 10% ($\hat{\theta}(0) = 1.6638 \times 10^{10}$ N/m^5)

กรณีที่ 2 เมื่อ α เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าและ $\hat{\theta}(0)$ มีค่าน้อยกว่าค่าจริง 10% ($\hat{\theta}(0) = 1.3613 \times 10^{10}$ N/m^5)

กรณีที่ 3 เมื่อ γ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าและ γ มีค่ามากกว่าค่าจริง 10% ($\gamma = 1.6995 \times 10^9$ N/(m$^{5/2}$ kg$^{1/2}$))

กรณีที่ 4 เมื่อ γ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าและ γ มีค่าน้อยกว่าค่าจริง 10% ($\gamma = 1.3905 \times 10^9$ N/(m$^{5/2}$ kg$^{1/2}$))

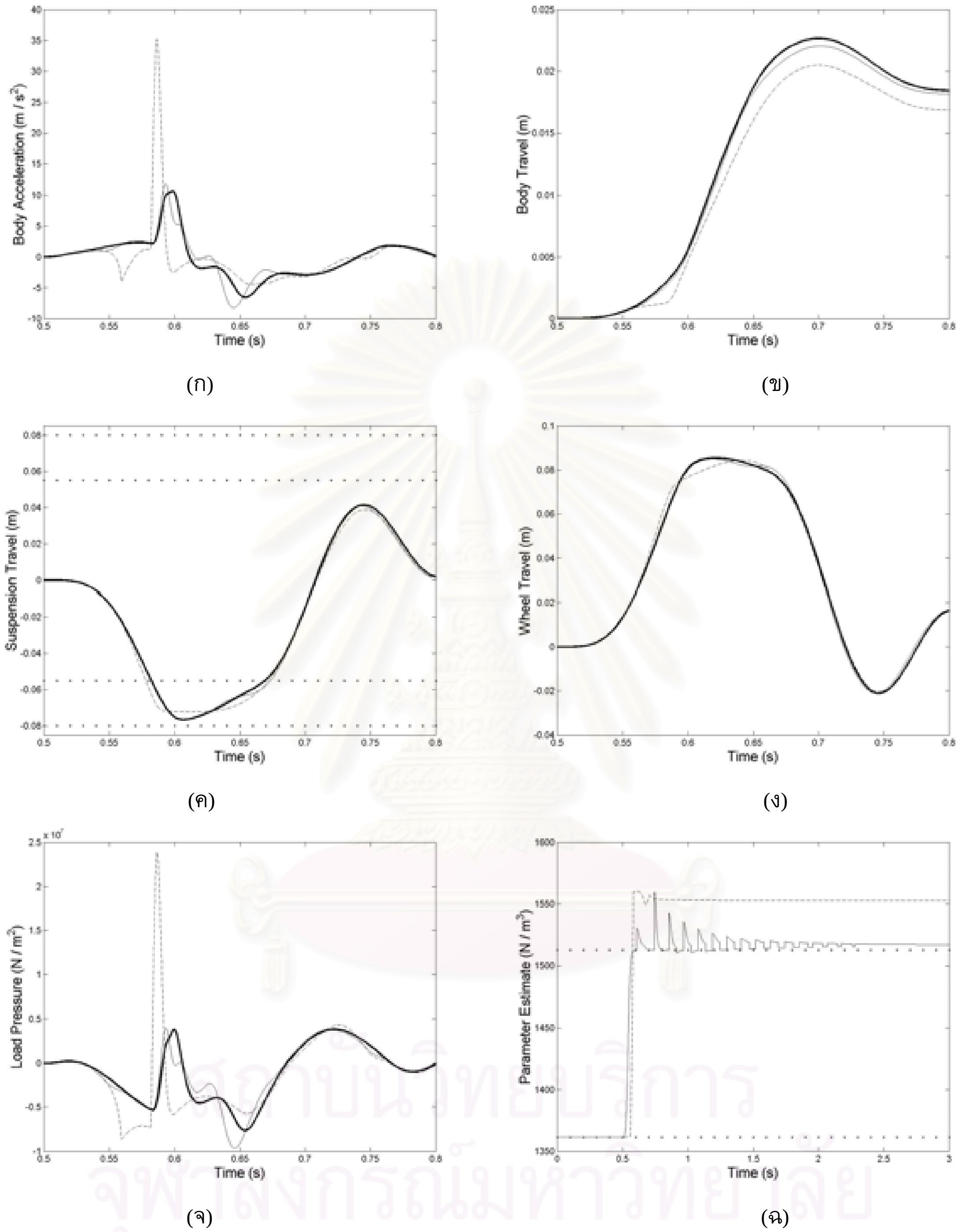
เราจะทำการจำลองแบบเปรียบเทียบการควบคุม 3 แบบดังนี้คือ การควบคุมแบบก้าวถอยหลังในกรณีที่ทราบพารามิเตอร์ทุกตัว (เส้นทึบ), การควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน (เส้นประ) และการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง (เส้นบาง)



รูปที่ 5.1: ผลตอบสนองของระบบเมื่อ α เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าและ $\hat{\theta}(0) = 1.6638 \times 10^{10}$ N/m^5 เมื่อใช้การควบคุมแบบก้าวถอยหลังในกรณีที่ทราบพารามิเตอร์ทุกตัว (เส้นทึบ), การควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน (เส้นประ) และการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง (เส้นบาง)

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

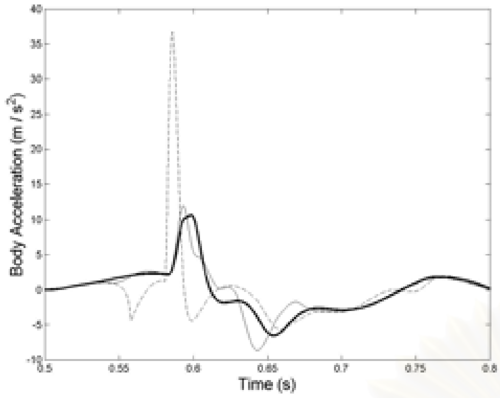
(จ) ความดันของตัวขับเร้า (ฉ) ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ $\mu\hat{\theta}$ (เส้นประ) และ $\mu(\hat{\theta} + \beta_1)$ (เส้นบาง)



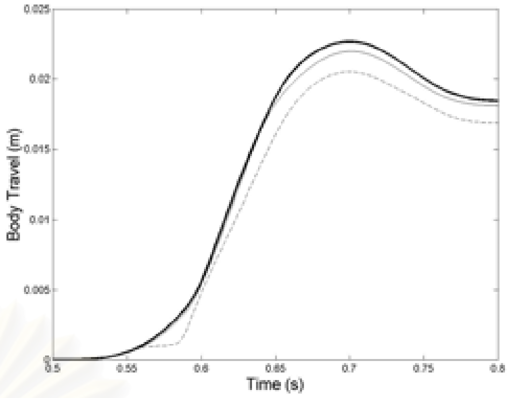
รูปที่ 5.2: ผลตอบสนองของระบบเมื่อ α เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าและ $\hat{\theta}(0) = 1.3613 \times 10^{10}$ N/m^5 เมื่อใช้การควบคุมแบบก้าวถอยหลังในกรณีที่ทราบพารามิเตอร์ทุกตัว (เส้นทึบ), การควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน (เส้นประ) และการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง (เส้นบาง)

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

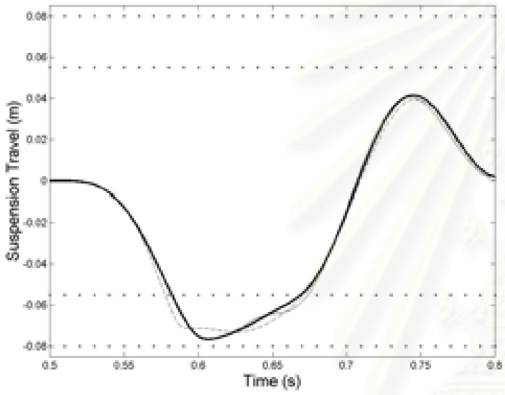
(จ) ความดันของตัวขับเร้า (ฉ) ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ $\mu\hat{\theta}$ (เส้นประ) และ $\mu(\hat{\theta} + \beta_1)$ (เส้นบาง)



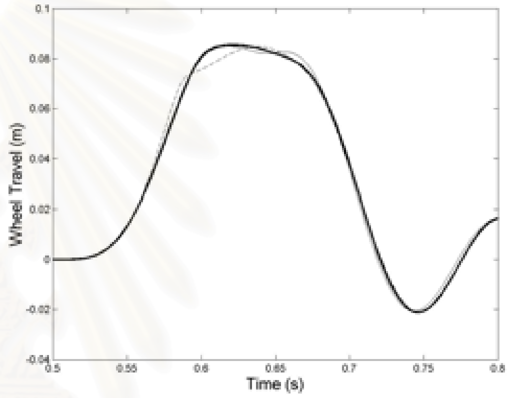
(ก)



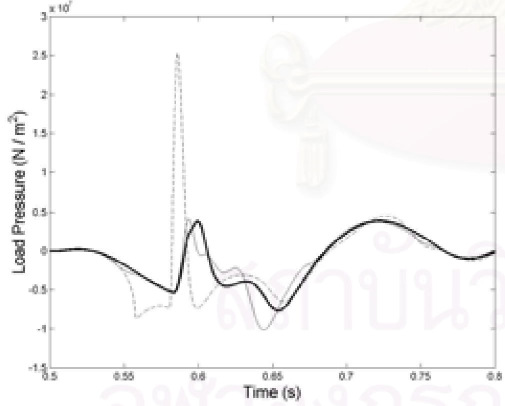
(ข)



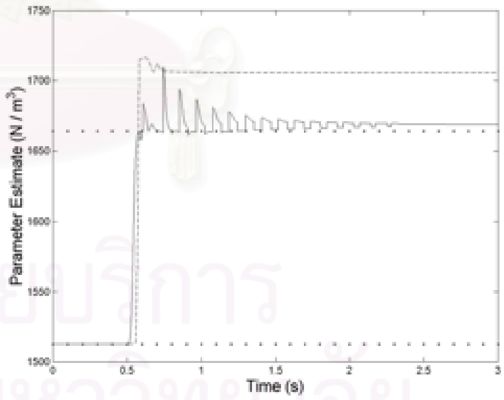
(ค)



(ง)



(จ)

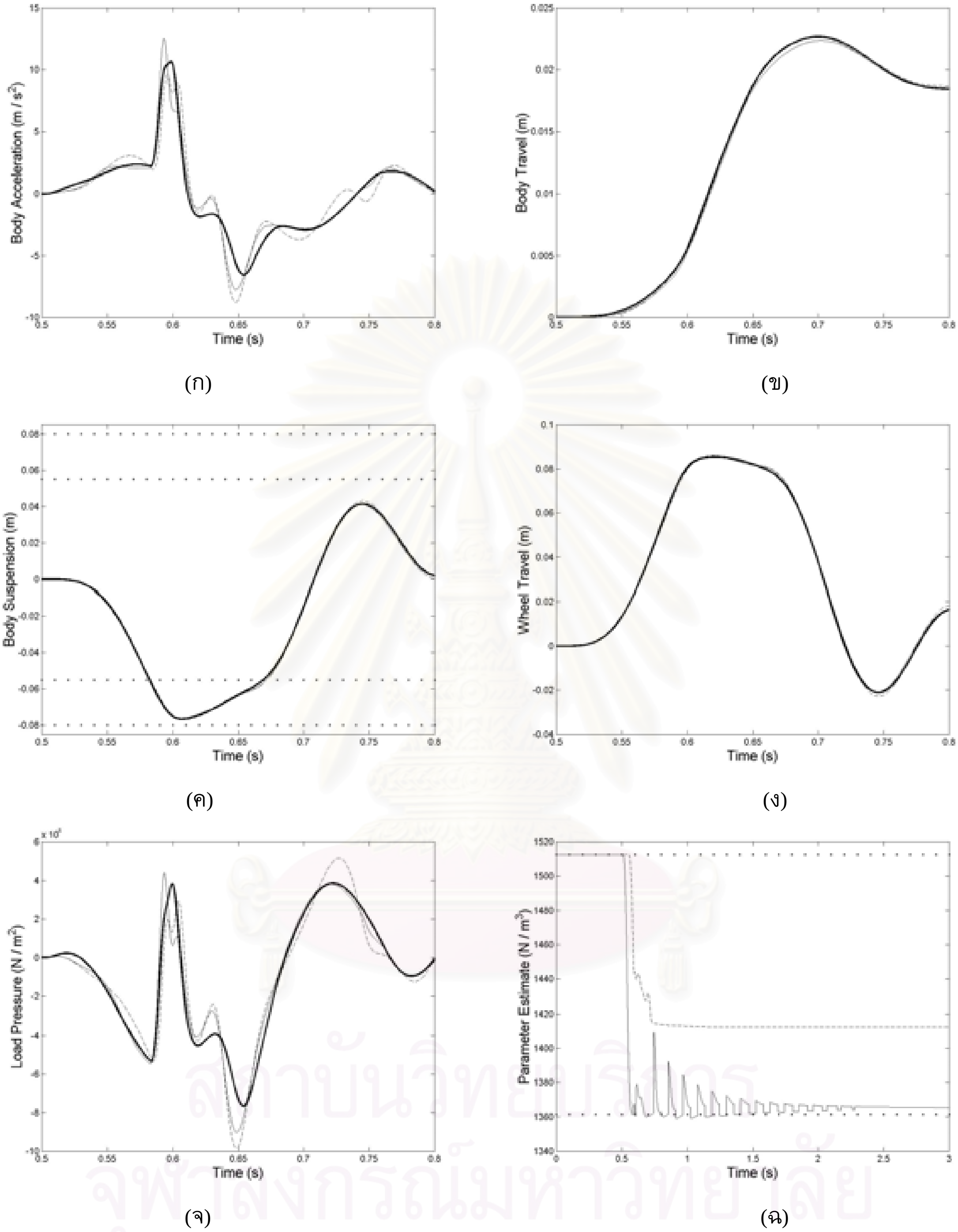


(ฉ)

รูปที่ 5.3: ผลตอบสนองของระบบในกรณี $\gamma = 1.6995 \times 10^9$ N/(m$^{5/2}$ kg$^{1/2}$) แต่ถือว่า γ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า เมื่อใช้การควบคุมแบบก้าวถอยหลังในกรณีที่ทราบพารามิเตอร์ทุกตัว (เส้นทึบ), การควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน (เส้นประ) และการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง (เส้นบาง)

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

(จ) ความดันของตัวขับเร้า (ฉ) ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ $\mu\hat{\theta}$ (เส้นประ) และ $\mu(\hat{\theta} + \beta_1)$ (เส้นบาง)



รูปที่ 5.4: ผลตอบสนองของระบบในกรณี $\gamma = 1.3905 \times 10^9$ N/(m$^{5/2}$ kg$^{1/2}$) แต่ถือว่า γ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า เมื่อใช้การควบคุมแบบก้าวถอยหลังในกรณีที่ทราบพารามิเตอร์ทุกตัว (เส้นทึบ), การควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน (เส้นประ) และการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง (เส้นบาง)

(ก) ความเร่งของตัวรถ (ข) ตำแหน่งของตัวรถ (ค) suspension travel (ง) ตำแหน่งของล้อรถ

(จ) ความดันของตัวขับเร้า (ฉ) ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ $\mu\hat{\theta}$ (เส้นประ) และ $\mu(\hat{\theta} + \beta_1)$ (เส้นบาง)

จากรูปที่ 5.1 และ 5.2 จะเห็นว่าความเร่งของตัวรถที่ใช้ตัวควบคุมแบบปรับตัววิธีการฝังในและความยืนยงจะมีการแกว่งตัวน้อยกว่าการควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูน และตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของการควบคุมแบบปรับตัววิธีการฝังในและความยืนยงก็มีการลู่เข้าสู่ค่าจริงที่ใกล้เคียงกว่าวิธีฟังก์ชันปรับจูน

จากรูปที่ 5.3 และ 5.4 จะเห็นว่าความเร่งของตัวรถที่ใช้ตัวควบคุมแบบปรับตัววิธีการฝังในและความยืนยงจะมีการแกว่งตัวน้อยกว่าตัวควบคุมแบบฟังก์ชันปรับจูนเช่นกัน และตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของทั้ง 2 วิธีก็จะมีการลู่เข้าสู่ค่าที่เหมาะสมเพื่อชดเชยความผิดพลาดของพารามิเตอร์ γ คือเมื่อพารามิเตอร์ γ มีความผิดพลาดไป $\pm 10\%$ ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ $\hat{\theta}(0)$ ก็จะลู่เข้าสู่ค่า $\pm 10\%$ ของค่าจริงเช่นกัน ซึ่งจะเห็นว่าตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของการควบคุมแบบปรับตัววิธีการฝังในและความยืน-ยงก็มีการลู่เข้าสู่ค่าที่ชดเชยที่ใกล้เคียงกว่าวิธีฟังก์ชันปรับจูน

5.5 สรุป

จากผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ จะเห็นว่าตัวควบคุมแบบปรับตัวที่ออกแบบโดยวิธีฟังก์ชัน-ปรับจูน และวิธีการฝังในและความยืนยงสามารถปรับปรุงสมรรถนะของระบบรองรับแบบแอ็กทีฟได้ดีกว่าการควบคุมแบบคงที่ในกรณีที่มีความผิดพลาดขึ้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์ แต่ตัวควบคุมแบบปรับ-ตัวโดยวิธีการฝังในและความยืนยงสามารถรักษาผลตอบสนองของระบบให้ใกล้เคียงกับกรณีที่ระบุว่าการออกแบบด้วยวิธีฟังก์ชันปรับจูน และการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวโดยวิธีการฝังในและความยืนยงยังมีขั้นตอนการออกแบบที่ง่ายกว่าและกฎการปรับค่าพารามิเตอร์มีซับซ้อนน้อย

บทที่ 6

บทสรุปและสิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไป

6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาการประยุกต์ใช้ทฤษฎีการฝังในและความยืนยง ในการควบคุมระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ โดยเริ่มจากอธิบายวิธีการออกแบบตัวควบคุมทำให้เสถียรด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง และการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง จากนั้นจึงอธิบายรายละเอียดของระบบรองรับแบบแอ็กทีฟ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และการออกแบบตัวควบคุมเพื่อใช้กับระบบนี้ สุดท้ายได้นำเอาตัวควบคุมที่เสนอไปทำการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ พบว่าสามารถควบคุมระบบได้ดี แม้ว่าจะมีการรบกวนจากพื้นถนนหรือพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลงไป ส่วนในกรณีที่ใช้การควบคุมแบบปรับตัวพบว่าตัวประมาณค่าพารามิเตอร์สามารถปรับตัวเข้าหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าของระบบได้อย่างรวดเร็ว จากผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์สามารถสรุปข้อดีและข้อจำกัดของวิธีการออกแบบการควบคุมด้วยวิธีการฝังในและความยืนยงได้ดังนี้

ข้อดี

1. ในการออกแบบการควบคุมทำให้เสถียรสำหรับระบบอันดับสูงไม่จำเป็นต้องออกแบบการควบคุมใหม่ทั้งหมด แต่สามารถนำการควบคุมสำหรับระบบอันดับลดมาปรับปรุงเพื่อนำไปใช้กับระบบอันดับสูงได้

2. สมรรถนะของระบบอันดับสูงเมื่อใช้การควบคุมทำให้เสถียรที่ปรับปรุงมาจากการควบคุมระบบอันดับลดใกล้เคียงกับสมรรถนะของระบบอันดับลดเมื่อใช้การควบคุมที่ออกแบบสำหรับระบบอันดับลด

3. การออกแบบการควบคุมแบบทำให้เสถียรมีความคงทนสูงต่อความผิดพลาดของพารามิเตอร์ในพลานต์

4. ในการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัวไม่จำเป็นต้องออกแบบการควบคุมใหม่ กฎการปรับค่าพารามิเตอร์ที่ไม่มีความซับซ้อนมาก และขั้นตอนการออกแบบง่าย

5. การออกแบบการควบคุมแบบปรับตัว จะได้กฎการปรับค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ขึ้นอยู่กับชนิดของการควบคุมทำให้เสถียร

6. ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีการฝังในและความยืนยง จะปรับตัวให้เข้าสู่ค่าจริงได้ดีกว่าวิธีฟังก์ชันปรับจูนที่ออกแบบมาเพื่อประกันเสถียรภาพเท่านั้น

7. ทั้งการออกแบบตัวควบคุมทำให้เสถียร และตัวควบคุมแบบปรับตัว ตัวควบคุมสามารถรักษาให้สมรรถนะของระบบไม่เปลี่ยนไปมากนักในกรณีที่มีความผิดพลาดของพารามิเตอร์ในกฎการควบคุม

ข้อจำกัด

1. ในการออกแบบตัวควบคุมทำให้เสถียรด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง ต้องระมัดระวังเรื่องการเกิดแช็ตเตอริง (chattering)
2. ในการออกแบบตัวควบคุมทำให้เสถียร กฎการควบคุมที่ออกแบบสำหรับใช้กับพลวัตเป้าหมายต้องสามารถหาอนุพันธ์ได้
3. ในการออกแบบการควบคุมแบบปรับตัว อาจมีกรณีที่ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์อาจมีค่าต่างจากความเป็นจริงมาก ซึ่งไม่เหมาะในการนำมาใช้กับระบบที่มีความอ่อนไหวต่อพารามิเตอร์มากๆ

6.2 สิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไป

1. เนื่องจากการเลือกพลวัตของพิกัดนอกแมนิโฟลด์มีผลอย่างมากต่อสมรรถนะของระบบ ดังนั้นจึงควรมีการศึกษาวิเคราะห์ถึงแนวทางการเลือกพลวัตของแมนิโฟลด์
2. เนื่องจากวิธีการควบคุมแบบปรับตัวโดยวิธีการฝังในและการยืนยงมีข้อจำกัดทางการออกแบบคือ พารามิเตอร์ไม่ทราบค่าในระบบต้องเป็นแบบพลานต์อิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น หรือการควบคุมอิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น ดังนั้นจึงควรพัฒนาวิธีการออกแบบในกรณีที่พารามิเตอร์ไม่ทราบค่าไม่อิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น หรือการควบคุมไม่อิงพารามิเตอร์แบบเชิงเส้น

รายการอ้างอิง

1. A. Astolfi and R. Ortega, “Immersion and Invariance: A New Tool for Stabilization and Adaptive Control of Nonlinear Systems”, *IEEE Transaction on Automatic Control.* 48(4) (2003): 590–606.

2. D. Karagiannis, E. Mendes, A. Astolfi and R. Ortega “An Experimental Comparison of Several PWM Controllers for a Single-Phase AC-DC Converter”, *IEEE Transaction on Control Systems Technology.* 11(6) (2003): 940–947.

3. R. Ortega, L. Hsu and A. Astolfi, “Immersion and Invariance Adaptive Control of Linear Multivariable Systems”, in *Systems and Control Letters.* 49(1) (2003): 37–47.

4. H. Rodriguez, A. Astolfi and R. Ortega, “Adaptive Partial State Feedback Stabilization of a Class of Electromechanical Systems via Immersion and Invariance”, *Proceedings of the American Control Conference,* Denver, Colorado. 4 (June 2003): 3293–3298.

5. R. Ortega, A. Astolfi and L. Hsu, “Immersion and Invariance model reference adaptive control: New parameterizations for the problem”, *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control,* Maui, Hawaii USA. 4 (December 2003): 3239–3243.

6. A. Astolfi, L. Zachi, L. Hsu, R. Ortega and F. Lizarralde, “Cascade Control of Uncertain Manipulator Systems Through Immersion and Invariance Adaptive Visual Servoing”, *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation,* New Orieans, LA. 1 (April 2004): 280–285.

7. H.K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Second Edition. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996.

8. M. Krstić, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotović, *Nonlinear and Adaptive Control Design.* New York: John Wiley & Sons, 1995.

9. A. Alleyne and J.K. Hedrick, “Nonlinear Control of a Quarter Car Active Suspension,” *Proceedings of the American Control Conference,* Chicago IL. (1992): 21–25.

10. A. Alleyne, P.D. Neuhaus, and J.K. Hedrick “Application of Nonlinear Control Theory to Electronically Controlled Suspension,” *Vehicle System Dynamics.* 22 (1993): 309–320.

11. J.-S. Lin and I. Kanellakopoulos, “Nonlinear Design of Active Suspensions,” *IEEE Control Systems Magazine.* 17(3) (1997): 45–59.

12. H.E. Merritt, *Hydralic Control Systems.* New York, NY: John Wiley & Sons, 1967

13. J.-S. Lin and I. Kanellakopoulos, “Adaptive Nonlinear Control in Active Suspension”, *Preprints of the 13th World Congress of International Federation of Automatic Control,* San Francisco, CA. (1996): 341–346.

14. J.-S. Lin and I. Kanellakopoulos, “Modular Adaptive Design for Active Suspensions”, *Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control* San Diego, California USA. 4 (December 1997): 3626–3631.

15. I. Fialho and G. J. Balas, “Road Adaptive Active Suspension Design Using Linear Parameter-Varying Gain-Scheduling”, *IEEE Transaction on Control Systems Technology.* 10(1) (January 2002): 43–54.

16. A. Alleyne and J. K. Hedrick, “Nonlinear Adaptive Control of Active Suspensions”, *IEEE Transaction on Control Systems Technology.* 3(1) (March 1995): 94–101.

17. M. Sunwoo, K. C. Cheok and N. J. Huang, “Model Reference Adaptive Control for Vehicle Active Suspension Systems”, *IEEE Transaction on Industrial Electronics.* 38(3) (June 1991): 217–222.

18. Y. P. Kuo and T.-H. S. Li, “GA-Based Fuzzy PI/PD Controller for Automotive Active Suspension System”, *IEEE Transaction on Industrial Electronics.* 46(6) (December 1999): 1051–1056.

19. M. C. Smith and F.-C. Wang, “Controller Parameterization for Disturbance Response Decoupling: Application to Vehicle Active Suspension Control” *IEEE Transaction on Control Systems Technology.* 10(3) (May 2002): 393–407.

20. N. Karlsson, M. Dahleh and D. Hrovat “Nonlinear active suspension with preview”, *Proceedings of the American Control Conference.* 4 (June 2001): 2640–2645.

21. D.-S. Joo, N. Al-Holou, J.M. Weaver, T. Lahdhiri and F. Al-Abbas “Nonlinear Modeling of Vehicle Suspension System”, *Proceedings of the American Control Conference.* 1(6) (June 2000): 115–119.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การใช้โปรแกรมในการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ในวิทยานิพนธ์

ทุกโปรแกรมที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ก่อนทำการจำลองแบบให้ตั้งค่า Solver options ใน Simulation parameters สำหรับทำการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ดังนี้

$$\begin{aligned} \texttt{Type} &:= \texttt{Fixed-step ode5 (Dormand-Prince)} \\ \texttt{Fixed step size} &:= 10^{-6} \\ \texttt{Mode} &:= \texttt{Auto} \end{aligned}$$

โดยมีตัวแปรที่ใช้ในการจำลองแบบดังนี้

ตารางที่ ก.1: ตัวแปรที่ใช้ในแบบจำลอง

ตัวแปร	ความหมาย
Mb	มวลของตัวรถ (M_b)
Mu	มวลของล้อรถ (M_{us})
Ka	ค่าสัมประสิทธิ์ของสปริง (K_a)
Ca	ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวหน่วง (C_a)
Kt	ค่าสัมประสิทธิ์ของสปริง (K_t)
A	พื้นที่หน้าตัดลูกสูบ (A)
al	α
be	β
ga	γ
Ps	ความดันป้อน (P_s)
ta	τ
K1	κ_1
mu	10^{-7}

ก.1 การควบคุมระบบรองรับด้วยวิธีก้าวถอยหลัง

ไฟล์ที่ใช้ (Matlab mdl-file)

`backstepping.mdl`

โปรแกรมนี้ใช้ในการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ในกรณีระบบรองรับแบบแอ็กทีฟที่ใช้การควบคุมแบบก้าวถอยหลัง

ขั้นตอนการใช้โปรแกรม

1. ใส่ค่าพารามิเตอร์ของการควบคุมที่บรรทัดคำสั่ง
2. กดปุ่ม run
3. ในการจำลองแบบในกรณีที่มีความผิดพลาดในพลานต์ให้แก้ไขพารามิเตอร์ในบล็อกฟังก์ชัน Plant1, Plant2, Plant3 Plant4 และ Plant5 (บล็อกฟังก์ชันส่วนที่เป็นพลานต์จะมีสีฟ้า)
4. ในการจำลองแบบในกรณีที่มีความผิดพลาดในตัวควบคุมให้แก้ไขโดยพิมพ์ค่าพารามิเตอร์ใหม่ในบรรทัดคำสั่งได้เลย
5. ในการปรับค่าความสูงของ Bump ให้แก้ไขพารามิเตอร์ในบล็อก Bump (สีส้ม)
6. ในการจำลองแบบในกรณีที่การควบคุมใช้วงจรกรองไม่เชิงเส้น ให้ตั้งค่า $\kappa_0 = 0$ ที่บรรทัดคำสั่ง

โดยที่

ตารางที่ ก.2: ตัวแปรของโปรแกรม `backstepping.mdl`

ตัวแปร	ความหมาย
x1	ตำแหน่งของตัวรถ
x2	ความเร็วของตัวรถ
x3	ตำแหน่งของล้อรถ
x4	ความเร็วของล้อรถ
x5	แรงดันที่กดลงที่ลูกสูบ
x6	การกระจัดของลิ้นจากตำแหน่งปิด
ux	สัญญาณควบคุม
accx	ความเร่งของตัวรถ

ก.2 การควบคุมระบบรองรับด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

ไฟล์ที่ใช้ (Matlab mdl-file)

`iand.mdl`

โปรแกรมนี้ใช้ในการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ในกรณีระบบรองรับแบบแอ็กทีฟใช้การควบคุมแบบการฝังในและความยืนยง

ขั้นตอนการใช้โปรแกรม

1. ใส่ค่าพารามิเตอร์ของการควบคุมที่บรรทัดคำสั่ง
2. กดปุ่ม run

3. ในการจำลองแบบในกรณีที่มีความผิดพลาดในพลานต์ให้แก้ไขพารามิเตอร์ในบล็อกฟังก์ชัน Plant1, Plant2, Plant3 Plant4 และ Plant5 (บล็อกฟังก์ชันส่วนที่เป็นพลานต์จะมีสีฟ้า)

4. ในการจำลองแบบในกรณีที่มีความผิดพลาดในตัวควบคุมให้แก้ไขโดยพิมพ์ค่าพารามิเตอร์ใหม่ในบรรทัดคำสั่งได้เลย

5. ในการปรับค่าความสูงของ Bump ให้แก้ไขพารามิเตอร์ในบล็อก Bump (สีส้ม)

6. ในการปรับตำแหน่งขั้วของแมนิโฟลด์ให้ปรับในบล็อกฟังก์ชัน Control (สีเทา)

โดยที่

ตารางที่ ก.3: ตัวแปรของโปรแกรม `iandi.mdl`

ตัวแปร	ความหมาย
`i1`	ตำแหน่งของตัวรถ
`i2`	ความเร็วของตัวรถ
`i3`	ตำแหน่งของล้อรถ
`i4`	ความเร็วของล้อรถ
`i5`	แรงดันที่กดลงที่ลูกสูบ
`i6`	การกระจัดของลิ้นจากตำแหน่งปิด
`ui`	สัญญาณควบคุม
`acci`	ความเร่งของตัวรถ

ก.3 การควบคุมระบบรองรับแบบปรับตัวด้วยวิธีฟังก์ชันปรับจูน

ไฟล์ที่ใช้ (Matlab mdl-file)

`tuningfunction.mdl`

โปรแกรมนี้ใช้ในการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ในกรณีระบบรองรับแบบแอ็กทีฟใช้การควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีฟังก์ชันปรับจูน

ขั้นตอนการใช้โปรแกรม

1. ใส่ค่าพารามิเตอร์ของการควบคุมที่บรรทัดคำสั่ง

2. กดปุ่ม run

3. ในการจำลองแบบในกรณีที่มีความผิดพลาดในพลานต์ให้แก้ไขพารามิเตอร์ในบล็อกฟังก์ชัน Plant1, Plant2, Plant3 Plant4 และ Plant5 (บล็อกฟังก์ชันส่วนที่เป็นพลานต์จะมีสีฟ้า)

4. ในการจำลองแบบในกรณีที่มีความผิดพลาดในตัวควบคุมให้แก้ไขโดยพิมพ์ค่าพารามิเตอร์ใหม่ในบรรทัดคำสั่งได้เลย

5. ในการปรับค่าความสูงของ Bump ให้แก้ไขพารามิเตอร์ในบล็อก Bump (สีส้ม)

6. ในการปรับค่าค่าพารามิเตอร์ adaptive gain ให้ปรับในบล็อกฟังก์ชัน Adaptive Law (สีแดง)

โดยที่

ตารางที่ ก.4: ตัวแปรของโปรแกรม `tuningfunction.mdl`

ตัวแปร	ความหมาย
ax1	ตำแหน่งของตัวรถ
ax2	ความเร็วของตัวรถ
ax3	ตำแหน่งของล้อรถ
ax4	ความเร็วของล้อรถ
ax5	แรงดันที่กดลงที่ลูกสูบ
ax6	การกระจัดของลิ้นจากตำแหน่งปิด
uax	สัญญาณควบคุม
accax	ความเร่งของตัวรถ

ก.4 การควบคุมระบบรองรับแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

ไฟล์ที่ใช้ (Matlab mdl-file)

`adaptiveiandi.mdl`

โปรแกรมนี้ใช้ในการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ในกรณีระบบรองรับแบบแอ็กทีฟใช้การควบคุมแบบปรับตัวด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง

ขั้นตอนการใช้โปรแกรม

1. ใส่ค่าพารามิเตอร์ของการควบคุมที่บรรทัดคำสั่ง

2. กดปุ่ม run

3. ในการจำลองแบบในกรณีที่มีความผิดพลาดในพลานต์ให้แก้ไขพารามิเตอร์ในบล็อกฟังก์ชัน Plant1, Plant2, Plant3 Plant4 และ Plant5 (บล็อกฟังก์ชันส่วนที่เป็นพลานต์จะมีสีฟ้า)

4. ในการจำลองแบบในกรณีที่มีความผิดพลาดในตัวควบคุมให้แก้ไขโดยพิมพ์ค่าพารามิเตอร์ใหม่ในบรรทัดคำสั่งได้เลย

5. ในการปรับค่าความสูงของ Bump ให้แก้ไขพารามิเตอร์ในบล็อก Bump (สีส้ม)

6. ในการปรับค่าพารามิเตอร์ k ในแมนิโฟลด์ให้ปรับในบล็อกฟังก์ชัน Adaptive Law (สีแดง) หรือเซ็ตค่าในบรรทัดคำสั่งก็ได้

โดยที่

ตารางที่ ก.5: ตัวแปรของโปรแกรม adaptiveiandi.mdl

ตัวแปร	ความหมาย
ai1	ตำแหน่งของตัวรถ
ai2	ความเร็วของตัวรถ
ai3	ตำแหน่งของล้อรถ
ai4	ความเร็วของล้อรถ
ai5	แรงดันที่กดลงที่ลูกสูบ
ai6	การกระจัดของลิ้นจากตำแหน่งปิด
uai	สัญญาณควบคุม
accai	ความเร่งของตัวรถ

ตารางที่ ก.6: บล็อกฟังก์ชันในการโปรแกรม `backstepping.mdl`

บล็อก	ความหมาย	ระบบ
Plant 1	ความเร่งของตัวรถ	$-\frac{1}{290}[16812(x_1 - x_3) + 1000(x_2 - x_4) - (3.35e-4)x_5]$
Plant 2	ความเร่งของล้อรถ	$\frac{1}{59}[16812(x_1 - x_3) + 1000(x_2 - x_4)$ $-190000(x_3 - r) - (3.35e-4)x_5]$
Plant 3	อนุพันธ์ความดัน ของตัวขับเร้า	$-x_5 - (4.515e13)(3.35e-4)(x_2 - x_4)$ $+(1.545e9)x_6 w_3$
Plant 4	w_3	$\mathrm{sgn}[10342500 - \mathrm{sgn}(x_6)x_5)\sqrt{\lvert 10342500 - \mathrm{sgn}(x_6)x_5 \rvert}$
Plant 5	$\dot{x}_6$	$30(-x_6 + u)$
Bump	การรบกวนจากพื้นถนน	$a(1 - \cos(8\pi t)),\ 0.5 \le t \le 0.75$
dz1	$\dot{z}_1$	$-200z_1 - (1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2$
dz2	$\dot{z}_2$	$-200z_2 - z_1 + \frac{A}{\mu M_b} z_3$
dz1bar	$\dot{\bar{z}}_1$	$-(200 + 1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))\bar{z}_1 - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)z_1 + \bar{z}_2$
h3	h_3	$-\kappa_1\varphi(\zeta) - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta$
h3bar	$\bar{h}_3$	$\dot{h}_3 = -2\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4) - \kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)\zeta$
h4	h_4	$\frac{1}{\mu\gamma}(600 + 0.01h_3^2)h_3 + \frac{1}{\mu\gamma}0.01h_3^2 \left(\frac{C_a}{M_b} - 1.5\right)$ $-\frac{1}{\mu\gamma}\left\{ 2\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)\zeta - m_t C_a \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta \right.$ $\left. -200\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta} z_1 - m_t C_a \kappa_1 \varphi(\zeta) + 4\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4) \right\}$
g2	g_2	$200[-200z_1 - (1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2]$ $+(1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))(x_2 - x_4) + \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\zeta$
g3	g_3	$-\frac{\mu M_b}{A}\left\{ - -400\left(-200z_2 - z_1 + \frac{A}{\mu M_b}z_3\right) + 200\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)z_1 \right.$ $+[200^2 + c_1(1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))][-200z_1 - (1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))z_1 + z_2]$ $+\frac{1}{M_b}[K_a(x_2 - x_4) + C_a w_1]$ $-(1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))w_1 - 2\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)^2$ $\left. -\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^2\zeta - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta} w_1 \zeta \right\}$
g4	g_4	$-\frac{1}{\mu\gamma}\left\{ -(600 + 0.01h_3^2)\left(-200z_3 - \frac{A}{\mu M_b}z_2 + \mu\gamma z_4 - 200h_3^2 z_3\right) \right.$ $\left. -\frac{A}{\mu M_b}\bar{z}_2 + \mu\beta w_2 + \mu\alpha A w_1 - 0.02 z_3 h_3 \bar{h}_3 + \bar{g}_4 \right\}$
g4bar	$\bar{g}_4$	$\frac{\mu M_b}{A}\left\{ -400(-200\bar{z}_2 - \bar{z}_1) + c_1\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^2 z_1 \right.$ $+200\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta} w_1 z_1 + 2c_1\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)\bar{z}_1$ $+[39999 + 200(\varepsilon_0 + \kappa_1\varphi(\zeta))]\bar{\bar{z}}_1 + \frac{1}{M_b}(K_a w_1 + C_a \bar{w}_1)$ $-6\kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2 - x_4)w_1 - (1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))\bar{w}_1 - 3\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)^3$ $\left. -\kappa_1 \frac{d^3\varphi}{d\zeta^3}(x_2 - x_4)^3\zeta - 3\kappa_1 \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2 - x_4)w_1\zeta - \kappa_1 \frac{d\varphi}{d\zeta}\bar{w}_1\zeta \right\}$
w1	w_1	$-m_t[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - Ax_5] + \frac{K_t}{M_{us}}x_3$
w1bar	$\bar{w}_1$	$-m_t[K_a(x_2 - x_4) + C_a w_1 - Aw_2] + \frac{K_t}{M_{us}}x_4$
w2	w_2	$-\beta x_5 - \alpha A(x_2 - x_4) + \gamma x_6 w3$
alpha1	α_1	$-200z_1 - (1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))\zeta$
alpha2	α_2	$\frac{\mu M_b}{A}\left[-200z_2 - z_1 \frac{1}{M_b}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - g_2]\right]$
alpha3	α_3	$\frac{1}{\mu\gamma}\left[-200z_3 - \frac{A}{\mu M_b}z_2 - 0.01h_3^2 z_3 + \beta\bar{x}_5 + \mu\alpha A(x_2 - x_4) - g_3\right]$
Control	u	$\frac{\tau}{w_3}\left[-200z_4 - \mu\gamma z_3 - 0.01h_4^2 z_4 + \frac{1}{\tau}x_6 w_3 + \frac{1}{2\lvert w_3 \rvert}\lvert x_6 \rvert w_2 - g_4\right]$

ตารางที่ ก.7: บล็อกฟังก์ชันในการโปรแกรม `iandi.mdl`

บล็อก	ความหมาย	ระบบ
Plant 1	ความเร่งของตัวรถ	$-\frac{1}{290}[16812(x_1-x_3)+1000(x_2-x_4)-(3.35e-4)x_5]$
Plant 2	ความเร่งของล้อรถ	$\frac{1}{59}[16812(x_1-x_3)+1000(x_2-x_4)$ $-190000(x_3-r)-(3.35e-4)x_5]$
Plant 3	อนุพันธ์ความดันของตัวขับเร้า	$-x_5-(4.515e13)(3.35e-4)(x_2-x_4)$ $+(1.545e9)x_6w_3$
Plant 4	w_3	$\text{sgn}[10342500-\text{sgn}(x_6)x_5)\sqrt{\lvert 10342500-\text{sgn}(x_6)x_5\rvert}$
Plant 5	$\dot{x}_6$	$30(-x_6+u)$
Bump	การรบกวนจากพื้นถนน	$a(1-\cos(8\pi t)),\ 0.5\le t\le 0.75$
dz1	$\dot{z}_1$	$-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1+z_2$
dz2	$\dot{z}_2$	$\dot{x}_2-\dot{\alpha}_1$
z1barbar	$\ddot{z}_1$	$-(200+1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))\bar{z}_1-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)z_1+\bar{z}_2$
ddz2	$\ddot{z}_2$	$-200\dot{z}_2-\dot{z}_1$
w1	w_1	$-m_t[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-Ax_5]+\frac{K_t}{M_{us}}x_3$
w1bar	$\bar{w}_1$	$-m_t[K_a(x_2-x_4)+C_aw_1-Aw_2]+\frac{K_t}{M_{us}}x_4$
w2	w_2	$-\beta x_5-\alpha A(x_2-x_4)+\gamma x_6w3$
alpha1	α_1	$-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))\zeta$
ua	u_a	$\frac{\mu M_b}{A}\left[-200z_2-z_1\frac{1}{M_b}[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-g_2]\right]$ $M_b\left\{-400z_2+(39999+200(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta)))z_1\right.$ $\left.-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(\xi_2-\xi_4)\zeta\right\}$ $+K_a(\xi_1-\xi_3)+C_a(\xi_2-\xi_4)$
dua	$\dot{u}_a$	$M_b\left\{-400\dot{z}_2+(39999+200(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta)))\dot{z}_1\right.$ $+200\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))w_1$ $\left.-2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)^2-\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^2\zeta-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1\zeta\right\}$ $+K_a(x_2-x_4)+C_aw_1$
ddua	$\ddot{u}_a$	$M_b\left\{-400\ddot{z}_2+(39999+200(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta)))\ddot{z}_1\right.$ $+200\kappa_1\frac{d\varphi^2}{d\zeta}(x_2-x_4)\dot{z}_1+200\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^2z_1$ $+200\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1z_1+200\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)\dot{z}_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))\bar{w}_1$ $-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1-\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^3-2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)w_1$ $-\kappa_1\frac{d^3\varphi}{d\zeta^3}(x_2-x_4)^3\zeta-3\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)w_1\zeta-\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^3$ $-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\bar{w}_1\zeta-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1(x_2-x_4)-\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^3$ $\left.-2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)w_1\right\}+K_aw_1+C_a\bar{w}_1$
ub	u_b	$\frac{A\alpha}{\gamma}(x_2-x_4)+\frac{1}{\gamma A}(\beta u_a+\dot{u}_a)$
dub	$\dot{u}_b$	$\frac{A\alpha}{\gamma}w_1+\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\beta\dot{u}_a}{A}+\frac{\ddot{u}_a}{A}\right)$
Control	u	$\left(\frac{\tau}{w_3}\right)\left\{\frac{x_6w_3}{\tau}+\frac{1}{2\lvert w_3\rvert}\lvert x_6\rvert w_2-\frac{1}{\gamma A}(b_1\dot{Z}_1+b_2Z_1)+\dot{u}_b\right\}$

ตารางที่ ก.8: บล็อกฟังก์ชันในการโปรแกรม `tuningfunction.mdl`

บล็อก	ความหมาย	ระบบ
Plant 1	ความเร่งของตัวรถ	$-\frac{1}{290}[16812(x_1-x_3)+1000(x_2-x_4)-(3.35e-4)x_5]$
Plant 2	ความเร่งของล้อรถ	$\frac{1}{59}[16812(x_1-x_3)+1000(x_2-x_4)$ $-190000(x_3-r)-(3.35e-4)x_5]$
Plant 3	อนุพันธ์ความดัน ของตัวขับเร้า	$-x_5-(4.515e13)(3.35e-4)(x_2-x_4)$ $+(1.545e9)x_6w_3$
Plant 4	w_3	$\mathrm{sgn}[10342500-\mathrm{sgn}(x_6)x_5)\sqrt{\lvert 10342500-\mathrm{sgn}(x_6)x_5\rvert}$
Plant 5	$\dot{x}_6$	$30(-x_6+u)$
Bump	การรบกวนจากพื้นถนน	$a(1-\cos(8\pi t)),\ 0.5\le t\le 0.75$
dz1	$\dot{z}_1$	$-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1+z_2$
dz2	$\dot{z}_2$	$-200z_2-z_1+\frac{A}{\mu M_b}z_3$
dz1bar	$\bar{\bar{z}}_1$	$-(200+1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))\bar{z}_1-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)z_1+\bar{z}_2$
h3	h_3	$-\kappa_1\varphi(\zeta)-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta$
h3bar	$\bar{h}_3$	$\dot{h}_3=-2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)-\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)\zeta$
h4	h_4	$\frac{1}{\mu\gamma}(c_3+c_2+c_1+b_3h_3^2)h_3+\frac{1}{\mu\gamma}b_3h_3^2\left(\frac{C_a}{M_b}-\varepsilon_0\right)$ $-\frac{1}{\mu\gamma}\Big\{-\frac{A}{M_b}\hat{\theta}+2\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)\zeta-m_tC_a\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta$ $-c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}z_1-m_tC_a\kappa_1\varphi(\zeta)+4\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)\Big\}$
g2	g_2	$200[-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1+z_2]$ $+(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))(x_2-x_4)+\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)\zeta$
g3	g_3	$-\frac{\mu M_b}{A}\Big\{--400\left(-200z_2-z_1+\frac{A}{\mu M_b}z_3\right)$ $+200\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)z_1+[200^2+c_1(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))]$ $\times[-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1+z_2]$ $+\frac{1}{M_b}[K_a(x_2-x_4)+C_aw_1]$ $-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))w_1-2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)^2$ $-\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^2\zeta-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1\zeta\Big\}$
g4hat	$\hat{g}_4$	$-\frac{1}{\mu\gamma}\Big\{-(800h_3^2)\Big(-200z_3-\frac{A}{\mu M_b}z_2+\mu\gamma z_4$ $-0.01h_3^2z_3\Big)-\frac{A}{\mu M_b}\bar{z}_2+\mu\beta\hat{w}_2+\mu\hat{\theta}w_1$ $+\mu\dot{\hat{\theta}}(x_2-x_4)-0.02z_3h_3\bar{h}_3+\hat{\bar{g}}_4\Big\}$
g4barhat	$\hat{\bar{g}}_4$	$\frac{\mu M_b}{A}\Big\{-400(-200\bar{z}_2-\bar{z}_1)+200\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^2z_1$ $+200\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1z_1+400\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)\bar{z}_1$ $+[39999+200(\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta))]\bar{\bar{z}}_1+\frac{1}{M_b}(K_aw_1+C_a\hat{\bar{w}}_1)$ $-6\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)w_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))\hat{\bar{w}}_1$ $-3\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^3-\kappa_1\frac{d^3\varphi}{d\zeta^3}(x_2-x_4)^3\zeta$ $-3\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)w_1\zeta-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\hat{\bar{w}}_1\zeta\Big\}$
w1	w_1	$-m_t[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-Ax_5]+\frac{K_t}{M_{us}}x_3$
w1bar	$\bar{w}_1$	$-m_t[K_a(x_2-x_4)+C_aw_1-Aw_2]+\frac{K_t}{M_{us}}x_4$
w2	w_2	$-\beta x_5-\alpha A(x_2-x_4)+\gamma x_6w3$

ตารางที่ ก.9: บล็อกฟังก์ชันในการโปรแกรม `tuningfunction.mdl` (ต่อ)

บล็อก	ความหมาย	ระบบ
alpha1	α_1	$-200z_1 - (1.5 + \kappa_1\varphi(\zeta))\zeta$
alpha2	α_2	$\frac{\mu M_b}{A}\left[-200z_2 - z_1\frac{1}{M_b}[K_a(x_1 - x_3) + C_a(x_2 - x_4) - g_2]\right]$
alpha3	α_3	$\frac{1}{\mu\gamma}\left[-200z_3 - \frac{A}{\mu M_b}z_2 - 0.01h_3^2z_3 + \beta\bar{x}_5 + \mu\hat{\theta}(x_2 - x_4) - g_3\right]$
Control	u	$\frac{\tau}{w_3}\left[-200z_4 - \mu\gamma z_3 - 0.01h_4^2z_4 + \frac{1}{\tau}x_6w_3 + \frac{1}{2\lvert w_3\rvert}\lvert x_6\rvert w_2 - g_4\right]$
phi4	ϕ_4	$-\left[\frac{1}{2\mu\lvert w_3\rvert}\lvert x_6\rvert + \frac{1}{\mu\gamma}(-\bar{c}_3 + \beta + m_tM_b\bar{\phi}_4)\right]\phi_3$
Adaptive law	$\hat{\theta}$	$\frac{\Gamma}{\mu}(\phi_3z_3 + \phi_4z_4)$

ตารางที่ ก.10: บล็อกฟังก์ชันในการโปรแกรม `adaptiveiandi.mdl`

บล็อก	ความหมาย	ระบบ
Plant 1	ความเร่งของตัวรถ	$-\frac{1}{290}[16812(x_1-x_3)+1000(x_2-x_4)-(3.35e-4)x_5]$
Plant 2	ความเร่งของล้อรถ	$\frac{1}{59}[16812(x_1-x_3)+1000(x_2-x_4)$ $-190000(x_3-r)-(3.35e-4)x_5]$
Plant 3	อนุพันธ์ความดันของตัวขับเร้า	$-x_5-(4.515e13)(3.35e-4)(x_2-x_4)$ $+(1.545e9)x_6w_3$
Plant 4	w_3	$\mathrm{sgn}[10342500-\mathrm{sgn}(x_6)x_5)\sqrt{\lvert 10342500-\mathrm{sgn}(x_6)x_5\rvert}$
Plant 5	$\dot{x}_6$	$30(-x_6+u)$
Bump	การรบกวนจากพื้นถนน	$a(1-\cos(8\pi t)),\ 0.5\leq t\leq 0.75$
dz1	$\dot{z}_1$	$-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1+z_2$
dz2	$\dot{z}_2$	$-200z_2-z_1+\frac{A}{\mu M_b}z_3$
dz1bar	$\bar{\bar{z}}_1$	$-(200+1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))\bar{z}_1-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)z_1+\bar{z}_2$
h3	h_3	$-\kappa_1\varphi(\zeta)-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta$
h3bar	$\bar{h}_3$	$\dot{h}_3=-2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)-\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)\zeta$
h4	h_4	$\frac{1}{\mu\gamma}(600+0.01h_3^2)h_3+\frac{1}{\mu\gamma}0.01h_3^2\left(\frac{C_a}{M_b}-1.5\right)$ $-\frac{1}{\mu\gamma}\left\{-\frac{A}{M_b}\hat{\theta}+2\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)\zeta-m_tC_a\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\zeta\right.$ $\left.-200\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}z_1-m_tC_a\kappa_1\varphi(\zeta)+4\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)\right\}$
g2	g_2	$200[-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1+z_2]$ $+(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))(x_2-x_4)+\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)\zeta$
g3	g_3	$-\frac{\mu M_b}{A}\left\{--400\left(-200z_2-z_1+\frac{A}{\mu M_b}z_3\right)+200\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)z_1\right.$ $+[200^2+c_1(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))][-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))z_1+z_2]$ $+\frac{1}{M_b}[K_a(x_2-x_4)+C_aw_1]$ $-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))w_1-2\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)^2$ $\left.-\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^2\zeta-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1\zeta\right\}$
g4	g_4	$-\frac{1}{\mu\gamma}\left\{-(600+0.01h_3^2)\left(-200z_3-\frac{A}{\mu M_b}z_2+\mu\gamma z_4-200h_3^2z_3\right)\right.$ $\left.-\frac{A}{\mu M_b}\bar{z}_2+\mu\beta w_2+\mu\hat{\theta}w_1-0.02z_3h_3\bar{h}_3+\bar{g}_4\right\}$
g4bar	$\bar{g}_4$	$\frac{\mu M_b}{A}\left\{-400(-200\bar{z}_2-\bar{z}_1)+c_1\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^2z_1\right.$ $+200\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}w_1z_1+2c_1\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)\bar{z}_1$ $+[39999+200(\varepsilon_0+\kappa_1\varphi(\zeta))]\bar{\bar{z}}_1+\frac{1}{M_b}(K_aw_1+C_a\bar{w}_1)$ $-6\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}(x_2-x_4)w_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))\bar{w}_1-3\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)^3$ $\left.-\kappa_1\frac{d^3\varphi}{d\zeta^3}(x_2-x_4)^3\zeta-3\kappa_1\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}(x_2-x_4)w_1\zeta-\kappa_1\frac{d\varphi}{d\zeta}\bar{w}_1\zeta\right\}$
w1	w_1	$-m_t[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-Ax_5]+\frac{K_t}{M_{us}}x_3$
w1bar	$\bar{w}_1$	$-m_t[K_a(x_2-x_4)+C_aw_1-Aw_2]+\frac{K_t}{M_{us}}x_4$
w2	w_2	$-\beta x_5-\hat{\theta}(x_2-x_4)+\gamma x_6w3$
alpha1	α_1	$-200z_1-(1.5+\kappa_1\varphi(\zeta))\zeta$
alpha2	α_2	$\frac{\mu M_b}{A}\left[-200z_2-z_1\frac{1}{M_b}[K_a(x_1-x_3)+C_a(x_2-x_4)-g_2]\right]$
alpha3	α_3	$\frac{1}{\mu\gamma}\left[-200z_3-\frac{A}{\mu M_b}z_2-0.01h_3^2z_3+\beta\bar{x}_5+\mu\hat{\theta}(x_2-x_4)-g_3\right]$
Control	u	$\frac{\tau}{w_3}\left[-200z_4-\mu\gamma z_3-0.01h_4^2z_4+\frac{1}{\tau}x_6w_3+\frac{1}{2\lvert w_3\rvert}\lvert x_6\rvert w_2-g_4\right]$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายพลสิทธิ์ สันธนพิพัฒน์กุล เกิดเมื่อวันที่ 22 กรกฎาคม พ.ศ. 2523 ที่กรุงเทพมหานคร เป็นบุตรนายยง สันธนพิพัฒน์กุล และ นางวิภา สันธนพิพัฒน์กุล เป็นบุตรคนที่สองในจำนวนพี่น้องทั้งหมดสามคน สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี 2544 และศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม เมื่อ พ.ศ. 2544

ผลงานนำเสนอในการประชุมวิชาการ

1. พลสิทธิ์ สันธนพิพัฒน์กุล และ วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นสำหรับระบบรองรับแอ็กทีฟด้วยวิธีการฝังในและความยืนยง การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 27 มหาวิทยาลัยขอนแก่น (พฤศจิกายน 2547)