

การสอบทวนทฤษฎีความคล้ายที่ใช้กับปัญหาการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตโดยการทดลอง



นายสรสิทธิ์ อรัญพิทักษ์

สถาบันวิทยบริการ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-53-1158-8

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A VERIFICATION OF SIMILITUDE THEORY APPLIED TO A BUCKLING PROBLEM OF
COMPOSITE PLATES BY EXPERIMENT METHOD



Mr. Sorasit Alanpitak

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering
Chulalongkorn University

Academic Year 2004

ISBN 974-53-1158-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การสอบทวนทฤษฎีความคล้ายที่ใช้กับปัญหาการโค้งงอของ แผ่นคอมโพสิตโดยการทดลอง
โดย	นายสรสิทธิ์ อรัญพิทักษ์
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ สิงหนัดกิจ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็น
ส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทยา ยงเจริญ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ สิงหนัดกิจ)

..... กรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.วิสิทธิ์ อึ้งภากรณ์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิรพงศ์ กลีวิทย์อำนาจ)

สรสิทธิ์ อรัญพิทักษ์ : การสอบทวนทฤษฎีความคล้ายที่ใช้กับปัญหาการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตโดยการทดลอง (A VERIFICATION OF SIMILITUDE THEORY APPLIED TO A BUCKLING PROBLEM OF COMPOSITE PLATES BY EXPERIMENT METHOD)

อ.ที่ปรึกษา: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ สิงห์นาคกิจ, 119 หน้า

ISBN 974-53-1158-8

วิทยานิพนธ์นี้ทำการทดลองเพื่อสอบทวนทฤษฎีสัดส่วนสำหรับปัญหาการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต มีการออกแบบและสร้างชุดทดลองเพื่อใช้ในการทดลอง แผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลองมีการวางตัวของเส้นใยสามแบบคือ $[0/90]_{2s}$, $[0_2/90_2]_{2s}$ และ $[0/90]_{4s}$ มีเงื่อนไขขอบเขตแบบต่างๆคือ เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) และเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองหาได้โดยการเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกระทำในแนวระนาบและระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบ แล้วนำค่าภาระการโก่งงอของแบบจำลองจากการทดลองมาคำนวณหาค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบโดยใช้ทฤษฎีสัดส่วน จากนั้นนำค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้ายมาเปรียบเทียบกับค่าจากการทดลองเพื่อหาความแม่นยำของทฤษฎีสัดส่วน ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยในกรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์และกรณีความคล้ายบางมีค่าเท่ากับ $-5.9 \pm 8.7\%$ และ $6.1 \pm 11.4\%$ ตามลำดับ เมื่อเปรียบเทียบกับชิ้นงาน SSSF เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยของชิ้นงาน SFSS มีค่าน้อยกว่าเพราะความคล้ายของเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระมีมากกว่า มีการนำความไม่สม่ำเสมอของความหนาของแผ่นคอมโพสิตมาใช้ในการวิเคราะห์ผลการทดลอง จาก 124 คู่ของการเปรียบเทียบพบว่าค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองมีเพียง 14 คู่เท่านั้นที่อยู่นอกช่วงบนและล่างของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้าย ดังนั้นทฤษฎีสัดส่วนได้รับการยืนยันจากผลการทดลองและน่าจะมีประโยชน์ในการหาค่าภาระการโก่งงอบนเงื่อนไขขอบเขตที่มีความซับซ้อนหรือชิ้นงานที่ไม่สามารถทำการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอได้ที่ขนาดชิ้นงานจริง

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล..... ลายมือชื่อนิสิต.....
 สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
 ปีการศึกษา.....2547.....

4570584221 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD : SCALING LAW / BUCKLING / COMPOSITE

SORASIT ALANPITAK : A VERIFICATION OF SIMILITUDE THEORY
 APPLIED TO A BUCKLING PROBLEM OF COMPOSITE PLATES BY
 EXPERIMENT METHOD. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. PAIROD
 SINGHATANADGID, Ph.D. 119 pp. ISBN 974-53-1158-8

In this thesis, the scaling law for buckling of composite plate problem was verified with the experiment results. A buckling test facility was designed and built to accommodate the experiment. A series of buckling test was performed on rectangular composite specimens with stacking sequences of $[0/90]_{2s}$, $[0_2/90_2]_{2s}$, and $[0/90]_{4s}$. The boundary conditions of the specimens include simple-simple-simple-simple (SSSS), simple-simple-simple-free (SSSF), and simple-free-simple-free (SFSF) boundary conditions. The experimental buckling load was determined from a plot of applied in-plane loads and out-of-plane displacements. Buckling load of a model was substituted into the scaling law to determine the scaling buckling load of the corresponding prototype which was then compared to the experimental result to determine the accuracy of the scaling law. The average percent discrepancy of complete and partial similitude cases are $-5.9 \pm 8.7\%$ and $6.1 \pm 11.4\%$, respectively. Comparing with that of the SSSF specimens, the average percent discrepancy of the SFSF specimens is lower because of the better degree of similarity of the boundary condition on the free edges. Variation of specimen thickness was also used to analyze the experimental results. From 124 pairs of comparison, experimental buckling loads of only 14 pairs of study are out of the range of the lower and upper scaling buckling load. Therefore, the derived scaling law was confirmed experimentally and they should be useful to estimate buckling of plates with complicate boundary conditions which full-scaled test is not preferred.

Department.....Mechanical Engineering..... Student's signature.....
 Field of study.....Mechanical Engineering..... Advisor's signature.....
 Academic year.....2004.....

กิตติกรรมประกาศ

มีคนเคยกล่าวไว้ว่า “ความสำเร็จของชีวิตคือการเดินทางไม่ใช่จุดหมาย” ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่า ข้อความนี้สามารถสะท้อนภาพของการทำวิทยานิพนธ์ได้ค่อนข้างชัดเจน เพราะการทำวิทยานิพนธ์นั้น ความสำเร็จไม่ได้อยู่ที่จุดหมายคือเพียงการจัดทำเล่มวิทยานิพนธ์ขึ้นมาได้แต่อย่างใด ความสำเร็จของวิทยานิพนธ์ต้องรวมถึงกระบวนการในการทำวิทยานิพนธ์ซึ่งหมายถึง “การเดินทางเข้า” ไปด้วย เนื่องจากสิ่งต่างๆที่ได้พบระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ซึ่งรวมทั้งปัญหาหรือทางออก ผลสำเร็จหรือความล้มเหลว ความเหนื่อยยาก ความท้อแท้ และสิ่งต่างๆอีกมากมายที่ไม่สามารถเขียนลงไปในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ได้หมด สำหรับตัวผู้วิจัยแล้ววิทยานิพนธ์เล่มนี้จะต้องถือว่าเป็นการร่วมมือกันของบุคคลมากมายจึงทำให้มีวิทยานิพนธ์เล่มนี้ขึ้น บางท่านให้ความรู้ บางท่านให้แรงใจ บางท่านได้ให้แง่คิดดีๆ บางท่านช่วยเหลือในด้านที่ผู้วิจัยอ่อนด้อยนัก

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไพโรจน์ สิงหนัดกิจ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เป็นอย่างสูง ท่านได้ให้ทั้งความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษาในทุกเรื่อง แรงใจ ความเข้าใจต่อตัวผู้วิจัย และเป็นตัวอย่างที่ดีต่อผู้วิจัยทั้งในการทำงานหนัก การทำงานอย่างตั้งใจ การมองโลกในแง่ดี และยอมรับฟังความคิดเห็นในทุกด้าน

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จีรพงศ์ กสิวิทย์อำนวย กรรมการที่กรุณาให้คำแนะนำและคำปรึกษาในการจัดตั้งชุดทดลองที่ใช้งานวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.วิทยา ยงเจริญ ประธานกรรมการและศาสตราจารย์ ดร.วริทธิ์ อิงภากรณ์ กรรมการที่ได้ให้คำแนะนำในการดำเนินงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้งานวิจัยนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ คุณสุบิน ชันตี ครูช่างประจำภาควิชาชีพวิศวกรรมเครื่องกล ที่ช่วยเหลือด้านการปรับแต่งชุดทดลองที่ใช้ในงานวิจัยด้วยความเต็มใจยิ่ง

ขอบคุณเพื่อน พี่ และน้องนิสิตทั้งระดับปริญญาโทและปริญญาเอกหลายท่านที่ช่วยทำให้ผู้วิจัยรู้สึกถึงมิตรภาพ ความอบอุ่น พร้อมทั้งเป็นที่ปรึกษาตลอดเวลาที่ศึกษาอยู่

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา น้องสาวและญาติของผู้วิจัย ที่ให้ความรัก ความเข้าใจ คอยดูแล พร้อมทั้งให้กำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ฎ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ฏ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	2
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	2
1.4 เนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์.....	2
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์.....	4
บทที่ 2 ปริทัศน์วรรณกรรม.....	5
2.1 งานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการโกงงอ.....	5
2.2 งานวิจัยเกี่ยวกับทฤษฎีความคล้าย.....	10
บทที่ 3 วัสดุคอมโพสิต.....	13
3.1 วัสดุคอมโพสิตเบื้องต้น.....	13
3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด.....	15
3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในระบบพิกัดรวม.....	17
บทที่ 4 ทฤษฎีการโกงงอ.....	21
4.1 ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับแผ่นลามิเนตบาง.....	21
4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดัดพ้องและโมเมนต์ดัดพ้องกับค่าความเครียด และค่าความโค้งของแผ่นคอมโพสิต.....	25
4.3 การโกงงอและค่าภาระการโกงงอของแผ่นคอมโพสิต.....	29

บทที่ 5 ทฤษฎีความคล้ายสำหรับการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิต.....	37
5.1 ทฤษฎีความคล้าย.....	38
5.2 ค่าคงตัวความคล้ายสำหรับปัญหาการโค้งงอ.....	39
5.3 การใช้ทฤษฎีความคล้ายกับปัญหาการโค้งงอ.....	41
บทที่ 6 ชุดทดลองและการทดลองการโค้งงอ.....	48
6.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง.....	49
6.2 ชุดทดลองและการทำงานของชุดทดลอง.....	50
6.3 เงื่อนไขขอบเขตและขนาดของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง.....	55
6.4 การทดลองหาค่าการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต.....	59
บทที่ 7 ค่าการโก่งงอจากการทดลองและการสอบทวนทฤษฎีความคล้าย.....	60
7.1 ค่าการโก่งงอจากการทดลอง.....	60
7.2 การสอบทวนทฤษฎีความคล้าย.....	61
7.2.1 การสอบทวนทฤษฎีความคล้ายกรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบ มีความคล้ายแบบสมบูรณ์.....	63
7.2.2 การสอบทวนทฤษฎีความคล้ายกรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบ มีความคล้ายบางส่วน.....	64
7.3 การวิเคราะห์ผลการทดลองโดยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของความหนาของแผ่นคอมโพสิต.....	79
บทที่ 8 บทสรุป.....	88
8.1 บทสรุป.....	88
8.2 ปัญหาที่พบขณะทำวิทยานิพนธ์.....	91
8.3 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต.....	92
รายการอ้างอิง.....	93
ภาคผนวก.....	95
ภาคผนวก ก แบบและขนาดของชิ้นส่วนต่างๆของชุดทดลอง.....	96
ภาคผนวก ข ตารางช่วงของค่าการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้าย.....	108
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	119

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 4.1 โหมตการโก่งงอและค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์.....	36
ตารางที่ 5.1 ค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่เป็นแผ่นคอมโพสิตวางเส้นใยแบบ $[0/90]_{2s}$ ซึ่งคำนวณจากทฤษฎีและจากทฤษฎีความคล้อย.....	46
ตารางที่ 5.2 ค่าภาระการโก่งงอโดยใช้ทฤษฎีความคล้อยในการหาค่าภาระการโก่งงอ ของแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยแตกต่างกัน.....	47
ตารางที่ 6.1 การวางตัวของเส้นใยและขนาดของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSS.....	56
ตารางที่ 6.2 การวางตัวของเส้นใยและขนาดของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF และแบบ SFSS.....	57
ตารางที่ 7.1 คุณสมบัติของคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง.....	68
ตารางที่ 7.2 ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลองที่มี เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSS.....	69
ตารางที่ 7.3 ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลองที่มี เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF.....	70
ตารางที่ 7.4 ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลองที่มี เงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSS.....	71
ตารางที่ 7.5 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความคล้อย ที่มีความคล้อยแบบสมบูรณและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSS.....	72
ตารางที่ 7.6 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความคล้อย ที่มีความคล้อยแบบสมบูรณและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF.....	73

ตารางที่ 7.7 ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความคล้าย ที่มีความคล้ายแบบสมบูรณ์และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF.....	74
ตารางที่ 7.8 ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความคล้าย ที่มีความคล้ายบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF.....	75
ตารางที่ 7.9 ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความคล้าย ที่มีความคล้ายบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF.....	77



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญญภาพ

	หน้า
รูปที่ 3.1 ระบบแกนของแผ่นคอมโพสิตความหนาหนึ่งชั้น.....	13
รูปที่ 3.2 การวางตัวของชั้นลามิना (Lamina) ต่างๆในแผ่นคอมโพสิต ซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยแบบ [0/-45/90/+45].....	14
รูปที่ 3.3 การหมุนแกน 1-2 ให้เป็นพิกัดรวมแกน $x-y$	17
รูปที่ 4.1 ระบบพิกัดฉากของแผ่นลามิเนตบาง.....	22
รูปที่ 4.2 ระยะห่างของระนาบกลางกับแผ่นลามิเนตแต่ละชั้น จำนวน m ชั้น.....	26
รูปที่ 4.3 การรับภาระในแนวระนาบของแผ่นคอมโพสิตบาง.....	29
รูปที่ 4.4 แรงและโมเมนต์ที่กระทำกับแผ่นบางในแกนต่างๆ.....	30
รูปที่ 4.5 การโค้งงอโหมดที่สามของแผ่นบาง.....	36
รูปที่ 6.1 ชุดทดลองที่ใช้ในการหาค่าภาระการโค้งงอ.....	48
รูปที่ 6.2 หัวกดไฮดรอลิก (Hydraulic press).....	49
รูปที่ 6.3 มาตรวัดภาระ (Load cell).....	49
รูปที่ 6.4 สเตรนมิเตอร์ (Strain meter).....	49
รูปที่ 6.5 ไดแอลลเกจ (Dial gage).....	49
รูปที่ 6.6 ส่วนบนสุดของชุดทดลอง (ชั้นส่วนที่ 1).....	51
รูปที่ 6.7 รูเจาะของชั้นส่วนที่ 1.....	51
รูปที่ 6.8 ด้านบนและด้านล่างของแท่นกด (ชั้นส่วนที่ 2).....	52
รูปที่ 6.9 ช่องสำหรับวางมาตรวัดภาระ.....	52
รูปที่ 6.10 ตลับลูกปืนที่แท่นกดและร่องสำหรับเงื่อนไขขอบเขตแบบง่าย.....	52
รูปที่ 6.11 ชุดจับยึดเงื่อนไขขอบเขตด้านในและด้านนอก (ชั้นส่วนที่ 3 และชั้นส่วนที่ 4).....	52
รูปที่ 6.12 แกนเหล็ก.....	52
รูปที่ 6.13 เมื่อประกอบชุดจับยึดเงื่อนไขขอบเขตเข้ากับเสาทั้งสี่.....	53
รูปที่ 6.14 เงื่อนไขขอบเขตด้านข้าง (ชั้นส่วนที่ 5).....	53
รูปที่ 6.15 ส่วนลบมุมของขอบมีด.....	53
รูปที่ 6.16 ช่องใส่สกรูเพื่อยึดขอบมีดกับชุดจับยึดด้านใน.....	53
รูปที่ 6.17 เงื่อนไขขอบเขตด้านบนและด้านล่าง (ชั้นส่วนที่ 6).....	53

รูปที่ 6.18 เงื่อนไขขอบเขตเมื่อประกอบบนชุดทดลอง.....	54
รูปที่ 6.19 เงื่อนไขขอบเขตเมื่อประกอบกับชิ้นงานบนชุดทดลอง.....	54
รูปที่ 6.20 ส่วนรองรับด้านล่างของชิ้นงาน (ชิ้นส่วนที่ 7).....	54
รูปที่ 6.21 ชิ้นส่วนล่างสุดของชุดทดลอง (ชิ้นส่วนที่ 8).....	55
รูปที่ 6.22 การตั้งเสาบนชิ้นล่างสุดของชุดทดลอง.....	55
รูปที่ 6.23 ส่วนยึดชุดทดลองกับโครงเหล็กของหัวไฮดรอลิก.....	55
รูปที่ 6.24 เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSS.....	58
รูปที่ 6.25 เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF.....	58
รูปที่ 6.26 เงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF.....	58
รูปที่ 6.27 กราฟค่าภาระการโก่งอจากการทดลอง.....	59
รูปที่ 7.1 ขั้นตอนการสอบทวนทฤษฎีความคล้อย.....	62
รูปที่ 7.2 การกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทฤษฎีความคล้อย ที่มีความคล้อยแบบสมบูรณ์และเงื่อนไขขอบเขตแบบSSSF.....	66
รูปที่ 7.3 การกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทฤษฎีความคล้อย ที่มีความคล้อยแบบสมบูรณ์และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF.....	67
รูปที่ 7.4 การกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทฤษฎีความคล้อย ที่มีความคล้อยบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF.....	67
รูปที่ 7.5 การกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทฤษฎีความคล้อย ที่มีความคล้อยบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF.....	68
รูปที่ 7.6 ขั้นตอนการหาช่วงของค่าภาระการโก่งอจากทฤษฎีความคล้อย.....	83
รูปที่ 7.7 วิธีการนำค่าช่วงของค่าภาระการโก่งอจากทฤษฎีความคล้อยไปเขียนกราฟ.....	84

รูปที่ 7.8 กราฟช่วงของค่าภาระการโค้งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับ ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองโดยแบบจำลองและต้นแบบ มีความคล้ายแบบสมบูรณ์และเงื่อนไขขอบเขต SSSF.....	84
รูปที่ 7.9 กราฟช่วงของค่าภาระการโค้งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับ ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองโดยแบบจำลองและต้นแบบ มีความคล้ายแบบสมบูรณ์และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF.....	85
รูปที่ 7.10 กราฟช่วงของค่าภาระการโค้งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับ ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองโดยแบบจำลองและต้นแบบ มีความคล้ายบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF.....	85
รูปที่ 7.11 กราฟช่วงของค่าภาระการโค้งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับ ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองโดยแบบจำลองและต้นแบบ มีความคล้ายบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF.....	86

คำอธิบายสัญลักษณ์

E	คือ	ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่น
ν	คือ	ค่าอัตราส่วนปัวซอง
G	คือ	ค่าโมดูลัสเฉือน
θ	คือ	มุมการวางตัวของเส้นใยในแผ่นคอมโพสิตเทียบกับแกน x
σ_1	คือ	ความเค้นในทิศการวางตัวของเส้นใย
σ_2	คือ	ความเค้นในทิศตั้งฉากกับการวางตัวของเส้นใย
σ_x	คือ	ความเค้นในแนวแกน x
σ_y	คือ	ความเค้นในแนวแกน y
ε_1	คือ	ความเครียดตั้งฉากในทิศการวางตัวของเส้นใย
ε_2	คือ	ความเครียดตั้งฉากในทิศตั้งฉากกับการวางตัวของเส้นใย
ε_x	คือ	ความเครียดตั้งฉากในทิศ x
ε_y	คือ	ความเครียดตั้งฉากในทิศ y
τ_{12}	คือ	ความเค้นเฉือนบนระนาบ 1-2
τ_{23}	คือ	ความเค้นเฉือนบนระนาบ 2-3
τ_{13}	คือ	ความเค้นเฉือนบนระนาบ 1-3
τ_{xy}	คือ	ความเค้นเฉือนบนระนาบ x - y
γ_{12}	คือ	ความเครียดเฉือนบนระนาบ 1-2
γ_{xy}	คือ	ความเครียดเฉือนบนระนาบ x - y
$[Q]$	คือ	Reduced stiffness matrix
$[S]$	คือ	Reduced compliance matrix
$[T]$	คือ	Transform matrix
$[\bar{Q}]$	คือ	Transformed reduced stiffness matrix
$[\bar{S}]$	คือ	Transformed reduced compliance matrix
h	คือ	ความหนาของแผ่นบาง
u	คือ	การเคลื่อนที่ในแนวแกน x
v	คือ	การเคลื่อนที่ในแนวแกน y
w	คือ	การเคลื่อนที่ในแนวแกน z

κ_x	คือ	ค่าความโค้งของระนาบกึ่งกลางบนระนาบ $x-z$
κ_y	คือ	ค่าความโค้งของระนาบกึ่งกลางบนระนาบ $y-z$
κ_{xy}	คือ	ค่าความโค้งบิดของการโค้งตัวนอกระนาบของระนาบกึ่งกลาง
N_x	คือ	แรงลัพธ์ที่เกิดจากความเค้นตั้งฉากในแนวแกน x
N_y	คือ	แรงลัพธ์ที่เกิดจากความเค้นตั้งฉากในแนวแกน y
N_{xy}	คือ	แรงลัพธ์ที่เกิดจากความเค้นเฉือนบนระนาบ $x-y$
M_x	คือ	โมเมนต์ลัพธ์ที่เกิดจากความเค้นตั้งฉากในแนวแกน x
M_y	คือ	โมเมนต์ลัพธ์ที่เกิดจากความเค้นตั้งฉากในแนวแกน y
M_{xy}	คือ	โมเมนต์ลัพธ์ที่เกิดจากความเค้นเฉือนบนระนาบ $x-y$
A	คือ	Laminate extensional stiffness
B	คือ	Laminate coupling stiffness
D	คือ	Laminate bending stiffness
a	คือ	ความยาวของแผ่นคอมโพสิตในทิศ x
b	คือ	ความกว้างของแผ่นคอมโพสิตในทิศ y
N_{cr}	คือ	ค่าภาระการโก่งงอ (kN/m)
R	คือ	สัดส่วนของชิ้นงาน (a/b)
m	คือ	แบบจำลอง (model)
p	คือ	ต้นแบบ (prototype)
C_i	คือ	ตัวประกอบสัดส่วนความคล้าย (Similitude scaling factor)
C_{stiff}	คือ	ตัวประกอบสัดส่วนความโค้ง (Stiffness scaling factor)
% Disc.	คือ	เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างระหว่างค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้าย กับค่าภาระการโก่งงอจากการทดลอง
SSSS	คือ	เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน
SSSF	คือ	เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน
SFSF	คือ	เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน
$N_{xp}^{Scaling}$	คือ	ค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้าย
$N_{xp}^{Exp.}$	คือ	ค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลอง

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์

วัสดุที่ใช้ในงานวิศวกรรมโดยส่วนใหญ่เป็นวัสดุจำพวกโลหะหรือโพลีเมอร์ซึ่งสามารถพิจารณาให้เป็นวัสดุไอโซทรอปิก (Isotropic) อย่างไรก็ตามงานวิศวกรรมบางสาขาในปัจจุบันจำเป็นจะต้องคำนึงถึงน้ำหนักของวัสดุที่นำมาใช้ในการสร้างชิ้นงานต่างๆ จึงเริ่มมีการนำวัสดุคอมโพสิต (Composite material) ซึ่งเป็นวัสดุที่มีน้ำหนักเบาเข้ามาใช้ในงานต่างๆ มากขึ้น หากแต่วัสดุคอมโพสิตเป็นวัสดุแอนไอโซทรอปิก (Anisotropic) ซึ่งมีความซับซ้อนในการวิเคราะห์และออกแบบมากกว่าวัสดุไอโซทรอปิก

ในปัจจุบันมีการศึกษาคุณสมบัติของวัสดุคอมโพสิตกันอย่างกว้างขวาง ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ศึกษาการโก่งงอ (Buckling) และค่าภาระการโก่งงอ (Buckling load) ของโครงสร้างคอมโพสิตแผ่นบาง (Composite plates) ซึ่งค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตสามารถหาได้จากการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Analysis) หรือจากการทำการทดลอง แต่ทั้งการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์หรือทำการทดลองต่างก็มีข้อได้เปรียบเสียเปรียบต่างๆ กันไป วิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์มีข้อจำกัดที่ไม่สามารถหาค่าภาระการโก่งงอของโครงสร้างที่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary conditions) ที่ซับซ้อนมากๆ เนื่องจากการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถจำลองพฤติกรรมของชิ้นงานได้อย่างสมบูรณ์ทำให้ไม่สามารถคำนวณหาค่าภาระการโก่งงอได้ ส่วนการทดลองมีข้อจำกัดอยู่ที่ขนาดของแผ่นคอมโพสิต ค่าใช้จ่ายและเวลาในการเตรียมการทดลอง ถ้าต้องการหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตที่มีขนาดใหญ่หรือมีขนาดเล็กมากๆ จะยากต่อการทำการทดลอง ด้วยเหตุนี้จึงมีการเสนอทฤษฎีความคล้าย (Similitude Theory) เพื่อใช้ทำนายค่าภาระการโก่งงอของชิ้นงานที่ยากต่อการทำการทดลองโดยใช้ผลการทดลองจากชิ้นงานขนาดเหมาะสมซึ่งสามารถทำการทดลองได้ง่ายกว่า

ทฤษฎีความคล้ายแสดงความสัมพันธ์ของค่าภาระการโก่งงอระหว่างแผ่นคอมโพสิตสองแผ่น เมื่อแผ่นคอมโพสิตทั้งสองแผ่นที่มีความคล้ายกันตามเงื่อนไข โดยเมื่อทราบค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตแผ่นหนึ่ง จะสามารถให้ทฤษฎีความคล้ายในการทำนายค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตอีกแผ่นหนึ่งได้ โดยความแม่นยำในการใช้ทฤษฎีความคล้ายขึ้นอยู่กับความคล้ายกันระหว่างแผ่นคอมโพสิตทั้งสองแผ่นว่ามีความคล้ายกันตามเงื่อนไขมากน้อยเพียงใด

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้มีวัตถุประสงค์ในการสอบทวนทฤษฎีความคล้ำยสำหรับค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตโดยการทดลอง โดยนำเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองและค่าภาระการโก่งงอต้นแบบที่หาได้จากทฤษฎีความคล้ำยมาวิเคราะห์ว่าการจับคู่ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบในลักษณะใดมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด เพื่อให้สามารถนำทฤษฎีความคล้ำยไปใช้อย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้มีขอบเขตโดยสังเขปคือการออกแบบและสร้างชุดทดลองที่สามารถให้ภาระกดบนโครงสร้างแผ่นคอมโพสิตบางโดยภาระที่ให้อยู่ในแนวระนาบ ชุดทดลองจะต้องสามารถจับยึดชิ้นงานด้วยเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายและสามารถทำการทดลองกับชิ้นงานขนาดต่างๆกันได้

การทดลองหาค่าภาระการโก่งงอในวิทยานิพนธ์นี้ใช้แผ่นคอมโพสิตซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยแบบต่างๆคือ $[0/90]_{2s}$, $[0_2/90_2]_{2s}$ และ $[0/90]_{4s}$ สัดส่วนของชิ้นงานทั้งหมดสี่สัดส่วนคือ 1 1.5 2 และ 2.5 เงื่อนไขขอบเขตสามแบบคือเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) และเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSF) และนำค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองมาใช้ในการสอบทวนทฤษฎีความคล้ำย โดยหาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความคล้ำย

1.4 เนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์

บทที่ 1 กล่าวถึงที่มา ความสำคัญ ขอบเขตและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ รวมทั้งเนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์เพื่อความเข้าใจถึงองค์ประกอบที่นำไปสู่วัตถุประสงค์และความสำคัญของการสอบทวนทฤษฎีความคล้ำยที่ใช้กับปัญหาการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตโดยการทดลอง ส่วนของงานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์นี้แสดงอยู่ในบทที่ 2 ซึ่งมีทั้งวิธีการหาค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณด้วยวิธีต่างๆทั้งวิธี Galerkin method และวิธี Rayleigh-Ritz method การหาค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองซึ่งให้ภาระกระทำกับโครงสร้างคอมโพสิตบางทั้งในแบบแกนเดียวและสองแกน การใช้ทฤษฎีความคล้ำยในการทำนายค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตที่มีการวางตัวของเส้นใยแบบต่างๆ

ส่วนทฤษฎีที่นำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ แบ่งได้เป็นสองส่วนใหญ่ๆคือ ส่วนทฤษฎีของการโก่งงอ และส่วนทฤษฎีความคล้อยสำหรับปัญหาการโก่งงอ เนื้อหาในส่วนทฤษฎีการโก่งงอรวมอยู่ในบทที่ 3 และบทที่ 4 โดยบทที่ 3 เป็นทฤษฎีในส่วนของแผ่นคอมโพสิต ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในระบบพิกัดรวม ซึ่งจะนำไปใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตและทฤษฎีความคล้อยต่อไป ในบทที่ 4 กล่าวถึงทฤษฎีการโก่งงอ สมมติฐานพื้นฐานและสมการต่างๆที่ใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอจากการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์รวมทั้ง แสดงตัวอย่างการคำนวณหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตทางตัวเลข บทที่ 5 เป็นส่วนของทฤษฎีความคล้อยสำหรับปัญหาการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต ในบทนี้แสดงตัวแปรและสัญลักษณ์ต่างๆที่ใช้ในสมการทฤษฎีความคล้อยและทำการสอบทวนทฤษฎีความคล้อยด้วยค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์

บทที่ 6 อธิบายถึงการทดลองเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตมีการอธิบายถึงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองและชุดทดลองที่ใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต รวมถึงภาพอุปกรณ์ที่ใช้ในการเก็บข้อมูลและภาพส่วนประกอบต่างๆของชุดทดลองอย่างละเอียด พร้อมทั้งอธิบายการทำงานของชุดทดลองและขั้นตอนการเตรียมชุดทดลอง

บทที่ 7 รวบรวมผลจากการหาค่าภาระการโก่งงอของแต่ละการทดลอง โดยจะเก็บข้อมูลสองค่าคือภาระกด (N_x) และระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบ (w) และนำข้อมูลทั้งสองค่ามาเขียนกราฟเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอ จากนั้นนำค่าภาระการโก่งงอของแบบจำลองจากการทดลอง มาทำนายค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบโดยคำนวณจากทฤษฎีความคล้อย จากนั้นหาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยและจากการทดลอง โดยมีตารางแสดงค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตแต่ละแผ่นจากการทดลองและเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน ตารางแสดงผลแบ่งออกตามเงื่อนไขขอบเขตและลักษณะความคล้อยระหว่างแบบจำลองและต้นแบบ นอกจากนี้ยังอธิบายถึงการนำค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมาวิเคราะห์ความหนาของแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีผลกับการใช้ทฤษฎีความคล้อยในการทำนายค่าภาระการโก่งงอ โดยแสดงผลอยู่ในรูปกราฟช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อยซึ่งใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเข้ามาช่วยในการเปรียบเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากการทดลอง บทสุดท้ายคือบทที่ 8 เป็นส่วนของการสรุปผลที่ได้จากวิทยานิพนธ์นี้ทั้งหมด ปัญหาที่พบขณะทำวิทยานิพนธ์และข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

ในส่วนของภาคผนวกเป็นการรวบรวมแบบ (Drawing) ของส่วนประกอบของชุดทดลองแต่ละชิ้น ตารางแสดงค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความหนาของแผ่นคอมโพสิตแต่ละแผ่น ตารางแสดงช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อย (Upper Scaling Buckling load และ Lower Scaling Buckling load)

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์

จากการสอบสวนทฤษฎีความคล้ายที่ใช้กับปัญหาการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตโดยการทดลอง ทำให้ทราบถึงองค์ประกอบต่างๆที่มีผลต่อความคลาดเคลื่อนของค่าการกระการโค้งงอที่ทำนายจากการใช้ทฤษฎีความคล้าย เช่นการจับคู่ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบว่าการจับคู่แบบใดที่จะทำให้ทฤษฎีความคล้ายมีความคลาดเคลื่อนในการทำนายค่าการกระการโค้งงอมากกว่ากัน เงื่อนไขขอบเขตที่ต่างกันและความหนาที่ไม่สม่ำเสมอของแผ่นคอมโพสิตมีผลกับทฤษฎีความคล้ายอย่างไร ผลการศึกษาของวิทยานิพนธ์นี้ทำให้สามารถนำทฤษฎีความคล้ายไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ปริทัศน์วรรณกรรม

บทนี้กล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการโก่งงอซึ่งได้มีการศึกษามาก่อนหน้านี้ ในส่วนแรกกล่าวถึงงานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตทั้งในส่วนของการศึกษาทางทฤษฎีและจากการทดลอง ส่วนหลังกล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ทฤษฎีความคล้ายกับปัญหาการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบาง

2.1 งานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการโก่งงอ

การโก่งงอเกิดจากภาวะกดกระทำกับโครงสร้างที่มีลักษณะเรียวยาว เช่น แผ่นบาง คาน และเสา งานวิจัยที่ได้ศึกษามาก่อนหน้านี้มีทั้งส่วนที่ทำให้ภาวะกดกระทำกับแผ่นบางในแนวแกนเดียวและมีภาวะกดกระทำกับแผ่นบางในทั้งสองแกนและการโก่งงอที่เกิดจากภาวะเฉือนกระทำกับแผ่นบาง

พฤติกรรมของการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางสามารถพิจารณาได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาวะกดที่กระทำกับแผ่นบางและการเคลื่อนที่นอกระนาบของแผ่นบาง จากทฤษฎีการโก่งงอเชิงเส้นเมื่อโครงสร้างแผ่นบางได้รับภาวะกดโครงสร้างดังกล่าวจะไม่เกิดการเคลื่อนที่นอกระนาบในช่วงภาวะต่ำๆ จนกระทั่งภาวะกดที่กระทำกับแผ่นบางเพิ่มขึ้นจนถึงค่าหนึ่งแผ่นบางจะเกิดการโก่งงอนอกระนาบขึ้นซึ่งค่าภาวะกดค่านั้นคือค่าภาวะการโก่งงอของแผ่นบาง อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ พฤติกรรมของการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบางจะไม่เป็นไปตามทฤษฎีเชิงเส้นเนื่องจากความไม่สมบูรณ์ของแผ่นซึ่งรวมไปถึงความหนาของโครงสร้างไม่สม่ำเสมอ ความไม่สมบูรณ์ของภาวะกระทำเช่นภาวะกดที่กระทำกับแผ่นบางไม่ได้กระทำที่ตำแหน่งกึ่งกลางของความหนาของแผ่น จากความไม่สมบูรณ์ต่างๆในการทดลองนั้นทำให้กราฟระหว่างภาวะกดที่กระทำกับแผ่นบางและการเคลื่อนที่นอกระนาบของแผ่นบางนั้นไม่เป็นไปตามทฤษฎีเชิงเส้น กล่าวคือ ในช่วงแรกเมื่อมีภาวะกดกระทำกับแผ่นบางนั้นจะมีการเคลื่อนที่นอกระนาบของแผ่นบางทันทีที่มีภาวะกระทำจนภาวะกดที่กระทำกับแผ่นบางเพิ่มขึ้นจนถึงค่าหนึ่งจากนั้นเมื่อเพิ่มค่าภาวะกดเพียงเล็กน้อยจะทำให้เกิดระยะการโก่งตัวนอกระนาบจะมีค่ามาก

ผู้วิจัยได้ศึกษาเนื้อหาและทฤษฎีของปัญหาการโก่งงอของโครงสร้างแผ่นบาง รวมถึงทฤษฎีพื้นฐานของวัสดุคอมโพสิต หนังสือที่ใช้ในการศึกษาทฤษฎีของโครงสร้างแผ่นบาง ปัญหาการโก่งงอของของแผ่นบางที่เกิดจากภาวะกดที่กระทำในแกนเดียวและสองแกนที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบต่างๆคือหนังสือของ Reddy [1] ส่วนหนังสือของ Hyer [2] และหนังสือของ Gibson

[3] กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของวัสดุคอมโพสิต ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด ในแต่ละชั้นของแผ่นคอมโพสิต ความสัมพันธ์ระหว่างภาระกระทำและโมเมนต์กับความเครียด และค่าความโค้งของแผ่นคอมโพสิต ปัญหาการโก่งงอ วิธีการคำนวณหาค่าภาระการโก่งงอและ โหมดของการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต หนังสือของ Iyengar [4] มีเนื้อหาเกี่ยวกับปัญหาการโก่งงอต่างๆ ของวัสดุคอมโพสิตทั้งที่เป็นเสา คานและแผ่นบาง จากการคำนวณจากวิธี Rayleigh-Ritz Method และ Galerkin's Technique

งานวิจัยของ Tuttle และคณะ [5]ทำการทดลองการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตบางซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยแบบต่างกันสี่แบบและสัดส่วนของชิ้นงานขนาดต่างๆกันสามขนาด มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่าย (Simple support) ทั้งสี่ด้าน ภาระที่กระทำกับแผ่นทดสอบมีลักษณะสองทิศทางตั้งฉากกันโดยการโก่งงอเกิดขึ้นเนื่องจากภาระกดในทิศทางแนวตั้ง ในขณะที่ภาระดึงที่กระทำกับชิ้นงานมีค่าคงที่และกระทำในแนวขวาง หาค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองโดยวัดภาระกดที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตในระนาบและระยะการโก่งงอนอกระนาบของแผ่นคอมโพสิต จากนั้นจะนำค่าทั้งสองมาเขียนกราฟโดยเส้นกราฟที่ได้จากการทดลองจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งที่มีความชันสองช่วง ความชันในช่วงแรกมีค่ามากคือเมื่อให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตมาก แต่จะมีการโก่งงอนอกระนาบเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ในช่วงหลังกราฟจะมีความชันน้อยลงกล่าวคือ ให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตเพียงเล็กน้อยแต่จะเกิดการโก่งงอนอกระนาบมาก การหาค่าภาระการโก่งงอทำการลากเส้นตรงสองเส้นสัมผัสกับกราฟทั้งสองช่วง จุดตัดของเส้นทั้งสองเป็นค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลอง เปรียบเทียบค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองกับค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธี Galerkin

โหมดการโก่งงอจากการทดลองสามารถสังเกตได้โดยอาศัยเทคนิค Shadow Moiré ซึ่งเป็นปรากฏการณ์การซ้อนทับของแสงแล้วนำผลที่ได้จากการทดลองไปเปรียบเทียบกับโหมดการโก่งงอที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ จากผลการทดลองทั้งหมด 49 การทดลอง ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์มีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ 1.61% โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 15.4% ส่วนการเปรียบเทียบโหมดการโก่งงอพบว่าชิ้นงานที่มีโหมดของการโก่งงอโหมดที่ 1 2 และ 3 ได้ผลการทดลองตรงกับการคำนวณทางตัวเลข แต่ในโหมดการโก่งงอสูงกว่านี้มีความผิดพลาดอยู่บ้างซึ่งสันนิษฐานว่า เป็นผลมาความไม่สมบูรณ์ทั้งจากแผ่นคอมโพสิต ภาระกระทำ และการจำลองเงื่อนไขขอบเขตในการทดลอง

งานวิจัยของ Suemaru และคณะ [6] ทำการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตโดยมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) แผ่นคอมโพสิตมีส่วน Delamination อยู่ที่ด้านของเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระ Delamination ที่ใช้ในการทดลองมีหลายขนาดและหลายตำแหน่ง การหาค่าภาระการโก่งงอทำโดยเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตและระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นคอมโพสิต เช่นเดียวกับวิธีการหาค่าภาระการโก่งงอของ Tuttle และคณะ [5] ค่าภาระการโก่งงอเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ใช้วิธีของ Rayleigh-Ritz พร้อมทั้งหาลักษณะการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตซึ่งมี Delamination อยู่ที่ตำแหน่งและขนาดต่างกัน ลักษณะการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตตรวจวัดโดยใช้สปริงติดไว้ที่ผิวของแผ่นคอมโพสิตระยะต่างๆและเก็บค่าการยืดและหดตัวของสปริงที่ตำแหน่งต่างๆเพื่อดูว่าที่ตำแหน่งต่างๆแผ่นคอมโพสิตสปริงมีการยืดหรือหดซึ่งจะได้รูปร่างโหมดของการโก่งงอออกมา ผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองและค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างตรงกัน แผ่นคอมโพสิตมีการ Delamination ทำให้ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตลดลง และเมื่อส่วน Delamination มีขนาดใหญ่ขึ้นค่าภาระการโก่งงอก็จะลดลง ตำแหน่งของ Delamination ที่มีผลทำให้ค่าภาระการโก่งงอมีค่าน้อยที่สุดคือที่ตำแหน่งกึ่งกลางความหนาของแผ่นคอมโพสิต

งานวิจัยของ Chai และคณะ [7] ทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจำนวน 14 แผ่น แผ่นคอมโพสิตมีลำดับการเรียงตัวของเส้นใย (Stacking sequences) ต่างกันสามแบบ สัดส่วนของชิ้นงานต่างกันสามขนาด เพื่อศึกษาว่าการเรียงตัวของเส้นใยและสัดส่วนของชิ้นงานมีผลต่อค่าภาระการโก่งงออย่างไร เงื่อนไขขอบเขตในการทดลองเป็นแบบแคลมป์ (Clamp support) บนด้านที่มีภาระกดกระทำและเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายบริเวณด้านที่ไม่มีภาระกระทำ ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองนำมาเปรียบเทียบกับค่าภาระการโก่งงอที่หาได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์และวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ หาค่าภาระการโก่งงอโดยการวัดความเครียดเฉลี่ยบริเวณผิวทั้งสองด้านของแผ่นทดสอบบริเวณที่คาดว่าจะเกิดการเคลื่อนที่นอกกระนาบสูงสุดแล้วเขียนกราฟระหว่างภาระกดในแนวระนาบกับค่าความเครียดที่ผิวทั้งสองด้านของแผ่นทดสอบ กราฟที่ได้จะแบ่งออกได้เป็นสองช่วงคือช่วงแรกค่าความเครียดที่วัดได้จาก Strain gage ที่พื้นผิวของแผ่นคอมโพสิตทั้งสองด้านจะให้ค่าความเครียดที่เกิดจากการอัดตัว (Compressive strain) ทั้งสองด้าน จนเมื่อให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตจนถึงค่าหนึ่งแผ่นคอมโพสิตจะเกิดการโก่งงอขึ้นจะได้กราฟช่วงหลังคือค่าความเครียดที่วัดได้จาก Strain gage ที่พื้นผิวของแผ่นคอมโพสิตทั้งสองด้านจะให้ค่าความเครียดที่ต่างกัน ค่าความเครียดด้านหนึ่งจะให้ค่าความเครียดจากการอัดตัว (Compressive strain) แต่ค่าความเครียดอีกด้านหนึ่งจะให้ค่าความเครียดจากการ

ยืดตัว (Tensile strain) ซึ่งเกิดจากการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตทำให้กราฟในช่วงหลังมีความชันที่ต่างจากช่วงแรก และจุดหักของกราฟจะประมาณเป็นค่าภาระการโก่งงอ

ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการทดลองค่อนข้างใกล้เคียงกับค่าภาระการโก่งงอจากระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์โดยผลจากการทดลองมีค่าภาระการโก่งงอที่สูงกว่าผลจากระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์สำหรับทุกแผ่นทดลอง

งานวิจัยอีกชิ้นของ Chai และคณะ [8] เป็นการหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจากวิธี Rayleigh-Ritz เทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรง คำนวณหาค่าภาระการโก่งงอของชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้านและมีภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตทั้งแบบแกนเดียวและภาระกดกระทำแบบสองแกน แบ่งออกได้เป็นสองส่วนคือส่วนแรกศึกษาว่าจำนวนชั้นของแผ่นคอมโพสิตมีผลต่อการหาค่าภาระการโก่งงอจากวิธี Rayleigh-Ritz หรือไม่ ส่วนที่สองศึกษาว่าจำนวนชั้นของแผ่นคอมโพสิตมีผลต่อจำนวนเทอมที่ใช้ในการคำนวณในวิธี Rayleigh-Ritz อย่างไร

ผลการวิจัยส่วนแรกศึกษาผลของจำนวนชั้นของแผ่นคอมโพสิตต่อการหาค่าภาระการโก่งงอจากวิธี Rayleigh-Ritz โดยศึกษาแผ่นคอมโพสิตแบบ Antisymmetric angle-ply มีภาระกดกระทำทั้งแบบแกนเดียวและแบบสองแกน มีจำนวนชั้นของเส้นใย 2 ชั้น 6 ชั้น และ 20 ชั้น มีมุมการวางตัวของเส้นใยต่างกัน 18 แบบเริ่มจากมุม 0° และเพิ่มมุมการวางตัวของเส้นใยทีละ 5° จนถึงมุมการวางตัวของเส้นใยเท่ากับ 90° ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีจำนวนชั้น 2 ชั้นค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากวิธี Rayleigh-Ritz เทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงมีค่าค่อนข้างคลาดเคลื่อน แต่ที่แผ่นคอมโพสิตที่จำนวนชั้นความหนาเพิ่มขึ้นที่จำนวน 6 ชั้นและ 20 ชั้นค่าภาระการโก่งงอจากทั้งสองวิธีมีค่าค่อนข้างตรงกันทั้งในการทดลองที่มีภาระกระทำแกนเดียวและภาระกระทำสองแกน ส่วนที่สองศึกษาผลของจำนวนชั้นของแผ่นคอมโพสิตต่อจำนวนเทอมที่ใช้ในการคำนวณในวิธี Rayleigh-Ritz โดยทดลองกับแผ่นคอมโพสิตแบบ 45° Antisymmetric angle-ply มีภาระกระทำแกนเดียว แผ่นคอมโพสิตมีจำนวนชั้นต่างๆกันคือ 3 5 7 9 11 และ 19 ชั้น พบว่าที่แผ่นคอมโพสิตซึ่งมีจำนวนชั้นน้อยเช่น 3 และ 5 ชั้นต้องใช้เทอมการคำนวณในวิธี Rayleigh-Ritz เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ลู่เข้ามากกว่าแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีจำนวนชั้นมากกว่า โดยกล่าวถึงแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีจำนวนชั้น 3 ชั้นต้องใช้เทอมในการคำนวณถึง 100 เทอมเพื่อให้ผลเฉลยจากวิธี Rayleigh-Ritz ลู่เข้าแต่ที่จำนวนชั้นความหนา 19 ชั้นใช้เทอมในการคำนวณแค่ 20 เทอมเท่านั้นผลเฉลยจากวิธี Rayleigh-Ritz ก็ลู่เข้าแล้ว

Chai [9] ทำการทดลองการโค้งงอของโครงสร้างแผ่นคอมโพสิตบางที่มีการวางตัวของเส้นใยแบบต่างๆ โดยมีเงื่อนไขขอบเขตแบบแคลมป์สองด้านคือด้านบนและด้านล่างและเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายบริเวณด้านข้างซึ่งไม่มีภาระกระทำ (CSCS) โดยมีภาระกดกระทำในแนวระนาบมีการเปรียบเทียบค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลองและวิธีทางไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยหาค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองโดยใช้กราฟสามแบบคือ กราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกระทำบนแผ่นคอมโพสิตและระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบ กราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกระทำและค่าเฉลี่ยของความเครียด และกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกระทำและระยะการยุบตัวของแผ่นในแนวกระทำของภาระ โดยสองวิธีแรกเป็นวิธีเดียวกับวิธีที่ใช้โดย Tuttle และคณะ [5] และวิธีที่สองเป็นวิธีเดียวกับที่ใช้ในการหาค่าภาระการโค้งงอในงานวิจัยของ Chai และคณะ [7] และ วิธีสุดท้ายทำได้โดยวัดค่าภาระกดในแนวระนาบและระยะยุบตัวในแนวภาระ แล้วเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของค่าทั้งสอง โดยเส้นกราฟที่ได้จากการทดลองจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งที่มีความชันสองช่วง ความชันช่วงแรกของกราฟจะมีค่ามากซึ่งแสดงว่าภาระกดกระทำที่แผ่นคอมโพสิตมากแต่เกิดการยุบตัวในแนวภาระเพียงเล็กน้อยจากนั้นความชันในช่วงหลังจะมีค่าน้อยลงนั่นคือภาระกดเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยก็ทำให้เกิดระยะยุบตัวในแนวภาระมาก การหาค่าภาระการโค้งงอทำได้โดยการลากเส้นตรงสองเส้น เส้นแรกสัมผัสกับเส้นกราฟในช่วงก่อนการโค้งงอและเส้นที่สองเป็นเส้นที่ลากสัมผัสกับเส้นกราฟในช่วงหลังการโค้งงอ จุดตัดของเส้นทั้งสองเป็นค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลอง

ผลการเปรียบเทียบกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตและระยะการยุบตัวในแนวภาระที่ได้จากการทดลองและกราฟที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์พบว่า กราฟที่ได้จากการทดลองมีค่าต่างกับกราฟที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เล็กน้อยซึ่งคาดว่าเป็นผลมาจากความไม่สมบูรณ์ของการทดลอง ดังนั้นการเปรียบเทียบกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกดและระยะการโค้งงอนอกระนาบที่ได้จากการทดลองกับกราฟที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ โดยกราฟจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์มีส่วนคือส่วนที่คิดให้ชิ้นงานมีความสมบูรณ์และส่วนที่รวมเอาความไม่สมบูรณ์ของแผ่นทดลองเข้าไปด้วย ส่วนมากกราฟที่ได้จากการทดลองจะอยู่ในช่วงระหว่างกราฟจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ทั้งสองส่วน การเปรียบเทียบกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกดและความเครียดเฉลี่ยบนแผ่นคอมโพสิต โดยกราฟจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้รวมเอาความไม่สมบูรณ์ของแผ่นเข้าไปด้วย พบว่าช่วงก่อนเกิดการโค้งงอกราฟที่ได้จากการทดลองและกราฟจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ค่อนข้างใกล้เคียงกัน ค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากกราฟทั้งสองวิธีก็ค่อนข้างตรงกัน แต่ในส่วนของกราฟหลังการโค้งงอพบว่ากราฟทั้งสองมีค่าต่างกันค่อนข้างมาก

การหาค่าภาวะการโก่งงอจากวิธีต่างๆที่ได้ศึกษามาพบว่าค่าภาวะการโก่งงอที่ได้จากการทดลองค่าแตกต่างจากการหาค่าภาวะการโก่งงอจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์อยู่บ้าง สิ่งที่ทำให้ค่าภาวะการโก่งงอทั้งสองวิธีไม่ตรงกันเป็นผลจากความไม่สมบูรณ์ต่างๆในการทดลองทั้งความไม่สมบูรณ์ของชิ้นทดลอง ความไม่สมบูรณ์ของภาวะกระทำรวมถึงความไม่สมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขตซึ่งเป็นส่วนสำคัญที่ต้องคำนึงถึงเมื่อจะมีการทำการทดลองหาค่าภาวะการโก่งงอ

2.2 งานวิจัยเกี่ยวกับทฤษฎีความคล้อย

จากปริทัศน์วรรณกรรมในงานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการโก่งงอ การหาค่าภาวะการโก่งงอในแต่ละวิธีมีข้อได้เปรียบและข้อเสียเปรียบต่างๆกันไป การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีที่สะดวกที่สุดในการหาค่าภาวะการโก่งงอแต่มีข้อจำกัดคือ ในการคำนวณหาค่าภาวะการโก่งงอจากวิธี Rayleigh-Ritz และวิธี Galerkin นั้นจะต้องมีผลเฉลยแม่นยำตรงจึงจะสามารถหาค่าภาวะการโก่งงอของปัญหานั้นได้ และการหาค่าภาวะการโก่งงอจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในปัญหาที่มีเงื่อนไขขอบเขตที่มีความซับซ้อนมากขึ้นนั้นก็ต้องใช้เวลาในการคำนวณและหน่วยประมวลผลที่ต้องมีประสิทธิภาพมาก และข้อจำกัดของการทดลองคือเมื่อต้องหาค่าภาวะการโก่งงอของชิ้นทดลองที่มีขนาดใหญ่หรือเล็กมากๆจะยากต่อการทำการทดลอง ข้อเสียเปรียบของการทดลองอีกอย่างหนึ่งคือค่าใช้จ่ายและเวลาที่ใช้ในเตรียมการทดลอง จากงานวิจัยที่กล่าวมาแล้วค่าภาวะการโก่งงอที่ได้จากการทดลองมีค่าคลาดเคลื่อนจากค่าภาวะการโก่งงอที่ได้จากการคำนวณทางตัวเลขประมาณ $\pm 20\%$ ซึ่งเป็นผลมาจากความไม่สมบูรณ์ต่างๆในการทดลองทั้งความไม่สมบูรณ์ของแผ่นทดลอง ความไม่สมบูรณ์ของภาวะกระทำและความไม่สมบูรณ์ของเงื่อนไขขอบเขต ดังนั้นถ้าสามารถทำการทดลองหาค่าภาวะการโก่งงอบนชิ้นทดลองที่มีความสะดวกในการทดลองเพื่อนำไปหาค่าภาวะการโก่งงอของชิ้นทดลองที่ต้องการหาค่าภาวะการโก่งงอจริงๆ ต่อไปจะช่วยให้ประหยัดทั้งค่าใช้จ่ายและเวลาในการทดลอง อีกทั้งผลการทดลองที่ได้ยังรวมส่วนความไม่สมบูรณ์เข้าไปด้วยซึ่งจะตรงกับความจริงมากกว่าการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนี้จึงมีการนำทฤษฎีความคล้อยเข้ามาใช้ในการแก้ปัญหาการโก่งงอ

งานวิจัยของ Simites [10] ศึกษาการใช้ทฤษฎีความคล้อยกับปัญหาการโก่งงอและปัญหาการสั่นสะเทือนของแผ่นบาง โดยหาทฤษฎีความคล้อยจากความสัมพันธ์ของตัวแปรระหว่างแบบจำลองและต้นแบบ ตัวแปรในทฤษฎีความคล้อยจะเป็นตัวแปรที่แสดงพฤติกรรมของปัญหาต่างๆ ซึ่งในงานวิจัยนี้หาทฤษฎีความคล้อยของปัญหาการโก่งงอและปัญหาการสั่นสะเทือนนำข้อมูลจากงานวิจัยของ Sierakowski ซึ่งหาค่าภาวะการโก่งงอจากการทดลองของแผ่นคอมโพ

ลิตทั้งหมด 10 แผ่นที่มีการวางตัวของเส้นใยต่างกันห้าแบบและมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสิ้น ด้านนำค่าการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตซึ่งเป็นแบบจำลอง (model) มาหาค่าการโก่งงอของต้นแบบ (prototype) โดยใช้ทฤษฎีความคล้าย เปรียบเทียบค่าการโก่งงอของต้นแบบ จากงานวิจัยของ Sierakowski และจากทฤษฎีความคล้ายเพื่อดูความแม่นยำ

ผลการวิจัยปัญหาการโก่งงอแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการกระทำกับแผ่นบางและระยะการโก่งตัวมากที่สุด เส้นกราฟของต้นแบบที่ได้จากการทดลองค่อนข้างตรงกับเส้นกราฟที่ได้จากการใช้ทฤษฎีความคล้าย

Ungbhakorn และ Singhatanadgid [11, 12] ทำการวิจัยหาค่าคงตัวของความคล้าย จากสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับปัญหาการโก่งงอของแผ่นลามิเนตซึ่งมีการวางตัวแบบ Antisymmetric cross-ply และแบบ Antisymmetric angle-ply โดยการกระทำกับแผ่นลามิเนตทั้งสองแกน ในงานวิจัยนี้มีแผ่นลามิเนตทำจากวัสดุต่างกันสามแบบ การวางตัวของเส้นใยแบบต่างๆและมีชิ้นงานหลายขนาด เปรียบเทียบทั้งระหว่างแบบจำลองและต้นแบบซึ่งมีความคล้ายกันแบบสมบูรณ์และมีความคล้ายบางส่วน โดยคำนวณหาค่าการโก่งงอของแผ่นลามิเนต จากนั้นนำค่าการโก่งงอของแผ่นลามิเนตซึ่งเป็นแบบจำลองมาหาค่าการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้าย เปรียบเทียบหาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าการโก่งงอของต้นแบบจากการคำนวณและค่าการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้าย งานวิจัยนี้มีการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองและต้นแบบหลายแบบด้วยกันโดยสามารถแบ่งเป็นสองส่วนคือส่วนแรกแบบจำลองและต้นแบบเป็นวัสดุชนิดเดียวกันซึ่งจะแบ่งออกเป็นอีกสามการเปรียบเทียบคือ แบบจำลองและต้นแบบคล้ายกันแบบสมบูรณ์แต่มีขนาดของชิ้นงานที่ต่างกันไป แบบจำลองและต้นแบบคล้ายกันแบบบางส่วนและมีขนาดของชิ้นงานที่ต่างกันไป และแบบจำลองและต้นแบบมีมุมการวางตัวของเส้นใยเหมือนกันแต่จำนวนชั้นของเส้นใยต่างกัน ส่วนที่สองแบบจำลองและต้นแบบเป็นวัสดุต่างชนิดกันมีความคล้ายกันแบบสมบูรณ์แต่มีชิ้นงานหลายขนาด

ผลการศึกษาเปรียบเทียบระหว่างค่าการโก่งงอของต้นแบบจากการคำนวณและจากทฤษฎีความคล้าย ส่วนแรกระหว่างแบบจำลองและต้นแบบที่เป็นวัสดุชนิดเดียวกัน การเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองและต้นแบบคล้ายกันแบบสมบูรณ์ถึงแม้ว่าขนาดของชิ้นงานจะต่างกันค่าการโก่งงอที่ได้จากทั้งสองวิธีมีค่าตรงกัน ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบคล้ายกันบางส่วนและขนาดของชิ้นงานต่างกันค่าการโก่งงอที่ได้จากทั้งสองวิธีมีค่าต่างกันเล็กน้อยประมาณ 2.5% ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบมีมุมการวางตัวของเส้นใยเหมือนกันแต่จำนวนชั้นของเส้นใยต่างกันนั้น พบว่าถ้าจำนวนชั้นระหว่างแบบจำลองและต้นแบบต่างกันมาก ๆ ค่า

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนก็จะมากตามไปด้วย ส่วนที่สองระหว่างแบบจำลองและต้นแบบ เป็นวัสดุต่างชนิดกันมีความคล้ายกันแบบสมบูรณ์มีชิ้นงานหลายขนาด เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนขึ้นอยู่กับการจัดเรียงเส้นใย จากผลการทดลองต้นแบบและแบบจำลองที่มีการจัดเรียงเส้นใยแบบ Antisymmetric angly-ply จะมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนประมาณ 1-3% ซึ่งน้อยกว่าต้นแบบและแบบจำลองที่มีการจัดเรียงเส้นใยแบบ Anti-symmetric cross-ply ซึ่งมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงถึงประมาณ -25%

จากการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับทฤษฎีความคล้ายพบว่าจากการเปรียบเทียบระหว่างค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายและจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์มีค่าค่อนข้างใกล้เคียงกัน แต่ในการทดลองจริงนั้นจะมีส่วนของความไม่สมบูรณ์ต่างๆมาทำให้ค่าภาระการโก่งงอไม่ตรงตามการคำนวณทางคณิตศาสตร์ จึงได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาว่าถ้านำค่าภาระการโก่งงอของชิ้นงานที่รวมส่วนของความไม่สมบูรณ์เข้าด้วยมาใช้ในทฤษฎีความคล้ายเพื่อทำนายค่าภาระการโก่งงอของชิ้นงานอื่นนั้น ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าภาระการโก่งงอที่ทำนายจากทฤษฎีความคล้ายกับค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองจะมากน้อยเพียงใด



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

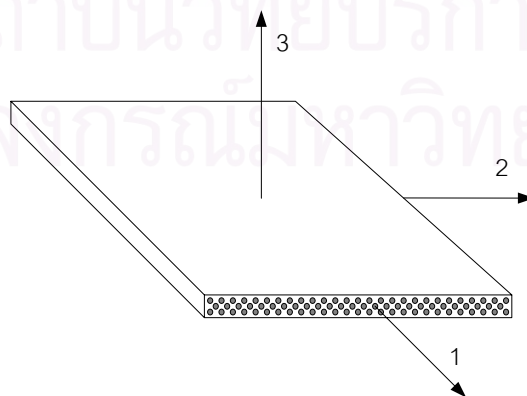
บทที่ 3

วัสดุคอมโพสิต

บทนี้จะกล่าวถึงเนื้อหาเบื้องต้นเกี่ยวกับวัสดุคอมโพสิต การตั้งแกนสำหรับแผ่นคอมโพสิตหนึ่งชั้นและการตั้งแกนสำหรับแผ่นคอมโพสิตหลายชั้น ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของแผ่นคอมโพสิตหนึ่งชั้น การหมุนแกนจากแกนที่วางตามการวางตัวของเส้นใย (แกน 1-2) ไปเป็นพิกัดรวม (แกน $x-y$) และความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของแผ่นคอมโพสิตในระบบพิกัดรวม

3.1 วัสดุคอมโพสิตเบื้องต้น

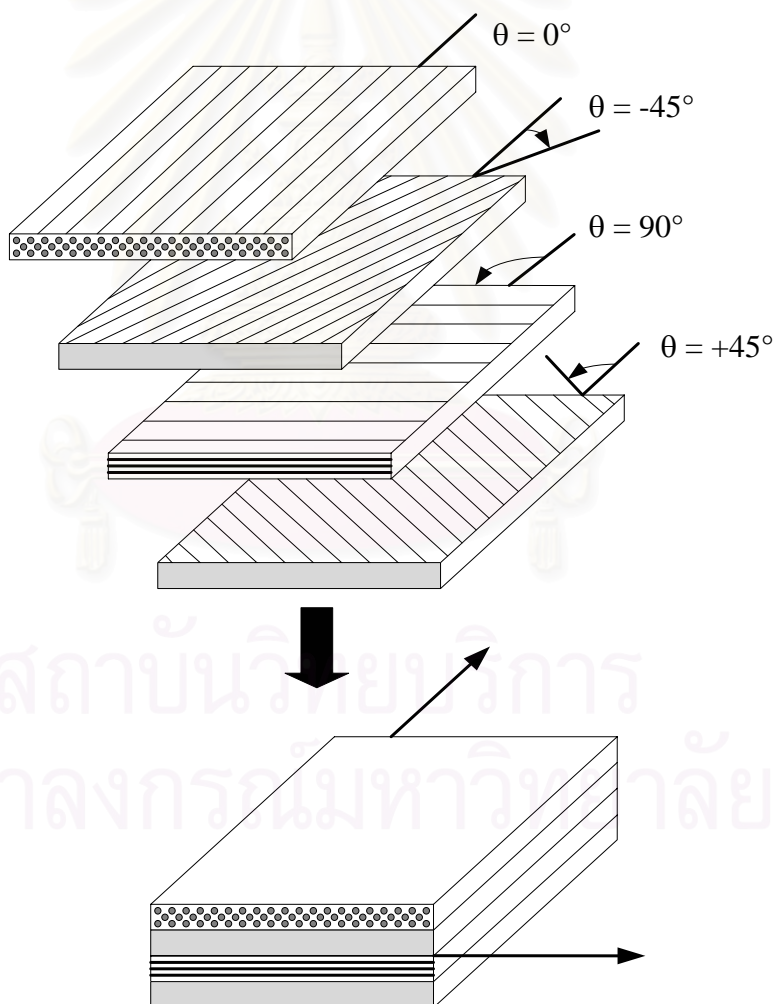
วัสดุคอมโพสิตที่ศึกษาในวิทยานิพนธ์นี้เป็นการรวมกันของวัสดุสองส่วนคือ ส่วนของเส้นใย (Fiber) และส่วนของเมตริกซ์ ซึ่งตัวอย่างเส้นใยได้แก่ กราไฟต์ (Graphite Fiber) คาร์บอน (Carbon Fiber) เส้นใยแก้ว (Glass Fiber) โพลีเมอร์ (Polymeric Fiber) ทำหน้าที่รับภาระที่มากระทำโดยมีเมตริกซ์เช่น อีพอกซี (Epoxy) และเทอร์โมพลาสติก (Thermoplastics) ชนิดต่างๆ เป็นตัวยึดเส้นใยเข้าด้วยกันและส่งผ่านภาระจากเส้นใยหนึ่งไปหาเส้นใยอื่นๆ ในการวิเคราะห์ระดับแมโครแมคคานิกส์ (Macro mechanics) จะถือว่าเส้นใยและเมตริกซ์รวมเป็นเนื้อเดียวกัน และสมมุติว่าวัสดุคอมโพสิตแบบเส้นใยต่อเนื่องเป็นวัสดุออร์ทोटโรปิก (Orthotropic material) คือคุณสมบัติของวัสดุขึ้นอยู่กับทิศทางแต่ไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งคือที่ตำแหน่งใดๆ วัสดุจะมีคุณสมบัติในทิศแกนที่ 1 เหมือนกันแต่จะต่างกับคุณสมบัติในแกนที่ 2 และแกนที่ 3 ระบบแกนของวัสดุวางตัวตามรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ระบบแกนของแผ่นคอมโพสิตความหนาหนึ่งชั้น

รูปที่ 3.1 ทิศทางของเส้นใยไฟเบอร์วางตัวตามแกนที่ 1 ส่วนแกนที่ 2 และแกนที่ 3 เป็นทิศทางตั้งฉากกับทิศทางของเส้นใย ในการคำนวณต่างๆต้องรู้ค่าคุณสมบัติของวัสดุพื้นฐานจำนวน 4 ค่าคือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่น (The Young's modulus) ในทิศทางตามการวางตัวของเส้นใย (E_{11}) ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นในทิศทางตั้งฉากกับการวางตัวของเส้นใย (E_{22}) ค่าโมดูลัสเฉือน (Shear modulus) ในระนาบ 1-2 (G_{12}) และค่าอัตราส่วนปัวร์ซอง (Poisson's ratio) ในระนาบ 1-2 (ν_{12})

เนื่องจากวัสดุคอมโพสิตที่มีเส้นใยไฟเบอร์ในทิศทางเดียวไม่สามารถรับภาระซึ่งมีค่ามากๆในทิศทางตั้งฉากกับเส้นใยได้ ดังนั้นการออกแบบชิ้นงานจึงต้องมีการนำวัสดุคอมโพสิตแต่ละชั้นมาวางซ้อนทับกันให้เป็นแผ่นคอมโพสิตที่พร้อมใช้งานต่อไป รูปที่ 3.2 แสดงการเรียงของชิ้นงานในทิศทางต่างๆ ทำให้แผ่นคอมโพสิตที่มีการวางตัวของเส้นใยในหลายๆทิศทางจึงมีความแข็งแรงในทุกทิศทาง



รูปที่ 3.2 การวางตัวของชั้นลามิना (Lamina) ต่างๆในแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีการวางตัวของเส้นใย
แบบ [0/-45/90/+45]

ความแข็งแรงของแผ่นคอมโพสิตขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของวัสดุที่ประกอบขึ้นเป็นแผ่นคอมโพสิตทั้งส่วนของเส้นใยและเมตริกซ์ มุมและลำดับการวางตัวของเส้นใยในแต่ละชั้นซึ่งประกอบเป็นแผ่นคอมโพสิต

3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

เนื่องจากคุณสมบัติในแต่ละทิศทางของวัสดุคอมโพสิตมีความแข็งแรงและความยืดหยุ่นไม่เท่ากัน ความแข็งแรงและความยืดหยุ่นในแกนที่ 1 ซึ่งเป็นทิศทางวางตัวของเส้นใยจะมากกว่าในแกนที่ 2 และแกนที่ 3 เพราะแกนที่ 2 และแกนที่ 3 เป็นทิศตั้งฉากกับทิศทางวางตัวของเส้นใย

ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นในแต่ละทิศทางของแผ่นคอมโพสิตจึงไม่เท่ากัน นั่นคือเมื่อมีความเค้นขนาดเท่ากันกระทำในแต่ละทิศทาง ค่าความเครียดที่เกิดขึ้นในแนวแกนที่ 1 แนวแกนที่ 2 และแนวแกนที่ 3 มีค่าไม่เท่ากัน ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดจึงขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของวัสดุที่เป็นส่วนประกอบของวัสดุคอมโพสิตนั้นๆ

แผ่นคอมโพสิตแต่ละชั้นสามารถสมมุติให้มีการรับภาระอยู่ในสถานะของแผ่นบาง (Plane stress) และเป็นวัสดุ Specially Orthotropic คือวัสดุมีคุณสมบัติในแกนที่ 1 ต่างกับในแกนที่ 2 และ 3 แต่คุณสมบัติของวัสดุในแกนที่ 2 และแกนที่ 3 มีค่าเหมือนกัน จากสมมุติฐานจะได้ว่า

$$\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{13} = 0$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในแต่ละชั้นของแผ่นคอมโพสิตสามารถเขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์ดังนี้ [2, 3]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

โดย $[Q]$ คือ Reduced stiffness matrix

องค์ประกอบของ Q_{ij} ; แต่ละตัวจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของวัสดุ ซึ่งแสดงในรูปของคุณสมบัติของวัสดุในชั้นนั้นๆ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (3.2)$$

โดย

E_1 คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นในทิศตามการวางตัวของเส้นใย

E_2 คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นในทิศตั้งฉากกับการวางตัวของเส้นใย

ν_{12} และ ν_{21} คือ อัตราส่วนปัวร์ซอง

G_{12} คือ ค่าโมดูลัสเฉือน

คุณสมบัติของวัสดุทั้ง 4 ค่านี้ สามารถหาได้จากการทดสอบตามมาตรฐานที่มีอยู่

จากความสัมพันธ์ในสมการ (3.1) สามารถเขียนความเครียดในรูปของความเค้นได้ดังนี้ [2, 3]

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

โดย $[S]$ คือ Reduced compliance matrix

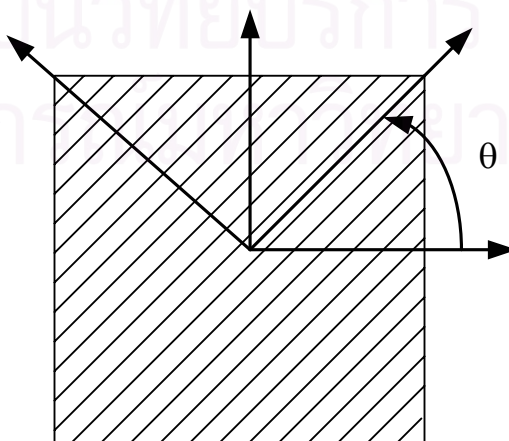
ค่า S_{ij} แต่ละตัวเขียนในรูปของคุณสมบัติของวัสดุได้ดังนี้

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\ S_{12} &= \frac{-\nu_{12}}{E_1} = \frac{-\nu_{21}}{E_2} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\ S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในระบบพิกัดรวม (Global Coordinate) [2, 3]

แผ่นคอมโพสิตประกอบด้วยชั้นลามิना (Lamina) หลายชั้นวางเรียงกัน ลามิनाแต่ละชั้นมีการวางตัวของเส้นใยในมุมต่างๆ ซึ่งทำให้การคำนวณค่าความเค้นและความเครียดในแต่ละชั้นลามิอนั้นมีทิศทางต่างกันออกไปตามทิศทางการวางตัวของเส้นใยในแต่ละชั้น

ดังนั้นเมื่อนำแผ่นลามิอนี้ซึ่งมีมุมการวางตัวของเส้นใยที่ต่างกันมาวางเรียงเป็นแผ่นคอมโพสิตจึงจะต้องมีการกำหนดพิกัดของแผ่นคอมโพสิตให้เป็นพิกัดรวม การคำนวณค่าความเค้นและความเครียดของแผ่นคอมโพสิตมักจะทำในระบบพิกัดรวม โดยหมุนแกนของค่าความเค้น $\{\sigma\}_{1-2}$ และแกนของค่าความเครียด $\{\varepsilon\}_{1-2}$ ในแต่ละชั้นของลามิอนำให้มาอยู่ในระบบพิกัดรวม $\{\sigma\}_{x-y}$ และ $\{\varepsilon\}_{x-y}$ เพื่อให้ได้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของแผ่นคอมโพสิตในระบบพิกัดรวม รูปที่ 3.3 แสดงการหมุนแกน 1-2 ให้เป็นพิกัดรวม $x-y$



รูปที่ 3.3 การหมุนแกน 1-2 ให้เป็นพิกัดรวมแกน $x-y$

การหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในระบบพิกัดรวมสามารถทำได้ โดยพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นในระนาบ 1-2 และระนาบ x - y ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \cos \theta \sin \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \cos \theta \sin \theta \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \cos \theta \sin \theta + \sigma_y \cos \theta \sin \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\end{aligned}\quad (3.5)$$

และสมการความสัมพันธ์ของความเครียดคือ

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right) 2 \sin \theta \cos \theta \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_x \sin^2 \theta + \varepsilon_y \cos^2 \theta - \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right) 2 \sin \theta \cos \theta \\ \frac{\gamma_{12}}{2} &= -\varepsilon_x \cos \theta \sin \theta + \varepsilon_y \cos \theta \sin \theta + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta\end{aligned}\quad (3.6)$$

จัดรูปสมการ (3.5) และ สมการ (3.6) ให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ดังนี้

$$\begin{aligned}\{\sigma\}_{1-2} &= [T] \{\sigma\}_{x-y} \\ \{\varepsilon\}_{1-2} &= [T] \{\varepsilon\}_{x-y}\end{aligned}\quad (3.7)$$

เมื่อ $[T]$ คือ Transform matrix ซึ่งมีค่าดังนี้

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}$$

โดย $m = \cos \theta$ และ $n = \sin \theta$

θ คือมุมระหว่างพิกัดการวางตัวของเส้นใยในแต่ละชั้นของแผ่นคอมโพสิตกับระบบพิกัดรวม

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในพิกัดของแผ่นคอมโพสิตแต่ละชั้นจากสมการ (3.1) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\{\sigma\}_{1-2} = [Q]\{\varepsilon\}_{1-2}$$

เมื่อพิจารณาความเค้นและความเครียดของแผ่นคอมโพสิตให้มาอยู่ในระบบพิกัดรวม โดยแทนค่า $\{\sigma\}_{1-2}$ และ $\{\varepsilon\}_{1-2}$ จากสมการ (3.7) จะได้

$$\begin{aligned} [T]\{\sigma\}_{x-y} &= [Q][T]\{\varepsilon\}_{x-y} \\ \text{จัดรูปของสมการดังนี้} \quad \{\sigma\}_{x-y} &= [T]^{-1}[Q][T]\{\varepsilon\}_{x-y} \\ \text{จะได้สมการในพิกัดรวมคือ} \quad \{\sigma\}_{x-y} &= [\bar{Q}]\{\varepsilon\}_{x-y} \end{aligned}$$

โดย $[\bar{Q}]$ คือ Transformed reduced stiffness matrix ซึ่งมีค่าเท่ากับ $[T]^{-1}[Q][T]$

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในแต่ละชั้นของแผ่นคอมโพสิตเมื่ออยู่ในระบบพิกัดรวมคือ

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

โดย

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4 \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})m^3n + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})mn^3 \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^4 \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})mn^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})m^3n \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{66}(m^4 + n^4) \end{aligned} \quad (3.9)$$

ในทำนองเดียวกันความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและความเค้นในระบบพิกัดรวมแสดงอยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\{\varepsilon\}_{x-y} = [\bar{S}]\{\sigma\}_{x-y}$$

หรือ

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

โดย $[\bar{S}]$ คือ Transformed reduced compliance matrix

และ

$$\begin{aligned} \bar{S}_{11} &= S_{11}m^4 + (2S_{12} + S_{66})m^2n^2 + S_{22}n^4 \\ \bar{S}_{12} &= (S_{11} + S_{22} - S_{66})m^2n^2 + S_{12}(m^4 + n^4) \\ \bar{S}_{16} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})m^3n + (2S_{12} - 2S_{22} + S_{66})mn^3 \\ S_{22} &= S_{11}n^4 + (2S_{12} + S_{66})n^2m^2 + S_{22}m^4 \\ \bar{S}_{26} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})mn^3 + (2S_{12} - 2S_{22} + S_{66})m^3n \\ \bar{S}_{66} &= 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66})m^2n^2 + S_{66}(m^4 + n^4) \end{aligned} \quad (3.11)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

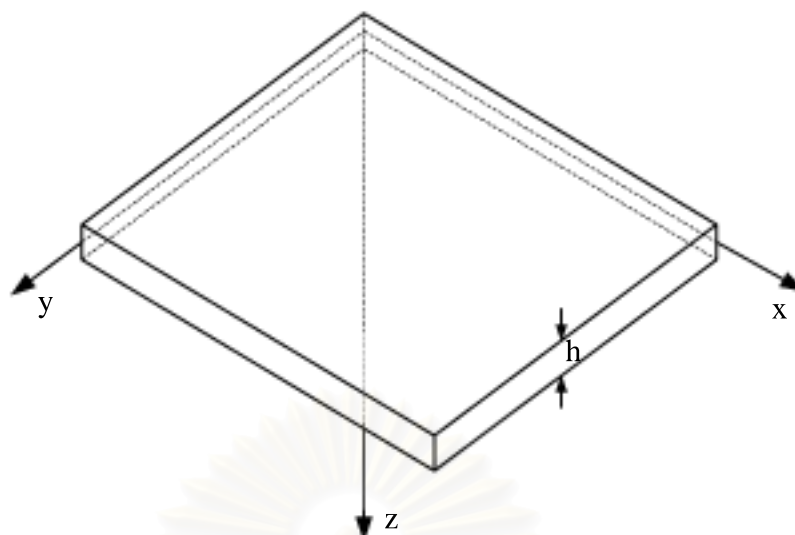
ทฤษฎีการโก่งงอ (Theory of buckling)

การโก่งงอจะเกิดขึ้นงานรับภาระกด โดยทั่วไปการเสียหายจากการโก่งงอจะเกิดขึ้นก่อนการเสียหายจากการแตกหัก ดังนั้นการเสียหายของชิ้นงานเนื่องจากการโก่งงอก็เป็นสิ่งที่ควรคำนึงถึงเมื่อมีการออกแบบชิ้นงานที่ต้องรับแรงกด ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีการโก่งงอ เริ่มจากทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับแผ่นลามิเนตบาง สมการการเคลื่อนที่ในแกนต่างๆ ความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์กับความเครียดและค่าความโค้งของแผ่นคอมโพสิตซึ่งจะนำไปใช้เพื่อหาสมการอนุพันธ์ที่ใช้ในการหาค่าภาวะการโก่งงอ รวมถึงตัวอย่างการคำนวณหาค่าภาวะการโก่งงอจากสมการอนุพันธ์

4.1 ทฤษฎีพื้นฐานของแผ่นลามิเนตบาง

ในการวิเคราะห์โครงสร้างของแผ่นบางที่ทำจากวัสดุคอมโพสิต ใช้สมมติฐานเบื้องต้นดังต่อไปนี้ [3, 4]

1. แผ่นวัสดุคอมโพสิตที่ศึกษาในวิทยานิพนธ์นี้แสดงในรูปที่ 4.1 เป็นแผ่นวัสดุที่เกิดจากการนำวัสดุคอมโพสิตเส้นใยต่อเนื่องทิศทางเดียวมาเรียงกันเป็นชั้นๆ โดยคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นเป็นแบบ Transversely isotropic
2. สมมติความหนาของแผ่นวัสดุคอมโพสิต h มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวและความกว้างของแผ่นวัสดุคอมโพสิต
3. การเคลื่อนที่ของแผ่นวัสดุคอมโพสิต ในทิศ x y และ z เขียนแทนด้วย u v และ w ตามลำดับซึ่งมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความหนา h
4. ความเครียดในระนาบ x - y (ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy}) น้อยมากเมื่อเทียบกับ 1
5. ไม่คำนึงถึงความเครียดในทิศทาง z (ϵ_z) คือความหนาของแผ่นวัสดุไม่เปลี่ยนแปลง
6. ไม่คำนึงถึงความเครียดเฉือนนอกระนาบ (out-of-plane shear strain) คือ γ_{xz} และ $\gamma_{yz} = 0$
7. ค่าการเคลื่อนที่ในระนาบ u และ v เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของค่า z
8. วัสดุมีพฤติกรรมตาม Hooke's law
9. ไม่มีความเค้นเฉือน τ_{xz} และ τ_{yz} ที่ระยะ $z = \pm h/2$



รูปที่ 4.1 ระบบพิกัดฉากของแผ่นลามิเนตบาง

จากสมมติฐานข้อ 5 ได้สมการแสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของ w ในแกน z ดังต่อไปนี้

$$\varepsilon_z = 0 = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.1)$$

นั่นคือค่า w ที่ตำแหน่งใดๆ ขึ้นกับพิกัด x และ y เท่านั้น

$$w(x, y, z) = w^0(x, y) \quad (4.2)$$

จากสมมติฐานข้อ 6 เมื่อค่า $\gamma_{xz} = 0$ ได้สมการผลบวกระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงของ u ในแกน z และอัตราการเปลี่ยนแปลงของ w ในแกน x ดังต่อไปนี้

$$\gamma_{xz} = 0 = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

นั่นคือ

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.3)$$

จากความสัมพันธ์ในสมการ (4.3) และสมมติฐานข้อ 7 สามารถทำการอินทิเกรตและหาการเคลื่อนที่ u ได้ดังนี้

$$u(x, y, z) = u^0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.4)$$

ทำนองเดียวกันได้สมการผลบวกระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงของ v ในแกน z และอัตราการเปลี่ยนแปลงของ w ในแกน y จากสมมติฐานข้อ 6 ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\gamma_{yz} = 0 &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial w}{\partial y}\end{aligned}\quad (4.5)$$

ซึ่งจะได้การเคลื่อนที่ v คล้ายกับการเคลื่อนที่ u ในสมการ (4.4) ดังนี้

$$v(x, y, z) = v^0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4.6)$$

เมื่อ u^0 และ v^0 เป็นการกระจัดของระนาบกึ่งกลาง (Mid-plane) ในทิศ x และ y ตามลำดับ

จากสมการ (4.2) สมการ (4.4) และสมการ (4.6) จะได้สมการการเคลื่อนที่ในทิศ x ทิศ y และทิศ z ตามลำดับดังนี้

$$u(x, y, z) = u^0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.7a)$$

$$v(x, y, z) = v^0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4.7b)$$

$$w(x, y, z) = w^0(x, y) \quad (4.7c)$$

สมการความเครียดที่ตำแหน่งต่างๆคือ [3]

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.8a)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.8b)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.8c)$$

แทนค่า u และ v จากสมการ (4.7) ลงในสมการ (4.8) จะได้

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u^0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v^0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u^0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) + \left(\frac{\partial v^0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)\end{aligned}\quad (4.9)$$

จัดรูปสมการ (4.9) ได้สมการความเครียดที่ตำแหน่งต่างๆดังนี้

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z\kappa_x \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + z\kappa_y \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy}\end{aligned}\quad (4.10)$$

ค่าของ ε_x^0 , ε_y^0 และ γ_{xy}^0 เป็นค่าของความเครียดที่ระนาบกึ่งกลางซึ่งมีค่าดังนี้

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u^0}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v^0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x}\quad (4.11)$$

ค่า κ_x , κ_y และ κ_{xy} เป็นค่าความโค้ง (Curvature) ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\quad (4.12)$$

โดยค่า κ_x คือค่าความโค้งของระนาบกึ่งกลางบนระนาบ $x-z$

ค่า κ_y คือค่าความโค้งของระนาบกึ่งกลางบนระนาบ $y-z$

ค่า κ_{xy} คือค่าความโค้งบิดของการโค้งตัวนอกระนาบของระนาบกึ่งกลาง

จากสมการ (4.10) ความสัมพันธ์ของความเค้นกับความเครียดในชั้นที่ k ของแผ่นวัสดุคอมโพสิต บางจากสมการ (3.8) สามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 + z\kappa_x \\ \varepsilon_y^0 + z\kappa_y \\ \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (4.13)$$

ซึ่ง $[\bar{Q}]_k$ เป็นคุณสมบัติของวัสดุคอมโพสิตชั้นที่ k ซึ่งขึ้นกับทิศทางของวางตัวของเส้นใยในแต่ละชั้น

4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์กับความเครียดและค่าความโค้งของแผ่นคอมโพสิต

แรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์ที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตสามารถหาได้จากการรวมค่าผลของความเค้นและค่าโมเมนต์ของความเค้นที่เกิดขึ้นตลอดความหนาในแต่ละชั้นของแผ่นคอมโพสิต ซึ่งสมการเป็นได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (4.14a)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (4.14b)$$

เมื่อ t = ความหนาของแผ่นวัสดุคอมโพสิตบาง

$(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})$ = ความเค้น

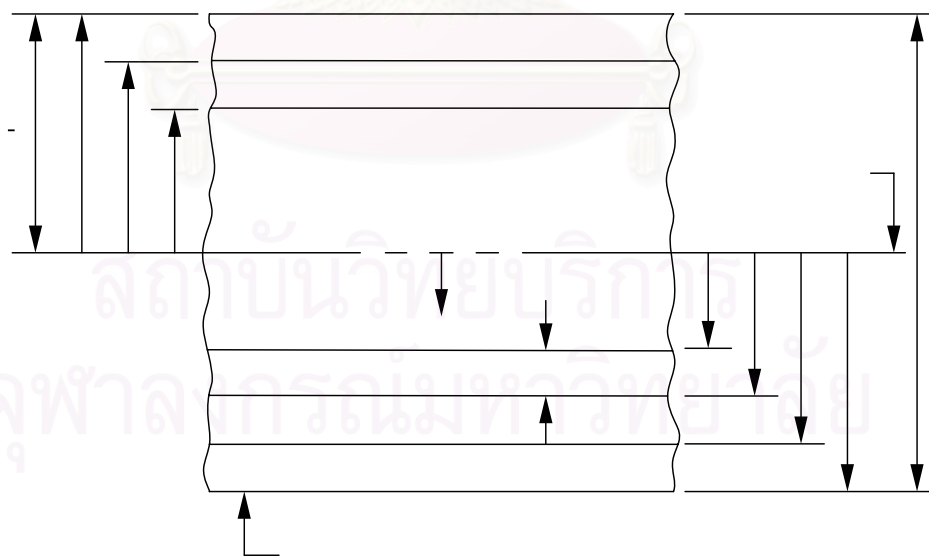
(N_x, N_y, N_{xy}) = แรงลัพธ์ที่กระทำต่อหนึ่งหน่วยความยาว (Force resultant)

(M_x, M_y, M_{xy}) = โมเมนต์ลัพธ์ที่กระทำต่อหนึ่งหน่วยความยาว (Moment resultant)

สำหรับแผ่นคอมโพสิตซึ่งเกิดจากการวางลามิเนาเรียงกันจำนวน m ชั้น แรงและโมเมนต์ที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตจะเป็นผลรวมของแรงและโมเมนต์ที่กระทำในแต่ละชั้นของลามิเนต โดยทำการอินทิเกรตความเค้นของแต่ละชั้น โดยตัวแปร z ในสมการข้างล่างนี้คือระยะจากระนาบกลางถึงลามิเนาแต่ละชั้น การวัดระยะทางจากระนาบกึ่งกลางของลามิเนตแต่ละชั้นแสดงในรูปที่ 4.2 สมการ (4.3) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลรวมของความเค้นและโมเมนต์ของความเค้นในแต่ละชั้นได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^m \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (4.15a)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^m \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (4.15b)$$



รูปที่ 4.2 ระยะห่างของระนาบกลางกับแผ่นลามิเนตแต่ละชั้น จำนวน m ชั้น

แทนค่าความเค้นจาก (4.13) ลงใน (4.15) ได้สมการดังนี้

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^m \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} z dz \right) \quad (4.16)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^m \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz \right)$$

จากสมการ (4.16) ค่า N_x และค่า M_x จะอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} N_x &= \sum_{k=1}^m \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{ (\bar{Q}_{11})_k \varepsilon_x^0 + (\bar{Q}_{12})_k \varepsilon_y^0 + (\bar{Q}_{16})_k \gamma_{xy}^0 \} dz + \sum_{k=1}^m \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{ (\bar{Q}_{11})_k \kappa_x + (\bar{Q}_{12})_k \kappa_y + (\bar{Q}_{16})_k \kappa_{xy} \} z dz \\ M_x &= \sum_{k=1}^m \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{ (\bar{Q}_{11})_k \varepsilon_x^0 + (\bar{Q}_{12})_k \varepsilon_y^0 + (\bar{Q}_{16})_k \gamma_{xy}^0 \} z dz + \sum_{k=1}^m \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{ (\bar{Q}_{11})_k \kappa_x + (\bar{Q}_{12})_k \kappa_y + (\bar{Q}_{16})_k \kappa_{xy} \} z^2 dz \end{aligned} \quad (4.17)$$

จัดรูปสมการ (4.17) ข้างบนได้สมการดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} N_x &= A_{11} \varepsilon_x^0 + A_{12} \varepsilon_y^0 + A_{16} \gamma_{xy}^0 + B_{11} \kappa_x + B_{12} \kappa_y + B_{16} \kappa_{xy} \\ M_x &= B_{11} \varepsilon_x^0 + B_{12} \varepsilon_y^0 + B_{16} \gamma_{xy}^0 + D_{11} \kappa_x + D_{12} \kappa_y + D_{16} \kappa_{xy} \end{aligned} \quad (4.18)$$

โดย A_{ij} คือ Laminate extensional stiffness ซึ่งหาได้จาก

$$A_{ij} = \int_{-t/2}^{t/2} (\bar{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^m (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (4.19)$$

B_{ij} คือ Laminate coupling stiffness ซึ่งหาได้จาก

$$B_{ij} = \int_{-t/2}^{t/2} (\bar{Q}_{ij})_k z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (4.20)$$

D_{ij} คือ Laminate bending stiffness ซึ่งหาได้จาก

$$D_{ij} = \int_{-t/2}^{t/2} (\bar{Q}_{ij})_k z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^m (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (4.21)$$

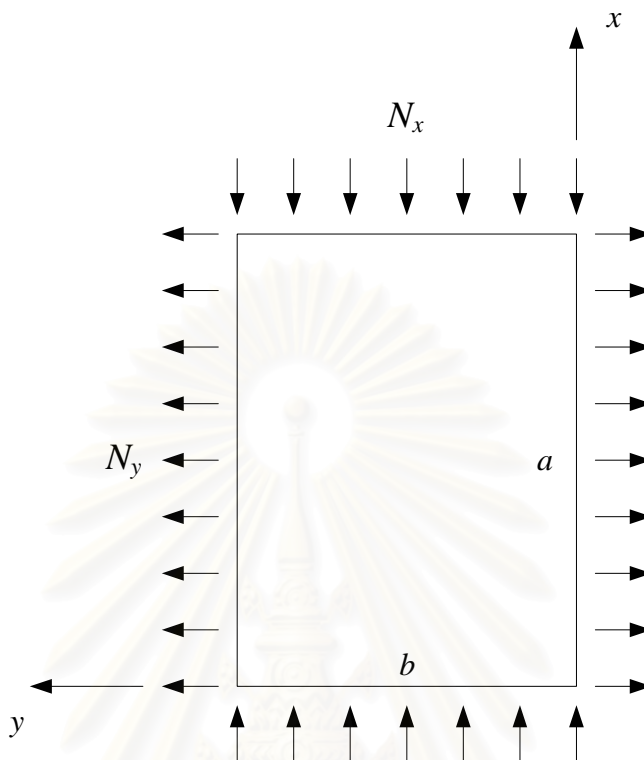
จากสมการ (4.16) ค่า N_x , N_{xy} , M_x และ M_{xy} สามารถหาได้ในรูปสมการความสัมพันธ์ระหว่างค่า A_{ij} , B_{ij} และ D_{ij} กับ ε_x^0 , ε_y^0 , γ_{xy}^0 , κ_x , κ_y และ κ_{xy} ในทำนองเดียวกับค่า N_x และ M_x นำสมการทั้งหมดมาจัดให้อยู่ในรูปเมตริกซ์จะได้

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์กับค่าความเครียดและค่าความโค้งของแผ่นคอมโพสิตในรูปของเมตริกซ์คือ

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.22)$$

สมการ (4.21) เรียกว่า "Constitutive equation" ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์ที่กระทำกับความเครียดและค่าความโค้งที่เกิดขึ้นของแผ่นวัสดุคอมโพสิตบาง

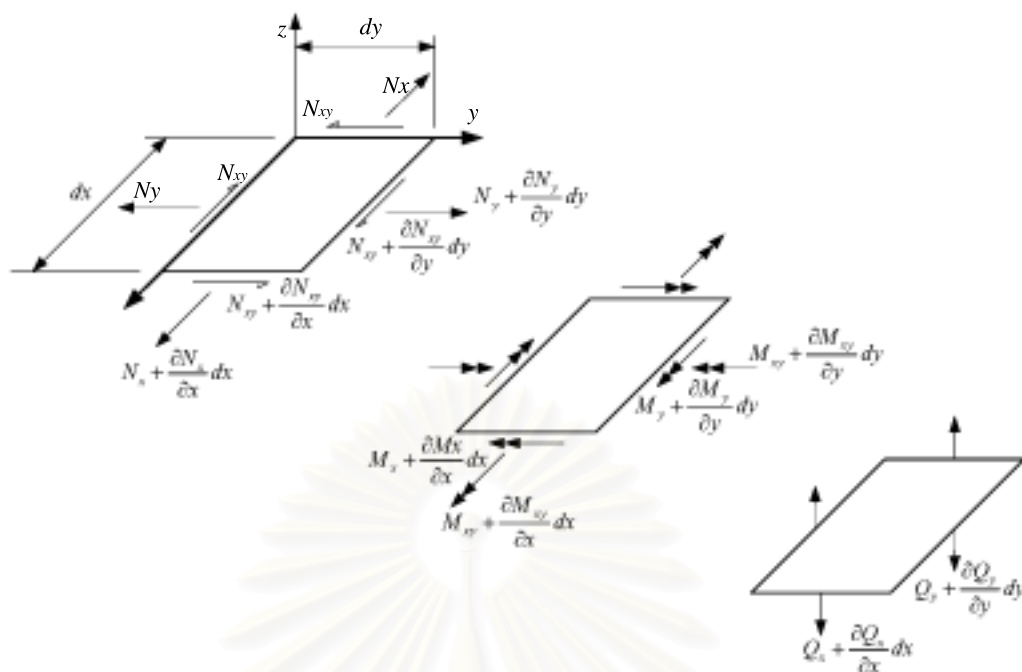
4.3 การโก่งงอและค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต



รูปที่ 4.3 การรับภาระในแนวระนาบของแผ่นคอมโพสิตบาง

การโก่งงอจะเกิดขึ้นเมื่อโครงสร้างแผ่นบางรับภาระในแนวระนาบดังแสดงในรูปที่ 4.3 เมื่อภาระกดที่กระทำกับแผ่นบางเพิ่มขึ้น แผ่นบางจะเกิดการเคลื่อนที่นอกระนาบ เมื่อภาระกดที่กระทำกับแผ่นบางเพิ่มสูงขึ้นถึงค่าค่าหนึ่งแผ่นบางจะเกิดการโก่งงอ (Buckling) โดยปกติค่าภาระการโก่งงอ (Buckling load) ของโครงสร้างแผ่นบางจะมีค่าต่ำกว่า yield strength ของวัสดุ โครงสร้างอาจเกิดความเสียหายจากการโก่งงอก่อนที่จะเกิดการแตกหักก็ได้ ดังนั้นการโก่งงอจึงเป็นความเสียหายอีกประเภทหนึ่งซึ่งผู้ออกแบบโครงสร้างจะต้องคำนึงถึง

สมการเชิงอนุพันธ์ (Differential governing equation) สำหรับปัญหาการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตที่รับแรงสองแรงในแนวระนาบ [2, 3] สามารถหาได้จากสมการของผลรวมของแรงดัลฟ์และโมเมนต์ดัลฟ์ในแต่ละแกน จากนั้นใช้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดัลฟ์และโมเมนต์ดัลฟ์กับค่าความเครียดและค่าความโค้งของแผ่นคอมโพสิตจากสมการ (4.22) เพื่อเปลี่ยนรูปสมการให้อยู่ในรูปของความเครียดและค่าความโค้ง จากนั้นเปลี่ยนสมการอนุพันธ์ให้อยู่ในรูปการเคลื่อนที่ในแต่ละแกนต่อไป โดยแรงและโมเมนต์ที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตบางในแกนต่างๆแสดงในรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 แรงและโมเมนต์ที่กระทำกับแผ่นบางในแกนต่างๆ

จากแรงและโมเมนต์ที่กระทำบนเอलिเมนต์ของแผ่นบางในแกนต่างๆดังแสดงในรูปที่ 4.4

ผลรวมของแรงในแกน x

$$N_x dy + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx dy + N_{xy} dx + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} dx dy - N_x dy - N_{xy} dx = 0$$

ได้สมการในรูป
$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (4.23)$$

ผลรวมของแรงในแกน y

$$N_y dx + \frac{\partial N_y}{\partial y} dx dy + N_{xy} dy + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} dx dy - N_y dx - N_{xy} dy = 0$$

ได้สมการในรูป
$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (4.24)$$

ผลรวมของแรงในแกน z

$$Q_x dy + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx dy + Q_y dx + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dx dy - Q_x dy - Q_y dx = 0$$

ได้สมการในรูป
$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0 \quad (4.25)$$

ผลรวมของโมเมนต์ในแกน x และแกน y จะได้ความสัมพันธ์ตามลำดับดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = Q_y \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = Q_x \quad (4.27)$$

แทนค่า Q_y และ Q_x จากสมการ (4.26) และ (4.27) ลงในสมการ (4.25) ได้ผลรวมของแรงในแกน z

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = 0 \quad (4.28)$$

และเมื่อมีการกระทำในแนวระนาบทำให้เกิดการโก่งของแผ่นบาง สมการเชิงอนุพันธ์ (4.28) จะต้องรวมผลของแรงในแกน z ดังกล่าวเข้าไปด้วย ดังนั้นสมการผลรวมของแรงในแกน z เป็นดังนี้

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (4.29)$$

สมการเชิงอนุพันธ์ความสมดุลของแผ่นบางทั้งสามแกนคือแกน x แกน y และแกน z ซึ่งแสดงในสมการ (4.24) สมการ (4.25) และสมการ (4.29) ตามลำดับจะอยู่ในรูปของแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์ ซึ่งสามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของการเคลื่อนที่โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์และโมเมนต์ลัพธ์กับค่าความเครียดและค่าความโค้งของแผ่นคอมโพสิตจากสมการ (4.22) ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการเคลื่อนที่ที่ชั้นระนาบกึ่งกลางจากสมการ (4.11) และค่าความโค้งจากสมการ (4.12)

จากสมการ (4.22) ได้แรงกระทำในแนวแกน x ในรูปของความเครียดและค่าความโค้ง

$$N_x = A_{11}\varepsilon_x^0 + A_{12}\varepsilon_y^0 + A_{16}\gamma_{xy}^0 + B_{11}\kappa_x + B_{12}\kappa_y + B_{16}\kappa_{xy}$$

แทนค่าความเครียดที่ชั้นระนาบกึ่งกลางจากสมการ (4.11) และค่าความโค้งจากสมการ (4.12) ได้

$$N_x = A_{11}\frac{\partial u^0}{\partial x} + A_{12}\frac{\partial v^0}{\partial y} + A_{16}\left(\frac{\partial v^0}{\partial x} + \frac{\partial u^0}{\partial y}\right) - B_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2B_{16}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} \quad (4.30)$$

หา N_{xy} เช่นเดียวกับที่หา N_x ได้

$$N_{xy} = A_{16}\frac{\partial u^0}{\partial x} + A_{26}\frac{\partial v^0}{\partial y} + A_{66}\left(\frac{\partial v^0}{\partial x} + \frac{\partial u^0}{\partial y}\right) - B_{16}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - B_{26}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2B_{66}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} \quad (4.31)$$

แทนค่า N_x และ N_{xy} จากสมการ (4.30) และ (4.31) ลงในสมการผลรวมแรงในแนวแกน x สมการ (4.23) จะได้

ผลรวมของแรงในแนวแกน x ในรูปสมการการเคลื่อนที่

$$\begin{aligned} & A_{11}\frac{\partial^2 u^0}{\partial x^2} + 2A_{16}\frac{\partial^2 u^0}{\partial x\partial y} + A_{66}\frac{\partial^2 u^0}{\partial y^2} + A_{16}\frac{\partial^2 v^0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66})\frac{\partial^2 v^0}{\partial x\partial y} + A_{26}\frac{\partial^2 v^0}{\partial y^2} \\ & - B_{11}\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 3B_{16}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y} - (B_{12} + 2B_{66})\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial y^2} - B_{26}\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

ในทำนองเดียวกันสามารถหา N_y และ N_{xy} จากสมการ (4.22) จากนั้นแทนค่าลงในสมการผลรวมแรงในแกน y สมการ (4.24) จะได้

ผลรวมของแรงในแนวแกน y ในรูปสมการการเคลื่อนที่เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} & A_{16}\frac{\partial^2 u^0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66})\frac{\partial^2 u^0}{\partial x\partial y} + A_{26}\frac{\partial^2 u^0}{\partial y^2} + A_{66}\frac{\partial^2 v^0}{\partial x^2} + 2A_{26}\frac{\partial^2 v^0}{\partial x\partial y} + A_{22}\frac{\partial^2 v^0}{\partial y^2} \\ & - B_{16}\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 3B_{16}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y} - (B_{12} + 2B_{66})\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial y^2} - B_{26}\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

หา M_x , M_y และ M_{xy} จากสมการ (4.22) จากนั้นแทนค่าลงในสมการผลรวมแรงในแนวแกน z สมการ (4.29) จะได้

ผลรวมของแรงในแนวแกน z ในรูปสมการการเคลื่อนที่เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}
 & D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \\
 & - B_{11} \frac{\partial^3 u^0}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3 u^0}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u^0}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3 u^0}{\partial y^3} \\
 & - B_{16} \frac{\partial^3 v^0}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v^0}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26} \frac{\partial^3 v^0}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 v^0}{\partial y^3} \\
 & = -N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

ในวิทยานิพนธ์นี้ศึกษาการโก่งงอของชิ้นงานที่ลักษณะเฉพาะดังต่อไปนี้

1. โครงสร้างมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS)
2. กำหนดให้ขนาดของแผ่นบาง มีความยาวตามแนวแกน x เท่ากับ a และมีความกว้างตามแนวแกน y เท่ากับ b
3. การโก่งงอของชิ้นงานเกิดจากภาระกดในแนวแกน x คือ N_x โดยมีภาระดิ่งในแนวแกน y คือ N_y
4. ชิ้นงานมีการวางตัวของเส้นใยเสริมแรงเป็นแบบสมมาตรและ specially orthotropic plate คือการวางตัวของชั้นเส้นใยเสริมแรงเป็นมุม 0° และ 90° เท่านั้น นั่นคือ $B_{ij} = 0$ และ $A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$
5. จากการที่ค่า $B_{ij} = 0$ ทำให้สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับปัญหาการโก่งงอทั้งสามสมการสามารถแยกออกจากกันเป็นอิสระได้ (Uncoupled)

จากสมการ (4.34) ในการหาการโก่งงอ เมื่อค่า $B_{ij} = 0$ และ $A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$ มีภาระกระทำกด N_x และภาระดิ่ง N_y สมการจะอยู่ในรูปดังนี้ [3, 4]

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{26}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -N_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \tag{4.35}$$

โดย $P = \frac{N_y}{N_x}$ เป็นอัตราส่วนระหว่างภาระในแนวแกน y และภาระในแนวแกน x

หาผลเฉลย w ของสมการเชิงอนุพันธ์ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) ดังต่อไปนี้ [4]

ที่ตำแหน่ง $x = 0$ และ $x = a$ (ขอบเขตล่างและขอบเขตบน) ไม่มีการเคลื่อนที่ในนอกระนาบและไม่มีโมเมนต์เกิดขึ้น

$$\text{สมการการเคลื่อนที่ในนอกระนาบ } w = 0$$

ได้สมการโมเมนต์ในแนวแกน x จากสมการ (4.22) คือ

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

ที่ตำแหน่ง $y = 0$ และ $y = b$ (ขอบเขตซ้ายและขอบเขตขวา) ไม่มีการเคลื่อนที่ในนอกระนาบและไม่มีโมเมนต์เกิดขึ้น

$$\text{สมการการเคลื่อนที่ในนอกระนาบ } w = 0$$

ได้สมการโมเมนต์ในแนวแกน y จากสมการ (4.22) คือ

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ในนอกระนาบ (Out-of-plane displacement) [4] ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตคือ

$$w(x, y) = w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4.36)$$

ค่า m และ n เป็นจำนวนของ Half sine wave ในแกน x และ y ตามลำดับ

แทนค่า $w(x, y)$ ลงในสมการ (4.35) จะได้สมการของค่าการกระเทาะ

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \left[D_{11} \left(\frac{m}{a} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{mn}{ab} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{b} \right)^4 \right]}{\left[\left(\frac{m}{a} \right) + P \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]} \quad (4.37)$$

โดย R เป็นสัดส่วนของชิ้นงาน (Aspect ratio) สามารถหาได้จาก $R = a/b$

ตัวอย่างการหาค่าภาระการโก่งงอจากสมการที่ (4.37) สามารถแสดงได้ดังนี้

กำหนดให้มีเฉพาะภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตตามแนวแกน x เท่านั้น ($N_y=0$) แผ่นวัสดุคอมโพสิตบางทำจากกราไฟต์ (Graphite) – อีพอกซี (Epoxy) มีความยาว 750 mm ความกว้าง 250 mm ($a = 0.75\text{m}$, $b = 0.25\text{m}$) แต่ระดับชั้นของลามิเนตมีความหนาเท่ากับ 0.125 mm มีการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0/90]_{2s}$ เนื่องจากมีแต่ภาระกระทำในแนวแกน x เท่านั้น ($N_y=0$) นั่นคือค่าอัตราส่วนระหว่างภาระในแนวแกน y และภาระในแนวแกน x มีค่าเป็นศูนย์ ($P=0$) ทำให้สมการที่ (4.37) เหลืออยู่ในรูป

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{a^2 m^2} \left[D_{11} m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})(mnR)^2 + D_{22} (nR)^4 \right] \quad (4.38)$$

ค่าภาระการโก่งงอจะเป็นค่าที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของสมการ (4.38)

ค่า D_{ij} ของแผ่นคอมโพสิตสามารถหาได้จากสมการ (4.21) ซึ่งคำนวณจากคุณสมบัติของวัสดุ (E_{11} , E_{22} , ν_{12} และ G_{12}) และลำดับชั้นการวางตัวของเส้นใย $[0/90]_{2s}$ ได้ดังนี้

$$D_{11} = 8.1837 \text{ Pa}\cdot\text{m}^3 \quad D_{12} = 0.1988 \text{ Pa}\cdot\text{m}^3 \quad D_{22} = 4.1228 \text{ Pa}\cdot\text{m}^3 \quad D_{66} = 0.6030 \text{ Pa}\cdot\text{m}^3$$

จากแผ่นคอมโพสิตขนาดความยาว 750 mm และกว้าง 250 mm ($a = 0.75\text{m}$, $b = 0.25\text{m}$)

จะได้ค่าสัดส่วนของชิ้นงาน

$$R = \frac{a}{b} = \frac{0.75}{0.25} = 3$$

จากการสังเกตพบว่าค่า n ที่จะทำให้ค่า N_{cr} ในสมการ (4.38) มีค่าน้อยที่สุดคือ $n=1$ ดังนั้นเมื่อแทนค่า m ด้วยจำนวนเต็มบวกในสมการ (4.38) จะได้ค่า N_{cr} ดังแสดงอยู่ในตารางที่ 4.1

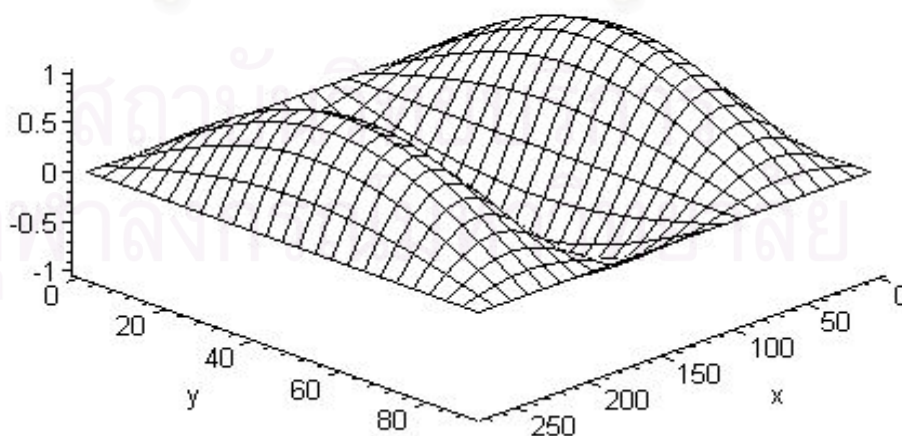
ตารางที่ 4.1 โหมดการโก่งงอและค่าภาระการโก่งงอจากการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์

m	n	N_{cr} (N/m)
1	1	6575
2	1	2515
3	1	2401
4	1	3115
5	1	4273
6	1	5779
7	1	7602

ค่า N_{cr} มีค่าน้อยที่สุดเมื่อค่า $m = 3$ และค่า $n = 1$ ซึ่งมีค่าการโก่งงอเท่ากับ 2401 N/m สมการระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบ (Out-of-plane displacement) คือ

$$w(x, y) = w_{mm} \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (4.39)$$

ค่า $m = 3$ และ $n = 1$ ซึ่งเป็นค่าจำนวนของ Half sine wave ในแกน x และ y ตามลำดับแสดงถึงโหมดของการโก่งงอ



รูปที่ 4.5 การโก่งงอโหมดที่สามของแผ่นบาง

ทฤษฎีความคล้ายสำหรับปัญหาการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิต

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงส่วนของทฤษฎีความคล้าย ความสัมพันธ์ระหว่างสมการเชิงอนุพันธ์ที่ใช้ในการหาค่าภาวะการโค้งงอของแบบจำลองและต้นแบบ ค่าคงตัวของความคล้ายสำหรับปัญหาการโค้งงอและการสอบทวนทฤษฎีความคล้ายสำหรับปัญหาการโค้งงอโดยการคำนวณทางคณิตศาสตร์ โดยการเลือกแบบจำลองและต้นแบบที่มีทั้งแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์และความคล้ายบางส่วน แล้วเปรียบเทียบค่าภาวะการโค้งงอที่ได้จากทฤษฎีความคล้ายกับค่าภาวะการโค้งงอที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์

การทดลองหาค่าภาวะการโค้งงอเมื่อเทียบกับผลการทำนายโดยใช้การคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่มีการศึกษามาแล้ว พบว่าการทำนายโดยใช้การคำนวณทางคณิตศาสตร์ไม่แม่นยำเท่าใดนักเมื่อเทียบกับการทดลอง ตัวอย่างเช่นการศึกษาของ Tuttle และคณะ [5] ซึ่งศึกษาการหาค่าภาวะการโค้งงอจากการทดลองและเปรียบเทียบกับค่าภาวะการโค้งงอที่คำนวณจากวิธี Galerkin โดยทำการทดลองหาค่าภาวะการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยต่างๆกันสี่แบบ และเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน จากผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าภาวะการโค้งงอที่ได้จากการทดลองและค่าภาวะการโค้งงอที่คำนวณจากวิธี Galerkin ในบางกรณีมีความแตกต่างกันถึง 30% ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่ได้จากการทดลองและการคำนวณทางคณิตศาสตร์สันนิษฐานว่าเกิดจากความไม่สมบูรณ์ของแผ่นคอมโพสิตและเงื่อนไขขอบเขตของการทดลองซึ่งไม่สามารถจำลองให้เหมือนกับเงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในการคำนวณได้

จะเห็นได้ว่าความไม่สมบูรณ์ของทั้งชิ้นงานและเงื่อนไขขอบเขตมีผลค่อนข้างมากต่อค่าภาวะการโค้งงอ ดังนั้นในการหาค่าภาวะการโค้งงอของโครงสร้างจึงควรคำนึงถึงความไม่สมบูรณ์ของชิ้นงานและเงื่อนไขขอบเขตด้วย เหตุนี้จึงได้มีการนำทฤษฎีความคล้ายมาใช้ในการหาค่าภาวะการโค้งงอของโครงสร้างซึ่งจะรวมความไม่สมบูรณ์ไว้ด้วย ทฤษฎีความคล้ายยังสามารถใช้ในการหาค่าภาวะการโค้งงอของโครงสร้างที่มีเงื่อนไขขอบเขตแปลกๆซึ่งไม่สามารถหาค่าภาวะการโค้งงอจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้อีกด้วย โดยทฤษฎีความคล้ายแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าภาวะการโค้งงอของแผ่นลามิเนตสองแผ่นที่มีความคล้ายกันตามเงื่อนไขที่กำหนด เมื่อรู้ค่าภาวะการโค้งงอของแผ่นลามิเนตแผ่นหนึ่ง จะสามารถใช้ทฤษฎีความคล้ายในการทำนายค่าภาวะการโค้งงอของแผ่นลามิเนตอีกแผ่นหนึ่งได้

5.1 ทฤษฎีความคล้าย (Similitude Theory) [8]

ระบบหรือปรากฏการณ์สองอันจะมีความคล้ายกัน เมื่อสมการคณิตศาสตร์ที่แทนปรากฏการณ์ทั้งสองมีความสัมพันธ์กันแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (One-to-one mapping) นั้น

ให้ m = แบบจำลอง (Model)
 p = ต้นแบบ (Prototype)
 $L(\)$ = ตัวดำเนินการ (Operator)

สมการของแบบจำลองคือ

$$L(X_{mi}) = 0 \quad (5.1)$$

ให้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆของแบบจำลองและต้นแบบจะมีความสัมพันธ์กันตามสมการ

$$X_{pi} = C_i X_{mi} \quad (5.2)$$

โดย i แสดงถึงพารามิเตอร์ตัวที่ i

สมการของต้นแบบคือ

$$L(X_{pi}) = 0 \quad (5.3)$$

แทนค่าสมการ (5.2) ลงในสมการ (5.3) จะได้สมการ

$$L(X_{pi}) = L(C_i X_{mi}) \quad (5.4)$$

จากทฤษฎีข้างต้นสมการ (5.4) จะต้องจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$L(X_{pi}) = \varphi(C_i) L(X_{mi}) \quad (5.5)$$

โดยค่า $\varphi(C_i)$ เป็นฟังก์ชันความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบและเรียกค่า $\varphi(C_i)$ ว่าค่าคงตัวความคล้าย (similitude invariant) ค่าคงตัวความคล้ายนี้สามารถนำไปเขียนเป็นกฎสัดส่วน (Scaling law) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ของต้นแบบและแบบจำลอง

5.2 ค่าคงตัวความคล้ายสำหรับปัญหาการโก่งงอ

กฎสัดส่วนสำหรับปัญหาการโก่งงอของแผ่นบางสามารถหาจากสมการเชิงอนุพันธ์ของการโก่งงอสำหรับแผ่นลามิเนตสมมาตรที่มีแรงกระทำใน 2 แกน [11] ดังแสดงในสมการ (4.34) ซึ่งยกมาแสดงอีกครั้งดังนี้

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{26}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + N_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

กำหนดให้ค่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของต้นแบบและตัวแปรของแบบจำลองเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} x_p = C_x x_m, \quad y_p = C_y y_m, \quad w_p = C_w w_m \\ (D_{ij})_p = C_{D_{ij}} (D_{ij})_m, \quad P_p = C_P P_m, \quad (N_x)_p = C_{N_x} (N_x)_m \end{aligned}$$

โดยที่ C_i คือตัวประกอบสัดส่วนความคล้าย (Similitude scaling factor) โดยตัวแปรที่ห้อย p เป็นตัวแปรของต้นแบบและตัวแปรที่ห้อย m เป็นตัวแปรของแบบจำลอง

เมื่อแทนตัวประกอบสัดส่วนความคล้ายต่างๆข้างบนลงในสมการ (5.6) จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ของแบบจำลองและต้นแบบ โดยสมการเชิงอนุพันธ์ของแบบจำลองสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} (D_{11})_m \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^4} + 4(D_{16})_m \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^3 \partial y_m} + 2[(D_{12})_m + 2(D_{66})_m] \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^2 \partial y_m^2} \\ + 4(D_{26})_m \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m \partial y_m^3} + (D_{22})_m \frac{\partial^4 w_m}{\partial y_m^4} + (N_x)_m \left(\frac{\partial^2 w_m}{\partial x_m^2} + P_m \frac{\partial^2 w_m}{\partial y_m^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

สมการเชิงอนุพันธ์ของต้นแบบสามารถเขียนได้คล้ายกับสมการ (5.7) โดยแทนค่าตัวห้อย m ด้วย p และแทนตัวประกอบสัดส่วนความคล้ายที่นิยามไว้ข้างต้น จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ของต้นแบบ ดังนี้

$$\begin{aligned}
& C_{D_{11}} (D_{11})_m \frac{\partial^4 (C_w w_m)}{\partial (C_x x_m)^4} + 4C_{D_{16}} (D_{16})_m \frac{\partial^4 (C_w w_m)}{\partial (C_x x_m)^3 \partial (C_y y_m)} \\
& + 2[C_{D_{12}} (D_{12})_m + 2C_{D_{66}} (D_{66})_m] \frac{\partial^4 (C_w w_m)}{\partial (C_x x_m)^2 \partial (C_y y_m)^2} \\
& + 4C_{D_{26}} (D_{26})_m \frac{\partial^4 (C_w w_m)}{\partial (C_x x_m) \partial (C_y y_m)^3} + C_{D_{22}} (D_{22})_m \frac{\partial^4 (C_w w_m)}{\partial (C_y y_m)^4} \\
& + C_{N_x} (N_x)_m \left[\frac{\partial^2 (C_w w_m)}{\partial (C_x x_m)^2} + C_p P_m \frac{\partial^2 (C_w w_m)}{\partial (C_y y_m)^2} \right] = 0
\end{aligned} \tag{5.8}$$

จัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ของต้นแบบสมการ (5.8) เพื่อใช้เปรียบเทียบกับสมการเชิงอนุพันธ์ของแบบจำลองสมการ (5.7)

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{C_{D_{11}} C_w}{C_x^4} \right] (D_{11})_m \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^4} + 4 \left[\frac{C_{D_{16}} C_w}{C_x^3 C_y} \right] (D_{16})_m \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^3 \partial y_m} \\
& + 2 \left[C_{D_{12}} (D_{12})_m + 2C_{D_{66}} (D_{66})_m \right] \left[\frac{C_w}{C_x^2 C_y^2} \right] \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m^2 \partial y_m^2} \\
& + 4 \left[\frac{C_{D_{26}} C_w}{C_x C_y^3} \right] (D_{26})_m \frac{\partial^4 w_m}{\partial x_m \partial y_m^3} + \left[\frac{C_{D_{22}} C_w}{C_y^4} \right] (D_{22})_m \frac{\partial^4 w_m}{\partial y_m^4} \\
& + C_{N_x} (N_x)_m \left[\left(\frac{C_w}{C_x^2} \right) \frac{\partial^2 w_m}{\partial x_m^2} + \left(\frac{C_p C_w}{C_y^2} \right) P_m \frac{\partial^2 w_m}{\partial y_m^2} \right] = 0
\end{aligned} \tag{5.9}$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการเชิงอนุพันธ์ของแบบจำลองในสมการ (5.7) และสมการเชิงอนุพันธ์ของต้นแบบจากสมการ (5.9) สมการทั้งสองจะเป็นสมการเดียวกันหรือต้นแบบและแบบจำลองมีพฤติกรรมคล้ายกันเมื่อ

$$\frac{C_{D_{11}}}{C_x^4} = \frac{C_{D_{16}}}{C_x^3 C_y} = \frac{C_{D_{12}}}{C_x^2 C_y^2} = \frac{C_{D_{66}}}{C_x^2 C_y^2} = \frac{C_{D_{26}}}{C_x C_y^3} = \frac{C_{D_{22}}}{C_y^4} = \frac{C_{N_x}}{C_x^2} = \frac{C_p C_{N_x}}{C_y^2} \tag{5.10}$$

สมมุติให้ต้นแบบและแบบจำลองมีความคล้ายทางรูปร่างแบบสมบูรณ์ (Complete geometric similarity) นั่นคือ $C_x = C_y = C_a = C_b$ และสมการ (5.9) จะเป็นจริงเมื่อ $C_p = 1$ ดังนั้นสมการ (5.10) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$C_{N_x} = \frac{C_{D_{11}}}{C_b^2} = \frac{C_{D_{16}}}{C_b^2} = \frac{C_{D_{12}}}{C_b^2} = \frac{C_{D_{26}}}{C_b^2} = \frac{C_{D_{22}}}{C_b^2} = \frac{C_{D_{66}}}{C_b^2} \quad (5.11)$$

สมการ (5.11) จะเป็นจริงเมื่อมีเงื่อนไขอีกเงื่อนไขหนึ่ง เพื่อให้ได้ความคล้ายแบบสมบูรณ์ระหว่างต้นแบบและแบบจำลองคือ

$$C_{D_{11}} = C_{D_{16}} = C_{D_{12}} = C_{D_{26}} = C_{D_{22}} = C_{D_{66}} \quad (5.12)$$

แทนตัวประกอบสัดส่วนความคล้ายทั้งหมดด้วย C_{stiff} และจากสมการ (5.11) จะได้ค่าคงตัวความคล้าย [12] คือ

$$\frac{C_{N_x} C_b^2}{C_{stiff}} = 1 \quad (5.13)$$

เมื่อแทนค่า C_{N_x} และ C_b จากค่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในต้นแบบและตัวแปรในแบบจำลองจะได้ทฤษฎีความคล้ายตามสมการ [12]

$$N_{xp} = N_{xm} C_{stiff} \frac{b_m^2}{b_p^2} \quad (5.14)$$

5.3 การใช้ทฤษฎีความคล้ายกับปัญหาการโก่งงอ

ในหัวข้อนี้จะศึกษาการใช้ทฤษฎีความคล้ายของปัญหาการโก่งงอของแผ่นบางโดยเปรียบเทียบค่าการโก่งงอที่หาได้จากการแก้สมการอนุพันธ์โดยตรงและค่าการโก่งงอที่หาได้จากทฤษฎีความคล้าย สำหรับแผ่นลามิเนตที่มีการวางตัวของเส้นใยสมมาตรแบบขวาง (Symmetric cross-ply) ถูกกระทำโดยภาระตั้งฉากทั้งสองแกน โดยภาระด้านขวาง (แกน y) เป็นภาระตั้งส่วนภาระในแนวตั้ง (แกน x) เป็นภาระกดที่ทำให้เกิดการโก่งงอตามที่แสดงในรูปที่ 4.3

โดยชั้นงานมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) โดยหาค่าภาระการโก่งอทางทฤษฎีได้จากสมการ

$$N_x = \frac{\pi^2 \left[D_{11} \left(\frac{m}{a} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{mn}{ab} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{b} \right)^4 \right]}{\left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + P \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]} \quad (5.15)$$

ในตารางที่ 5.1 แสดงการใช้ทฤษฎีความคล้อยในการเปรียบเทียบแผ่นลามิเนตสมมาตรวางชั้นขวาง $[0/90]_{2s}$ ของแผ่นคอมโพสิตที่ทำจากกราไฟต์และอีพอกซี โดยมีคุณสมบัติของวัสดุดังนี้

$$E_{11} = 155 \text{ GPa} \quad E_{22} = 7.6 \text{ GPa} \quad G_{12} = 4.4 \text{ GPa} \quad \nu_{12} = 0.34$$

ความหนาของแต่ละชั้นเท่ากับ 0.19 mm

ต้นแบบและแบบจำลองมีการวางตัวของเส้นใยเหมือนกัน แต่ต้นแบบมีขนาดใหญ่กว่าแบบจำลองอยู่ 5 เท่า กล่าวคือต้นแบบมีความกว้าง 750 mm และแบบจำลองมีความกว้าง 150 mm

จากการคำนวณตัวประกอบสัดส่วนความคล้อย C_{stiff} มีค่าเท่ากับ 1 เนื่องจากการวางตัวของเส้นใยของต้นแบบและแบบจำลองเหมือนกัน จึงได้ค่าภาระการโก่งอของต้นแบบและแบบจำลองมีความสัมพันธ์กันตามสมการ (5.14) ซึ่งสามารถเขียนให้ง่ายขึ้นดังนี้

$$N_{xp} = N_{xm} \frac{b_m^2}{b_p^2} = \frac{1}{25} N_{xm} \quad (5.16)$$

ตารางที่ 5.1 แสดงผลการคำนวณค่าภาระการโก่งอที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์และค่าภาระการโก่งอจากทฤษฎีความคล้อย โดยสองช่องแรกของตารางที่ 5.1 เป็นสัดส่วนของชั้นงาน (Aspect ratio) และสัดส่วนภาระ (Load ratio) ช่องที่สามและช่องที่สี่คือค่าภาระการโก่งอของซึ่งคำนวณจากสมการ (5.15) โดยช่องที่สามเป็นค่าภาระการโก่งอของแบบจำลองส่วนช่องที่สี่เป็นค่าภาระการโก่งอของต้นแบบ ส่วนค่าภาระการโก่งอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยอยู่ในช่องสุดท้ายของตารางซึ่งค่าภาระการโก่งอจากทฤษฎีความคล้อย

คำนวณโดยใช้ค่า N_{xm} จากแบบจำลองมาแทนลงในสมการ (5.16) จะได้ค่า N_{xp} และความแม่นยำของทฤษฎีความคล้อยได้จากการเปรียบเทียบค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่ได้จากการแก้สมการเชิงอนุพันธ์โดยตรงและค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อย

ตัวอย่างการคำนวณแสดงผลในตารางที่ 5.1 สำหรับสัดส่วนของชิ้นงานมีค่าเป็น 1 และสัดส่วนภาระเท่ากันศูนย์ ค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีสำหรับแบบจำลองมีค่าเป็น 23.9 kN/m ค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่หาได้จากทฤษฎีความคล้อยหาได้ดังนี้

$$N_{xp} = \frac{1}{25}(23.9) = 0.956 \text{ kN/m} \quad (5.17)$$

เมื่อเทียบกับค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากทฤษฎีในสมการ (5.15) ซึ่งแสดงในช่องที่สี่พบว่ามีความเท่ากัน แสดงว่าทฤษฎีความคล้อยที่แสดงไว้ข้างต้นมีความแม่นยำ

ดังนั้นถึงแม้แบบจำลองและต้นแบบมีขนาดที่ต่างกัน แต่การเรียงตัวของเส้นใยกราฟไฟต์มีทิศทางและคุณสมบัติของวัสดุที่เหมือนกันหรือแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยแบบสมบูรณ์ ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากการคำนวณจากสมการ (5.15) และจากทฤษฎีความคล้อยมีค่าเท่ากัน

ตารางที่ 5.2 เปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองและต้นแบบที่มีขนาดเท่ากัน แต่การวางตัวของเส้นใยแตกต่างกัน เพื่อดูผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ทฤษฎีความคล้อยว่ามีความแม่นยำมากน้อยเพียงใดเมื่อเปรียบเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากสมการ (5.15) ในตารางที่ 5.2 แบบจำลองมีการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0/90]_{2s}$ ซึ่งมีความหนาจำนวน 8 ชั้น แบบจำลองนี้ใช้ในการทำนายค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่มีการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0_2/90_2]_{2s}$ และ $[0/90]_{4s}$ ซึ่งมีความหนาเป็นสองเท่าของแบบจำลอง เมื่อเปรียบเทียบลักษณะการเรียงตัวของชั้นเส้นใยระหว่างแบบจำลอง $[0/90]_{2s}$ และต้นแบบ $[0_2/90_2]_{2s}$ พบว่าแผ่นลามิเนตทั้งสองมีการวางตัวของชั้นที่เหมือนกัน เพียงแต่ความหนาในแต่ละชั้นของ 0° และ 90° ในชิ้นงาน $[0_2/90_2]_{2s}$ จะหนาเป็นสองเท่าเมื่อเทียบกับการวางตัวของ 0° และ 90° ในชิ้นงาน $[0/90]_{2s}$ โดยค่า D_{ij} ของชิ้นงาน $[0_2/90_2]_{2s}$ มีค่าเป็น 8 เท่าของค่า D_{ij} ของชิ้นงาน $[0/90]_{2s}$ นั่นคือค่า $C_{stiff} = 8$ ดังนั้นค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบและแบบจำลองจะมีความสัมพันธ์กันตามสมการต่อไปนี้

$$N_{xp} = N_{xm} C_{stiff} = 8N_{xm}$$

เมื่อพิจารณาต้นแบบอีกชั้นหนึ่งคือชั้นงาน $[0/90]_{4s}$ จะเห็นว่ามีารเรียงตัวต่างไปจากแบบจำลอง $[0/90]_{2s}$ และพบว่าการวางตัวของเส้นใยที่ต่างกัน ทำให้ค่า $C_{D_{ij}}$ แต่ละตัวมีความแตกต่างกันจึงไม่สามารถหาค่า C_{stiff} จากค่า $C_{D_{ij}}$ เหมือนกับต้นแบบในกรณีก่อนได้ ในอุดมคติแล้วนั้นเมื่อค่า $C_{D_{ij}}$ แต่ละตัวไม่เท่ากันทำให้สมการ (5.11) ไม่เป็นจริงซึ่งส่งผลให้ไม่สามารถใช้กฎสัดส่วนได้ ยกเว้นจะมีการยอมให้ใช้ค่า $C_{D_{ij}}$ เฉลี่ยในกฎสัดส่วนโดยค่า $C_{D_{ij}}$ แต่ละตัวมีค่าดังนี้

$$C_{D_{11}} = 6.985 \quad C_{D_{12}} = 8 \quad C_{D_{22}} = 10.06 \quad C_{D_{66}} = 8$$

เมื่อใช้ค่าเฉลี่ยของ $C_{D_{ij}}$ ทั้งสี่ค่าเป็นค่า C_{stiff} ซึ่งมีค่าเท่ากับ 8.261 การใช้ทฤษฎีความคล้ายในกรณีนี้เรียกว่าเป็นการใช้ในกรณีความคล้ายบางส่วน (Partial similitude) นั่นคือการวางตัวของเส้นใยระหว่างต้นแบบและแบบจำลองไม่ทำให้เกิดความคล้ายแบบสมบูรณ์ทำให้ค่า $C_{D_{ij}}$ ทุกๆตัวมีค่าไม่เท่ากัน ดังนั้นค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบและของแบบจำลองจะมีความสัมพันธ์กันตามสมการ

$$N_{xp} = N_{xm} C_{stiff} = 8.264 N_{xm}$$

% Disc. ในช่องสุดท้ายของตารางที่ 5.2 คือเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบ ซึ่งคำนวณจากสมการ (5.15) และค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่คำนวณจากทฤษฎีความคล้าย โดยค่าความคลาดเคลื่อนหาจาก

$$\% \text{ Disc.} = \frac{N_{xp} - N_{cr}}{N_{cr}} \times 100\%$$

ตารางที่ 5.2 เปรียบเทียบระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบ $[0_2/90_2]_{2s}$ ที่คำนวณจากสมการ (5.15) และค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้ายซึ่งคำนวณจากค่าภาระการโก่งงอของแบบจำลอง $[0/90]_{2s}$ พบว่าค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่ได้จากวิธีทั้งสองมีค่าเท่ากัน เพราะการวางตัวของเส้นใยของวัสดุคอมโพสิตที่เป็นต้นแบบและแบบจำลองเหมือนกันคือในแต่ละชั้นของ $[0_2/90_2]_{2s}$ จะมีความหนาเป็น 2 เท่าของแต่ละชั้นของ $[0/90]_{2s}$ นั่นคือชั้นงานทั้งสองมีความคล้ายแบบสมบูรณ์เนื่องจากสามารถหาค่า C_{stiff} ได้โดยไม่ต้องใช้ค่าเฉลี่ย ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากทฤษฎีความคล้ายมีความแม่นยำ

เมื่อเปรียบเทียบระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบ $[0/90]_{4s}$ ที่คำนวณได้จากสมการ (5.15) และค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยที่มีความคลาดเคลื่อนซึ่งคำนวณจากค่าภาระการโก่งงอของแบบจำลอง $[0/90]_{2s}$ ซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยที่แตกต่างกัน ทำให้ค่า C_{stiff} ที่ต้องนำไปใช้คำนวณในทฤษฎีความคล้อยเป็นค่าเฉลี่ย (ใช้หลักความคล้อยบางส่วน) จึงทำให้ค่าภาระการโก่งงอที่คำนวณจากทฤษฎีความคล้อยมีความคลาดเคลื่อนไป

จากการเปรียบเทียบค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่หาจากทฤษฎีความคล้อยและจากทฤษฎีในสมการ (5.15) พบว่ามีค่าเท่ากันหากต้นแบบและแบบจำลองมีความคล้อยแบบสมบูรณ์ ในกรณีที่ต้นแบบและแบบจำลองไม่มีความคล้อยแบบสมบูรณ์ ทฤษฎีความคล้อยที่มีอยู่อาจนำมาใช้ได้โดยการหาค่าเฉลี่ยของ $C_{D_{ij}}$ เป็นค่า C_{stiff} แม้ว่าค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากทฤษฎีความคล้อยจะไม่ตรงกับค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีแต่ก็พอใช้เป็นค่าประมาณได้ จากตัวอย่างการเปรียบเทียบค่าภาระการโก่งงอที่แสดงในตารางที่ 5.1 และตารางที่ 5.2 แสดงให้เห็นว่าทฤษฎีความคล้อยมีความแม่นยำและเป็นไปตามเงื่อนไขตามที่แสดงไว้ข้างต้น ในกระบวนการหาทฤษฎีความคล้อยที่หาได้ไม่ขึ้นกับเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ของชิ้นงาน นั่นคือสมการ (5.14) สามารถใช้ได้กับต้นแบบและแบบจำลองใดๆก็ได้ตราบเท่าที่ชิ้นงานทั้งสองมีเงื่อนไขขอบเขตเหมือนกัน โดยไม่จำเป็นต้องเป็นเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายตามที่แสดงไว้ในตัวอย่าง

เนื้อหาในส่วนถัดไปของวิทยานิพนธ์นี้ทำการสอบทวนความแม่นยำของทฤษฎีความคล้อย โดยหาค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบและแบบจำลองจากการทดลอง จากนั้นนำค่าภาระการโก่งงอของแบบจำลองที่หาได้จากการทดลองไปแทนในทฤษฎีความคล้อยโดยแทนค่าเป็น N_{xm} ทำให้สามารถคำนวณหาค่า N_{xp} ซึ่งเป็นค่าการโก่งงอของต้นแบบได้ ซึ่งค่านี้จะนำไปเปรียบเทียบกับค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่ได้จากการทดลองเพื่อสอบทวนทฤษฎีความคล้อย

ตารางที่ 5.1 ค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่เป็นแผ่นคอมโพสิตวางเส้นใยแบบ $[0/90]_{2s}$ ซึ่งคำนวณจากทางทฤษฎีและจากทฤษฎีความคล้าย

Configuration		แบบจำลอง ($b=150$ mm)	ต้นแบบ ($b=750$ mm)	
สัดส่วนของ ชิ้นงาน	สัดส่วนภาระ	N_{xm} (kN/m)	Theory N_{cr} (kN/m)	Similitude N_{xp} (kN/m)
1	0	23.9	0.956	0.956
	-0.3	34.2	1.37	1.37
	-0.5	47.8	1.91	1.91
1.5	0	24.8	0.992	0.992
	-0.3	38.3	1.53	1.53
	-0.5	44.3	1.77	1.77
2	0	23.9	0.956	0.956
	-0.3	34.2	1.37	1.37
	-0.5	47.8	1.91	1.91

ตารางที่ 5.2 ค่าภาระการโก่งงอโดยใช้ทฤษฎีความคล้ายในการหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยที่แตกต่างกัน

สัดส่วน ของ ชั้นงาน	สัดส่วน ภาระ	แบบจำลอง	ต้นแบบ (kN/m)					
		(kN/m)	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}			[0/90] _{4s}		
		N_{xm}	Theory N_{cr}	Similitude N_{xp}	% Disc.	Theory N_{cr}	Similitude N_{xp}	% Disc.
1	0	0.956	7.56	7.56	0.00	7.65	7.89	3.13
	-0.3	1.37	10.96	10.96	0.00	10.96	11.31	3.19
	-0.5	1.91	15.31	15.31	0.00	15.31	15.77	3.00
1.5	0	0.992	7.92	7.92	0.00	8.96	8.20	-8.48
	-0.3	1.53	12.25	12.25	0.00	11.50	12.56	9.22
	-0.5	1.77	14.17	14.17	0.00	13.22	14.62	10.63
2	0	0.956	7.65	7.65	0.00	7.56	7.89	4.36
	-0.3	1.37	10.96	10.96	0.00	10.96	11.31	3.19
	-0.5	1.91	15.31	15.31	0.00	15.32	15.77	2.93

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 6

ชุดทดลองและการทดลองการโก่งงอ

วิทยานิพนธ์นี้ทำการสอบทวนทฤษฎีความคล้อยโดยการทดลอง โดยทำการทดลองเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตแต่ละแผ่นจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างภาระกดกระทำต่อแผ่นคอมโพสิตกับระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบ ชุดทดลองที่จัดสร้างขึ้นสามารถให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตในระนาบเพื่อให้แผ่นคอมโพสิตเกิดการโก่งงอและสามารถจับยึดชิ้นงานด้วยเส้นไนลอนแบบง่ายบนขอบของแผ่นลามิเนต โดยชุดทดลองสามารถใช้ทำการทดลองกับแผ่นลามิเนตได้หลายขนาด ในการออกแบบชุดทดลองนั้นได้มีการศึกษาการทำการทดลองเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอจากหนังสือของ Singer และคณะ [13, 14] ซึ่งเป็นหนังสือที่รวบรวมการทดลองเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอของชิ้นงานรูปร่างต่างๆ ทั้ง เสา คาน แผ่นบางและโครงสร้างเปลือกบาง โดยในเนื้อหาของหนังสือมีทั้งภาพของชุดทดลองแบบต่างๆ ที่ใช้ในการทดลองรวมถึงแสดงผลที่ได้จากการทดลองรวมอยู่ด้วย โดยรูปที่ 6.1 เป็นรูปชุดทดลองที่จัดสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตในวิทยานิพนธ์นี้

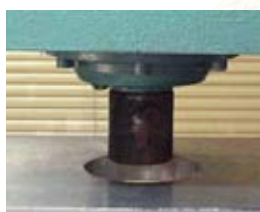


รูปที่ 6.1 ชุดทดลองที่ใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอ

6.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

ชุดทดลองที่จัดสร้างขึ้นสามารถให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิต โดยหัวกดไฮดรอลิก (Hydraulic press) ดังแสดงในรูปที่ 6.2 ให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตเพื่อให้แผ่นคอมโพสิตเกิดการโก่งงอ หัวกดไฮดรอลิกที่ใช้ให้ภาระได้สูงสุด 20 kN โดยสามารถควบคุมภาระกดที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตจากคันโยกส่งน้ำมันไฮดรอลิกจากถังเก็บเข้าสู่หัวกดไฮดรอลิกทำให้หัวกดไฮดรอลิกยืดออกมากกดแผ่นคอมโพสิต คันโยกซึ่งเป็นตัวปรับการส่งน้ำมันเข้าสู่หัวกดไฮดรอลิกมีสองคันโยกคือคันโยกสำหรับการปรับแบบหยาบและแบบละเอียด การลดภาระที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตสามารถทำได้โดยการคลายวาล์วเพื่อปล่อยน้ำมันออกจากหัวกดไฮดรอลิกกลับเข้าสู่ถังเก็บน้ำมัน และใช้มาตรวัดภาระ (Load cell) ที่แสดงในรูปที่ 6.3 ในการวัดค่าภาระกดที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิต มาตรวัดภาระที่ใช้สามารถวัดภาระกดกระทำได้สูงสุด 10 kN ค่าภาระกดที่วัดได้จะส่งมายังสเตรนมิเตอร์ (Strain meter) ดังแสดงในรูปที่ 6.4 เพื่อแสดงผลค่าภาระกดที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตในหน่วย kN

ในการทดลองขณะที่ให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิต แผ่นคอมโพสิตซึ่งรับภาระกด จะเกิดการเคลื่อนที่นอกกระนาบขึ้น การวัดระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบที่ตำแหน่งซึ่งมีการเคลื่อนที่นอกกระนาบสูงสุดทำได้โดยใช้ไดแอลลเกจ (Dial gage) ที่แสดงในรูปที่ 6.5 ไดแอลลเกจสามารถวัดระยะการเคลื่อนที่ได้ละเอียดถึง 0.01 mm และช่วงการวัดสูงสุดคือ 10 mm



รูปที่ 6.2 หัวกดไฮดรอลิก (Hydraulic press)



รูปที่ 6.3 มาตรวัดภาระ (Load cell)



รูปที่ 6.4 สเตรนมิเตอร์ (Strain meter)



รูปที่ 6.5 ไดแอลลเกจ (Dial gage)

6.2 ชุดทดลองและการทำงานของชุดทดลอง

ชิ้นส่วนต่างๆของชุดทดลองส่วนใหญ่สร้างขึ้นจากวัสดุอะลูมิเนียม (Aluminum) เจ็อนไซขอบเขตแบบง่ายด้านข้างขึ้นรูปจากเหล็กกล้าไร้สนิม (Stainless steel) และเพลาทองเหลืองกลม เสาระ่องซึ่งเป็นเจ็อนไซขอบเขตแบบง่ายด้านบนและด้านล่าง ส่วนประกอบของชุดทดลองที่ใช้ในการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอแสดงแบบและขนาดไว้ในภาคผนวก ก มีดังนี้ ขึ้นบนสุดชิ้นส่วนที่ 1 ของชุดทดลอง (รูปที่ 6.6) เป็นส่วนที่ทำหน้าที่ยึดเสากลมทั้งสี่ การยึดเสาทังสี่เข้ากับชิ้นส่วนที่ 1 ทำได้โดยการเจาะรูขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหนึ่งนิ้วซึ่งมีขนาดเท่ากับขนาดของเสาทีชิ้นส่วนที่ 1 แล้วประกอบเสาทังสี่เข้ากับรูที่เจาะและยึดด้วยสลักเกลียว (Bolt) ตำแหน่งกึ่งกลางของชิ้นส่วนขึ้นที่ 1 มีการเจาะรูทะลุตลอดความหนา (รูปที่ 6.7) เพื่อให้หัวกดไฮดรอลิกสามารถยึดลงมากดที่มาตรวัดภาระได้

เมื่อโยกคันโยกส่งน้ำมันหัวกดไฮดรอลิกจะกดลงมาที่มาตรวัดภาระซึ่งวางอยู่บนชิ้นส่วนที่ 2 หรือแท่นกด (Moveable crosshead) ดังแสดงในรูปที่ 6.8 โดยมาตรวัดภาระวางอยู่ในช่องรูปวงกลมเล็ก 10 mm (รูปที่ 6.9) บนแท่นกดเพื่อป้องกันการเลื่อนตำแหน่งของมาตรวัดภาระขณะที่รับภาระกดจากหัวกดไฮดรอลิก แท่นกดจะเปลี่ยนภาระซึ่งกระทำเป็นจุดให้กลายเป็นภาระกระจายไปกระทำตลอดความกว้างของแผ่นคอมโพสิต แท่นกดสามารถเลื่อนขึ้นลงตามแนวของเสาทังสี่โดยทำการเจาะรูสี่รูทะลุตลอดความหนาของแท่นกดพร้อมทั้งใส่ดัลบลูกปืน (Sliding bush) ตามที่แสดงในรูปที่ 6.10 เพื่อช่วยให้การเลื่อนขึ้นลงตามเสาทังสี่ของแท่นกดสะดวกขึ้น มีการทำร่องครึ่งวงกลมยาวตลอดความกว้างบริเวณด้านล่างของแท่นกดเพื่อใช้ในการจำลองเจ็อนไซขอบเขตแบบง่ายด้านบนของแผ่นคอมโพสิต

ชุดจับยึดด้านข้างขึ้นที่ 3 และขึ้นที่ 4 เป็นส่วนที่ใช้ในการจำลองเจ็อนไซขอบเขตด้านข้างของแผ่นคอมโพสิตโดยยึดแผ่นทดสอบเข้ากับชุดทดลอง ชิ้นส่วนขึ้นที่ 3 (รูปที่ 6.11) เป็นชุดจับยึดด้านในซึ่งจะประกอบเข้ากับด้านในของเสากลมทั้งสี่โดยมีขอบใบมีด (Knife edge) ซึ่งจำลองเป็นเจ็อนไซขอบเขตแบบง่ายมาประกอบกับชิ้นส่วนขึ้นที่ 3 เพื่อให้ในการจับยึดชิ้นงานเป็นเจ็อนไซขอบเขตแบบง่าย ที่ชิ้นส่วนขึ้นที่ 3 มีสกรูสำหรับดันขอบใบมีดเพื่อให้เคลื่อนที่ไปติดกับแผ่นคอมโพสิตซึ่งอยู่ระหว่างขอบใบมีดทั้งสองด้าน ชิ้นส่วนขึ้นที่ 4 (รูปที่ 6.11) เป็นชิ้นประกอบการจับยึดด้านข้างส่วนนอกซึ่งอยู่ด้านนอกของเสากลมทั้งสี่เสาดังกล่าวโดยมีรูเจาะทะลุเพื่อให้สลักเกลียวสามารถยึดขึ้นประกอบการจับยึดด้านนอกเข้ากับชิ้นประกอบการจับยึดด้านในได้ และระหว่างชิ้นประกอบการจับยึดด้านในส่วนหน้าและชิ้นประกอบการจับยึดด้านใน ส่วนส่วนหลังจะมีแกนเหล็ก (รูปที่ 6.12) เสียบทะลุระหว่างชิ้นประกอบการจับยึดด้านหน้าและด้านหลังของชุดทดลองเพื่อให้เจ็อนไซขอบเขตด้านหน้าและด้านหลังอยู่ในตำแหน่งตรงกัน รูปที่ 6.13 แสดงการประกอบชุดจับ

ยึดชั้นที่ 3 และ 4 เข้ากับเสาทั้งสี่ จะสังเกตเห็นว่าตำแหน่งของชุดจับยึดทั้งหมดสามารถเปลี่ยนตำแหน่งการจับยึดได้ตามเสาทั้งสี่ ทั้งนี้เพื่อให้สามารถจับยึดชิ้นงานขนาดต่างๆกันได้

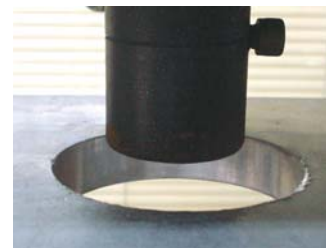
ชั้นส่วนที่ 5 และชั้นส่วนที่ 6 เป็นเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายด้านข้างและด้านบน-ล่างของแผ่นคอมโพสิตตามลำดับ เงื่อนไขขอบเขตด้านข้างชั้นที่ 5 (รูปที่ 6.14) คือขอบใบมีด (Knife edge) ซึ่งสามารถถอดเปลี่ยนตามขนาดความยาวของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ทดลองได้ ขอบใบมีดจะมีความยาวตามขนาดของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลองซึ่งมีทั้งหมดสี่ขนาด ด้านบนของขอบใบมีด (รูปที่ 6.15) มีการลบมุมสำหรับป้องกันการสัมผัสกับเงื่อนไขขอบเขตด้านบนเมื่อมีการยุบตัวในแนวแรงของแผ่นคอมโพสิตเมื่อถูกภาระกระทำ ที่ระยะกึ่งกลางของความยาวของขอบใบมีดมีช่องใส่สกรู (รูปที่ 6.16) เพื่อยึดขอบใบมีด (ชั้นที่ 5) ให้ติดกับชั้นประกอบชุดจับยึดด้านใน (ชั้นที่ 3) โดยออกแบบให้เป็นร่องเพื่อให้ขอบใบมีดสามารถเลื่อนเข้าและเลื่อนออกได้ ชั้นส่วนที่ 6 (รูปที่ 6.17) คือ Slotted rod เป็นเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายด้านบนและด้านล่างของแผ่นคอมโพสิต ซึ่งมีลักษณะเป็นเพลากลมทำการเจาะร่องกว้างเท่ากับขนาดความหนาของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง ร่องที่เจาะจะลึกลงไปจนถึงจุดศูนย์กลางของหน้าตัดเพลากลมและมีความยาวตลอดทั้งความยาวของเพลากลม โดยการประกอบเงื่อนไขขอบเขตด้านข้างและด้านบน-ล่างเข้ากับชุดทดลองและเงื่อนไขขอบเขตเมื่อประกอบกับชิ้นงานบนชุดทดลองแสดงในรูปที่ 6.18 และ 6.19 ตามลำดับ

ชั้นต่อมาคือชั้นส่วนที่ 7 (รูปที่ 6.20) เป็นส่วนรองรับด้านล่างของแผ่นคอมโพสิต โดยด้านบนของชั้นส่วนที่ 7 จะทำร่องครึ่งวงกลมตลอดความยาวเช่นเดียวกับที่ทำที่ด้านล่างของแท่นกอด เพื่อจำลองเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายด้านล่างของแผ่นคอมโพสิต ส่วนด้านหน้าและด้านหลังทำร่องรูปครึ่งวงกลมสำหรับยึดกับเสาทั้งสี่ เพื่อป้องกันการเลื่อนตำแหน่งของชั้นส่วนที่ 7 และทำให้ตำแหน่งเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายด้านบนและเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายด้านล่างอยู่ในตำแหน่งที่ตรงกัน

ชั้นส่วนด้านล่างสุดหรือชั้นส่วนชั้นที่ 8 (รูปที่ 6.21) เป็นส่วนที่เป็นที่ตั้งด้านล่างของเสาทั้งสี่ รูจะเจาะที่อยู่บนชั้นส่วนนี้มีหน้าที่ยึดให้เสาอยู่ในตำแหน่งโดยยึดด้วยสกรูอีกที เช่นเดียวกับการยึดเสาที่ชั้นบนสุด (รูปที่ 6.22) ด้านล่างของชั้นที่ 8 มีส่วนยื่นออกมาสำหรับเกี่ยวยึดชุดทดลองเข้ากับโครงเหล็กของห้วกดไฮดรอลิก (รูปที่ 6.23) เพื่อป้องกันการเลื่อนตำแหน่งของชุดทดลอง



รูปที่ 6.6 ส่วนบนสุดของชุดทดลอง (ชั้นส่วนที่ 1)



รูปที่ 6.7 รูเจาะของชั้นส่วนที่ 1



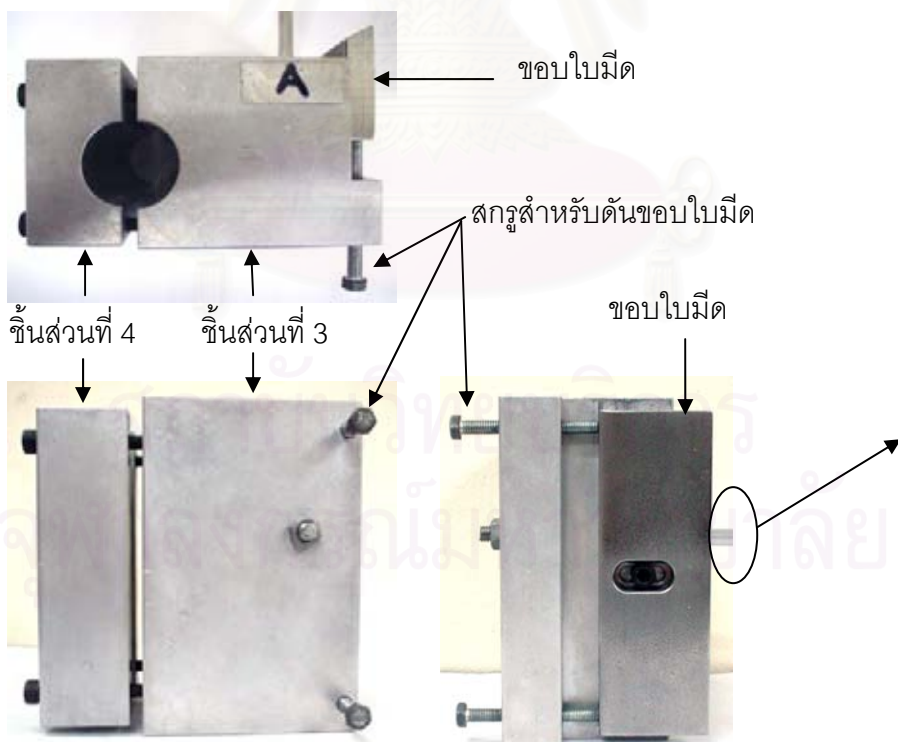
รูปที่ 6.8 ด้านบนและด้านล่างของแท่นกด (ชิ้นส่วนที่ 2)



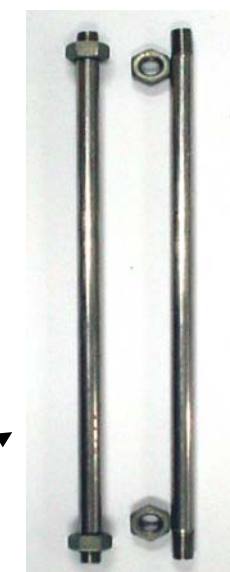
รูปที่ 6.9 ช่องสำหรับวางมาตรวัดภาวะ



รูปที่ 6.10 ตลับลูกปืนที่แท่นกดและร่องสำหรับเสี้ยนไขขอบเขตแบบง่าย



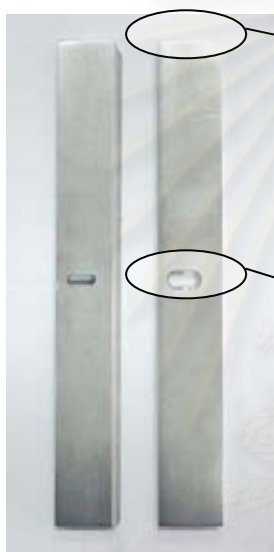
รูปที่ 6.11 ชุดจับยึดเสี้ยนไขขอบเขตด้านในและด้านนอก (ชิ้นส่วนที่ 3 และชิ้นส่วนที่ 4)



รูปที่ 6.12 แกนเหล็ก



รูปที่ 6.13 เมื่อประกอบชุดจับยึดเงื่อนไขว้ขอบเขตเข้ากับเสาทั้งสี่



รูปที่ 6.14 เงื่อนไขว้ขอบเขตด้านข้าง (ชิ้นส่วนที่ 5)



รูปที่ 6.15 ส่วนลบมุมของขอบใบมีด



รูปที่ 6.16 ช่องใส่สกรูเพื่อยึดขอบใบมีดกับชุดจับยึดด้านใน



รูปที่ 6.17 เงื่อนไขว้ขอบเขตด้านบนและด้านล่าง (ชิ้นส่วนที่ 6)



รูปที่ 6.18 เส้นไขขอบเขตเมื่อประกอบ
บนชุดทดลอง



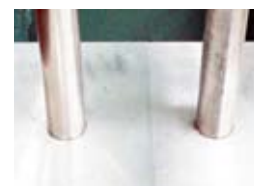
รูปที่ 6.19 เส้นไขขอบเขตเมื่อประกอบ
กับชิ้นงานบนชุดทดลอง



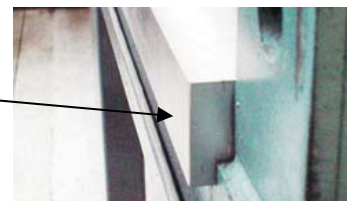
รูปที่ 6.20 ส่วนรองรับด้านล่างของชิ้นงาน (ชิ้นส่วนที่ 7)



รูปที่ 6.21 ชั้นส่วนล่างสุดของชุดทดลอง (ชั้นส่วนที่ 8)



รูปที่ 6.22 การตั้งเสาบนชั้นส่วนล่างสุดของชุดทดลอง



รูปที่ 6.23 ส่วนยึดชุดทดลองกับโครงเหล็กของหัวไฮดรอลิก

6.3 เงื่อนไขขอบเขตและขนาดของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง

แผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลองมีการวางตัวของเส้นใยสามแบบคือ $[0/90]_{2s}$, $[0_2/90_2]_{2s}$ และ $[0/90]_{4s}$ ซึ่งชั้นงานแบบแรกประกอบด้วยชั้นของเส้นใยจำนวน 8 ชั้น ในขณะที่ชั้นงานอีกสองแบบมีจำนวนเส้นใย 16 ชั้น โดยขนาดของแผ่นคอมโพสิตและเงื่อนไขขอบเขตที่ทำการทดลองมีดังนี้

แผ่นคอมโพสิตที่มีการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0/90]_{2s}$ ทำการทดลองโดยมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) ดังแสดงในรูปที่ 6.24 มีขนาดต่างๆแสดงในตารางที่ 6.1

แผ่นคอมโพสิตที่มีการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0_2/90_2]_{2s}$ และ $[0/90]_{4s}$ ทำการทดลองโดยมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) แสดงในรูปที่ 6.25 โดยเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านคือ ด้านบน ($x=a$) ด้านล่าง ($x=0$) และด้านข้างหนึ่งด้าน ($y=0$) ส่วนด้านข้างอีกด้าน ($y=b$) ของแผ่นคอมโพสิตเป็นเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระ แผ่นคอมโพสิตที่ใช้มีขนาดต่างๆดังแสดงในตารางที่ 6.2 โดยแผ่นคอมโพสิตที่มีขนาดความยาว (a) ค่าหนึ่งนั้น ทั้งที่สัดส่วนของชั้นงานเท่ากับ 1.5 2 และ 2.5 จะเป็นชั้นงานชั้นเดียวกันแต่จะทำการตัดส่วนกว้าง (b) ของแผ่นออกเพื่อเพิ่มสัดส่วนของชั้นงานใช้ในการทดลองที่มีสัดส่วนชั้นงานสูงขึ้น เช่นแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีความยาว (a) เท่ากับ 270 mm และความกว้าง (b) เท่ากับ 180 mm นั่นคือชั้นงานซึ่งมี

สัดส่วนของชิ้นงานเท่ากับ 1.5 เมื่อนำมาทำการทดลองจนได้ค่าภาระการโก่งงอแล้ว จะนำไปตัดส่วนกว้าง (b) ของแผ่นคอมโพสิตออกแต่ความยาว (a) ยังคงเท่าเดิมจะได้แผ่นคอมโพสิตซึ่งมีความกว้างที่โดนตัดออกเหลือเท่ากับ 135 mm แต่ความยาวคงเดิมเท่ากับ 270 mm ทำให้สัดส่วนของชิ้นงานใหม่หลังจากทำการตัดส่วนกว้างของแผ่นคอมโพสิตออกไปจะเท่ากับ 2 และนำไปใช้ในการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอต่อไป

ชิ้นงานที่ 1 ถึงชิ้นงานที่ 20 ในตารางที่ 6.2 แต่ละชิ้นเมื่อทำการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอที่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) แล้ว ยังนำแผ่นคอมโพสิตแต่ละแผ่นมาทำการทดลองบนเงื่อนไขขอบเขตที่เปลี่ยนไปเป็นเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและอิสระสองด้าน (SFSF) ดังแสดงในรูปที่ 6.26 โดยเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านคือ ด้านบน ($x=a$) และด้านล่าง ($x=0$) ของแผ่นคอมโพสิต ด้านข้างทั้งสองด้าน ($y=0$ และ $y=b$) ของแผ่นคอมโพสิตเป็นเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระ

ตารางที่ 6.1 การวางตัวของเส้นใยและขนาดของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง
เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSS

Boundary condition SSSS		
[0/90] _{2s}		
Specimen No.	Aspect Ratio	Dimension $a \times b$ (mm ²)
A	1	180x180
B	1	240x240
C	1.5	270x180
D	1.5	360x240
E	2	360x180
F	2	480x240

ตารางที่ 6.2 การวางตัวของเส้นใยและขนาดของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง
เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF และแบบ SFSF

Boundary condition SSSF and SFSF					
[0 ₂ /90 ₂] _{2s}			[0/90] _{4s}		
Specimen No.	Aspect Ratio	Dimension <i>a x b</i> (mm ²)	Specimen No.	Aspect Ratio	Dimension <i>a x b</i> (mm ²)
1	1.5	270x180	3	1.5	270x180
2	1.5	360x240	4	1.5	360x240
5	2	240x120	9	2	240x120
6	2	270x135	10	2	270x135
7	2	360x180	11	2	360x180
8	2	480x240	12	2	480x240
13	2.5	240x96	17	2.5	240x96
14	2.5	270x108	18	2.5	270x108
15	2.5	360x144	19	2.5	360x144
16	2.5	480x192	20	2.5	480x192



รูปที่ 6.24 เส้นใยขอบเขตแบบ SSSS



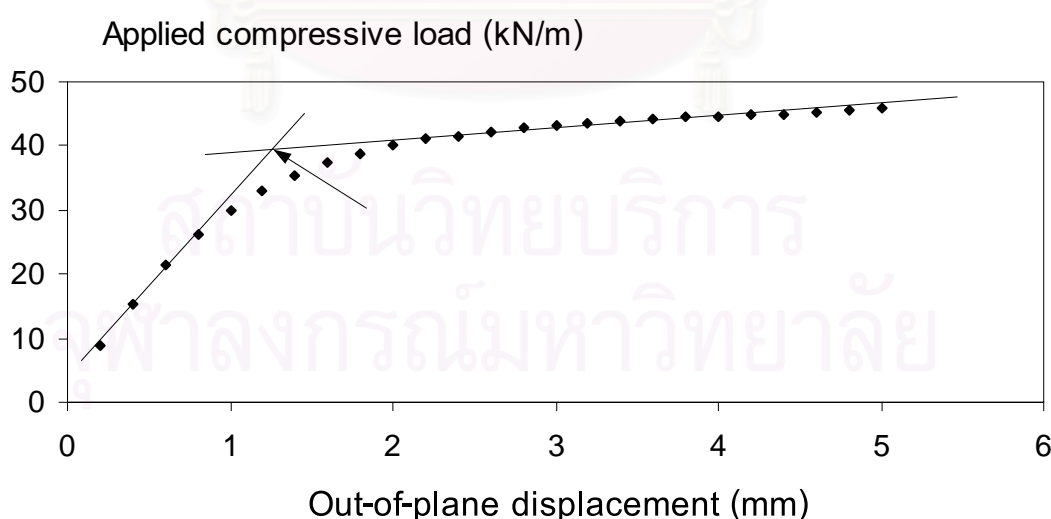
รูปที่ 6.25 เส้นใยขอบเขตแบบ SSSF



รูปที่ 6.26 เส้นใยขอบเขตแบบ SFSF

6.4 การทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต

การทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต สามารถทำได้โดยให้ภาระกดจากหัวกดไฮดรอลิกกระทำผ่านมาตรวัดภาระและส่งไปยังแท่นกด ซึ่งสามารถเคลื่อนที่ขึ้นลงตามเสาตั้งสี่ ชุดแท่นกดทำหน้าที่เปลี่ยนภาระซึ่งกระทำเป็นจุดให้เป็นภาระกระจายกระทำกับแผ่นคอมโพสิตบางทำให้เกิดการโก่งงอ ข้อมูลที่ต้องวัดค่าระหว่างการทดลองคือค่าภาระกดที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตบางซึ่งสามารถวัดโดยมาตรวัดภาระและระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นคอมโพสิตบางซึ่งวัดได้โดยใช้ไดแอลลเกจ จากนั้นนำค่าทั้งสองมาเขียนกราฟเพื่อหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต โดยให้แกนตั้งเป็นค่าภาระกดซึ่งกระทำกับแผ่นคอมโพสิตและแกนนอนเป็นค่าระยะการเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นคอมโพสิต จากกราฟจะสามารถแบ่งความชันของเส้นกราฟได้เป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นช่วงที่ความชันของกราฟมีค่ามากคือให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตมากแต่เกิดการเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นคอมโพสิตเพียงเล็กน้อย ส่วนหลังเป็นช่วงที่ความชันของกราฟมีค่าน้อยซึ่งเป็นช่วงที่ให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตเพียงเล็กน้อยก็เกิดการเคลื่อนที่นอกกระนาบของแผ่นคอมโพสิตมาก เมื่อลากเส้นตรงสัมผัสเส้นกราฟในแต่ละช่วงจุดตัดที่ได้ของเส้นตรงทั้งสองคือค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต ตัวอย่างของกราฟจากการทดลองที่ใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอแสดงในรูปที่ 6.27



รูปที่ 6.27 กราฟค่าภาระการโก่งงอจากการทดลอง

บทที่ 7

ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองและการสอบทวนทฤษฎีความคล้อย

บทนี้แสดงค่าภาระการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตแต่ละแผ่นซึ่งหาจากการทดลองโดยใช้ชุดทดลองที่จัดสร้างขึ้นซึ่งการทำงานของชุดทดลองและวิธีการหาค่าภาระการโค้งงอได้แสดงไว้ในบทที่ 6 แล้ว เมื่อได้ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองแล้ว จากนั้นนำค่าภาระการโค้งงอที่ได้มาใช้ในการสอบทวนทฤษฎีความคล้อย แบ่งการสอบทวนออกเป็นสองส่วนใหญ่ๆคือ ส่วนแรกเป็นการสอบทวนโดยใช้แบบจำลองและต้นแบบที่มีความคล้อยแบบสมบูรณ์ ส่วนที่สองเป็นการสอบทวนทฤษฎีความคล้อยบางส่วน

ในส่วนการสอบทวนทฤษฎีความคล้อยซึ่งแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยแบบสมบูรณ์ แบบจำลองและต้นแบบจะต้องมีความคล้อยกันทั้งรูปร่างและมีการวางตัวของเส้นใยที่คล้อยกัน ส่วนที่สองการสอบทวนทฤษฎีความคล้อยซึ่งแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยบางส่วน แบบจำลองและต้นแบบจะมีความคล้อยกันทางรูปร่างเท่านั้นแต่มีการวางตัวของเส้นใยที่ไม่ทำให้เกิดความคล้อยแบบสมบูรณ์

แผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลองนี้มีส่วนประกอบระหว่างเส้นใยกราไฟต์และอีพอกซีขึ้นงานผลิตโดยบริษัท KREMPEL มีคุณสมบัติทางกลตามที่แสดงไว้ในตารางที่ 7.1

7.1 ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลอง

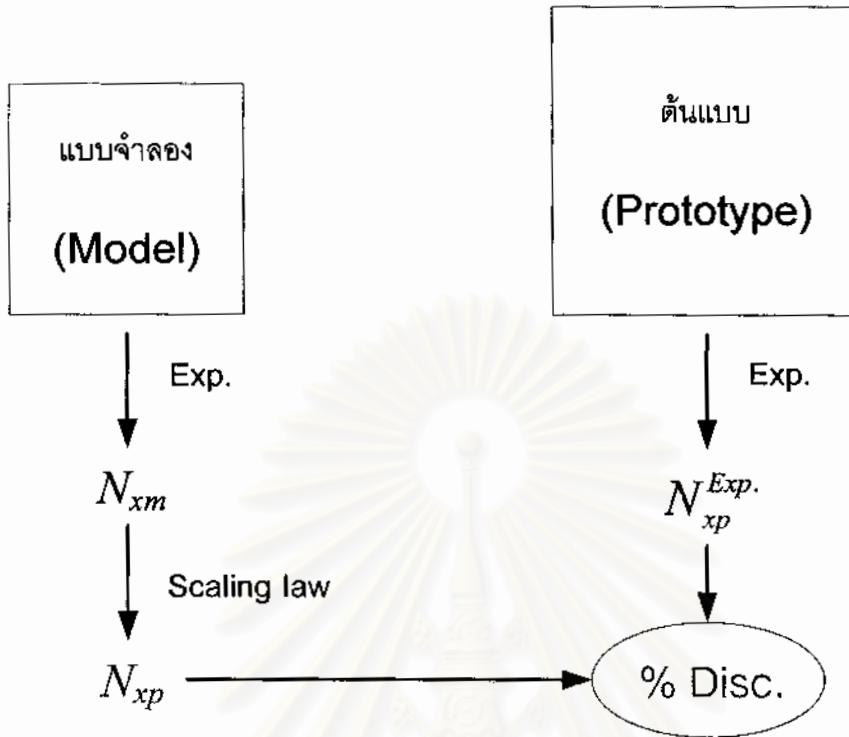
การทดลองหาค่าภาระการโค้งงอของชิ้นทดสอบชิ้นหนึ่งๆจะมีการทำการทดลองหลายครั้ง โดยทดลองจนได้ค่าภาระการโค้งงอที่มีความใกล้เคียงกันอย่างน้อยสองถึงสามครั้งโดยถือว่าค่าภาระการโค้งงอนำมาใช้จะต้องมีความแตกต่างกันไม่เกิน 15% ในการทดลองครั้งแรกเมื่อทำการทดลองจนได้ค่าภาระกอดและระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบของแผ่นคอมโพสิตเพื่อนำไปเขียนกราฟหาค่าภาระการโค้งงอ แล้วจึงทำการถอดชิ้นทดสอบออกจากชุดทดลอง จากนั้นเมื่อจะทำการทดลองครั้งที่สองก็จะทำการประกอบแผ่นคอมโพสิตและเงื่อนไขขอบเขตเข้ากับชุดทดลองใหม่อีกครั้ง เหตุที่ต้องมีการถอดชิ้นงานออกจากชุดทดลองก็เพื่อให้แน่ใจว่าไม่มีภาระตกค้างอยู่ในชิ้นงานจากการทดลองครั้งก่อนและเพื่อให้แผ่นคอมโพสิตคืนรูปร่างหลังจากเกิดการโค้งงอแล้ว เมื่อจะทำการทดลองครั้งที่สามก็ทำเช่นเดิม จากนั้นนำค่าภาระการโค้งงอที่ได้จากการทดลองทั้งหมดมาหาค่าภาระการโค้งงอเฉลี่ยของแผ่นคอมโพสิตแผ่นนั้นๆ

ตารางที่ 7.2 - 7.4 แสดงค่าภาระการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลอง โดยลำดับของชิ้นงานแสดงอยู่ในช่องแรก ช่องที่สองและช่องที่สามเป็นลำดับการวางตัวของเส้นใยในแผ่นคอมโพสิตและสัดส่วนระหว่างความสูงและความกว้างของแผ่นคอมโพสิต ช่องที่สี่คือขนาดของชิ้นงาน ช่องต่อมาแสดงความหนาเฉลี่ยต่อชั้นของแผ่นคอมโพสิต โดยจะทำการวัดความหนาของแผ่นคอมโพสิตแต่ละแผ่นที่ตำแหน่งต่างๆแล้วนำมาเฉลี่ยจะได้ค่าเฉลี่ยของความหนารวมของแผ่นคอมโพสิต จากนั้นนำค่าเฉลี่ยความหนารวมของแผ่นคอมโพสิตมาหารด้วยจำนวนชั้นของแผ่นคอมโพสิตแผ่นนั้นๆจะได้ค่าความหนาเฉลี่ยต่อชั้นของแผ่นคอมโพสิต ช่องสุดท้ายเป็นค่าภาระการโค้งงอของชิ้นงาน โดยแสดงค่าจากการทดลองสองถึงสามครั้งและแสดงค่าเฉลี่ยในช่องสุดท้าย

ตารางที่ 7.2 แสดงค่าภาระการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตที่มีการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0/90]_{2s}$ ซึ่งมีความหนา 8 ชั้นจำนวน 6 แผ่นคือชิ้นงาน A ถึงชิ้นงาน F สัดส่วนของชิ้นงานมีสามสัดส่วนคือ 1 1.5 และ 2 เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) ตารางที่ 7.3 เป็นตารางแสดงค่าภาระการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0_2/90_2]_{2s}$ และ $[0/90]_{4s}$ ซึ่งมีความหนา 16 ชั้นจำนวน 20 แผ่นคือชิ้นงานชิ้นที่ 1 ถึงชิ้นงานชิ้นที่ 20 สัดส่วนของชิ้นงานมีสามสัดส่วนคือ 1.5 2 และ 2.5 เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) ตารางสุดท้ายในส่วนของการทดลองคือตารางที่ 7.4 ซึ่งแสดงค่าภาระการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลอง โดยใช้แผ่นคอมโพสิตชุดเดียวกับในตารางที่ 7.3 แต่เปลี่ยนเงื่อนไขขอบเขตเป็นเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSF)

7.2 การสอบทวนทฤษฎีความคล้อย

ขั้นตอนการสอบทวนทฤษฎีความคล้อยทำตามขั้นตอนที่แสดงอยู่ในรูปที่ 7.1 โดยเริ่มจากนำแผ่นคอมโพสิตซึ่งเป็นแบบจำลอง (Model) มาทำการทดลอง (Exp.) หาค่าภาระการโค้งงอโดยใช้ชุดทดลองที่สร้างขึ้น ได้ค่าภาระการโค้งงอของแบบจำลองจากการทดลอง (N_{xm}) นำค่าภาระการโค้งงอของแบบจำลองที่ได้จากการทดลองมาคำนวณโดยใช้ทฤษฎีความคล้อย (Scaling law) เพื่อหาค่าภาระการโค้งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อย (N_{xp}) จากนั้นนำแผ่นคอมโพสิตซึ่งเป็นต้นแบบ (Prototype) มาทำการทดลอง (Exp.) เพื่อหาค่าภาระการโค้งงอของต้นแบบจากการทดลอง ($N_{xp}^{Exp.}$) ขั้นตอนสุดท้ายเป็นการนำค่าภาระการโค้งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อย (N_{xp}) มาเปรียบเทียบกับค่าภาระการโค้งงอของต้นแบบจากการทดลอง ($N_{xp}^{Exp.}$) เพื่อหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน (%Disc.)



รูปที่ 7.1 ขั้นตอนการสอบทวนทฤษฎีความคล้าย

ตารางที่ 7.5 - 7.9 เป็นตารางแสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองกับค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการใช้ทฤษฎีความคล้าย โดยสองช่องแรกของตารางเป็นส่วนของชิ้นงานที่เป็นแบบจำลองโดยแสดงลำดับของชิ้นงานที่เป็นแบบจำลองและค่าภาระการโก่งงอของแบบจำลองที่ได้จากการทดลอง อีกห้าช่องถัดมาเป็นส่วนของต้นแบบ ช่องที่สามเป็นลำดับชิ้นงานของต้นแบบ ช่องที่สี่คือค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบนั้นๆที่ได้จากการทดลอง ช่องถัดมาแสดงค่า C_{stiff} ของแบบจำลองและต้นแบบแต่ละคู่ โดยวิธีการหาค่า C_{stiff} แสดงไว้ในบทที่ 5 สมการที่ 5.11 ช่องที่หกเป็นค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่ทำนายจากทฤษฎีความคล้าย ค่าภาระการโก่งงอนี้หาได้จากการนำค่าภาระการโก่งงอของแบบจำลองซึ่งได้จากการทดลอง ค่า C_{stiff} และขนาดของชิ้นงานแทนลงในสมการที่ 5.13 ช่องสุดท้ายเป็นการแสดงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการเปรียบเทียบระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองและค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้าย โดยคำนวณตามสมการต่อไปนี้

$$\%Disc. = \frac{(N_x)_p^{Scaling} - (N_x)_p^{Exp.}}{(N_x)_p^{Exp.}} \times 100\%$$

โดยในการนำค่าภาระการโค้งงอของแบบจำลองมาหาค่าภาระการโค้งงอของต้นแบบ จากทฤษฎีความคล้ายแบ่งลักษณะความคล้ายของแบบจำลองและต้นแบบออกเป็นสองส่วนคือ ส่วนแรกต้นแบบและแบบจำลองมีความคล้ายกันแบบสมบูรณ์ดังแสดงในตารางที่ 7.5 – 7.7 อีก ส่วนคือต้นแบบและแบบจำลองมีความคล้ายบางส่วนตามที่แสดงในตารางที่ 7.8 – 7.9

7.2.1 การสอบทวนทฤษฎีความคล้ายกรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์

ส่วนแรกของการสอบทวนทฤษฎีความคล้ายกรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบที่มีความคล้ายแบบสมบูรณ์ คือมีความคล้ายกันทั้งทางรูปร่างและการวางตัวของเส้นใยดังแสดงในตารางที่ 7.5 - 7.7 ตารางที่ 7.5 เป็นการนำค่าภาระการโค้งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลองซึ่งแสดงใน ตารางที่ 7.2 มาสอบทวนทฤษฎีความคล้าย โดยมีการจับคู่ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบ จำนวน 3 คู่คือระหว่างชั้น A กับชั้น B ชั้น C กับชั้น D และชั้น E กับชั้น F ซึ่งในการจับคู่ชิ้นงานแต่ละคู่ต้องเป็นชิ้นงานที่มีสัดส่วนของชิ้นงาน (a/b) เท่ากันเพื่อให้มีความคล้ายกันทางรูปร่างตาม นิยามของความคล้ายแบบสมบูรณ์ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าภาระการโค้งงอของ ต้นแบบที่ได้จากการทดลองและที่ได้จากทฤษฎีความคล้ายมีค่าอยู่ในช่วง 5-8 % และคิดเป็น ค่าเฉลี่ยได้เท่ากับ 6.6 %

ตารางที่ 7.6 นำค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองในตารางที่ 7.3 มาใช้ในการสอบทวน ทฤษฎีความคล้าย ตารางที่ 7.6 มีการจับคู่ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบจำนวน 26 คู่ มีเงื่อนไข ขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) จากเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของ ค่าภาระการโค้งงอของแบบจำลองที่ได้จากการทดลองและที่ได้จากทฤษฎีความคล้ายในตารางที่ 7.6 พบว่าในการจับคู่ซึ่งมีชิ้นงานที่ 9 12 16 และ 17 เป็นแบบจำลองหรือต้นแบบ การจับคู่ๆนั้นจะมี เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูง เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่สูงที่สุดคือ -31.45% และต่ำสุดคือ 0.0 % เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยทั้งหมดเท่ากับ -9.7% และส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานเท่ากับ 7.7%

ตารางที่ 7.7 ใช้ค่าภาระการโค้งงอจากการทดลองในตารางที่ 7.4 ในการสอบทวน ทฤษฎีความคล้าย มีการจับคู่ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบจำนวน 26 คู่ มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ ง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) จากเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเปรียบเทียบ ระหว่างค่าภาระการโค้งงอของแบบจำลองที่ได้จากการทดลองและที่ได้จากทฤษฎีความคล้าย พบว่า ในคู่ของการจับคู่ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบที่มีชิ้นงานที่ 6 11 และ 16 อยู่จะได้ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสูงกว่าการเปรียบเทียบของคู่อื่น เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่สูง

ที่สุดเท่ากับ -15.4% ค่าที่ต่ำที่สุดคือ 0.0 % จากเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนทั้งหมดคิดเป็นค่าเฉลี่ยได้เท่ากับ -3.9% และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8.2%

7.2.2 การสอบทวนทฤษฎีความคล้อยโดยแบบจำลองและต้นแบบที่มีความคล้อยบางส่วน

ตารางที่ 7.8 และ 7.9 เป็นตารางแสดงการสอบทวนทฤษฎีความคล้อยในกรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบที่มีความคล้อยบางส่วน คือแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยกันทางรูปร่างแต่ลำดับชั้นการวางตัวของเส้นใยของแผ่นคอมโพสิตไม่ทำให้เกิดความคล้อยแบบสมบูรณ์ ตัวอย่างเช่นการเปรียบเทียบระหว่างชิ้นงานที่ 1 ซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0_2/90_2]_{2s}$ และชิ้นงานที่ 3 ซึ่งมีการวางตัวของเส้นใยแบบ $[0/90]_{4s}$ จากการที่ชิ้นงานทั้งสองมีการวางตัวของเส้นใยต่างกันทำให้ค่า $C_{D_{ij}}$ แต่ละตัวมีค่าไม่เท่ากันกล่าวคือ $C_{D_{11}} = 0.7527$ $C_{D_{12}} = 0.8567$ $C_{D_{22}} = 1.0585$ และ $C_{D_{66}} = 0.8566$ ดังนั้นค่า C_{stiff} ที่นำมาใช้ในทฤษฎีความคล้อยจึงต้องใช้ค่าเฉลี่ยของค่า $C_{D_{ij}}$ ทุกตัวซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.8812 ตารางที่ 7.8 เป็นการนำค่าการโก่งงอจากการทดลองในตารางที่ 7.3 มาใช้ในการสอบทวนทฤษฎีความคล้อย มีการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองและต้นแบบจำนวน 36 คู่ มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าการโก่งงอของต้นแบบที่ได้จากทฤษฎีความคล้อยและค่าการโก่งงอที่ได้จากการทดลองในการเปรียบเทียบซึ่งมีชิ้นงานที่ 9 เป็นต้นแบบจะมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูงกว่าค่าความคลาดเคลื่อนคู่อื่นๆ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่สูงที่สุดคือ 39.2 % และต่ำสุดคือ -0.1 % เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยทั้งหมดเท่ากับ 7.0 % และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 13.1%

ตารางที่ 7.9 วิเคราะห์ค่าการโก่งงอจากการทดลองในตารางที่ 7.4 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองและต้นแบบจำนวน 36 คู่ มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเปรียบเทียบระหว่างค่าการโก่งงอของแบบจำลองที่ได้จากการทดลองและค่าการโก่งงอที่ได้จากทฤษฎีความคล้อยที่มีชิ้นงานที่ 6 เป็นแบบจำลองมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูงกว่าการเปรียบเทียบคู่อื่นๆ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่สูงที่สุดคือ 29.3 % และต่ำสุดคือ 0.9 % เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยทั้งหมดเท่ากับ 5.2 % และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9.0%

เมื่อดูเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนตามกลุ่มของความคล้อยกันระหว่างแบบจำลองและต้นแบบโดยไม่คำนึงถึงเงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในการทดลองพบว่า เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยในกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบซึ่งมีความคล้อยแบบสมบูรณ์มีค่าเท่ากับ -5.9% ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8.7% ซึ่งหาได้จากค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของข้อมูลใน

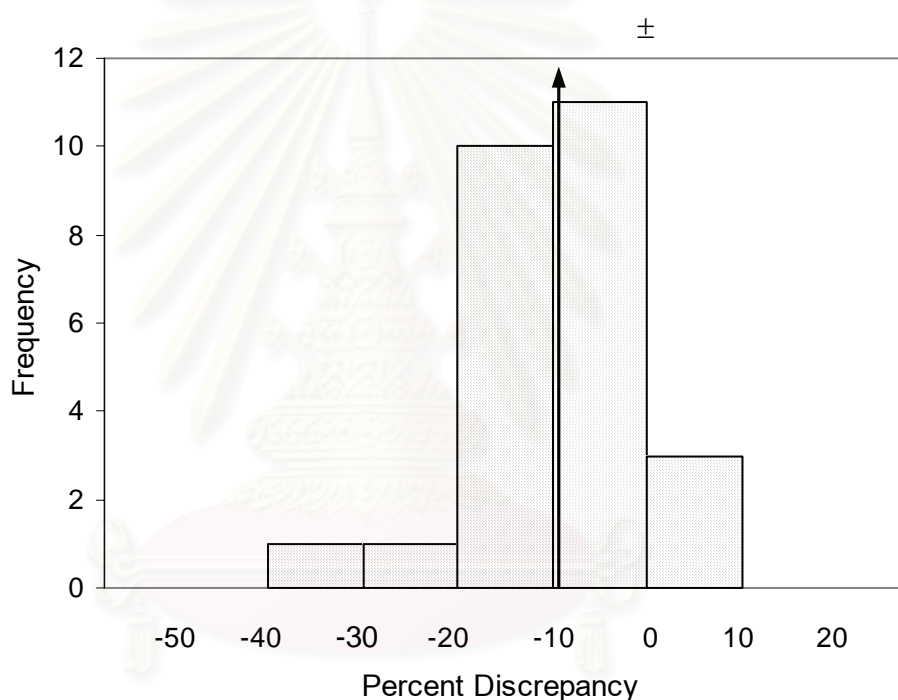
ตารางที่ 7.6 และ 7.7 มีค่าน้อยกว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนทั้งหมดเฉลี่ยของการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองและต้นแบบซึ่งมีความคล้ายกันบางส่วนซึ่งมีค่าเท่ากับ 6.1% และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 11.4% ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในตารางที่ 7.8 และ 7.9

เมื่อเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตสองแบบคือระหว่างเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SF2F) และเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SS2F) โดยไม่คำนึงถึงลักษณะความคล้ายกันระหว่างแบบจำลองและต้นแบบพบว่า เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยสำหรับการเปรียบเทียบระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบซึ่งทำนายจากทฤษฎีความคล้ายและค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SF2F) มีค่าเท่ากับ 4.7% และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.0% มีค่าน้อยกว่าจากการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SS2F) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 8.0% และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.8% สาเหตุของความแตกต่างของความคลาดเคลื่อนเกิดจากความสามารถในการจำลองความคล้ายระหว่างเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองและต้นแบบมีความแตกต่างกัน กล่าวคือเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระไม่มีสิ่งจับยึดซึ่งเหมือนกันทั้งแบบจำลองและต้นแบบ ในขณะที่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายมีชุดจับยึด ดังนั้นจะพบว่าเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระมีความคล้ายกันอย่างแน่นอนแต่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายถึงแม้จะมีลักษณะการจับยึดคล้ายๆกันแต่แรงที่ใช้จับยึดคงไม่เท่ากัน จากข้อสังเกตนี้จึงกล่าวได้ว่าการจำลองเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระมีความแม่นยำกว่าการจำลองเงื่อนไขขอบเขตแบบง่าย ชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SF2F) มีการจำลองเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายอยู่แค่สองด้าน แต่ชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SS2F) มีการจำลองเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายอยู่ถึงสามด้านด้วยกัน ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยซึ่งเกิดจากความความสามารถในการจำลองเงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงานแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SS2F) จึงมีมากกว่าในเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SF2F) ซึ่งมีการจำลองเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายเพียงสองด้าน

นำเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากตารางที่ 7.6 - 7.9 มาแสดงเป็นแผนภูมิแท่งเพื่อดูแนวโน้มการกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนแบ่งออกเป็นสี่แผนภูมิ โดยแบ่งตามความคล้ายระหว่างแบบจำลองและต้นแบบและเงื่อนไขขอบเขตในการทดลอง

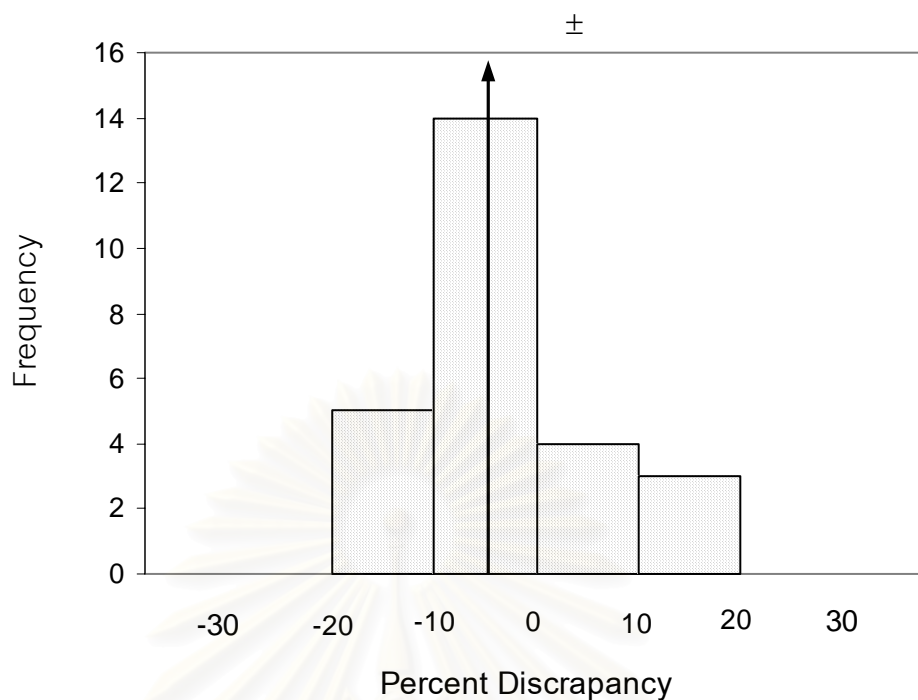
เมื่อเปรียบเทียบระหว่างแผนภูมิของการทดลองซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตต่างกันแบ่งได้สองคู่ คู่แรกคือแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์แต่มีเงื่อนไขขอบเขตต่างกันระหว่าง

แผนภูมิรูปที่ 7.2 และแผนภูมิรูปที่ 7.3 คู่ที่สองคือแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบบางส่วนซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตต่างกันระหว่างแผนภูมิรูปที่ 7.4 และแผนภูมิรูปที่ 7.5 จากการเปรียบเทียบทั้งสองคู่แผนภูมิจากการทดลองที่เงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF มีค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนต่ำกว่าแผนภูมิจากการทดลองที่เงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF เป็นผลจากความคล้ายในการจำลองของเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองและเงื่อนไขขอบเขตของต้นแบบดังที่อธิบายไว้ก่อนหน้านี้

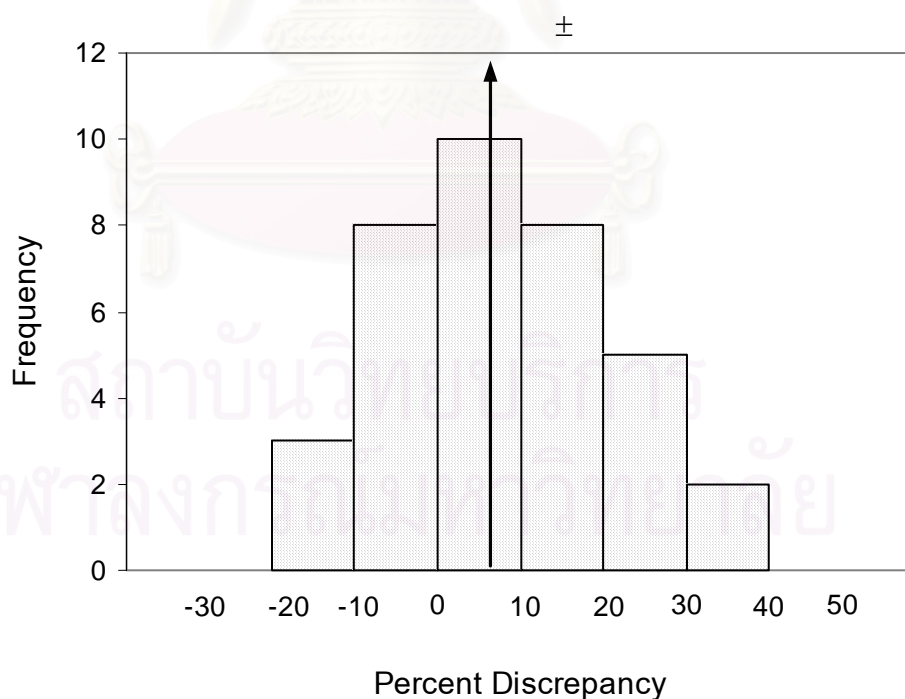


รูปที่ 7.2 การกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทฤษฎีความคล้ายที่มีความคล้ายแบบสมบูรณ์และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF

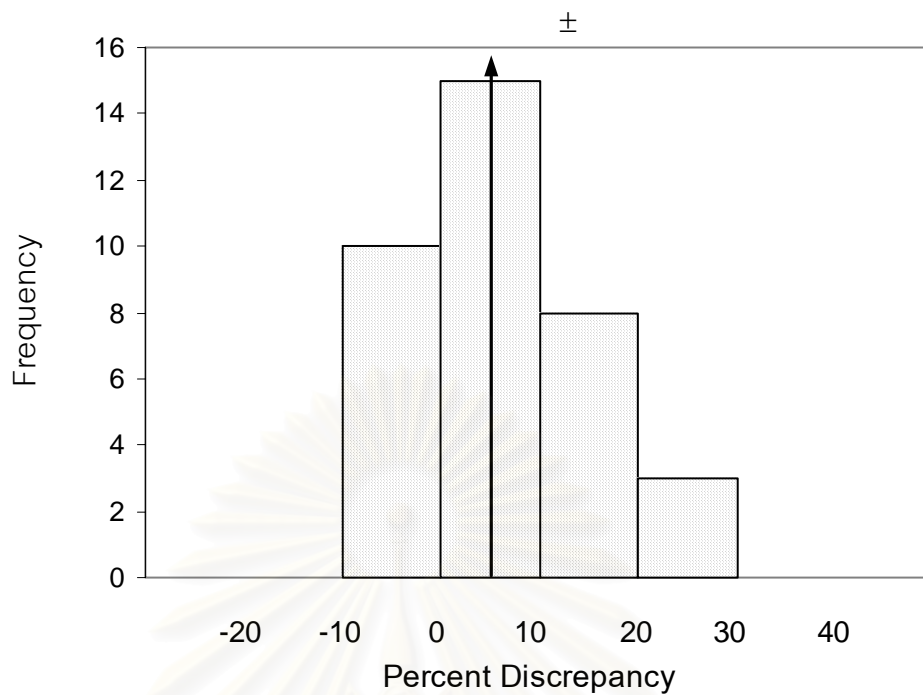
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 7.3 การกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทฤษฎีความคล้าย
ที่มีความคล้ายแบบสมบูร์กและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF



รูปที่ 7.4 การกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทฤษฎีความคล้าย
ที่มีความคล้ายบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF



รูปที่ 7.5 การกระจายของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของทฤษฎีความคล้อย
ที่มีความคล้อยบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF

ตารางที่ 7.1 คุณสมบัติของคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลอง

E_{11}	E_{22}	Avg. Ply Thickness
135 GPa	7 GPa	0.267 mm

ตารางที่ 7.2 ค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSS

Specimen No.	Stacking Sequence	Aspect Ratio	Dimension $a \times b$ (mm ²)	Avg. Ply Thickness (mm)	Exp. Buckling load (kN/m)			
					#1	#2	#3	Avg.
A	[0/90] _{2s}	1	180x180	0.267	48	48	47	47.7
B	[0/90] _{2s}	1	240x240	0.272	27	26	27	26.7
C	[0/90] _{2s}	1.5	270x180	0.265	40	42	42	41.3
D	[0/90] _{2s}	1.5	360x240	0.268	22	24	22	22.7
E	[0/90] _{2s}	2	360x180	0.256	42	42	43	42.3
F	[0/90] _{2s}	2	480x240	0.260	24	22	23	23.0

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 7.3 ค่าการกระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF

Specimen No.	Stacking Sequence	Aspect Ratio	Dimension $a \times b$ (mm ²)	Avg. Ply Thickness (mm)	Exp. Buckling load (kN/m)			
					#1	#2	#3	Avg.
1	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	1.5	270x180	0.279	137	139	-	138.0
2	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	1.5	360x240	0.257	63	65	-	64.0
3	[0/90] _{4s}	1.5	270x180	0.265	119	124	-	121.5
4	[0/90] _{4s}	1.5	360x240	0.256	59	63	-	61.0
5	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	2	240x120	0.292	142	143	136	142.5
6	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	2	270x135	0.279	79	80	93	84.0
7	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	2	360x180	0.250	48	48	50	48.7
8	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	2	480x240	0.262	27	32	26	28.3
9	[0/90] _{4s}	2	240x120	0.284	110	104	-	107.0
10	[0/90] _{4s}	2	270x135	0.265	80	76	76	77.3
11	[0/90] _{4s}	2	360x180	0.258	44	45	44	44.3
12	[0/90] _{4s}	2	480x240	0.259	32	31	26	29.7
13	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	2.5	24x96	0.291	99	100	96	98.3
14	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	2.5	270x108	0.280	74	77	75	75.3
15	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	2.5	360x144	0.259	37	39	38	38.0
16	[0 ₂ /90 ₂] _{2s}	2.5	480x192	0.259	22	24	24	23.3
17	[0/90] _{4s}	2.5	240x96	0.285	94	94	90	92.7
18	[0/90] _{4s}	2.5	270x108	0.265	70	67	68	68.3
19	[0/90] _{4s}	2.5	360x144	0.258	32	34	39	35.5
20	[0/90] _{4s}	2.5	480x192	0.258	21	19	20	20.0

ตารางที่ 7.4 ค่าการกระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSE

Specimen No.	Stacking Sequence	Aspect Ratio	Dimension $a \times b$ (mm ²)	Avg. Ply Thickness (mm)	Exp. Buckling load (kN/m)			
					#1	#2	#3	Avg.
1	$[0_2/90_2]_{2s}$	1.5	270x180	0.279	88	88	-	88.0
2	$[0_2/90_2]_{2s}$	1.5	360x240	0.257	43	42	44	43.0
3	$[0/90]_{4s}$	1.5	270x180	0.265	82	84	-	83.0
4	$[0/90]_{4s}$	1.5	360x240	0.256	39	42	37	39.3
5	$[0_2/90_2]_{2s}$	2	240x120	0.292	118	118	-	118.0
6	$[0_2/90_2]_{2s}$	2	270x135	0.279	81	86	-	83.5
7	$[0_2/90_2]_{2s}$	2	360x180	0.250	39	39	-	39.0
8	$[0_2/90_2]_{2s}$	2	480x240	0.262	22	22	-	22.0
9	$[0/90]_{4s}$	2	240x120	0.284	103	102	-	102.5
10	$[0/90]_{4s}$	2	270x135	0.265	70	71	-	70.5
11	$[0/90]_{4s}$	2	360x180	0.258	41	44	37	40.7
12	$[0/90]_{4s}$	2	480x240	0.259	19	21	-	20.0
13	$[0_2/90_2]_{2s}$	2.5	240x96	0.291	92	88	89	89.7
14	$[0_2/90_2]_{2s}$	2.5	270x108	0.280	63	60	66	63.0
15	$[0_2/90_2]_{2s}$	2.5	360x144	0.259	32	33	35	33.3
16	$[0_2/90_2]_{2s}$	2.5	480x192	0.259	20	20	20	20.0
17	$[0/90]_{4s}$	2.5	240x96	0.285	86	85	84	85.0
18	$[0/90]_{4s}$	2.5	270x108	0.265	57	61	59	59.0
19	$[0/90]_{4s}$	2.5	360x144	0.258	31	32	29	30.7
20	$[0/90]_{4s}$	2.5	480x192	0.258	17	18	18	17.7

ตารางที่ 7.5 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความค้ำย
ที่มีความค้ำยแบบสมบรูณ์และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSS

Model		Prototype				
Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	C_{stiff}	Scaling Buckling Load (kN/m)	% Disc.
A	47.4	B	26.7	1.0584	28.4	6.4
C	41.3	D	22.7	1.0297	23.9	5.4
E	42.3	F	23.2	1.0440	24.8	8.0
					Average	6.6

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 7.6 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความคล้าย
ที่มีความคล้ายแบบสมบูรณและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF

Model		Prototype				
Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	C_{stiff}	Scaling Buckling Load (kN/m)	% Disc.
1	138.0	2	64.0	0.7895	61.3	-4.2
3	121.5	4	61.0	0.9088	62.1	1.8
5	142.5	6	84.0	0.7576	85.3	1.5
5	142.5	7	48.7	0.7075	44.8	-8.0
5	142.5	8	28.3	0.7223	25.7	-9.1
6	84.0	7	48.7	0.9339	44.1	-9.4
6	84.0	8	28.3	0.9534	25.3	-10.5
7	48.7	8	28.3	1.0209	28.0	-1.2
9	107.0	10	77.3	0.8087	68.4	-11.5
9	107.0	11	44.3	0.7462	35.5	-19.9
9	107.0	12	29.7	0.7611	20.36	-31.4
10	77.3	11	44.3	0.9227	40.12	-9.4
10	77.3	12	29.7	0.9411	23.02	-22.5
11	44.3	12	29.7	1.0199	25.4	-14.4
13	98.3	14	75.3	0.8925	69.3	-7.9
13	98.3	15	38.0	0.7685	33.6	-11.6
13	98.3	16	23.3	0.7755	19.1	-18.2
14	75.3	15	38.0	0.8611	36.5	-4.0
14	75.3	16	23.3	0.8689	20.7	-11.6
15	38.0	16	23.3	1.0091	21.6	-7.4
17	92.7	18	68.3	0.8090	59.2	-13.2
17	92.7	19	35.5	0.7597	31.3	-11.8
17	92.7	20	20.0	0.7621	17.7	-11.7
18	68.3	19	35.5	0.9390	36.1	1.6
18	68.3	20	20.0	0.9401	20.3	-1.6
19	35.5	20	20.0	1.0011	20.0	0.0
					Average	-9.5

ตารางที่ 7.7 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความค้ำย
ที่มีความค้ำยแบบสมบูรณและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF

Model		Prototype				
Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	C_{stiff}	Scaling Buckling Load (kN/m)	% Disc.
1	88.0	2	43.0	0.7895	39.1	-9.1
3	83.0	4	39.3	0.9088	42.4	8.0
5	118.0	6	83.5	0.7576	70.6	-15.4
5	118.0	7	39.0	0.7071	37.1	-4.9
5	118.0	8	22.0	0.7223	21.3	-3.1
6	83.5	7	39.0	0.9339	43.9	12.5
6	83.5	8	22.0	0.9534	25.2	14.5
7	39.0	8	22.0	1.0209	22.4	1.8
9	102.5	10	70.5	0.8087	65.5	-7.1
9	102.5	11	40.7	0.7462	34.0	-16.5
9	102.5	12	20.0	0.7611	19.5	-2.5
10	70.5	11	40.7	0.9227	36.6	11.2
10	70.5	12	20.0	0.9411	20.1	-4.7
11	40.7	12	20.0	1.0199	23.3	-14.3
13	89.7	14	63.0	0.8925	63.3	0.0
13	89.7	15	33.3	0.7685	30.6	-8.0
13	89.7	16	20.0	0.7755	17.4	-13.0
14	63.0	15	33.3	0.8611	30.7	-7.9
14	63.0	16	20.0	0.8689	17.4	-13.0
15	33.3	16	20.0	1.0091	18.9	-5.5
17	85.0	18	59.0	0.8090	54.3	-7.9
17	85.0	19	30.7	0.7597	28.7	-6.5
17	85.0	20	17.7	0.7621	16.2	-8.5
18	59.0	19	30.7	0.9390	31.2	1.5
18	59.0	20	17.7	0.9401	17.6	-0.8
19	30.7	20	17.7	1.0011	17.3	-2.3
					Average	-3.9

ตารางที่ 7.8 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความคล้าย
ที่มีความคล้ายบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF

Model		Prototype				
Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Average C_{stiff}	Scaling Buckling Load (kN/m)	% Disc.
1	138.0	3	121.5	0.8812	122.0	0.4
1	138.0	4	61.0	0.8008	62.4	2.3
2	64.0	3	121.5	1.1161	127.4	4.9
2	64.0	4	61.0	1.0143	65.1	6.8
5	142.5	9	107.0	0.9507	135.5	26.6
5	142.5	10	77.3	0.7689	86.6	12.0
5	142.5	11	44.3	0.7049	44.9	1.4
5	142.5	12	29.7	0.7236	25.8	-13.2
6	84.0	9	107.0	1.2549	133.4	24.7
6	84.0	10	77.3	1.0149	85.2	10.3
6	84.0	11	44.3	0.9364	44.2	-0.1
6	84.0	12	29.7	0.9551	25.4	-14.5
7	48.7	9	107.0	1.3438	147.2	37.6
7	48.7	10	77.3	1.0868	94.1	21.7
7	48.7	11	44.3	1.0028	48.8	10.2
7	48.7	12	29.7	1.0228	28.0	-5.7
8	28.3	9	107.0	1.3162	149.0	39.2
8	28.3	10	77.3	1.0645	95.2	23.1
8	28.3	11	44.3	0.9822	49.4	11.5
8	28.3	12	29.7	1.0018	28.4	-4.5

ตารางที่ 7.8 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความค้ำย
ที่มีความค้ำยบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF (ต่อ)

Model		Prototype				
Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Average C_{stiff}	Scaling Buckling Load (kN/m)	% Disc.
13	98.3	17	92.7	0.9696	95.3	2.8
13	98.3	18	68.3	0.7844	60.9	-10.8
13	98.3	19	35.5	0.7366	32.2	-9.3
13	98.3	20	20.0	0.7374	18.1	-9.4
14	75.3	17	92.7	1.0863	103.5	11.7
14	75.3	18	68.3	0.8788	66.2	-3.1
14	75.3	19	35.5	0.8253	34.9	-1.5
14	75.3	20	20.0	0.8262	19.7	-1.6
15	38.0	17	92.7	1.2616	107.9	16.4
15	38.0	18	68.3	1.0207	68.9	0.9
15	38.0	19	35.5	0.9584	36.4	2.6
15	38.0	20	20.0	0.9595	20.5	2.6
16	23.3	17	92.7	1.2503	116.5	25.7
16	23.3	18	68.3	1.0115	74.5	9.1
16	23.3	19	35.5	0.9498	39.3	10.8
16	23.3	20	20.0	0.9606	22.4	11.9
					Average	7.0

ตารางที่ 7.9 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความค้ำยัน
 ที่มี ความค้ำยันบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSS

Model		Prototype				
Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Average C_{stiff}	Scaling Buckling Load (kN/m)	% Disc.
1	88.0	3	83.0	0.8812	77.5	-6.6
1	88.0	4	39.3	0.8008	36.9	0.9
2	43.0	3	83.0	1.1161	85.3	2.8
2	43.0	4	39.3	1.0143	43.6	11.0
5	118.0	9	102.5	0.9507	112.2	9.4
5	118.0	10	70.5	0.7689	71.7	1.6
5	118.0	11	40.7	0.7094	37.2	-8.6
5	118.0	12	20.0	0.7236	21.3	6.7
6	83.5	9	102.5	1.2549	132.6	29.3
6	83.5	10	70.5	1.0149	84.7	20.2
6	83.5	11	40.7	0.9364	44.0	8.1
6	83.5	12	20.0	0.9551	25.2	26.2
7	39.0	9	102.5	1.3438	117.9	15.0
7	39.0	10	70.5	1.0868	75.3	6.9
7	39.0	11	40.7	1.0028	39.1	-3.9
7	39.0	12	20.0	1.0028	22.4	12.4
8	22.0	9	102.5	1.3162	115.8	13.0
8	22.0	10	70.5	1.0645	74.0	5.0
8	22.0	11	40.7	0.9822	38.4	-5.6
8	22.0	12	20.0	1.0018	22.0	10.2

ตารางที่ 7.9 ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองและจากทฤษฎีความค้ำย
 ที่มีความค้ำยบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF (ต่อ)

Model		Prototype				
Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Specimen No.	Exp. Buckling Load (kN/m)	Average C_{stiff}	Scaling Buckling Load (kN/m)	% Disc.
13	89.7	17	85.0	0.9696	87.0	2.3
13	89.7	18	59.0	0.7844	55.6	-5.8
13	89.7	19	30.7	0.7366	29.4	-4.4
13	89.7	20	17.7	0.7374	16.5	-6.6
14	63.0	17	85.0	1.0863	87.3	2.3
14	63.0	18	59.0	0.8788	55.6	-5.7
14	63.0	19	30.7	0.8253	29.4	-4.3
14	63.0	20	17.7	0.8262	16.6	-6.5
15	33.3	17	85.0	1.2616	94.5	11.2
15	33.3	18	59.0	1.0207	60.4	2.4
15	33.3	19	30.7	0.9584	31.9	3.9
15	33.3	20	17.7	0.9595	18.0	1.5
16	20	17	85.0	1.2503	100.0	17.6
16	20	18	59.0	1.0115	63.9	8.3
16	20	19	30.7	0.9498	33.8	10.0
16	20	20	17.7	0.9606	19.2	8.5
					Average	5.2

7.3 การวิเคราะห์ผลการทดลองโดยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความหนาของแผ่นคอมโพสิต [15]

จากตารางเปรียบเทียบค่าภาระการโก่งของต้นแบบที่ได้จากการทดลองและค่าที่ได้จากทฤษฎีความคล้อย เปรอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนบางค่ามีค่าค่อนข้างสูง สาเหตุสาเหตุหนึ่งที่มีส่วนทำให้เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนมีค่าสูงอาจสันนิษฐานได้ว่ามาจากความไม่สมบูรณ์ของแผ่นคอมโพสิต กล่าวคือความหนาของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลองแต่ละแผ่นมีความแตกต่างกันในแต่ละจุดบนแผ่นค่อนข้างมาก บางแผ่นมีความแตกต่างระหว่างความหนาส่วนที่หนาที่สุดและบางที่สุดถึง 1.06 mm. ความแตกต่างกันของความหนานี้มีผลต่อค่าภาระการโก่งอย่างมาก เนื่องจากค่าโมดูลัสการดัด D_{ij} ซึ่งจะนำไปหาค่า C_{stiff} ในทฤษฎีความคล้อยต่อไปนั้นแปรผันตรงกับความหนากกำลังสาม อย่างไรก็ตามความไม่สม่ำเสมอของความหนานี้เกิดขึ้นได้ง่ายในกระบวนการผลิตชิ้นงาน ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงรวมผลความไม่สม่ำเสมอของความหนาเข้าไปในการวิเคราะห์ด้วย

การใช้ค่าความหนาเฉลี่ยต่อชิ้นของแผ่นคอมโพสิตซึ่งเป็นค่าที่มีความแตกต่างจากส่วนที่หนาที่สุดหรือบางที่สุดอยู่มาก ในการหาค่า C_{stiff} ซึ่งแสดงในช่องที่ 5 ของตารางที่ 7.5 ถึงตารางที่ 7.9 อาจทำให้ได้ค่า C_{stiff} ที่มีความคลาดเคลื่อน และเมื่อนำค่า C_{stiff} ไปใช้ในทฤษฎีความคล้อยเพื่อทำนายค่าภาระการโก่งของต้นแบบ จึงมีผลให้ค่าภาระการโก่งของต้นแบบที่ได้จากทฤษฎีความคล้อยมีค่าคลาดเคลื่อนไปด้วย

จากตารางที่ 7.8 และ 7.9 การเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองชิ้นที่ 6 และต้นแบบชิ้นที่ 9 ซึ่งมีความคล้อยกันแบบบางส่วน บนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) พบว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 24.7 % และบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 29.3 %

โดยความหนาของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการคำนวณค่า C_{stiff} เป็นค่าเฉลี่ยของความหนาที่วัดได้ ความหนาของแผ่นคอมโพสิตชิ้นที่ 6 ซึ่งทำการวัดที่ตำแหน่งต่างๆบนแผ่นคอมโพสิตจำนวน 21 ตำแหน่งได้ค่าความหนาในหน่วย mm ดังนี้

4.65, 4.61, 4.6, 4.6, 4.56, 4.53, 4.50, 4.49, 4.48, 4.48, 4.45, 4.44, 4.43, 4.40,
4.39, 4.39, 4.39, 4.38, 4.36, 4.28, 4.28

จะเห็นได้ว่าค่าความหนาที่วัดได้มีค่าแตกต่างกัน โดยค่าที่มากที่สุดคือ 4.65 mm ค่าที่น้อยที่สุดคือ 4.28 mm ซึ่งมีค่าความหนาต่างกันอยู่ถึง 0.29 mm

ค่าประมาณที่ดีที่สุดของค่าความหนาของแผ่นคอมโพสิตคือค่าเฉลี่ย \bar{x} ของค่าความหนาของแผ่นคอมโพสิต ซึ่งหาได้จาก

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (7.1)$$

โดย \bar{x} คือ ค่าเฉลี่ย

x_i คือ ค่าความหนาของแผ่นคอมโพสิตที่ได้จากการวัดแต่ละครั้ง

N คือ จำนวนครั้งของการวัด

ค่าความหนาเฉลี่ยของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 6 ที่หาจากสมการ (7.1) เท่ากับ 4.46 mm ซึ่งมีความแตกต่างจากความหนามากที่สุดของแผ่นคอมโพสิตที่วัดได้อยู่ถึง 0.19 mm และต่างจากความหนาน้อยที่สุดของแผ่นอยู่ 0.18 mm แผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 6 มีการวางตัวของเส้นใยคือ $[0_2/90_2]_{2s}$ มีจำนวนเส้นใย 16 ชั้น ดังนั้นค่าความหนาเฉลี่ยต่อชั้นของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 6 มีค่าเท่ากับ 0.279 mm โดยค่าความหนาจะใช้ในการหาค่า C_{stiff} ต่อไป

ในการทำงานเดียวกันความหนาของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 9 ซึ่งวัดที่ตำแหน่งต่างๆบนแผ่นคอมโพสิตจำนวน 21 ตำแหน่งได้ค่าความหนาเป็น mm ดังนี้

4.64, 4.63, 4.62, 4.60, 4.60, 4.60, 4.59, 4.57, 4.55, 4.55, 4.54, 4.54, 4.52, 4.52,
4.52, 4.50, 4.50, 4.48, 4.47, 4.46, 4.43

ค่าความหนาเฉลี่ยของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 9 ที่หาจากสมการ (7.1) เท่ากับ 4.54 mm ซึ่งมีความแตกต่างจากความหนามากที่สุดของแผ่นคอมโพสิตซึ่งวัดได้อยู่ 0.10 mm และต่างจากความหนาน้อยที่สุดของแผ่นอยู่ 0.07 mm แผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 9 มีการวางตัวของเส้นใยคือ $[0/90]_{4s}$ มีจำนวนเส้นใย 16 นั่นคือค่าความหนาเฉลี่ยต่อชั้นของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 9 มีค่าเท่ากับ 0.284 mm ซึ่งจะใช้ค่านี้ในการหาค่า C_{stiff} ต่อไป

การกระจายของความหนาของชิ้นงานทดสอบที่ได้จากการวัด พบว่ามีการกระจายค่อนข้างสูง ดังนั้นการใช้ค่าความหนาเฉลี่ยเพียงอย่างเดียวเป็นตัวแทนความหนาอาจไม่เหมาะสมเท่าใดนัก จึงมีการพิจารณาความหนาของชิ้นงานให้มีค่าเป็นช่วงแทนที่จะใช้ค่าเฉลี่ยค่าเดียว ในการวิเคราะห์ต่อไปนี้จะนำส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อหาช่วงค่าความ

หนาต่อชั้นของแผ่นคอมโพสิตที่จะใช้ในการหาค่า C_{stiff} ซึ่งจะนำไปใช้ในการหาช่วงของค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้ำยต่อไป

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ_x) คือการประมาณความไม่แน่นอนเฉลี่ยของการวัด (Average uncertainty of the measurements) โดยสามารถหาได้จากสมการ

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (7.2)$$

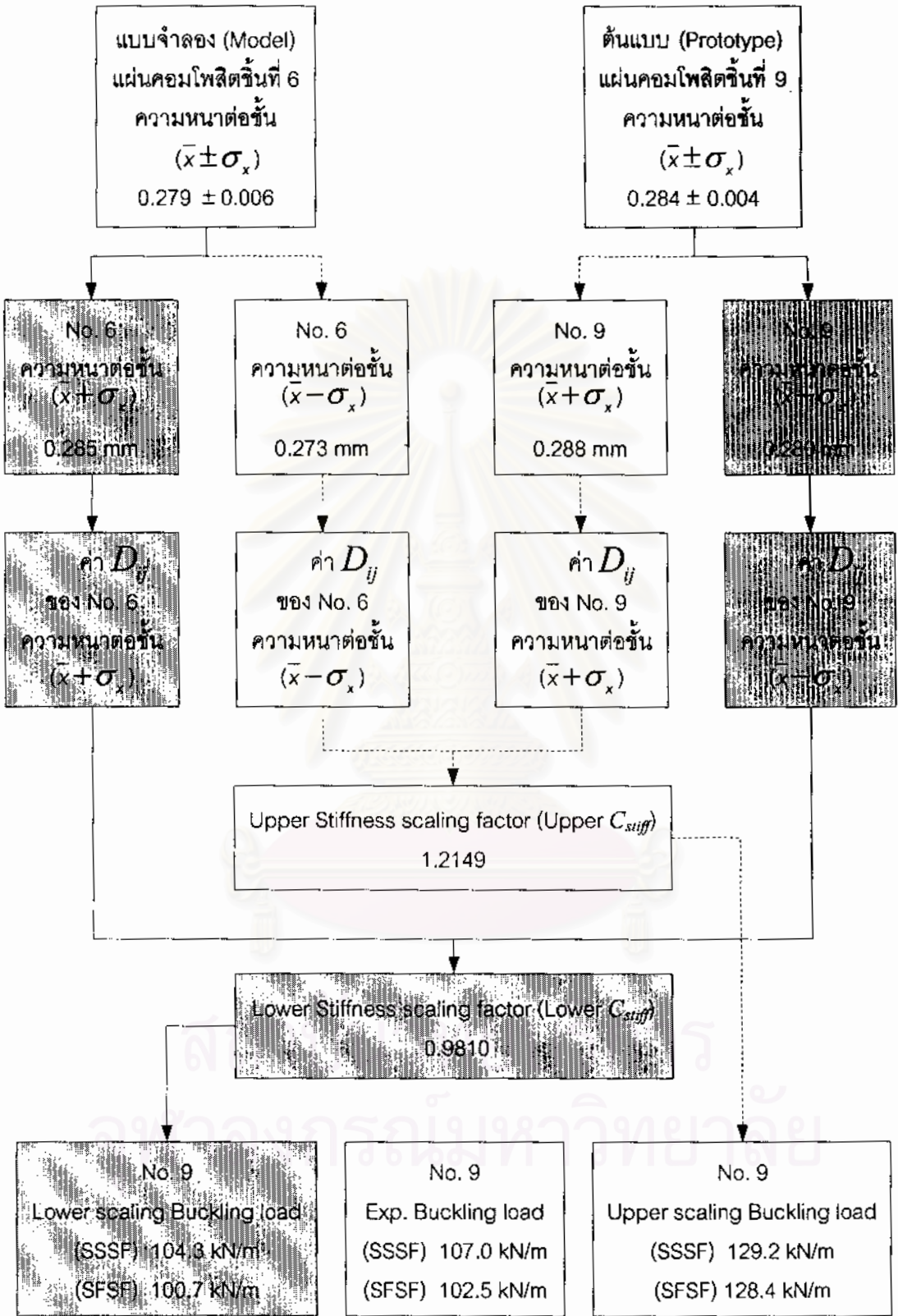
จากสมการ (7.2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความหนาทั้งหมดของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 6 เท่ากับ 0.096 mm และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความหนาต่อชั้นเท่ากับ 0.006 mm ดังนั้นค่าความหนาต่อชั้นของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 6 ซึ่งนำไปคำนวณหา C_{stiff} คือ $\bar{x} \pm \sigma_x$ เท่ากับ 0.279 ± 0.006 mm นั่นคือพิจารณาว่าความหนาของชั้นทดสอบชั้นที่ 6 มีความหนาอยู่ระหว่าง 0.273 mm ถึง 0.285 mm

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความหนาทั้งหมดของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 9 จากสมการ (7.2) มีค่าเท่ากับ 0.064 mm และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานความหนาต่อชั้นคือ 0.004 mm ดังนั้นค่าความหนาต่อชั้นของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 9 ซึ่งนำไปคำนวณหา C_{stiff} คือ $\bar{x} \pm \sigma_x$ เท่ากับ 0.284 ± 0.004 mm เช่นเดียวกับแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 6 คือพิจารณาว่าความหนาของแผ่นคอมโพสิตชั้นที่ 9 มีความหนาอยู่ระหว่าง 0.280 mm ถึง 0.288 mm

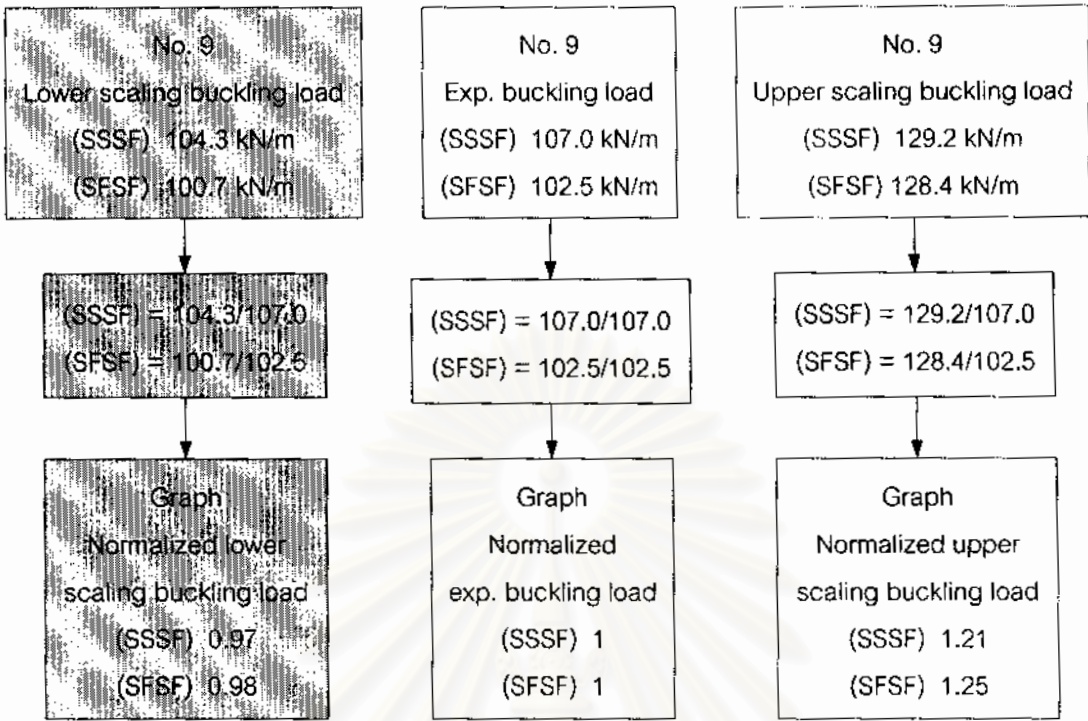
เมื่อได้ค่าความหนาเฉลี่ยต่อชั้นและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่อชั้นของแผ่นคอมโพสิตทั้งสองแผ่นซึ่งจะมีค่าความหนาสองค่าต่อชั้นทดสอบหนึ่งชั้นคือ $\bar{x} + \sigma_x$ mm และ $\bar{x} - \sigma_x$ mm โดยนำค่าความหนาทั้งหมดมาหาค่า D_{ij} ซึ่งนำมาหาค่า C_{stiff} ต่อไป ค่า C_{stiff} ได้มาจากการนำค่า D_{ij} ของต้นแบบมาหารด้วยค่า D_{ij} ของแบบจำลอง เมื่อนำค่า D_{ij} ของต้นแบบซึ่งมีความหนาเท่ากับ $\bar{x} + \sigma_x$ mm มาหารด้วยค่า D_{ij} ของแบบจำลองซึ่งมีความหนาเท่ากับ $\bar{x} - \sigma_x$ mm ได้ค่า Upper C_{stiff} และเมื่อนำค่า D_{ij} อีกสองค่าที่เหลือคือค่า D_{ij} ของต้นแบบซึ่งมีความหนาเท่ากับ $\bar{x} - \sigma_x$ mm มาหารด้วยค่า D_{ij} ของแบบจำลองซึ่งมีความหนาเท่ากับ $\bar{x} + \sigma_x$ mm ได้ค่า Lower C_{stiff} จากนั้นนำค่า C_{stiff} ทั้งสองค่าไปใช้ในการหาค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้ำย จะได้ค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ำยสองค่าคือ ค่าUpper scaling buckling load และค่า Lower scaling buckling load และนำค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองมาเปรียบเทียบกับค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้ำยทั้งสองค่า เพื่อดูว่าค่าภาระ

การโก่งงอที่ได้จากการทดลองซึ่งนำมาเปรียบเทียบกันอยู่ในช่วงระหว่างค่า Upper scaling buckling load และค่า Lower scaling buckling load หรือไม่ โดยตัวอย่างขั้นตอนในการหาช่วงของภาวะการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยคือ ค่า Upper scaling buckling load และค่า Lower scaling buckling load จากแบบจำลองชิ้นงานที่ 6 และต้นแบบชิ้นงานที่ 9 แสดงไว้ในรูปที่ 7.6 และการแปลงค่าทั้งสามคือค่า Upper scaling buckling load ค่า Lower scaling buckling load และค่า Exp. buckling load เพื่อนำไปเขียนกราฟเปรียบเทียบกันแสดงในรูปที่ 7.7

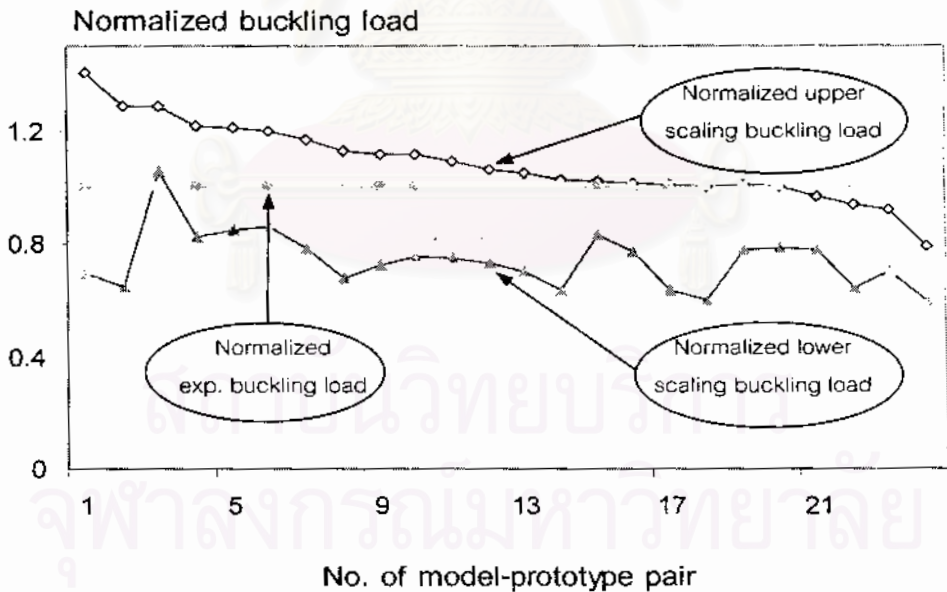
เมื่อทำการหาช่วงของค่าภาวะการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยทุกคู่ของการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองและต้นแบบ แล้วนำค่าที่ได้ไปเขียนกราฟ เพื่อวิเคราะห์ว่าค่าภาวะการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองอยู่ในช่วง Lower scaling buckling load และ Upper scaling buckling load หรือไม่ กราฟของผลการเปรียบเทียบค่าภาวะการโก่งงอของต้นแบบในตารางที่ 7.6 – 7.9 แสดงอยู่ในรูปที่ 7.8 -7.11 โดยแกนตั้งแสดงค่า Normalized buckling load ซึ่งหาได้จากสัดส่วนของ ค่า Upper scaling buckling load ค่า Lower scaling buckling load และค่าภาวะการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลอง โดยนำค่าทั้งสามมาหารด้วยค่าภาวะการโก่งงอจากการทดลองของต้นแบบชิ้นนั้นๆ นั่นคือค่า Normalized ของค่าภาวะการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองจะมีค่าเท่ากับหนึ่งเสมอ ในทางอุดมคติค่า Normalized upper scaling buckling load จะมีค่ามากกว่าหนึ่งและค่า Normalized lower scaling buckling load จะมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และแกนนอนแสดงคู่ของต้นแบบและแบบจำลองที่ใช้ในการสอบทวนกฎสัดส่วน ค่าต่างๆที่คำนวณเพื่อนำมาใช้เขียนกราฟแสดงไว้ในภาคผนวก ข



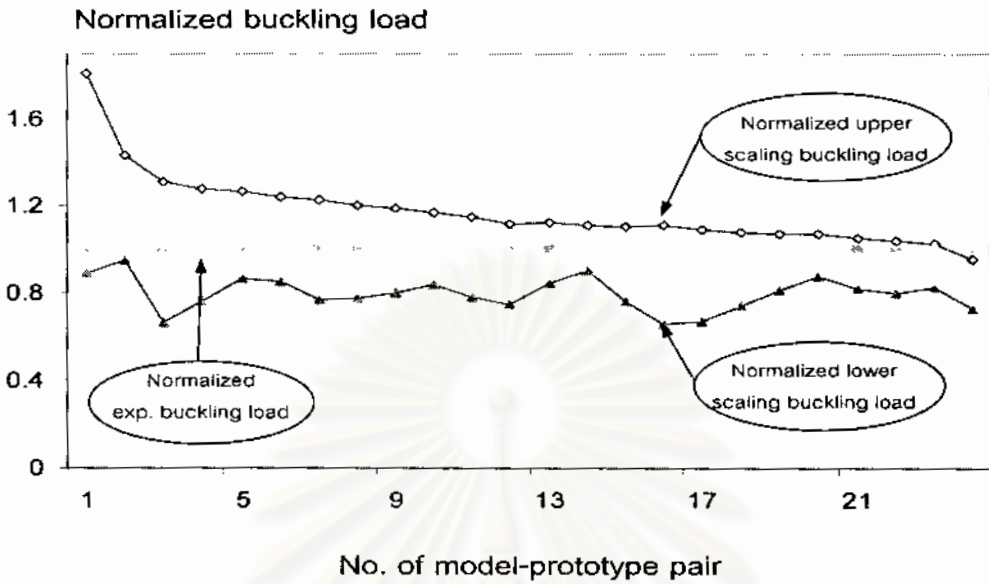
รูปที่ 7.6 ขั้นตอนการหาช่วงของค่าการกระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อย



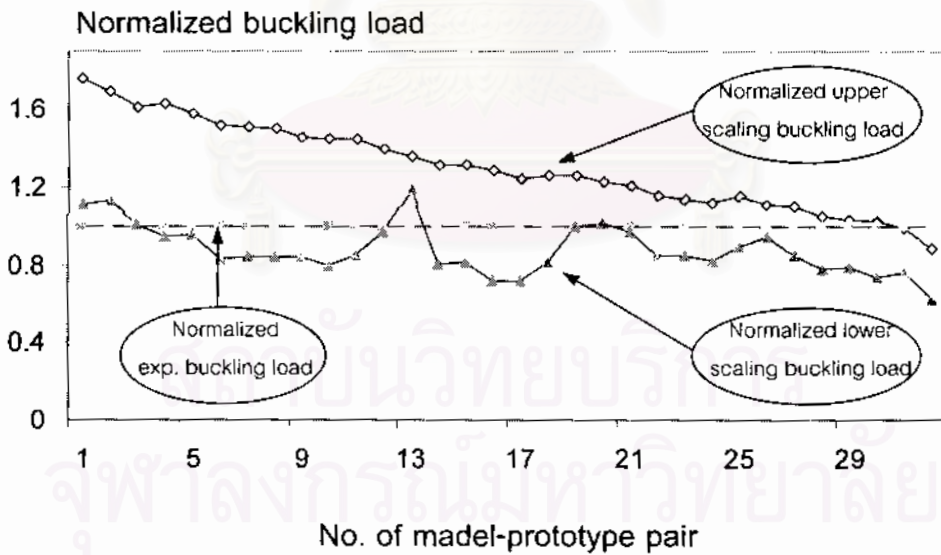
รูปที่ 7.7 วิธีการนำค่าช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายไปเขียนกราฟ



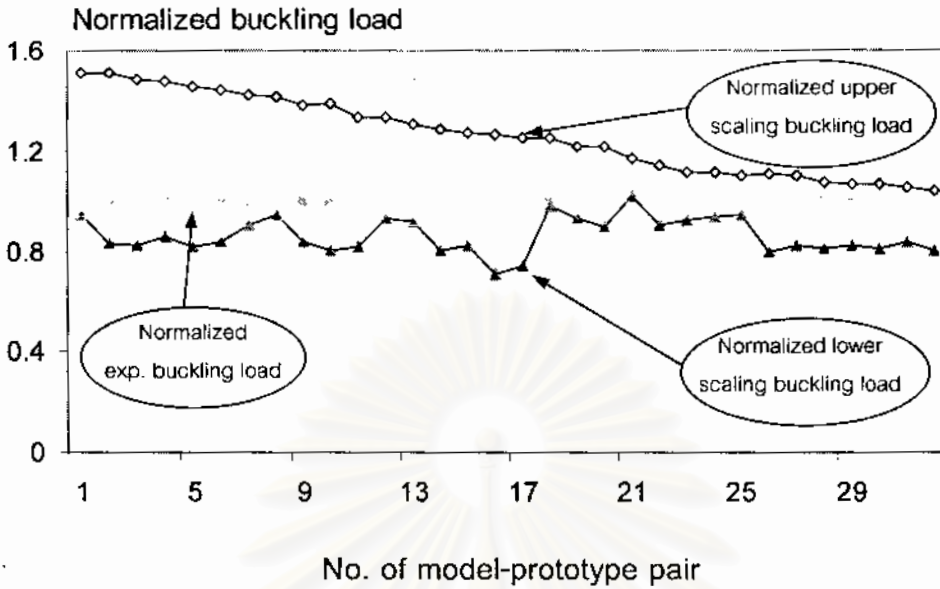
รูปที่ 7.8 กราฟช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากการทดลอง โดยแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์และเงื่อนไขขอบเขต SSSF



รูปที่ 7.9 กราฟช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองโดยแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSE



รูปที่ 7.10 กราฟช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองโดยแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF



รูปที่ 7.11 กราฟช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองโดยแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายบางส่วนและเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF

จากกราฟช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายเทียบกับค่าภาระการโก่งงอจากการทดลอง กรณีที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์รูปที่ 7.8 และ 7.9 เส้น Normalized exp. buckling load มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางระหว่างช่วงของเส้น Normalized upper scaling load กับเส้น Normalized lower scaling buckling load มากกว่าในกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายบางส่วนซึ่งแสดงในรูปที่ 7.10 และ 7.11 แสดงให้เห็นว่าการหาค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายของต้นแบบจากกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้ายแบบสมบูรณ์จะได้ค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่มีความแม่นยำมากกว่าค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้ายของต้นแบบจากกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบที่มีความคล้ายบางส่วน

ส่วนจากรูปที่ 7.9 และรูปที่ 7.11 เป็นการทดลองมีเงื่อนไขขอบเขตเหมือนกันคือเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSF) โดยในรูปที่ 7.9 เป็นกราฟกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบที่มีความคล้ายแบบสมบูรณ์ แต่รูปที่ 7.11 เป็นกราฟกรณีที่จำลองและต้นแบบที่มีความคล้ายบางส่วน ในกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบที่มีความคล้ายบางส่วนนั้นจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ในบทที่ 5 จะมีความคลาดเคลื่อนประมาณ 3% แต่ในรูปที่ 7.9 กราฟ

ที่ได้ค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองนั้นจะอยู่ในช่วงบน-ล่างของค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยทั้งหมด แสดงให้เห็นว่าทฤษฎีความคล้อยสามารถนำมาใช้กับกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบซึ่งมีความคล้อยบางส่วนได้

การเปรียบเทียบระหว่างเงื่อนไขขอบเขตที่ต่างกัน กราฟของการทดลองบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSF) รูปที่ 7.9 และ 7.11 เส้น Normalized exp. buckling load มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางระหว่างช่วงของเส้น Normalized upper scaling load กับเส้น Normalized lower scaling buckling load มากกว่าในการทดลองบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) รูปที่ 7.8 และ 7.10 หมายความว่าทฤษฎีความคล้อยสามารถทำนายค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSF) ได้ใกล้เคียงมากกว่าการทดลองบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) ซึ่งเป็นผลมาจากความคลาดเคลื่อนจากความสามารถในการจำลองเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายระหว่างเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองและต้นแบบในการทดลอง

จากกราฟทั้งสี่แสดงว่าทฤษฎีความคล้อยสามารถใช้ได้ทั้งกับกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยแบบสมบูรณ์และกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบซึ่งมีความคล้อยบางส่วน ในการนำทฤษฎีความคล้อยไปใช้จะต้องคำนึงถึงความสามารถในการจำลองความคล้อยของเงื่อนไขขอบเขตระหว่างแบบจำลองและต้นแบบเพื่อความแม่นยำของค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากทฤษฎีความคล้อย และจากค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในตารางที่ 7.6 -7.9 เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยและการทดลองโดยแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยแบบสมบูรณ์สำหรับเงื่อนไขขอบเขตทั้งสามแบบมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $-5.9 \pm 8.7\%$ กรณีที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยบางส่วนสำหรับเงื่อนไขขอบเขตทั้งสองแบบมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $6.1 \pm 11.4\%$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 8

บทสรุป

8.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้ทำการสอบทวนทฤษฎีความคล้อยสำหรับปัญหาการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตบางโดยการทดลอง ซึ่งก่อนการทดลองมีการศึกษาและสอบทวนทฤษฎีดังกล่าวโดยการคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยเปรียบเทียบค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบที่ได้จากทฤษฎีความคล้อยกับค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ สำหรับกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบซึ่งมีความคล้อยแบบสมบูรณ์พบว่าค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อยและค่าภาระการโก่งงอที่คำนวณจากวิธีทางคณิตศาสตร์มีค่าตรงกัน แต่กรณีที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยบางส่วนนั้นค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อยกับค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์มีค่าคลาดเคลื่อนเล็กน้อยแต่ก็สามารถใช้เป็นค่าประมาณได้ คลาดเคลื่อนนี้เป็นผลมาจากค่า C_{Dij} แต่ละตัวซึ่งมีค่าไม่เท่ากันเพราะแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยบางส่วนคือมีความคล้อยกันทางรูปร่างแต่มีลำดับการวางตัวของเส้นใยในแผ่นคอมโพสิตทั้งสองไม่ทำให้เกิดความคล้อยแบบสมบูรณ์ ทำให้ต้องใช้ค่า C_{stiff} จากค่าเฉลี่ยของค่า C_{Dij} ต่างๆในการคำนวณในทฤษฎีความคล้อยค่าภาระการโก่งงอที่ได้จึงไม่ตรงกับการคำนวณจากทางคณิตศาสตร์

ในส่วนการทดลองได้ทำการสร้างชุดทดลองเพื่อใช้หาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิต โดยชุดทดลองใช้หูกดไฮดรอลิกในการให้ภาระกดกระทำกับแผ่นคอมโพสิตทำให้เกิดการโก่งงอ แผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลองมีการวางตัวของเส้นใยสามแบบคือ $[0/90]_{2s}$ ซึ่งมีจำนวนชั้นของเส้นใย 8 ชั้น $[0_2/90_2]_{2s}$ และ $[0/90]_{4s}$ ซึ่งมีจำนวนชั้นของเส้นใย 16 ชั้น และมีเงื่อนไขขอบเขตในการทดลองต่างกันสามแบบคือเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) และเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSF)

ในการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตโดยใช้ชุดทดลองที่สร้างขึ้นในการให้ภาระกดกับแผ่นคอมโพสิตให้เกิดการเคลื่อนที่นอกกระนาบ มีการเก็บข้อมูลสองค่าคือค่าภาระกดที่กระทำกับแผ่นคอมโพสิตซึ่งสามารถวัดโดยมาตรวัดภาระและระยะการเคลื่อนที่นอก

ระนาบของแผ่นคอมโพสิตซึ่งสามารถวัดโดยใช้ไดแอลลเกจ ค่าทั้งสองที่วัดได้สามารถนำมาเขียนกราฟความสัมพันธ์โดยให้ค่าภาระกดอยู่ในแนวตั้งและระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบของแผ่นคอมโพสิตอยู่ในแนวนอน ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองหาได้จากการลากเส้นสัมผัสกราฟที่ได้จากการทดลองในช่วงก่อนการโก่งงอและหลังการโก่งงอ จุดตัดของเส้นทั้งสองเป็นค่าภาระการโก่งงอ การทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตจากการทดลองสามารถแบ่งออกเป็นสามชุดดังนี้ ชุดแรกเป็นการทดลองหาค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) จำนวน 6 แผ่น ชุดที่สองเป็นการทดลองโดยใช้แผ่นคอมโพสิตซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระสองด้าน (SSSF) จำนวน 20 แผ่น ชุดที่สามใช้แผ่นคอมโพสิตซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) จำนวน 20 แผ่น โดยในการทดลองที่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) และการทดลองที่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SFSS) ใช้ชิ้นงานชุดเดียวกันเพียงแต่ทำการทดลองที่เงื่อนไขขอบเขตที่แตกต่างกัน

ขั้นต่อมาในการศึกษาคือการนำค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตซึ่งเป็นแบบจำลองจากการทดลองมาใช้ทำนายค่าภาระการโก่งงอของแผ่นคอมโพสิตซึ่งเป็นต้นแบบโดยคำนวณจากทฤษฎีความคล้อย จากนั้นนำค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทฤษฎีความคล้อยมาเปรียบเทียบกับค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองเพื่อหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน สามารถแบ่งกรณีความคล้อยระหว่างแบบจำลองและต้นแบบออกเป็นสองกลุ่มดังนี้ กลุ่มแรกเป็นกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบซึ่งมีความคล้อยแบบสมบูรณ์โดยมีเงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในการทดลองสามแบบคือเงื่อนไขการทดลองแบบง่ายทั้งสี่ด้าน (SSSS) จำนวน 3 คู่ เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) จำนวน 26 คู่ และแบบสุดท้ายเป็นชิ้นงานที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) จำนวน 26 คู่ กลุ่มที่สองเป็นกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบซึ่งมีความคล้อยบางส่วนโดยมีเงื่อนไขขอบเขตการทดลองสองประเภทคือ ชิ้นทดลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) จำนวน 36 คู่ และอีกประเภทคือการศึกษากจากการทดลองซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) จำนวน 36 คู่

จากผลการทดลองพบว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างภาระการโก่งงอของต้นแบบจากกรณีความคล้อยแบบสมบูรณ์และจากผลการทดลองมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าในการทำนายในกรณีความคล้อยแบบบางส่วนเนื่องจากกรณีที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยบางส่วนนั้น ค่า C_{stiff} ที่ใช้ในการคำนวณในทฤษฎีความคล้อยเป็นค่าเฉลี่ยของค่า $C_{D_{ij}}$ จึงทำให้ค่าภาระการโก่งงอที่หาจากทฤษฎีความคล้อยมีความคลาดเคลื่อน เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) มีค่าน้อยกว่า

เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) เป็นผลมาจากความสามารถในการจำลองความคล้อยของเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายระหว่างแบบจำลองและต้นแบบ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยและจากการทดลองบางคู่มีค่าค่อนข้างสูง เนื่องจากความไม่สมบูรณ์ของแผ่นคอมโพสิตคือความหนาของแผ่นคอมโพสิตที่ใช้ในการทดลองบางแผ่นมีความหนาค่อนข้างต่างกันมากในแต่ละจุด ฉะนั้นเมื่อใช้ค่าความหนาเฉลี่ยต่อชั้นมาคิดค่า C_{stiff} ซึ่งนำไปใช้ในทฤษฎีความคล้อยทำให้ค่าภาระการโก่งงอที่ได้จากทฤษฎีความคล้อยมีค่าคลาดเคลื่อนไป จึงนำค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมาใช้ในการวิเคราะห์กับข้อมูลความหนาของแผ่นคอมโพสิต

การใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นวิธีการที่ใช้หาช่วงของความหนาของแผ่นคอมโพสิต เพื่อนำไปหาช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อยคือ Upper scaling buckling load และ Lower scaling buckling load จากกราฟช่วงของค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อยเทียบกับค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองจำนวนทั้งหมด 124 คู่ พบว่ามี 14 คู่ของการเปรียบเทียบที่ค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากการทดลองอยู่นอกช่วงของค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบจากทฤษฎีความคล้อย

กรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยแบบสมบูรณ์ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองมีค่าอยู่ที่กึ่งกลางของช่วงบน-ล่างของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อยมากกว่ากรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยบางส่วน ลักษณะเช่นนี้หมายความว่าหากต้นแบบและแบบจำลองมีความคล้อยแบบสมบูรณ์กฎสัดส่วนจะมีความแม่นยำมากกว่ากรณีคล้อยบางส่วน

การทดลองบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) ค่าภาระการโก่งงอจากการทดลองมีค่าอยู่ที่กึ่งกลางช่วงบน-ล่างของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อยมากกว่าการทดลองบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF)

สรุปได้ว่ากรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยแบบสมบูรณ์ทฤษฎีความคล้อยสามารถทำนายค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบได้ใกล้เคียงมากกว่ากรณีที่เป็นแบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยบางส่วน โดยที่แบบจำลองและต้นแบบมีความคล้อยแบบสมบูรณ์ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $-5.9 \pm 8.7\%$ และความคล้อยบางส่วนมีค่าเท่ากับ $6.1 \pm 11.4\%$ และการทดลองบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS) ทฤษฎีความคล้อยสามารถทำนายค่าภาระการโก่งงอของต้นแบบได้ใกล้เคียงมากกว่าการทดลองบนเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) เป็นผลมาจากความสามารถในการจำลองความคล้อยของเงื่อนไขขอบเขตระหว่างเงื่อนไขขอบเขตของ

แบบจำลองและเงื่อนไขขอบเขตของต้นแบบ นั่นคือไม่สามารถจำลองเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายระหว่างแบบจำลองและต้นแบบได้คล้ายกันซึ่งแตกต่างจากกรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระซึ่งไม่มีการจับยึดใดๆ จึงกล่าวได้ว่าเงื่อนไขขอบเขตแบบอิสระของแบบจำลองและต้นแบบเหมือนกันทุกประการ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสามด้านและแบบอิสระหนึ่งด้าน (SSSF) จึงมากกว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายสองด้านและแบบอิสระสองด้าน (SFSS)

ในการใช้ทฤษฎีความคล้ายในการทำนายค่าภาระการโก่งงอนั้นสิ่งที่ต้องคำนึงถึงคือความคล้ายกันระหว่างแบบจำลองและต้นแบบว่ามีความคล้ายแบบสมบูรณ์หรือคล้ายบางส่วน ความสามารถในการจำลองความคล้ายระหว่างเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองและเงื่อนไขขอบเขตของต้นแบบ ความคล้ายกันทางรูปร่างของแบบจำลองและต้นแบบเช่นความแตกต่างของความหนาของแบบจำลองและต้นแบบมีมากนักน้อยเพียงใด

8.2 ปัญหาที่พบขณะทำวิทยานิพนธ์

ในการทำการทดลองโดยชุดทดลองที่สร้างขึ้น ในช่วงแรกพบว่าชุดทดลองโดยเฉพาะหัวกดไฮดรอลิกไม่อยู่ในระนาบเดียวกับแผ่นทดลองทำให้ภาระกดที่กระทำกับแผ่นทดลองเยื้องออกจากระนาบ กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าภาระกดที่กระทำกับแผ่นทดลองและระยะการเคลื่อนที่นอกระนาบที่ได้ไม่สามารถแยกส่วนของกราฟออกเป็นความชันสองช่วงตามรูปที่ 6.27 จึงทำให้ไม่สามารถหาจุดตัดที่เป็นค่าภาระการโก่งงอได้ ดังนั้นจึงได้มีการวัดระดับและตั้งศูนย์ของชุดทดลองเพื่อให้ภาระกดจากหัวกดไฮดรอลิกอยู่ในระนาบของแผ่นทดลอง แล้วทำการยึดชุดทดลองเข้ากับโครงเหล็กของหัวกดไฮดรอลิกเพื่อป้องกันการโยกและการเลื่อนตำแหน่งของชุดทดลอง

เมื่อทำการทดลองกับชิ้นงานซึ่งมีขนาดความสูง (a) ไม่มากนักเช่น ขนาด 180x180 270x180 และ 240x120 mm² ปัญหาที่พบคือเมื่อให้ภาระกับแผ่นทดลอง แต่ชิ้นงานไม่เกิดการโก่งงอแต่เกิดการอัดตัวขึ้นแทน เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายด้านบนและด้านล่างของแผ่นทดลองแสดงในรูปที่ 6.17 มีความผิดระหว่างผิวสัมผัสของเงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายด้านบนและด้านล่างกับร่องครึ่งวงกลมของแท่นกดในรูปที่ 6.8 และส่วนรองรับรูปในที่ 6.20 จึงต้องมีการทาสีจาระบีเพื่อช่วยลดความผิดระหว่างผิวสัมผัสของทั้งสองคู่เพื่อให้แผ่นทดลองเกิดการโก่งงอขึ้น

การทดลองที่แผ่นทดลองมีค่าภาระการโก่งงอสูงมากๆอาจทำให้เงื่อนไขขอบเขตแบบง่ายด้านข้างซึ่งจับยึดอยู่กับเสาทั้งสองด้านตามที่แสดงรูปที่ 6.13 เกิดการหมุนออกจากจุดเดิมที่ยึดอยู่

จึงแก้ไขโดยการเจาะรูที่ชุดจับยึดเงื่อนไขว้ขอบเขตด้านข้างแล้วใช้แกนเหล็กในรูปที่ 6.12 เป็นตัวช่วยยึดให้ชุดจับยึดชิ้นงานไม่หมุนออกจากตำแหน่งและยังช่วยให้เงื่อนไขว้ขอบเขตด้านข้างอยู่ในตำแหน่งตรงกันระหว่างตำแหน่งด้านหน้าและตำแหน่งด้านหลังของชิ้นงานซึ่งแสดงในรูปที่ 6.18

8.3 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

การสอบทวนทฤษฎีความคล้อยต้องคำนึงถึงความสามารถในการจำลองความคล้อยระหว่างแบบจำลองและต้นแบบในการทดลองทั้งในส่วนของชิ้นงานทดลองและเงื่อนไขว้ขอบเขตโดยชิ้นงานทดลองที่จะนำมาใช้นั้นต้องคำนึงถึงความสม่ำเสมอของความหนาของชิ้นงาน เพราะความหนาของชิ้นงานจะต้องนำไปคำนวณค่า C_{stiff} ที่จะนำไปใช้ในทฤษฎีความคล้อยต่อไป ถ้าความหนาของชิ้นงานไม่สม่ำเสมอค่า C_{stiff} ที่ได้ก็必将มีความคลาดเคลื่อนซึ่งจะส่งผลให้ทฤษฎีความคล้อยคลาดเคลื่อนไปด้วย จึงเป็นอีกปัญหาซึ่งน่าทำการศึกษาว่าความไม่สม่ำเสมอของความหนาของชิ้นงานมีผลต่อการใช้ทฤษฎีความคล้อยอย่างไร หรือถ้าแบบจำลองและต้นแบบมีความไม่สม่ำเสมอของความหนาของชิ้นงานเท่ากันและเป็นไปในรูปแบบเดียวกันจะมีผลกับการใช้ทฤษฎีความคล้อยหรือไม่

เงื่อนไขว้ขอบเขตที่ใช้ในการทดลองต้องคำนึงถึงความสามารถในการจำลองความคล้อยระหว่างเงื่อนไขว้ขอบเขตของแบบจำลองและเงื่อนไขว้ขอบเขตของต้นแบบ และอาจทำการทดลองบนเงื่อนไขว้ขอบเขตที่ซับซ้อนมากขึ้นหรือเงื่อนไขว้ขอบเขตที่ไม่สามารถคำนวณหาผลเฉลยทางคณิตศาสตร์ได้

รายการอ้างอิง

1. Reddy, J.N. Theory and Analysis of Elastic Plates. The United States of America : Taylor & Francis, 1999
2. Hyer, M.W. Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials. Singapore : McGraw-Hill, 1998
3. Gibson, R.F. Principles of Composite Material Mechanics. Singapore : McGraw-Hill, 1994
4. Iyengar, N. G. R. Structural Stability of Columns and Plates. The United Kingdom. JOHN WILEY & SONS, 1988
5. Tuttle, M., Singhatanadgid P., and Hinds, G. Buckling of Composite Panels Subject to Biaxial Loading. Experiment Mechanics 39 (1999) : 191-201
6. Suemasu H., Gozu K., Hayashi K. Compress Buckling of Rectangular composite Plates with a Free-Edge Delamination. MAA Journal 33 (1995)
7. Chai, G.B., Hoon, K.H. Buckling of generally laminated composite plates. Composite Science and Technology 45 (1992) : 125-133
8. Chai, G.B., Hoon, K.H., Chai, S.S. Buckling Response of Symmetric Laminated Plates. Mech. Struct. & Mach. 24 (1996) : 439-452
9. Chai G.B. An Experiment Study on Laminated Panels in Compression. Composite Structures 19 (1991) : 67-87
10. Simitises, G.J., Structural similitude for flat laminated surfaces. Composite Structures 51 (2001) : 191-194
11. Ungbhakorn V., Singhatanadgid P. Similitude invariants and scaling laws for buckling experiment on anti-symmetrically laminated plates subject to biaxial loading. Composite Structures 59 (2003) : 455-465
12. Singhatanadgid P., Ungbhakorn V. Buckling Similitude Invariants of Symmetrically Laminated Plates Subjected to Biaxial Loading. SEM Annual Conference and Exposition on Experimental and Applied Mechanics June 10-12 (2002)
13. Singer, J., Arbocz, J., Weller, T. Buckling Experiments Experimental Method in Buckling of Thin-Walled Structures. Volume 1. The United States of America : JOHN WILEY & SONS, 1992

14. Singer, J., Arbocz, J., Weller, T. Buckling Experiments Experimental Method in Buckling of Thin-Walled Structures. Volume 2. The United States of America : JOHN WILEY & SONS, 2002
15. Baird, D.C. Experimentation an Introduction to Measurement Theory and Experiment Design. Edition 2. The United States of America : Prentice Hall, 1998

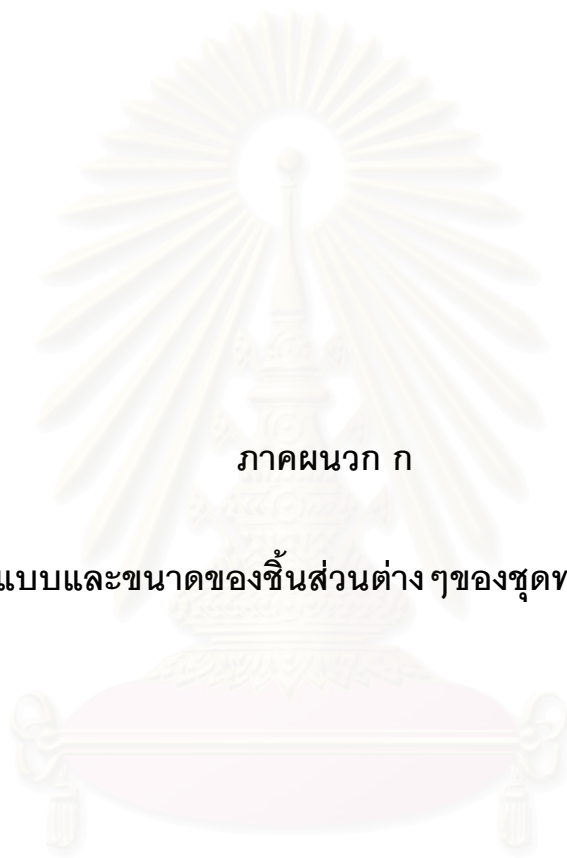


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

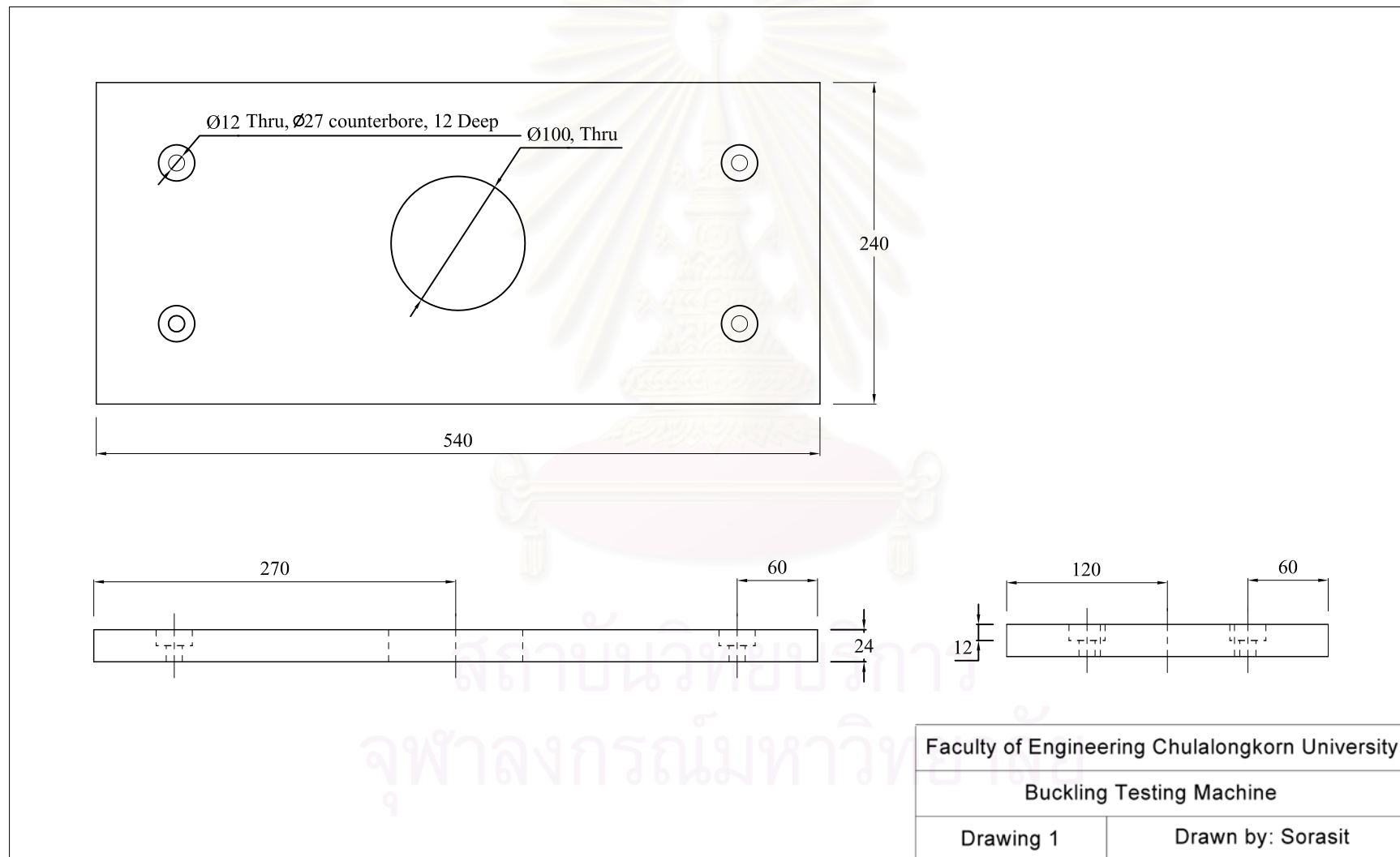
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

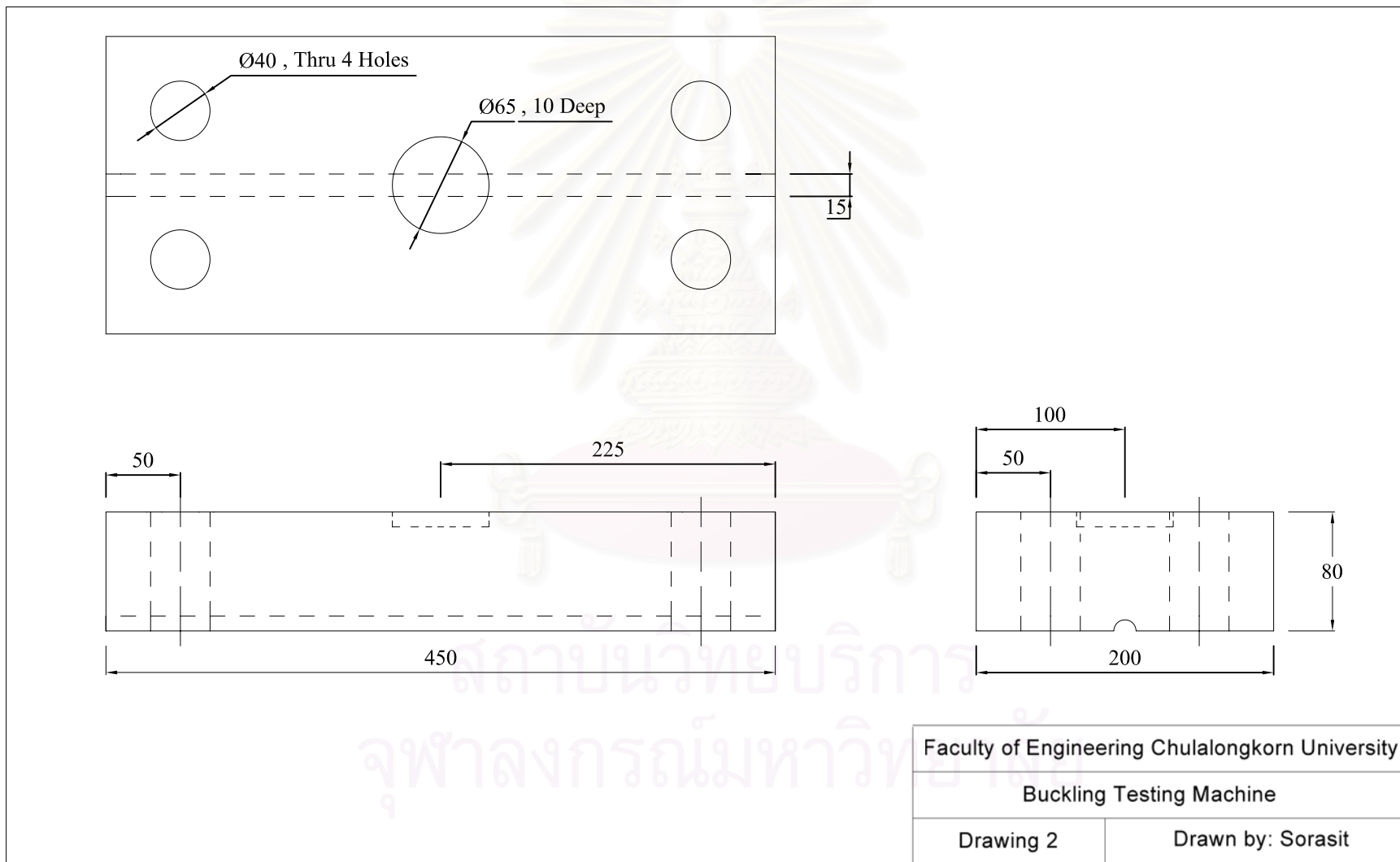


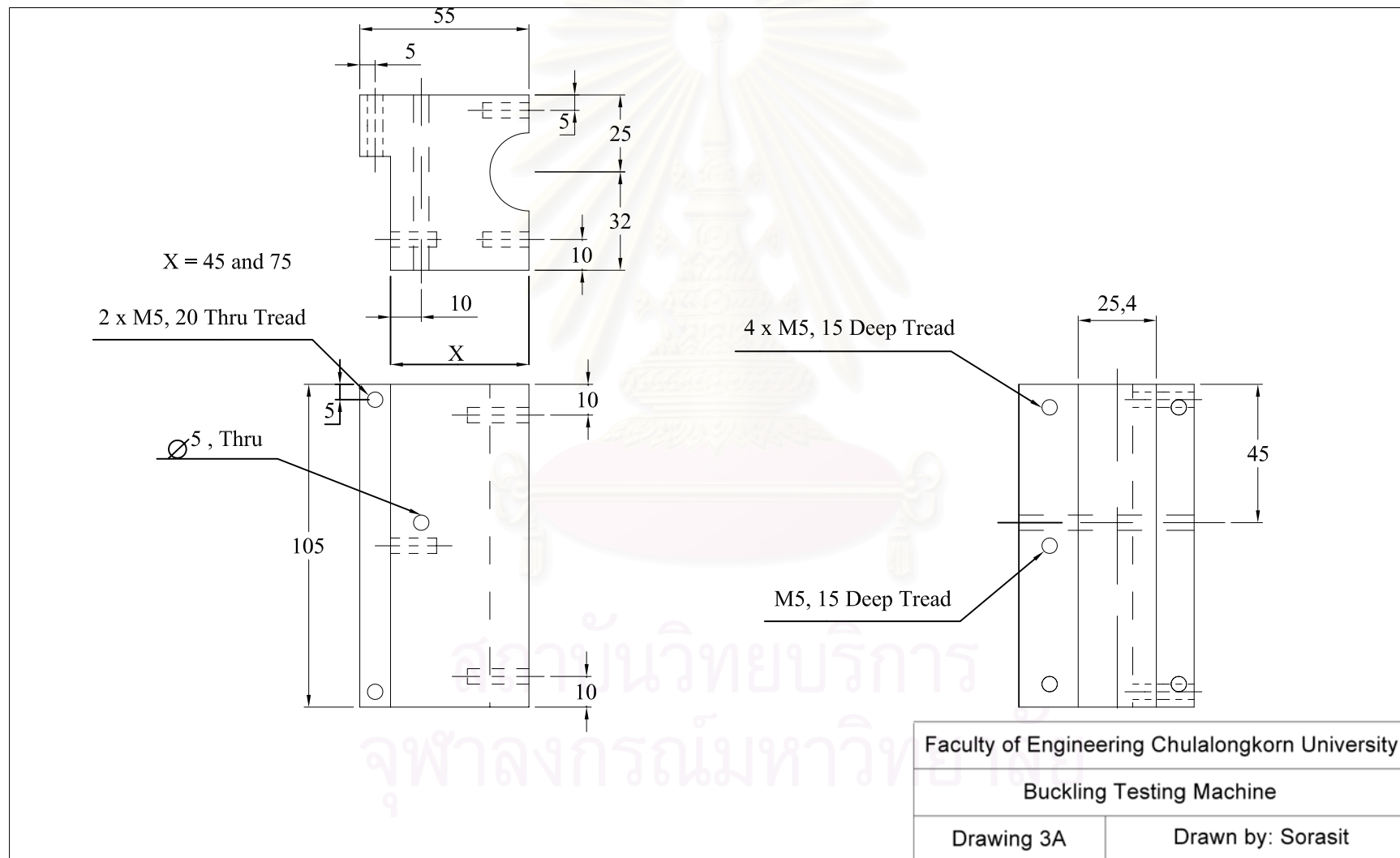
ภาคผนวก ก

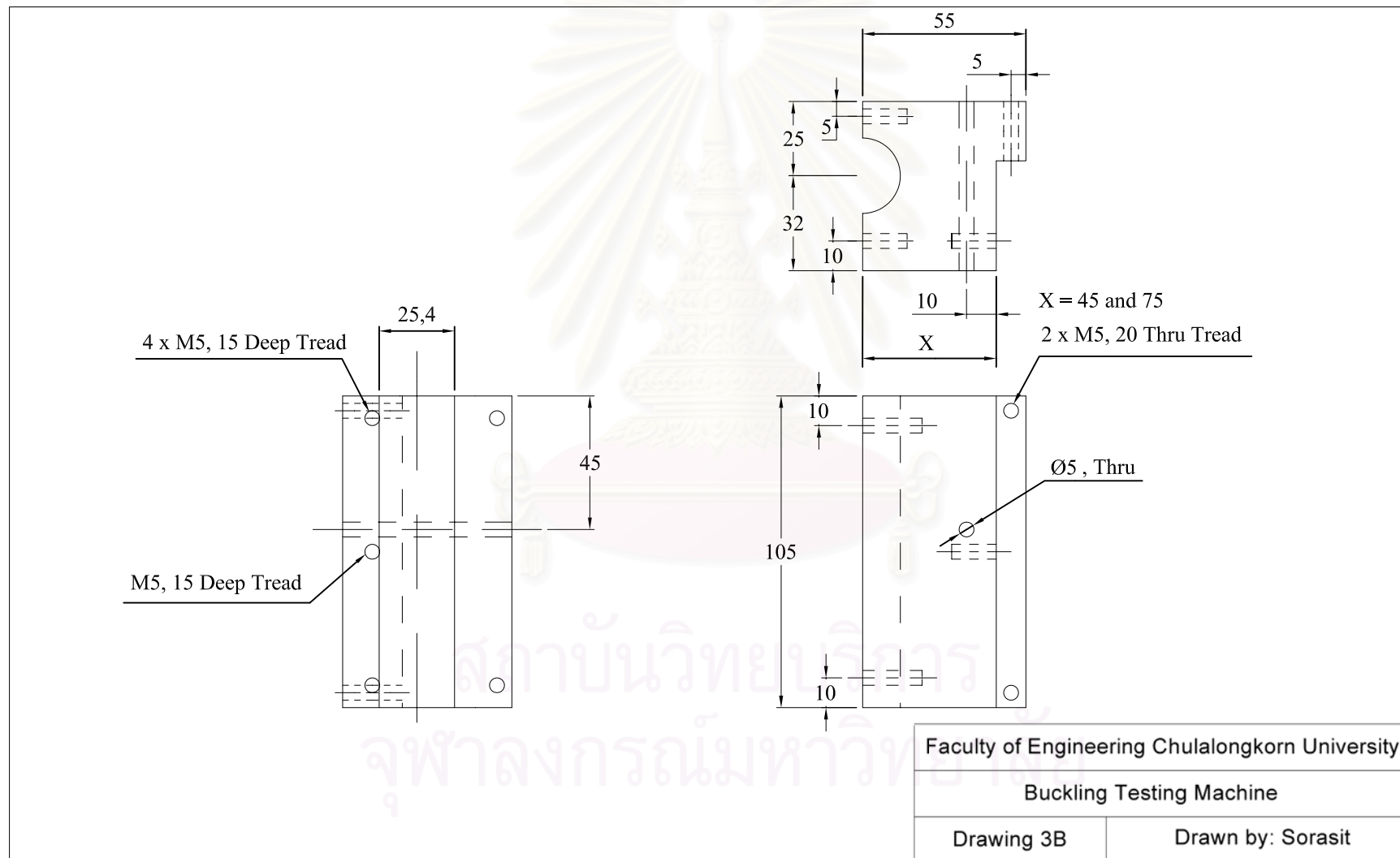
แบบและขนาดของชิ้นส่วนต่างๆของชุดทดลอง

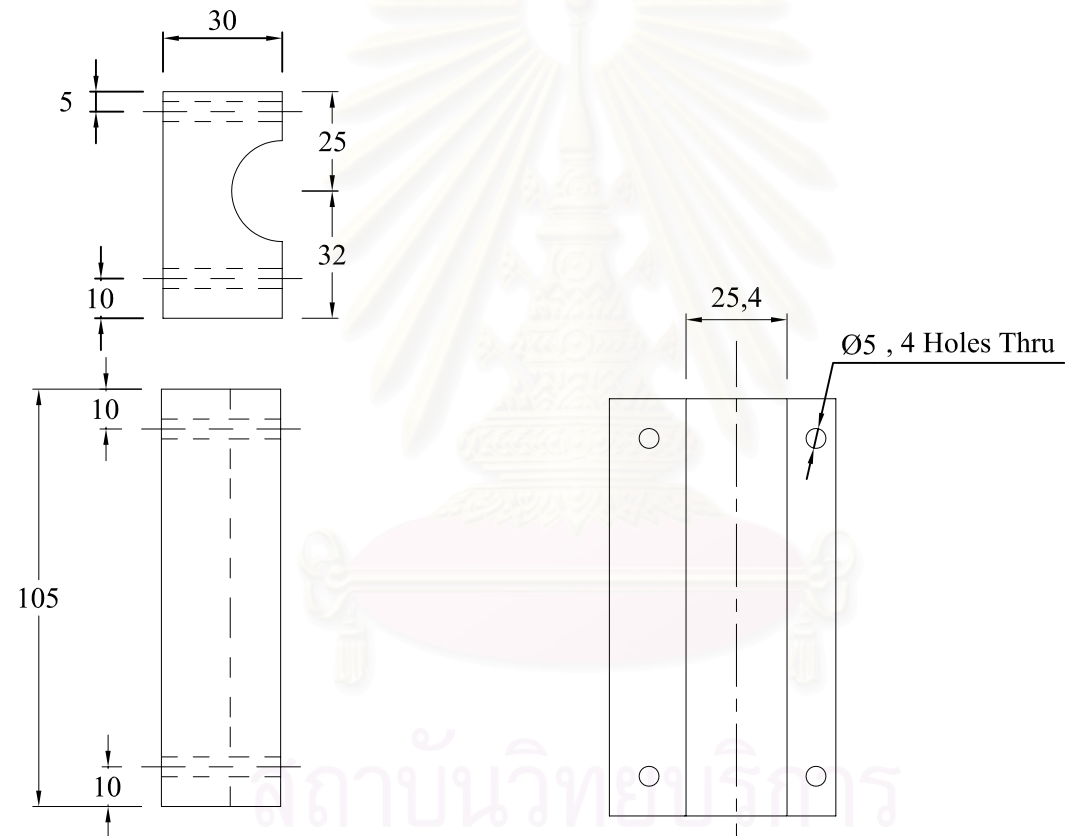
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย









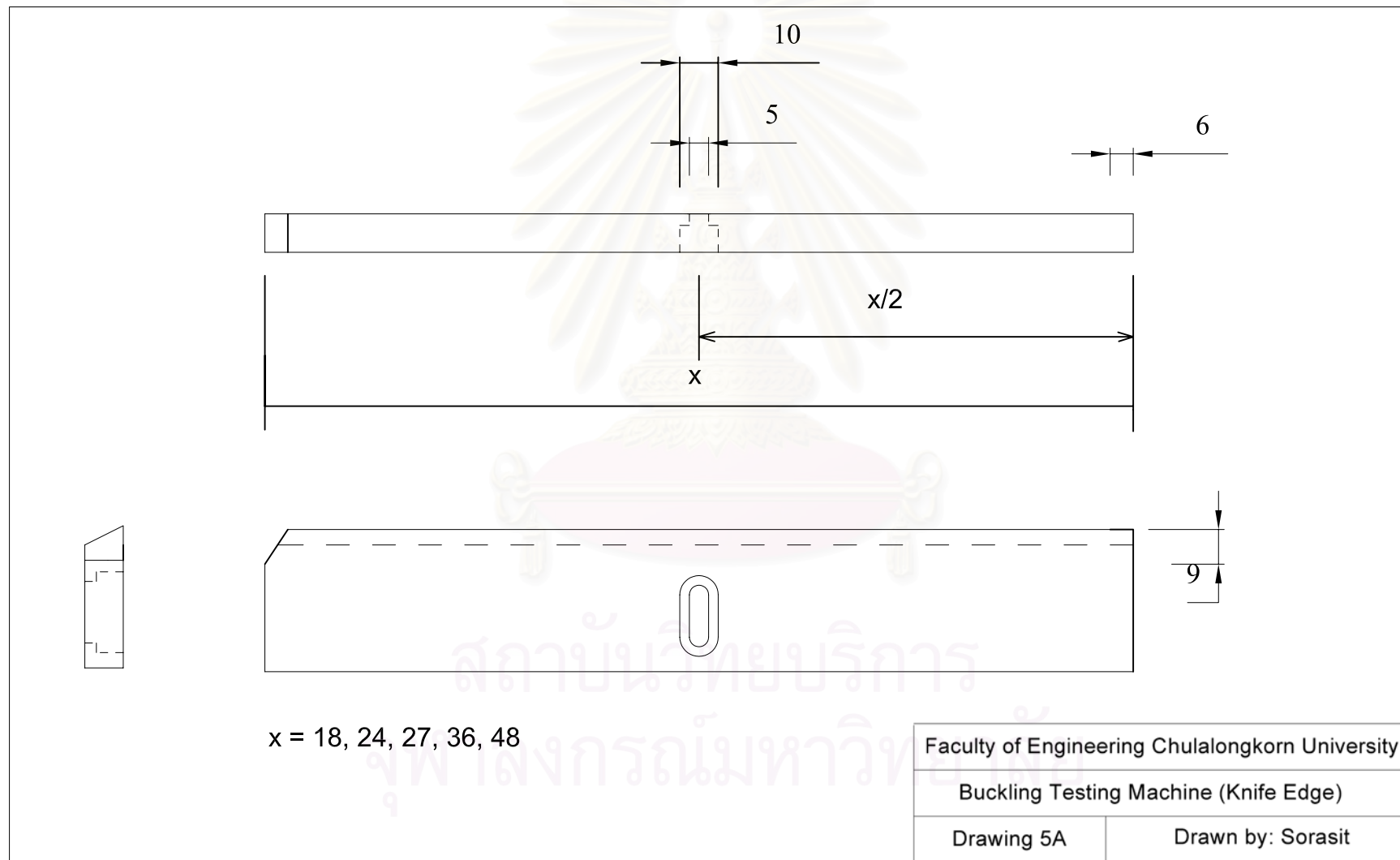


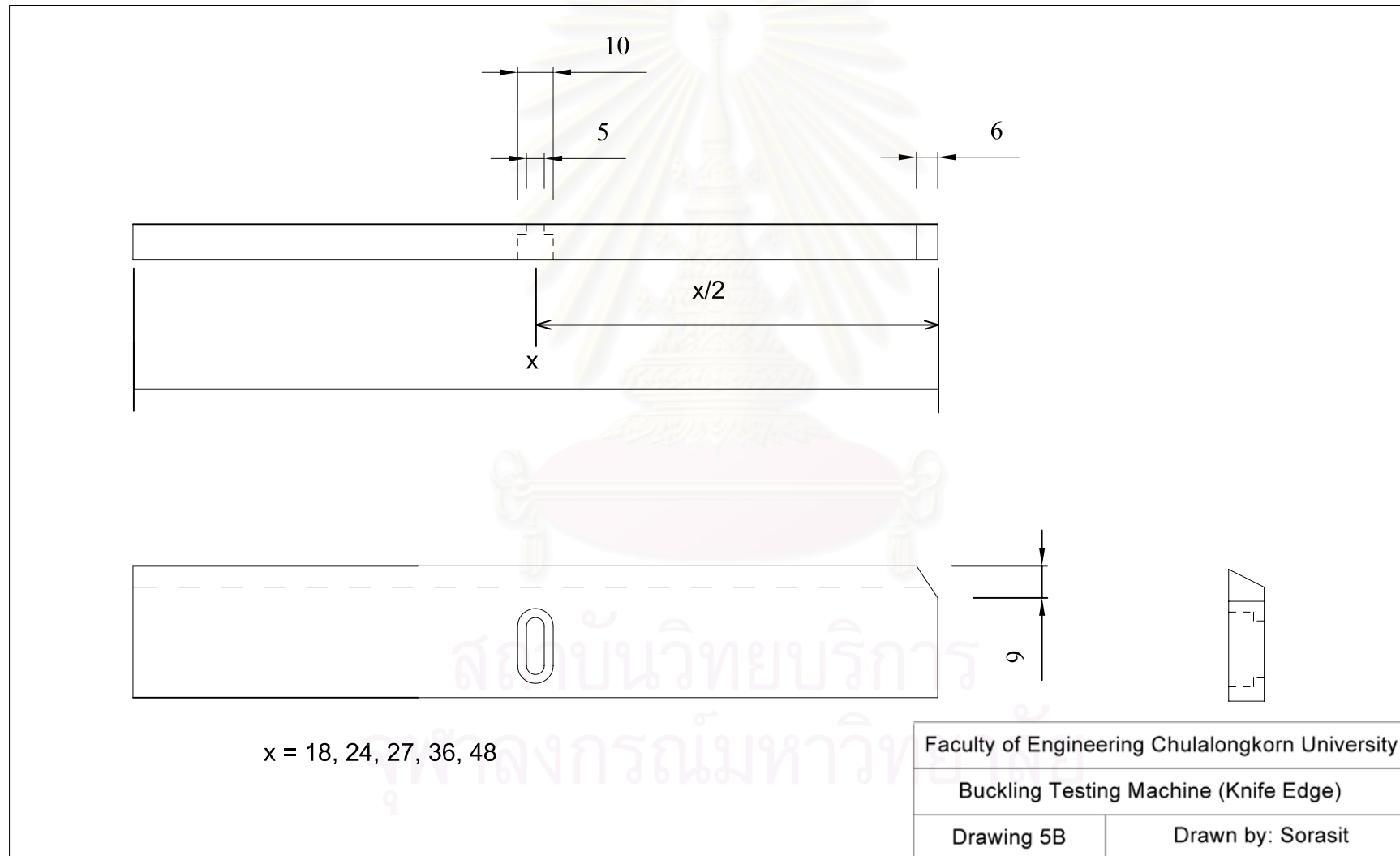
Faculty of Engineering Chulalongkorn University

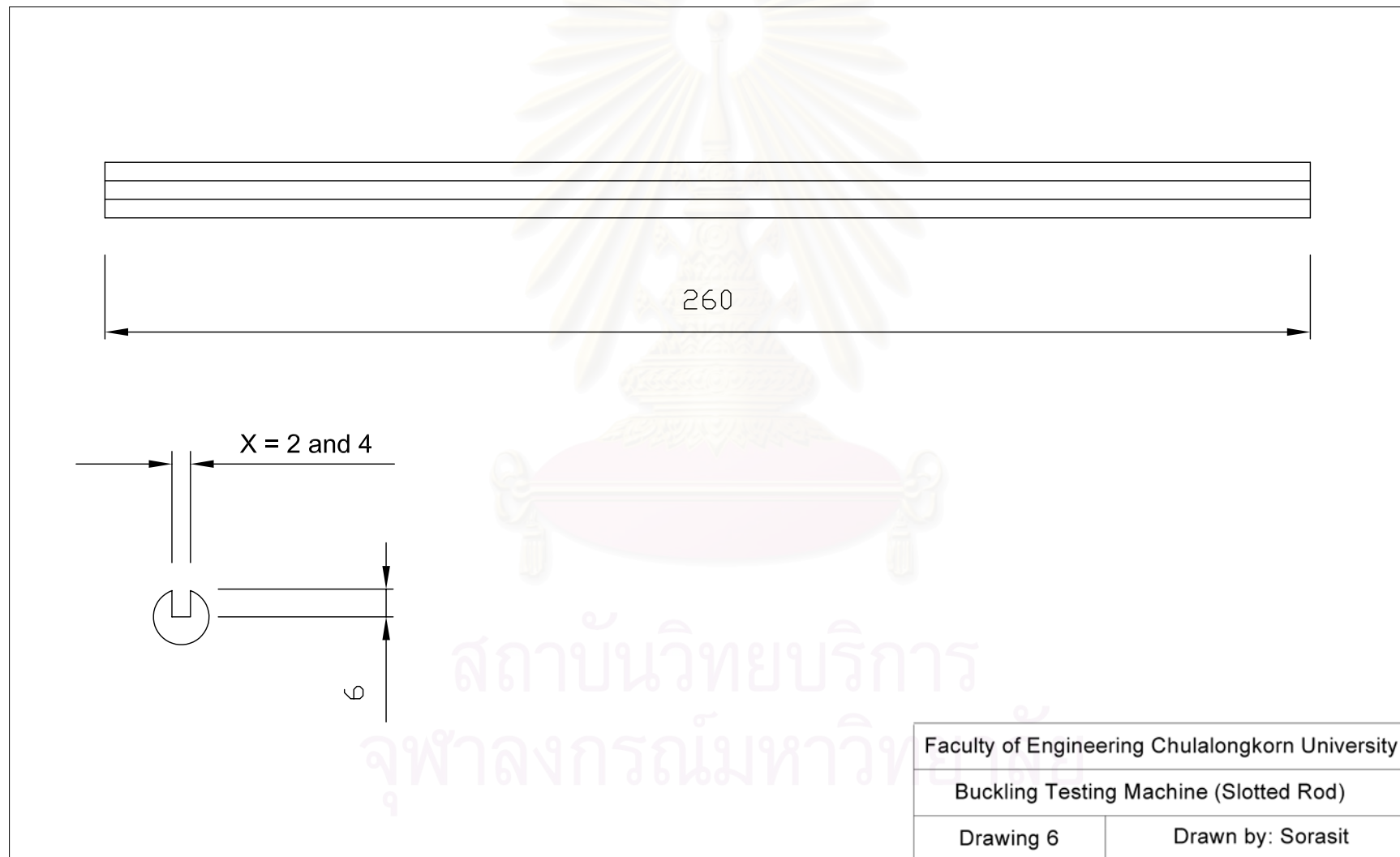
Buckling Testing Machine

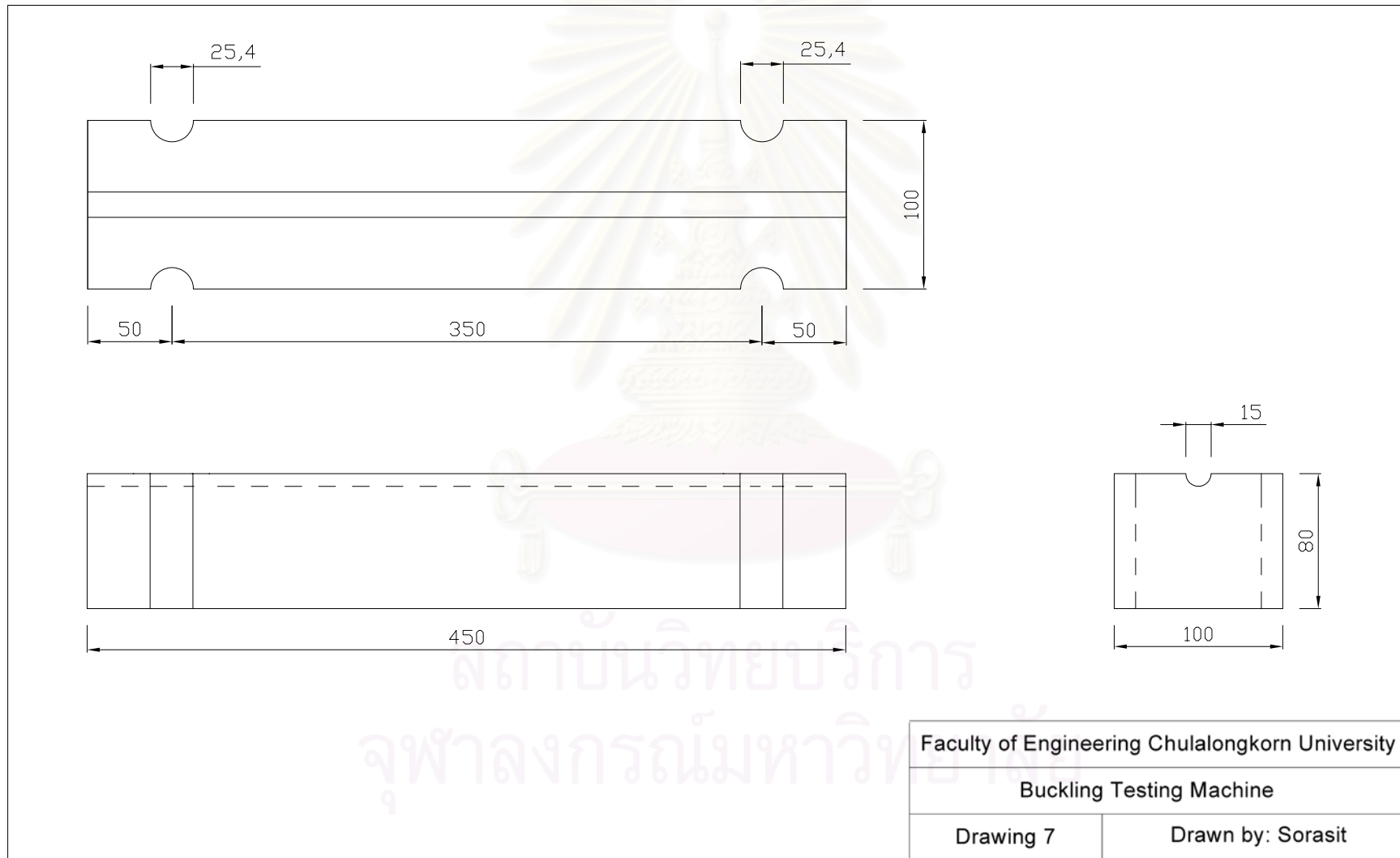
Drawing 4

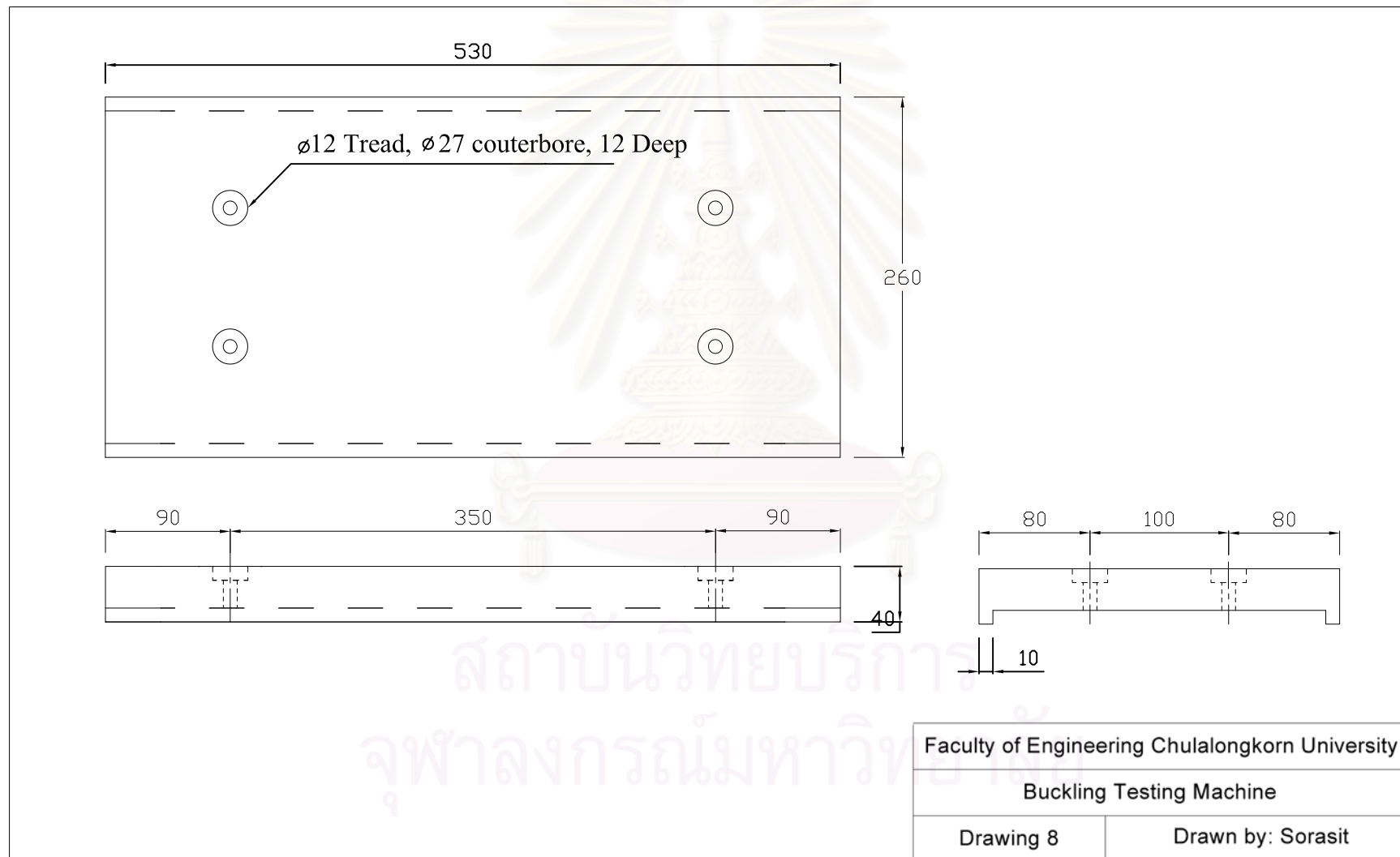
Drawn by: Sorasit



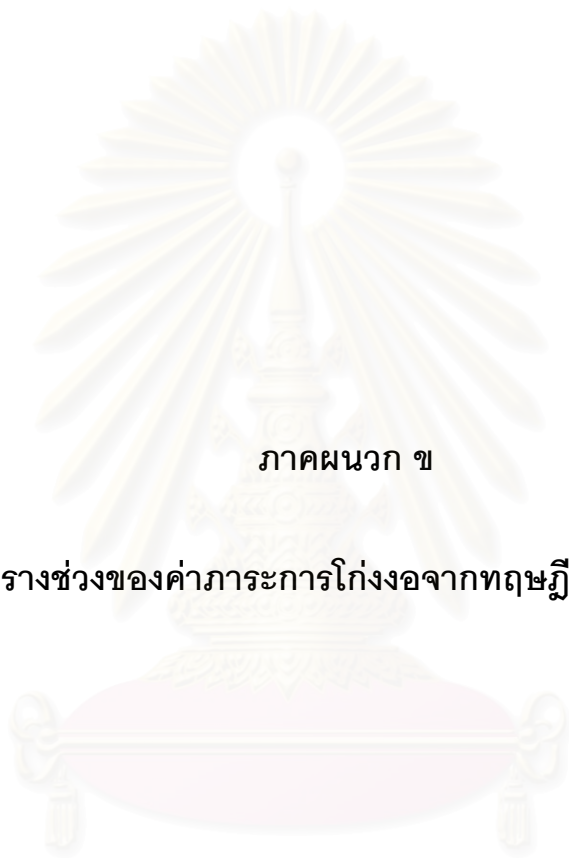












ภาคผนวก ข

ตารางช่วงของค่าภาระการไถ่ถอนจากทฤษฎีความคล้าย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.1 ช่วงของตัวประกอบสัดส่วนความโค้ง (C_{stiff}) ต้นแบบและแบบจำลอง
มีความคล้ายแบบสมบูรณ์

Model		Prototype			
Specimen No.	Ply thickness (mm)	Specimen No.	Ply thickness (mm)	Lower C_{stiff}	Upper C_{stiff}
5	0.292±0.003	6	0.279±0.006	0.7889	0.9611
5	0.292±0.003	7	0.260±0.014	0.5796	0.8560
5	0.292±0.003	8	0.262±0.016	0.5768	0.8993
6	0.279±0.006	7	0.260±0.014	0.6402	1.0222
6	0.279±0.006	8	0.262±0.016	0.6371	1.0675
7	0.260±0.014	8	0.262±0.016	0.7153	1.4530
9	0.284±0.004	10	0.265±0.008	0.7161	0.9158
9	0.284±0.004	11	0.258±0.009	0.6490	0.8556
9	0.284±0.004	12	0.259±0.009	0.6584	0.8770
10	0.265±0.008	11	0.258±0.009	0.7646	1.1074
10	0.265±0.008	12	0.259±0.009	0.7758	1.1351
11	0.258±0.009	12	0.259±0.009	0.8303	1.2524

ตารางที่ ข.1 ช่วงของตัวประกอบสัดส่วนความโค้ง (C_{stiff}) ต้นแบบและแบบจำลอง
มีความคล้ายแบบสมบูรณ (ต่อ)

Model		Prototype			
Specimen No.	Ply thickness (mm)	Specimen No.	Ply thickness (mm)	Lower C_{stiff}	Upper C_{stiff}
13	0.290±0.004	14	0.278±0.005	0.8072	0.9864
13	0.290±0.004	15	0.266±0.013	0.6356	0.9234
13	0.290±0.004	16	0.266±0.017	0.5995	0.9705
14	0.280±0.005	15	0.266±0.013	0.7028	1.0489
14	0.280±0.005	16	0.266±0.017	0.6628	1.1029
15	0.266±0.013	16	0.266±0.017	0.7080	1.4005
17	0.284±0.003	18	0.265±0.006	0.7261	0.9039
17	0.284±0.003	19	0.260±0.009	0.6616	0.8733
17	0.284±0.003	20	0.260±0.008	0.6695	0.8655
18	0.265±0.006	19	0.260±0.009	0.7864	1.1193
18	0.265±0.006	20	0.260±0.008	0.7958	1.1094
19	0.260±0.009	20	0.260±0.008	0.8237	1.2176

ตารางที่ ข.2 ช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อยที่มีความคล้อยแบบสมบูรณ์
และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF

Model		Prototype			
Specimen No.	Exp. Buckling load (kN/m)	Specimen No.	Lower scaling buckling load (kN/m)	Exp. Buckling load (kN/m)	Upper scaling buckling load (kN/m)
5	142.5	6	88.8	84.0	108.2
5	142.5	7	36.7	48.7	54.2
5	142.5	8	20.5	28.3	31.5
6	84.0	7	30.8	48.7	49.2
6	84.0	8	16.9	28.3	28.4
7	48.7	8	19.6	28.3	39.8
9	107.0	10	60.5	77.3	77.4
9	107.0	11	30.9	44.3	40.7
9	107.0	12	17.6	29.7	23.5
10	77.3	11	33.2	44.3	48.2
10	77.3	12	19.0	29.7	27.8
11	44.3	12	20.7	29.7	31.2
13	98.3	14	62.7	75.3	76.6
13	98.3	15	27.8	38.0	40.3
13	98.3	16	14.8	23.3	23.9
14	75.3	15	29.8	38.0	44.4
14	75.3	16	15.8	23.3	26.3
15	38.0	16	15.1	23.3	30.0
17	92.7	18	53.2	68.3	66.2
17	92.7	19	27.3	35.5	36.0
17	92.7	20	15.5	24.0	20.1
18	68.3	19	30.2	35.5	43.0
18	68.3	20	17.2	24.0	24.0
19	35.5	20	16.5	24.0	24.3

ตารางที่ ข.3 ช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความคล้อยที่มีความคล้อยแบบสมบูรณ์
และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF

Model		Prototype			
Specimen No.	Exp. Buckling load (kN/m)	Specimen No.	Lower scaling buckling load (kN/m)	Exp. Buckling load (kN/m)	Upper scaling buckling load (kN/m)
5	118.0	6	73.6	83.5	89.6
5	118.0	7	30.4	39.0	44.9
5	118.0	8	17.0	22.0	26.4
6	83.5	7	30.1	39.0	48.0
6	83.5	8	16.8	22.0	28.2
7	39.0	8	19.6	22.0	39.8
9	102.5	10	58.0	70.5	74.2
9	102.5	11	29.6	40.7	39.0
9	102.5	12	16.9	20.0	22.5
10	70.5	11	30.3	40.7	43.9
10	70.5	12	17.3	20.0	25.3
11	40.7	12	19.0	20.0	28.7
13	89.7	14	57.2	63.0	70.0
13	89.7	15	25.3	33.3	36.8
13	89.7	16	13.4	20.0	21.8
14	63.0	15	24.9	33.3	37.2
14	63.0	16	13.2	20.0	22.2
15	33.3	16	13.3	20.0	26.2
17	85.0	18	48.8	59.0	60.7
17	85.0	19	25.0	30.7	33.0
17	85.0	20	14.2	19.3	18.4
18	59.0	19	26.1	30.7	37.2
18	59.0	20	14.9	19.3	20.7
19	30.7	20	14.2	19.3	21.0

ตารางที่ ข.4 ช่วงของตัวประกอบสัดส่วนความโค้ง (C_{stiff}) ต้นแบบและแบบจำลอง
มีความคล้ายบางส่วน

Model		Prototype			
Specimen No.	Ply thickness (mm)	Specimen No.	Ply thickness (mm)	Average lower C_{stiff}	Average upper C_{stiff}
5	0.292±0.003	9	0.284±0.004	0.8882	1.0173
5	0.292±0.003	10	0.265±0.008	0.6863	0.8634
5	0.292±0.003	11	0.258±0.009	0.6220	0.8067
5	0.292±0.003	12	0.259±0.009	0.6311	0.8269
6	0.279±0.006	9	0.284±0.004	0.9810	1.2149
6	0.279±0.006	10	0.265±0.008	0.7580	1.0311
6	0.279±0.006	11	0.258±0.009	0.6870	0.9634
6	0.279±0.006	12	0.259±0.009	0.6970	0.9874
7	0.260±0.014	9	0.284±0.004	1.1015	1.6535
7	0.260±0.014	10	0.265±0.008	0.8510	1.4034
7	0.260±0.014	11	0.258±0.009	0.7713	1.3112
7	0.260±0.014	12	0.259±0.009	0.7825	1.3440
8	0.262±0.016	9	0.284±0.004	1.0547	1.6616
8	0.262±0.016	10	0.265±0.008	0.8149	1.4103
8	0.262±0.016	11	0.258±0.009	0.7385	1.3176
8	0.262±0.016	12	0.259±0.009	0.7493	1.3505

ตารางที่ ข.4 ช่วงของตัวประกอบสัดส่วนความโค้ง (C_{stiff}) ต้นแบบและแบบจำลอง
มีความคล้ายบางส่วน (ต่อ)

Model		Prototype			
Specimen No.	Ply thickness (mm)	Specimen No.	Ply thickness (mm)	Average lower C_{stiff}	Average upper C_{stiff}
5	0.292±0.003	9	0.284±0.004	0.8882	1.0173
5	0.292±0.003	10	0.265±0.008	0.6863	0.8634
5	0.292±0.003	11	0.258±0.009	0.6220	0.8067
5	0.292±0.003	12	0.259±0.009	0.6311	0.8269
6	0.279±0.006	9	0.284±0.004	0.9810	1.2149
6	0.279±0.006	10	0.265±0.008	0.7580	1.0311
6	0.279±0.006	11	0.258±0.009	0.6870	0.9634
6	0.279±0.006	12	0.259±0.009	0.6970	0.9874
7	0.260±0.014	9	0.284±0.004	1.1015	1.6535
7	0.260±0.014	10	0.265±0.008	0.8510	1.4034
7	0.260±0.014	11	0.258±0.009	0.7713	1.3112
7	0.260±0.014	12	0.259±0.009	0.7825	1.3440
8	0.262±0.016	9	0.284±0.004	1.0547	1.6616
8	0.262±0.016	10	0.265±0.008	0.8149	1.4103
8	0.262±0.016	11	0.258±0.009	0.7385	1.3176
8	0.262±0.016	12	0.259±0.009	0.7493	1.3505

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.5 ช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความค้ำยันที่มีความค้ำยันบางส่วน
และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF

Model		Prototype			
Specimen No.	Exp. Buckling load (kN/m)	Specimen No.	Lower scaling buckling load (kN/m)	Exp. Buckling load (kN/m)	Upper scaling buckling load (kN/m)
5	142.5	9	126.6	107.0	145.0
5	142.5	10	77.0	77.3	97.2
5	142.5	11	39.4	44.3	51.1
5	142.5	12	22.5	29.7	29.5
6	84.0	9	104.3	107.0	129.2
6	84.0	10	63.7	77.3	86.6
6	84.0	11	32.5	44.3	45.5
6	84.0	12	18.5	29.7	26.2
7	48.7	9	120.7	107.0	181.2
7	48.7	10	73.7	77.3	121.5
7	48.7	11	37.6	44.3	63.9
7	48.7	12	21.4	29.7	36.8
8	28.3	9	119.4	107.0	188.1
8	28.3	10	72.9	77.3	126.1
8	28.3	11	37.2	44.3	66.3
8	28.3	12	21.2	29.7	38.2

ตารางที่ ข.5 ช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความค้ำยันที่มีความค้ำยันแบบบางส่วน
และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SSSF (ต่อ)

Model		Prototype			
Specimen No.	Exp. Buckling load (kN/m)	Specimen No.	Lower scaling buckling load (kN/m)	Exp. Buckling load (kN/m)	Upper scaling buckling load (kN/m)
13	98.3	17	87.9	92.7	103.0
13	98.3	18	54.2	68.3	98.5
13	98.3	19	27.8	35.5	37.2
13	98.3	20	15.8	24.0	20.7
14	75.3	17	94.2	92.7	113.4
14	75.3	18	58.1	68.3	75.4
14	75.3	19	30.0	35.5	41.0
14	75.3	20	16.9	24.0	22.8
15	38.0	17	90.3	92.7	129.2
15	38.0	18	55.6	68.3	85.9
15	38.0	19	28.5	35.5	46.7
15	38.0	20	16.2	25.0	26.2
16	23.3	17	93.6	92.7	149.3
16	23.3	18	57.7	68.3	99.2
16	23.3	19	29.6	35.5	53.9
16	23.3	20	16.8	25.0	30.1

ตารางที่ ข.6 ช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความค้ำยันที่มีความค้ำยันบางส่วน
และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF

Model		Prototype			
Specimen No.	Exp. Buckling load (kN/m)	Specimen No.	Lower scaling buckling load (kN/m)	Exp. Buckling load (kN/m)	Upper scaling buckling load (kN/m)
5	118.0	9	104.8	102.5	120.0
5	118.0	10	64.0	70.5	80.5
5	118.0	11	32.6	40.7	42.3
5	118.0	12	18.6	20.0	24.4
6	83.5	9	100.7	102.5	128.4
6	83.5	10	63.3	70.5	86.1
6	83.5	11	32.3	40.7	45.2
6	83.5	12	18.4	20.0	26.1
7	39.0	9	96.7	102.5	145.1
7	39.0	10	59.0	70.5	97.3
7	39.0	11	30.1	40.7	51.1
7	39.0	12	17.2	20.0	29.5
8	22.0	9	92.8	102.5	146.2
8	22.0	10	56.7	70.5	98.1
8	22.0	11	28.9	40.7	51.5
8	22.0	12	16.5	20.0	29.7

ตารางที่ ข.6 ช่วงของค่าภาระการโก่งงอจากทฤษฎีความค้ำยันที่มีความค้ำยันบางส่วน
และเงื่อนไขขอบเขตแบบ SFSF (ต่อ)

Model		Prototype			
Specimen No.	Exp. Buckling load (kN/m)	Specimen No.	Lower scaling buckling load (kN/m)	Exp. Buckling load (kN/m)	Upper scaling buckling load (kN/m)
13	89.7	17	80.2	85.0	94.0
13	89.7	18	49.4	59.0	62.4
13	89.7	19	25.3	30.7	33.9
13	89.7	20	14.4	19.3	18.9
14	63.0	17	78.8	85.0	94.9
14	63.0	18	48.6	59.0	63.1
14	63.0	19	28.9	30.7	34.3
14	63.0	20	14.3	19.3	19.1
15	33.3	17	79.1	85.0	113.2
15	33.3	18	48.8	59.0	75.2
15	33.3	19	25.0	30.7	41.0
15	33.3	20	14.2	19.3	22.8
16	20.0	17	80.3	85.0	128.2
16	20.0	18	49.5	59.0	85.2
16	20.0	19	25.4	30.7	46.3
16	20.0	20	14.5	19.3	25.8

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายสรสิทธิ์ อรัญพิทักษ์ เกิดเมื่อวันที่ 24 ตุลาคม 2522 ที่จังหวัดเชียงใหม่ สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล จากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2544 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2545



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย