

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการเจริญเติบโตของอ้อย



นายภิญโญ ยลธรรมธรรม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

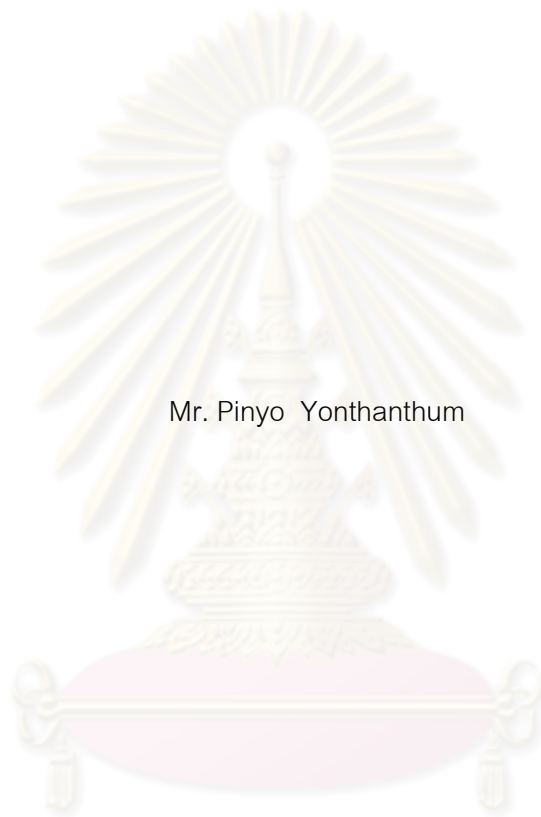
สาขาวิชาวิทยาการคณนา ภาควิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

MATHEMATICAL MODEL OF GROWTH AND DEVELOPMENT OF SUGARCANE



Mr. Pinyo Yonthanthum

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Computational Science

Department of Mathematics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการเจริญเติบโตของอ้อย

โดย

นาย ภิญโญ ยลธรรมธรรม

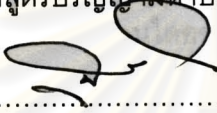
สาขาวิชา

วิทยาการคอมพิวเตอร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

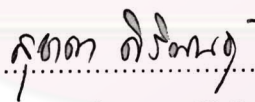
รองศาสตราจารย์ สุชาดา ศิริพันธ์

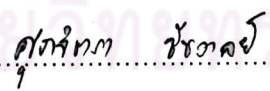
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

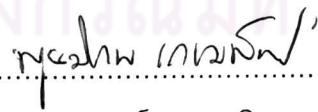

..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ หารหนองบัว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร. ชิตชนก เหลือสินทรัพย์)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ สุชาดา ศิริพันธ์)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. ศุภจิตรา ชัยวาลัย)


..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. พูนพิภพ เกษมทรัพย์)

ภัญญู ยลธรรมธรรม : ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการเจริญเติบโตของอ้อย.

(MATHEMATICAL MODEL OF GROWTH AND DEVELOPMENT OF

SUGARCANE) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รศ. สุชาดา ศิริพันธุ์, 75 หน้า

งานวิจัยนี้ได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบบพลวัตสำหรับอธิบายการเจริญเติบโตของอ้อยโดยใช้แนวคิดเกี่ยวกับระบบหลักทางชีวภาพที่เกี่ยวข้องกับการเจริญของต้นอ้อย คือการนำผลที่ได้จากกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงและกระบวนการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ มาควบคุมการแสดงผลของตัวแบบโครงสร้างกราฟิก 3 มิติของต้นอ้อย โดยมีปัจจัยที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบคือ ปริมาณแสงที่พืชสามารถใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสง (PAR) ปริมาณความเข้มข้นของแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์บริเวณรอบใบอ้อย (C_a) และอุณหภูมิของใบอ้อย (T_{leaf}) ตัวแบบการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ จะทำการคำนวณสัดส่วนของปริมาณสารอาหารที่ส่งที่ยังรากและลำต้น ผลจากการเปรียบเทียบระหว่างตัวแบบที่สร้างขึ้นกับข้อมูลการเจริญเติบโตของอ้อยปลูกพันธุ์ LK92-11 จากแปลงทดลองของภาควิชาพืชสวน คณะเกษตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) ระหว่าง Net Photosynthesis Model กับข้อมูลการสังเคราะห์แสงสุทธิมีค่ามากกว่า 0.92 และเมื่อเปรียบเทียบระหว่าง Growth Model กับข้อมูลความสูงของลำอ้อย พบว่ามีค่า R^2 มากกว่า 0.94 และมีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยน้อยกว่า 3.6% สำหรับโครงสร้างกราฟิก 3 มิติใช้แนวคิดของ L-System ในการจำลองโครงสร้างของส่วนที่อยู่เหนือดินของต้นอ้อย ได้แก่ ช่อ ปล้อง ตา แผ่นใบ กาบใบและยอด ซึ่งถูกควบคุมการแสดงผลด้วยตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตที่สร้างขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....คณิตศาสตร์..... ลายมือชื่อนิสิต.....ภัญญู ยลธรรมธรรม.....

สาขาวิชา.....วิทยาการคอมพิวเตอร์..... ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....สุชาดา ศิริพันธุ์.....

ปีการศึกษา.....2552.....

5072417323 : MAJOR COMPUTATIONAL SCIENCE

KEYWORDS : mathematical model / sugarcane / photosynthesis / L-system

PINYO YONTHANTHUM : MATHEMATICAL MODEL OF GROWTH AND DEVELOPMENT OF SUGARCANE. THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. SUCHADA SIRIPANT, 75 pp.

The purpose of this paper is to create a dynamic mathematical model for describing the growth and development of sugarcane which will be used to control a 3D visualization of sugarcane. The dynamic mathematical model describes the growth and development of sugarcane. The growth factors considered are based on the biological processes, which are photosynthesis and partitioning process. The net photosynthesis model is a non-linear equation constructed from the measured data from a field at Kasetsart University, Kamphaeng Saen Campus, Nakhonpathom Province, Thailand (14°N 99°E) with the environment factors: intercept photosynthetically active radiation (*PAR*), ambient carbon dioxide concentration (C_a) and leaf temperature (*Tleaf*). The partitioning model is used to calculate a partitioning proportion of daily net photosynthesis production to each part of sugarcane, shoot and root. Comparisons of net photosynthesis model and the measured photosynthesis rate from the field show that R^2 is more than 0.92. Comparisons of growth model and the sugarcane stalk height measured from the field show that mean percentage relative error less than 3.6% and R^2 more than 0.94. Conceptual of the virtual 3D model is used the L-System idea for describing the whole sugarcane (only aerial part) of each structures with observed data. Then, the developed virtual sugarcane structure which is controlled by dynamic mathematical model is presented in real time to show the visualization for aerial plant.

Department : Mathematics Student's Signature *Pinyo*
 Field of Study : Computational Science Advisor's Signature *S. Sujit*
 Academic Year : 2009

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงอย่างสมบูรณ์ด้วยความกรุณาช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากรองศาสตราจารย์ สุชาติ ศิริพันธ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาใช้เวลาเพื่อให้คำปรึกษา คำแนะนำและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งตลอดระยะเวลาในการทำวิจัย ตลอดจนช่วยตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น จึงขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ ที่นี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร. ชิตชนก เหลือสินทรัพย์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. พูนพิภพ เกษมทรัพย์ และรองศาสตราจารย์ ดร. ศุภจิตรา ชัชวาลย์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจสอบและให้คำแนะนำแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จด้วยดี

ขอขอบคุณ ภาควิชาพืชสวน ภาควิชาปฐพีวิทยา คณะเกษตรกำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ที่ได้ให้ความร่วมมือและการสนับสนุนสำหรับการทำวิจัยในครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์และบุคลากร โรงเรียนศึกษาสงเคราะห์สุราษฎร์ธานี ที่ให้การสนับสนุน ให้ความช่วยเหลือ ตลอดจนให้กำลังใจในการศึกษาและการทำวิจัยในครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณพี่ๆ น้องๆ สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ และพี่ๆ เพื่อนๆ น้องๆ ที่ศูนย์วิจัย AVIC สำหรับกำลังใจ ความช่วยเหลือและคำแนะนำอันเป็นประโยชน์ตลอดระยะเวลาในการทำวิจัย

กราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ พี่และน้อง ที่ให้กำลังใจ ช่วยเหลือและสนับสนุนในด้านต่างๆ อย่างดียิ่งตลอดมา

ท้ายสุดนี้ ความดีของการศึกษาและคุณค่าของวิทยานิพนธ์นี้ ผู้วิจัยขออุทิศแด่บูรพาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	1
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย.....	1
1.4 วิธีดำเนินการวิจัย.....	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 งานวิจัยทางพฤกษศาสตร์ที่ศึกษาสรีรวิทยากับการเจริญเติบโตของพืช.....	4
2.2 งานวิจัยที่ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตของพืช.....	6
2.3 งานวิจัยที่ศึกษาตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของพืช.....	7
3 ทฤษฎีพื้นฐาน.....	9
3.1 กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช.....	9
3.2 กระบวนการหายใจของพืช.....	14
3.3 กระบวนการแบ่งสารอาหารไปยังส่วนต่างๆ ของพืช.....	15
3.4 สรีรวิทยาและข้อมูลจำเพาะของอวัยวะของต้นอ้อย.....	17
3.5 การวิเคราะห์การถดถอย.....	20
3.6 ระบบลินเดนแมนเมเยอร์.....	24
3.7 คอมพิวเตอร์กราฟิกและการออกแบบวัตถุด้วย OpenGL.....	25

บทที่	หน้า
4 การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของ ต้นอ้อย.....	33
4.1 การเก็บข้อมูล.....	33
4.2 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อย.....	34
4.3 ตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อย.....	40
5 ผลการวิจัย.....	47
5.1 ผลการวิเคราะห์และเปรียบเทียบตัวแบบกับข้อมูล.....	47
5.2 ผลการจำลองแบบต้นอ้อย 3 มิติ.....	54
6 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	56
6.1 สรุปผลการวิจัย.....	56
6.2 ข้อเสนอแนะ.....	57
รายการอ้างอิง.....	59
ภาคผนวก.....	61

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
4.1	จำนวนข้อมูลเกี่ยวกับแสง แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ อุณหภูมิของใบอ่อน อัตราการสังเคราะห์ที่ใช้ในการศึกษาแต่ละช่วงอายุของต้นอ่อน.....	33
4.2	ข้อมูลเกี่ยวกับอายุของต้นอ่อนและความสูงของต้นอ่อน.....	34
5.1	ข้อมูลที่ประมาณด้วย Net Photosynthesis Model และ Partitioning Model	49
5.2	อัตราการเพิ่มขึ้นของความสูงของลำอ่อนที่มีอายุ d วัน ต่อวันความสูงเดิมต่อปริมาณ $\phi_s(d)$ ณ วันที่อ่อนมีอายุ d วัน.....	49
5.3	ความสูงของต้นอ่อนจากข้อมูลและจากการคำนวณโดยตัวแบบ.....	51

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญญภาพ

ภาพที่		หน้า
3.1	กระบวนการสำคัญของการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช.....	10
3.2	ปัจจัยที่พืชนำไปใช้ในกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงและสิ่งที่ได้จากกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชซึ่งถูกคายออกมาทางปากใบ.....	13
3.3	ผลจากการตีความสายอักขระ.....	25
3.4	รูปเหลี่ยมที่เหมาะสมและไม่เหมาะสม.....	26
3.5	กระบวนการแปลงโคออดิเนตสามมิติของวัตถุไปเป็นพิกเซลบนจอภาพ.....	26
3.6	ลำดับที่แตกต่างกันเมื่อทำการหมุนและเลื่อนวัตถุ ให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันมาก	27
3.7	ทรงกลมที่ไม่มีแสงตกกระทบและทรงกลมที่มีแสงตกกระทบ.....	28
3.8	Normal Vector.....	30
3.9	Normal Vector ของรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดที่ v_1, v_2 และ v_3	31
3.10	การเรนเดอร์โดยใช้ Normal Vector ของรูปเหลี่ยมและใช้ Normal Vector จริง	32
3.11	การเฉลี่ยค่า Normal Vector ที่จุด Vertex.....	32
4.1	แนวโน้มของอัตราการสังเคราะห์แสงเมื่อเทียบกับแสง.....	37
4.2	ฟังก์ชัน $\gamma(d)$ ซึ่งได้การประมาณ (Interpolation) จากข้อมูลที่เป็นผลจากการทดลองของ J.P. Smith.....	38
4.3	ต้นอ้อยเริ่มต้น.....	41
4.4	ต้นอ้อยในการทำซ้ำครั้งที่ 1.....	42
4.5	ปล้องของต้นอ้อย.....	43
4.6	กาบใบของต้นอ้อย.....	43
4.7	แผ่นใบของต้นอ้อย.....	43
4.8	ตาของต้นอ้อย.....	44
4.9	ยอดของต้นอ้อย.....	44
4.10	ลักษณะความโค้งของใบอ้อย.....	45
4.11	โครงสร้างของต้นอ้อย 3 มิติ ที่ให้สี แสง เงาด้วย DevC+ และ OpenGL.....	46
5.1	เปรียบเทียบระหว่างตัวแบบการสังเคราะห์แสงสุทธิกับข้อมูล(Data) ในชุดที่ 2..	48
5.2	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\alpha (d_p)$ กับอายุของอ้อย (d).....	50

ภาพที่		หน้า
5.3	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของอ้อยกับ α	50
5.4	กราฟของตัวแบบการเจริญเติบโต Model 1 และ 2.....	52
5.5	เปรียบเทียบความสูงของลำอ้อยระหว่างข้อมูลที่ได้จากการวัดกับ Model 1.....	52
5.6	เปรียบเทียบความสูงของลำอ้อยระหว่างข้อมูลที่ได้จากการวัดกับ Model 2.....	53
5.7	ต้นอ้อยที่มีอายุ 114 วัน.....	54
5.8	ต้นอ้อยที่มีอายุ 179 วัน.....	54
5.9	ต้นอ้อยที่มีอายุ 214 วัน.....	55
5.10	ต้นอ้อยที่มีอายุ 247 วัน.....	55



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

อ้อย (*Saccharum officinarum* L.) เป็นพืชเศรษฐกิจชนิดหนึ่งของประเทศไทยที่มีผลผลิตอ้อยเฉลี่ยประมาณ 8-9 ตัน/ไร่ ซึ่งต่ำกว่าประเทศคู่แข่งมาก การจัดการในด้านต่างๆ ที่ส่งผลต่อปริมาณและคุณภาพของอ้อยจึงมีความสำคัญ การเจริญเติบโตของต้นอ้อยตั้งแต่ปลูกด้วยท่อนพันธุ์จนถึงเก็บเกี่ยวแบ่งเป็น 4 ระยะ คือ ระยะงอก (Germination Phase) ระยะแตกกอ (Tillering Phase) ระยะย่นปล้อง (Stalk Elongation Phase) และระยะแก่และสุก (Maturity And Ripening Phase) ความต้องการปัจจัยที่จะเสริมการเจริญเติบโตแต่ละระยะย่อมมีระดับที่ต่างกัน การสร้างต้นแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับอธิบายการเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อยในระยะเวลาดังกล่าว และการพัฒนาต้นแบบโครงสร้าง 3 มิติ ของต้นอ้อยที่ใช้ต้นแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้มาควบคุมจะช่วยให้สามารถเข้าใจโครงสร้างทางกายภาพ การเจริญเติบโต และพัฒนาการของต้นอ้อยได้อย่างเหมาะสม

การศึกษารูปแบบการพัฒนาของอ้อยในแต่ละระยะโดยพิจารณาจากปัจจัยทางธรรมชาติและปัจจัยอื่นที่เกษตรกรได้จัดเพิ่มเติมในรูปแบบของต้นแบบทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้สามารถจำลองการเจริญเติบโตของอ้อยภายใต้เงื่อนไขของสภาพแวดล้อมที่กำหนดได้ อีกทั้งสามารถนำต้นแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปคาดการณ์รายละเอียดของการเจริญเติบโตของต้นอ้อย เช่น โครงสร้างมวลชีวภาพ ได้ ส่งผลให้เกษตรกรสามารถนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ในการวางแผนและการจัดการเพาะปลูกอ้อยให้มีผลผลิตเพิ่มขึ้นต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์สำคัญสำหรับงานวิจัยนี้ประกอบด้วย

1.2.1 พัฒนาต้นแบบโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อย

1.2.2 พัฒนาต้นแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับอธิบายการเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อย

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1.3.1 วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาเฉพาะการเจริญเติบโตของอ้อยปลูกพันธุ์ LK 92-11

1.3.2 วิทยานิพนธ์นี้ศึกษาการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการเจริญเติบโตของอ้อย ตั้งแต่ระยะแตกกอจนถึงระยะย่างปล้อง

1.3.3 การเจริญเติบโตของอ้อยที่ใช้ในการศึกษาคือ ความสูงของลำอ้อย ซึ่งวัดจากพื้นดิน จนถึงคอใบสุดท้ายของลำอ้อย

1.3.4 โครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อยที่สนใจศึกษาคือส่วนของต้นอ้อยที่อยู่เหนือดิน ได้แก่ ช่อปล้อง กาบใบ แผ่นใบ ตาและยอด

1.3.5 ปัจจัยสภาพแวดล้อมที่ใช้ในการพิจารณาการเจริญเติบโต ได้แก่ ปริมาณแสงที่ตกกระทบใบอ้อยซึ่งพืชสามารถนำไปใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสง อุณหภูมิภายในของใบอ้อยและ ปริมาณความเข้มข้นของก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์บริเวณโดยรอบของใบอ้อย

1.4 วิธีดำเนินการวิจัย

1.5.1 ศึกษาและรวบรวมข้อมูล ทฤษฎีของการสร้างตัวแบบการเจริญเติบโตของพืช ทฤษฎีชีววิทยาและการพัฒนาการของอ้อย

1.5.2 เก็บรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการเจริญเติบโตของอ้อยจากการทดลองที่ปลูกอ้อยใน แปลงเพื่อสร้างตัวแบบ

1.5.3 ออกแบบและสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตของอ้อย

1.5.3.1 ศึกษาปัจจัยและความสำคัญของปัจจัยที่มีผลต่อการเจริญเติบโตของอ้อย

1.5.3.2 ศึกษารูปแบบของความสัมพันธ์ของปัจจัยต่างๆ

1.5.3.3 ออกแบบและสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เจริญเติบโตของอ้อย

1.5.4 ออกแบบและสร้างตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติ ของต้นอ้อย

1.5.4.1 ศึกษาและสังเกตลักษณะทางสัณฐานวิทยาของต้นอ้อย

1.5.4.2 เก็บข้อมูลลักษณะทางสัณฐานวิทยาของต้นอ้อย

1.5.4.3 ออกแบบส่วนประกอบของต้นอ้อย

1.5.4.4 สร้างตัวแบบของส่วนประกอบของต้นอ้อย

1.5.4.5 แสดงต้นอ้อยด้วยคอมพิวเตอร์กราฟิก

1.5.5 ทดสอบและปรับปรุงตัวแบบ

1.5.6 สรุป วิเคราะห์ผล เขียนรายงานและจัดทำรูปเล่มเอกสารวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการเจริญเติบโตของต้นอ้อยในระยะแตกกอจนถึงระยะย่างปล้องที่พิจารณาปัจจัยและกระบวนการทางชีวภาพ สามารถนำไปอธิบายการเปลี่ยนแปลงการเจริญเติบโตของต้นอ้อยที่มีสภาวะแวดล้อมตามปัจจัยที่เปลี่ยนไป และผลของความเปลี่ยนแปลงนี้ได้นำไปควบคุมสภาพเคลื่อนไหวทำให้สามารถนำไปแสดงผลในรูปแบบกราฟิกที่ทำให้ง่ายต่อการเข้าใจและมีความสมจริง

วิทยานิพนธ์เล่มนี้ แบ่งออกเป็น 6 บท โดยบทที่ 2 จะกล่าวถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง บทที่ 3 จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในงานวิจัย บทที่ 4 จะกล่าวถึงการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและการสร้างตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อย บทที่ 5 จะกล่าวถึงผลการวิจัย และส่วนสุดท้าย บทที่ 6 จะกล่าวถึงการสรุปผล การอภิปรายผลและข้อเสนอแนะของงานวิจัย



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาและการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตของพืชได้มีการพัฒนาอย่างแพร่หลายในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ด้านเกษตรศาสตร์และพฤกษศาสตร์ การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการเจริญเติบโตของพืชส่วนใหญ่เป็นการพิจารณาจากการทดลองในแปลงและ/หรือในห้องปฏิบัติการโดยมุ่งเน้นไปที่การเปลี่ยนแปลงของปัจจัยต่างๆ ที่มีผลต่อการศึกษานั้นๆ และสรุปผลในรูปแบบการรายงานด้วยกราฟ แผนภูมิ ตารางหรือข้อมูลที่มีการวิเคราะห์ค่าสถิติด้วยสูตรและวิธีการต่างๆ ที่เหมาะสมกับกรณีศึกษา สำหรับการศึกษและสร้างตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของพืชได้มีการพัฒนาอย่างกว้างขวางและส่วนใหญ่ให้ความสำคัญไปที่ความเหมือนจริงของพืชและองค์ประกอบอื่นทางด้านการแสดงภาพ เช่น แสงและเงา เป็นต้น (โดยขาดการพิจารณาเกี่ยวกับปัจจัยภายนอกและกระบวนการจัดการภายในที่ส่งผลต่อการเจริญเติบโตและการพัฒนาการของพืช)

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับอธิบายการเจริญเติบโตและการพัฒนาการของต้นอ้อย และการพัฒนาตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อยที่มีผู้ดำเนินการมาแล้วแบ่งได้เป็น 3 แนวทาง ดังนี้

1. งานวิจัยทางพฤกษศาสตร์ที่ศึกษาสรีรวิทยา (physiology) กับการเจริญเติบโตของพืช
2. งานวิจัยที่ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตของพืช
3. งานวิจัยที่ศึกษาตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของพืช

2.1 งานวิจัยทางพฤกษศาสตร์ที่ศึกษาสรีรวิทยา (physiology) กับการเจริญเติบโตของพืช

การศึกษาผลของกระบวนการทางสรีรวิทยาของพืชที่ส่งผลต่อการเจริญเติบโตของพืชได้มีการค้นคว้าและวิจัยอย่างหลากหลายตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย เช่น เพื่อศึกษาพฤติกรรมและผลกระทบที่มีต่อการเพิ่มผลผลิต หรือเพื่อการจัดการต่างๆ ที่เกี่ยวกับการเพาะปลูก เป็นต้น เอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการทางสรีรวิทยาของพืชที่เกี่ยวข้องกับการเจริญเติบโตของพืชซึ่งจะกล่าวถึงต่อไปประกอบด้วย การสังเคราะห์ด้วยแสง (photosynthesis) การหายใจ (respiration) และการแบ่งสรรอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ (partitioning) ของต้นอ้อย

ผลจากการศึกษาของ D.L. Liu และ T.A. Bull ในปี ค.ศ.2001 ได้เสนอว่า อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงทั้งหมดในระหว่างวัน (daily gross photosynthesis, P_g (กรัมของ CO_2 /

ตารางเมตร/ วัน) และอัตราการหายใจเพื่อการบำรุงรักษาเนื้อเยื่อที่มีอยู่เดิม (maintenance respiration, r , (10^{-6} กรัมของ CO_2 / กรัม/ นาที)) ของต้นอ้อยจะแปรผันตามการเปลี่ยนแปลงของสภาพแวดล้อมและลำดับขั้นตอนของการพัฒนาการในชีพจักรของต้นอ้อย (phenological development) กล่าวคือ อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของใบอ้อย (leaf-photosynthesis) กับแสงที่พืชสามารถใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสงได้ในระหว่างวัน (daily photosynthetically active radiation, I_d , (จูล/ตารางเมตร)) มีความสัมพันธ์กันแบบ rectangular hyperbolic function และเมื่ออุณหภูมิอากาศเพิ่มขึ้นอัตราการหายใจเพื่อการบำรุงรักษาจะเพิ่มขึ้นด้วย [1]

ในปี ค.ศ.2002 ผลจากการศึกษาของ N.G. Inman-Bamber, R.C. Muchow และ M.J. Robertsen ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อน้ำหนักสดของส่วนที่อยู่เหนือดินของต้นอ้อย (green aerial biomass, กิโลกรัม / ตารางเมตร) เพิ่มมากขึ้น สัดส่วนของการแบ่งสารอาหารที่สร้างขึ้นได้จากการสังเคราะห์ด้วยแสงที่ส่งไปยังส่วนต่างๆ ที่อยู่เหนือดินของอ้อย (partitioning) พิจารณาเป็น 3 ส่วนคือ ลำอ้อย (stalk) แผ่นใบอ้อยที่เป็นสีเขียว (green leaf blade) และส่วนอื่นๆ จะมีค่าประมาณ 80, 10 และ 10 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเทียบกับส่วนของลำต้นที่อยู่เหนือดินทั้งหมด ตามลำดับ [2]

ในปี ค.ศ.2005 งานวิจัยของ A. Singels, R.A. Donaldson และ M.A. Smit ได้เสนอว่าค่า Photosynthetic Active Radiation Conversion Efficiency (*PARCE*, กรัม / โมลจูล) และอัตราการหายใจเพื่อการบำรุงรักษาเนื้อเยื่อที่มีอยู่เดิม (whole maintenance respiration, R_m , (กรัม / กรัม / วัน)) ของต้นอ้อยทั้งต้น จะแปรผันตามการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิอากาศเฉลี่ยในระหว่างวัน (mean daily temperature) กล่าวคือ เมื่ออุณหภูมิอากาศเฉลี่ยในระหว่างวันเพิ่มขึ้นค่า *PARCE* และ R_m จะเพิ่มขึ้นด้วย [3]

ในปี ค.ศ.2005 D.M. Smith, N.G. Inman-Bamber และ P.J. Thorburn ได้กล่าวถึงผลการศึกษาของ J. P. Smith ในปี ค.ศ.1998 ที่เสนอว่าอัตราส่วนของการแบ่งสารอาหารของต้นอ้อยปลูก (partitioning) ไปยังส่วนของราก (root) กับส่วนของต้นที่อยู่เหนือดิน (shoot) ของต้นอ้อย (root: shoot ratios) จะสูงขึ้นอย่างรวดเร็วในช่วงต้นของการเจริญเติบโต จากนั้นอัตราส่วนดังกล่าวจะลดลงหลังจากต้นอ้อยอายุประมาณ 50 วันและเข้าสู่จุดสมดุลเมื่อต้นอ้อยอายุประมาณ 130 วัน โดยอัตราส่วนของการแบ่งสารอาหารสูงสุด คือ 0.42 กิโลกรัม / กิโลกรัม [4, 5]

งานวิจัยที่ศึกษาผลของกระบวนการทางสรีรวิทยาของพืชที่ส่งผลต่อการเจริญเติบโตของต้นอ้อยที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า การเปลี่ยนแปลงของปัจจัยต่างๆ ในสภาพแวดล้อมและลำดับขั้นตอนของการพัฒนาการในวัฏจักรชีวิตของต้นอ้อยเองมีผลต่อกระบวนการภายในที่สำคัญ

ของต้นอ้อย คือ การสังเคราะห์ด้วยแสง การหายใจของและการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ ของต้นอ้อย

2.2 งานวิจัยที่ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตของพืช

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการอธิบายการเจริญเติบโตและพัฒนาการของพืชเศรษฐกิจได้มีการนำเสนอไว้อย่างกว้างขวางตามลักษณะเฉพาะของปัญหา

ในปี ค.ศ.1997 งานวิจัยของ C. R. Webb, A. R. Worker และ C.A. Gilligan ได้เสนอตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายการเจริญเติบโตของส่วนต่างๆ ของต้น sugar beet 3 ส่วน คือ ส่วนของลำต้นที่อยู่เหนือดิน (shoot) ส่วนของรากฝอย (fibrous root) และส่วนของรากที่เก็บสะสมสารอาหาร (storage root) ตลอดช่วงระยะเวลาของการเพาะปลูก ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ที่สัมพันธ์กับฟังก์ชันของสัดส่วนการแบ่งสารอาหารไปยังส่วนต่างๆ (partitioning) กับอายุของต้น sugar beet โดยมีปัจจัยที่ใช้ในการพิจารณา คือ สัดส่วนของพื้นที่ของใบในระดับเรือนยอดต่อพื้นที่เพาะปลูก (foliage cover) สารอาหารที่ได้จากการสังเคราะห์ด้วยแสง (product of photosynthesis) และแสงที่ตกกระทบ (incident radiation) [6]

ผลการศึกษาของ A. Retta และ D. V. Armbrust ในปี ค.ศ. 1997 ได้เสนอตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อใช้อธิบายการเจริญเติบโตของพืชไร่ในรูปของสมการพีชคณิต โดยกำหนดให้ผลผลิตของน้ำหนักในรอบวัน (daily production of biomass) เป็นฟังก์ชันของปริมาณแสงที่พืชสามารถดักจับไปใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสงได้ (intercepted photosynthetically active radiation) และค่าของพื้นที่ใบต่อพื้นที่เพาะปลูก (leaf area index, LAI) สำหรับผลผลิตของน้ำหนักในรอบวันจะถูกแบ่งและส่งไปตามส่วนต่างๆ คือ ราก ใบ กิ่งก้านและส่วนที่เกี่ยวข้องกับการเจริญพันธุ์ (reproductive parts) ด้วยตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิสะสม (growing degree day, GDD) ผลการทดสอบของตัวแบบกับข้อมูลจริงในพืชไร่หลายชนิด ได้แก่ ถั่วเหลือง ข้าวโพดเลี้ยงสัตว์ ข้าวฟ่าง ข้าวสาลีและข้าวโอ๊ต พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r^2) อยู่ระหว่าง 0.70 ถึง 0.92 [7]

งานวิจัยของ M. Mohamed Amanullah และคณะ ในปี ค.ศ.2007 ได้ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบบต่างๆ 5 แบบ ในรูปของสมการพีชคณิตของอัตราของการเจริญเติบโต (น้ำหนัก/พื้นที่) ต่ออายุ คือ Richard growth model, Logistic growth model, Gompertz growth model, Hill growth model และ Gauss growth model ดังสมการ (2.1) เพื่อใช้อธิบายการเจริญเติบโต

ของต้นมันสำปะหลังที่มีการจัดการเพาะปลูกและการให้ปุ๋ยด้วยสูตรที่แตกต่างกัน โดยจัดให้มีการเพาะปลูกใน 3 รูปแบบ คือ ปลูกมันสำปะหลังเพียงอย่างเดียว ปลูกมันสำปะหลังร่วมกับข้าวโพดเลี้ยงสัตว์ (maize) และปลูกมันสำปะหลังร่วมกับถั่วพุ่ม (cowpea) และจัดให้มีการมีการให้ปุ๋ยด้วยสูตรที่ต่างกัน 6 สูตร พบว่า Richard growth model สามารถประมาณค่าของอัตราของการเจริญเติบโตได้ดีที่สุดโดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r^2) ประมาณ 0.99 (99%) [8]

$$\begin{array}{ll}
 \text{Richard growth model:} & W = \frac{W_m}{n [1 + e^{\beta - kt}]} \\
 \text{Logistic growth model:} & W = \frac{W_m}{1 + ce^{-bt}} \\
 \text{Gompertz growth model:} & W = \frac{W_m}{e^{e^{-(\beta + ct)}}} \\
 \text{Hill growth model:} & W = \frac{W_m tc}{e^\beta + tc} \\
 \text{Gauss growth model:} & W = \frac{W_m}{1 - e^b + ct^2}
 \end{array} \quad (2.1)$$

เมื่อ W คือ น้ำหนัก/พื้นที่, W_m คือ น้ำหนัก/พื้นที่ สูงสุด, t คือ เวลา และ b, c, k, β คือ ค่าคงตัว

2.3 งานวิจัยที่ศึกษาตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของพืช

ตัวแบบโครงสร้างในเชิงคอมพิวเตอร์กราฟิกของพืชได้มีการนำเสนออย่างแพร่หลายซึ่งใช้เทคนิค วิธีการและเครื่องมือในการพัฒนาต่างๆ กันไป ทำให้ได้ภาพกราฟิกที่มีคุณภาพ ความสมจริงและการแสดงผลที่แตกต่างกันไปตามวัตถุประสงค์ที่สร้างขึ้น

ในปี ค.ศ.1997 Jim Hanan ได้เสนอ Integrating architectural and physiological models ซึ่งเป็นการสร้างภาพพืชเสมือนจริง 3 มิติด้วย L-systems และใช้สมการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสะสมอุณหภูมิของพืชในแต่ละช่วงเวลา (thermal time) เป็นตัวควบคุมการเจริญเติบโตของพืชตลอดช่วงอายุ โดยใช้ต้นถั่วแดง (*Phaseolus vulgaris* L.) เป็นกรณีศึกษา [9]

งานวิจัยของ Carlos H. Diaz-Ambrona, Ana M. Tarquis และ M. Ines Minguez ในปี ค.ศ.1998 ได้เสนอวิธีการสร้างภาพพืชเสมือนจริง 3 มิติด้วย Parametric open L-system และใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์แบบ stochastic function เป็นตัวควบคุมการเจริญเติบโตและการ

นำเสนอภาพ 3 มิติของต้นถั่วปากอ้า (*Vicia faba* L.) ในระดับเรือนพุ่ม (canopy) โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการศึกษาในเรือนทดลอง (greenhouse experiments) [10]

ในปี ค.ศ.2000 สมพร ช่วยอารีย์ ได้เสนอวิธีการสร้างภาพเคลื่อนไหวของการเจริญเติบโตของพืชตลอดช่วงการเจริญเติบโตโดยใช้ Bracketed L-systems ด้วยวิธี parametric functional symbols ที่ใช้ตัวแบบการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ซึ่งสร้างมาจากข้อมูลที่ได้มาจากการทดลองปลูกต้นถั่วเหลือง (*Glycine max* (L.) Merrill) เป็นกรณีศึกษา เพื่อควบคุมขนาดของโครงสร้างส่วนประกอบและรายละเอียดต่างๆ ของพืช [11]

ผลการศึกษาในปี ค.ศ.2005 ของ Tomonari Watanabe และคณะ ได้เสนอวิธีการสร้างภาพเสมือนจริง 3 มิติของต้นข้าว (*Oryza sativa* L.) ด้วย L-systems และควบคุมการเจริญเติบโตของต้นข้าวตั้งแต่เป็นเมล็ดจนถึงโตเต็มที่ด้วยตัวแบบการเจริญเติบโตทางคณิตศาสตร์ซึ่งพิจารณาปัจจัยอันเป็นผลกระทบจากสภาพแวดล้อมในรูปฟังก์ชันของอุณหภูมิกับ photoperiod จากการเก็บข้อมูลของต้นข้าวพันธุ์ Namaga ด้วยวิธี 3D Digitizer [12]

งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับตัวแบบโครงสร้างในเชิงคอมพิวเตอร์กราฟิกของพืชที่กล่าวมาข้างต้น ได้มีการนำเสนอเทคนิค วิธีการและเครื่องมือที่ใช้ในการพัฒนาต่างๆ แต่ยังไม่ได้นำปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทางชีวภาพซึ่งมีความสำคัญต่อการเจริญเติบโตของพืช คือ การสังเคราะห์ด้วยแสง (photosynthesis) การหายใจ (respiration) และการแบ่งสรรอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ ของพืช (partitioning) จึงทำให้ตัวแบบโครงสร้างในเชิงคอมพิวเตอร์กราฟิกของพืชมีความเสมือนจริงแต่ยังไม่ได้นำกระบวนการภายในที่มีความสำคัญและจำเป็นต่อการเจริญเติบโตของพืชมามีส่วนในการพิจารณาการเจริญเติบโต

บทที่ 3

ทฤษฎีพื้นฐาน

แนวคิดและทฤษฎีที่ใช้ในการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์สำหรับอธิบายการเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อยประกอบด้วย ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวกับกระบวนการทางสรีรวิทยาของพืช 3 กระบวนการ คือ กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสง (photosynthesis) การหายใจ (respiration) และการแบ่งสรรอาหารไปยังส่วนต่างๆ (partitioning) และกล่าวถึงสรีรวิทยาและข้อมูลจำเพาะของต้นอ้อย (sugarcane physiology and specification) ส่วนต่อไปที่จะกล่าวถึงคือการวิเคราะห์การถดถอย (regression analysis) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่เชิงเส้นและวิธีเลเวนเบิร์ก-มาร์ควาร์ดท์ (Levenberg-Marquardt) สำหรับในส่วนสุดท้ายของบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อยซึ่ง ประกอบด้วย ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้ในการสร้างภาพโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อยทั้งต้น เรียกว่า ระบบลินเดนเมเยอร์ (Lindenmayer System หรือ L-System) และทฤษฎีทางคอมพิวเตอร์กราฟิกและการออกแบบวัตถุ (computer graphic and design) ด้วย OpenGL

3.1 กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช (photosynthesis)

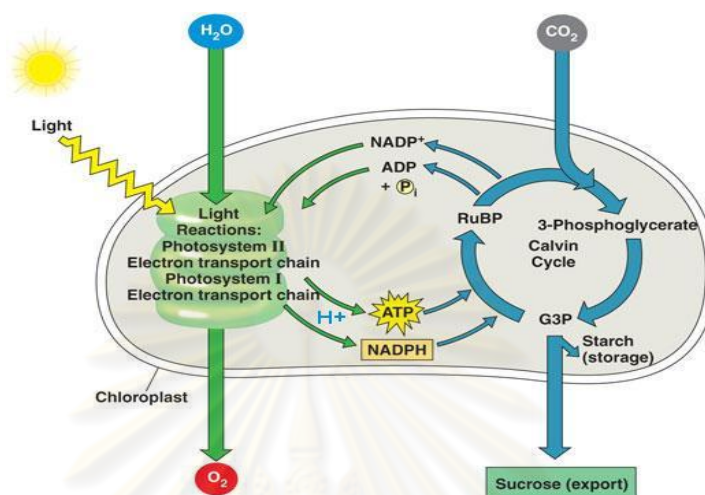
กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชเป็นการสร้างอาหารจำพวกคาร์โบไฮเดรตของพืชสีเขียวเพื่อใช้ในการเจริญเติบโตและซ่อมแซมส่วนที่สึกหรอของพืชอีกทั้งยังเป็นการผลิตอาหารสำหรับสิ่งมีชีวิตอื่นๆ บนโลก ในพืชสีเขียวมีสารสี (pigment) ที่ทำหน้าที่ดูดกลืนพลังงานแสงจากดวงอาทิตย์มาใช้ในการสร้างอาหาร นอกจากนั้นพืชจำเป็นต้องใช้น้ำและแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ที่เป็นสารอนินทรีย์โมเลกุลเล็กมาใช้ในการกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสง [13, 14]

3.1.1 กระบวนการสำคัญของการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช

การสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชเป็นกระบวนการ ที่ประกอบด้วยสองกระบวนการใหญ่ๆ คือ ปฏิกิริยาแสง (light reactions) และปฏิกิริยาคาร์บอน (carbon reactions)

Light reactions เป็นกระบวนการที่พืชเปลี่ยนพลังงานแสงเป็นพลังงานเคมีแล้วเก็บไว้ในสารประกอบที่พืชสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ภายในคลอโรพลาสต์ โดยสารประกอบที่เก็บพลังงานแสงที่ตรึงได้จากการสังเคราะห์ด้วยแสงมีสองชนิด ได้แก่ ATP และ NADPH

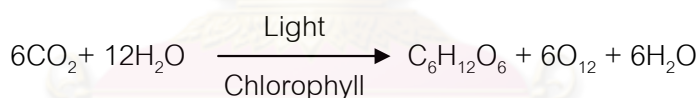
Carbon reactions เป็นกระบวนการที่พืชตรึงและรีดิวส์ CO_2 ให้เป็นสารประกอบพวกคาร์โบไฮเดรตโดยใช้เอนไซม์ที่อยู่ในสโตรมา (stroma) ของคลอโรพลาสต์ร่วมกับ ATP และ NADPH ที่สร้างขึ้นจากกระบวนการ light reactions



ภาพที่ 3.1 กระบวนการสำคัญของ การสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช

ที่มา : <https://eapbiofield.wikispaces.com/file/view/c8.10x21.overview.jpg>

กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชเป็นปฏิกิริยาเคมีที่ซับซ้อน โดยสามารถเขียนสมการเคมีแสดงการเกิดกระบวนการได้ดังนี้



3.1.2 ปัจจัยที่ควบคุมการสังเคราะห์ด้วยแสง

จากสมการเคมีของกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชข้างต้นจะเห็นได้ว่า ปัจจัยที่ควบคุมการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชสามารถแบ่งได้เป็นปัจจัยภายใน และปัจจัยภายนอกพืช สำหรับปัจจัยภายในจะเกี่ยวข้องกับผลของพันธุกรรมของพืช ส่วนปัจจัยภายนอกเป็นปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับสภาพแวดล้อม

ปัจจัยภายในที่ควบคุมการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช ได้แก่

ก. โครงสร้างของใบ โครงสร้างของใบเอื้อให้รับแสงและแลกเปลี่ยนแก๊ส เนื่องจากใบพืชประกอบไปด้วยเซลล์จำนวนมาก เซลล์ขนาดเล็กมีอัตราส่วนพื้นที่ผิวต่อปริมาตรของเซลล์สูง

ประกอบกับการจัดเรียงตัวให้มีช่องว่างระหว่างเซลล์ เพื่อให้แลกเปลี่ยนแก๊สได้ดี นอกจากนี้โครงสร้างของใบก็อำนวยความสะดวกให้รับแสงได้มาก

ข. อายุของใบ เมื่อพิจารณาใบแต่ละใบของพืช พบว่า ใบอ่อนสามารถสังเคราะห์ด้วยแสงได้เพิ่มขึ้นจนถึงจุดสูงสุดเมื่อใบเจริญเต็มที่ (mature) แต่หลังจากนั้น การสังเคราะห์ด้วยแสงจะลดลงเมื่อใบแก่และเข้าสู่ระยะเสื่อมตามอายุ (senescence) ใบเหลืองจะไม่สามารถสังเคราะห์ด้วยแสงได้ เพราะไม่มีคลอโรฟิลล์ (chlorophyll) ซึ่งเป็นสารประกอบพวงวงควัตถุที่จำเป็นต่อกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสง

ค. การเคลื่อนย้ายคาร์โบไฮเดรต โดยทั่วไปน้ำตาลซูโครสจะเคลื่อนย้ายจาก source ไปสู่ sink ดังนั้น มักพบเสมอว่าเมื่อเอาส่วนหัว เมล็ด หรือผลที่กำลังเจริญเติบโตออกไปจากต้นจะทำให้การสังเคราะห์ด้วยแสงลดลงไป 2-3 วัน เพราะฉะนั้นน้ำตาลจากใบไม่สามารถเคลื่อนย้ายได้ พืชที่มีอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงสูงจะมีการเคลื่อนย้ายน้ำตาลได้สูงด้วย การที่ใบเป็นโรคจะทำให้พืชสังเคราะห์ด้วยแสงได้ลดลง เพราะว่าใบกลายเป็น sink มากกว่า source สำหรับใบที่อยู่ใกล้กันแต่ไม่เป็นโรคจะมีการสังเคราะห์ด้วยแสงเพิ่มขึ้น

ง. โปรโตพลาสต์ อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชจะมีความสัมพันธ์กับการทำงานของโปรโตพลาสต์มาก เมื่อพืชขาดน้ำสภาพคอลลอยด์ของโปรโตพลาสต์จะอยู่ในสภาพขาดน้ำด้วยทำให้เอนไซม์ที่เกี่ยวข้องกับการสังเคราะห์ด้วยแสงทำงานได้ไม่เต็มที่ สำหรับพืชแต่ละชนิดโปรโตพลาสต์จะปรับตัวให้ทำงานได้ดีไม่เท่ากัน ทำให้อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงเปลี่ยนไปไม่เท่ากัน

ปัจจัยภายนอกที่ควบคุมการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช ได้แก่

ก. แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ (CO₂) เป็นแก๊สที่เกิดขึ้นจากการหายใจของพืชและสิ่งมีชีวิตต่างๆ เกิดจากการเผาไหม้ของสาร และการย่อยสลายของสิ่งมีชีวิตและสิ่งไม่มีชีวิต แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์เป็นวัตถุดิบที่ใช้ในการสร้างอาหารของพืช โดยเป็นแก๊สที่ให้ธาตุคาร์บอนแก่พืชเพื่อนำไปใช้ในการสร้างแป้งและน้ำตาล (สารอาหารประเภทคาร์โบไฮเดรต) การสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชแสงจะเพิ่มขึ้นเมื่อปริมาณของ CO₂ ในบรรยากาศเพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อปากใบปิดเพราะการขาดน้ำ การเพิ่มความเข้มข้นของคาร์บอนไดออกไซด์ให้สูงขึ้นไปเรื่อย ๆ จะมีผลทำให้เกิดการสังเคราะห์ด้วยแสงได้มากขึ้น

ข. แสงสว่าง (light) เป็นแหล่งพลังงานที่มีบทบาทสำคัญต่อกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช โดยพลังงานแสงทำให้เกิดปฏิกิริยาเคมีระหว่างแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์และน้ำ ซึ่งเป็น

วัตถุดิบสำคัญในการสร้างน้ำตาลกลูโคสและแก๊สออกซิเจน คุณภาพของแสงที่มีความเหมาะสมที่สุดต่อกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช คือ แสงที่มีความยาวคลื่นช่วง 400-700 nm

ความเข้มของแสง หรือปริมาณพลังงานแสงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ซึ่งในแต่ละท้องถิ่นจะมีความเข้มของแสงไม่เท่ากัน ทำให้พืชมีการปรับตัวทางพันธุกรรมต่างกัน การสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชโดยทั่วไปจะดีขึ้นเมื่อพืชได้รับความเข้มของแสงมากขึ้น ถ้าพืชได้รับความเข้มของแสงต่ำ พืชจะมีอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงต่ำลง แต่อัตราการหายใจของพืชจะเท่าเดิม เมื่ออัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงลดต่ำลงจนทำให้อัตราการสร้างอาหารเท่ากับอัตราการใช้อาหารจากการหายใจ ในกรณีนี้จำนวนคาร์บอนไดออกไซด์ที่ตรึงไว้จะเท่ากับจำนวนคาร์บอนไดออกไซด์ที่ปล่อยออกมาที่จุดนี้การแลกเปลี่ยนก๊าซมีค่าเป็นศูนย์เป็นจุดซึ่งเรียกว่า light compensation point ซึ่งพืชจะไม่เจริญเติบโตแต่สามารถมีชีวิตอยู่ได้ ถ้าความเข้มของแสงต่ำลงกว่านี้พืชจะขาดอาหารทำให้ตายไปในที่สุด แต่การเพิ่มความเข้มของแสงมากขึ้นไม่ได้ทำให้อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงสูงเสมอไปเพราะพืชมีจุดอิ่มตัวแสง ซึ่งถ้าหากความเข้มของแสงเพิ่มไปอีกจะทำให้พืชใบไหม้ ซึ่งปกติพืช C_4 จะมีประสิทธิภาพในการใช้แสงดีกว่าพืช C_3 นอกจากนี้ ความยาวของช่วงที่พืชได้รับแสง (light duration) ก็มีความสำคัญต่ออัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชด้วย นั่นคือ เมื่อช่วงเวลาที่ได้รับแสงยาวนานขึ้นอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชจะเพิ่มขึ้นด้วย โดยเป็นส่วนโดยตรงกับความยาวของวัน

ค. อุณหภูมิ (temperature) เป็นปัจจัยสำคัญที่มีอิทธิพลต่อการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช ซึ่งพืชสามารถสังเคราะห์ด้วยแสงได้ในช่วงอุณหภูมิกว้างมาก เช่น พืชตระกูลสนสามารถสังเคราะห์ด้วยแสงได้ช้ามากที่อุณหภูมิ -6 องศาเซลเซียส พืชในเขตแอนตาร์กติกบางชนิดสามารถสังเคราะห์ด้วยแสงได้ที่อุณหภูมิ -18 องศาเซลเซียส และอุณหภูมิเหมาะสมในการสังเคราะห์ด้วยแสงเท่ากับ 0 องศาเซลเซียส ใบของพืชชั้นสูงทั่ว ๆ ไป อาจจะมีอุณหภูมิสูงถึง 35 องศาเซลเซียส ในขณะที่ได้รับแสงแต่การสังเคราะห์ด้วยแสงก็ยังดำเนินต่อไปได้ ในขณะที่พืชที่เจริญเติบโตในทะเลทรายสามารถสังเคราะห์ด้วยแสงได้สูงสุดที่อุณหภูมิสูง 50 องศาเซลเซียส

ผลของอุณหภูมิต่อการสังเคราะห์ด้วยแสงจึงขึ้นกับชนิดของพืชและสภาพแวดล้อมที่พืชเจริญเติบโต โดยทั่วไปอุณหภูมิที่เหมาะสมในการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชแต่ละชนิดจะใกล้เคียงกับอุณหภูมิของสภาพแวดล้อมตอนกลางวันในเขตนั่น ๆ ตามปกติพืช C_4 จะมีอุณหภูมิเหมาะสมต่อการสังเคราะห์ด้วยแสงสูงกว่าพืช C_3

ง. น้ำ (H_2O) เป็นวัตถุดิบที่พืชดูดซึมมาจากดิน โดยอาศัยหลักการแพร่ของน้ำจากรากเข้าสู่ท่อลำเลียงน้ำของพืชไปยังใบ น้ำจะเกี่ยวข้องกับการปิดเปิดของปากใบ และเกี่ยวข้องกับการให้อิเล็กตรอน

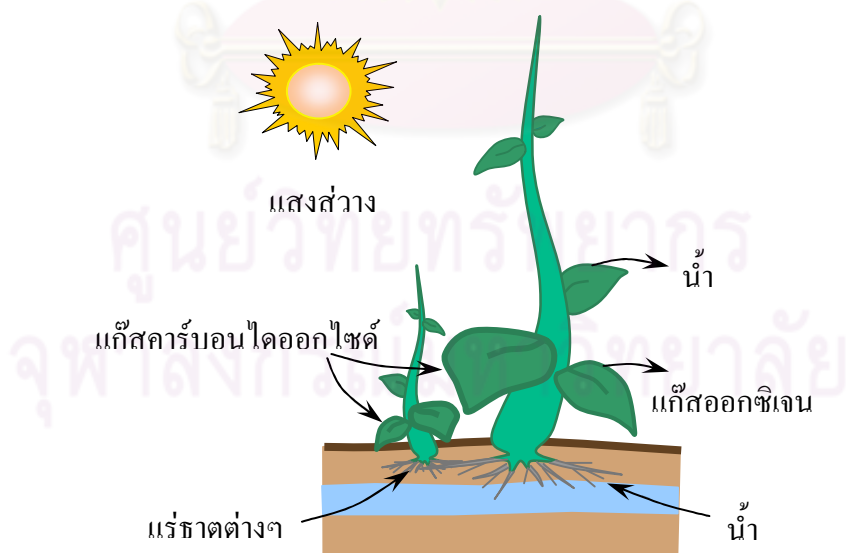
จ. **ธาตุอาหาร** เนื่องจากแมกนีเซียมและไนโตรเจนเป็นธาตุสำคัญในองค์ประกอบอยู่ในโมเลกุลของคลอโรฟิลล์ ดังนั้นหากมีการขาดธาตุทั้งสองจะทำให้การสังเคราะห์ด้วยแสงลดลง นอกจากนี้ธาตุเหล็กยังมีความจำเป็นต่อกระบวนการสร้างคลอโรฟิลล์ ซึ่งหากขาดธาตุเหล็กก็จะมีผลต่อการสังเคราะห์แสงด้วย

3.1.3. ผลผลิตที่ได้จากกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสง

เมื่อพืชเกิดกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสง ซึ่งเป็นกระบวนการที่เปลี่ยนรูปพลังงานแสงให้เป็นพลังงานเคมี โดยมีการสะสมพลังงานเคมีอยู่ในผลิตภัณฑ์ คือ น้ำตาลกลูโคส ดังนี้

ก. **น้ำตาลกลูโคส ($C_6H_{12}O_6$)** ที่สังเคราะห์ได้นี้บางส่วนถูกนำไปใช้ในกระบวนการหายใจของพืชเพื่อเปลี่ยนเป็นพลังงานต่อไป น้ำตาลบางส่วนถูกเปลี่ยนไปเป็นแป้งทันทีและพืชจะเก็บสะสมไว้ที่ใบ ราก และลำต้น และน้ำตาลบางส่วนถูกนำไปใช้ในการสร้างเซลลูโลสซึ่งเป็นส่วนประกอบของผนังเซลล์ของพืช นอกจากนี้น้ำตาลบางส่วนจะรวมกับแร่ธาตุในเซลล์พืชแล้วเปลี่ยนไปเป็นสารอื่นได้อีก เช่น โปรตีน ไขมัน น้ำมันในเมล็ดพืช เป็นต้น

ข. **แก๊สออกซิเจน (O_2)** ถูกนำไปใช้ในกระบวนการหายใจของพืช เพื่อใช้ในการสลายอาหารได้เป็นพลังงาน เพื่อนำไปใช้ในการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ภายในเซลล์ ส่วนแก๊สออกซิเจนที่มากเกินไปเกินความต้องการของพืช พืชก็จะคายออกมาทางปากใบ



ภาพที่ 3.2 ปัจจัยที่พืชนำไปใช้ในกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงและสิ่งที่ได้จากกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชซึ่งถูกคายออกมาทางปากใบ

3.2 กระบวนการหายใจของพืช (respiration)

กระบวนการหายใจของพืชเป็นกระบวนการออกซิโดรีสสารอาหาร เช่น ไขมัน โปรตีน คาร์โบไฮเดรต โดยอาศัยกิจกรรมของเอนไซม์ภายในเซลล์ กระบวนการหายใจเกิดขึ้นตลอดเวลา และเกิดขึ้นในทุกเซลล์ เพื่อให้ได้พลังงานที่จะนำไปใช้ในกระบวนการ metabolism ต่างๆ เพื่อการเจริญเติบโตและสำหรับคงสภาพของพืช [13, 14]

3.2.1 ปัจจัยควบคุมการหายใจ

กระบวนการหายใจจะถูกควบคุมโดยหลายปัจจัย เช่น

ก. อุณหภูมิ โดยทั่วไปอุณหภูมิที่เหมาะสมอยู่ระหว่าง 25-30 องศาเซลเซียส และอุณหภูมิที่สูงกว่า 40 องศาเซลเซียส ทำให้อัตราการหายใจของพืชลดลง

ข. น้ำ เป็นตัวกลางของปฏิกิริยาเคมีที่เกิดขึ้นทั้งหมดภายในเซลล์ ดังนั้น ในสภาพที่ขาดแคลนน้ำ ก็จะมีผลกระทบต่อกระบวนการหายใจด้วย

ค. ก๊าซออกซิเจน หากพืชได้รับก๊าซออกซิเจนไม่เพียงพอหรือลดลงเรื่อย ๆ เช่น ในสภาพการขาดน้ำ ปากใบปิด อัตราการแลกเปลี่ยนก๊าซลดลง การหายใจจะลดลงด้วย

เนื่องจากกระบวนการหายใจเป็นกระบวนการตรงกันข้ามกับการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช แต่การหายใจเกิดขึ้นในทุกเซลล์ที่มีชีวิตและสามารถเกิดได้ตลอดเวลาโดยไม่ต้องอาศัยพลังงานจากรังสีดวงอาทิตย์เลย โดยที่พืชนำเอาพลังงานที่สะสมไว้มาใช้ในกระบวนการสร้าง (synthesis) การทำลาย (catabolize) การสะสม (storage) หรือการเคลื่อนย้าย (translocation and transportation) ต่าง ๆ ที่เกิดในต้นพืช ในแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการเจริญเติบโตของพืชปลูก นิยมพิจารณาว่าการหายใจของต้นพืช คือ การที่ต้นพืชนำพลังงานที่สะสมมาใช้เป็นพลังงานสำหรับการเจริญเติบโต (growth respiration) และสำหรับคงสภาพ (maintenance respiration) ของพืชนั่นเอง ดังนั้น ในสภาพที่พืชยังคงมีการเจริญเติบโตอยู่ หรือยังมีการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักแห้งในต้นพืช อาจจะกล่าวสรุปได้ว่า

อัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำหนักแห้งของพืช

= อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ (net photosynthesis)

= อัตราการสังเคราะห์ (gross photosynthesis) – อัตราการหายใจ (respiration)

(3.1)

3.3 กระบวนการแบ่งสารอาหารไปยังส่วนต่างๆ ของพืช (partitioning)

กระบวนการแบ่งสารอาหารไปยังส่วนต่างๆ ของพืชที่จะกล่าวถึง ประกอบด้วย การกระจายน้ำหนักแห้งและการศึกษาการกระจายน้ำหนักแห้งของพืช [15] ดังนี้

3.3.1. การกระจายน้ำหนักแห้ง (distribution หรือ partitioning) หมายถึง สัดส่วนของน้ำหนักแห้งที่สะสมในอวัยวะใดอวัยวะหนึ่งเทียบกับน้ำหนักแห้งทั้งหมดของต้นพืช ค่านี้อาจแสดงเป็นสัดส่วนหรือเป็นร้อยละก็ได้ ค่าการกระจายน้ำหนักแห้งในอวัยวะใดอวัยวะหนึ่งจะสะท้อนให้เห็นถึงความสามารถของอวัยวะนั้นต่อส่วนอื่น ๆ ในต้นพืชในการดึงดูดหรือสะสมน้ำหนักแห้ง การกระจายน้ำหนักแห้งในต้นพืชอาจพิจารณาได้เป็น 3 ระดับ คือ

1. Partitioning ระหว่างอวัยวะ (organ) ในต้นพืช เช่น ระหว่าง ลำต้น ราก ใบ ดอก ผล หรือเมล็ด
2. Partitioning ระหว่างเซลล์ในส่วนอวัยวะ เช่น ระหว่างเซลล์เจริญเติบโต (meristematic cell) กับเซลล์โครงสร้าง (supporting cell) หรือระหว่างเปลือกเนื้อ ของผล หรือเมล็ด
3. Partitioning ระหว่าง organelle ในเซลล์

การวิเคราะห์ผลผลิตของพืชโดยอาศัยแนวคิดเรื่องการสะสมน้ำหนักแห้งและการเจริญของส่วนผลผลิต เช่น ดอก ผล หรือเมล็ดจากสารอาหารที่พืชสร้างขึ้นมาได้ นิยมศึกษาในเรื่องการกระจายของน้ำหนักแห้งระหว่างอวัยวะ โดยใช้แนวคิดเรื่อง source/sink relationship โดยที่ source คือ แหล่งซึ่งสร้างหรือให้สารอาหาร (photosynthate หรือ assimilate) ส่วน sink คือ แหล่งหรืออวัยวะที่สะสมหรือรับสารอาหาร (assimilate) กลไกการเคลื่อนย้ายของสารอาหารจากแหล่งผลิตไปสู่แหล่งสะสมเกิดจากความแตกต่างของความเข้มข้นสารอาหารระหว่างแหล่งทั้งสอง โดยการทำงานของทั้งสองแหล่งจะต้องอยู่ในลักษณะสมดุลกันด้วย นั่นคือในขณะที่ด้าน source มีความสามารถสร้างและส่งสารอาหารออกไป ทางด้าน sink ก็จะต้องสามารถรับและใช้สารอาหารที่ได้สำหรับการเจริญเติบโตในอัตราเท่าเทียมกันด้วย ถ้ากลไกด้านใดด้านหนึ่งหยุดลงหรือมีอัตราน้อยกว่าก็อาจเกิดกระบวนการซึ่งจะส่งผลไปหยุดหรือลดกระบวนการในด้านตรงกันข้าม

3.3.2. การศึกษาการกระจายน้ำหนักแห้งของพืช

แบ่งตามระยะเวลาการพัฒนากการของพืช ได้ 3 ระยะคือ

1. ในระยะการเจริญทางต้นและใบ สำหรับใบที่พัฒนาเต็มที่จัดเป็น source ในการให้สารอาหารเพื่อไปสะสม พัฒนาหรือคงสภาพของส่วนใบที่แก่ ตาข้าง หรือหน่ออ่อน ตลอดจนราก

(active sink) ในทางปฏิบัติโดยทั่วไปนิยม พิจารณาถึงการกระจายน้ำหนักแห้งของส่วนใหญ่อัน 3 ส่วนคือ ราก (root) ลำต้น (stem) และใบ (leaf) การกระจายน้ำหนักแห้งไปสะสมในส่วนต่าง ๆ ทั้งสามในระหว่างการเจริญทางต้นและใบจะเป็นตัวบ่งการเจริญเติบโตและศักยภาพของการให้ผลผลิตพืชในระยะต่อมา ค่าที่นิยมใช้คือ partitioning coefficient ของส่วนต่างๆ ($\eta_R + \eta_L + \eta_S = 1$) ซึ่งคำนวณจากน้ำหนักแห้งของส่วนต่าง ๆ ต่อน้ำหนักแห้งทั้งหมดดังสูตรต่อไปนี้

$$\left. \begin{aligned} \eta_R &= \text{DW in root / total DW} \\ \eta_L &= \text{DW in leaf / total DW} \\ \eta_S &= \text{DW in stem / total DW} \end{aligned} \right\} (3.2)$$

2. ในระหว่างการเจริญพันธุ์ เนื่องจากผลผลิตพืชปลูกส่วนใหญ่ที่ใช้ประโยชน์ คือ ส่วนของ ดอก ผล หรือเมล็ด (economic yield) ซึ่งในระยะนี้ พบว่า ดอก และเมล็ด ทำหน้าที่เป็น active sink ในขณะที่ใบเป็น source ของสารอาหารหรือน้ำหนักแห้ง ดังนั้นการกระจายน้ำหนักแห้งของพืชในระยะนี้อาจพิจารณาได้จากดัชนีการเก็บเกี่ยว (harvest index หรือ HI) และดัชนีการกระจายน้ำหนักแห้ง (distribution index หรือ DI)

$$\left. \begin{aligned} \text{Harvest index} &= \text{Economic yield / Biological yield} \\ \text{HI} &= Y_{\text{economic}} / Y_{\text{biological}} \times 100 \\ \text{Distribution index} &= \Delta \text{ Grain weight} / \Delta \text{ Biomass after anthesis} \\ \text{DI} &= \Delta \text{ Weight of Yeco} / \Delta \text{ Weight of Ybio} \end{aligned} \right\} (3.3)$$

หากพิจารณาถึงกระบวนการเจริญเติบโตและพัฒนาการของพืชตามลำดับแล้ว จะพบว่าองค์ประกอบของผลผลิตเหล่านี้ ถูกกำหนดในช่วงเวลาต่าง ๆ ของระยะการเจริญเติบโตของพืช ซึ่งค่าขององค์ประกอบผลผลิตแต่ละตัวอาจผันแปรไปตามสภาพแวดล้อม การจัดการและพันธุกรรม

3. ในระยะ grain filling ในบางพืชจะพบว่าสารอาหารที่ไปสะสมในผลหรือเมล็ด อาจจะมาจากการสังเคราะห์ด้วยแสงขณะนั้นของใบหรือของส่วนที่ไม่ใช่ใบหรืออาจได้จากการเคลื่อนย้ายออกของสารอาหารมาจากอวัยวะสะสมส่วนอื่น ๆ เช่น จากลำต้นและราก ดังนั้นจึงสนใจ sources แต่ละแห่ง เช่น ใบธง ใบบน ลำต้น ใบล่าง ว่ามีส่วนในการสะสมน้ำหนักแห้งของเมล็ดมากน้อยแค่ไหน ร่วมกับการพิจารณาอิทธิพลของสิ่งแวดล้อม

3.4 สรีรวิทยาและข้อมูลจำเพาะของต้นอ้อย (Sugarcane Physiology and Specification)

อ้อยเป็นพืชเศรษฐกิจชนิดหนึ่งที่มีความสำคัญของประเทศไทย ข้อมูลจำเพาะของอ้อยที่จะกล่าวต่อไปนี้เป็นอ้อยที่ปลูกเป็นการค้า (cultivated cane) ซึ่งมีชื่อวิทยาศาสตร์ว่า *Saccharum officinarum* L. และชื่อสามัญที่ใช้กันแพร่หลายคือ sugarcane [16, 17, 18]

3.4.1 ลักษณะทางสัณฐานวิทยาของอ้อย

3.4.1.1 ลำต้น (stalk)

ลำต้นอ้อยเป็นส่วนสำคัญที่สุดที่ใช้ในการขยายพันธุ์และการสะสมน้ำตาลมีลักษณะประกอบด้วยข้อ (node) และปล้อง (internode) ส่วนของปล้องที่อยู่ระหว่างรอยกาบใบ (leaf scar) เรียกว่า joint ลำต้นประกอบด้วยหลาย joint ซึ่งมีความยาวต่างกัน joint ที่โคนต้นจะสั้นมากและค่อยๆ ยาวขึ้นจนถึงยาวที่สุดแล้วสั้นลงเมื่อใกล้ถึงยอด ทั้งนี้ joint มีรูปร่างต่างกันตามพันธุ์ เช่น ทรงกระบอก (cylindrical) มัดข้าวต้ม (tumescent) กลางคอด (bobbin) เป็นต้น

ส่วนประกอบของ joint มีดังนี้

ตา (bud หรือ eye) อยู่ในข้อในบริเวณเกิดราก (root band) ปกติในแต่ละข้อจะมีหนึ่งตาดึงสลับข้างกัน บางกรณีอาจมีมากกว่าหนึ่งตาหรือไม่มีก็ได้ สำหรับขนาด รูปร่าง และลักษณะของตาขึ้นอยู่กับพันธุ์

บริเวณเกิดราก (root band, root ring หรือ root zone) คือ ส่วนที่อยู่ระหว่างรอยกาบใบและวงเจริญ เป็นที่เกิดของปุ่มกำเนิดราก

วงเจริญ (growth ring) เป็นเนื้อเยื่อเจริญที่มีลักษณะคล้ายวงแหวนอยู่เหนือบริเวณเกิดราก ไม่มีไขปกคลุม

รอยกาบใบ (leaf scar หรือ sheath scar) เป็นรอยที่เกิดขึ้นหลังจากกาบใบร่วงไป การร่วงของกาบใบที่แก่หรือแห้งเป็นลักษณะเฉพาะประจำพันธุ์

วงไข (wax band) คือ ส่วนที่อยู่ใต้รอยกาบใบ อาจมีระดับเสมอกับปล้อง ไขปกติมีสีขาว ถ้ามีราเกิดขึ้นจะเปลี่ยนเป็นสีเทาหรือดำ

รอยแตกตื้นหรือรอยแตกกลางงา (corky crack) เป็นรอยแตกที่ผิวของลำต้น มักเกิดขึ้นที่ใต้วงไขและส่วนที่อยู่ถัดลงมา รอยแตกหลายๆ รอยอาจเชื่อมกันเป็นแผ่นเรียกว่า รอยตกระเก็ต (corky patch)

รอยแตกลึก (growth crack, rind crack หรือ split) เป็นรอยแตกตามความยาวของลำต้น ลึกเข้าไปในเนื้ออ้อย

ร่องตา (bud groove, eye groove หรือ bud furrow) เป็นร่องที่เกิดขึ้นบริเวณปล้องที่อยู่เหนือตาขึ้นไป

3.4.1.2 ใบ (leaf)

ใบประกอบด้วยกาบใบ (leaf sheath) และแผ่นใบ (leaf blade) ปกติใบเกิดที่ข้อสลับข้างกันและหุ้มตาเอาไว้ แต่มีบางกรณีที่เกิดเวียนรอบลำต้น ใบอ้อยเหยียดกางออกจากลำอ้อยทำมุมกันน้อยกว่า 180° กาบใบจะติดอยู่กับลำปล้องตรงข้อและโอบรอบปล้อง

ใบมีขนาดแตกต่างกัน ใบที่เกิดก่อนซึ่งอยู่ส่วนโคนของหน่ออ่อนมีลักษณะเป็นแผ่นเล็กๆ โดยมีส่วนที่เป็นกาบใบมากกว่าแผ่นใบ แผ่นใบที่อยู่สูงขึ้นไปจะมีขนาดและความยาวเพิ่มขึ้นจนถึงยาวที่สุดแล้วลดลง ขนาดของใบแตกต่างกันไปตามพันธุ์ ส่วนบนของกาบใบจะต่อกับส่วนของแผ่นใบ ตรงบริเวณรอยต่อของกาบใบและแผ่นใบด้านหลังนี้ เรียกว่า คอใบ (collar) จะพบลักษณะคล้ายพื้นที่สามเหลี่ยมสองอันติดต่อกัน เรียกว่า dewlap, collar หรือ joint triangle ที่มีความยืดหยุ่นสามารถต้านทานแรงลมป้องกันการฉีกขาดของใบได้ นอกจากนี้ยังมีเนื้อเยื่อเกี่ยวพันน้ำ (ligule) ซึ่งมีลักษณะคล้ายลิ้นอยู่ด้านในของรอยต่อและมีเขี้ยวใบหรือหูใบ (auricle) เกิดที่ขอบของกาบใบตอนบน

3.4.1.3 ราก (root)

อ้อยมีระบบรากฝอย (fibrous root system) แผ่กระจายโดยรอบลำต้นในรัศมีประมาณ 0.5-1 เมตร ลึกประมาณ 1-1.5 เมตร ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับพันธุ์และสภาพแวดล้อม อ้อยไม่มีรากแก้วนอกจากเมื่อปลูกด้วยเมล็ดซึ่งมีลักษณะคล้ายรากแก้ว เรียกว่า ไพรมารีรูต (primary root) ปกติอ้อยขยายพันธุ์โดยใช้ลำต้นตัดเป็นท่อนๆ ละ 2-3 ตา แต่ละท่อนเรียกว่า ท่อนพันธุ์ (cutting, sett หรือ seed cane) เมื่อปลูกด้วยท่อนพันธุ์จะปรากฏราก 2 ชุด คือ

รากของท่อนพันธุ์ (setroot หรือ cutting root) อาจเรียกว่า รากชั่วคราว เป็นรากที่เกิดจากปมรากในบริเวณเกิดรากของท่อนพันธุ์ มีลักษณะผอมแตกแขนงมาก ขณะที่ตาของท่อนพันธุ์กำลังเจริญเป็นหน่อ (shoot) นั้นได้น้ำและธาตุอาหารจากดินทางรากเหล่านี้ รากของท่อนพันธุ์จะทำหน้าที่ต่อไปจนกระทั่งหน่อมีรากของตนเองทำหน้าที่ดูดน้ำและธาตุอาหารแทน หลังจากนั้นรากของท่อนพันธุ์และท่อนพันธุ์เดิมก็จะหมดสภาพไป

รากของหน่อ (shoot root) อาจเรียกว่า รากถาวร เป็นรากที่เกิดจากปมรากของหน่อที่เกิดจากท่อนพันธุ์นั้น รากนี้มีขนาดใหญ่กว่ารากชนิดแรกเมื่อเกิดใหม่ มีลักษณะสีขาว อวบ ไม่มีแขนงและจะเปลี่ยนเป็นสีน้ำตาลเข้มเมื่ออายุมากขึ้น แม้ว่าปมรากในบริเวณเกิดรากของแต่ละข้อจะมีจำนวนจำกัด แต่เนื่องจากส่วนโคนของลำต้นที่อยู่ใต้นดินมีปล้องถี่มาก ทำให้มีรากมาก

การเจริญของรากจะเกิดทยอยกันโดยต่อเนื่อง ในขณะที่รากเก่ากำลังเสื่อมสภาพลงนั้นรากใหม่ก็จะเกิดมาทำหน้าที่แทน

3.4.2 ระยะเวลาเจริญเติบโตของอ้อย

ตั้งแต่การปลูกด้วยท่อนพันธุ์จนกระทั่งเก็บเกี่ยว ระยะเวลาเจริญเติบโตของอ้อยแบ่งออกเป็น 4 ระยะ คือ

ก. ระยะงอก (germination phase)

ระยะนี้เริ่มตั้งแต่ปลูกจนกระทั่งหน่อโผล่พ้นดิน ซึ่งใช้ระยะเวลาประมาณ 2-3 สัปดาห์ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง หน่อที่เกิดจากตาของท่อนพันธุ์ เรียกว่า หน่อแรก (primary shoot) หรือหน่อแม่ (mother shoot)

ข. ระยะแตกกอ (tillering phase)

ในระยงอกนั้นอ้อยแต่ละตาจะงอกขึ้นมาเพียงต้นเดียวเท่านั้น และเมื่อเติบโตพอสมควรจึงจะมีการแตกกอ การแตกกอเกิดขึ้นเนื่องจากตาที่อยู่ส่วนโคนของลำต้นใต้ดินของหน่อแรก เจริญออกมาเป็นหน่อชุดที่สอง และหน่อชุดที่สองก็จะเจริญเป็นหน่อชุดที่สาม หรืออาจจะมีหน่อชุดต่อไปอีกทำให้มีจำนวนหน่อหรือลำอ้อยเพิ่มขึ้น ระยะแตกกอเป็นระยะที่เกิดขึ้นต่อเนื่องกับระยะงอก การแตกกอจะเริ่มเมื่ออายุประมาณ 1.5 เดือนเป็นต้นไป แต่ระยะที่มีการแตกกอมากที่สุดอยู่ระหว่าง 2.5-5 เดือน

ค. ระยะย่นปล้อง (stalk elongation phase)

ระยะย่นปล้องเป็นระยะต่อเนื่องกับระยะแตกกอ ระยะนี้จะเป็นการเพิ่มขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางและความยาวของปล้องอย่างรวดเร็ว ทำให้อ้อยทั้งต้นเจริญเติบโตอย่างรวดเร็ว ซึ่งจะเริ่มตั้งแต่อายุประมาณ 3-4 เดือน จนถึงอายุประมาณ 7-8 เดือน หลังจากนั้นจะมีการเจริญเติบโตน้อยลง และจะเริ่มมีการสะสมน้ำตาลเพิ่มขึ้น

ง. ระยะแก่และสุก (maturity and ripening phase)

ระยะแก่เป็นระยะที่อ้อยมีอัตราการเจริญเติบโตเริ่มช้าลงมากเมื่อเทียบกับระยะอื่นๆ เมื่อการเจริญเติบโตเริ่มช้าลง น้ำตาลที่ใบสร้างขึ้นจากการสังเคราะห์แสงก็จะถูกใช้น้อยลง และมีเก็บสะสมในลำต้นมากขึ้น ซึ่งเป็นการเริ่มต้นของระยะสุกนั่นเอง การสะสมน้ำตาลจะเริ่มจากส่วนโคนไปหาปลาย ดังนั้นส่วนโคนจึงหวานก่อน และมีความหวานมากกว่าส่วนปลาย การสะสมน้ำตาลจะมีมากขึ้นจะกระทั่งส่วนโคน ส่วนกลางและส่วนปลายมีความหวานใกล้เคียงกัน เรียกว่า สุก

3.4.3 ลักษณะเฉพาะทางพฤกษศาสตร์ของต้นอ้อยพันธุ์ LK 92-11

ประเภท พืชในวงศ์หญ้าที่ขึ้นเป็นกอ ชนิดอ้อยโรงงาน

ต้น ทรงกอตั้งตรง ลำต้นมีขนาดใหญ่ จำนวนลำ 6-7 ลำต่อกกอ หักล้มเล็กน้อย การจัดเรียงตัวของปล้องซีกแซกเล็กน้อย

ใบ มีสีเขียว เส้นกลางใบขาว สามใบแรกที่ตั้งตรง ส่วนใบล่างๆ ลงมาโค้งมาก

ดอก ออกดอกเล็กน้อย มักพบการออกดอกในพื้นที่ลุ่มมีน้ำขัง

ลักษณะอื่น ๆ ก. ไม่ชอบที่ดอนสูง ดินปลูกควรเป็นดินร่วนปนทราย ร่วนเหนียว

ข. ให้ผลผลิตอ้อยสูงเฉลี่ย 15-16 ตันต่อไร่

ค. ให้ผลผลิตน้ำตาลสูง เฉลี่ย 13-14 ซีซีเอส

ง. มีความต้านทานต่อโรคเหี่ยวเน่าแดง

3.5 การวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis)

การวิเคราะห์การถดถอย เป็นเทคนิคหนึ่งในการศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป โดยพิจารณาตัวแปรตาม (dependent variable: y) จากตัวแปรต้นหรือตัวแปรอิสระอื่นๆ (independent variable: x) ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรดังกล่าวอาจอยู่ในรูปสมการอย่างง่ายหรือสมการที่มีความยุ่งยากซับซ้อนทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะเฉพาะของแต่ละปัญหาและสมมติฐานของปัญหาที่ตั้งเอาไว้ ซึ่งกล่าวได้ว่าเทคนิคการวิเคราะห์การถดถอยเป็นเพียงเทคนิคที่บอกว่าความสัมพันธ์หรือสมการที่พิจารณาร่วมกับข้อมูลชุดนั้นๆ มีความเหมาะสมกันหรือไม่ อย่างไร เทคนิคนี้ไม่ได้บอกว่าข้อมูลที่พิจารณานั้นๆ เกิดขึ้นมาจากสมการอะไร

3.5.1 การวิเคราะห์การถดถอยแบบไม่เชิงเส้น(Nonlinear Regression Analysis)

แนวคิดของการวิเคราะห์การถดถอยแบบไม่เชิงเส้นเหมือนกับการวิเคราะห์การถดถอยแบบเชิงเส้น คือ เป็นการศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรอิสระ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะนำผลของความสัมพันธ์ดังกล่าวไปประยุกต์ใช้ในการประมาณค่าตัวแปรตามเมื่อกำหนดค่าต่างๆ ของตัวแปรอิสระที่เกี่ยวข้องมาให้ ซึ่งมักพบมากในงานทางด้านวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ รวมทั้งด้านเกษตรศาสตร์ สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตามที่มีความสัมพันธ์ในรูปแบบไม่เชิงเส้นสามารถเขียนในรูปแบบสมการถดถอยได้ ดังนี้

$$y = f(x, a) \quad (3.4)$$

โดยที่ y คือ ตัวแปรตามของสมการถดถอย

f คือ สมการถดถอย

x คือ ตัวแปรอิสระของสมการถดถอย

a คือ พารามิเตอร์ของสมการถดถอย

ขั้นตอนในการวิเคราะห์การถดถอยแบบไม่เชิงเส้น

ขั้นที่ 1: ตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้นกับตัวแปรตาม โดยการเขียนกราฟ

เพื่อแสดงมีความสัมพันธ์อยู่ในรูปแบบเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้น

ถ้ามีความสัมพันธ์อยู่ในรูปแบบเชิงเส้นให้ใช้การวิเคราะห์การถดถอยแบบเชิงเส้น

ถ้ามีความสัมพันธ์อยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้นให้ทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไป

ขั้นที่ 2: ตรวจสอบรูปแบบของฟังก์ชันซึ่งแสดงความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้นว่าอยู่ในรูปแบบใด

ขั้นที่ 3 : หาค่าของพารามิเตอร์ของรูปแบบความสัมพันธ์ที่คาดไว้ในขั้นที่ 2

เมื่อกำหนดรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรอิสระได้เหมาะสมและถูกต้องแล้ว จึงทำการวิเคราะห์เพื่อประมาณค่าคงตัวของความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสอง โดยเราจะเรียก ค่าคงตัวซึ่งได้จากการประมาณดังกล่าวว่า สัมประสิทธิ์การถดถอยหรือค่าพารามิเตอร์การถดถอย สำหรับเทคนิคหรือวิธีการหาค่าของพารามิเตอร์ของสมการการถดถอยที่เป็นที่นิยมคือ วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least-Square Method) ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป

3.5.2 วิธีกำลังสองน้อยสุดแบบไม่เชิงเส้น

วิธีกำลังสองน้อยสุดซึ่งใช้ในการหาค่าของพารามิเตอร์ของสมการการถดถอยที่มีความเหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด กระทำโดยพิจารณาจากการหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างค่าจริงจากข้อมูลกับค่าประมาณมีค่าน้อยที่สุด สมมติถ้าต้องการหาสมการที่เป็นตัวแทนของข้อมูลจำนวน n ตัว $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ โดยสมการดังกล่าวมีพารามิเตอร์ m ตัว คือ $a_j, j = 1, 2, \dots, m$

$$y_i = f(x_i, a), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

โดยที่ y_i คือ ตัวแปรตามของสมการถดถอย

f คือ สมการถดถอย

x_i คือ ตัวแปรอิสระของสมการถดถอยโดยที่ $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})^T$

a คือ พารามิเตอร์ของสมการถดถอยโดยที่ $a = (a_1, a_2, \dots, a_m)^T$

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ a ในสมการ (3.5) แล้วนำค่าที่ได้จากสมการถดถอยมาเปรียบเทียบกับข้อมูลที่กำหนด พบว่าจะเกิดค่าความคลาดเคลื่อน r ที่ x_i ดังสมการ

$$r(x_i) = y_i - f(x_i, a) \quad (3.6)$$

ดังนั้นเพื่อให้ได้สมการถดถอยที่เหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด วิธีกำลังสองน้อยสุดจึงทำการหาค่าต่ำสุดของผลรวมกำลังสองของค่าความผิดพลาดจากข้อมูลทั้งหมด E ดังสมการ (3.7) ด้วยวิธีการต่างๆ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงวิธีวิธีเลเวนเบิร์ก-มาร์ควาร์ดท์ (Levenberg-Marquardt) เท่านั้น

$$E(a) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a)]^2 \quad (3.7)$$

3.5.2 วิธีเลเวนเบิร์ก-มาร์ควาร์ดท์ (Levenberg - Marquardt)

ในการหาค่าพารามิเตอร์ $a_j, j = 1, 2, \dots, m$ เราใช้สมการ (3.7) สร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการย่อยจำนวน m สมการ จากนั้นจึงใช้วิธีเลเวนเบิร์ก-มาร์ควาร์ดท์ [19] แก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นดังกล่าว ดังนี้

กำหนดฟังก์ชันความคลาดเคลื่อน $E(a)$ ให้อยู่ในรูปการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series expansion) จนถึงอนุพันธ์อันดับที่ 2

$$E(a_{k+1}) = E(a_k) + \nabla E(a_k)^T \cdot (a_{k+1} - a_k) + \frac{1}{2} (a_{k+1} - a_k)^T \cdot \nabla^2 E(a_k) \cdot (a_{k+1} - a_k) \quad (3.8)$$

โดยที่ $\nabla E(a_k)^T = \left[\frac{\partial E(a_k)}{\partial a_{1k}} \quad \frac{\partial E(a_k)}{\partial a_{2k}} \quad \dots \quad \frac{\partial E(a_k)}{\partial a_{mk}} \right]^T$,

$$\nabla^2 E(a_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{1k} \partial a_{1k}} & \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{1k} \partial a_{2k}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{1k} \partial a_{mk}} \\ \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{2k} \partial a_{1k}} & \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{2k} \partial a_{2k}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{2k} \partial a_{mk}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{mk} \partial a_{1k}} & \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{mk} \partial a_{2k}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_k)}{\partial a_{mk} \partial a_{mk}} \end{bmatrix}^T$$

จากสมการ (3.8) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเกรเดียนต์เวกเตอร์ (Gradient vector) g และเฮสเซียนเมตริกซ์ (Hessian matrix) H ได้ดังนี้

$$E(a_{k+1}) = E(a_k) + g^T \cdot (a_{k+1} - a_k) + \frac{1}{2} (a_{k+1} - a_k)^T \cdot H \cdot (a_{k+1} - a_k) \quad (3.9)$$

โดยที่ g คือ เวกเตอร์อนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของ $E(a_k)$

H คือ เมตริกซ์อนุพันธ์ย่อยอันดับสองของ $E(a_k)$

การหาค่าพารามิเตอร์ a ที่ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อน $E(a)$ มีค่าน้อยที่สุดสามารถทำได้ โดยการหาอนุพันธ์เทียบกับ a_k ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(a_{k+1})}{\partial a_k} &= \frac{\partial E(a_k)}{\partial a_k} + \frac{\partial g^T \cdot (a_{k+1} - a_k)}{\partial a_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial (a_{k+1} - a_k)^T \cdot H \cdot (a_{k+1} - a_k)}{\partial a_k} \\ 0 &= \frac{\partial E(a_k)}{\partial a_k} + g^T \cdot (-1) + H \cdot (a_{k+1} - a_k) \cdot (-1) \end{aligned}$$

สำหรับกรณีนี้เราพิจารณาค่าต่ำสุดจึงกำหนดให้ $\frac{\partial E(a_k)}{\partial a_k} = 0$ จะได้

$$0 = g^T + H \cdot (a_{k+1} - a_k)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad a_{k+1} = a_k - H^{-1}g \quad (3.10)$$

เมื่อพิจารณาพจน์ $H^{-1}g$ ในสมการ (3.10) พบว่า $H^{-1}g$ คือขนาดที่เปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ a ในแต่ละรอบการทำซ้ำหรือค่า step size นั้นเอง ซึ่งเลเวนเบิร์ก-มาร์ควอดท์ได้เสนอให้เปลี่ยนแปลงพจน์ $H^{-1}g$ เป็น $(H + \lambda I)^{-1}g$ เพื่อลดจำนวนรอบของการทำซ้ำ นั่นคือเมื่อ λ มีค่ามาก step size จะมีขนาดเล็กลง และเมื่อ λ มีค่าน้อย step size จะมีขนาดใหญ่ จะส่งผลให้จำนวนรอบในการทำซ้ำลดลง โดยที่ค่าของ λ จะเปลี่ยนไปทุกรอบของการทำซ้ำซึ่งขึ้นอยู่กับค่าของ $E(a)$ สมการใหม่จึงมีรูปแบบดังนี้

$$a_{k+1} = a_k - (H + \lambda I)^{-1}g \quad (3.11)$$

ขั้นตอนวิธีในการหาค่าพารามิเตอร์โดยวิธีเลเวนเบิร์ก-มาร์ควอดท์

กำหนดฟังก์ชันความคลาดเคลื่อนดังสมการ (3.7)

ขั้นที่ 1. กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น a_0

ขั้นที่ 2. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อน $E(a)$

ขั้นที่ 3. กำหนด $\lambda = 0.001$

ขั้นที่ 4. คำนวณ a_{k+1} สมการ (3.11)

ขั้นที่ 5. ตรวจสอบเงื่อนไข

- ถ้า $E(a_{k+1}) < E(a_k)$ แล้ว กำหนดให้ $\lambda = \lambda/10$ และ $a_{k+1} = a_k$

จากนั้นทำขั้นที่ 4

- ถ้า $E(a_{k+1}) \geq E(a_k)$ แล้ว กำหนดให้ $\lambda = \lambda \cdot 10$ จากนั้นทำขั้นที่ 4
- ถ้า $E(a_k) \leq 0.001$ แล้ว กำหนดให้จบการทำงาน

3.6 ระบบลินเดนเมเยอร์ (Lindenmayer System)

ระบบลินเดนเมเยอร์ (Lindenmayer System หรือ L-System) [20] เป็นทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่นิยามนำไปใช้ในการสร้างภาพนามธรรมของพืช ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วนหลักคือ สายอักขระเริ่มต้นที่เรียกว่า Axiom และกฎการเปลี่ยนอักขระที่เรียกว่ากฎการผลิต (Production Rule) หรือ กฎการทำซ้ำ (Rewriting Rule) โดยผ่านการเขียนซ้ำ (Rewriting System) ดังตัวอย่าง

สายอักขระเริ่มต้น : AB

กฎการทำซ้ำ 1 : $A \rightarrow AB$

กฎการทำซ้ำ 2 : $B \rightarrow AC$

การทำซ้ำครั้งที่ 0 : AB

การทำซ้ำครั้งที่ 1 : ABAC

การทำซ้ำครั้งที่ 2 : ABACABC

การทำซ้ำครั้งที่ 3 : ABACABCABACC

การทำซ้ำครั้งที่ 4 : ABACABCABACCABACABCC

ในขั้นตอนการทำซ้ำแต่ละรอบจะทำการเปลี่ยนสายอักขระตัวก่อนหน้าตามด้วยกฎการทำซ้ำ โดยอักขระแต่ละตัวถูกเปลี่ยนตามกฎพร้อมกัน เช่น ในการทำซ้ำครั้งที่ 2 อักขระตัวก่อนหน้า คือ ABAC จากนั้นเปลี่ยน $A \rightarrow AB$ ตามกฎการทำซ้ำที่ 1 และเปลี่ยน $B \rightarrow AC$ ตามกฎการทำซ้ำที่ 2 ทำให้ได้สายอักขระในการทำซ้ำครั้งที่ 2 เป็น ABACABC สำหรับการสร้างภาพนามธรรมของพืชเป็นการนำสายอักขระที่ได้จากการทำซ้ำระบบแอล มาเปลี่ยนเป็นรูปทรงเรขาคณิตที่เรียกว่า การตีความแบบเต่า (Turtle Interpretation)

3.6.1 การตีความสายอักขระแบบเต่า (Turtle Interpretation of String)

การสร้างภาพนามธรรมของพืช เป็นการแทนสัญลักษณ์หรืออักขระแต่ละตัวที่ได้จากการทำซ้ำระบบแอลด้วยตำแหน่งและทิศทางของเต่า เช่น

สายอักขระ : F- FF+ F- F- FF

สัญลักษณ์ที่ใช้

F แทน การเดินไปข้างหน้าและวาดเส้นตรงยาว 1 หน่วย

+ แทน การเลี้ยวซ้าย 90 องศา

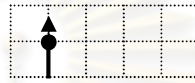
- แทน การเลี้ยวขวา 90 องศา

นำสายอักขระมาตีความโดยเรียงลำดับ ดังนี้

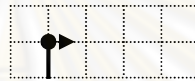
1. F- FF+ F- F- FF



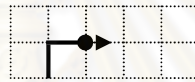
2. F- FF+ F- F- FF



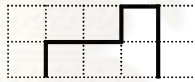
3. F- FF+ F- F- FF



4. F- FF+ F- F- FF



หลังจากตีความสายอักขระครบทุกตัวแล้วจะได้ดังภาพ



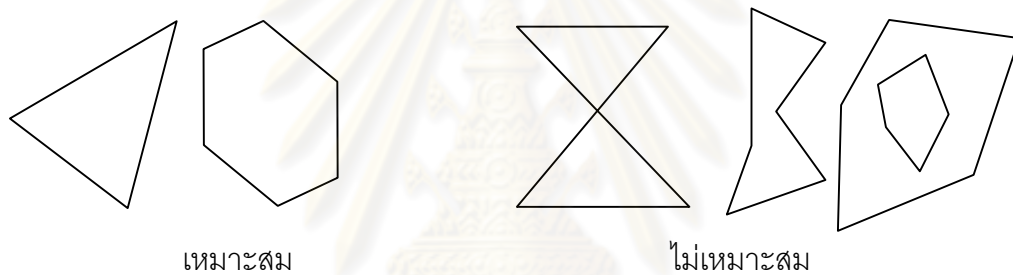
ภาพที่ 3.3 ผลจากการตีความสายอักขระ

3.7 คอมพิวเตอร์กราฟิกและการออกแบบวัตถุด้วย OpenGL

OpenGL [21] เป็นซอฟต์แวร์ไลบรารีที่ใช้ติดต่อกับฮาร์ดแวร์แสดงผลโดยมีคำสั่งพื้นฐานประมาณ 120 คำสั่ง ที่สามารถใช้กำหนดคุณลักษณะและควบคุมการทำงานของแอปพลิเคชันสามมิติ OpenGL ถูกออกแบบมาโดยไม่ยึดติดกับระบบ สามารถทำงานได้บนทุกๆ แพลตฟอร์ม (portability) โดย OpenGL จะไม่มีคำสั่งที่จัดการกับระบบปฏิบัติการเลย อีกทั้งยังไม่มีคำสั่งเพื่อรับอินพุตจากผู้ใช้อีกด้วย นอกจากนี้ OpenGL ยังไม่มีคำสั่งระดับสูงที่จะใช้วาดวัตถุสามมิติแบบซับซ้อนอย่าง เช่น อวัยวะ สัตว์ รถยนต์หรือต้นไม้ แต่ OpenGL ได้เตรียมคำสั่งไว้ให้สำหรับสร้างรูปจำลองสามมิติคือรูปทรงเรขาคณิตอย่างง่าย ได้แก่ จุด เส้น และรูปหลายเหลี่ยมซึ่งผู้ใช้งานจะต้องนำรูปทรงเหล่านี้มาประกอบกันเพื่อให้เกิดรูปทรงสามมิติที่ซับซ้อน

3.7.1 การสร้างวัตถุ

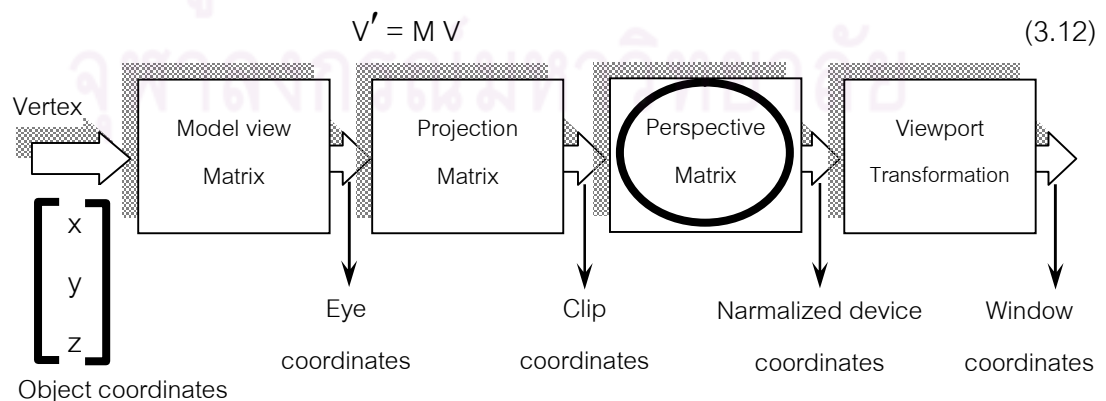
รูปทรงพื้นฐานของ OpenGL ได้แก่ จุด เส้น และรูปเหลี่ยม โดยรูปทรงทั้งสามนี้ถูกกำหนดตำแหน่งโดยคู่ลำดับสามมิติ (x, y, z) หรือคู่ลำดับโฮโมจีเนียส (x, y, z, w) (ซึ่งโดยปกติแล้วค่าของ $w = 1$) ที่เรียกว่า vertex โดยจะใช้ 1 vertex สำหรับจุด 2 vertex สำหรับเส้น และมากกว่า 2 vertex สำหรับรูปเหลี่ยม OpenGL ได้กำหนดลักษณะของรูปเหลี่ยมที่เหมาะสมโดยใช้ข้อบังคับสามข้อ คือ ขอบของรูปเหลี่ยมจะต้องไม่ตัดกันเอง รูปทรงของรูปเหลี่ยมจะต้องไม่แหงงเว้าเข้าไป และจะต้องไม่มีรูหรือช่องภายในรูปเหลี่ยม (ดูรูปภาพที่ 3.4 ประกอบ) แต่ไม่มีข้อกำหนดสำหรับจำนวนมุมของรูปเหลี่ยม ข้อบังคับเหล่านี้ทำให้การแสดงผลมีความรวดเร็ว และหากใช้รูปเหลี่ยมที่ไม่เหมาะสมก็อาจทำให้การเรนเดอร์ภาพผิดพลาดได้ อย่างไรก็ตามรูปเหลี่ยมที่ไม่เหมาะสมสามารถแบ่งเป็นรูปเหลี่ยมย่อยๆ ได้โดยผู้ใช้หรือใช้ไลบรารี GLU ซึ่งมีคำสั่งที่ใช้ขอยรูปเหลี่ยมที่ซับซ้อนด้วย (Tessellation)



ภาพที่ 3.4 รูปเหลี่ยมที่เหมาะสมและไม่เหมาะสม

3.7.2 การจัดวางตำแหน่งวัตถุและการฉายภาพลงบนจอ

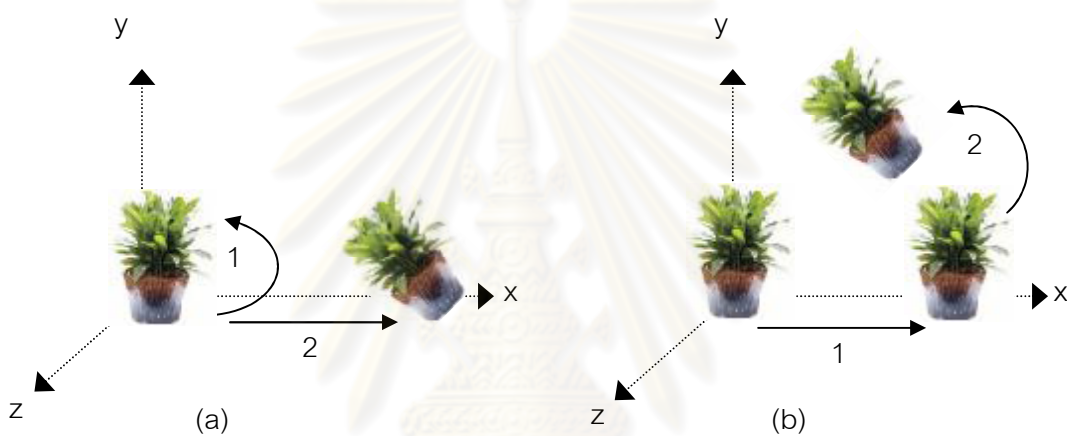
สำหรับ Vertex V ซึ่งมีโคออดิเนตเป็น (x, y, z, w) และมีเมตริกการแปลง (Transformation Matrix) M ขนาด 4×4 การแปลงโคออดิเนตหรือ Transformation จะเขียนในรูปเมตริกได้คือ



ภาพที่ 3.5 กระบวนการแปลงโคออดิเนตสามมิติของวัตถุไปเป็นพิกเซลบนจอภาพ

กระบวนการแปลงโคออดิเนตสามมิติของวัตถุไปเป็นพิกเซลบนจอภาพ (ภาพที่ 3.5) โดยแต่ละขั้นตอนในกระบวนการแปลงสามารถเทียบได้กับขั้นตอนการถ่ายภาพ ขั้นตอนทั้ง 4 สามารถอธิบายได้ดังนี้

(1) **Modelview Transformation** ซึ่งรวมสองขั้นตอนคือ Viewing Transformation เป็นการเปลี่ยนมุมมองซึ่งเทียบได้กับการจัดตำแหน่งกล้องและ Modeling Transformation ประกอบด้วย การเลื่อน (Translation) การหมุน (Rotation) และการสเกลวัตถุ (Scaling) ซึ่งเทียบได้กับการจัดตำแหน่งวัตถุ การแปลงทั้งสองจะเปลี่ยน Object Coordinates เป็น Eye Coordinates



ภาพที่ 3.6 ลำดับที่แตกต่างกันเมื่อทำการหมุนและเลื่อนวัตถุ ให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันมาก

สำหรับการทำ Modelview Transformation นั้นค่อนข้างซับซ้อน สมมติว่ามีวัตถุวางอยู่บนจุดกำเนิด และต้องการหมุนวัตถุรอบแกน z ทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 45 องศา ร่วมกับการเลื่อนวัตถุไปตามแกน +x หากวัตถุถูกหมุน 45 องศาก่อนที่จะเลื่อนไปตามแกน +x วัตถุจะวางตัวอยู่บนแกน x (ภาพที่ 3.6a) แต่ถ้าหากเลื่อนวัตถุไปตามแกน +x ก่อนที่จะหมุนวัตถุ วัตถุจะวางตัวอยู่บนเส้นตรง $y = x$ (ภาพที่ 3.6b) จะเห็นว่าลำดับขั้นตอนของการ Transform วัตถุมีความสำคัญมาก

(2) **Projection Transformation** เป็นการกำหนดรูปร่างของปริมาตรการมองเห็นหรือ Viewing Volume เป็น Orthogonal หรือ Perspective และกำหนดขอบเขตของปริมาตรซึ่งมีผลทำให้บางส่วนของวัตถุถูกตัดออกจากฉาก เทียบได้กับการเลือกเลนส์กล้องและการปรับระยะวัตถุ ขั้นตอนนี้จะให้ Clip Coordinates

(3) **Perspective Division** จะทำการหารค่าของโคออดิเนต (x, y, z, w) ด้วยค่าของ w ทำให้ได้ Normalized Device Coordinates

(4) **Viewport Transformation** เป็นการเปลี่ยนโคออดิเนทของวัตถุไปเป็นโคออดิเนทของจอภาพ ซึ่งสามารถทำให้ภาพยืด ขยาย หรือหดได้ เทียบได้กับการปรับขนาดของภาพในขั้นตอนการอัดรูปนั่นเอง ขั้นตอนนี้จะให้ Window Coordinates หลังจากการแปลงโคออดิเนทจนได้ Window Coordinates แล้ว การเรนเดอร์ภาพลงบนหน้าจอจะใช้ทั้งโคออดิเนท (x, y, z) โดย (x, y) กำหนดจุดพิกเซลบนจอที่จะวาด และ z เป็นตัวเก็บค่าความลึกของ vertex โดยวัดระยะจากจอภาพค่าความลึกนี้มีประโยชน์ในการตัดส่วนที่ไม่จำเป็นออก เช่นถ้ามี vertex สองจุดที่มีค่าพิกัด x และ y เดียวกันแต่มีค่า z ต่างกัน ค่า z จะถูกใช้ในการเปรียบเทียบเพื่อตัดสินใจว่าพื้นผิวไหนถูกบังอยู่ และจะไม่วาดพื้นผิวส่วนนั้น โดยเรียกเทคนิคนี้ว่า Hidden-Surface Removal

3.7.3 การให้แสง

แสงมีความสำคัญมาก ในการสร้างภาพสามมิติ วัตถุส่วนใหญ่จะไม่ดูเหมือนสามมิติจนกว่าจะมีการให้แสง ดังตัวอย่างทรงกลมในภาพที่ 3.7 จะเห็นว่าทรงกลมที่ยังไม่ให้แสงจะมีลักษณะเหมือนแผ่นจาน 2 มิติ



ภาพที่ 3.7 ทรงกลมที่ไม่มีแสงตกกระทบและทรงกลมที่มีแสงตกกระทบ

เมื่อแสงตกกระทบวัตถุ เราจะสามารถรับสีที่แตกต่างกันของวัตถุขึ้นอยู่กับพลังงานของโฟตอนที่ตกกระทบเซลล์ประสาทรูปกรวย โฟตอนเหล่านั้นมาจากแหล่งกำเนิดแสง บางส่วนของโฟตอนจะถูกดูดกลืนและส่วนที่เหลือจะถูกสะท้อนโดยพื้นผิวของวัตถุ พื้นผิวที่แตกต่างกันจะมีคุณสมบัติการสะท้อนแสงที่แตกต่างกัน พื้นผิวที่มันเงาจะสะท้อนแสงไปยังทิศทางที่เจาะจง พื้นผิวหยาบจะสะท้อนแสงให้กระจายไปในทุกทิศทาง แต่โดยปกติแล้วพื้นผิวส่วนใหญ่จะมีคุณสมบัติอยู่ระหว่างพื้นผิวสองแบบนี้

OpenGL จะคำนวณแสงโดยแยกแสงเป็น 3 องค์ประกอบคือแดง เขียวและน้ำเงิน (RGB) ดังนั้นสีของแสงจากแหล่งกำเนิดจะถูกกำหนดโดยปริมาณขององค์ประกอบเหล่านี้ และสีของพื้นผิววัตถุจะถูกกำหนดโดยเปอร์เซ็นต์ของแสงสีแดง เขียวและน้ำเงินที่ตกกระทบและถูกสะท้อนออกไป ตัวอย่างเช่น ลูกบอลสีแดงจะดูดกลืนแสงสีเขียวและแสงสีน้ำเงินแต่จะสะท้อนแสงสีแดง

เมื่ออยู่ในแสงขาวจะมองเห็นเป็นสีแดง แต่ถ้าอยู่ในแสงสีเขียวมันจะกลายเป็นสีดำ สมการคำนวณแสงของ OpenGL นั้นเป็นแค่การประมาณการแต่ให้ผลลัพธ์ที่ดีในเวลาคำนวณที่สั้น

แหล่งกำเนิดแสงใน OpenGL สามารถกำหนดให้มาได้จากหลายทิศทาง โดยสามารถกำหนดให้มาจากทิศทางที่แน่นอนได้หรือจะให้มันเป็นแสงที่สะท้อนไปมารอบๆจาก ตัวอย่างเช่นเมื่อเราเปิดหลอดไฟในห้อง แสงส่วนใหญ่จะมาจากหลอดไฟนั้นโดยตรง แต่แสงบางส่วนจะสะท้อนไปมาในผนังห้องหลายรอบก่อนที่จะถึงตาเรา แสงที่สะท้อนไปมาในห้องนี้เรียกว่า Ambient Light ซึ่งถูกสมมติว่าไม่ทราบแหล่งกำเนิดที่แน่นอนแต่จะหายไปเมื่อเราเปิดหลอดไฟนั้น โมเดลของแหล่งกำเนิดแสงใน OpenGL จะถูกแบ่งเป็น 4 แบบใหญ่คือ Emitted, Ambient, Diffuse, และ Specular Light โดยโมเดลทั้ง 4 นี้จะถูกกำหนดองค์ประกอบสี RGB ที่แตกต่างกัน และถูกคำนวณแยกกันแล้วนำมารวมกันภายหลัง

Emitted Light เป็นแสงที่ส่งออกมาจากตัววัตถุเอง

Ambient Light เป็นแสงที่กระจัดกระจายจากการสะท้อนจนไม่รู้แหล่งที่มา ทำให้ดูเหมือนกับมาจากทุกทิศทาง เมื่อแสงแบบนี้ตกกระทบวัตถุจะสะท้อนเท่าๆกันในทุกทิศทาง แสงจากหลอดไฟแบ็คไลท์ในห้องจะมีองค์ประกอบนี้อยู่มากเนื่องจากถูกสะท้อนหลายครั้งก่อนที่จะมาถึงตา ส่วนแสงจากสปอท์ไลท์จะมีองค์ประกอบนี้น้อยมากเนื่องจากแสงจะพุ่งไปในทิศทางเดียว

Diffuse Light เป็นแสงที่มาจากแหล่งกำเนิดโดยตรงแต่เมื่อตกกระทบวัตถุจะสะท้อนออกไปเท่ากันทุกทิศทาง

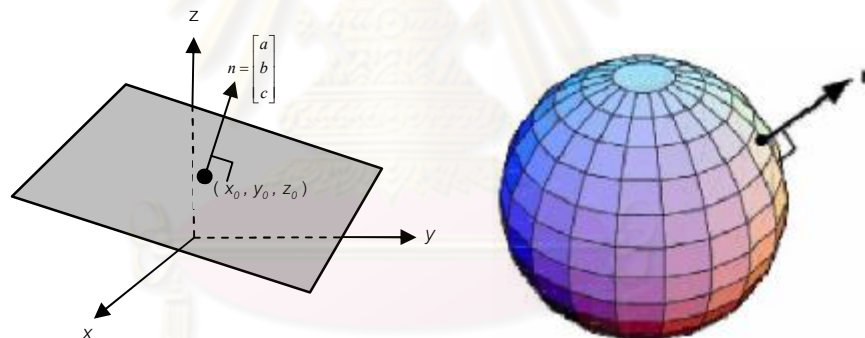
Specular Light มาจากแหล่งกำเนิดที่เจาะจงเช่นกันแต่จะสะท้อนไปในทิศทางที่เจาะจงคือมุมสะท้อนเท่ากับมุมตกกระทบ แสงจากเลเซอร์ที่ตกกระทบกระจกที่มีคุณภาพจะให้การสะท้อนเป็น Specular เกือบ 100 เปอร์เซ็นต์ วัตถุที่มันเงาเช่นพลาสติกจะมีคุณสมบัติของ Specular มากกว่าวัตถุที่หยาบ เช่น ซอล์ค

วัตถุมีโมเดลการสะท้อนแสงสามแบบคือ Ambient, Diffuse, และ Specular Reflectance ที่ถูกกำหนดสีไว้แตกต่างกัน Ambient Reflectance ของวัตถุจะใช้สำหรับคำนวณสีของวัตถุที่แสดงออกมาเมื่อถูก Ambient Light ตกกระทบ เช่นเดียวกับ Diffuse และ Specular Reflectance ซึ่งคำนวณคู่กับ Diffuse และ Specular Light ตามลำดับ โดยปกติแล้วสีของวัตถุที่ถูกกำหนดโดย Ambient และ Diffuse Reflectance จะเหมือนหรือคล้ายคลึงกัน ส่วน Specular Reflectance จะกำหนดเป็นสีขาวหรือเทา ซึ่งทำให้จุดที่สะท้อนเป็นสีของแหล่งกำเนิดแสง อย่างเช่น ลูกบอลมันเงาสีแดงเมื่อถูกฉายด้วยแสงสีขาวพื้นที่ส่วนใหญ่จะเป็นสีแดงแต่จะมีส่วนหนึ่งที่มีมุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อนซึ่งจะเป็นสีขาว

การกำหนดปริมาณสีสำหรับแสงจะกำหนดเป็นเปอร์เซ็นต์ของความเข้มสูงสุดของแต่ละสี ถ้าค่า RGB เป็น 1.0 ทั้งหมดจะได้แสงสีขาว ถ้าเป็น 0.5 ทั้งหมด จะได้สีเทาที่ความเข้มต่ำลงครึ่งหนึ่ง แต่ถ้า $R=G=1.0, B=0.0$ จะเป็นแสงสีแดง ส่วนการกำหนดปริมาณสีที่สะท้อนออกมาจากวัตถุจะกำหนดเป็นสัดส่วนของสีที่สะท้อนออกมา อย่างเช่นถ้า $R=1.0, G=0.5, B=0.0$ วัตถุจะสะท้อนแสงสีแดงทั้งหมด สะท้อนแสงสีเขียวเพียงครึ่งหนึ่งของแสงสีเขียวที่ตกกระทบและดูดกลืนแสงสีน้ำเงินทั้งหมด สมมติว่าแสงมีค่าความเข้มเป็น(LR, LG, LB) และวัตถุมีค่าการสะท้อนแสงเป็น (MR, MG, MB) แสงที่เข้าสู่ตาจะเป็น (LR*MR, LG*MG, LB*MB) ถ้าหากมีแสงจากสองแหล่งเข้าสู่ตาเป็น (R1, G1, B1) และ (R2, G2, B2) แสงรวมจะเป็น (R1+R2, G1+G2, B1+B2) หากค่าที่รวมได้มีค่ามากกว่า 1.0 ซึ่งสว่างเกินกว่าที่จอภาพจะแสดงผลได้ ค่านั้นจะถูกปิดลงเป็น 1.0

3.7.4 Normal Vector

Normal Vector เป็นเวกเตอร์ที่ชี้ไปในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวของวัตถุ มีไว้สำหรับกำหนดลักษณะการวางตัวของพื้นผิว มันถูกใช้ในการคำนวณปริมาณแสงที่ตกกระทบพื้นผิวบริเวณนั้น OpenGL อนุญาตให้มีการกำหนด Normal Vector เฉพาะที่จุด Vertex ของพื้นผิวเท่านั้น

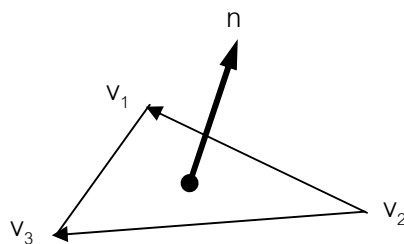


ภาพที่ 3.8 Normal Vector

ถ้ามีสมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายพื้นผิว เราสามารถหาค่า Normal Vector ที่แต่ละจุดบนพื้นผิวได้ สมมติให้สมการพื้นผิวดังกล่าวเป็น $z = f(x, y)$ จะหา Normal Vector ที่จุด (x_0, y_0) ได้จาก

$$n = \begin{bmatrix} f_x(x_0, y_0) \\ f_y(x_0, y_0) \\ -1 \end{bmatrix}$$

เมื่อ $f_x = \frac{df}{dx}$ และ $f_y = \frac{df}{dy}$ เป็นอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชัน $f(x, y)$



ภาพที่ 3.9 Normal Vector ของรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดที่ v_1, v_2 และ v_3

แต่ถ้าพื้นผิวประกอบด้วยรูปเหลี่ยมและไม่มีสมการอธิบายแล้วจะมีสูตรการคำนวณ Normal Vector คือ (ดูภาพที่ 3.9 ประกอบ)

$$\begin{aligned}
 n &= [v_1 - v_2] \times [v_2 - v_3] \\
 &= \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z_1 - z_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_2 - x_3 \\ y_2 - y_3 \\ z_2 - z_3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} (y_1 - y_2)(z_2 - z_3) - (z_1 - z_2)(y_2 - y_3) \\ (z_1 - z_2)(x_2 - x_3) - (x_1 - x_2)(z_2 - z_3) \\ (x_1 - x_2)(y_2 - y_3) - (y_1 - y_2)(x_2 - x_3) \end{bmatrix} \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $v_1 = (x_1, y_1, z_1)$, $v_2 = (x_2, y_2, z_2)$ และ $v_3 = (x_3, y_3, z_3)$ เป็นจุดใดๆ บนรูปเหลี่ยมที่ไม่วางอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน Normal Vector ที่ได้จากการคำนวณทั้งสองวิธีจะต้องถูก Normalize ให้มีขนาดเป็น 1 โดยใช้สูตร

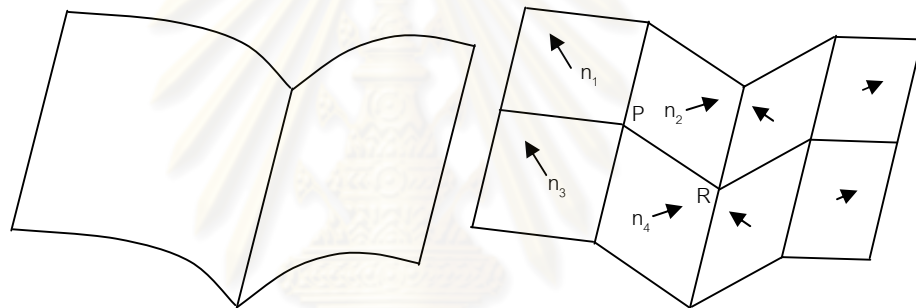
$$n = \begin{bmatrix} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

สำหรับพื้นผิวเรียบแล้วทุกๆจุดจะมี Normal Vector ที่ไปในทิศทางเดียวกันหมด แต่สำหรับพื้นผิวโค้งซึ่งประกอบด้วยพื้นผิวเรียบย่อยๆหากกำหนดให้ Normal Vector ตั้งฉากกับพื้นผิวเรียบย่อยๆแล้ว เมื่อแสดงผลจะมองเห็นรอยต่อของพื้นผิวได้ชัดเจนเนื่องจากทิศทางของ Normal Vector ไม่ต่อเนื่องที่บริเวณรอยต่อของพื้นผิวดังภาพที่ 3.10 ปัญหานี้สามารถแก้ได้โดยใช้

การเฉลี่ยค่า Normal Vector ที่รอยต่อ ตัวอย่างในภาพที่ 3.11 ที่จุด P ค่า Normal Vector ควรเป็นค่าเฉลี่ยจาก Normal Vector สี่จุดรอบๆ หรือ $n_p = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$



ภาพที่ 3.10 การเรนเดอร์โดยใช้ Normal Vector ของรูปเหลี่ยมและใช้ Normal Vector จริง



ภาพที่3.11 การเฉลี่ยค่า Normal Vector ที่จุด Vertex

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อย

ในบทนี้จะกล่าวถึงการเก็บข้อมูลเพื่อใช้ในการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติ การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อย และในที่สุดท้ายจะกล่าวถึงการสร้างตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติ ของต้นอ้อย

4.1 การเก็บข้อมูล

ข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยสองส่วน คือ ข้อมูลที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและข้อมูลที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อย ข้อมูลที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตเป็นข้อมูลที่ได้จากการเก็บข้อมูลในแปลงทดลองโดยคณะวิจัยจากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน จังหวัดนครปฐม ได้แก่ ข้อมูลเกี่ยวกับแสง แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ อุณหภูมิของใบอ้อย อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสง และอายุของต้นอ้อยซึ่งคณะวิจัยเก็บข้อมูลทั้งหมดจำนวน 6 ครั้ง (ตาราง 4.1) และข้อมูลเกี่ยวกับความสูงของลำอ้อย อายุของต้นอ้อย จำนวนและขนาดของใบอ้อย ทั้งหมดจำนวน 14 ครั้ง (ตาราง 4.2) สำหรับข้อมูลที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติ เป็นข้อมูลที่เก็บจากต้นอ้อยตัวอย่างซึ่งทำการทดลองในกระถางจำนวน 12 ต้น เพื่อสังเกตโครงสร้างเฉพาะส่วนที่อยู่เหนือดินของต้นอ้อย ได้แก่ ข้อ ปล้อง กาบใบ แผ่นใบ ตาและยอดของต้นอ้อย โดยผู้วิจัยทำการเก็บข้อมูลดังกล่าวสัปดาห์ละ 1 ครั้งเป็นเวลา 20 สัปดาห์

ครั้งที่	1	2	3	4	5	6
วัน/เดือน/ปี	04/06/08	24/06/08	15/07/08	05/08/08	26/08/08	16/09/08
อายุของต้นอ้อย (วัน)	1 15	135	156	177	198	219
¹ จำนวนข้อมูล	42	63	63	63	63	48

ตาราง 4.1 จำนวนข้อมูลเกี่ยวกับแสง แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ อุณหภูมิของใบอ้อย อัตราการสังเคราะห์ที่ใช้ในการศึกษาแต่ละช่วงอายุของต้นอ้อย

หมายเหตุ ¹ข้อมูลในแต่ละชุดประกอบด้วยค่าของ PAR , C_a , $Tleaf$ และ P_n

ครั้งที่	วัน/เดือน/ปี	อายุของต้นอ้อย (วัน)	² ความสูงของต้นอ้อย (cm)
1	03/06/08	114	92.33
2	10/06/08	121	106.04
3	17/06/08	128	120.52
4	24/06/08	135	136.52
5	01/07/08	142	143.67
6	08/07/08	149	157.39
7	15/07/08	156	163.74
8	22/07/08	163	177.43
9	29/07/08	170	183.56
10	05/08/08	177	197.13
11	19/08/08	191	210.28
12	02/09/08	205	223.26
13	16/09/08	219	253.65
14	14/10/08	247	284.13

ตาราง 4.2 ข้อมูลอายุและความสูงของต้นอ้อย

หมายเหตุ ²ข้อมูลความสูงของต้นอ้อยเป็นค่าเฉลี่ยจากต้นอ้อยตัวอย่างจำนวน 27 ต้น ในแปลงทดลอง 9 แปลง

4.2 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อย

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อยได้พัฒนาขึ้นโดยอาศัยหลักการเกี่ยวกับระบบหลักทางชีวภาพที่เกี่ยวข้องกับการเจริญของต้นอ้อยได้แก่ การสังเคราะห์ด้วยแสง (photosynthesis) การหายใจ (respiration) และการแบ่งสรรอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ ของพืช (partitioning) นั่นคือการนำผลที่ได้จากกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงมาควบคุมการแสดงผลของตัวแบบโครงสร้างกราฟิก 3 มิติของต้นอ้อย โดยมีปัจจัยที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบ คือ ปริมาณแสงที่พืชสามารถใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสง (PAR) ปริมาณความเข้มข้นของแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์บริเวณรอบใบอ้อย (C_a) และอุณหภูมิของใบอ้อย (T_{leaf}) ซึ่งทำให้ตัวแบบที่สร้างขึ้นจึงประกอบด้วย 3 ตัวแบบย่อยคือ ตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ (Net

Photosynthesis Model) ตัวแบบการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ (Partitioning Model) และตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth Model)

4.2.1 Net Photosynthesis Model

กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงเป็นการสร้างอาหารจำพวกคาร์โบไฮเดรตของพืชสีเขียว เพื่อใช้ในการเจริญเติบโตและซ่อมแซมส่วนที่สึกหรอของพืช อีกทั้งยังเป็นการผลิตอาหารสำหรับสิ่งมีชีวิตอื่นๆ บนโลก ในพืชสีเขียวมีคลอโรฟิลล์ที่ทำหน้าที่ดูดกลืนพลังงานแสงจากดวงอาทิตย์มาใช้ในการสร้างอาหารนอกจากนั้นพืชจำเป็นต้องใช้น้ำและแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ที่เป็นสารอินทรีย์โมเลกุลเล็กมาใช้ในกระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสงด้วย สำหรับกระบวนการหายใจเป็นกระบวนการตรงกันข้ามกับการสังเคราะห์ด้วยแสง แต่การหายใจเกิดขึ้นในทุกเซลล์ที่มีชีวิตและสามารถเกิดได้ตลอดเวลาโดยไม่ต้องอาศัยพลังงานจากแสงอาทิตย์เลย โดยที่พืชนำเอาพลังงานที่สะสมไว้มาใช้ในกระบวนการสร้าง (synthesis) การทำลาย (catabolize) การสะสม (storage) หรือการเคลื่อนย้าย (translocation and transportation) ต่าง ๆ ที่เกิดในต้นพืช ดังนั้นในแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการเจริญเติบโตของพืชปลูกจึงนิยมพิจารณาว่าการหายใจของต้นพืช คือ การที่ต้นพืชนำพลังงานที่สะสมมาใช้เป็นพลังงานสำหรับการเจริญเติบโต (growth respiration) และสำหรับคงสภาพ (maintenance respiration) ของพืชนั่นเอง ดังนั้น ในสภาพที่พืชยังคงมีการเจริญเติบโตอยู่ เราสามารถเขียนอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ (Net Photosynthesis rate, P_n) ในรูปของอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสง (Gross Photosynthesis rate, P_g) และอัตราการหายใจ (Respiration rate, R) ได้ว่า [22]

$$\text{อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ } (P_n) = \text{อัตราการสังเคราะห์ } (P_g) - \text{อัตราการหายใจ } (R)$$

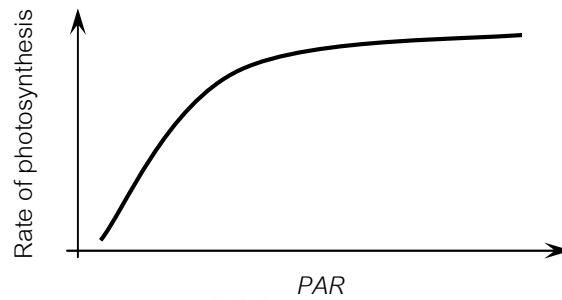
(4.1)

เนื่องจากปัจจัยที่มีผลต่ออัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงประกอบด้วยสองกลุ่ม คือ ปัจจัยเกี่ยวกับพันธุกรรมของพืชแต่ละชนิดและสภาพแวดล้อม สำหรับปัจจัยทางพันธุกรรมของพืชแต่ละชนิดที่สำคัญ ได้แก่ สรีรวิทยาของใบ กระบวนการภายใน เช่น การสะสม การขนส่งสารอาหารที่สังเคราะห์ขึ้นได้ เป็นต้น ซึ่งเราจะสมมุติว่าต้นอ้อยมีปัจจัยทางพันธุกรรม โครงสร้างและระบบของกระบวนการภายในที่สามารถดำเนินการสังเคราะห์ด้วยแสง หายใจและแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ไปยังส่วนต่างๆ ของต้นได้ ดังนั้นเราจึงพิจารณาว่าปัจจัยที่มีผลต่ออัตราการสังเคราะห์

ด้วยแสงคือสิ่งแวดล้อมเท่านั้น โดยเน้นไปที่ปัจจัยซึ่งเกี่ยวกับแสง ปริมาณแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ และอุณหภูมิที่พืชได้รับ

เนื่องจากทั้งปริมาณและคุณภาพของแสงต่างส่งผลต่ออัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช นั่นคือ เมื่อพืชได้รับแสงมากขึ้นอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชก็สูงขึ้นด้วย แต่ถ้าพืชรับแสงที่มีความเข้มแสงสูงมากเกินไปอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชกลับลดลง ทั้งนี้เป็นเพราะคลอโรฟิลล์สามารถรับแสงที่มีความเข้มในระดับหนึ่งเท่านั้น ดังนั้นที่ความเข้มแสงสูงคลอโรฟิลล์จึงถูกทำลายเป็นผลอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชลดลง แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์เป็นวัตถุดิบที่ใช้ในการสร้างอาหารของพืช โดยเป็นแก๊สที่ทำให้ธาตุคาร์บอนแก่พืชเพื่อนำไปใช้ในการสร้างแป้งและน้ำตาล (สารอาหารประเภทคาร์โบไฮเดรต) การสังเคราะห์ด้วยแสงจะเพิ่มขึ้นเมื่อปริมาณของ CO_2 ในบรรยากาศเพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อปากใบปิดเพราะการขาดน้ำ การเพิ่มความเข้มข้นของคาร์บอนไดออกไซด์ให้สูงขึ้นไปเรื่อยๆ จะมีผลทำให้เกิดการสังเคราะห์ด้วยแสงได้มากขึ้น นอกจากนั้นช่วงของอุณหภูมิก็มีความสำคัญต่อการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืช ทั้งนี้การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิส่งผลให้อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงเพิ่มขึ้น แต่อย่างไรก็ตามเมื่ออุณหภูมิสูงเกินไปจะทำให้เอนไซม์ภายในกระบวนการสังเคราะห์อยู่ในสภาพที่ไม่สามารถทำงานได้ทำให้การสังเคราะห์ด้วยแสงลดลง

สำหรับตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิที่สร้างขึ้นพิจารณาเฉพาะปัจจัยทางด้านสภาพแวดล้อม ได้แก่ ปริมาณแสงที่พืชสามารถใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสง (Intercept photosynthetically active radiation, PAR) ปริมาณความเข้มข้นของแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์บริเวณรอบใบอ่อน (C_a) และอุณหภูมิของใบอ่อน (T_{leaf}) ซึ่งเป็นผลโดยตรงจากอุณหภูมิในอากาศ เนื่องจากอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เมื่อปริมาณแสงที่พืชสามารถใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสง (PAR) เพิ่มขึ้น แต่พืชได้รับแสง PAR มากพอจนถึงระดับที่อิ่มตัวแล้วอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงจะเข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่งซึ่งนับเป็นค่าสูงสุดของอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสง ดังภาพ 4.1 และจะเห็นได้ว่าเมื่อพืชเกิดการสังเคราะห์ด้วยแสงขึ้นปริมาณความเข้มข้นของแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์บริเวณโดยรอบใบอ่อนๆ กับใบอ่อน (C_a) จะถูกพืชนำไปใช้ทำให้ปริมาณของ C_a ลดลงนั่นเอง ดังนั้นเราจึงสามารถเขียนตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ P_n ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันไฮเพอร์บออลิก (hyperbolic function) ของปริมาณแสงที่พืชสามารถใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสง (PAR , $\mu mol m^{-2} s^{-1}$) และปริมาณความเข้มข้นของแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์บริเวณรอบใบอ่อน (C_a , $\mu mol CO_2 m^{-2} s^{-1}$) ได้ดังนี้ [22, 23]



ภาพที่ 4.1 แนวโน้มของอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงเมื่อเทียบกับแสง PAR

$$P_n = \frac{a \cdot PAR}{b \cdot PAR + C_a} \quad (4.2)$$

โดยที่ a คือ สัดส่วนเริ่มต้นของ C_a และอุณหภูมิของใบอ่อน ณ เวลาที่พระอาทิตย์ขึ้น

$$(\mu\text{mol CO}_2 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$$

b คือ ค่าประสิทธิภาพการสังเคราะห์ด้วยแสง (photosynthetic efficiency)

$$(\mu\text{mol CO}_2 / \mu\text{mol PAR})$$

เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในอากาศส่งผลต่ออุณหภูมิของใบอ่อน (T_{leaf}) การเพิ่มขึ้นหรือลดลงของ T_{leaf} ย่อมส่งผลโดยตรงต่ออัตราการสังเคราะห์ด้วยแสง ดังนั้นจึงได้ว่า

$$P_g = \frac{a \cdot PAR \cdot T_{leaf}}{b \cdot PAR + C_a} \quad (4.3)$$

ทั้งนี้ การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิของใบอ่อน (T_{leaf}) ก็มีผลกระทบต่ออัตราการหายใจด้วย กล่าวคือ เมื่อ T_{leaf} สูงขึ้น อัตราการหายใจจะเพิ่มขึ้น ทำให้เราสามารถเขียนสมการแสดงอัตราการหายใจในรูปของสมการเชิงเส้นได้ ดังนี้

$$R = k \cdot T_{leaf} \quad (4.4)$$

เมื่อ k เป็นสัมประสิทธิ์ของอัตราการหายใจ ($\mu\text{mol m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)

ดังนั้น ตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ P_n คือ

$$P_n = \frac{a \cdot PAR \cdot T_{leaf}}{b \cdot PAR + C_a} - k \cdot T_{leaf} \quad (4.5)$$

โดยที่ $25 \leq T_{leaf} \leq 40$

4.2.2 Partitioning Model

สำหรับตัวแบบการแบ่งสรรอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ (Partitioning Model) ที่สร้างขึ้นอาศัยหลักการเกี่ยวกับกระบวนการนำสรรอาหารอันเป็นผลผลิตที่พืชสะสมและสร้างได้

จากการสังเคราะห์ด้วยแสงของพืชในรอบวันส่งไปยังโครงสร้างในส่วนต่างๆ ของพืช ซึ่งเราจะเห็นได้ว่าปริมาณการสะสมของผลผลิตที่พืชได้จากการสังเคราะห์ในแต่ละวัน (daily accumulated of photosynthesis production, ϕ) ดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับสองปัจจัย คือ อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ P_n และพื้นที่ใบสีเขียว (green leaf area, A) ซึ่งเป็นโครงสร้างหลักที่พืชสามารถใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสงได้ ดังนั้น เราจึงสามารถคำนวณค่าของ $\phi(d)$ ได้ดังนี้

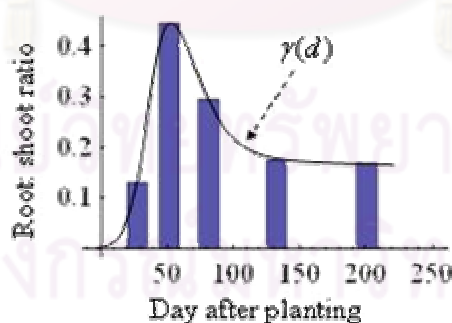
$$\phi(d) = A(d) \cdot \sum_{\text{all day } d} P_n \quad (4.6)$$

เมื่อ d คือ อายุของต้นอ้อย (วัน)

$A(d)$ คือ พื้นที่ใบสีเขียวทั้งต้นของต้นอ้อยที่มีอายุ d วัน (m^2)

ในส่วนต่อไปเราจะสร้างฟังก์ชันซึ่งควบคุมอัตราการส่งปริมาณการสะสมของผลผลิตที่ได้จากการสังเคราะห์ในแต่ละวัน $\phi(d)$ ไปยังส่วนของลำต้น (shoot) และราก (root) ของต้นอ้อย โดยการประมาณ (Interpolation) จากข้อมูลที่เป็นผลจากการทดลองของ J.P. Smith ในปี ค.ศ. 1998 [5] (ภาพที่ 4.2) ทำให้ได้ฟังก์ชัน $\gamma(d)$ ซึ่งแสดงอัตราการแบ่งสรรอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนของลำต้นและส่วนราก ณ วันที่ต้นอ้อยมีอายุ d วัน ดังนี้

$$\gamma(d) = \frac{0.0989789 \cdot d^2}{446.395 + 0.993815(d - 39.5696)^2} \quad (4.7)$$



ภาพที่ 4.2 ฟังก์ชัน $\gamma(d)$ ซึ่งได้จากการประมาณ (Interpolation) จากข้อมูลที่เป็นผลจากการทดลองของ J.P. Smith

นอกจากนี้ ผลของการศึกษาของ N.G. Inman-Bamber และคณะ ในปี ค.ศ. 2002 [2] แสดงให้เห็นว่า เมื่อน้ำหนักสดของส่วนที่อยู่เหนือดินของต้นอ้อย (green aerial biomass, กิโลกรัม / ตารางเมตร) เพิ่มมากขึ้น สัดส่วนของการแบ่งสรรอาหารซึ่งสร้างขึ้นจากการสังเคราะห์

ด้วยแสงที่ส่งไปยังส่วนต่างๆ ที่อยู่เหนือดินของอ้อย (partitioning) โดยพิจารณาเป็น 3 ส่วน คือ 1. ลำอ้อย (stalk) 2. แผ่นใบอ้อยที่เป็นสีเขียว (green leaf blade) และ 3. ส่วนอื่น คือ cabbage และ meristem จะมีค่าประมาณ 80, 10 และ 10 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเทียบกับส่วนของลำต้นที่อยู่เหนือดินทั้งหมด ตามลำดับ ดังนั้น ถ้าเราพิจารณาเฉพาะอัตราการแบ่งสรรอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนของลำอ้อย (stalk) ณ วันที่ต้นอ้อยมีอายุ d วัน จะได้ว่า

$$\phi_S(d) = \frac{0.8 \cdot \phi(d)}{1 + \gamma(d)} \quad (4.8)$$

เมื่อ $\phi_S(d)$ คือ ปริมาณการแบ่งสรรอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนของลำอ้อย ณ วันที่ต้นอ้อยมีอายุ d วัน

4.2.3 Growth Model

สำหรับในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาเฉพาะการเจริญเติบโตของลำอ้อยซึ่งหมายถึงความสูงของลำอ้อยเพียงอย่างเดียวเท่านั้น โดยพิจารณาจากอัตราการแบ่งสรรอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนของลำอ้อยและความสูงที่เพิ่มขึ้นของต้นอ้อย ณ วันที่ต้นอ้อยมีอายุ d วัน เนื่องจากข้อมูลเกี่ยวกับการสังเคราะห์ด้วยแสงจากแปลงทดลองได้ทำการวัดข้อมูล 6 ครั้ง ($p = 1, 2, \dots, 6$) ดังนั้น จึงสร้างฟังก์ชัน α ซึ่งแสดงความสูงของลำอ้อยที่เพิ่มขึ้นต่อความสูงเดิมต่อปริมาณของสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ที่ถูกส่งไปยังส่วนของลำอ้อย ณ วันที่ต้นอ้อยมีอายุ d วัน ซึ่งขึ้นอยู่กับแต่ละครั้งที่วัดข้อมูล ($p = 1, 2, \dots, 6$) ดังนี้

$$\alpha(d_p) = \frac{h(d_{p+1}) - h(d_p)}{h(d_p) \cdot \phi_S(d_p)} \quad (4.9)$$

เมื่อ $h(d_p)$ และ $h(d_{p+1})$ คือ ความสูงของลำอ้อย ณ วันที่ต้นอ้อยมีอายุ d วัน ซึ่งตรงกับการวัดข้อมูลครั้งที่ p (cm)

ในส่วนต่อไปเราพิจารณาหาฟังก์ชันการเจริญเติบโตของลำอ้อยในรูปแบบต่างๆ ที่มีความเหมาะสมกับความหมายทางชีวภาพและข้อมูลการเจริญเติบโตที่วัดจากแปลงทดลอง โดยพิจารณาฟังก์ชันดังกล่าวในรูปแบบของ Continuous Growth Model ทำให้ได้รูปแบบซึ่งอธิบายความสูงของลำอ้อยจำนวนสองตัวแบบ ดังนี้

เราพิจารณาฟังก์ชันการเจริญเติบโตของลำอ้อยในรูปของฟังก์ชันคอมโพสิตของ f และ g โดยการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างอายุของต้นอ้อย (d) ฟังก์ชัน α ในสมการ (4.9) และความสูงลำอ้อย (H) ดังนี้

$$\begin{aligned}\alpha &= f(d) \text{ และ } H = g(\alpha) \\ H &= g(f(d))\end{aligned}\quad (4.10)$$

กรณีที่ 1 เมื่อฟังก์ชัน f และ g เป็นฟังก์ชันของเส้นตรง ได้ว่า

$$\begin{aligned}\alpha &= f_1(d) = C_1 + C_2d, \quad H = g_1(\alpha) = C_3 + C_4\alpha \\ H &= g_1(f_1(d)) \\ &= C_3 + C_4(C_1 + C_2d)\end{aligned}$$

$$\text{Model 1:} \quad H(d) = C_3 + C_4C_1 + C_4C_2d \quad (4.11)$$

เมื่อ C_1, C_2, C_3 และ C_4 เป็นค่าคงตัว

กรณีที่ 2 เมื่อฟังก์ชัน f และ g เป็นเอ็กโปเนนเชียลฟังก์ชัน ได้ว่า

$$\begin{aligned}\alpha &= f_2(d) = C_5 \cdot e^{C_6d}, \quad H = g_2(\alpha) = C_7 \cdot e^{C_8\alpha} \\ H &= g_2(f_2(d))\end{aligned}$$

$$\text{Model 2:} \quad H(d) = C_7 \cdot e^{C_8 \cdot C_5 \cdot e^{C_6d}} \quad (4.12)$$

เมื่อ C_5, C_6, C_7 และ C_8 เป็นค่าคงตัว

4.3 ตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อย

ในตอนนี้จะกล่าวถึงการสร้างตัวแบบโครงสร้าง 3 มิติของต้นอ้อย โดยเริ่มจากการออกแบบสายอักขระแอลเพื่ออธิบายโครงสร้างทั้งต้นของอ้อย การนำสายอักขระแอลมาตีความเพื่อสร้างเป็นภาพกราฟิก จากนั้นคือการพัฒนาโครงสร้างย่อย 3 มิติต่างๆ ของต้นอ้อย และใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตที่ได้จากหัวข้อ 4.2 มาควบคุมการแสดงผลการเติบโตของต้นอ้อย 3 มิติ

4.3.1 การออกแบบโครงสร้างทั้งต้นของต้นอ้อย

เนื่องจากต้นอ้อยเป็นพืชใบเลี้ยงเดี่ยวที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน เราจึงสามารถออกแบบโครงสร้างภายนอกทั้งต้นของต้นอ้อยได้โดยง่ายด้วย L-System ซึ่งประกอบด้วยสายอักขระเริ่มต้น (Axiom) และกฎการทำซ้ำ (Rewriting Rules) ดังนี้

สายอักขระเริ่มต้น (Axiom) Ω : SBLA

กฎการทำซ้ำ (Rule) p_1 : $A \rightarrow$ SBLA

p_2 : $B \rightarrow B$

p_3 : $S \rightarrow S$

p_4 : $L \rightarrow L$

เมื่อสัญลักษณ์ S หมายถึง ข้อและปล้องของลำอ้อย (joint) ซึ่งมีส่วนของตาข้าง (lateral bud) ของอ้อยติดอยู่ด้วย

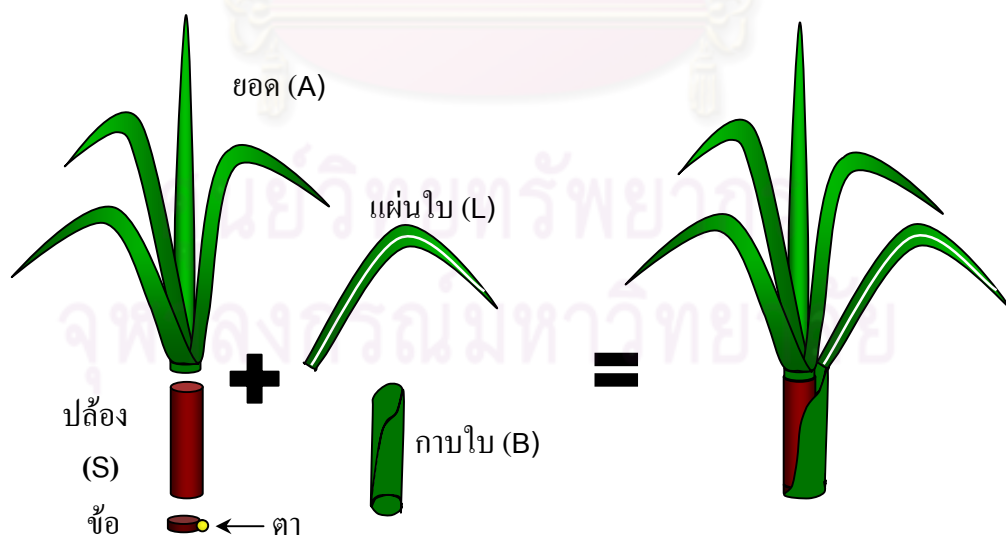
B หมายถึง กาบใบของต้นอ้อย (leaf sheath)

L หมายถึง แผ่นใบของต้นอ้อย (leaf blade) ที่กางเต็มที่

A หมายถึง ส่วนยอดของอ้อย (apex) ซึ่งประกอบด้วยใบที่ม้วน 1 ใบ และใบที่กางไม่เต็มที่จำนวน 3 ใบ

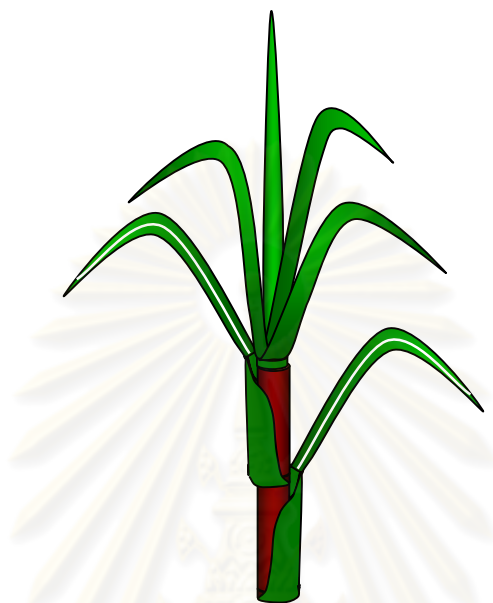
สายอักขระเริ่มต้นและกฎการทำซ้ำข้างต้นทำให้เราสามารถสร้างสายอักขระแอลเพื่ออธิบายโครงสร้างและการเติบโตของอ้อยได้จากการทำซ้ำในแต่ละรอบ ตลอดจนสามารถตีความสายอักขระแอลได้ดังนี้

จากสายอักขระแอลเริ่มต้น คือ SBLA หมายถึง ต้นอ้อยเริ่มต้นด้วยการมีข้อปล้อง ตากาบใบ แผ่นใบ และยอดจำนวน 1 ชุด ที่เชื่อมอยู่ติดกัน ดังภาพ



ภาพที่ 4.3 ต้นอ้อยเริ่มต้น

ในการทำซ้ำครั้งที่ 1 จะได้สายอักขระแอลเป็น SBL SBLA หมายถึงต้นอ้อยมีข้อปล้อง ตากาบใบ แผ่นใบ จำนวน 2 ชุด และยอดจำนวน 1 ชุด ที่เชื่อมอยู่ติดกัน ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะการเจริญของอ้อยที่ส่วนที่งอกใหม่จะเติบโตจากส่วนของยอดเดิม ดังภาพ 4.4



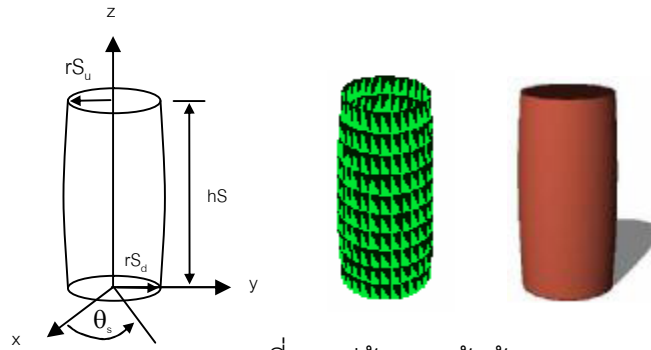
ภาพที่ 4.4 ต้นอ้อยในการทำซ้ำครั้งที่ 1

สำหรับในการทำซ้ำครั้งที่ 2 และครั้งต่อไป จะได้ต้นอ้อยในลักษณะเดียวกันคือจำนวนของข้อปล้อง กาบใบและแผ่นใบ เพิ่มขึ้นครั้งละ 1 ชุด แต่จำนวนของยอดจะมีเพียงจำนวนชุดเดียวเท่านั้นในทุกๆ ครั้งของการทำซ้ำ นอกจากนี้ ตำแหน่งของกาบใบและแผ่นใบในการทำซ้ำครั้งต่อไปจะอยู่ตรงกันข้ามกับการทำซ้ำในครั้งก่อนหน้าเสมอ สำหรับตำแหน่งของตาข้างของอ้อยจะอยู่ติดกับข้อบริเวณข้างเดียวกันกับกาบใบโดยถูกกาบใบโอบรอบเอาไว้ทำให้ไม่สามารถเห็นได้ แต่จะถูกแสดงออกมาเมื่อกาบใบและแผ่นใบหลุดออกไป

4.3.2 การออกแบบโครงสร้างย่อยของต้นอ้อย

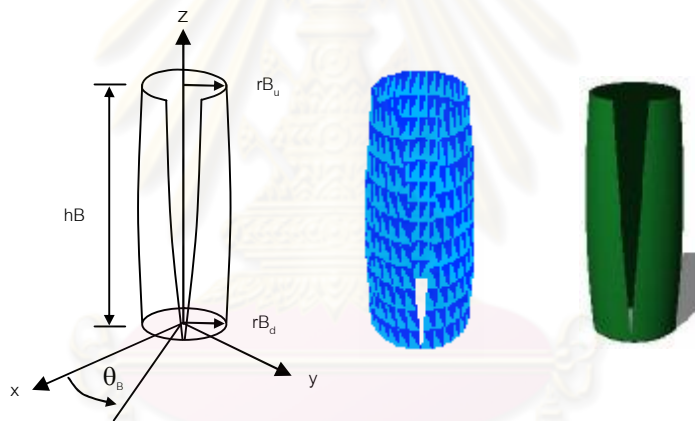
โครงสร้างย่อย 3 มิติ ของต้นอ้อยที่สร้างขึ้นประกอบด้วย ข้อปล้อง กาบใบ แผ่นใบและยอดโดยทุกโครงสร้างถูกกำหนดให้ประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมประกอบกันจนเป็นภาพ 3 มิติ ดังนี้

(1) **ข้อ ปล้อง** โครงสร้างของข้อและปล้องมีรูปแบบเดียวกันคือเป็นโครงข่ายที่ประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมจนมีลักษณะเป็นทรงกระบอกที่รัศมีของแต่ละหน้าตัดไม่เท่ากัน โดยรัศมี (r_s) ของแต่ละหน้าตัด (layer) จะขึ้นอยู่กับ รัศมีด้านบนของปล้อง (r_{s_u}) รัศมีด้านล่างของปล้อง (r_{s_d}) และความสูงของปล้อง (h_s)



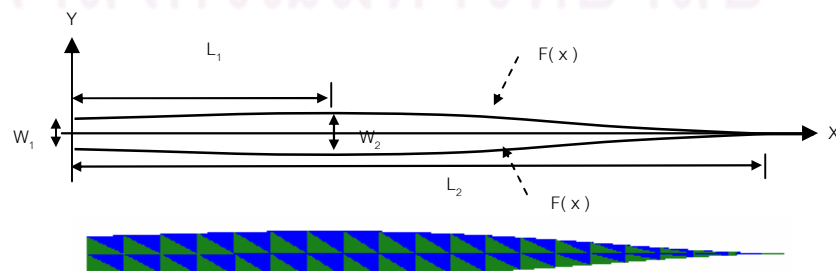
ภาพที่ 4.5 ปล้องของต้นอ้อย

(2) กาบใบ โครงสร้างของกาบใบมีลักษณะคล้ายกับโครงสร้างของปล้องคือเป็นโครงข่ายที่ประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมจนมีลักษณะเป็นทรงกระบอกที่รัศมีของแต่ละหน้าตัดไม่เท่ากัน โดยรัศมี (rB) ของแต่ละหน้าตัด (layer) จะขึ้นอยู่กับรัศมีด้านบนของกาบใบ (rB_u) รัศมีด้านล่างของกาบใบ (rB_d) ความสูงของกาบใบ (hB) แต่ในแต่ละ layer จะจัดวางรูปสามเหลี่ยมเพื่อให้เกิดรอยแยกดังภาพโดยการปรับมุม θ_B ที่ใช้ในการจะจัดวางรูปสามเหลี่ยมเริ่มต้นและรูปสุดท้าย



ภาพที่ 4.6 กาบใบของต้นอ้อย

(3) แผ่นใบ โครงสร้างของแผ่นใบซึ่งทางเต็มที่จะประกอบด้วยโครงข่ายรูปสามเหลี่ยมต่อกันจนเป็นแผ่นที่ถูกจำกัดด้วยฟังก์ชันของขอบใบ $F(x)$ และ $-F(x)$ ซึ่งเมื่อวางในแนวราบจะมีลักษณะดังภาพ



ภาพที่ 4.7 แผ่นใบของต้นอ้อย

โดยที่

$$F(x) = W_2 (0.3742 L_2^4 - 0.35867 L_2^3 x + 4.96151 L_2^2 x^2 - 10.3438 L_2 x^3 + 5.36677 x^4) / L_2^4 \quad (4.13)$$

เมื่อ W_2 เป็นความกว้างที่มากที่สุดของแผ่นใบที่กางเต็มที่
 L_2 เป็นความยาวของของแผ่นใบที่กางเต็มที่ซึ่งวัดตั้งแต่คอใบถึงปลายใบ

(4) ตา โครงสร้างของตาข้างของอ้อยประกอบด้วยโครงสร้าง ดังภาพ



ภาพที่ 4.8 ตาของต้นอ้อย

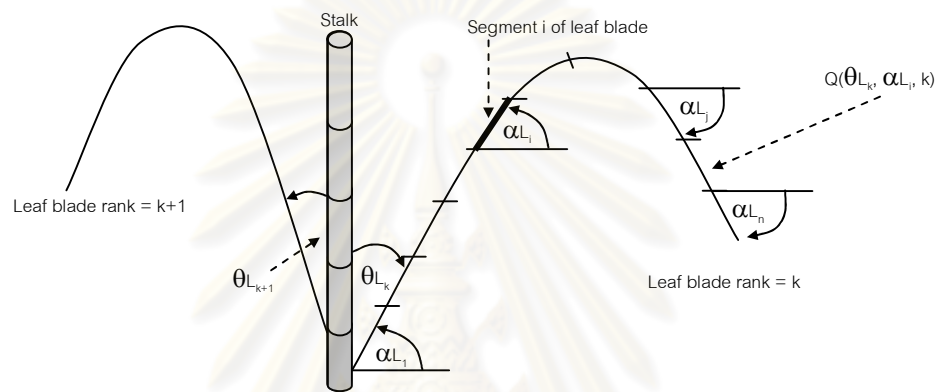
(5) ยอด โครงสร้างของยอดของอ้อยที่สร้างขึ้นประกอบด้วยโครงสร้างของแผ่นใบจำนวน 3 ใบ กาบใบจำนวน 2 กาบ ซึ่งใช้ประกอบเป็นส่วนฐาน 1 กาบและใช้แทนยอดจริง 1 กาบ ดังภาพ



ภาพที่ 4.9 ยอดของต้นอ้อย

4.3.3 การแสดงผลด้วย OpenGL

ในการแสดงผลโครงสร้างของต้นอ้อยเราใช้สายอักขระแอลในขั้นตอน 4.3.1 เป็นตัวควบคุมแต่จำเป็นต้องปรับการจัดวางของแผ่นใบที่มีลักษณะโคนใบกว้างทำมุมแหลมกับลำต้น ปลายใบดิ่งโค้งลงสู่พื้นดิน ให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงโดยการสร้างฟังก์ชันเพื่อควบคุมความโค้งของใบอ้อยในแต่ละใบบนลำต้น ร่วมกับการสังเกตและการเก็บข้อมูล ทำให้ได้ฟังก์ชันที่ควบคุมความโค้งของใบอ้อยในแต่ละใบบนลำต้น $Q(\theta_{L_k}, \alpha_{L_i}, k)$ ดังนี้



ภาพที่ 4.10 ลักษณะความโค้งของใบอ้อย

ฟังก์ชันที่ควบคุมความโค้งของใบอ้อยในแต่ละใบบนลำต้นจะขึ้นอยู่กับลำดับของใบบนต้นอ้อย (rank k) ซึ่งเริ่มนับจากพื้นดินขึ้นไป และมุมของแผ่นใบลำดับ k ที่ทางทำมุมแหลมกับลำต้น (θ_{L_k}) โดยฟังก์ชันดังกล่าวจะคำนวณมุมของชิ้นส่วนของแต่ละแผ่นใบ (α_{L_i}) ดังภาพ 4.10 โดยที่

$$\alpha_{L_i} = \frac{M}{1 + e^{-A(10 \frac{i}{n} - X)}} - B \quad (4.14)$$

เมื่อ $M = -0.0345\theta_{L_k}^2 + 3.7402\theta_{L_k} + 25.488,$

$$A = -0.0016\theta_{L_k}^2 + 0.1075\theta_{L_k} - 2.9379,$$

$$X = 0.00005\theta_{L_k}^2 + 0.0221\theta_{L_k} + 4.6322,$$

$$B = M - \theta_{L_k}$$

$$\theta_{L_k} = \frac{85.0}{1 + e^{-0.17(k-5.26)}},$$

และ n เป็น จำนวนชิ้นย่อยของแผ่นใบ 1 ใบ

จากการใช้สายอักขระแอลและการปรับใช้ฟังก์ชันควบคุมความโค้งของใบอ่อนในแต่ละใบบนลำต้นทำให้เราได้ต้นอ่อนที่มีโครงสร้างใกล้เคียงขึ้นซึ่งต่อไปเราจะให้รายละเอียดเกี่ยวกับ สีแสง และเงาด้วยโปรแกรม DevC+ร่วมกับOpenGL เพื่อให้ได้ภาพต้นอ่อน 3 มิติที่สวยงามมากขึ้น ดังนี้



ภาพที่ 4.11 โครงสร้างของต้นอ่อน 3 มิติ ที่ให้สี แสง เงาด้วย DevC+ และ OpenGL

สำหรับการหาค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) และค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ย (Mean Percentage Relative Error, MPRE) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (4.15)$$

$$MPRE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100 \quad (4.16)$$

เมื่อ y_i คือ ค่าของข้อมูลที่ได้จากการวัด

\hat{y}_i คือ ค่าประมาณจากตัวแบบ

\bar{y}_i คือ ค่าเฉลี่ย ของข้อมูลที่ได้จากการวัด

บทที่ 5

ผลการวิจัย

ผลการวิจัยที่จะกล่าวถึงประกอบด้วยผลการวิเคราะห์และการเปรียบเทียบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ (Net Photosynthesis Model) ตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth Model) กับข้อมูลที่ได้จากการวัดในแปลงทดลอง และผลการจำลองแบบภาพการเจริญเติบโตของต้นอ้อย 3 มิติ (Simulation of virtual 3D sugarcane) ซึ่งถูกควบคุมการเติบโตด้วยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเจริญเติบโต

5.1 ผลการวิเคราะห์และการเปรียบเทียบตัวแบบกับข้อมูล

การวิเคราะห์ตัวแบบประกอบด้วย 2 ส่วน คือ (1) การวิเคราะห์ตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิกับข้อมูลเกี่ยวกับแสง แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ อุณหภูมิของใบอ้อย อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงและอายุของต้นอ้อย และ (2) การวิเคราะห์ตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth model) กับข้อมูลความสูงของลำอ้อยโดยการนำข้อมูลสภาพแวดล้อมทั้งหมดมาคำนวณใหม่ด้วยตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิแล้วนำไปวิเคราะห์ด้วยตัวแบบการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ (Partitioning model) เพื่อหาค่าคงที่ของตัวแบบการเจริญเติบโตต่อไป

5.1.1 การวิเคราะห์ตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิกับข้อมูลจากการวัด

การวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับแสง แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ อุณหภูมิของใบอ้อย อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงและอายุของต้นอ้อยกับตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิทำได้โดยการแบ่งข้อมูลดังกล่าว (ตาราง 4.1) ซึ่งมีการวัด 6 ครั้งออกเป็นสองชุด คือ ชุดที่ 1 ประกอบด้วยข้อมูลที่วัดในครั้งที่ 1, 2, 3 และ 5 ชุดที่ 2 ประกอบด้วยข้อมูลที่วัดในครั้งที่ 4 และ 6 ข้อมูลในชุดที่ 1 จะถูกใช้ในการหาความสัมพันธ์ของค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิคือ a , b และ k สำหรับข้อมูลในชุดที่ 2 จะถูกนำไปทดสอบความถูกต้องของตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อที่ 5.1.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในชุดที่ 1 จากแปลงทดลองกับตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิโดยใช้วิธีเลวนเบิร์ก-มาร์ควอर्टเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ a , b และ k ทำให้พบว่าค่าพารามิเตอร์สัมพันธ์กับปัจจัยของ PAR, C_a, T_{leaf} และอายุของต้นอ้อย (d) ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.0732 X^2 - 1.618 X + 9.2019 \\ b &= -12.037 Y^2 - 1.594 Y + 0.4025 \\ k &= -2 \times 10^{-7} Z^2 + 10^{-4} Z + 0.0892 \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

โดยที่ $X = \frac{C_a(ts)}{Tleaf(ts)}$, ts เป็นเวลาที่พระอาทิตย์ขึ้น ณ วันที่อ้อยมีอายุ d วัน

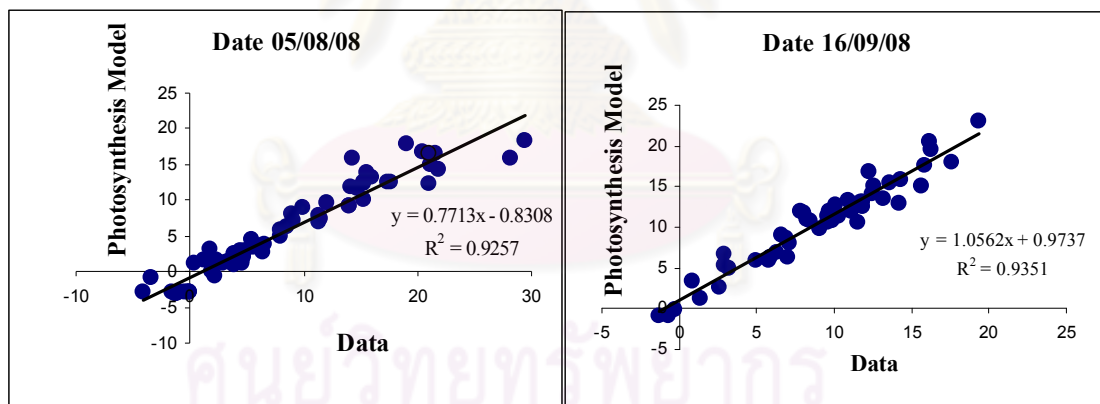
Y และ Z เป็นสัดส่วนของ $\frac{DC}{DL}$ และ $\frac{DL}{DT}$ ณ วันที่อ้อยมีอายุ d วัน ตามลำดับ

$$\text{เมื่อ } DL = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{PAR(t_{i+1}) - PAR(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right], \quad DC = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{C_a(t_{i+1}) - C_a(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right]$$

$$\text{และ } DT = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{Tleaf(t_{i+1}) - Tleaf(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \right]$$

5.1.2 การเปรียบเทียบตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิและข้อมูล

ผลการการเปรียบเทียบข้อมูลในชุดที่ 2 กับตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิโดยการคำนวณค่าพารามิเตอร์ a , b และ k ได้โดยตรงจากสมการ (5.1) ทำให้พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) ระหว่างตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิกับข้อมูลจากการวัดในชุดที่ 2 สำหรับวันที่ 5 สิงหาคม พ.ศ. 2551 ($p = 4$) และวันที่ 16 กันยายน พ.ศ. 2551 ($p = 6$) มีค่าเป็น 0.9257 และ 0.9351 ตามลำดับ ดังภาพที่ 5.1



ภาพที่ 5.1 เปรียบเทียบระหว่างตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิกับข้อมูล (Data) ในชุดที่ 2 ต่อไปเราพิจารณาตัวแบบการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ (Partitioning Model) เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์ตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth Model) โดยดำเนินการดังนี้

- (1) ทำการคำนวณอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ, P_n ของทั้ง 6 วันใหม่อีกครั้ง ด้วยสมการ (4.5)
- (2) หาปริมาณการสะสมของผลผลิตที่พืชได้จากการสังเคราะห์ในแต่ละวัน, $\phi(d)$ ของทั้ง 6 วันด้วยสมการ (4.6)

- (3) คำนวณอัตราการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนของลำต้นและส่วนราก ณ วันที่ต้นอ้อยมีอายุ d วัน, $\gamma(d)$ ของทั้ง 6 วันด้วยสมการ (4.7)
- (4) หาปริมาณการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนของลำอ้อย ณ วันที่ต้นอ้อยมีอายุ d วัน, $\phi_s(d)$ ของทั้ง 6 วันด้วยสมการ (4.8)

ดังนั้น เราจึงได้ข้อมูลที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์ตัวแบบการเจริญเติบโตดังตาราง 5.1

p	d	A	ϕ	γ	ϕ_s
1	115	0.1500	175.8089	21.7150	17.3720
2	135	0.1732	152.9892	22.2707	17.8165
3	156	0.2099	170.5660	30.5247	24.4197
4	177	0.2677	81.3780	18.7604	15.0083
5	198	0.3743	150.2249	48.7784	39.0227
6	219	0.5647	100.5049	49.5090	39.6072

ตารางที่ 5.1 ข้อมูลที่ประมาณด้วย Net Photosynthesis Model และ Partitioning Model

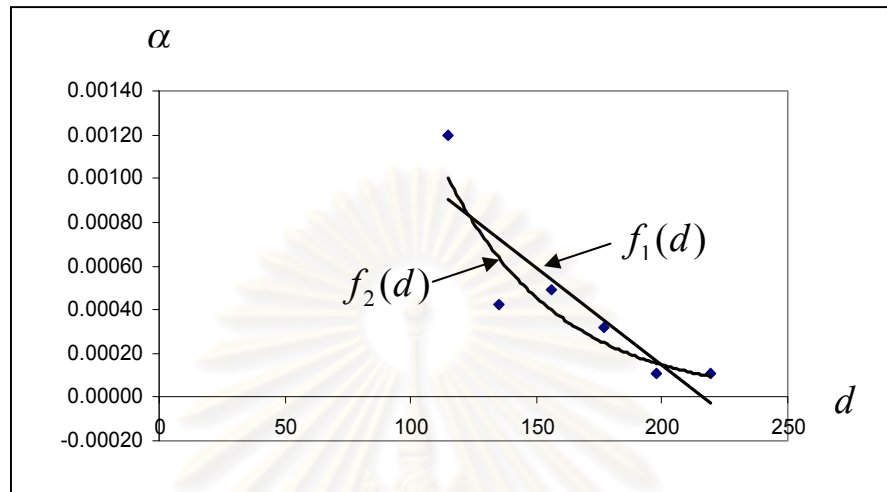
5.1.3 การวิเคราะห์ตัวแบบการเจริญเติบโตกับข้อมูลความสูงของลำอ้อย

จากหัวข้อ 5.1.2 ทำให้เราได้ข้อมูลของทั้ง 6 วัน เพื่อนำมาวิเคราะห์หาค่าคงที่ของตัวแบบการเจริญเติบโต ซึ่งทำโดยการนำข้อมูลดังกล่าวมาประมาณอัตราการเพิ่มขึ้นของความสูงของลำอ้อยที่มีอายุ d วัน ต่อวันความสูงเดิมต่อปริมาณ $\phi_s(d)$ ณ วันที่อ้อยมีอายุ d วัน ($\alpha(d_p)$) ของทั้ง 6 วันด้วยสมการ (4.9) ซึ่งได้ผลดังตาราง 5.2

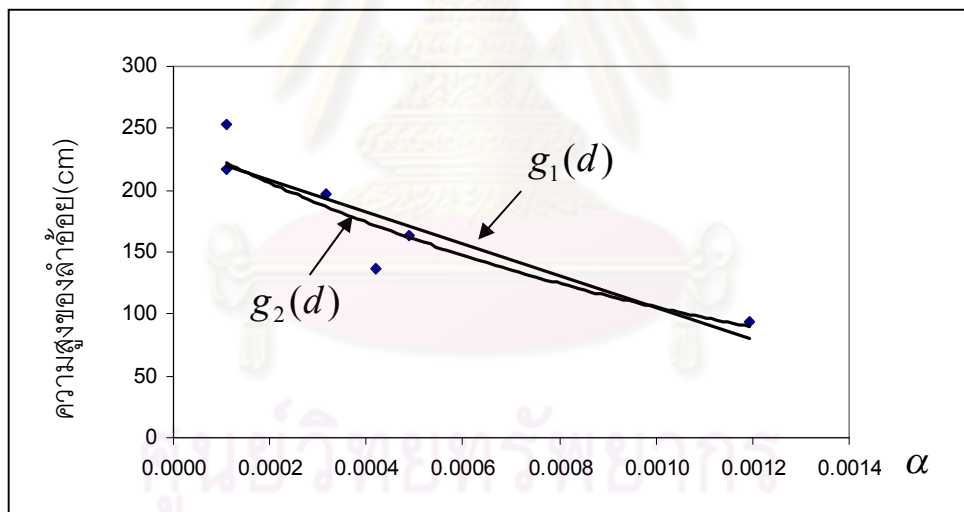
p	d	$h(d)$	$\alpha(d)$
1	115	94.29	0.00119514
2	135	136.52	0.00041984
3	156	163.74	0.00048894
4	177	197.13	0.00031743
5	198	216.77	0.00010962
6	219	253.65	0.00010836

ตารางที่ 5.2 อัตราการเพิ่มขึ้นของความสูงของลำอ้อยที่มีอายุ d วัน ต่อวันความสูงเดิมต่อปริมาณ $\phi_s(d)$ ณ วันที่อ้อยมีอายุ d วัน

จากตาราง 5.2 เราสามารถหาค่าคงตัวของตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth Model) สำหรับ Model 1 และ 2 ได้โดยการประมาณค่าคงตัวด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ดังภาพ 5.2 และ 5.3



ภาพที่ 5.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง α (d_p) กับอายุของอ้อย (d)



ภาพที่ 5.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของอ้อยกับ α

ดังนั้นจึงได้ตัวแบบการเจริญเติบโต สำหรับ Continuous Growth Model ในกรณีที่ 1 เมื่อฟังก์ชัน f และ g เป็นฟังก์ชันของเส้นตรง ดังนี้

$$\alpha = f_1(d) = 0.0019259 - 8.1637 \times 10^{-6} d$$

$$H = g_1(\alpha) = 249.34 - 164429 \alpha$$

$$H = g_1(f_1(d))$$

$$= 249.34 - 164429 (0.0019259 - 8.1637 \times 10^{-6} d)$$

$$\text{Model 1: } H(d) = -67.3338 + 1.46611 d \quad (5.2)$$

กรณีที่ 2 เมื่อฟังก์ชัน f และ g เป็นเอ็กโปเนนเชียลฟังก์ชัน ดังนี้

$$\alpha = f_2(d) = 0.0133 \text{ Exp}(-0.0225 d)$$

$$H = g_2(\alpha) = 260.49 \text{ Exp}(-1032 \alpha)$$

$$H = g_2(f_2(d))$$

Model 2:
$$H(d) = 260.49 \text{ Exp}(-13.7256 \text{ Exp}(-0.0225 d)) \quad (5.3)$$

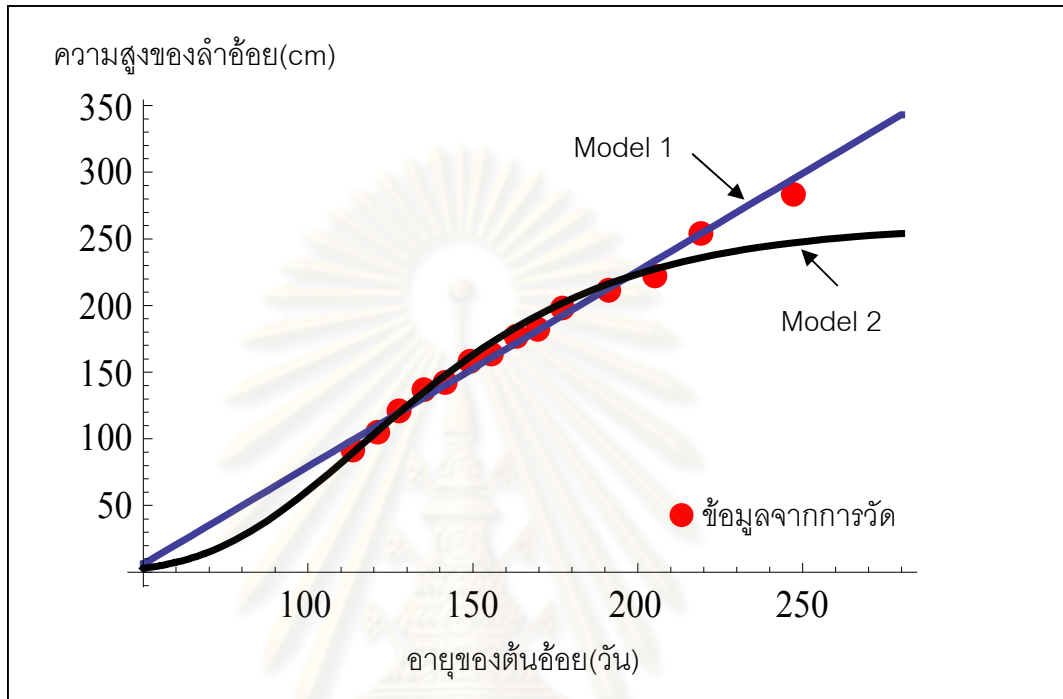
5.1.4 การเปรียบเทียบตัวแบบการเจริญเติบโตกับข้อมูลความสูงของลำอ้อย

จากหัวข้อ 5.1.3 เมื่อทำคำนวณความสูงของลำอ้อยตั้งแต่วันที่อ้อยมีอายุ 114 วัน จนถึงวันที่อ้อยมีอายุ 247 วัน ด้วยตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth Model) ทั้งสองแบบข้างต้นจะได้ผลดังนี้

อายุของต้นอ้อย (วัน)	ความสูงของต้นอ้อย (cm)		
	ข้อมูลจากการวัด	Model 1	Model 2
114	92.33	99.803	90.632
121	106.04	110.066	105.705
128	120.52	120.328	120.552
135	136.52	130.591	134.876
142	143.67	140.854	148.454
149	157.39	151.117	161.130
156	163.74	161.379	172.813
163	177.43	171.642	183.462
170	183.56	181.905	193.078
177	197.13	192.168	201.690
191	210.28	212.693	216.126
205	223.26	233.219	227.309
219	253.65	253.744	235.834
247	284.13	294.795	247.054

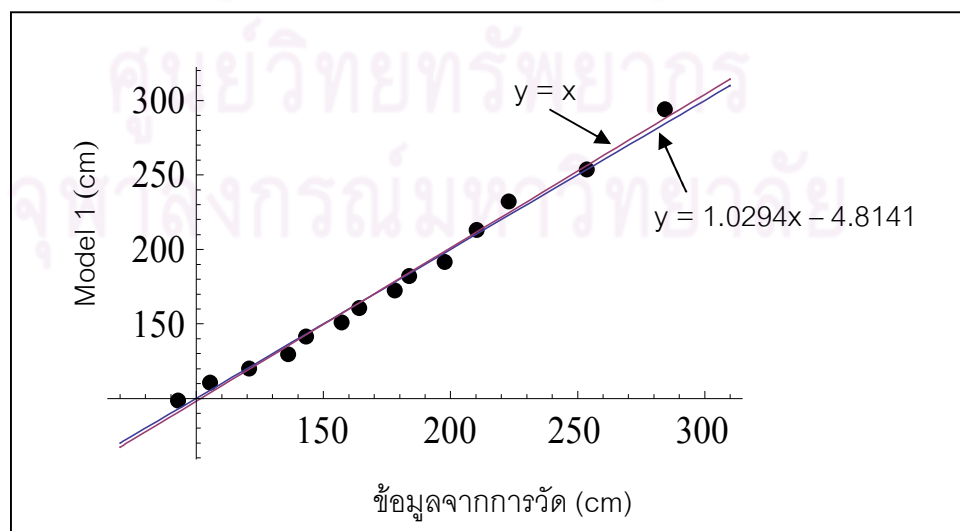
ตาราง 5.3 ความสูงของต้นอ้อยจากข้อมูลและจากการคำนวณโดยตัวแบบ

กราฟของตัวแบบการเจริญเติบโตในกรณี Model 1 มีลักษณะเป็นเส้นตรงต่อเนื่องตลอดทั้งช่วงที่มีการพิจารณา สำหรับกราฟของ Model 2 มีลักษณะเป็นเส้นโค้งต่อเนื่องตลอดช่วงที่มีการพิจารณา (Logistic curve) ดังภาพ 5.4

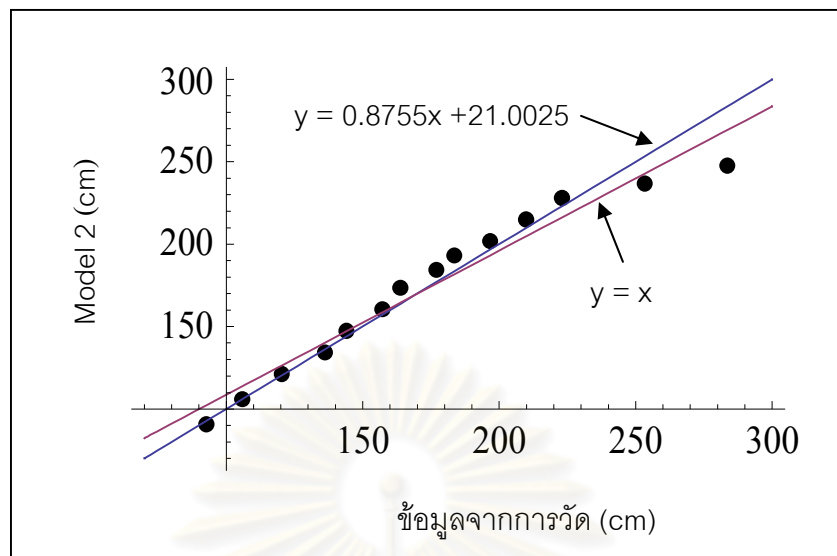


ภาพที่ 5.4 กราฟของตัวแบบการเจริญเติบโต Model 1 และ 2

เมื่อเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลความสูงของลำอ้อยที่ได้จากการวัดจากแปลงทดลองกับตัวแบบการเจริญเติบโตที่สร้างขึ้นพบว่าผลจากการคำนวณโดยใช้ Model 1 มีค่าใกล้เคียงกับข้อมูลมากกว่า Model 2 ดังภาพ 5.5 และ 5.6



ภาพที่ 5.5 เปรียบเทียบความสูงของลำอ้อยระหว่างข้อมูลที่ได้จากการวัดกับ Model 1

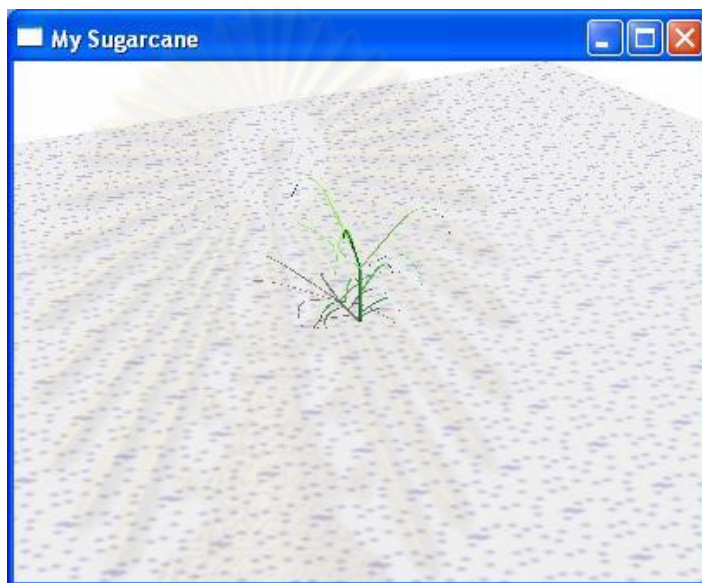


ภาพที่ 5.6 เปรียบเทียบความสูงของลำอ้อยระหว่างข้อมูลที่ได้จากการวัดกับ Model 2

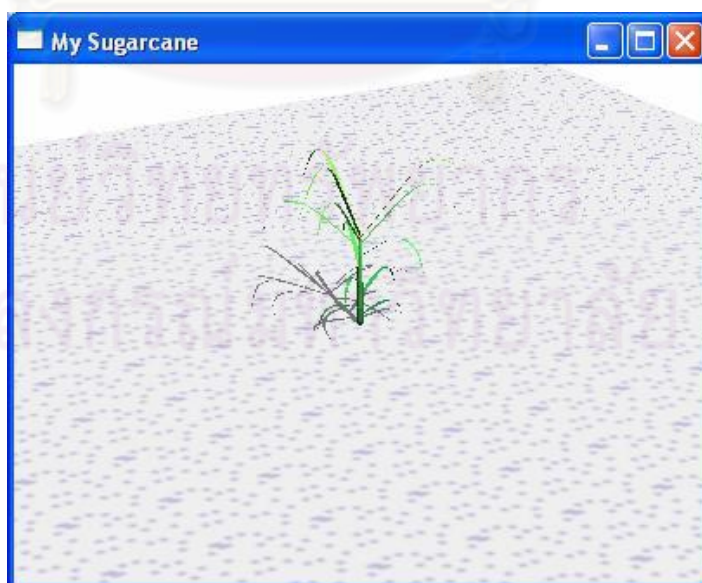
นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลที่วัดจากแปลงทดลองกับตัวแบบการเจริญเติบโต Model 1 และ Model 2 พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) เป็น 0.9889 และ 0.9492 ตามลำดับ นอกจากนี้ยังพบว่ามีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ย (MPRE) ของ Model 1 และ Model 2 เป็น 2.8465% และ 3.5863% ตามลำดับ แสดงให้เห็นว่าการคำนวณโดยใช้ Model 1 จะให้ค่าใกล้เคียงกับข้อมูลมากกว่า Model 2

5.2 ผลการจำลองแบบต้นอ้อย 3 มิติ (Simulation of virtual 3D sugarcane)

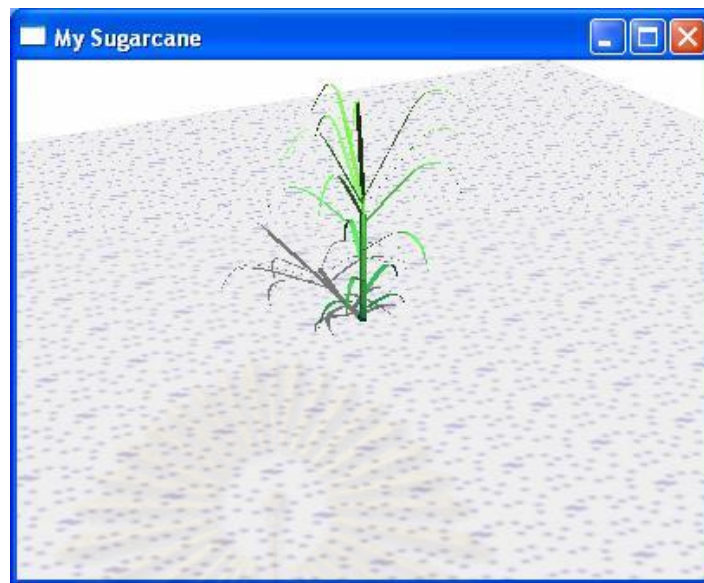
ตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth Model) ของต้นอ้อยที่ได้จากงานวิจัยนี้นอกจากจะนำไปใช้ในการจำลองแบบเพื่อศึกษาพฤติกรรมและการเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อยได้แล้ว ยังสามารถนำไปใช้ในการสร้างภาพสามมิติได้ โดยผลการจำลองแบบสามารถสร้างภาพกราฟิกสามมิติของต้นอ้อยที่มีอายุระหว่าง 114 วัน จนถึง 247 วัน ได้ดังนี้



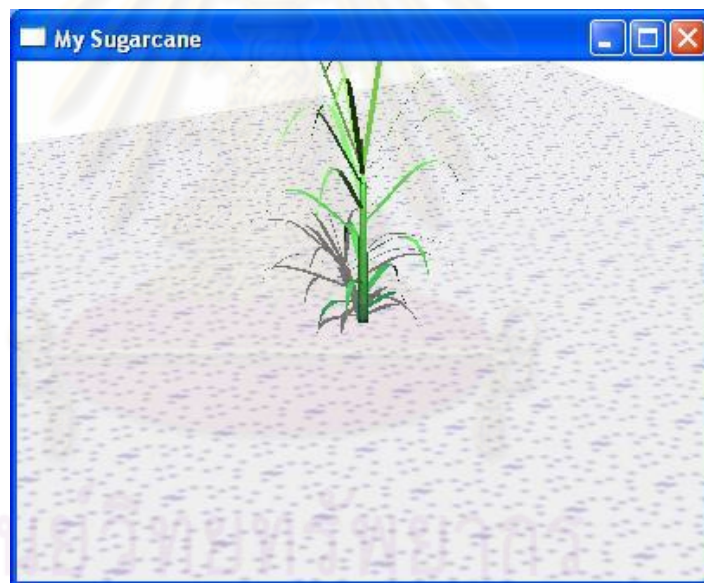
ภาพที่ 5.7 ต้นอ้อยที่มีอายุ 114 วัน



ภาพที่ 5.8 ต้นอ้อยที่มีอายุ 179 วัน



ภาพที่ 5.9 ต้นอ้อยที่มีอายุ 214 วัน



ภาพที่ 5.10 ต้นอ้อยที่มีอายุ 247 วัน

ภาพที่ 5.7 ถึง 5.10 แสดงภาพกราฟิกสามมิติของที่ต้นอ้อยมีอายุระหว่าง 114 วัน จนถึง 247 วัน โดยใช้แบบจำลองการเจริญเติบโตแบบที่ 1 (Model 1) ในการควบคุม

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการวิจัย

จากการหาตัวแบบคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อย เพื่อนำตัวแบบที่ได้ไปจำลองแบบและสร้างภาพกราฟิกของต้นอ้อยสามมิติ สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. ตัวแบบคณิตศาสตร์การเจริญเติบโตและพัฒนาการของต้นอ้อยในงานวิจัยนี้ ประกอบด้วยตัวแบบคณิตศาสตร์อ้อยสามตัวแบบ คือ ตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ (Net Photosynthesis Model) ตัวแบบการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ (Partitioning Model) และตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth Model) ซึ่งสามารถอธิบายการเจริญเติบโตของอ้อยด้วยกระบวนการทางชีวภาพที่สำคัญ คือ การสังเคราะห์ด้วยแสง (photosynthesis) การหายใจ (respiration) และการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ ของพืช (partitioning) ได้

2. ตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิ (Net Photosynthesis Model) ที่ได้จากงานวิจัยนี้อยู่ในรูปของผลต่างของอัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงกับอัตราการหายใจของอ้อย โดยมีปัจจัยสำคัญที่เกี่ยวข้องกับการสังเคราะห์ด้วยแสงและการหายใจ คือ ปริมาณแสงที่พืชสามารถใช้ในการสังเคราะห์ด้วยแสง (PAR) ปริมาณความเข้มข้นของแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์บริเวณรอบใบอ้อย (C_a) และอุณหภูมิของใบอ้อย (T_{leaf})

3. ตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิที่ได้จากงานวิจัยนี้ เมื่อนำมาทดสอบเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการเก็บใบแปลงทดลอง โดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) พบว่าค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจมีค่ามากกว่า 0.92 แสดงว่าตัวแบบการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิที่ได้มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้พยากรณ์อัตราการสังเคราะห์ด้วยแสงสุทธิของอ้อยปลูกได้

4. ตัวแบบการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ (Partitioning Model) ที่ได้จากงานวิจัยนี้เป็นการนำผลที่ได้จากงานวิจัยของ N.G. Inman-Bamber และคณะ [2] และ J.P. Smith [5] มาวิเคราะห์และอธิบายการแบ่งสารอาหารที่สังเคราะห์ได้ไปยังส่วนต่างๆ ของอ้อย คือ ราก ลำอ้อย แผ่นใบ และส่วนอื่นที่เหลือ ซึ่งงานวิจัยนี้ให้ความสนใจไปที่ส่วนของลำอ้อยเพียงอย่างเดียว

5. ตัวแบบการเจริญเติบโต (Growth Model) ที่ได้จากงานวิจัยนี้อยู่ในรูปของ Continuous Growth Model ของความสูงของลำอ้อย (cm) กับอายุของต้นอ้อย (วัน) โดยประกอบด้วยตัวแบบ

การเจริญเติบโตจำนวนสองตัวแบบคือ Model 1 ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันของเส้นตรง และ Model 2 ซึ่งอยู่ในรูปของลอจิสติกฟังก์ชัน (Logistic function)

6. ตัวแบบการเจริญเติบโตที่ได้จากงานวิจัยนี้ (Model 1 และ Model 2) เมื่อนำมาทดสอบเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการเก็บในแปลงทดลอง โดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) และค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ย (MPRE) พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจมีค่ามากกว่า 0.94 และค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยมีค่าน้อยกว่า 3.6% แสดงว่าตัวแบบการเจริญเติบโตที่ได้มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้พยากรณ์การเจริญเติบโตของอ้อยปลูกได้

อย่างไรก็ตาม แม้ว่าการคำนวณโดยใช้ Model 1 จะให้ค่าใกล้เคียงกับข้อมูลมากกว่า Model 2 แต่เป็นเพียงการประมาณในช่วงเวลาหนึ่งของการเจริญเติบโตของต้นอ้อยเท่านั้น ถ้าพิจารณาตลอดระยะเวลาในช่วงอายุของต้นอ้อยตั้งแต่ปลูกจนถึงเก็บเกี่ยวก็จะเห็นได้ว่า Model 2 มีความเหมาะสมมากกว่า Model 1 ดังนั้น เพื่อให้การสร้าง การคำนวณและการทำนายการเจริญเติบโตของต้นอ้อยมีความสมบูรณ์มากขึ้นจึงจำเป็นต้องมีข้อมูลต่างๆ ตลอดทั้งช่วงอายุของต้นอ้อย

7. การจำลองแบบและการสร้างภาพกราฟิกสามมิติของต้นอ้อยในงานวิจัยนี้ใช้ L-system ในการอธิบายและสร้างโครงสร้างทั้งต้นของอ้อย สำหรับโครงสร้างย่อยของภาพกราฟิกสามมิติของต้นอ้อยใช้ข้อมูลที่ได้จากการสังเกตและการวัดจากต้นอ้อยตัวอย่างเป็นแนวทางในการพัฒนาร่วมกับเทคนิคทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกของ OpenGL ซึ่งผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า สามารถสร้างภาพกราฟิกสามมิติของต้นอ้อยได้ นอกจากนี้เมื่อนำตัวแบบการเจริญเติบโตที่ได้จากงานวิจัยนี้มาควบคุมการเติบโตของต้นอ้อย ทำให้สามารถแสดงภาพกราฟิกสามมิติการเจริญเติบโตของต้นอ้อยตลอดช่วงอายุที่พิจารณาได้และง่ายต่อการทำความเข้าใจ

6.2 ข้อเสนอแนะ

เพื่อที่จะปรับปรุงตัวแบบการเจริญเติบโตของต้นอ้อยให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น จำเป็นต้องมีการพิจารณาถึงกระบวนการภายใน ปัจจัยภายนอกธรรมชาติ และปัจจัยที่เกษตรกรเป็นผู้จัดการให้กับต้นอ้อย ที่สำคัญต่อผลผลิตของอ้อย เนื่องจากยังมีกระบวนการภายในอื่นที่สำคัญต่อการเจริญเติบโตของอ้อย เช่น กระบวนการเก็บและขนส่งสารอาหารและน้ำ กระบวนการเสื่อมสลายของเซลล์ กระบวนการเปลี่ยนแปลงของสารอาหาร เป็นต้น ซึ่งส่งผลโดยตรงและเกิดขึ้นภายในต้นอ้อยยากต่อการจัดการ สำหรับปัจจัยภายนอกธรรมชาติอื่นที่มีผลต่อการเจริญเติบโตของอ้อย เช่น น้ำ ความชื้นแร่ธาตุต่างๆ ศัตรูพืช เป็นต้น เป็นปัจจัยที่เกิดขึ้นตามสภาพของธรรมชาติในแต่ละ

พื้นที่เพาะปลูกจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องพิจารณาร่วมด้วย นอกจากนี้ปัจจัยที่เกษตรกรเป็นผู้จัดการให้กับต้นอ้อยก็มีความสำคัญไม่น้อย เช่น การเตรียมการปลูก การจัดการให้น้ำ ปุ๋ย สารเคมี ส่งผลต่อทั้งปริมาณและคุณภาพของผลผลิตอ้อยด้วย

ในการปรับปรุงภาพกราฟิกสามมิติของต้นอ้อยสามารถปรับปรุงได้ทั้งในส่วนของตัวแบบโครงสร้างภาพกราฟิกสามมิติของต้นอ้อยและตัวแบบการเจริญเติบโตของต้นอ้อย เช่น เพิ่มการเปลี่ยนแปลงสีของโครงสร้างต่างๆ พวง ใบ ช่อ ปล้อง เป็นต้น ตลอดจนการเพิ่มเทคนิคทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟิก เพื่อให้ได้ภาพที่สวยงามสมบูรณ์และเสมือนจริงยิ่งขึ้น



ศูนย์วิทยพัทยาการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

- [1] Liu, D.L. and Bull, T.A. Simulation of biomass and sugar accumulation in sugarcane using a process-based model. Ecological Modelling 144 (October 2001) : 181-211.
- [2] Inman-Bamber, N.G., Muchow, R.C. and Robertson, M.J. Dry matter partitioning of sugarcane in Australia and South Africa. Field Crops Research 76 (March 2002) : 339-350.
- [3] Singels, A., Donaldson, R.A. and Smit, M.A. Improving biomass production and partitioning in sugarcane: theory and practice. Field Crops Research 92 (June 2005) : 291-303.
- [4] Smith, D.M., Inman-Bamber, N.G. and Thorburn, P.J. Growth and function of the sugarcane root system. Field Crops Research 92 (June 2005) : 169-183.
- [5] Smith, J.P. Studies on the relation between root growth and shoot growth of sugarcane. Master's thesis, James Cook University, 1998. 132 pp., unpublished.
- [6] Webb, C. R., Worker, A. R. and Gilligan, C.A. Modelling the Dynamical Components of the Sugar Beet Crop. Annals of Botany 80 (May 1997) : 427-436.
- [7] Retta, A. and Armbrust, D. V. Plant Growth Model for WEPS (Wind Erosion Prediction System). Proceeding of An International Symposium'50 (Kansas Sate university) (June 1997) : 1-12.
- [8] Mohamed Amanullah, M., Kailasam, C., Mohamed Safiullah, A., Selvam, S. and Sivakumar, K. Crop Simulation Growth Model in Cassava. Research Journal of Agriculture and Biological Sciences 3 (2007) : 255-229.
- [9] Jim, H. Virtual plants-integrating architectural and physiological models. Environmental Modelling & Software 12 (1997) : 35-42.
- [10] Carlos H. Diaz-Ambrona, Ana M. Tarquis, M. Ines Minguez. Faba bean canopy modelling with a parametric open L-system: a comparison with the Monsi and Saeki model. Field Crops Research 58 (January 1998) : 1-13.
- [11] Chuai-Aree, S. An Algorithm for Simulation and Visualization of Plant Shoot Growth. Master's thesis, Department of Mathematics, Faculty of Science, Chulalongkorn University, 2000.

- [12] Tomonari, W., Jim S., H., Peter, M.R., Toshihiro, H, Hiroshi, N. and Wataru, T. Rice Morphogenesis and Plant Architecture: Measurement, Specification and the Reconstruction of Structural Development by 3D Architectural. Annals of Botany 95 (April 2005) : 1131-1143.
- [13] พูนพิภพ เกษมทรัพย์. ชีววิทยา 2. พิมพ์ครั้งที่ 2. โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มุลินี สอน. มุลินี สอน. กรุงเทพฯ : 2551.
- [14] Hopkins, W.G. Introduction to Plant Physiology. 2 nd ed. USA : John Wiley & Sons, 1999.
- [15] ประวิตร ไสภโณดร, สายัณห์ สดุดี. สรีรวิทยาการผลิตของพืช (Physiology of crop production). [Online]. Available from: <http://nates.psu.ac.th/Department/PlantScience/physio/>, 2552.
- [16] กรมวิชาการเกษตร. เอกสารวิชาการย่อย. เล่มที่ 1. กรุงเทพฯ : งานทะเบียนและประมวลผลทางสถิติ กองแผนงาน, 2523.
- [17] คณาจารย์ ภาควิชาพืชไร่ฯ คณะเกษตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. พฤกษศาสตร์ เศรษฐกิจ. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2541.
- [18] Barnes, A.C. The Sugar Cane. 2 nd ed. London : Leonard Hill Books, 1974.
- [19] Bazaraa, M.S., Sherali, H.D. and Shetty, C.M. Nonlinear Programming. 2 nd ed. New York : John Wiley & Sons, 1993.
- [20] Prusinkiewicz, P., and Lindenmayer, A. The Algorithmic Beauty of Plants. New York : Springer-Verlag, 1990.
- [21] Astle, D. and Hawkins, K. Beginning OpenGL Game Programming. USA : Premier press, 2004.
- [22] Christopher, B.S. Teh. Introduction to Mathematical Modeling of Crop Growth. Florida : BrownWalker Press, 2006.
- [23] Allison, J.C.S, Williams, H.T. and Pammenter, N.W. Effects of specific leaf nitrogen content on photosynthesis of sugarcane. Ann. appl. Biol 131 (August 1997) : 339-350.



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ภาคผนวกนี้แสดงถึงข้อมูลของต้นอ้อยพันธุ์ LK 92-11 ดังนี้

แหล่งที่มาและประวัติ

อ้อยพันธุ์ LK 92-11 เป็นอ้อยลูกผสมที่เกิดจากอ้อยพันธุ์ เค 84-200 (แม่) ผสมกับอ้อยพันธุ์ อีเขียวแดง (พ่อ) ด้วยวิธีการ Conventional ที่ศูนย์ส่งเสริมอุตสาหกรรมอ้อยและน้ำตาลทรายภาคกลาง จังหวัดกาญจนบุรี (ศอนก.) โดยศูนย์ส่งเสริมอุตสาหกรรมอ้อยและน้ำตาลทรายภาคเหนือ จังหวัดกำแพงเพชร (ศอนน.) ได้นำเมล็ดพันธุ์อ้อยที่ผ่านการผสมพันธุ์จาก ศอนก. เมื่อปลาย ปี พ.ศ. 2535 จำนวน 16 คู่ผสม มาทำการเพาะกล้า ย้ายลงถุงชำ และย้ายลงปลูกในแปลงทดลองที่สถานีทดลองและขยายพันธุ์อ้อยลำปางได้ 20,740 ต้นพันธุ์ สามารถทำการคัดเลือกในชั้นที่ 1 ได้จำนวน 168 ต้นพันธุ์ โดยที่พันธุ์ LK 92-11 ถูกคัดเลือกได้ในลำดับที่ 11 จากนั้นนำไปปลูกและคัดเลือกในชั้นที่ 2 สามารถคัดเลือกอ้อยที่มีลักษณะทางการเกษตรที่ดีได้ จำนวน 34 ต้นพันธุ์ (20.24 เปอร์เซ็นต์) นำไปปลูกและคัดเลือกในชั้นที่ 3 เปรียบเทียบพันธุ์เบื้องต้นได้อ้อยที่ผ่านการคัดเลือกในชั้นนี้ จำนวน 14 ต้นพันธุ์ (41.18 เปอร์เซ็นต์) จากนั้นนำไปปลูกและคัดเลือกพันธุ์ในชั้นที่ 4 เปรียบเทียบพันธุ์มาตรฐาน ที่แปลงทดลองของ ศอนน. พบว่า มีอ้อยลูกผสมที่มีลักษณะดีกว่าพันธุ์เปรียบเทียบและคัดเลือกได้ จำนวน 8 ต้นพันธุ์ (57.14 เปอร์เซ็นต์) ได้แก่พันธุ์ LK 92-11 LK 92-14 LK 92-17 LK 92-69 LK 92-71 LK 92-72 LK 92-92 และ LK 92-99 หลังจากนั้นได้นำอ้อยที่ผ่านการคัดเลือกทั้ง 8 พันธุ์ ไปปลูกเปรียบเทียบพันธุ์ในไร่เกษตรกรเขตภาคเหนือ จำนวน 7 แปลง ซึ่งมีความแตกต่างกันของดินที่ใช้ปลูกอ้อยกันมากในภาคเหนือ 7 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มดินที่ 7 21 28 33 35 52 และ 54 โดยใช้อ้อยพันธุ์ เค 84-200 และอู๋ทอง 1 เป็นพันธุ์เปรียบเทียบ มีแผนการทดลองแบบ RCB จำนวน 4 ซ้ำ ระยะเวลาการทดลอง 3 ปี จากผลการทดลองพบว่า มีอ้อยพันธุ์ LK 92-11 เพียงพันธุ์เดียวที่มีลักษณะคุณสมบัติที่ดีกว่าพันธุ์เปรียบเทียบเป็นพันธุ์ที่ให้ผลผลิตอ้อยเฉลี่ย 15.44 ตันต่อไร่ ซึ่งสูงกว่าพันธุ์เปรียบเทียบทั้งสองประมาณร้อยละ 19-34 มีคุณภาพความหวานเฉลี่ยที่ 13.49 (ซีซีเอส.) ซึ่งหวานกว่าพันธุ์เปรียบเทียบทั้งสองประมาณร้อยละ 2-14 และให้ผลผลิตน้ำตาลเฉลี่ย 2.12 ตัน (ซีซีเอส.) ต่อไร่ ซึ่งสูงกว่าพันธุ์เปรียบเทียบทั้งสองประมาณ ร้อยละ 24-55 เป็นพันธุ์ที่มีความต้านทานโรคเหี่ยวเน่าแดง โรคไส้ดำ โรคคอตะไคร้ และโรคกลิ่นสับปะรด มีความต้านทานต่อหนอนเจาะยอดอ้อย หนอนเจาะลำต้นอ้อย แมลงหีขาว แต่ค่อนข้างต้านทานต่อไรขาว อ้อยพันธุ์นี้ควรนำไปปลูกในสภาพแวดล้อมที่ดี

ไม่ควรปลูกในพื้นที่ดอนสูง หรือที่ลุ่มที่มีน้ำขังในช่วง ฤดูฝน ดินที่ปลูกควรเป็นดินที่ไม่เหนียวจัด หรือ ทรายจัด มีปริมาณน้ำฝนที่ตกทั้งปีไม่น้อยกว่า 1,000 มิลลิเมตร ปลูกแล้วสามารถทำการเก็บเกี่ยวได้ตั้งแต่อ้อยมีอายุ 11.5 เดือน ถึง 13.5 เดือน แต่ช่วงอายุที่เหมาะสมคือ 13 เดือน



อ้อยพันธุ์ LK 92-11

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายภิญโญ ยลธรรมธรรม เกิดวันจันทร์ที่ 26 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2522 ที่จังหวัดระนอง สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่ ในปี พ.ศ. 2544 เข้ารับการศึกษาต่อในระดับปริญญาบัณฑิต สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ. 2550



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย