ผลกระทบของระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าสำหรับ
การประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา

นายนพดล แดงจันทร์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2554

IMPACT OF SKEWNESS LEVEL OF ERROR FROM GAMMA DISTRIBUTION FOR PARAMETER ESTIMATION IN TIME SERIES MODEL

Mr.Noppadon Dangchan

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2011

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลกระทบของระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าสำหรับการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา
โดย	นายนพดล แดงจันทร์
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

……………………………………..คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร.พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

……………………………………..ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

……………………………………..อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี)

……………………………………..กรรมการ
(อาจารย์ ดร.อนันตณัฐ กันต์ธัญญรัตน์)

……………………………………..กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง)

นพดล แดงจันทร์: ผลกระทบของระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าสำหรับการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา (IMPACT OF SKEWNESS LEVEL OF ERROR FROM GAMMA DISTRIBUTION FOR PARAMETER ESTIMATION IN TIME SERIES MODEL) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ.ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี, 78 หน้า.

ในการวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาหาผลกระทบของความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าสำหรับการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา โดยเปรียบเทียบค่าความเอนเอียง (Bias) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ ในแต่ละระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อน โดยการจำลองข้อมูลและการวิเคราะห์ผลการศึกษาทำโดยใช้โปรแกรม R

จากการวิจัยพบว่าทั้งค่าความเอนเอียงและค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ มีค่าเปลี่ยนไปเพียงเล็กน้อย เมื่อระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนเปลี่ยนค่าความเอนเอียงและค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณมีแนวโน้มที่จะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกันโดยไม่ขึ้นอยู่กับระดับความเบ้ของค่าความคาดเคลื่อน ในทุกกรณีที่ทำการศึกษา พบว่าการแจกแจงของตัวประมาณในแต่สถานการณ์มีลักษณะคล้ายคลึงกัน และมีการแจกแจงโดยประมาณแบบปกติ

ผลสรุปในภาพรวมแล้วพบว่า ความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่านั้นไม่มีผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา

ภาควิชาสถิติ สถิติ ลายมือชื่อนิสิต

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ปีการศึกษา 2554

5281827626: MAJOR STATISTICS

KEYWORDS: Time Series/ Gamma Distribution/ Skewness

NOPPADON DANGCHAN: IMPACT OF SKEWNESS LEVEL OF ERROR FROM GAMMA DISTRIBUTION FOR PARAMETER ESTIMATION IN TIME SERIES MODEL. ADVISOR: ANUPAP SOMBOONSAVATDEE, Ph.D, 78 pp.

The purpose of this research is to study the impact of skewness level of error from Gamma distribution for parameter estimation in time series model. The Biases and Mean Square Error's (MSEs) of parameter estimators are being compared in each skewness level. The R program is used to simulate the data and to analyze the result

From the study, we find that both Biases and MSEs of the parameter estimators only change a little as the skewness level of error of changes. The Biases and MSEs of the estimators tend to converge to the same values regardless of the skewness level of the error. In all scenarios, the distributions of parameter estimators are similar and approximately normal.

In conclusion, the skewness level of error from Gamma distribution does not affect on parameter estimation in time series model.

Department: Statistics Student's Signature

Field of Study: Statistics Advisor's Signature

Academic Year : 2011

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากการได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำ ปรึกษา ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณและสำนึกในพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา ในฐานะประธานกรรมการ และ อาจารย์ ดร.อนันตณัฐ กันต์ธัญญรัตน์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ท่านช่วยเหลือรวมถึงคำแนะนำในการทำวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง ที่ท่านได้เสียสละเวลาอันมีค่ามาเป็นกรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติที่ให้โอกาสทางการศึกษา และประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัยกระทั่งสำเร็จการศึกษา

ท้ายนี้ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบคุณ บิดา มารดา ที่ให้การส่งเสริม สนับสนุนด้านทุนการศึกษา ให้ความรักและกำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา ตลอดจน พี่ๆ เพื่อนๆ น้องๆ ทุกคนที่ช่วยเหลือซึ่งและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยมาตลอด

สารบัญ

หน้า

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

ตารางที่ หน้า

ตารางที่ หน้า

สารบัญภาพ

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันมีการนำศาสตร์ด้านสถิติเข้ามาใช้ในงานวิจัยด้านต่างๆหลายสาขา รวมทั้งใช้ในการพยากรณ์ ซึ่งเป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการวางแผนและการตัดสินใจดำเนินงานของบุคคลหรือองค์กรในสาขาต่างๆ โดยเฉพาะทางด้านธุรกิจและเศรษฐศาสตร์ เช่น การวางแผนการผลิต การวางแผนการตลาด การวางแผนการจัดการบุคลากร และการวางแผนการจัดการสินค้าคงคลัง เป็นต้น การนำเทคนิคการพยากรณ์มาใช้เพื่อให้ได้ค่าพยากรณ์ที่มีความน่าเชื่อถือสูงนั้นจำเป็นต้องเลือกวิธีพยากรณ์ที่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีอยู่ ซึ่งที่ผ่านมาได้มีนักสถิติ นักเศรษฐศาสตร์และนักวิชาการในสาขาที่เกี่ยวข้องได้คิดค้น และพัฒนาเทคนิคการพยากรณ์ขึ้นหลายวิธี แต่ละวิธีจะเหมาะสมกับการพยากรณ์เหตุการณ์ในอนาคตในลักษณะที่แตกต่างกันและให้ความถูกต้องแม่นยำในการพยากรณ์ระดับที่ต่างกัน

ในการพยากรณ์ ข้อมูลที่จะนำมาพยากรณ์นั้นเป็นไปได้ทั้งข้อมูลเชิงคุณภาพและข้อมูลเชิงปริมาณ ซึ่งสามารถแบ่งตามระยะเวลาที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้ 2 ประเภทคือ ข้อมูลภาคตัดขวาง (Cross Sectional Data) คือข้อมูลที่เก็บ ณ เวลาใดเวลาหนึ่งที่ทำการวิจัย และข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) คือข้อมูลที่ใช้เวลาการเก็บต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนสิ้นสุดช่วงเวลาที่กำหนด ข้อมูลทั้ง 2 ประเภทมีข้อดีข้อเสียแตกต่างกัน กล่าวคือ การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคตัดขวางประหยัดเวลาเหมาะกับงานวิจัยที่มีเวลาจำกัดหรืองานวิจัยที่ไม่ต้องการศึกษาว่าเวลาเป็นองค์ประกอบที่ทำให้ค่าของข้อมูลเปลี่ยนแปลงไปส่วนข้อมูลอนุกรมเวลาเหมาะสำหรับงานวิจัยที่ต้องการศึกษาว่าองค์ประกอบที่ทำให้ข้อมูลเปลี่ยนแปลงไปคือเวลา ดังนั้นข้อมูลอนุกรมเวลาจะใช้เวลานานในการเก็บรวบรวมข้อมูล ในการศึกษาทางเศรษฐศาสตร์หรือธุรกิจจะศึกษาข้อมูลอนุกรมเวลาเป็นส่วนมาก ทั้งนี้เพื่อดูการเติบโตของสภาพเศรษฐกิจและประโยชน์ในการทำนายลักษณะการขยายตัวหรือหดตัวทางเศรษฐกิจเพื่อการวางแผนนโยบายต่างๆ เพราะเวลาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญต่อการเปลี่ยนแปลงค่าของข้อมูลทางเศรษฐศาสตร์หรือธุรกิจ

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นเทคนิคการพยากรณ์เชิงปริมาณวิธีหนึ่ง เป็นการศึกษาแผนแบบการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาที่กำหนดด้วยรูปแบบอนุกรมเวลา (Time Series Model) จากแบบที่ได้จะนำไปใช้ประโยชน์ในการพยากรณ์โดยมีข้อสมมุติว่าแผนแบบการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาในอนาคตจะไม่แตกต่างจากแผนแบบเคลื่อนไหวในอดีต ความถูกต้องของการพยากรณ์มีมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของรูปแบบอนุกรมเวลาที่เกิดขึ้น ซึ่งวิธีการพยากรณ์สามารถทำได้หลายวิธี เช่น เทคนิคการทำให้เรียบ (Smoothing Techniques) การกรองแบบปรับได้ (Adaptive Filtering) วิธีอนุกรมเวลาแบบคลาสสิค (Classical Time Series Model) เป็นต้น และยังมีวิธีที่นิยมใช้กันทางเศรษฐศาสตร์หรือธุรกิจกันอย่างแพร่หลายคือวิธีบ๊อกซ์-เจนกินส์ (Box – Jenkins Methods)

โดยในวิธีของ Box – Jenkins เป็นวิธีวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่อาศัยขบวนการสโตคาสติก (Stochastic Process) โดยถือว่าข้อมูลที่เกิดขึ้นตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป มีลักษณะการเกิดที่เป็นไปตามกฎความน่าจะเป็น ซึ่งการวิเคราะห์อนุกรมเวลาโดยวิธีนี้ ลักษณะของอนุกรมเวลาต้องเป็นอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติสเตชันนารี (Stationary Time Series) เท่านั้น กรณีที่อนุกรมเวลาไม่มีคุณสมบัติสเตชันนารี จะต้องแปลงอนุกรมเวลาดังกล่าวให้มีคุณสมบัติสเตชันนารีโดยการหาผลต่างของค่าสังเกตที่อยู่ติดกัน หรือหาลอการิทึมของค่าสังเกตในอนุกรมเวลานั้น

นอกเหนือจากการเลือกใช้วิธีพยากรณ์ที่เหมาะสม และการกำหนดตัวแบบอนุกรมเวลาแล้ว การประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลาก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญ เนื่องจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีความแม่นยำ ก็จะทำให้ค่าที่พยากรณ์มีความแม่นยำและน่าเชื่อถือด้วยเช่นกัน วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลานั้นก็มีอยู่หลายวิธีด้วยกัน

วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศล (2545) ได้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา ซึ่งมีขอบเขตของตัวแบบคือ AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) และ ARMA(1,1) โดยทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Least Squares) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข (Conditional Least Squares) และวิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) โดยได้พิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ในตัวแบบที่

มี 1 พารามิเตอร์ และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AV.MSE) ในตัวแบบที่มี 2 พารามิเตอร์ เป็นเกณฑ์การตัดสินใจ ซึ่งได้ผลที่แตกต่างกันไปในแต่ละตัวแบบ และระดับค่าพารามิเตอร์

ถึงแม้ว่าสามารถเลือกตัวแบบอนุกรมเวลาได้อย่างเหมาะสมแล้ว อีกทั้งยังสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ได้อย่างแม่นยำ แต่ค่าพยากรณ์ที่ได้นั้นก็เป็นไปได้ยากที่จะมีความถูกต้องเสมอไป โดยย่อมจะมีค่าความคลาดเคลื่อน (Error) ซึ่งคือผลต่างของค่าของข้อมูลจริงกับค่าที่ได้จากการพยากรณ์ โดยการศึกษาทั่วไปในตัวแบบการพยากรณ์นั้นมักกำหนดสมมุติฐานให้ค่าความคลาดเคลื่อนนั้นมีค่าสุ่มมาจากการแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) คือการแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตร ดังนั้นจึงเป็นเรื่องที่น่าสนใจว่า หากว่าความเคลื่อนนั้นมีค่าสุ่มมาจากการแจกแจงแบบแกมม่า (Gamma distribution) ซึ่งมีลักษณะการแจกแจงที่มีการเบ้ขวา โดยระดับความเบ้ที่แตกต่างกัน แต่มีค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ที่เท่ากัน และขนาดตัวอย่างที่เท่ากัน จะมีผลให้การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ในอนุกรมเวลาแต่ละตัวแบบจะมีผลกระทบต่อค่าประมาณพารามิเตอร์อย่างไรบ้าง

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษาผลกระทบของการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อน (ε_t) เมื่อมีการแจกแจงแบบแกมม่า ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา

2. เพื่อหาลักษณะรูปแบบการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์เมื่อค่าความคลาดเคลื่อน (ε_t) เป็นการแจกแจงแบบแกมม่า ในตัวแบบอนุกรมเวลา

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

ข้อมูลอนุกรมเวลา $\{Y_t\}$ ที่ศึกษาในครั้งนี้เป็นอนุกรมเวลา ARIMA แบบไม่มีองค์ประกอบฤดูกาลซึ่งเขียนในรูปค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่และการถดถอยทั่วไป ARIMA(p,d,q) มีการกำหนดรูปแบบดังนี้

$$\phi_p(B)(1-B)^d (Y_t - \mu) = \theta_q (B)\varepsilon_t$$

โดยที่

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p$$

$$\theta_p(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_p B^p$$

$\phi_1,...,\phi_p$ คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย (Autoregressive Coefficient)

$\theta_1,...,\theta_p$ คือ สัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่(Moving-Average Coefficient)

B คือ ตัวดำเนินการถอยหลังเวลา (Backward Shift Operator)

นั่นคือ $B^m Y_t = Y_{t-m}$

μ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลอนุกรมเวลา

d คือจำนวนครั้งของการทำผลต่างเพื่อให้ข้อมูลอนุกรมเวลา $\{Y_t\}$ เป็นอนุกรมเวลาอยู่ในสภาวะคงที่หรือนิ่ง (Stationary)

p คือ อันดับของตัวแบบการถดถอย

q คือ อันดับของตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

ε_t คือ ตัวแปรสุ่มอิสระ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ_ε^2 โดยเรียก ε_t ว่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม หรือกระตุกสุ่ม(Random Shocks)

โดยข้อมูลที่ทำการจำลองขึ้นมานั้นในการวิจัยครั้งนี้นั้น ถูกกำหนดให้อยู่ในสภาวะที่คงที่หรือนิ่ง (Stationary) แล้ว กล่าวคือ d มีค่าเป็นศูนย์

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัยครั้งนี้คือ

1. ศึกษาข้อมูลอนุกรมเวลา $\{Y_t\}$ เป็นอนุกรมเวลาแบบหนึ่งตัวแปร (Univariate Time Series) และศึกษาในกรณีไม่มีองค์ประกอบของฤดูกาล ซึ่งในการวิจัยในครั้งนี้จะทำการศึกษาทั้งหมด 5 ตัวแบบ ดังนี้

1) ตัวแบบอัตถดถอยอันดับที่ 1 : AR(1)

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

มีเงื่อนไขคือ $|\phi_1| < 1$

โดย $\theta_0 = \mu(1-\phi_1)$

2) ตัวแบบอัตถดถอยอันดับที่ 2 : AR(2)

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$$

มีเงื่อนไขคือ $\phi_1 + \phi_2 < 1, \phi_2 - \phi_1 < 1$ และ $|\phi_2| < 1$

โดย $\theta_0 = \mu(1-\phi_1-\phi_2)$

3) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ 1 : MA(1)

$$Y_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1}$$

มีเงื่อนไขคือ $|\theta_1| < 1$

โดย $\theta_0 = \mu$

4) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ 2 : MA(2)

$$Y_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2}$$

มีเงื่อนไขคือ $\theta_1 + \theta_2 < 1, \theta_2 - \theta_1 < 1$ และ $|\theta_2| < 1$

โดย $\theta_0 = \mu$

5) ตัวแบบอัตถดถอย-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ (1,1) : ARMA(1,1)

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1}$$

มีเงื่อนไขคือ $|\phi_1| < 1$ และ $|\theta_1| < 1$

โดย $\theta_0 = \mu(1-\phi_1)$

2. กำหนดค่าพารามิเตอร์ในแต่ละอนุกรมที่จะศึกษา โดยมีหลักการกำหนดให้เป็นไปตามคุณสมบัติของการเป็นกระบวนการสเตชันนารี (Stationary) ดังนี้

1) ตัวแบบ AR(1) กำหนดให้ ϕ_1 มีค่าเป็น 0.2,0.5 และ 0.8

2) ตัวแบบ MA(1) กำหนดให้ θ_1 มีค่าเป็น 0.2,0.5 และ 0.8

3) ตัวแบบ AR(2)กำหนดให้ $\phi_1 = \phi_2$ มีค่าเป็น 0.1,0.25 และ 0.4

4) ตัวแบบ MA(2)กำหนดให้ $\theta_1 = \theta_2$ มีค่าเป็น 0.1,0.25 และ 0.4

5) ตัวแบบ ARMA(1,1) กำหนดให้ $\phi_1 = \theta_1$ มีค่าเป็น 0.2,0.5 และ 0.8

3. การแจกแจงแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนที่ทำการศึกษากำหนดให้มีค่าเฉลี่ย μ_ε = 0 มีความแปรปรวน(σ_ε^2) จำนวน 2 กรณี โดยในแต่ละกรณีจะมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่แตกต่างกันดังนี้

1) กรณีค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนเท่ากับ 1

- $\varepsilon \sim N(0,1)$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0
- $\varepsilon \sim Gam^*(16,\frac{1}{4})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5
- $\varepsilon \sim Gam^*(4,\frac{1}{2})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1
- $\varepsilon \sim Gam^*(\frac{16}{9},\frac{3}{4})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

2) กรณีค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนเท่ากับ 25

- $\varepsilon \sim N(0,25)$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0
- $\varepsilon \sim Gam^*(16,\frac{5}{4})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5
- $\varepsilon \sim Gam^*(4,\frac{5}{2})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1
- $\varepsilon \sim Gam^*(\frac{16}{9},\frac{15}{4})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

หมายเหตุ : ถ้า $\varepsilon \sim Gam^*(\alpha,\beta)$ แล้วจะได้ว่า $\varepsilon = x - c$ เมื่อ $x \sim Gam(\alpha,\beta)$ และ $c = E(x)$

4. ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา(μ)เท่ากับ 100

5. ขนาดของตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษามี 3 ระดับคือ 25,50 และ 100
6. การประมาณค่าพารามิเตอร์ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข (Conditional Least Squares Method)

1.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดผลการศึกษา

การวัดผลในการศึกษามีดังนี้คือ

1. เปรียบเทียบการแจกแจงของค่าประมาณพารามิเตอร์ ที่แต่ละระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนที่มาจากการแจกแจงแบบแกมม่า กับค่าความคลาดเคลื่อนที่มาจากการแจกแจงแบบปกติ โดยศึกษาถึงลักษณะความเบ้ของการแจกแจงของค่าประมาณพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต รวมถึงค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของค่าประมาณพารามิเตอร์

2. เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) และค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ($\overline{MSE}$) ของค่าประมาณพารามิเตอร์ ที่แต่ละระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนที่มาจากการแจกแจงแบบแกมม่า กับค่าความคลาดเคลื่อนที่มาจากการแจกแจงแบบปกติ

1) การหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อตัวแบบอนุกรมเวลามี 1พารามิเตอร์

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{5000} (\hat{\phi}_i - \phi)^2}{5000}$$

โดยที่

ϕ คือ ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา

$\hat{\phi}_i$ คือ ค่าประมาณพารามิเตอร์ ในการทำซ้ำรอบที่ i

i คือรอบของการทำซ้ำ ; i=1,2,…,5000

2) การหาค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย $(\overline{MSE})$ เมื่อตัวแบบอนุกรมเวลามี 2 พารามิเตอร์

$$(\overline{MSE}) = \frac{MSE(\hat{\phi}_1) + MSE(\hat{\phi}_2)}{2}$$

โดยที่

$MSE(\hat{\phi}_1)$ คือค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ตัวที่1

$MSE(\hat{\phi}_2)$ คือค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ตัวที่2

ในการศึกษาวัดผลกระทบของค่าความเคลื่อนที่มีค่าสุ่มมาจากการแจกแจงแบบแกมม่า ซึ่งมีลักษณะการแจกแจงที่มีการเบ้ขวา ที่มีต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้น การที่มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยในตัวแบบใดที่มีค่ามาก หมายถึง การที่ค่าความคลาดเคลื่อนตัวนั้นมีผลกระทบมาก

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัยครั้งนี้มีดังนี้

1. ทราบถึงผลกระทบของระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนซึ่งมีจากการแจกแจงแบบแกมม่าที่มีต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา

2. เป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยแก้ไขปัญหาผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลาเมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมาจากการแจกแจงแบบแกมม่า

บทที่ 2

ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาถึงผลกระทบของระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแกมม่า โดยศึกษาในระดับสำหรับการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา โดยในบทนี้จะกล่าวถึงลักษณะทั่วไปของอนุกรมเวลา รายละเอียดของสัมประสิทธิ์ความเบ้ ลักษณะการแจกแจงแกมม่า ตลอดจนรายละเอียดของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

2.1 ลักษณะทั่วไปของอนุกรมเวลา

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่จำลองสำหรับการวิจัยครั้งนี้ สามารถเขียนในรูปตัวแบบทั่วไปได้ดังนี้

กำหนดให้ $\mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, ..., \mathrm{Y}_t$ คือข้อมูลอนุกรมเวลา และ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_t$ คือความผิดพลาดสุ่มที่มีการแจกแจงตามที่กำหนด ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ละความแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ_ε^2

$$\phi_{\mathrm{p}}(\mathrm{B})\,(1-\mathrm{B})^{\mathrm{d}}\,(\mathrm{Y}_{\mathrm{t}} - \mu) = \theta_q\,(\mathrm{B})\varepsilon_{\mathrm{t}}$$

โดยที่

$$\phi_{\mathrm{p}}(\mathrm{B}) = 1 - \phi_1\,\mathrm{B} - \phi_2\mathrm{B}^2 - \ldots - \phi_{\mathrm{p}}\,\mathrm{B}^{\mathrm{p}}$$

$$\theta_{\mathrm{p}}(\mathrm{B}) = 1 - \theta_1\,\mathrm{B} - \theta_2\mathrm{B}^2 - \ldots - \theta_{\mathrm{p}}\,\mathrm{B}^{\mathrm{p}}$$

$\phi_1,...,\phi_p$ คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย (Autoregressive Coefficient)

$\theta_1,...,\theta_p$ คือ สัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่(Moving-Average Coefficient)

B คือ ตัวดำเนินการถอยหลังเวลา (Backward Shift Operator)

นั่นคือ $\mathrm{B}^{\mathrm{m}}\mathrm{Y}_{\mathrm{t}} = \mathrm{Y}_{\mathrm{t-m}}$

μ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลอนุกรมเวลา

d คือจำนวนครั้งของการทำผลต่างเพื่อให้อนุกรมเวลา $\{\mathrm{Y}_{\mathrm{t}}\}$ เป็นอนุกรมเวลาอยู่ในสภาวะคงที่หรือนิ่ง (Stationary)

p คือ อันดับของตัวแบบการถดถอย

q คือ อันดับของตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

อนุกรมเวลาที่ศึกษาในครั้งนี้มี 5 ตัวแบบคือ

1) ตัวแบบอัตถดถอยอันดับที่ 1 : AR(1) มีสมการทั่วไปคือ

$$\mathrm{Y_t} - \mu = \phi_1 (\mathrm{Y_{t-1}} - \mu) + \varepsilon_\mathrm{t}$$

หรือเขียนในรูปแบบตัวแบบถดถอยคือ

$$\mathrm{Y_t} = \theta_0 + \phi_1 \mathrm{Y_{t-1}} + \varepsilon_\mathrm{t}$$

โดยที่ $|\phi_1| < 1$ และ $\theta_0 = \mu(1-\phi_1)$

2) ตัวแบบอัตถดถอยอันดับที่ 2 : AR(2) มีสมการทั่วไปคือ

$$\mathrm{Y_t} - \mu = \phi_1 (\mathrm{Y_{t-1}} - \mu) + \phi_2 (\mathrm{Y_{t-2}} - \mu) + \varepsilon_\mathrm{t}$$

หรือเขียนในรูปแบบตัวแบบถดถอยคือ

$$\mathrm{Y_t} = \theta_0 + \phi_1 \mathrm{Y_{t-1}} + \phi_2 \mathrm{Y_{t-2}} + \varepsilon_\mathrm{t}$$

โดยที่ $\phi_1 + \phi_2 < 1, \phi_2 - \phi_1 < 1, |\phi_2| < 1$ และ $\theta_0 = \mu(1-\phi_1-\phi_2)$

3) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ 1 : MA(1) มีสมการทั่วไปคือ

$$\mathrm{Y_t} - \mu = \varepsilon_\mathrm{t} - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

หรือเขียนในรูปแบบตัวแบบถดถอยคือ

$$\mathrm{Y_t} = \theta_0 + \varepsilon_\mathrm{t} - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

โดยที่ $|\theta_1| < 1$ และ $\theta_0 = \mu$

4) ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ 2 : MA(2) มีสมการทั่วไปคือ

$$\mathrm{Y_t} - \mu = \varepsilon_\mathrm{t} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

หรือเขียนในรูปแบบตัวแบบถดถอยคือ

$$\mathrm{Y_t} = \theta_0 + \varepsilon_\mathrm{t} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

โดยที่ $\theta_1 + \theta_2 < 1, \theta_2 - \theta_1 < 1, |\theta_2| < 1$ และ $\theta_0 = \mu$

5) ตัวแบบอัตถดถอย-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ (1,1) : ARMA(1,1) มีสมการทั่วไปคือ

$$\mathrm{Y_t} - \mu = \phi_1 (\mathrm{Y_{t-1}} - \mu) + \varepsilon_{\mathrm{t}} - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

หรือเขียนในรูปแบบตัวแบบถดถอยคือ

$$\mathrm{Y_t} = \theta_0 + \phi_1 \mathrm{Y_{t-1}} + \varepsilon_{\mathrm{t}} - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

โดยที่ $|\phi_1| < 1, |\theta_1| < 1$ และ $\theta_0 = \mu(1-\phi_1)$

2.2 สัมประสิทธิ์ความเบ้

สัมประสิทธิ์ความเบ้ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย γ_1 เป็นค่าที่ใช้วัดความสมมาตรหรือความเบ้ (skewness) ของการแจกแจง

- ถ้าการแจกแจงไม่มีความเบ้ หรือมีความสมมาตร (symmetry) จะได้ค่า $\gamma_1 = 0$
- ถ้าการแจกแจงเบ้ขวา (right skewness) หรือเบ้บวก (positive skewness) จะได้ค่า $\gamma_1 > 0$
- ถ้าการแจกแจงเบ้ซ้าย (left skewness) หรือเบ้ลบ (negative skewness) จะได้ค่า $\gamma_1 < 0$

การวัดความเบ้หรือหาค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ ของการแจกแจงนั้น จะพิจารณาจากค่าโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 3 โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ ของการแจกแจงของ X มีนิยามดังนี้

$$\gamma_1 = \frac{E\left[(X - E(X))^3\right]}{(Var(x))^{3/2}}$$

ในกรณีที่ไม่ทราบค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ ของการแจกแจงของ X เราสามารถประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ ได้จากข้อมูลตัวอย่างโดยใช้ตัวประมาณโมเมนต์ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$\gamma_1 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^3 / n\right]}{\left[\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2 / n\right]^{3/2}}$$

การศึกษาครั้งนี้จะศึกษาถึงผลกระทบค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ขวาของค่าความคลาดเคลื่อนเฉพาะการแจกแจงเบ้ขวา (right skewness) หรือเบ้บวก (positive skewness) เท่านั้น โดยมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ 3 ระดับคือ γ_1 = 0.5, 1, 1.5

2.3 การแจกแจงแกมม่า

สำหรับตัวแปรสุ่ม x ที่มีการแจกแจงแกมม่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มดังกล่าวเป็นดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}; 0 \le x \le \infty$$

ค่าคาดหวัง และค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม *X* คือ

$E(x) = \alpha\beta$ และ $Var(x) = \alpha\beta^2$

หากค่า $\alpha \neq 1$ แล้วฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังกล่าวข้างต้นจะมีลักษณะคล้ายกับการแจกแจงแบบปกติแต่จะมีลักษณะที่ไม่สมมาตร คือมีลักษณะเบ้ขวา โดยค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงแกมม่าหาได้ดังนี้

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $\gamma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$

จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า α และ β คือค่าคงที่หรือพารามิเตอร์ที่กำหนดลักษณะของรูปแบบการแจกแจงแบบแกมม่า จึงเขียนสัญลักษณ์แทนการกำหนดตัวแปรสุ่ม ε ที่ลักษณะของรูปแบบการแจกแจงแบบแกมม่าได้ดังนี้ $\varepsilon \sim Gam(\alpha, \beta)$

2.4 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลาในครั้งนี้ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไขเป็นวิธีการประมาณพารามิเตอร์ที่มีหลักการ คือ การทำให้ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนภายใต้พารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าต่ำที่สุด

โดยจากตัวแบบ ARIMA(p,d,q) สมการแสดงผลรวมค่ากำลังสองของความคลาดเคลื่อนของขบวนการนี้คือ

$$S(\phi,\theta) = \sum_{t=p+1}^{n} E[\varepsilon_t \,|\, (\phi,\theta)]^2$$

โดยกำหนดเงื่อนไขให้ $\varepsilon_p, \varepsilon_{p-1}, \ldots, \varepsilon_{p+1-q} = 0$

โดยที่

$S(\phi,\theta)$	คือ ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน
ε_t	คือ ความคลาดเคลื่อนของตัวแบบ ณ ช่วงเวลา t
ϕ	คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย
θ	คือ สัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่
p	คือ อันดับของตัวแบบการถดถอย
q	คือ อันดับของตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

1. กรณี Y_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1)

ตัวประมาณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1)$ มีค่าต่ำที่สุด เมื่อกำหนดเงื่อนไข $\varepsilon_0, \varepsilon_1 = 0$

$$S(\phi_1) = \sum_{t=2}^{n} E[\varepsilon_t \,|\, (\phi_1)]^2$$

2. กรณี Y_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ AR(2)

ตัวประมาณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1,\phi_2)$ มีค่าต่ำที่สุด เมื่อกำหนดเงื่อนไข $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2 = 0$

$$S(\phi_1,\phi_2) = \sum_{t=3}^{n} E[\varepsilon_t \,|\, (\phi_1,\phi_2)]^2$$

3. กรณี Y_t เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(1)

ตัวประมาณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\theta_1)$ มีค่าต่ำที่สุด เมื่อกำหนดเงื่อนไข $\varepsilon_0 = 0$

$$S(\theta_1) = \sum_{t=1}^{n} E[\varepsilon_t | (\theta_1)]^2$$

4. กรณี $\mathrm{Y_t}$ เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ MA(2)

ตัวประมาณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\theta_1, \theta_2)$ มีค่าต่ำที่สุด เมื่อกำหนดเงื่อนไข $\varepsilon_{-1}, \varepsilon_0 = 0$

$$S(\theta_1, \theta_2) = \sum_{t=1}^{n} E[\varepsilon_t | (\theta_1, \theta_2)]^2$$

5. กรณี $\mathrm{Y_t}$ เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบ ARMA(1,1)

ตัวประมาณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข คือตัวประมาณที่ทำให้ฟังก์ชัน $S(\phi_1, \theta_1)$ มีค่าต่ำที่สุด เมื่อกำหนดเงื่อนไข $\varepsilon_0, \varepsilon_1 = 0$

$$S(\phi_1, \theta_1) = \sum_{t=2}^{n} E[\varepsilon_t | (\phi_1, \theta_1)]^2$$

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้มีการจำลองข้อมูลขึ้นมาและได้มีการวางแผนการดำเนินงานวิจัยไว้ โดยในบทนี้จะกล่าวถึงเทคนิคที่ใช้ในการจำลองข้อมูล คือเทคนิคมอนติคาร์โล ก่อนที่จะแสดงถึงการวางแผนการทดลองและขั้นตอนในการวิจัย ตลอดจนโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

3.1 วิธีการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล

เทคนิคที่ใช้แก้ปัญหาในการคำนวณทางสถิตินั้นมีอยู่หลายวิธี โดยวิธีการจำลองเหตุการณ์หรือข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล เป็นวิธีหนึ่งที่นิยมนำมาใช้แก้ปัญหากันอย่างแพร่หลาย ซึ่งหลักการของการจำลองโดยใช้เทคนิคดังกล่าว จะใช้เลขสุ่ม (Random Number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา

ขั้นตอนของเทคนิควิธีการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลที่ใช้ในปัจจุบันแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้คือ

1. การสร้างตัวเลขสุ่ม การใช้ตัวเลขสุ่มเป็นสิ่งสำคัญมากในเทคนิคนี้ ทั้งนี้เพราะว่าหลักการของจำลองแบบมอนติคาร์โลนั้น จะใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาโดยลักษณะของตัวเลขสุ่มที่นำมาใช้ จะมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1) ซึ่งตัวเลขสุ่มแต่ละตัวเป็นอิสระต่อกัน และมีช่วงยาวก่อนเกิดเลขสุ่มซ้ำ (มีวัฏจักรยาว)

2. การนำเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ต้องการศึกษา ซึ่งขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหาที่ต้องการจะศึกษา บางปัญหาอาจใช้เลขสุ่มได้โดยตรง ในขณะที่บางปัญหาอาจต้องใช้ขั้นตอนอื่นอีกหลายขั้นตอน โดยมีการใช้ตัวเลขสุ่มในบางขั้นตอนเท่านั้น

3. การทดลองกระทำ เมื่อประยุกต์ปัญหาที่สนใจให้ใช้กับตัวเลขสุ่มได้แล้ว ขั้นต่อไปคือการทดลองโดยใช้กระบวนการสุ่ม (Random Process) มากระทำในลักษณะซ้ำๆกัน (Replication) เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา

3.2 การวางแผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ต้องการเพื่อศึกษาผลกระทบของความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าสำหรับการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา ซึ่งมีแผนการทดลองดังนี้

1. กำหนดข้อมูลอนุกรมเวลาที่จะศึกษาซึ่งมีตัวแบบดังนี้
    1) ตัวแบบ AR(1)
    2) ตัวแบบ AR(2)
    3) ตัวแบบ MA(1)
    4) ตัวแบบ MA(2)
    5) ตัวแบบ ARMA(1,1)

โดยในแต่ละตัวแบบ จะทำการจำลองข้อมูลอนุกรมเวลาให้อยู่ในสภาวะคงที่ก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

2. กำหนดค่าพารามิเตอร์ในแต่ละอนุกรมเวลาที่ศึกษาดังนี้
    1) ตัวแบบ AR(1) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1) 3 ระดับคือ 0.2, 0.5 และ 0.8
    2) ตัวแบบ AR(2) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, ϕ_2) 3 ระดับคือ (0.1,0.1),(0.25,0.25) และ (0.4,0.4)
    3) ตัวแบบ MA(1) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (θ_1) 3 ระดับคือ 0.2, 0.5 และ 0.8
    4) ตัวแบบ MA(2) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (θ_1, θ_2) 3 ระดับคือ (0.1,0.1),(0.25,0.25) และ (0.4,0.4)
    5) ตัวแบบ ARMA(1,1) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ϕ_1, θ_1) 3 ระดับคือ (0.2,0.2),(0.5,0.5) และ (0.8,0.8)

3. กำหนดการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละอนุกรมเวลาที่ศึกษาโดยกำหนดให้มีค่าเฉลี่ย μ_ε = 0 มีความแปรปรวน (σ_ε^2)จำนวน 2 กรณี โดยในแต่ละกรณีจะมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่แตกต่างกันดังนี้

1) กรณีค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนเท่ากับ 1

- $\varepsilon \sim N(0,1)$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0
- $\varepsilon \sim Gam^*(16, \frac{1}{4})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5
- $\varepsilon \sim Gam^*(4, \frac{1}{2})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1
- $\varepsilon \sim Gam^*(\frac{16}{9}, \frac{3}{4})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

2) กรณีค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนเท่ากับ 25

- $\varepsilon \sim N(0,25)$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0
- $\varepsilon \sim Gam^*(16, \frac{5}{4})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5
- $\varepsilon \sim Gam^*(4, \frac{5}{2})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1
- $\varepsilon \sim Gam^*(\frac{16}{9}, \frac{15}{4})$ มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

หมายเหตุ**:** ถ้า $\varepsilon \sim Gam^*(\alpha, \beta)$ แล้วจะได้ว่า $\varepsilon = x - c$ เมื่อ $x \sim Gam(\alpha, \beta)$ และ $c = E(x)$

4. กำหนดค่าเฉลี่ยของข้อมูลอนุกรมเวลาเท่ากับ 100
5. กำหนดขนาดของตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษามี 3 ระดับคือ 25,50 และ 100
6. การประมาณค่าพารามิเตอร์ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข (Conditional Least Squares Method)

3.3 ขั้นตอนการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีขั้นตอนการวิจัยดังต่อไปนี้

1. จำลองค่าความคลาดเคลื่อน (ε_t) ของข้อมูลอนุกรมเวลาจากการแจกแจงที่กำหนดไว้ในแผนการทดลอง

2. จำลองข้อมูลอนุกรมเวลา Y_t จากค่าความคลาดเคลื่อน ตามตัวแบบที่กำหนด ซึ่งมี 5 ตัวแบบคือ AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) และ ARMA(1,1)

3. ประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลอนุกรมเวลาด้วยวิธีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข

4. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ และดูลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ในแต่ละกรณี แล้วทำการเปรียบเทียบ

ซึ่งรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

.

1. การจำลองค่าความคลาดเคลื่อน

การจำลองค่าความคลาดเคลื่อนจะใช้โปรแกรม R ในการจำลองข้อมูลค่าความคลาดเคลื่อนซึ่งมีจากการแจกแจงแบบปกติ และมีการแจกแจงแกมม่าซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การแจกแจงแบบปกติ

การแจกแจงแบบปกติเป็นการแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตร ดังนั้นจึงเป็นการแจกแจงไม่มีความเบ้ หรือสัมประสิทธิ์ความเบ้เป็นศูนย์ โดยกำหนดค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 และ 25

2) การแจงแจงแกมม่า

การแจกแจงแกมม่าเป็นการแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ไปทางขวา หรือสัมประสิทธิ์ความเบ้มากกว่าศูนย์ ซึ่งมีค่าที่พารามิเตอร์ที่กำหนดลักษณะการแจกแจง 2 ตัวคือ α และ β โดยค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $(\gamma_1) = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$ ค่าเฉลี่ย $(\mu_\varepsilon) = \alpha\beta$ และค่าความแปรปรวน $(\sigma_\varepsilon^2) = \alpha\beta^2$ ดังนั้นจะพบว่าหากต้องการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ และความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนแล้ว จะไม่สามารถกำหนดค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าได้ ดังนั้นจึงต้องนำค่าที่ได้จากการจำลองทั้งหมดลบด้วยเฉลี่ยที่ได้จากการแจกแจงเพื่อให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 โดยมีการกำหนดการแจกแจงดังนี้

2.1) กำหนดการแจกแจงของ ε_t ให้มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1 โดยให้

$$\varepsilon \sim Gam(16, \frac{1}{4})$$ ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4

ปรับให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 โดยให้ ε - 4 ในทุกค่าที่ได้จากการแจกแจง โดยกำหนดให้มีสัญลักษณ์ใหม่คือ $\varepsilon \sim Gam^*(16, \frac{1}{4})$

2.2) กำหนดการแจกแจงของ ε_t ให้มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1 โดยให้

$$\varepsilon \sim Gam(4, \frac{1}{2})$$ ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2

ปรับให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 โดยให้ ε - 2 ในทุกค่าที่ได้จากการแจกแจง โดยกำหนดให้มีสัญลักษณ์ใหม่คือ $\varepsilon \sim Gam^*(4, \frac{1}{2})$

2.3) กำหนดการแจกแจงของ ε_t ให้มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1 โดยให้

$$\varepsilon \sim Gam(\frac{16}{9}, \frac{3}{4})$$ ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4/3

ปรับให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 โดยให้ ε - 4/3 ในทุกค่าที่ได้จากการแจกแจง โดยกำหนดให้มีสัญลักษณ์ใหม่คือ $\varepsilon \sim Gam^*(\frac{16}{9}, \frac{3}{4})$

2.4) กำหนดการแจกแจงของ ε_t ให้มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 25 โดยให้

$$\varepsilon \sim Gam(16, \frac{5}{4})$$ ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 20

ปรับให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 โดยให้ ε - 20 ในทุกค่าที่ได้จากการแจกแจง โดยกำหนดให้มีสัญลักษณ์ใหม่คือ $\varepsilon \sim Gam^*(16, \frac{5}{4})$

2.5) กำหนดการแจกแจงของ ε_t ให้มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 25 โดยให้

$$\varepsilon \sim Gam(4, \frac{5}{2}) \quad \text{ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10}$$

ปรับให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 โดยให้ ε - 10 ในทุกค่าที่ได้จากการแจกแจง โดยกำหนดให้มีสัญลักษณ์ใหม่คือ $\varepsilon \sim Gam^*(4, \frac{5}{2})$

2.6) กำหนดการแจกแจงของ ε_t ให้มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 25 โดยให้

$$\varepsilon \sim Gam^*(\frac{16}{9}, \frac{15}{4}) \quad \text{ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 20/3}$$

ปรับให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 โดยให้ ε - 20/3 ในทุกค่าที่ได้จากการแจกแจง โดยกำหนดให้มีสัญลักษณ์ใหม่คือ $\varepsilon \sim Gam^*(\frac{16}{9}, \frac{15}{4})$

2. การจำลองข้อมูลอนุกรมเวลา

สำหรับการสร้างข้อมูลอนุกรมเวลาทั้ง 5 ตัวแบบ มีรายละเอียดดังนี้

1) การสร้างตัวแปร Y_t ตามตัวแบบ AR(1) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

สร้าง ε_t; t=1,…,n ตามที่กำหนดไว้ และกำหนดให้ Y_0 มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยคือ μ = 100 จากนั้นสร้าง Y_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

$$Y_t = \mu(1-\phi_1) + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

2) การสร้างตัวแปร Y_t ตามตัวแบบ AR(2) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

สร้าง ε_t; t=1,…,n ตามที่กำหนดไว้ และกำหนดให้ Y_{-1} และ Y_0 มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยคือ μ = 100 จากนั้นสร้าง Y_t ; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

$$Y_t = \mu(1-\phi_1-\phi_2) + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$$

3) การสร้างตัวแปร $\mathrm{Y_t}$ ตามตัวแบบ MA(1) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

สร้าง ε_t; t=0,…,n ตามที่กำหนดไว้ และกำหนดค่าเฉลี่ยคือ $\mu =$ 100 จากนั้นสร้าง $\mathrm{Y_t}$; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

$$\mathrm{Y_t} = \mu + \varepsilon_{\mathrm{t}} - \theta_1\varepsilon_{t-1}$$

4) การสร้างตัวแปร $\mathrm{Y_t}$ ตามตัวแบบ MA(2) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

สร้าง ε_t; t=-1,…,n ตามที่กำหนดไว้ และกำหนดค่าเฉลี่ยคือ $\mu =$ 100 จากนั้นสร้าง $\mathrm{Y_t}$; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

$$\mathrm{Y_t} = \mu + \varepsilon_{\mathrm{t}} - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2}$$

5) การสร้างตัวแปร $\mathrm{Y_t}$ ตามตัวแบบ ARMA(1,1) มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

สร้าง ε_t; t=0,…,n ตามที่กำหนดไว้ และกำหนดให้ $\mathrm{Y_0}$ มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยคือ $\mu =$ 100จากนั้นสร้าง $\mathrm{Y_t}$; t=1,…,n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

$$\mathrm{Y_t} = \mu(1-\phi_1) + \phi_1\mathrm{Y_{t\text{-}1}} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1}$$

3. การประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลอนุกรมเวลา

ใช้โปรแกรม R ในการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีเงื่อนไข รวมไปถึงค่าความเอนเอียงของตัวประมาณ(Bias)

4. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ แล้วทำการเปรียบเทียบ

การทดลองในสถานการณ์หนึ่งๆ เมื่อได้ค่าประมาณพารามิเตอร์ จะนำค่าประมาณมาเปรียบเทียบกับค่าจริง เพื่อคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ และทำซ้ำเช่นเดิมจนครบ 5,000 ครั้ง แล้วจึงหาคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อน

กำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ ตามสูตรดังนี้

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{5000}(\hat{\phi}_i - \phi)^2}{5000}$$

โดยที่

ϕ คือ ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา

$\hat{\phi}_i$ คือ ค่าประมาณพารามิเตอร์ ในการทำซ้ำรอบที่ i

i คือรอบของการทำซ้ำ ; i=1,2,…,500

$$(\overline{MSE}) = \frac{MSE(\hat{\phi}_1) + MSE(\hat{\phi}_2)}{2}$$

โดยที่

$MSE(\hat{\phi}_1)$ คือค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ตัวที่1

$MSE(\hat{\phi}_2)$ คือค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ตัวที่2

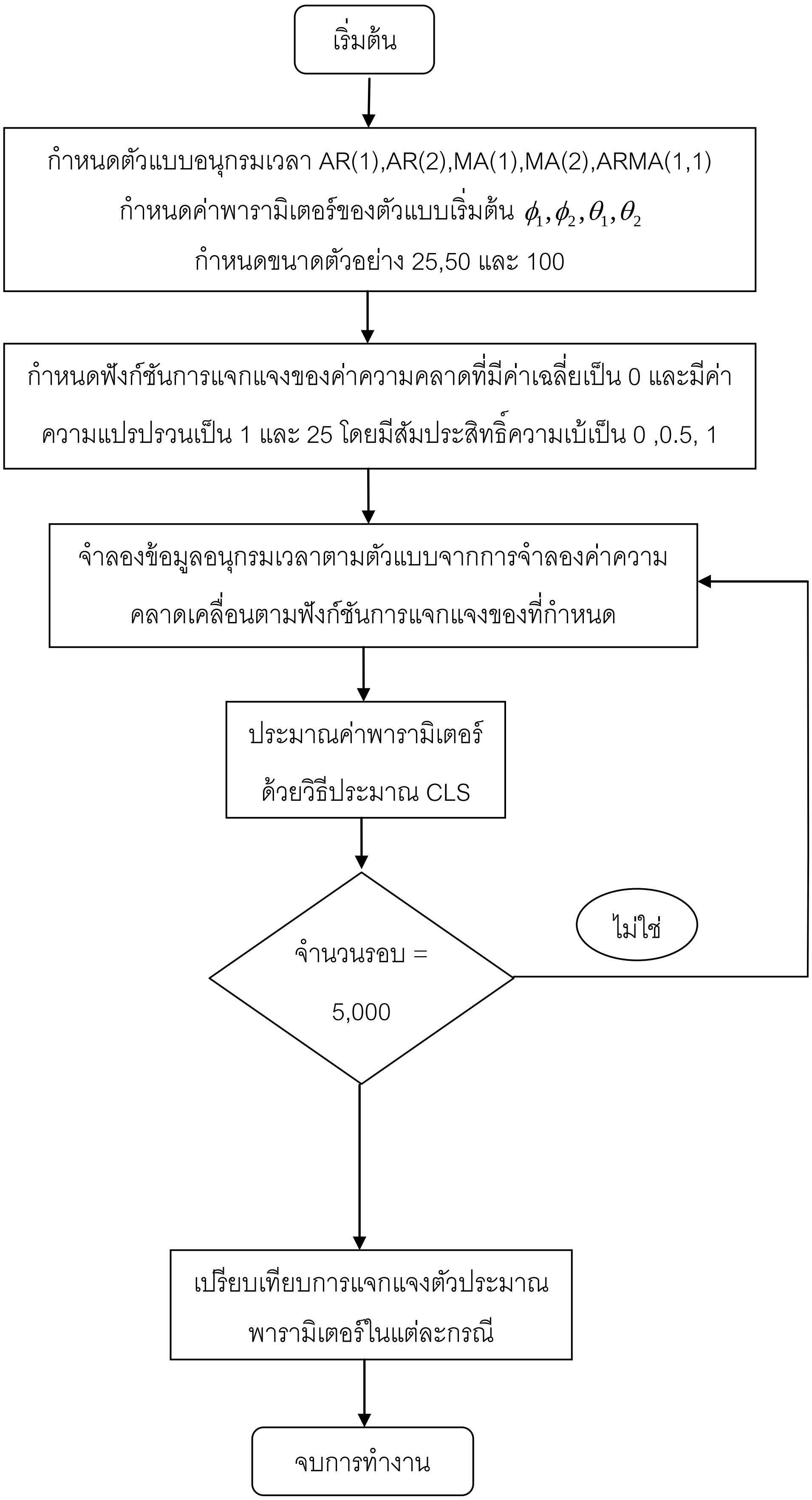
แล้วจึงนำค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบในแต่ละสถานการณ์ที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ต่างกัน พร้อมกับการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์

ซึ่งขั้นตอนของการวิจัยสามารถสรุปเป็นผังงานได้ดังรูปที่ 3.1

3.4 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ในการทำการวิจัยในครั้งนี้ใช้โปรแกรม R ในการจำลองข้อมูลอนุกรมเวลา คำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์ และดูลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ ซึ่งในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง ลักษณะการทำงานของโปรแกรมจะเหมือนกัน

ภาพที่ 3.1 แสดงผังงานขั้นตอนในการวิจัย



บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เพื่อศึกษาหาผลกระทบของความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าสำหรับการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา โดยตัวแบบอนุกรมเวลาที่ใช้ในการศึกษาคือตัวแบบของ Box – Jenkins หรือที่รู้จักในชื่อตัวแบบ Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) โดยได้ทำการศึกษาตัวแบบอัตถดถอยอันดับที่ 1 และ 2 [AR(1), AR(2)] ตัวแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่1 และ2 [MA(1), MA(2)] และตัวแบบอัตถดถอย-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่1,1 [ARMA(1,1)]

จากการศึกษาดังกล่าว จะใช้ค่าเฉลี่ยของความเอนเอียงของตัวประมาณ ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของตัวประมาณ และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์เป็นตัวเปรียบเทียบในแต่ละสถานการณ์ พร้อมทั้งเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณด้วย ซึ่งผลจากการวิจัยในครั้งนี้จะเสนอเป็นตาราง และรูปกราฟ เพื่อความสะดวกในการอธิบายจะใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

ϕ_1, ϕ_2 หมายถึง ค่าจริงสัมประสิทธิ์การถดถอย

θ_1, θ_2 หมายถึง ค่าจริงสัมประสิทธิ์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

$\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$ หมายถึง ตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอย

$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ หมายถึง ตัวประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

Bias หมายถึง ค่าความเอนเอียงของตัวประมาณพารามิเตอร์จากค่าจริง

Var หมายถึง ค่าความแปรปรวนของตัวประมาณพารามิเตอร์

MSE หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

$\overline{MSE}$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์

สำหรับผลการวิจัยในครั้งนี้ นำเสนอเป็น 2 ส่วนดังนี้

4.1 ผลการเปรียบเทียบผลกระทบของระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์

ผลการเปรียบเทียบผลกระทบของระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ จะนำเสนอในรูปตาราง โดยจำแนกตามตัวแบบอนุกรมเวลาดังนี้

1. ตัวแบบ AR(1)

1.1 ที่ระดับ σ_ε^2 มีค่าเท่ากับ 1

1.1.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.1 แสดงผลค่าเฉลี่ยของ Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(1) ที่ระดับ σ_ε^2 = 1 และ n = 25

ϕ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,1)	0.134	-0.066	0.041	0.045
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.128	-0.072	0.039	0.044
	1	Gam*(4,1/2)	0.136	-0.064	0.038	0.042
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.134	-0.066	0.036	0.041
0.5	0	N(0,1)	0.396	-0.104	0.037	0.048
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.398	-0.102	0.035	0.046
	1	Gam*(4,1/2)	0.401	-0.099	0.034	0.044
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.399	-0.101	0.033	0.043
0.8	0	N(0,1)	0.646	-0.154	0.029	0.052
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.644	-0.156	0.030	0.055
	1	Gam*(4,1/2)	0.644	-0.156	0.030	0.054
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.648	-0.152	0.028	0.051

1.1.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.2 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 และ n = 50

ϕ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,1)	0.168	-0.032	0.019	0.020
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.167	-0.033	0.019	0.020
	1	Gam*(4,1/2)	0.168	-0.032	0.019	0.020
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.166	-0.034	0.019	0.020
0.5	0	N(0,1)	0.452	-0.048	0.017	0.020
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.448	-0.052	0.017	0.019
	1	Gam*(4,1/2)	0.447	-0.053	0.017	0.019
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.448	-0.052	0.016	0.018
0.8	0	N(0,1)	0.725	-0.075	0.011	0.017
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.726	-0.074	0.011	0.016
	1	Gam*(4,1/2)	0.726	-0.074	0.011	0.017
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.727	-0.073	0.011	0.016

1.1.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.3 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 และ n = 100

ϕ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,1)	0.183	-0.017	0.010	0.010
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.182	-0.018	0.010	0.010
	1	Gam*(4,1/2)	0.184	-0.016	0.009	0.010
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.183	-0.017	0.009	0.010
0.5	0	N(0,1)	0.476	-0.024	0.008	0.008
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.474	-0.026	0.008	0.009
	1	Gam*(4,1/2)	0.471	-0.029	0.008	0.008
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.476	-0.024	0.008	0.008
0.8	0	N(0,1)	0.767	-0.033	0.005	0.006
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.764	-0.036	0.005	0.006
	1	Gam*(4,1/2)	0.764	-0.036	0.005	0.006
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.765	-0.035	0.004	0.006

1.2 ที่ระดับ σ^2 มีค่าเท่ากับ 25

1.2.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.4 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(1) ที่ระดับ σ_ε^2 = 25 และ n = 25

ϕ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,25)	0.136	-0.064	0.038	0.042
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.132	-0.068	0.039	0.043
	1	Gam*(2,5/2)	0.135	-0.065	0.036	0.040
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.136	-0.064	0.034	0.038
0.5	0	N(0,25)	0.396	-0.104	0.035	0.046
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.396	-0.104	0.035	0.046
	1	Gam*(2,5/2)	0.397	-0.103	0.035	0.045
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.400	-0.100	0.032	0.042
0.8	0	N(0,25)	0.648	-0.152	0.029	0.052
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.649	-0.151	0.029	0.052
	1	Gam*(2,5/2)	0.645	-0.155	0.029	0.053
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.648	-0.152	0.028	0.051

1.2.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.5 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(1) ที่ระดับ σ_ε^2 = 25 และ n = 50

ϕ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,25)	0.168	-0.032	0.019	0.020
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.170	-0.030	0.020	0.021
	1	Gam*(2,5/2)	0.170	-0.030	0.019	0.020
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.172	-0.028	0.019	0.019
0.5	0	N(0,25)	0.450	-0.050	0.017	0.019
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.447	-0.053	0.016	0.019
	1	Gam*(2,5/2)	0.450	-0.050	0.016	0.019
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.450	-0.050	0.015	0.018
0.8	0	N(0,25)	0.727	-0.073	0.011	0.016
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.726	-0.074	0.011	0.017
	1	Gam*(2,5/2)	0.727	-0.073	0.011	0.016
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.726	-0.074	0.011	0.017

1.2.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.6 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(1) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\,2}$ = 25 และ n = 100

ϕ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,25)	0.184	-0.016	0.010	0.010
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.182	-0.018	0.009	0.010
	1	Gam*(2,5/2)	0.184	-0.016	0.009	0.010
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.185	-0.015	0.009	0.009
0.5	0	N(0,25)	0.473	-0.027	0.008	0.008
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.473	-0.027	0.008	0.009
	1	Gam*(2,5/2)	0.474	-0.026	0.008	0.009
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.475	-0.025	0.007	0.008
0.8	0	N(0,25)	0.764	-0.036	0.005	0.006
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.765	-0.035	0.005	0.006
	1	Gam*(2,5/2)	0.766	-0.034	0.005	0.006
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.726	-0.074	0.011	0.017

จากตารางที่ 4.1 - 4.6 เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\phi}_1$ จากตัวแบบ AR(1) ซึ่งจำลองข้อมูลขึ้นมา ซึ่งมีค่า ε_t มาจากการแจกแจงแบบแกมม่า โดยมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ 0.5, 1, และ 1.5 พบว่าค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\phi}_1$ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t มีค่าแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย โดยที่ทั้งหมดนั้นมีค่าเฉลี่ยต่ำกว่าค่าจริงจึงทำให้ค่า Bias ติดลบ และเมื่อดูค่าเฉลี่ย Var ของ $\hat{\phi}_1$ และค่า MSE พบว่าแต่และตัวมีค่าใกล้เคียงกันหรือเท่ากัน ที่ระดับความเบ้ของ ε_t ที่แตกต่างกัน

ในทุกค่าของ ϕ_1 โดยจากผลการศึกษาในแต่ละกรณีที่ทำการทดลองไม่พบว่าระดับความเบ้ของ ε_t ที่มีการแจกแจงแบบแกมม่ามีผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ AR(1)

2. ตัวแบบ AR(2)

2.1 ที่ระดับ ${\sigma_\varepsilon}^2$ มีค่าเท่ากับ 1

2.1.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.7 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ ${\sigma_\varepsilon}^2$ = 1 และ n = 25

$\phi_1 = \phi_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\phi}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.045	-0.055	0.048	0.001	-0.099	0.039	0.050
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.045	-0.055	0.047	0.001	-0.099	0.040	0.050
	1	Gam*(4,1/2)	0.046	-0.054	0.046	0.006	-0.094	0.039	0.048
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.046	-0.054	0.048	0.006	-0.094	0.040	0.049
0.25	0	N(0,1)	0.177	-0.073	0.050	0.127	-0.123	0.041	0.056
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.173	-0.077	0.049	0.130	-0.120	0.038	0.054
	1	Gam*(4,1/2)	0.180	-0.070	0.051	0.124	-0.126	0.041	0.056
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.180	-0.070	0.048	0.128	-0.122	0.039	0.053
0.4	0	N(0,1)	0.302	-0.098	0.051	0.243	-0.157	0.042	0.064
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.293	-0.107	0.050	0.247	-0.153	0.040	0.063
	1	Gam*(4,1/2)	0.292	-0.108	0.051	0.246	-0.154	0.041	0.063
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.297	-0.103	0.047	0.253	-0.147	0.040	0.060

2.1.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.8 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ ${\sigma_\varepsilon}^2$ = 1 และ n = 50

$\phi_1 = \phi_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\phi}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.077	-0.023	0.022	0.050	-0.050	0.020	0.022
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.077	-0.023	0.021	0.053	-0.047	0.020	0.022
	1	Gam*(4,1/2)	0.075	-0.025	0.021	0.051	-0.049	0.019	0.022
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.076	-0.024	0.021	0.052	-0.048	0.018	0.021
0.25	0	N(0,1)	0.216	-0.034	0.022	0.191	-0.059	0.019	0.023
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.216	-0.034	0.022	0.187	-0.063	0.019	0.023
	1	Gam*(4,1/2)	0.218	-0.032	0.021	0.194	-0.056	0.019	0.023
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.219	-0.031	0.021	0.190	-0.060	0.019	0.022
0.4	0	N(0,1)	0.353	-0.047	0.022	0.324	-0.076	0.019	0.024
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.351	-0.049	0.022	0.325	-0.075	0.018	0.024
	1	Gam*(4,1/2)	0.357	-0.043	0.020	0.323	-0.077	0.018	0.023
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.351	-0.049	0.021	0.327	-0.073	0.019	0.024

2.1.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.9 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 และ n = 100

$\phi_1 = \phi_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\phi}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.088	-0.012	0.010	0.076	-0.024	0.010	0.011
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.089	-0.011	0.010	0.077	-0.023	0.010	0.010
	1	Gam*(4,1/2)	0.088	-0.012	0.010	0.076	-0.024	0.010	0.010
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.088	-0.012	0.010	0.076	-0.024	0.010	0.010
0.25	0	N(0,1)	0.230	-0.020	0.010	0.221	-0.029	0.010	0.011
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.234	-0.016	0.010	0.221	-0.029	0.010	0.010
	1	Gam*(4,1/2)	0.236	-0.014	0.010	0.220	-0.030	0.009	0.010
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.235	-0.015	0.010	0.221	-0.029	0.009	0.010
0.4	0	N(0,1)	0.379	-0.021	0.010	0.362	-0.038	0.009	0.010
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.380	-0.020	0.010	0.364	-0.036	0.009	0.010
	1	Gam*(4,1/2)	0.380	-0.020	0.010	0.361	-0.039	0.009	0.010
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.378	-0.022	0.010	0.364	-0.036	0.009	0.010

2.2 ที่ระดับ σ_{ε}^{2} มีค่าเท่ากับ 25

2.2.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.10 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 25

$\phi_1 = \phi_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\phi}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,25)	0.049	-0.051	0.049	0.009	-0.091	0.039	0.049
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.049	-0.051	0.045	-0.001	-0.101	0.039	0.048
	1	Gam*(2,5/2)	0.050	-0.050	0.046	0.004	-0.096	0.039	0.048
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.044	-0.056	0.046	0.004	-0.096	0.039	0.049
0.25	0	N(0,25)	0.172	-0.078	0.049	0.128	-0.122	0.039	0.055
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.173	-0.077	0.049	0.125	-0.125	0.040	0.055
	1	Gam*(2,5/2)	0.177	-0.073	0.047	0.129	-0.121	0.040	0.054
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.179	-0.071	0.047	0.130	-0.120	0.039	0.052
0.4	0	N(0,25)	0.298	-0.102	0.051	0.244	-0.156	0.042	0.064
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.294	-0.106	0.052	0.244	-0.156	0.041	0.064
	1	Gam*(2,5/2)	0.294	-0.106	0.050	0.245	-0.155	0.039	0.062
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.296	-0.104	0.050	0.247	-0.153	0.039	0.061

2.2.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.11 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\ 2}$ = 25 และ n = 50

$\phi_1 = \phi_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\phi}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,25)	0.071	-0.029	0.023	0.052	-0.048	0.020	0.023
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.075	-0.025	0.021	0.055	-0.045	0.020	0.022
	1	Gam*(2,5/2)	0.075	-0.025	0.022	0.053	-0.047	0.019	0.022
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.078	-0.022	0.021	0.055	-0.045	0.020	0.022
0.25	0	N(0,25)	0.219	-0.031	0.022	0.189	-0.061	0.019	0.023
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.215	-0.035	0.022	0.195	-0.055	0.019	0.023
	1	Gam*(2,5/2)	0.215	-0.035	0.022	0.189	-0.061	0.019	0.023
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.217	-0.033	0.020	0.189	-0.061	0.019	0.022
0.4	0	N(0,25)	0.357	-0.043	0.022	0.322	-0.078	0.020	0.025
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.357	-0.043	0.021	0.323	-0.077	0.019	0.024
	1	Gam*(2,5/2)	0.352	-0.048	0.021	0.323	-0.077	0.018	0.024
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.355	-0.045	0.020	0.325	-0.075	0.018	0.023

2.2.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.12 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 100

$\phi_1 = \phi_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$ Mean	$\hat{\phi}_1$ Bias	$\hat{\phi}_1$ Var	$\hat{\phi}_2$ Mean	$\hat{\phi}_2$ Bias	$\hat{\phi}_2$ Var	$\overline{MSE}$
0.1	0	N(0,25)	0.091	-0.009	0.010	0.075	-0.025	0.010	0.011
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.087	-0.013	0.010	0.073	-0.027	0.010	0.011
	1	Gam*(2,5/2)	0.089	-0.011	0.010	0.075	-0.025	0.010	0.010
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.088	-0.012	0.010	0.078	-0.022	0.009	0.010
0.25	0	N(0,25)	0.233	-0.017	0.010	0.220	-0.030	0.010	0.010
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.233	-0.017	0.010	0.221	-0.029	0.010	0.011
	1	Gam*(2,5/2)	0.233	-0.017	0.010	0.220	-0.030	0.010	0.010
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.234	-0.016	0.010	0.221	-0.029	0.009	0.010
0.4	0	N(0,25)	0.378	-0.022	0.009	0.363	-0.037	0.009	0.010
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.380	-0.020	0.009	0.363	-0.037	0.009	0.010
	1	Gam*(2,5/2)	0.381	-0.019	0.010	0.362	-0.038	0.009	0.010
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.381	-0.019	0.010	0.362	-0.038	0.009	0.010

จากตารางที่ 4.7 - 4.12 เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ จากตัวแบบ AR(2) ซึ่งจำลองข้อมูลขึ้นมา ซึ่งมีค่า ε_t มาจากการแจกแจงแบบแกมม่า โดยมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ 0.5, 1, และ 1.5 พบว่าค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t มีค่าแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยโดยที่ค่าเฉลี่ย $|\text{Bias}|$ ของ $\hat{\phi}_2$ จะมีค่าสูงกว่า $\hat{\phi}_1$ แต่ทั้งหมดนั้นมีค่าเฉลี่ยค่าพารามิเตอร์ต่ำกว่าค่าจริงจึงทำให้ค่า Bias ติดลบ และเมื่อดูค่าเฉลี่ย Var ของ $\hat{\phi}_1$, $\hat{\phi}_2$ และค่า $\overline{MSE}$ พบว่าแต่และตัวมีค่าใกล้เคียงกันหรือเท่ากัน ที่ระดับความเบ้ของ ε_t ที่แตกต่างกัน

ในทุกค่าของ ϕ_1 และ ϕ_2 โดยจากผลการศึกษาในแต่ละกรณีที่ทำการทดลองไม่พบว่าระดับความเบ้ของ ε_t ที่มีการแจกแจงแบบแกมม่ามีผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ AR(2)

3. ตัวแบบ MA(1)

3.1 ที่ระดับ ${\sigma_\varepsilon}^2$ มีค่าเท่ากับ 1

3.1.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.13 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(1) ที่ระดับ ${\sigma_\varepsilon}^2$ = 1 และ n = 25

θ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,1)	0.159	-0.041	0.086	0.088
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.155	-0.045	0.089	0.091
	1	Gam*(4,1/2)	0.158	-0.042	0.086	0.087
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.151	-0.049	0.084	0.086
0.5	0	N(0,1)	0.497	-0.003	0.076	0.076
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.491	-0.009	0.074	0.074
	1	Gam*(4,1/2)	0.501	0.001	0.076	0.076
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.496	-0.004	0.067	0.067
0.8	0	N(0,1)	0.814	0.014	0.072	0.073
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.818	0.018	0.075	0.075
	1	Gam*(4,1/2)	0.818	0.018	0.076	0.076
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.820	0.020	0.074	0.074

3.1.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.14 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(1) ที่ระดับ σ_ε^2 = 1 และ n = 50

θ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,1)	0.183	-0.017	0.025	0.026
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.188	-0.012	0.026	0.026
	1	Gam*(4,1/2)	0.181	-0.019	0.025	0.026
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.182	-0.018	0.024	0.024
0.5	0	N(0,1)	0.498	-0.002	0.022	0.022
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.498	-0.002	0.021	0.021
	1	Gam*(4,1/2)	0.495	-0.005	0.020	0.020
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.498	-0.002	0.020	0.020
0.8	0	N(0,1)	0.796	-0.004	0.016	0.016
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.794	-0.006	0.017	0.017
	1	Gam*(4,1/2)	0.797	-0.003	0.017	0.017
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.797	-0.003	0.017	0.017

3.1.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.15 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(1) ที่ระดับ σ_ε^2 = 1 และ n = 100

θ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,1)	0.194	-0.006	0.011	0.011
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.191	-0.009	0.011	0.011
	1	Gam*(4,1/2)	0.192	-0.008	0.011	0.011
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.194	-0.006	0.011	0.011
0.5	0	N(0,1)	0.496	-0.004	0.009	0.009
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.498	-0.002	0.008	0.008
	1	Gam*(4,1/2)	0.497	-0.003	0.009	0.009
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.499	-0.001	0.008	0.008
0.8	0	N(0,1)	0.794	-0.006	0.005	0.005
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.793	-0.007	0.005	0.005
	1	Gam*(4,1/2)	0.796	-0.004	0.006	0.006
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.792	-0.008	0.005	0.005

3.2 ที่ระดับ σ_{ε}^{2} มีค่าเท่ากับ 25

3.2.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.16 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 25

θ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,25)	0.159	-0.041	0.090	0.092
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.157	-0.043	0.086	0.088
	1	Gam*(2,5/2)	0.158	-0.042	0.092	0.093
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.156	-0.044	0.080	0.082
0.5	0	N(0,25)	0.498	-0.002	0.073	0.073
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.498	-0.002	0.079	0.079
	1	Gam*(2,5/2)	0.497	-0.003	0.080	0.080
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.499	-0.001	0.075	0.075
0.8	0	N(0,25)	0.816	0.016	0.073	0.073
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.816	0.016	0.076	0.076
	1	Gam*(2,5/2)	0.822	0.022	0.074	0.075
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.824	0.024	0.069	0.070

3.2.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.17 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 50

θ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,25)	0.183	-0.017	0.026	0.026
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.183	-0.017	0.025	0.025
	1	Gam*(2,5/2)	0.183	-0.017	0.025	0.026
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.187	-0.013	0.025	0.025
0.5	0	N(0,25)	0.494	-0.006	0.022	0.022
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.497	-0.003	0.022	0.022
	1	Gam*(2,5/2)	0.496	-0.004	0.020	0.020
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.490	-0.010	0.020	0.020
0.8	0	N(0,25)	0.796	-0.004	0.017	0.017
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.795	-0.005	0.016	0.016
	1	Gam*(2,5/2)	0.792	-0.008	0.017	0.017
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.797	-0.003	0.016	0.016

3.2.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.18 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ MSE ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(1) ที่ระดับ σ_ε^2 = 25 และ n = 100

θ_1	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			MSE
			Mean	Bias	Var	
0.2	0	N(0,25)	0.194	-0.006	0.011	0.011
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.193	-0.007	0.011	0.011
	1	Gam*(2,5/2)	0.193	-0.007	0.011	0.011
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.193	-0.007	0.010	0.010
0.5	0	N(0,25)	0.498	-0.002	0.009	0.009
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.498	-0.002	0.009	0.009
	1	Gam*(2,5/2)	0.499	-0.001	0.009	0.009
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.499	-0.001	0.009	0.009
0.8	0	N(0,25)	0.796	-0.004	0.005	0.005
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.796	-0.004	0.005	0.005
	1	Gam*(2,5/2)	0.794	-0.006	0.005	0.005
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.795	-0.005	0.006	0.006

จากตารางที่ 4.13 - 4.18 เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\theta}_1$ จากตัวแบบ MA(1) ซึ่งจำลองข้อมูลขึ้นมา ซึ่งมีค่า ε_t มาจากการแจกแจงแบบแกมม่า โดยมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ 0.5, 1, และ 1.5 พบว่าค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\theta}_1$ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t มีค่าแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย โดยที่ส่วนใหญ่นั้นมีค่าเฉลี่ยต่ำกว่าค่าจริงจึงทำให้ค่า Bias ติดลบ และเมื่อดูค่าเฉลี่ย Var ของ $\hat{\theta}_1$ และค่า MSE พบว่าแต่ละตัวมีค่าใกล้เคียงกันหรือเท่ากัน ที่ระดับความเบ้ของ ε_t ที่แตกต่างกัน ในทุกค่าของ θ_1 โดยจากผลการศึกษาในแต่ละกรณีที่ทำการทดลองไม่พบว่าระดับ

ความเบ้ของ ε_t ที่มีการแจกแจงแบบแกมม่ามีผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ MA(1)

4. ตัวแบบ MA(2)

4.1 ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\;2}$ มีค่าเท่ากับ 1

4.1.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.19 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\;2}$ = 1 และ n = 25

$\theta_1 = \theta_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			$\hat{\theta}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.019	-0.081	0.108	0.051	-0.049	0.143	0.130
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.020	-0.080	0.107	0.036	-0.064	0.144	0.131
	1	Gam*(4,1/2)	0.018	-0.082	0.107	0.036	-0.064	0.143	0.130
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.023	-0.077	0.106	0.033	-0.067	0.134	0.125
0.25	0	N(0,1)	0.198	-0.052	0.094	0.221	-0.029	0.133	0.115
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.201	-0.049	0.098	0.230	-0.020	0.138	0.120
	1	Gam*(4,1/2)	0.209	-0.041	0.095	0.229	-0.021	0.133	0.115
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.201	-0.049	0.089	0.220	-0.030	0.131	0.112
0.4	0	N(0,1)	0.389	-0.011	0.083	0.411	0.011	0.131	0.107
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.384	-0.016	0.085	0.407	0.007	0.131	0.108
	1	Gam*(4,1/2)	0.384	-0.016	0.082	0.410	0.010	0.130	0.106
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.387	-0.013	0.081	0.408	0.008	0.129	0.105

4.1.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.20 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon{}^2$ = 1 และ n = 50

$\theta_1 = \theta_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			$\hat{\theta}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.077	-0.023	0.028	0.084	-0.016	0.035	0.032
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.079	-0.021	0.028	0.081	-0.019	0.035	0.032
	1	Gam*(4,1/2)	0.083	-0.017	0.027	0.082	-0.018	0.032	0.029
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.080	-0.020	0.027	0.081	-0.019	0.031	0.030
0.25	0	N(0,1)	0.235	-0.015	0.025	0.245	-0.005	0.033	0.029
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.237	-0.013	0.026	0.245	-0.005	0.031	0.029
	1	Gam*(4,1/2)	0.234	-0.016	0.025	0.243	-0.007	0.031	0.028
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.240	-0.010	0.025	0.244	-0.006	0.031	0.028
0.4	0	N(0,1)	0.394	-0.006	0.024	0.407	0.007	0.029	0.026
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.401	0.001	0.023	0.406	0.006	0.030	0.026
	1	Gam*(4,1/2)	0.394	-0.006	0.023	0.403	0.003	0.030	0.027
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.396	-0.004	0.022	0.402	0.002	0.026	0.024

4.1.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.21 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 และ n = 100

$\theta_1 = \theta_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			$\hat{\theta}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.089	-0.011	0.011	0.090	-0.010	0.013	0.012
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.091	-0.009	0.011	0.093	-0.007	0.012	0.012
	1	Gam*(4,1/2)	0.092	-0.008	0.011	0.092	-0.008	0.012	0.012
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.090	-0.010	0.011	0.093	-0.007	0.012	0.011
0.25	0	N(0,1)	0.244	-0.006	0.011	0.247	-0.003	0.012	0.011
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.243	-0.007	0.011	0.244	-0.006	0.012	0.011
	1	Gam*(4,1/2)	0.245	-0.005	0.010	0.247	-0.003	0.011	0.011
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.245	-0.005	0.011	0.247	-0.003	0.011	0.011
0.4	0	N(0,1)	0.396	-0.004	0.010	0.399	-0.001	0.011	0.010
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.399	-0.001	0.010	0.401	0.001	0.011	0.010
	1	Gam*(4,1/2)	0.399	-0.001	0.009	0.400	0.000*	0.011	0.010
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.398	-0.002	0.009	0.403	0.003	0.011	0.010

หมายเหตุ : 0.000* เป็นค่าที่เกิดจากการปัดเศษทศนิยม

4.2 ที่ระดับ σ_{ε}^{2} มีค่าเท่ากับ 25

4.2.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.22 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 25

$\theta_1 = \theta_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			$\hat{\theta}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,25)	0.017	-0.083	0.108	0.037	-0.063	0.141	0.130
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.015	-0.085	0.107	0.026	-0.074	0.142	0.131
	1	Gam*(2,5/2)	0.017	-0.083	0.111	0.034	-0.066	0.140	0.131
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.019	-0.081	0.108	0.032	-0.068	0.134	0.127
0.25	0	N(0,25)	0.213	-0.037	0.094	0.231	-0.019	0.132	0.114
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.203	-0.047	0.101	0.229	-0.021	0.141	0.122
	1	Gam*(2,5/2)	0.202	-0.048	0.095	0.226	-0.024	0.134	0.116
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.209	-0.041	0.092	0.215	-0.035	0.129	0.112
0.4	0	N(0,25)	0.387	-0.013	0.083	0.415	0.015	0.133	0.108
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.382	-0.018	0.086	0.414	0.014	0.141	0.114
	1	Gam*(2,5/2)	0.384	-0.016	0.086	0.402	0.002	0.132	0.109
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.387	-0.013	0.082	0.407	0.007	0.125	0.104

4.2.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.23 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 50

$\theta_1 = \theta_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			$\hat{\theta}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,25)	0.077	-0.023	0.028	0.075	-0.025	0.036	0.032
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.078	-0.022	0.027	0.074	-0.026	0.032	0.030
	1	Gam*(2,5/2)	0.079	-0.021	0.027	0.081	-0.019	0.032	0.030
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.081	-0.019	0.027	0.078	-0.022	0.032	0.030
0.25	0	N(0,25)	0.239	-0.011	0.026	0.246	-0.004	0.031	0.029
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.237	-0.013	0.026	0.244	-0.006	0.033	0.029
	1	Gam*(2,5/2)	0.238	-0.012	0.025	0.247	-0.003	0.031	0.028
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.236	-0.014	0.025	0.240	-0.010	0.029	0.027
0.4	0	N(0,25)	0.395	-0.005	0.025	0.405	0.005	0.031	0.028
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.394	-0.006	0.023	0.404	0.004	0.031	0.027
	1	Gam*(2,5/2)	0.395	-0.005	0.022	0.399	-0.001	0.027	0.025
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.396	-0.004	0.022	0.400	0.000*	0.028	0.025

หมายเหตุ : 0.000* เป็นค่าที่เกิดจากการปัดเศษทศนิยม

4.2.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.24 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 100

$\theta_1 = \theta_2$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\theta}_1$			$\hat{\theta}_2$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,25)	0.093	-0.007	0.011	0.092	-0.008	0.013	0.012
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.088	-0.012	0.012	0.093	-0.007	0.013	0.012
	1	Gam*(2,5/2)	0.092	-0.008	0.011	0.091	-0.009	0.012	0.012
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.089	-0.011	0.011	0.093	-0.007	0.012	0.012
0.25	0	N(0,25)	0.245	-0.005	0.011	0.248	-0.002	0.012	0.011
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.242	-0.008	0.011	0.245	-0.005	0.011	0.011
	1	Gam*(2,5/2)	0.244	-0.006	0.011	0.246	-0.004	0.012	0.011
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.241	-0.009	0.010	0.248	-0.002	0.011	0.011
0.4	0	N(0,25)	0.398	-0.002	0.009	0.400	0.000*	0.010	0.010
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.395	-0.005	0.010	0.400	0.000*	0.010	0.010
	1	Gam*(2,5/2)	0.397	-0.003	0.010	0.401	0.001	0.010	0.010
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.398	-0.002	0.009	0.400	0.000*	0.010	0.010

หมายเหตุ : 0.000* เป็นค่าที่เกิดจากการปัดเศษทศนิยม

จากตารางที่ 4.19 - 4.24 เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ จากตัวแบบ MA(2) ซึ่งจำลองข้อมูลขึ้นมา ซึ่งมีค่า ε_t มาจากการแจกแจงแบบแกมม่า โดยมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ 0.5, 1, และ 1.5 พบว่าค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t มีค่าแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย โดยที่ระดับ n= 25 และ 50 ค่าเฉลี่ย $|\text{Bias}|$ ที่ ของ $\hat{\theta}_1$ จะมีค่าสูงกว่า $\hat{\theta}_2$ แต่ทั้งหมดนั้นมีค่าเฉลี่ยค่าพารามิเตอร์ต่ำกว่าค่าจริงจึงทำให้ค่า Bias ติดลบ แต่ที่ระดับ

n=100 และเมื่อดูค่าเฉลี่ย Var ของ θ_1, θ_2 และค่า $\overline{MSE}$ พบว่าแต่และตัวมีค่าใกล้เคียงกันหรือเท่ากัน ที่ระดับความเบ้ของ ε_t ที่แตกต่างกัน ในทุกค่าของ θ_1 และ θ_2 โดยจากผลการศึกษาในแต่ละกรณีที่ทำการทดลองไม่พบว่าระดับความเบ้ของ ε_t ที่มีการแจกแจงแบบแกมม่ามีผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ MA(2)

5. ตัวแบบ ARMA(1,1)

5.1 ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\ 2}$ มีค่าเท่ากับ 1

5.1.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.25 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\ 2}$ = 1 และ n = 25

$\phi_1 = \theta_1$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\theta}_1$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.144	-0.056	0.172	0.214	0.014	0.442	0.309
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.159	-0.041	0.185	0.196	-0.004	0.456	0.321
	1	Gam*(4,1/2)	0.153	-0.047	0.175	0.208	0.008	0.452	0.315
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.140	-0.060	0.181	0.212	0.012	0.452	0.318
0.25	0	N(0,1)	0.413	-0.087	0.058	0.568	0.068	0.121	0.096
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.404	-0.096	0.060	0.583	0.083	0.118	0.097
	1	Gam*(4,1/2)	0.409	-0.091	0.058	0.576	0.076	0.118	0.095
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.407	-0.093	0.055	0.580	0.080	0.116	0.093
0.4	0	N(0,1)	0.677	-0.123	0.033	0.880	0.080	0.086	0.070
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.680	-0.120	0.032	0.881	0.081	0.084	0.069
	1	Gam*(4,1/2)	0.678	-0.122	0.031	0.877	0.077	0.083	0.068
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.683	-0.117	0.029	0.877	0.077	0.085	0.067

5.1.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.26 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ σ_ε^2 = 1 และ n = 50

$\phi_1 = \theta_1$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\theta}_1$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.139	-0.061	0.123	0.245	0.045	0.164	0.147
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.145	-0.055	0.121	0.236	0.036	0.161	0.143
	1	Gam*(4,1/2)	0.137	-0.063	0.125	0.248	0.048	0.161	0.146
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.135	-0.065	0.117	0.250	0.050	0.150	0.137
0.25	0	N(0,1)	0.451	-0.049	0.027	0.525	0.025	0.032	0.031
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.448	-0.052	0.027	0.526	0.026	0.031	0.031
	1	Gam*(4,1/2)	0.450	-0.050	0.026	0.525	0.025	0.033	0.031
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.449	-0.051	0.026	0.525	0.025	0.031	0.030
0.4	0	N(0,1)	0.738	-0.062	0.012	0.807	0.007	0.016	0.016
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.736	-0.064	0.011	0.810	0.010	0.017	0.016
	1	Gam*(4,1/2)	0.739	-0.061	0.011	0.812	0.012	0.017	0.016
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.738	-0.062	0.011	0.813	0.013	0.018	0.017

5.1.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.27 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\ 2}$ = 1 และ n = 100

$\phi_1 = \theta_1$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\theta}_1$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,1)	0.165	-0.035	0.069	0.226	0.026	0.074	0.072
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.167	-0.033	0.070	0.224	0.024	0.076	0.074
	1	Gam*(4,1/2)	0.164	-0.036	0.071	0.226	0.026	0.076	0.075
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.162	-0.038	0.069	0.229	0.029	0.074	0.073
0.25	0	N(0,1)	0.475	-0.025	0.013	0.511	0.011	0.014	0.014
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.475	-0.025	0.013	0.511	0.011	0.014	0.014
	1	Gam*(4,1/2)	0.475	-0.025	0.013	0.512	0.012	0.013	0.013
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.476	-0.024	0.013	0.510	0.010	0.014	0.013
0.4	0	N(0,1)	0.767	-0.033	0.005	0.799	-0.001	0.005	0.006
	0.5	Gam*(16,1/4)	0.770	-0.030	0.005	0.799	-0.001	0.005	0.006
	1	Gam*(4,1/2)	0.769	-0.031	0.005	0.799	-0.001	0.005	0.006
	1.5	Gam*(16/9,3/4)	0.769	-0.031	0.005	0.800	0.000*	0.006	0.006

หมายเหตุ : 0.000* เป็นค่าที่เกิดจากการปัดเศษทศนิยม

5.2 ที่ระดับ σ_{ε}^{2} มีค่าเท่ากับ 25

5.2.1 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

ตารางที่ 4.28 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 25

$\phi_1 = \theta_1$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\theta}_1$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,25)	0.128	-0.072	0.184	0.235	0.035	0.462	0.326
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.132	-0.068	0.173	0.234	0.034	0.447	0.313
	1	Gam*(2,5/2)	0.134	-0.066	0.174	0.230	0.030	0.444	0.311
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.136	-0.064	0.176	0.226	0.026	0.442	0.312
0.25	0	N(0,25)	0.407	-0.093	0.058	0.577	0.077	0.117	0.095
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.408	-0.092	0.059	0.567	0.067	0.121	0.097
	1	Gam*(2,5/2)	0.404	-0.096	0.059	0.576	0.076	0.122	0.098
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.404	-0.096	0.057	0.579	0.079	0.114	0.093
0.4	0	N(0,25)	0.674	-0.126	0.032	0.878	0.078	0.081	0.067
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.680	-0.120	0.031	0.871	0.071	0.084	0.068
	1	Gam*(2,5/2)	0.681	-0.119	0.030	0.878	0.078	0.083	0.067
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.677	-0.123	0.031	0.882	0.082	0.085	0.069

5.2.2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ตารางที่ 4.29 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 50

$\phi_1 = \theta_1$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\theta}_1$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,25)	0.135	-0.065	0.124	0.246	0.046	0.163	0.147
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.155	-0.045	0.121	0.224	0.024	0.166	0.145
	1	Gam*(2,5/2)	0.137	-0.063	0.121	0.245	0.045	0.155	0.141
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.144	-0.056	0.120	0.244	0.044	0.155	0.140
0.25	0	N(0,25)	0.452	-0.048	0.027	0.527	0.027	0.032	0.031
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.449	-0.051	0.028	0.522	0.022	0.032	0.031
	1	Gam*(2,5/2)	0.448	-0.052	0.028	0.525	0.025	0.033	0.032
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.443	-0.057	0.026	0.532	0.032	0.031	0.031
0.4	0	N(0,25)	0.741	-0.059	0.011	0.807	0.007	0.016	0.015
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.739	-0.061	0.012	0.808	0.008	0.017	0.016
	1	Gam*(2,5/2)	0.735	-0.065	0.012	0.810	0.010	0.018	0.017
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.740	-0.060	0.011	0.812	0.012	0.018	0.016

5.2.3 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ตารางที่ 4.30 แสดงผลค่าเฉลี่ย Bias, Var และ $\overline{MSE}$ ของพารามิเตอร์ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 และ n = 100

$\phi_1 = \theta_1$	สัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε	การแจกแจงของ ε	$\hat{\phi}_1$			$\hat{\theta}_1$			$\overline{MSE}$
			Mean	Bias	Var	Mean	Bias	Var	
0.1	0	N(0,25)	0.167	-0.033	0.069	0.227	0.027	0.075	0.073
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.163	-0.037	0.071	0.226	0.026	0.076	0.075
	1	Gam*(2,5/2)	0.166	-0.034	0.069	0.226	0.026	0.074	0.072
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.162	-0.038	0.069	0.229	0.029	0.072	0.072
0.25	0	N(0,25)	0.474	-0.026	0.012	0.512	0.012	0.013	0.013
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.475	-0.025	0.013	0.509	0.009	0.014	0.014
	1	Gam*(2,5/2)	0.475	-0.025	0.012	0.510	0.010	0.013	0.013
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.473	-0.027	0.012	0.513	0.013	0.013	0.013
0.4	0	N(0,25)	0.768	-0.032	0.005	0.799	-0.001	0.006	0.006
	0.5	Gam*(16,5/4)	0.769	-0.031	0.005	0.799	-0.001	0.005	0.006
	1	Gam*(2,5/2)	0.769	-0.031	0.005	0.801	0.001	0.005	0.006
	1.5	Gam*(16/9,15/4)	0.769	-0.031	0.005	0.801	0.001	0.006	0.006

จากตารางที่ 4.25 - 4.30 เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ จากตัวแบบ ARMA(1,1) ซึ่งจำลองข้อมูลขึ้นมา ซึ่งมีค่า ε_t มาจากการแจกแจงแบบแกมม่า โดยมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ 0.5, 1, และ 1.5 พบว่าค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t มีค่าแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย โดยที่ค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\phi}_1$ ทั้งหมดนั้นมีค่าเฉลี่ยค่าพารามิเตอร์ต่ำกว่าค่าจริงจึงทำให้ค่า Bias ติดลบ แต่ค่าเฉลี่ย Bias ของ $\hat{\theta}_1$ ส่วนใหญ่นั้นมีค่าเฉลี่ยค่าพารามิเตอร์สูงกว่าค่าจริงจึงทำให้ค่า Bias เป็นบวก และเมื่อดูค่าเฉลี่ย Var ของ $\hat{\phi}_1$,

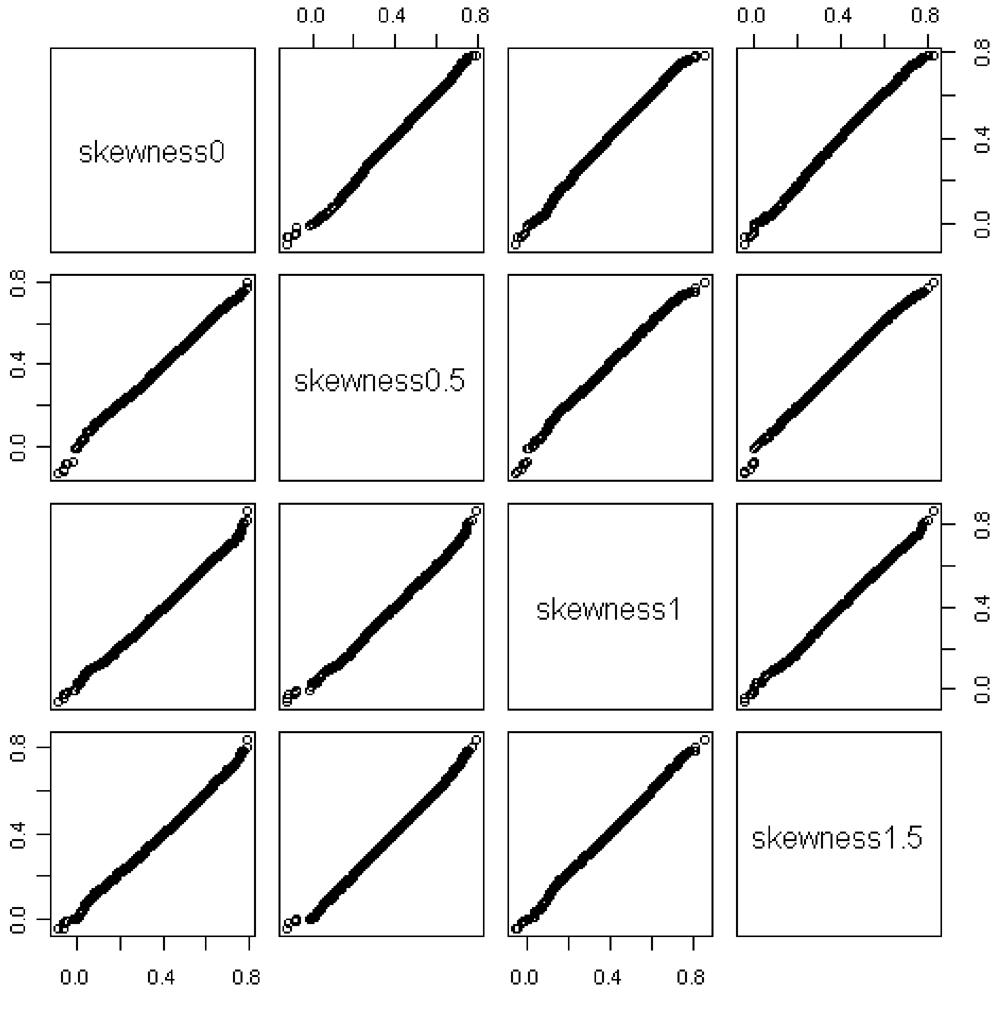
$\hat{\theta}_1$ และค่า $\overline{MSE}$ พบว่าแต่และตัวมีค่าใกล้เคียงกันหรือเท่ากัน ที่ระดับความเบ้ของ ε_t ที่แตกต่างกัน ในทุกค่าของ ϕ_1 และ θ_1 โดยจากผลการศึกษาในแต่ละกรณีที่ทำการทดลองไม่พบว่าระดับความเบ้ของ ε_t ที่มีการแจกแจงแบบแกมม่ามีผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ ARMA(1,1)

4.2 ผลการเปรียบเทียบลักษะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ในแต่ละระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อน

ผลการเปรียบเทียบลักษะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ในแต่ละระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อน จะนำเสนอในรูปแบบรูปภาพและตาราง ซึ่งจะเปรียบเทียบถึงความแตกต่างของการแจกแจง และแสดงถึงลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ โดยจำแนกตามตัวแบบอนุกรมเวลาดังนี้

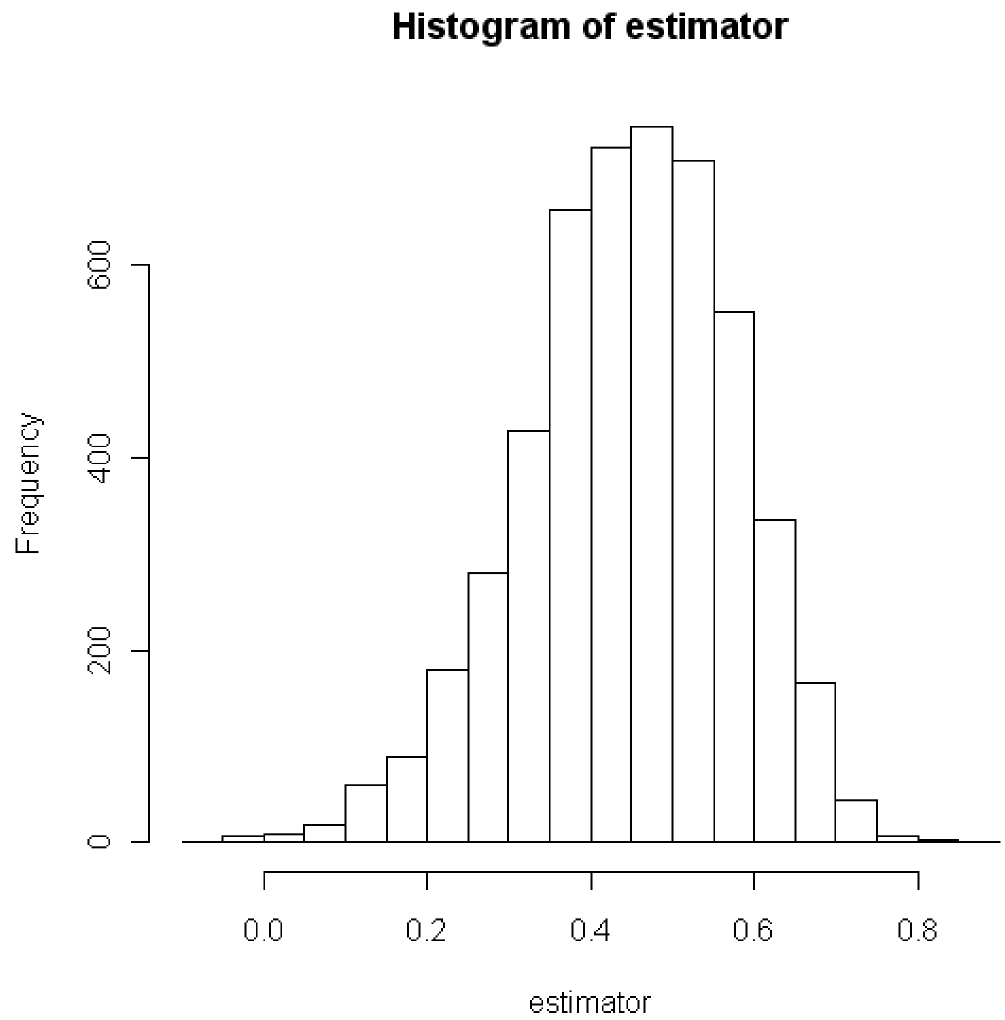
1. ตัวแบบ AR(1)

ภาพที่ 4.1 ตัวอย่างการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(1) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\ 2}$ = 1 ค่า ϕ_1 = 0.5 และ n = 50



จากภาพที่ 4.1 พบว่ารูปกราฟทั้งหมดมีลักษณะเกือบจะเป็นเส้นตรงที่ทอดจากด้านล่างซ้ายไปยังด้านบนขวา ซึ่งมีลักษณะคล้ายกันในทุกตัวแบบ AR(1) ซึ่งหมายถึงลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t นั้นมีความคล้ายคลึงกัน แต่อาจจะมีความแตกต่างกันเล็กน้อยในส่วนหางทั้งสองข้างของการแจกแจง

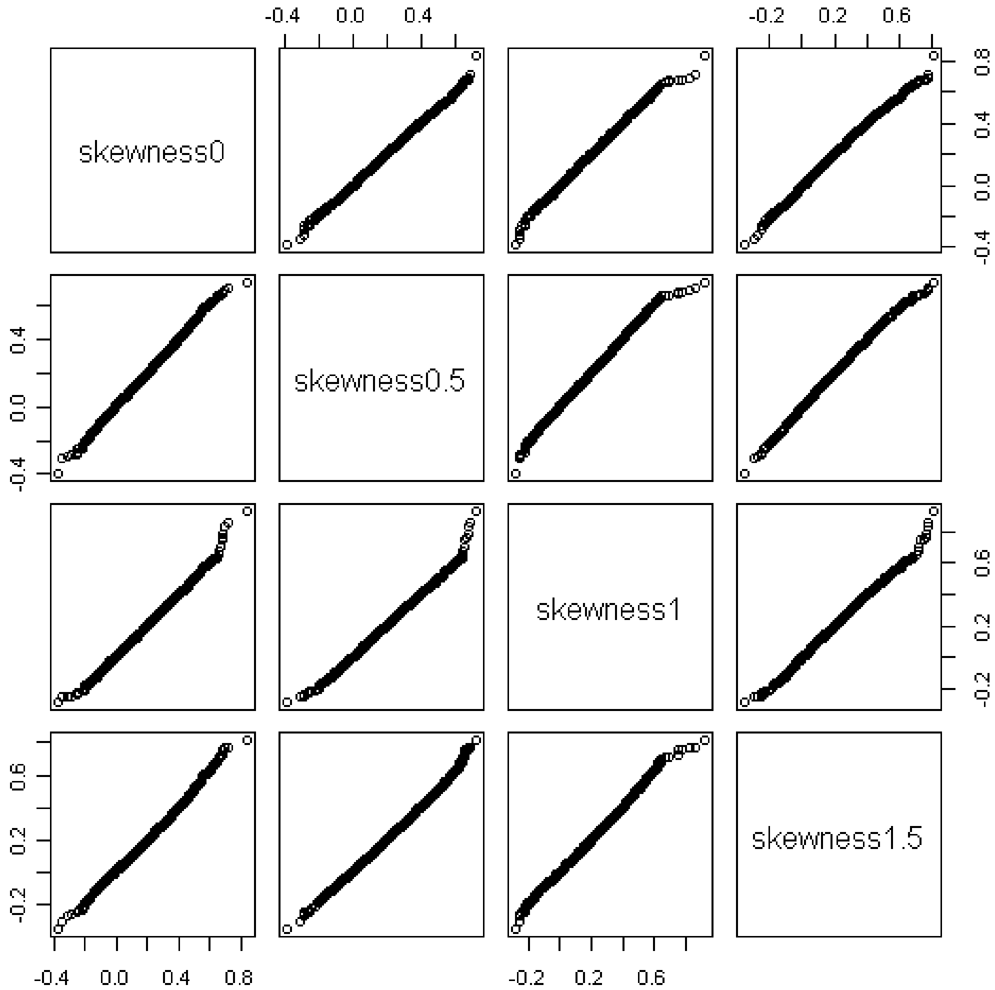
ภาพที่ 4.2 ตัวอย่างลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 ค่า ϕ_1 = 0.5 และ n = 50 โดยมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε_t เท่ากับ 1



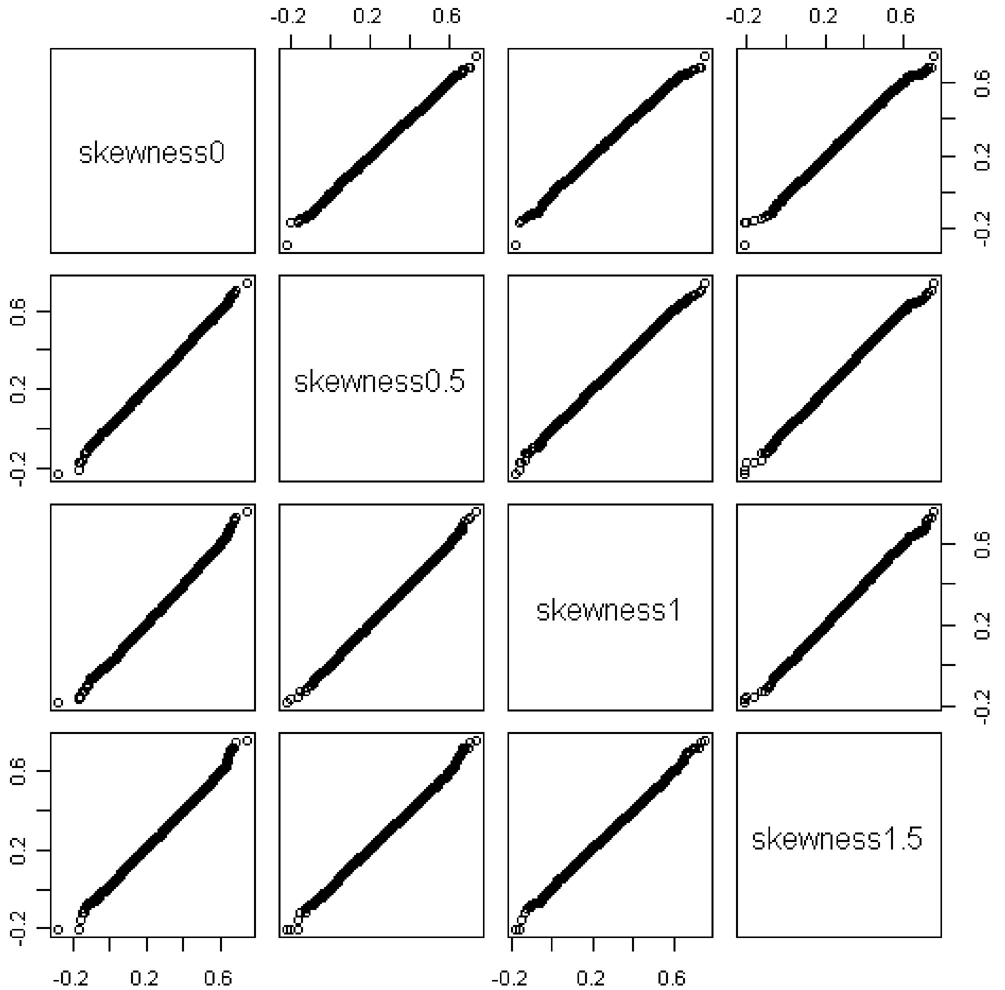
จากภาพที่ 4.2 ดูจากแผนภาพพบว่า ลักษณะการแจกแจงของ $\hat{\phi}_1$ มีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกตัวแบบ AR(1) ที่ทำการทดสอบ โดยแต่ละกรณีมีระดับความเบ้ที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

2. ตัวแบบ AR(2)

ภาพที่ 4.3 ตัวอย่างการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\ 2}$ = 1 ค่า ϕ_1 = 0.25 และ n = 50

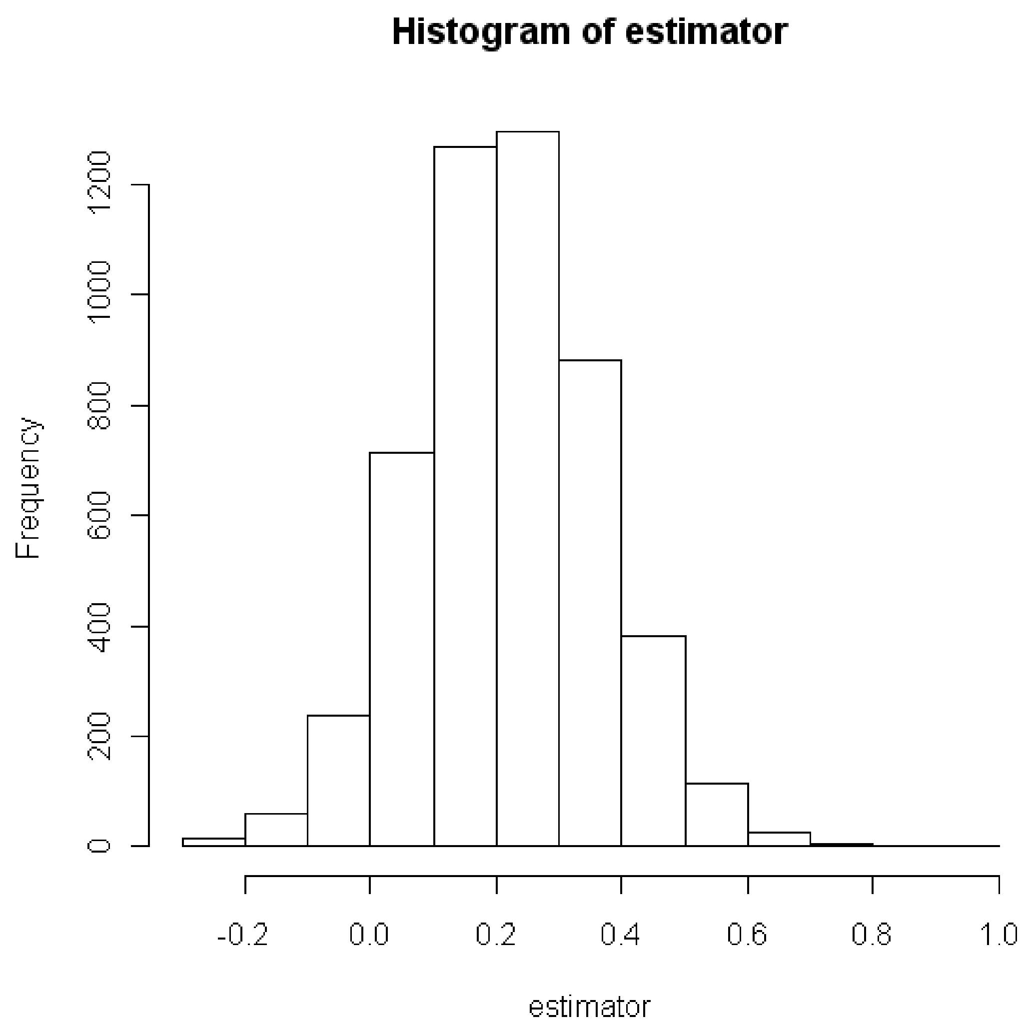


ภาพที่ 4.4 ตัวอย่างการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\phi}_2$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 ค่า ϕ_2 = 0.4 และ n = 50



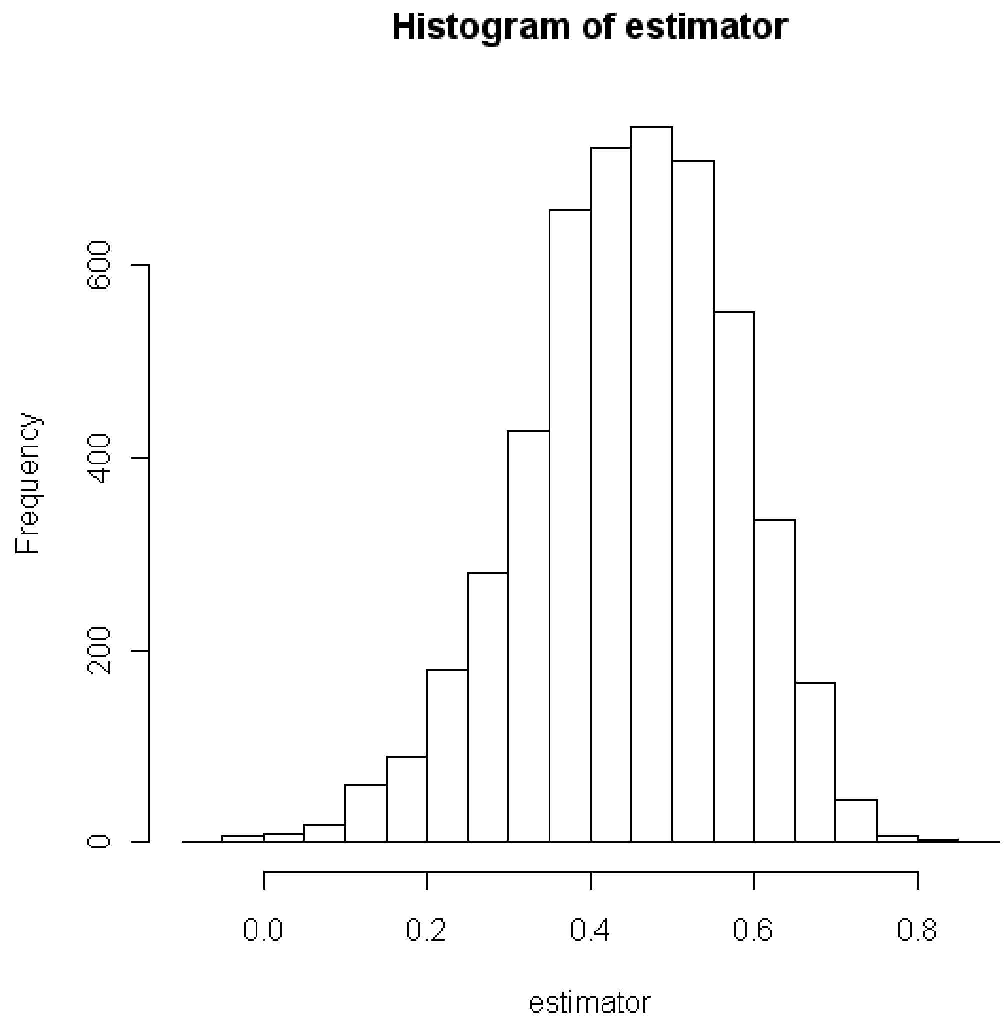
จากภาพที่ 4.3 – 4.4 ดูจากแผนภาพพบว่า รูปกราฟทั้งหมดมีลักษณะเกือบจะเป็นเส้นตรงที่ทอดจากด้านล่างซ้ายไปยังด้านบนขวา ซึ่งมีลักษณะคล้ายกันทั้ง $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในทุกตัวแบบ AR(2) ซึ่งหมายถึงลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ทั้ง $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t นั้นมีความคล้ายคลึงกัน แต่อาจจะมีความแตกต่างกันเล็กน้อยในส่วนหางทั้งสองข้างของการแจกแจง

ภาพที่ 4.5 ตัวอย่างลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\,2} = 1$ ค่า $\phi_1 = 0.25$ และ n = 50 โดยมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε_t เท่ากับ 1



จากภาพที่ 4.5 ดูจากแผนภาพพบว่า ลักษณะการแจกแจงของ $\hat{\phi}_1$ มีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกตัวแบบ AR(2) ที่ทำการทดสอบ โดยแต่ละกรณีมีระดับความเบ้ที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

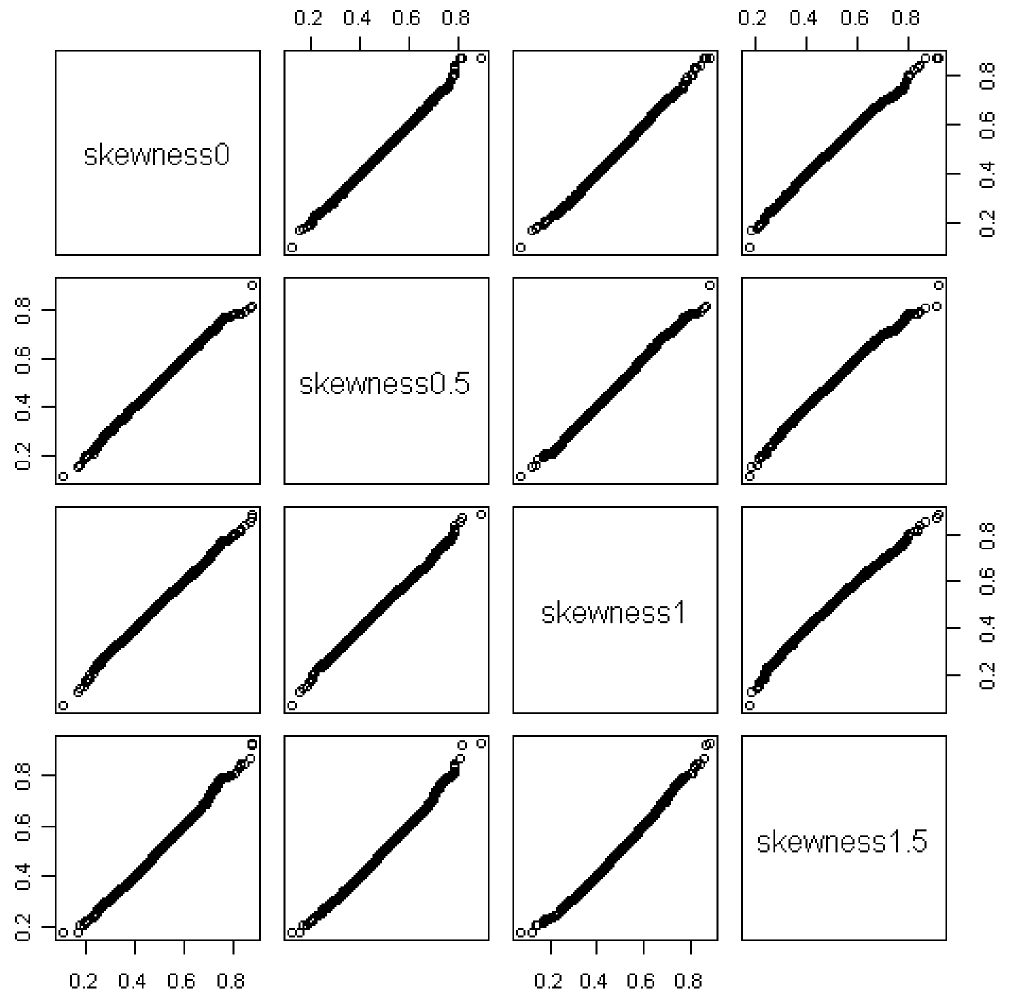
ภาพที่ 4.6 ตัวอย่างลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\phi}_2$ ในตัวแบบ AR(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 ค่า ϕ_1 = 0.4 และ n = 50 โดยมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε_t เท่ากับ 1



จากภาพที่ 4.6 ดูจากแผนภาพพบว่า ลักษณะการแจกแจงของ $\hat{\phi}_2$ มีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกตัวแบบ AR(2) ที่ทำการทดสอบ โดยแต่ละกรณีมีระดับความเบ้ที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

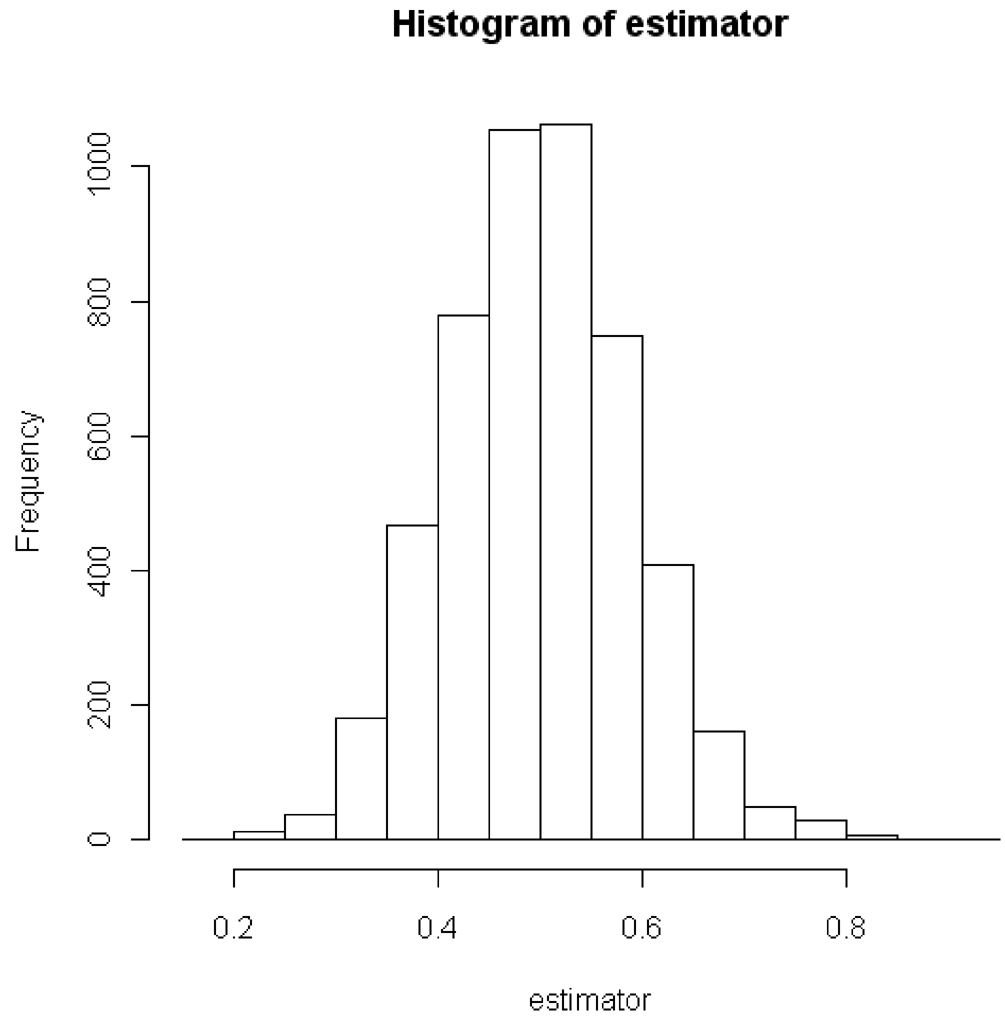
3. ตัวแบบ MA(1)

ภาพที่ 4.7 ตัวอย่างการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 ค่า θ_1 = 0.5 และ n = 100



จากภาพที่ 4.7 พบว่ารูปกราฟทั้งหมดมีลักษณะเกือบจะเป็นเส้นตรงที่ทอดจากด้านล่างซ้ายไปยังด้านบนขวา ซึ่งมีลักษณะคล้ายกันในทุกตัวแบบ MA(1) ซึ่งหมายถึงลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t นั้นมีความคล้ายคลึงกัน แต่อาจจะมีความแตกต่างกันเล็กน้อยในส่วนหางทั้งสองข้างของการแจกแจง

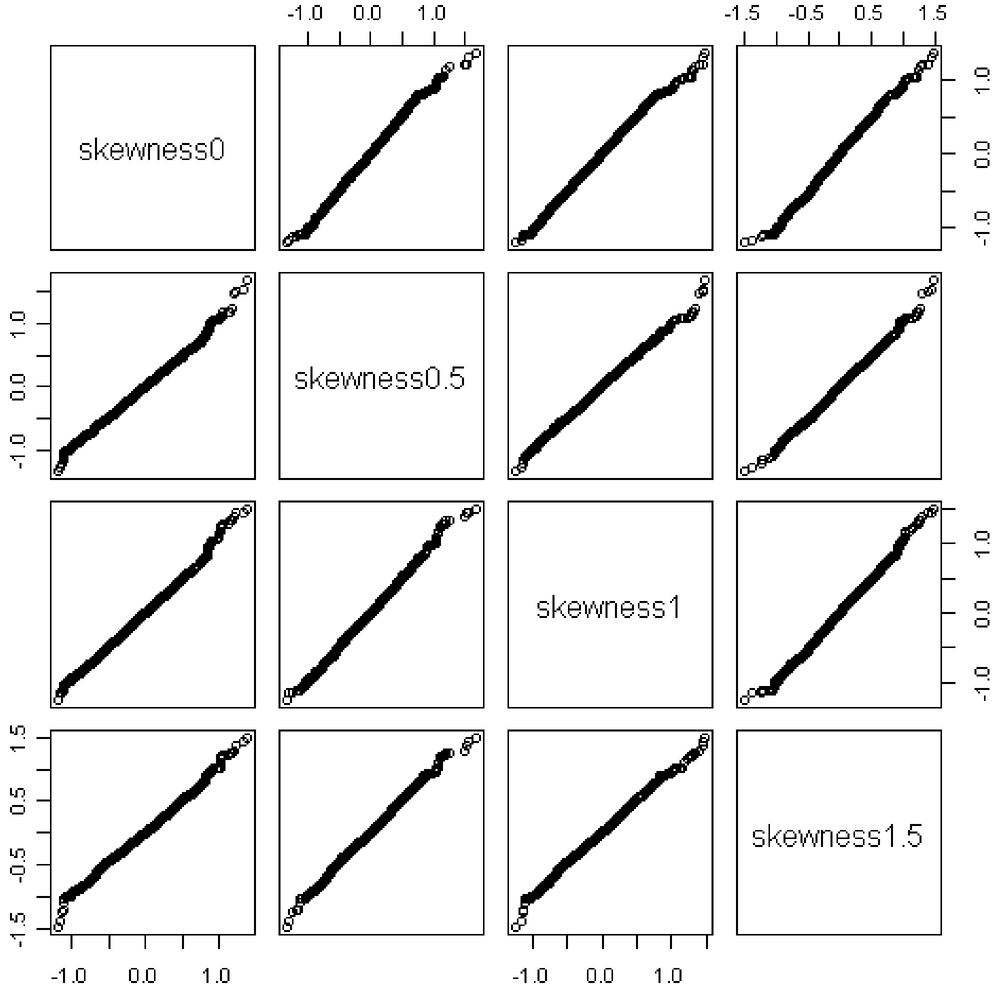
ภาพที่ 4.8 ตัวอย่างลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(1) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\,2}$ = 1 ค่า θ_1 = 0.5 และ n = 50 โดยมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε_t เท่ากับ 1.5



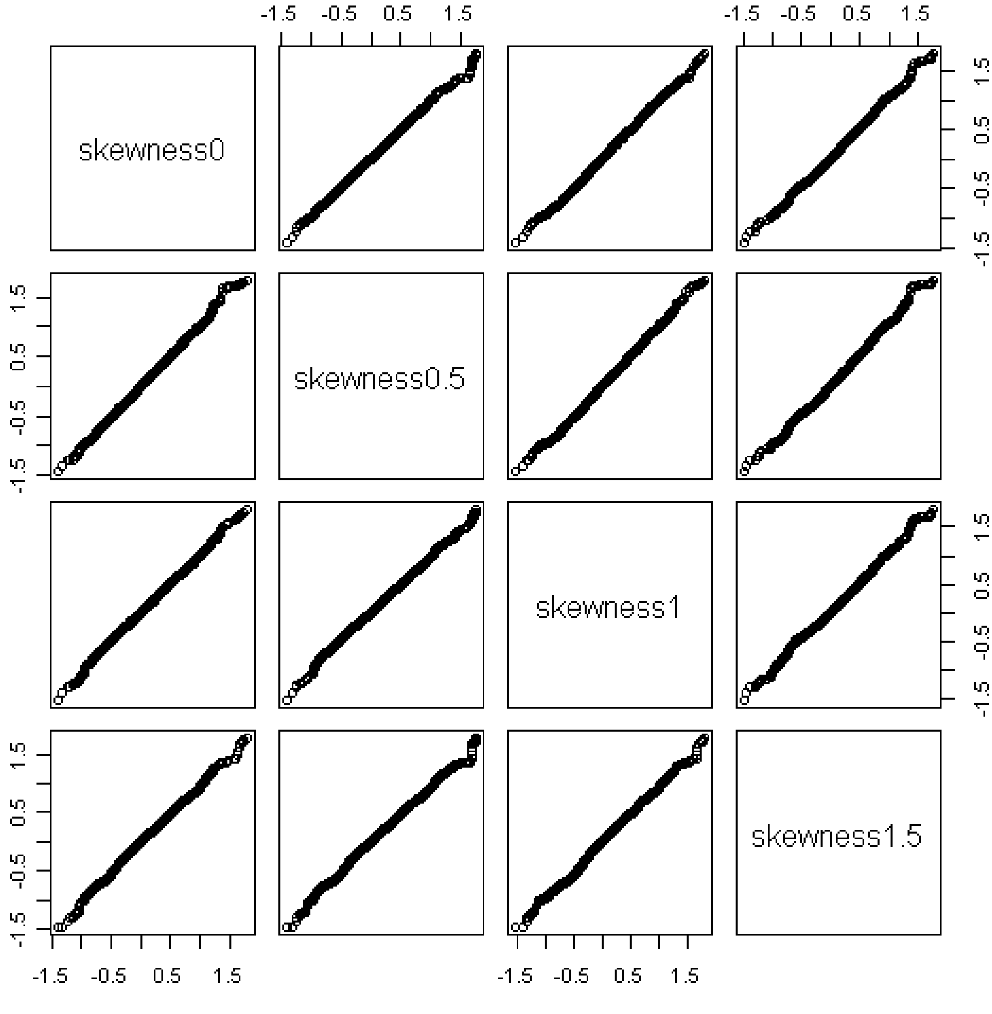
จากภาพที่ 4.8 ดูจากแผนภาพพบว่า ลักษณะการแจกแจงของ $\hat{\theta}_1$ มีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกตัวแบบ MA(1) ที่ทำการทดสอบ โดยแต่ละกรณีมีระดับความเบ้ที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

4. ตัวแบบ MA(2)

ภาพที่ 4.9 ตัวอย่างการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 ค่า θ_1 = 0.1 และ n = 25

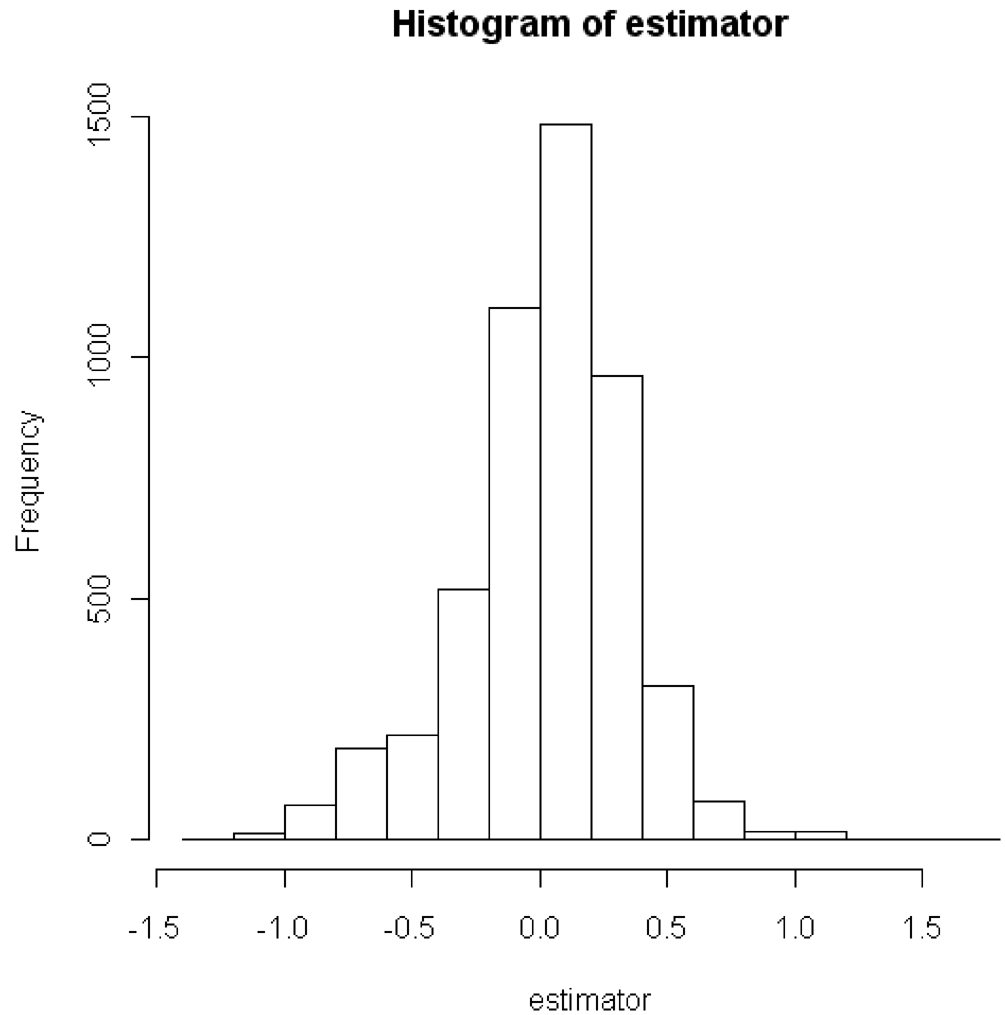


ภาพที่ 4.10 ตัวอย่างการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\theta}_2$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 ค่า θ_2 = 0.25 และ n = 25



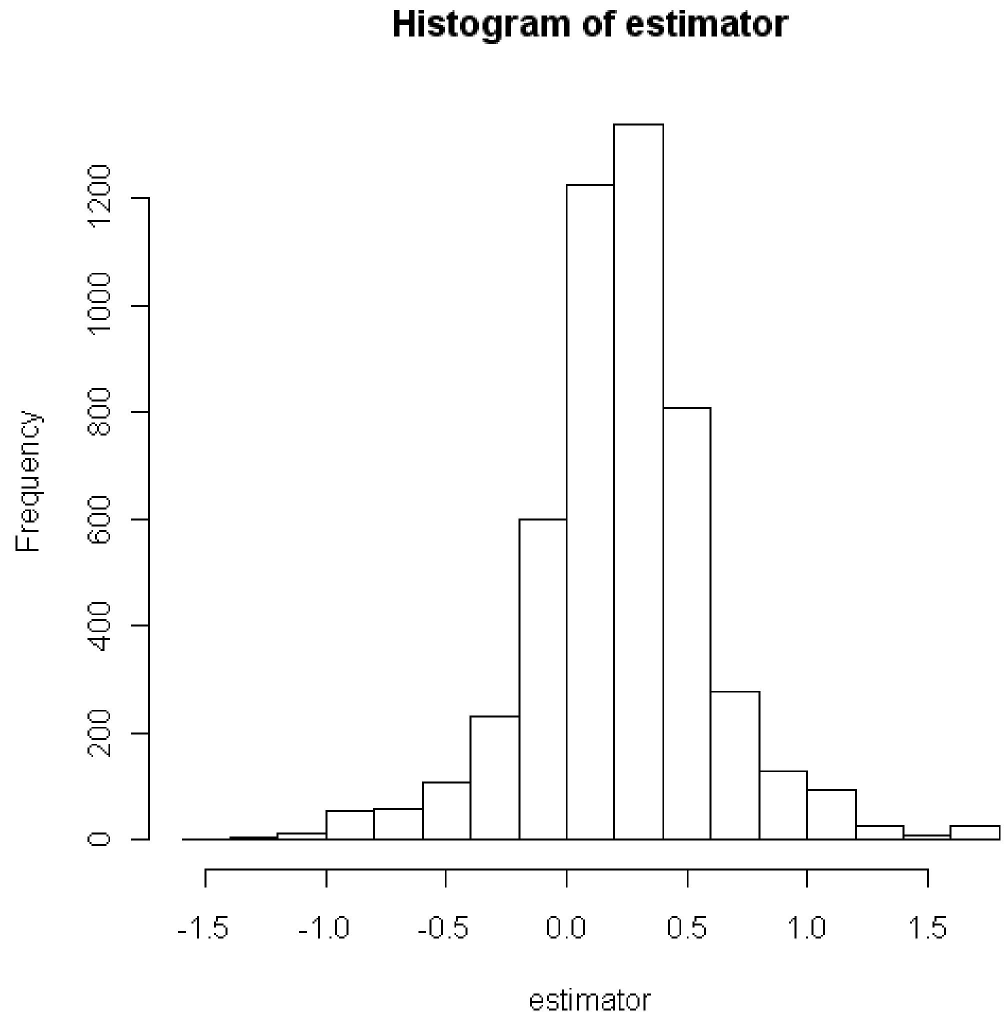
จากภาพที่ 4.9 – 4.10 ดูจากแผนภาพพบว่า รูปกราฟทั้งหมดมีลักษณะเกือบจะเป็นเส้นตรงที่ทอดจากด้านล่างซ้ายไปยังด้านบนขวา ซึ่งมีลักษณะคล้ายกันทั้ง $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในทุกตัวแบบ AR(2) ซึ่งหมายถึงลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ทั้ง $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t นั้นมีความคล้ายคลึงกัน แต่อาจจะมีความแตกต่างกันเล็กน้อยในส่วนหางทั้งสองข้างของการแจกแจง

ภาพที่ 4.11 ตัวอย่างลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\ 2} = 1$ ค่า $\theta_1 = 0.1$ และ n = 25 โดยมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε_t เท่ากับ 0.5



จากภาพที่ 4.11 ดูจากแผนภาพพบว่า ลักษณะการแจกแจงของ $\hat{\theta}_1$ มีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกตัวแบบ MA(2) ที่ทำการทดสอบ โดยแต่ละกรณีมีระดับความเบ้ที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

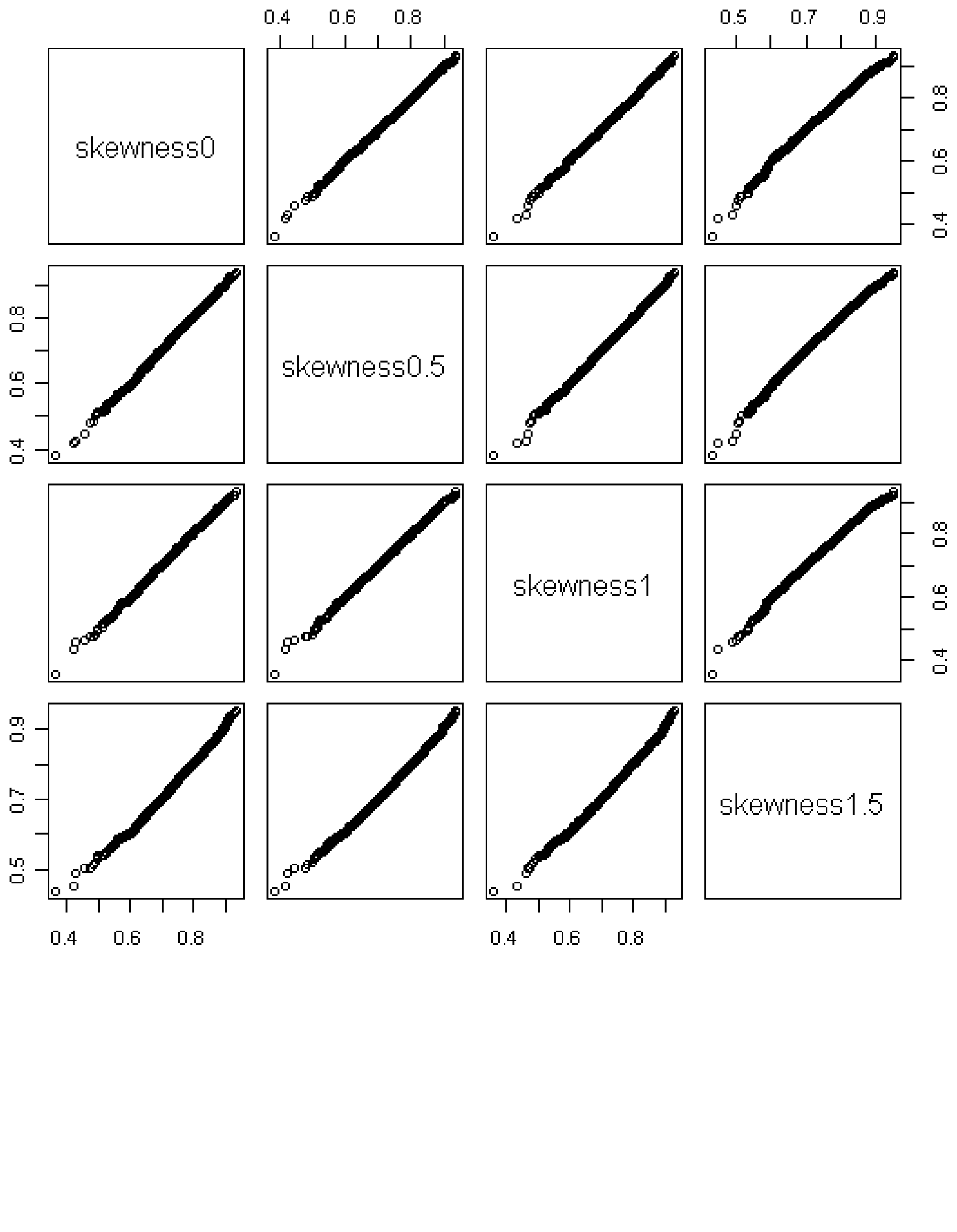
ภาพที่ 4.12 ตัวอย่างลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\theta}_2$ ในตัวแบบ MA(2) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} =25 ค่า θ_2 = 0.1 และ n = 25 โดยมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε_t เท่ากับ 0.5



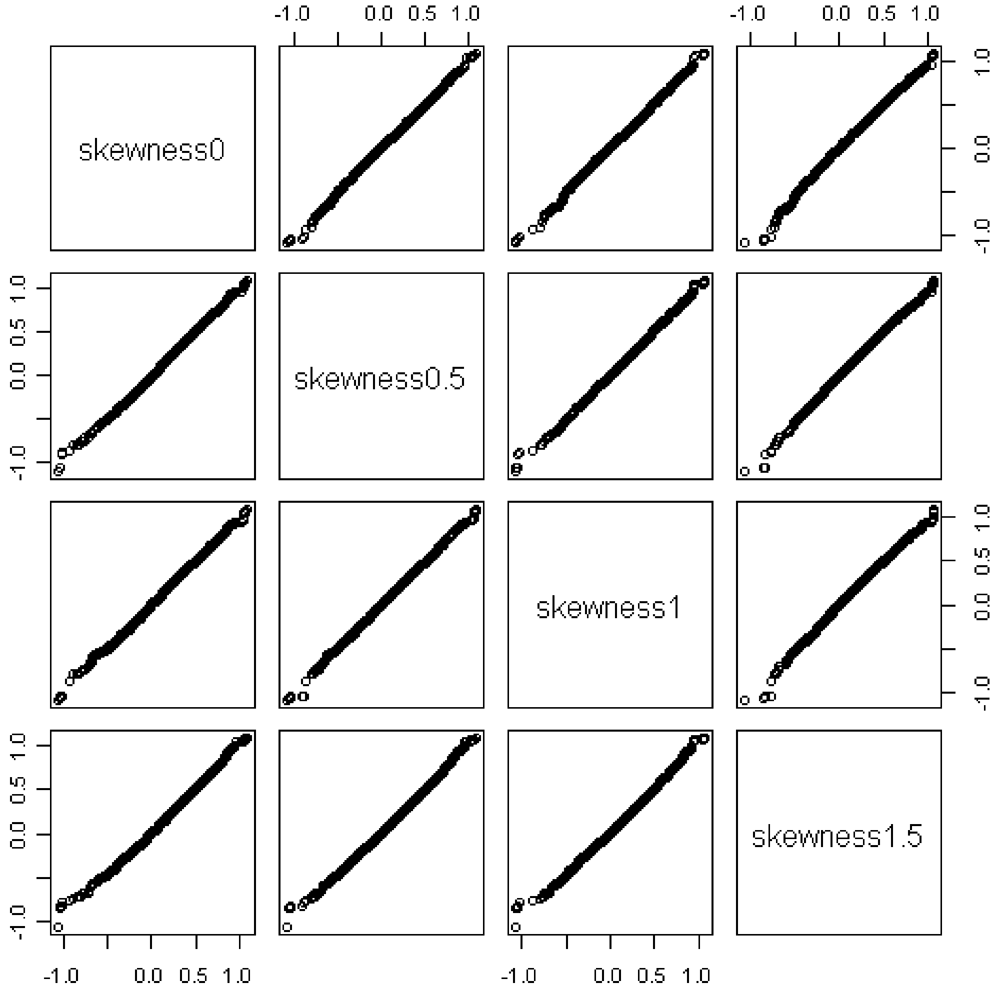
จากภาพที่ 4.12 ดูจากแผนภาพพบว่า ลักษณะการแจกแจงของ $\hat{\theta}_2$ มีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกตัวแบบ MA(2) ที่ทำการทดสอบ โดยแต่ละกรณีมีระดับความเบ้ที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

5. ตัวแบบ ARMA(1,1)

ภาพที่ 4.13 ตัวอย่างการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 ค่า ϕ_1 = 0.8 และ n = 100

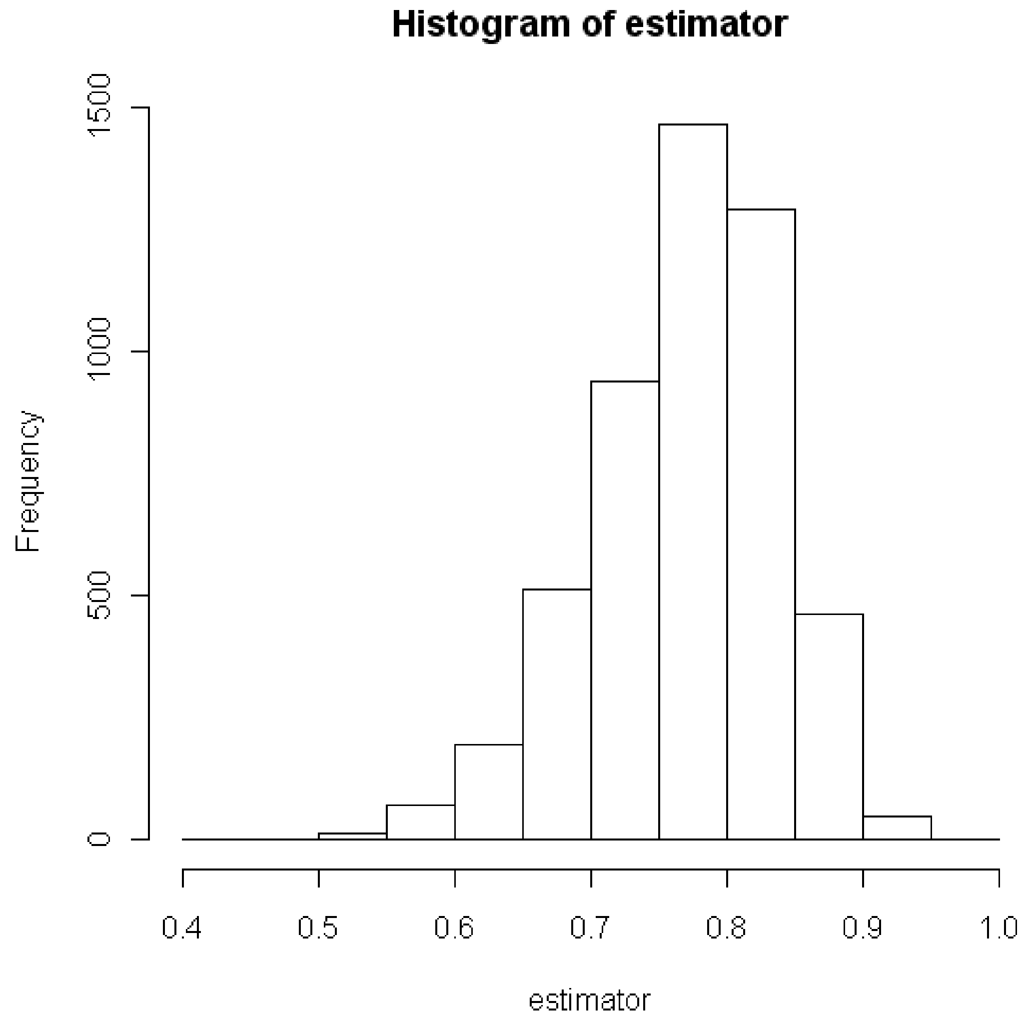


ภาพที่ 4.14 ตัวอย่างการเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ $\sigma_\varepsilon^{\ 2}$ = 25 ค่า θ_1 = 0.2 และ n = 100



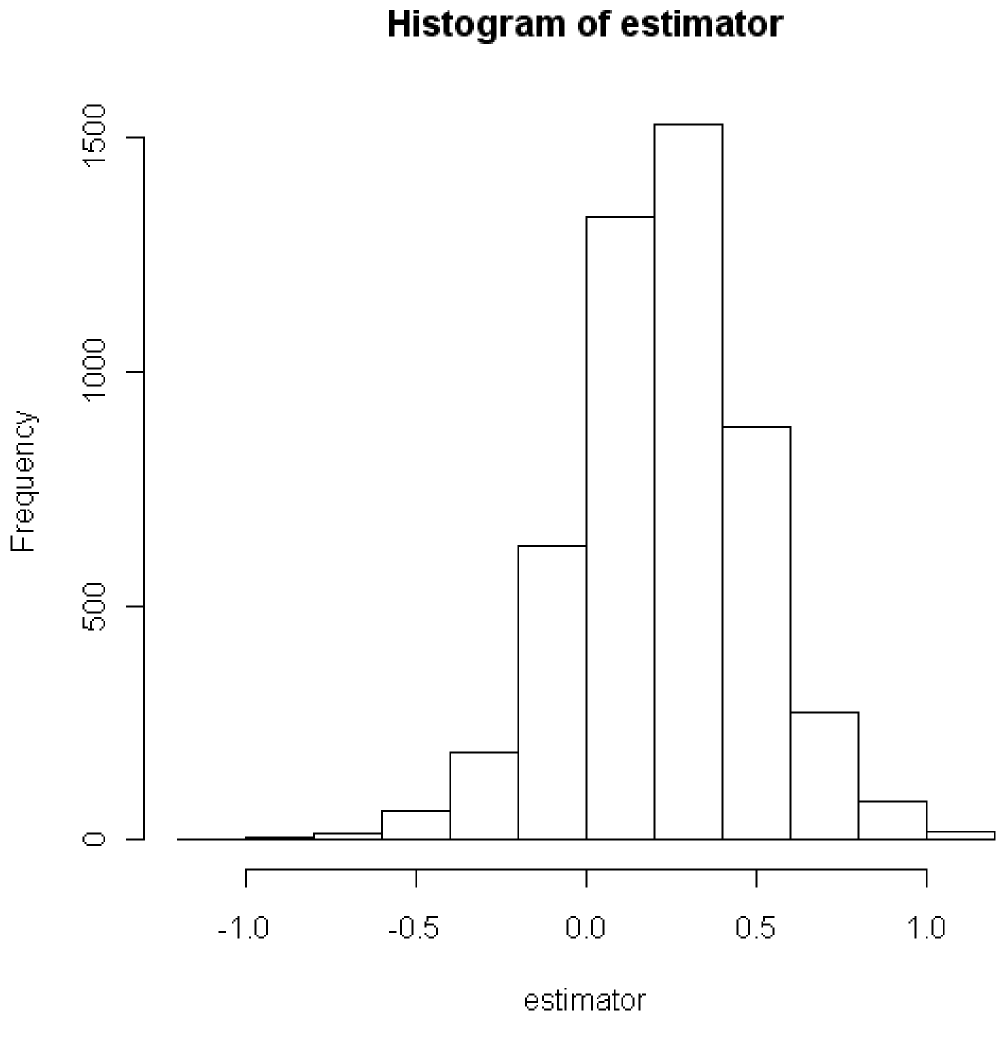
จากภาพที่ 4.13 – 4.14 ดูจากแผนภาพพบว่า รูปกราฟทั้งหมดมีลักษณะเกือบจะเป็นเส้นตรงที่ทอดจากด้านล่างซ้ายไปยังด้านบนขวา ซึ่งมีลักษณะคล้ายกันทั้ง $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในทุกตัวแบบ ARMA(1,1) ซึ่งหมายถึงลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณพารามิเตอร์ทั้ง $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\theta}_1$ ในแต่ละระดับความเบ้ของ ε_t นั้นมีความคล้ายคลึงกัน แต่อาจจะมีความแตกต่างกันเล็กน้อยในส่วนหางทั้งสองข้างของการแจกแจง

ภาพที่ 4.15 ตัวอย่างลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\phi}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 1 ค่า ϕ_1 = 0.8 และ n = 100 โดยมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε_t เท่ากับ 1.5



จากภาพที่ 4.15 ดูจากแผนภาพพบว่า ลักษณะการแจกแจงของ $\hat{\phi}_1$ มีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ทำการทดสอบ โดยแต่ละกรณีมีระดับความเบ้ที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

ภาพที่ 4.16 ตัวอย่างลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณ $\hat{\theta}_1$ ในตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ระดับ σ_{ε}^{2} = 25 ค่า θ_1 = 0.2 และ n = 100 โดยมีสัมประสิทธิ์ความเบ้ของ ε_t เท่ากับ 1.5



จากภาพที่ 4.16 ดูจากแผนภาพพบว่า ลักษณะการแจกแจงของ $\hat{\theta}_1$ มีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกตัวแบบ ARMA(1,1) ที่ทำการทดสอบ โดยแต่ละกรณีมีระดับความเบ้ที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้เพื่อศึกษาหาผลกระทบของความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าสำหรับการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา โดยศึกษาภายใต้ตัวแบบอนุกรมเวลา 5 ตัวแบบ ซึ่งแต่ละแบบมีขนาดตัวอย่าง 3 ระดับ โดยกำหนดให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ 4 ระดับ และมีความแปรปรวน 2 ระดับ สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการแสดงถึงผลกระทบคือ ความแตกต่างและแนวโน้มของค่าเฉลี่ยของค่าความเอนเอียงของตัวประมาณ (Bias) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์(MSE) หรือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์($\overline{MSE}$) ในแต่ละระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อน รวมทั้งเปรียบเทียบถึงลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณในแต่ละกรณีด้วย

วิธีดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ใช้วิธีการจำลองแบบทดลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรม R เพื่อสร้างข้อมูลให้มีลักษณะตามแผนการทดลองที่กำหนด และทำการสรุปค่าจากการทดลอง โดยกำหนดในแต่ละสถานการณ์มีการทำซ้ำจำนวน 5,000 ครั้ง

5.1 สรุปผลการวิจัย

จากการเปรียบเทียบความแตกต่างและแนวโน้มของค่าเฉลี่ยของค่าความเอนเอียงของตัวประมาณ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ รวมทั้งเปรียบเทียบถึงลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณในแต่ละกรณี ได้ข้อสรุปดังนี้

5.1.1 การศึกษาถึงผลกระทบความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่าสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์

ในทุกระดับค่าพารามิเตอร์และตัวแบบอนุกรมเวลาที่ทำการศึกษา AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) และ ARMA(1,1) ที่ขนาดตัวอย่าง 50 และ 100 พบว่าความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบแกมม่าไม่มีแนวโน้มหรือผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา แต่ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 25 ซึ่งมีผลไม่ชัดเจนนัก โดยดูจากค่าเฉลี่ยของค่าความเอนเอียงของตัวประมาณ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ หรือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของสองพารามิเตอร์ มีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยที่แต่ละระดับของความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อน ในทุกตัวแบบอนุกรมเวลา โดยกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีจำนวนน้อย(n=25) ค่าดังกล่าวจะมีความแตกต่างกันเล็กน้อย และจะมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้นหรือเท่ากัน เมื่อขนาดตัวอย่างมีจำนวนมากขึ้น(n=50,100)

เมื่อเปรียบเทียบลักษณะการแจกแจงของตัวประมาณในทุกกรณีที่ทำการศึกษา ทั้งระดับความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน 1 และ 25 ที่แต่ละระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อน โดยเปรียบเทียบโดยใช้แผนภาพ(แผนภาพที่ 4.1 - 4.16) พบว่าการแจกแจงของตัวประมาณในแต่สถานการณ์มีความคล้ายคลึงกันในทุกระดับความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนโดยมีลักษณะการแจกแจงคล้ายรูปประฆังคว่ำ

ซึ่งผลการวิจัยโดยสรุปในภาพรวมแล้วพบว่า ความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนจากการแจกแจงแกมม่านั้นไม่มีผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา

5.1.2 การศึกษาปัจจัยอื่นที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

ปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษาในครั้งนี้คือ ขนาดตัวอย่าง ระดับค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ และความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน สามารถสรุปผลได้ดังนี้

1) ขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่างเป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ในทุกตัวแบบอนุกรมเวลาที่ทำการศึกษา กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า MSE และ $\overline{MSE}$ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลงในทุกตัวแบบ นั่นคือค่า MSE และ $\overline{MSE}$ จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

2) ระดับค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ระดับพารามิเตอร์เป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ซึ่งแตกต่างกันในแต่ละขนาดตัวอย่างและตัวแบบอนุกรมเวลาดังนี้

ตารางที่ 5.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ย MSE หรือ $\overline{MSE}$ กับระดับค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบอนุกรมเวลา โดย $\varepsilon \sim N(0,1)$ ในแต่ละขนาดตัวอย่างและตัวแบบอนุกรมเวลา

	n=25	n=50	n=100
AR(1)	แปรผันตามระดับค่า ϕ_1	แปรผกผันกับระดับค่า ϕ_1	แปรผกผันกับระดับค่า ϕ_1
AR(2)	แปรผันตามระดับค่า ϕ_1, ϕ_2	ไม่มีผลกระทบ	ไม่มีผลกระทบ
MA(1)	แปรผกผันกับระดับค่า θ_1	แปรผกผันกับระดับค่า θ_1	แปรผกผันกับระดับค่า θ_1
MA(2)	แปรผกผันกับระดับค่า θ_1, θ_2	แปรผกผันกับระดับค่า θ_1, θ_2	แปรผกผันกับระดับค่า θ_1, θ_2
ARMA(1,1)	แปรผกผันกับระดับค่า ϕ_1, θ_1	แปรผกผันกับระดับค่า ϕ_1, θ_1	แปรผกผันกับระดับค่า ϕ_1, θ_1

2.1) กรณีขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก(n=25) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบมีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะระดับค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ เมื่อระดับค่าพารามิเตอร์สูงขึ้น ค่า MSE และ $\overline{MSE}$ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลงในตัวแบบ MA(1), MA(2), ARMA(1,1) และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นในตัวแบบ AR(1), AR(2) (ดังตารางที่ 5.1) นั่นคือค่า MSE และ $\overline{MSE}$ จะแปรผกผันกับระดับค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ MA(1), MA(2), ARMA(1,1) และแปรผันตรงกับระดับค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ AR(1), AR(2)

2.2) กรณีขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลางและใหญ่

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดปานกลาง(n=50) และขนาดใหญ่(n=100) ปัจจัยด้านค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบมีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะระดับค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ เมื่อระดับค่าพารามิเตอร์สูงขึ้น ค่า MSE และ $\overline{MSE}$ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลงในตัวแบบ AR(1), MA(1), MA(2) และ ARMA(1,1) นั่นคือค่า MSE และ $\overline{MSE}$ จะแปรผกผันกับระดับค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ MA(1), MA(2), AR(1) และ ARMA(1,1) ดังตารางที่ 5.1

3) ระดับความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน

ระดับความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ในทุกตัวแบบอนุกรมเวลาที่ทำการศึกษา กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะระดับความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนที่เปลี่ยนแปลงไป ค่า MSE และ $\overline{MSE}$ ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ในทุกตัวแบบมีค่าใกล้เคียงกัน

5.2 ข้อเสนอแนะ

สำหรับข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งนี้สามารถแยกได้เป็น 2 ด้าน คือ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

เนื่องจากตัวแบบอนุกรมเวลานั้นมีความนิยมใช้กันมากในด้านธุรกิจ การเงิน และเศรษฐศาสตร์ ซึ่งนำมาใช้ในการวางแผน และพยากรณ์ ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วในตัวแบบต่างๆ มักจะกำหนดให้ค่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลนั้นมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งเป็นการแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตร ซึ่งในความเป็นจริงแล้วค่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลอาจไม่ได้เป็นเช่นนั้น เพราะข้อมูลในบางประเภท อาจจะมีค่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า ซึ่งเป็นการแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ไปทางขวา โดยงานวิจัยชิ้นนี้ได้ศึกษาถึงผลกระทบต่อการประมาณพารามิเตอร์เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมม่า โดยมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่ 0.5, 1 และ 1.5 ซึ่งผลการวิจัยพบว่าความเบ้ของค่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมม่าไม่มีผลกระทบต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในตัวแบบอนุกรมเวลา AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) และ ARMA(1,1) ซึ่งเป็นการเพิ่มขอบเขตในการนำตัวแบบอนุกรมเวลาไปใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น ทั้งทางธุรกิจและด้านการศึกษา

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

1. ควรศึกษาในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลามีผลกระทบจากปัจจัยอื่น เช่น อิทธิพลของฤดูกาล หรือศึกษาในกรณีที่อนุกรมเวลามีรูปแบบอื่น เช่น AR(3), ARMA(1,2) หรือ ARIMA(1,1,1)

2. สำหรับค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแบบอนุกรมเวลา ศึกษาเฉพาะที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า ซึ่งมีระดับสัมประสิทธิ์ความเบ้ที่จำกัดโดยมีค่าไม่มากนัก โดยยังมีการแจกแจงอย่างอื่นที่น่าสนใจ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ทรงศิริ แต้สมบัติ. การพยากรณ์เชิงปริมาณ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์เกษตรศาสตร์, 2549.

ปัทมา อริยะวงศ์. การพยากรณ์มูลค่าการส่งออกกาแฟดิบโดยวิธีอารีมา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาเศรษฐศาสตร์ คณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2550.

มุกดา แม้นมินทร์. อนุกรมเวลาและการพยากรณ์. กรุงเทพมหานคร: โฟร์พริ้นติ้ง, 2549.

วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศล. การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

สมเกียรติ เกตุเอี่ยม. เทคนิคการพยากรณ์. พิมพ์ครั้งที่ 2. สงขลา: ภารกิจเอกสารและตำรา มหาวิทยาลัยทักษิณ, 2548.

ภาษาอังกฤษ

Box, George E.P.,Jenkins, Gwilym M., and Reinsel, Gregory C. Time Series analysis: Forecasting and control. 4th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.

Cryer, Jonathan D., and Chan, Kung-Sik. Time series analysis with applications in R. 2nd ed. New York: Springer, 2008.

Guo, J.H. Robust estimation for the coefficient of a first order autoregressive process. Communications in Statistics-Theory and Methods. 29(2000): 55-66.

Vougas, Dimitrios V. A comparison of LS/ML and GMM estimation in a simple AR(1) model. Communications in Statistics-Simulation and Computation. 29(2000): 239-258.

Wayne A. Fuller. (1996) Introduction to Statistical Time Series. 2nd ed. New Jersey:John Wiley & Sons

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายนพดล แดงจันทร์ เกิดวันที่ 17 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2529 สำเร็จการศึกษาปริญญาเศรษฐศาสตรบัณฑิต (ศ.บ.) สาขาวิชาเศรษฐศาสตร์ คณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ในปีการศึกษา 2550 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต (สต.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2552