บทที่ 4

วิเคราะห์สมบัติของวัสดุ โดยใช้แทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัส

ในการวิเคราะห์สมบัติของวัสดุ โดยใช้แทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสนั้น จะวัดอัตราเร็วของคลื่นตามยาว(V_L) อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี (V_R) และสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลี (α_R) แล้วใช้ค่าที่วัดได้คำนวณหาค่าความหนาแน่น ค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสก้อน และมอดูลัสเฉือนของวัสดุต่อไป

ในการวัดอัตราเร็วของของคลื่นเรย์ลี โดยใช้แทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสนั้น จะต้องใช้วิธีการที่เรียกว่าวิธีดีโฟกัสซิงเทคนิค ดังแสดงในรูปที่ 4.1 เมื่อเลื่อนแทรนสดิวเซอร์เข้าหาวัสดุในแนวดิ่งเป็นระยะ z จะเกิดคลื่นเรย์ลีที่มุม θ_R ตามเส้นทางที่ 2 ซึ่งคลื่นเรย์ลีที่เกิดขึ้นจะเคลื่อนที่บนผิวของวัสดุ แล้วเปลี่ยนเป็นคลื่นตามยาวเคลื่อนที่กลับไปที่แทรนสดิวเซอร์ เนื่องจากการสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลีให้กับของเหลวดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.5.2 ส่วนเส้นทางที่ 1 จะเป็นคลื่นตามยาวที่เคลื่อนที่ในเนื้อวัสดุ โดยจะเกิดพัลส์สะท้อนกลับ 2 พัลส์จากผิวหน้า(front echo) และผิวหลัง (back echo) ของวัสดุ ดังนั้นถ้าเราทราบความหนาของวัสดุ ก็สามารถหาอัตราเร็วของคลื่นตามยาวในวัสดุได้จากสมการ

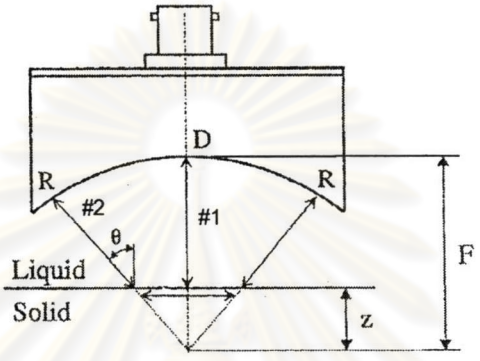
$$V_L = \frac{2d}{t_d} \tag{4.1}$$

เมื่อ d คือ ความหนาของวัสดุ

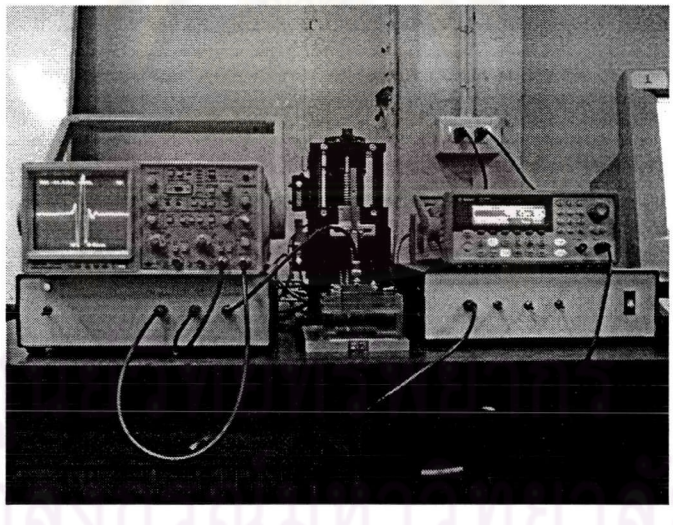
และ t_d คือ ระยะเวลาระหว่างคลื่นสะท้อนกลับจากผิวหน้าและผิวหลังของวัสดุ

เมื่อเลื่อนแทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสเข้าหาวัสดุที่ระยะ z ต่างๆ พัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลี (Rayleigh wave echo) จะเลื่อนออกจากพัลส์สะท้อนกลับจากผิวหน้าของวัสดุ เนื่องจากคลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่บนผิวของวัสดุได้ระยะทางมากขึ้นโดยพิจารณารูปที่ 4.3 เมื่อ z เพิ่มขึ้นพัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลีก็ยิ่งเคลื่อนที่ห่างออกไป ถ้าเราสามารถเก็บข้อมูลระหว่างค่า z และระยะเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิววัสดุ (วัดจากเวลาระหว่างคลื่นสะท้อนกลับที่ผิวหน้ากับคลื่นสะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลี) ได้จำนวนข้อมูลมากๆ ก็จะทำให้สามารถวัดอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีได้ละเอียดมากขึ้น สำหรับวิทยานิพนธ์นี้อุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เลื่อนแทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสนั้นมีความละเอียดอยู่ที่ 0.5 μm ต่อการเลื่อนหนึ่งครั้งโดยใช้มอเตอร์สเตปปิงในการควบคุมการเลื่อน

แทรนสดิวเซอร์ดังแสดงในรูปที่ 4.2 ดังนั้นในระยะ 1 เซนติเมตร สามารถเลื่อนแทรนสดิวเซอร์ได้จำนวน 20,000 ครั้ง หมายความว่าเราสามารถเก็บข้อมูลระหว่างค่า z ระยะเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิววัสดุ ได้จำนวน 20,000 ข้อมูล ต่อระยะทาง 1 เซนติเมตร



รูปที่ 4.1 วิธีดีโฟกัสซิงเทคนิคเพื่อวัดอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี



รูปที่ 4.2 รูปถ่ายอุปกรณ์เลื่อนแทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัส วงจรควบคุมมอเตอร์ และวงจรพัลเซอร์รีซีฟเวอร์

เราสามารถหาอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี โดยหาจากเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวของวัสดุ ซึ่งก็คือความแตกต่างของเวลาที่คลื่นใช้เดินทางระหว่างเส้นทางที่ 1 และเส้นทางที่ 2 ในรูปที่4.1 ดังนี้

$$t = 2\left(\frac{z}{V_W} - \frac{z\sec\theta_R}{V_W} + \frac{z\tan\theta_R}{V_R}\right)$$

เมื่อ V_W คือ อัตราเร็วของเสียงในน้ำ

จากนั้นหาค่าความเปลี่ยนแปลงของ z เทียบกับ t จะได้

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2V_W}{z(1-\cos\theta_R)} \tag{4.2}$$

จากสมการที่ (2.77) แทนค่า $\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{V_W}{V_R}\right)$ ลงในสมการที่ (4.2) จะได้

$$V_R = \left[\frac{1}{V_W\left(\frac{dz}{dt}\right)} - \frac{1}{4\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\right]^{-1/2} \tag{4.3}$$

เมื่อ V_R คือ อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีบนผิวของวัสดุ สามารถหาได้โดยการวาดกราฟระหว่างระยะดีโฟกัสซิง (z) กับเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวของวัสดุแล้วใช้ค่าความชันของกราฟ ($\frac{dz}{dt}$) แทนในสมการ

ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานจะหาได้จาก การลดลงของแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลี ซึ่งเป็นไปตามสมการ [11]

$$A(z) = A_0 \exp\left[-2\alpha_W\left(F - \frac{z}{\cos\theta_R}\right) - 2\alpha_R z\tan\theta_R\right]$$

ดังนั้นสามารถหาค่า α_R ได้เป็น

$$\alpha_R = \frac{\alpha_W}{\sin\theta_R} - \frac{1}{2\tan\theta_R}\frac{d[\ln A(z)]}{dz} \tag{4.4}$$

เมื่อ α_W คือ สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของน้ำมีค่าเท่ากับ 0.797 Np/m [4]

4.1 ขั้นตอนการทดลอง

1 จัดการทดลองตามระบบในรูปที่ 3.23 โดยให้แทรนสดิวเซอร์อยู่ที่ระยะโฟกัสจากผิวหน้าของวัสดุก่อน

2 เก็บข้อมูลที่วัดได้โดยใช้ซอฟแวร์ MATLAB ที่เขียนโปรแกรมขึ้นเองในการดึงข้อมูลจากออสซิลโลสโคปผ่านพอร์ท RS232C ไปเก็บที่คอมพิวเตอร์

3 เลื่อนแทรนสดิวเซอร์เข้าหาวัสดุที่ระยะ z ต่างๆ แล้วเก็บข้อมูลที่วัดได้ของแต่ละระยะ z

4 คำนวณหาค่า V_L โดยใช้ค่าความหนาของวัสดุตามตารางที่ 4.1 และวัดค่าเวลาที่คลื่นเสียงใช้เดินทางในเนื้อวัสดุ แล้วแทนลงสมการที่ (4.1)

5 วาดกราฟระหว่างระยะ z และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวของวัสดุ จากนั้นหาค่าความชันของกราฟแล้วแทนลงในสมการที่ (4.3) จะได้ค่า V_R

6 แทนค่า V_R ลงในสมการที่ (2.77) จะได้ค่า θ_R

7 วาดกราฟระหว่างค่าลอการิทึมของแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลี ($\ln(A)$) กับระยะ z จากนั้นหาค่าความชันของกราฟแล้วแทนลงในสมการที่ (4.4) จะได้ค่า α_R

8 หาค่า V_T และ ρ โดยให้ค่าจริง (real) และค่าจินตภาพ (imaginary) ของสมการที่ (2.61) เท่ากับศูนย์ ได้แสดงตัวอย่างของการคำนวณหาค่า V_T และ ρ ของกระจกโซดาไลม์ไว้ในภาคผนวก ค

9 หาค่า μ โดยใช้สมการที่ (2.37) จากนั้นแทนลงในสมการที่ (2.34) จะได้ค่า λ

10 แทนค่า μ และ λ ลงในสมการที่ (2.17) (2.19) และ (2.20) จะได้ค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสก้อน และค่ามอดูลัสเฉือนตามลำดับ

11 ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 1 แต่เปลี่ยนชนิดของวัสดุ

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าความหนาของวัสดุ 5 ชนิดที่ใช้ในการทดสอบ

วัสดุ	ความหนา (มิลลิเมตร)
กระจกโซดาไลม์	5.84
อลูมินา	8.72
อลูมิเนียม	9.77
เหล็ก	14.14
สเตนเลสสตีล	19.16

4.2 ผลการทดลอง

ได้ทำการวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของวัสดุ 5 ชนิดได้แก่ กระจกโซดาไลม์ อลูมินา อลูมิเนียม เหล็กและสเตนเลสสตีล

4.2.1 การหาค่ามอดูลัสและความหนาแน่นของกระจกโซดาไลม์

จากรูปที่ 4.3 เป็นผลการวัดอัตราเร็วของกระจกโซดาไลม์ โดยทำการเลื่อนแทรนสดิวเซอร์ครั้งละ 0.2 มิลลิเมตร ตั้งแต่ระยะ z = 0 ถึง z = 6 มิลลิเมตร หาค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาวจากช่วงเวลาระหว่างพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหน้ากับพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลัง และใช้ค่าความหนาของกระจกโซดาไลม์จากตารางที่ 4.1 แล้วแทนลงในสมการที่ (4.1) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาวดังนี้

$$V_L = \frac{2.00 \times 5.84\, mm}{1.97 \mu s} = 5.93 \times 10^3\, m/s$$

จากนั้นนำค่าเวลาที่พัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลีใช้ในการเดินทางที่ระยะ z ต่างๆ มาเขียนกราฟโดยให้ค่า z เป็นแกนตั้งและเวลาเป็นแกนนอนได้ผลดังกราฟที่แสดงในรูปที่ 4.4 นำค่าความชันที่ได้จากกราฟแทนลงในสมการที่ (4.3)จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$V_R = \left[\frac{1}{(1.50 \times 10^3)(6.16 \times 10^3)} - \frac{1}{4(6.16 \times 10^3)^2} \right]^{-1/2} = 3.14 \times 10^3\, m/s$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า V_R ลงในสมการที่ (2.77) จะได้ค่า θ_R ดังนี้

$$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{1.50 \times 10^3}{3.14 \times 10^3} \right) = 28.5°$$

จากรูปที่ 4.5 เป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีกับระยะ z ที่ได้จากการการทดลอง นำค่าแอมปลิจูดจากกราฟมาหาค่าลอการิทึม แล้วนำไปเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าลอการิทึมของแอมปลิจูดกับค่า z ดังแสดงในรูปที่ 4.6 โดยที่จำนวนของข้อมูลในกราฟรูปที่ 4.5 และ 4.6 ได้จากการเลือกข้อมูลเพื่อให้ได้ลักษณะของกราฟในรูปที่ 4.6 เป็นเส้นตรงตามสมการที่ (4.4) จากนั้นนำค่าความชันของกราฟและค่า θ_R แล้วแทนลงในสมการที่ (4.4) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$\alpha_R = \frac{0.797}{\sin 28.5} - \left(\frac{-4.45 \times 10^2}{2 \tan 28.5} \right) = 4.11 \times 10^2 \ \ Np/m$$

แทนค่า V_R V_L และ α_R ลงในสมการที่ (2.61) และหาคำตอบของสมการโดยใช้โปรแกรม mathermatica เพื่อคำนวณหาค่า V_T และ ρ ดังแสดงในภาคผนวก ค. ได้ค่า $V_T = 3.39 \times 10^3 m/s$ และ $\rho = 2.38 \times 10^3 kg/m^3$ จากนั้นแทนค่า V_L V_T และ ρ ลงในสมการที่ (2.34) และ (2.37) เพื่อหาค่าคงที่ของลาเม่ λ และ μ ได้ผลดังนี้

$$\mu = \rho V_T^2 = (2.38 \times 10^3)(3.39 \times 10^3)^2 = 2.74 \times 10^{10} \ Pa$$

$$\lambda = \rho(V_L^2 - 2V_T^2) = (2.38 \times 10^3)[(5.93 \times 10^3)^2 - 2(3.39 \times 10^3)^2] = 2.90 \times 10^{10} \ Pa$$

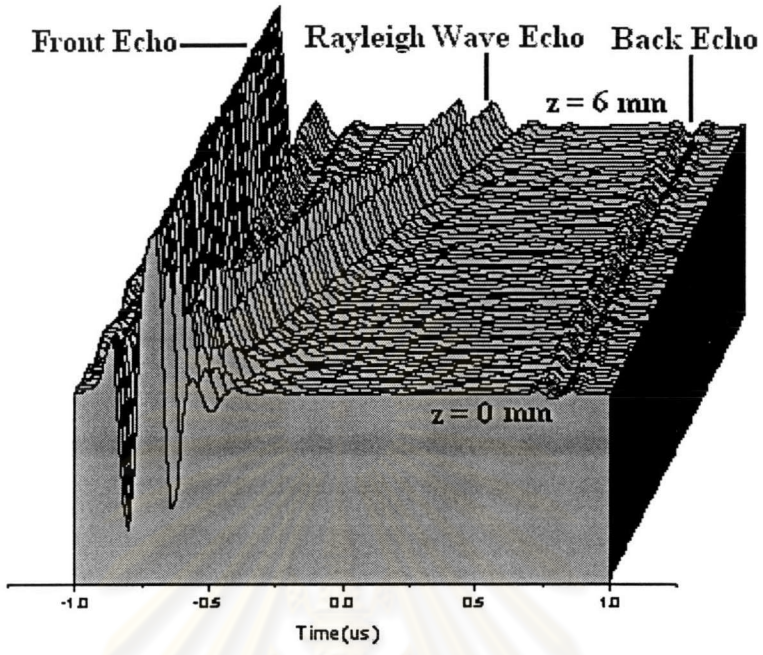
เมื่อแทนค่า λ และ μ ลงในสมการที่ (2.17) (2.19) และ (2.20) เพื่อหาค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสก้อนและมอดูลัสเฉือนตามลำดับได้ผลดังนี้

$$E = \frac{(2.74)[3(2.90) + 2(2.74)]}{2.90 + 2.74} \times 10^{10} \ Pa = 6.89 \times 10^{10} \ Pa$$

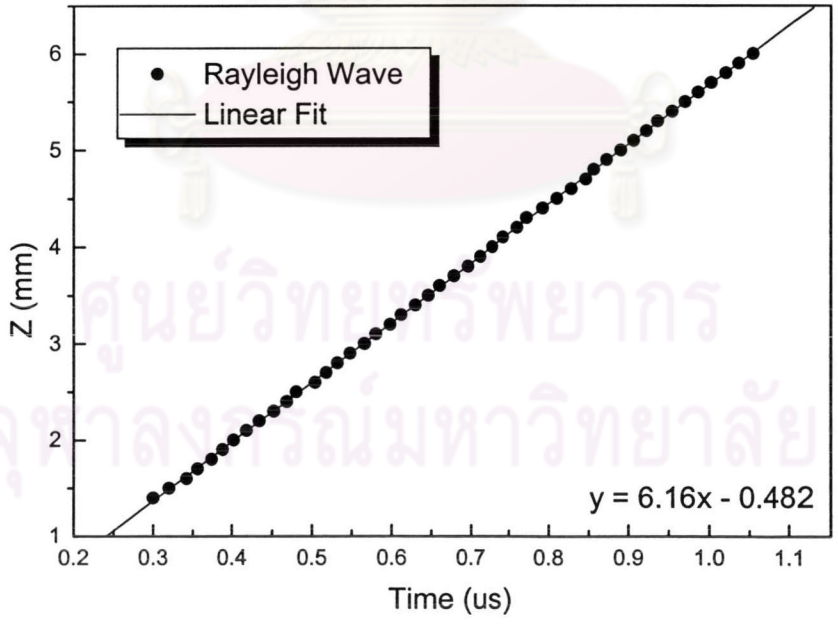
$$K = [2.90 + \frac{2}{3}(2.74)] \times 10^{10} = 4.73 \times 10^{10} \ Pa$$

$$G = \mu = 2.74 \times 10^{10} \ Pa$$

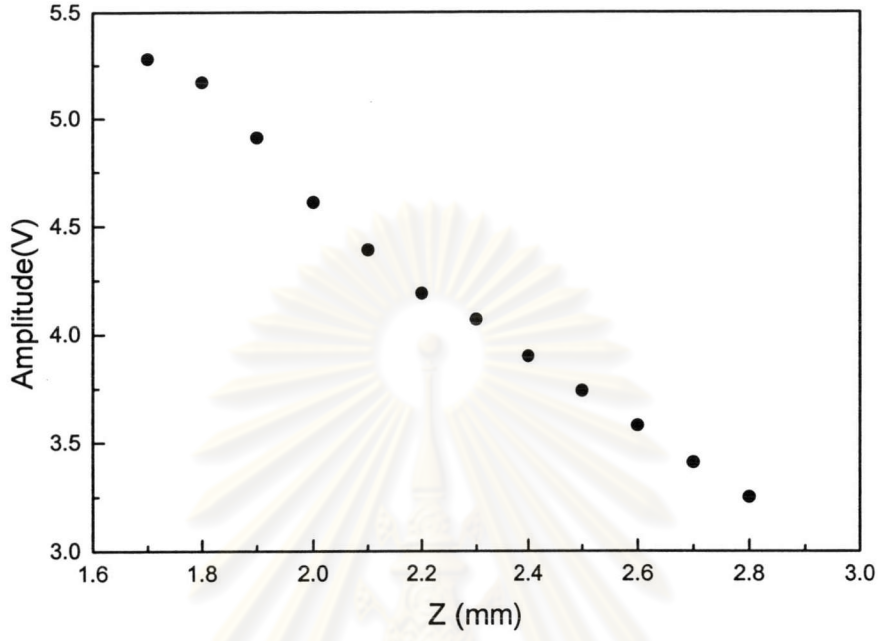
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



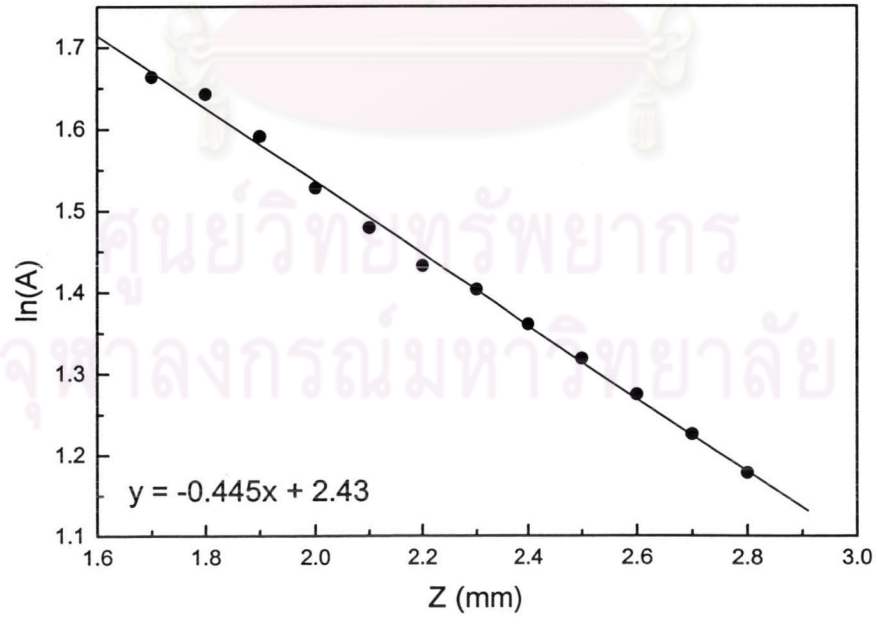
รูปที่ 4.3 พัลส์สะท้อนกลับจากกระจกโซดาไลม์ที่ระยะ z ตั้งแต่ 0 ถึง 6 มม



รูปที่ 4.4 กราฟระหว่างค่า z และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวกระจกโซดาไลม์ (วัดเวลาจากจุดยอดของพัลส์ของคลื่นเรย์ลีในรูปที่4.3)



รูปที่ 4.5 แอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีที่เดินทางบนผิวกระจกโซดาไลม์ที่ระยะ z ต่างๆ



รูปที่ 4.6 กราฟระหว่างค่า ln ของแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีในรูปที่ 4.5

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2.2 การหาค่ามอดูลัสและความหนาแน่นของอลูมินา

จากรูปที่ 4.7 เป็นผลการวัดอัตราเร็วของอลูมินาโดยทำการเลื่อนแทรนสดิวเซอร์ครั้งละ 0.1 มิลลิเมตร ตั้งแต่ระยะ z = 0 ถึง z = 15 มิลลิเมตร หาค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาวจากช่วงเวลาระหว่างพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหน้ากับพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลัง และใช้ค่าความหนาของอลูมินาจากตารางที่ 4.1 แล้วแทนลงในสมการที่ (4.1) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาวดังนี้

$$V_L = \frac{2.00 \times 8.72\, mm}{1.55 \mu s} = 11.3 \times 10^3\, m/s$$

จากนั้นนำค่าเวลาที่พัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลีใช้ในการเดินทางที่ระยะ z ต่างๆ มาเขียนกราฟโดยให้ค่า z เป็นแกนตั้งและเวลาเป็นแกนนอนได้ผลดังกราฟที่แสดงในรูปที่ 4.8 นำค่าความชันที่ได้จากกราฟแทนลงในสมการที่ (4.3) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$V_R = \left[\frac{1}{(1.50 \times 10^3)(20.7 \times 10^3)} - \frac{1}{4(20.7 \times 10^3)^2} \right]^{-1/2} = 5.62 \times 10^3\, m/s$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า V_R ลงในสมการที่ (2.77) จะได้ค่า θ_R ดังนี้

$$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{1.50 \times 10^3}{5.62 \times 10^3} \right) = 15.5°$$

จากรูปที่ 4.9 เป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีกับระยะ z ที่ได้จากการการทดลอง นำค่าแอมปลิจูดจากกราฟมาหาค่าลอการิทึม แล้วนำไปเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าลอการิทึมของแอมปลิจูดกับค่า z ดังแสดงในรูปที่ 4.10 โดยที่จำนวนของข้อมูลในกราฟรูปที่ 4.9 และ 4.10 ได้จากการเลือกข้อมูลเพื่อให้ได้ลักษณะของกราฟในรูปที่ 4.10 เป็นเส้นตรงตามสมการที่ (4.4) จากนั้นนำค่าความชันของกราฟและค่า θ_R แล้วแทนลงในสมการที่ (4.4) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$\alpha_R = \frac{0.797}{\sin 15.5} - \left(\frac{-39.3}{2 \tan 15.5} \right) = 73.8\ Np/m$$

แทนค่า V_R V_L และ α_R ลงในสมการที่ (2.61) และหาคำตอบของสมการโดยใช้โปรแกรม mathermatica เพื่อคำนวณหาค่า V_T และ ρ ดังแสดงในภาคผนวก ค ได้ค่า $V_T = 6.06 \times 10^3\, m/s$

และ $\rho = 3.52\times10^{3}\,kg/m^{3}$ จากนั้นแทนค่า V_L V_T และ ρ ลงในสมการที่ (2.34) และ (2.37) เพื่อหาค่าคงที่ของลาเม่ λ และ μ ได้ผลดังนี้

$$\mu = \rho V_T^2 = (3.52\times10^{3})(6.06\times10^{3})^2 = 12.9\times10^{10}\ Pa$$

$$\lambda = \rho(V_L^2 - 2V_T^2) = (3.52\times10^{3})[(11.3\times10^{3})^2 - 2(6.06\times10^{3})^2] = 19.1\times10^{10}\,Pa$$

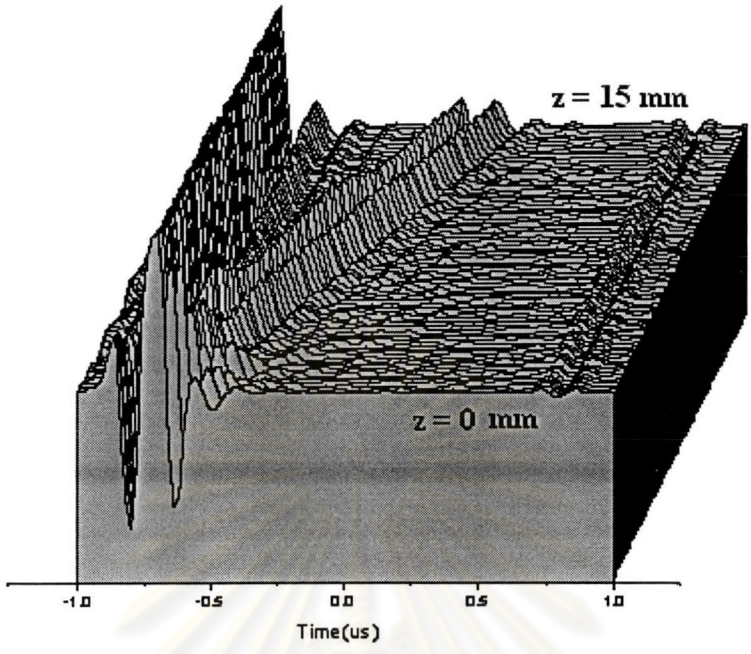
เมื่อแทนค่า λ และ μ ลงในสมการที่ (2.17) (2.19) และ (2.20) เพื่อหาค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสก้อนและมอดูลัสเฉือนตามลำดับได้ผลดังนี้

$$E = \frac{(1.29)[3(1.91)+2(1.29)]}{1.91+1.29}\times10^{11}\,Pa = 33.5\times10^{10}\,Pa$$

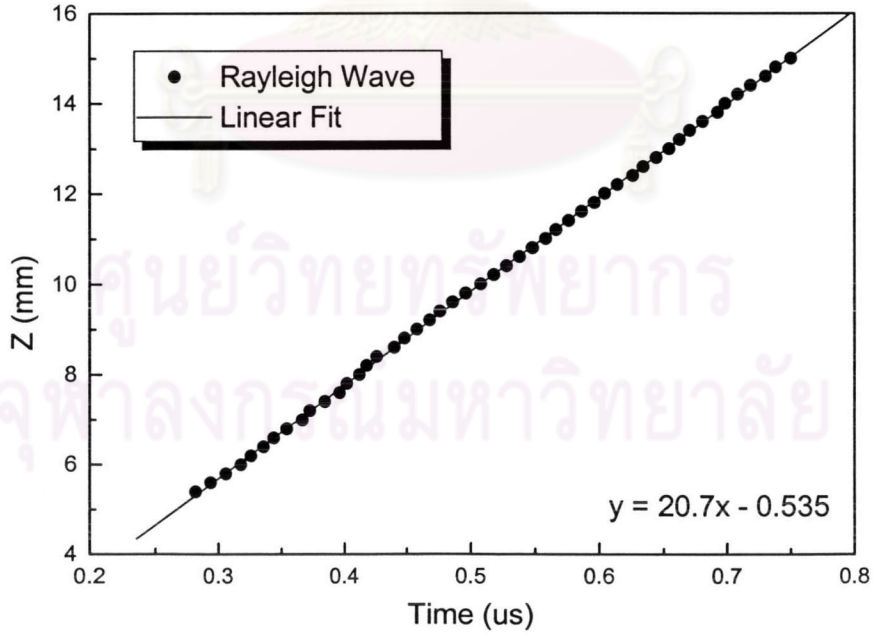
$$K = [1.91+\frac{2}{3}(1.29)]\times10^{11} = 27.7\times10^{10}\,Pa$$

$$G = \mu = 12.9\times10^{10}\,Pa$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

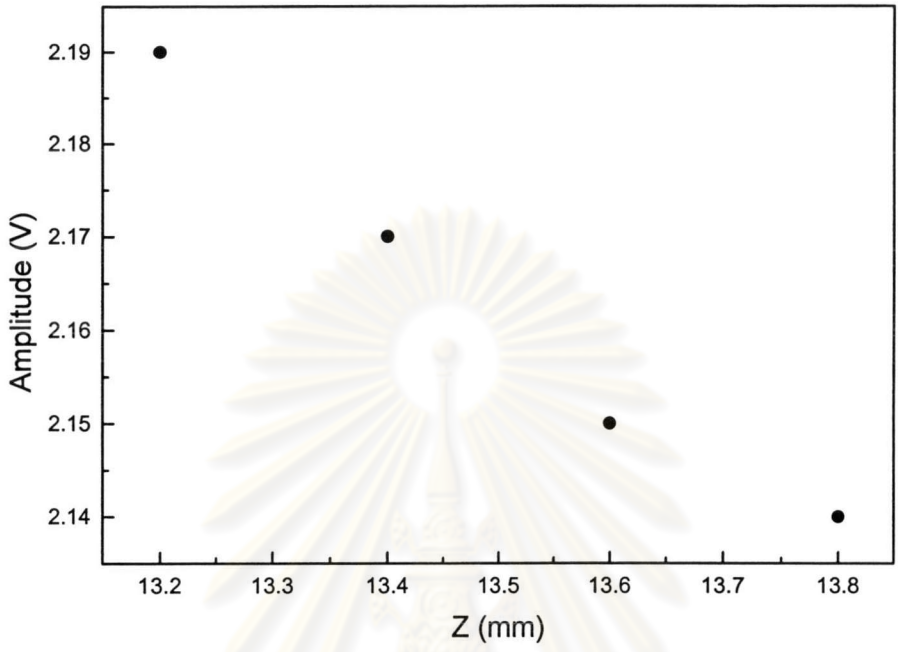


รูปที่ 4.7 พัลส์สะท้อนกลับจากอลูมินาที่ระยะ z ตั้งแต่ 0 ถึง 15 มม

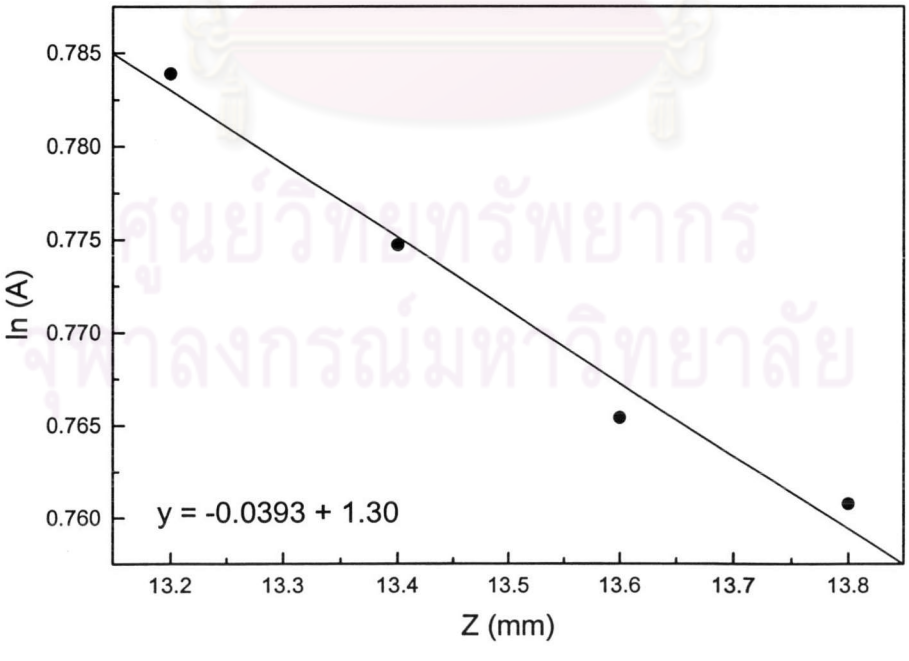


รูปที่ 4.8 กราฟระหว่างค่า z และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวอลูมินา (วัดเวลาจากจุดยอดของพัลส์ของคลื่นเรย์ลีในรูปที่4.7)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.9 แอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีที่เดินทางบนผิวอลูมินาที่ระยะ z ต่างๆ



รูปที่ 4.10 กราฟระหว่างค่า ln ของแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีในรูปที่ 4.9

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2.3 การหาค่ามอดูลัสและความหนาแน่นของอลูมิเนียม

จากรูปที่ 4.12 เป็นผลการวัดอัตราเร็วของอลูมิเนียม โดยทำการเลื่อนแทรนสดิวเซอร์ครั้งละ 0.2 มิลลิเมตร ตั้งแต่ระยะ z = 0 ถึง z = 5.8 มิลลิเมตร จะเห็นว่าจากรูปไม่เห็นส่วนของพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลัง เนื่องจากต้องการความละเอียดในการแสดงพัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลี ทำให้ช่วงเวลาในกราฟไม่พอที่จะแสดงส่วนของพัลส์สะท้อนกลับ เพราะว่าอลูมิเนียมที่ใช้ทดสอบมีความหนามาก ดังนั้นจึงได้ใช้รูปที่ 4.23(ก) ที่มีช่วงเวลาของกราฟกว้างกว่าเพื่อแสดงพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลังเพื่อหาค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาว โดยการแทนค่าเวลาระหว่างพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหน้ากับพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลังจากรูปที่ 4.23(ก) และค่าความหนาของอลูมิเนียม จากตารางที่ 4.1 ลงในสมการที่ (4.1) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาวดังนี้

$$V_L = \frac{2.00 \times 9.77\ mm}{3.02\ \mu s} = 6.47 \times 10^3\ m/s$$

จากนั้นนำค่าเวลาที่พัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลีใช้ในการเดินทางที่ระยะ z ต่างๆ มาเขียนกราฟ โดยให้ค่า z เป็นแกนตั้งและเวลาเป็นแกนนอนได้ผลดังกราฟที่แสดงในรูปที่ 4.12 นำค่าความชันที่ได้จากกราฟแทนลงในสมการที่ (4.3) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$V_R = \left[\frac{1}{(1.50 \times 10^3)(5.08 \times 10^3)} - \frac{1}{4(5.08 \times 10^3)^2} \right]^{-1/2} = 2.87 \times 10^3\ m/s$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า V_R ลงในสมการที่ (2.77) จะได้ค่า θ_R ดังนี้

$$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{1.50 \times 10^3}{2.87 \times 10^3} \right) = 31.5°$$

จากรูปที่ 4.13 เป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีกับระยะ z ที่ได้จากการการทดลอง นำค่าแอมปลิจูดจากกราฟมาหาค่าลอการิทึม แล้วนำไปเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าลอการิทึมของแอมปลิจูดกับค่า z ดังแสดงในรูปที่ 4.14 โดยที่จำนวนของข้อมูลในกราฟรูปที่ 4.13 และ 4.14 ได้จากการเลือกข้อมูลเพื่อให้ได้ลักษณะของกราฟในรูปที่ 4.14 เป็นเส้นตรงตามสมการที่ (4.4) จากนั้นนำค่าความชันของกราฟและค่า θ_R แล้วแทนลงในสมการที่ (4.4) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลีดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\alpha_R = \frac{0.797}{\sin 31.5} - \left(\frac{-4.84 \times 10^2}{2 \tan 31.5} \right) = 3.96 \times 10^2 \ \ Np/m$$

แทนค่า V_R V_L และ α_R ลงในสมการที่ (2.61) และหาคำตอบของสมการโดยใช้โปรแกรม mathermatica เพื่อคำนวณหาค่า V_T และ ρ ดังแสดงในภาคผนวก ค. ได้ค่า $V_T = 3.05 \times 10^3 m/s$ และ $\rho = 2.58 \times 10^3 kg/m^3$ จากนั้นแทนค่า V_L V_T และ ρ ลงในสมการที่ (2.34) และ (2.37) เพื่อหาค่าคงที่ของลาเม่ λ และ μ ได้ผลดังนี้

$$\mu = \rho V_T^2 = (2.58 \times 10^3)(3.05 \times 10^3)^2 = 2.40 \times 10^{10} \ Pa$$

$$\lambda = \rho(V_L^2 - 2V_T^2) = (2.58 \times 10^3)[(6.47 \times 10^3)^2 - 2(3.05 \times 10^3)^2] = 6.00 \times 10^{10} \ Pa$$

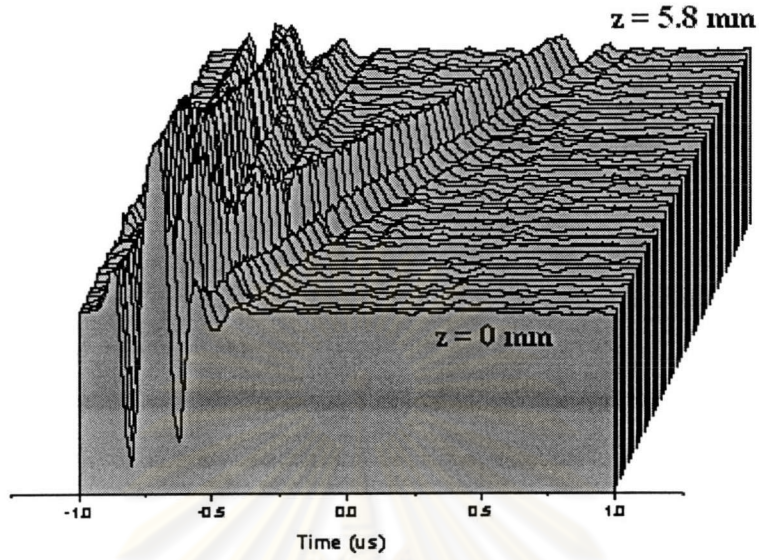
เมื่อแทนค่า λ และ μ ลงในสมการที่ (2.17) (2.19) และ (2.20) เพื่อหาค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสก้อนและมอดูลัสเฉือนตามลำดับได้ผลดังนี้

$$E = \frac{(2.40)[3(6.00) + 2(2.40)]}{6.00 + 2.40} \times 10^{10} \ Pa = 6.51 \times 10^{10} \ Pa$$

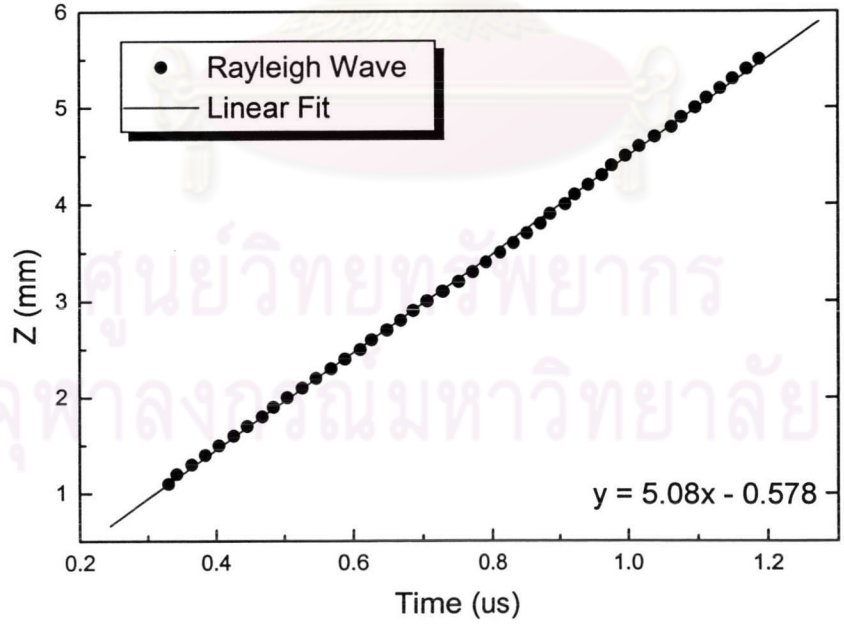
$$K = 6.00 + \frac{2}{3}(2.40)] \times 10^{10} = 7.60 \times 10^{10} \ Pa$$

$$G = \mu = 2.40 \times 10^{10} \ Pa$$

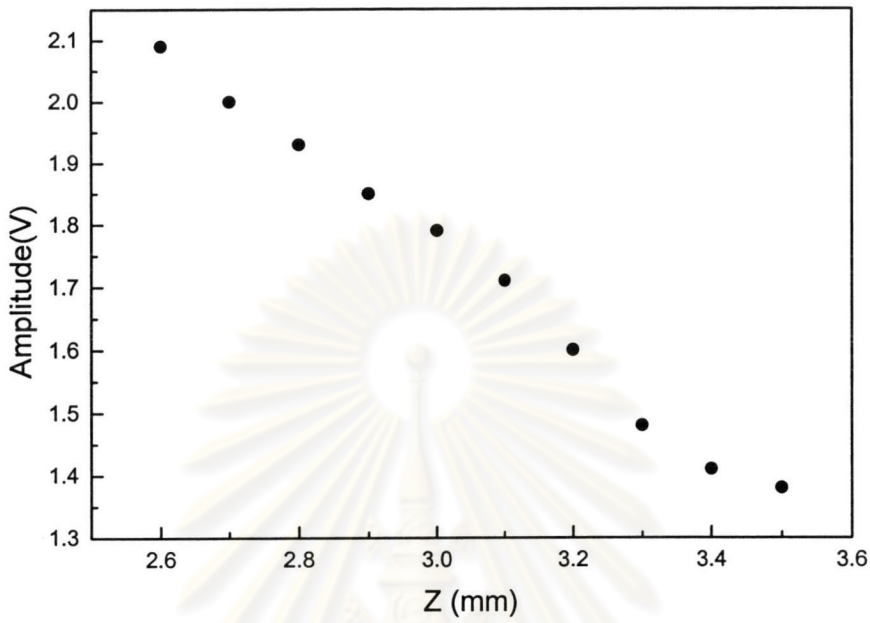
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



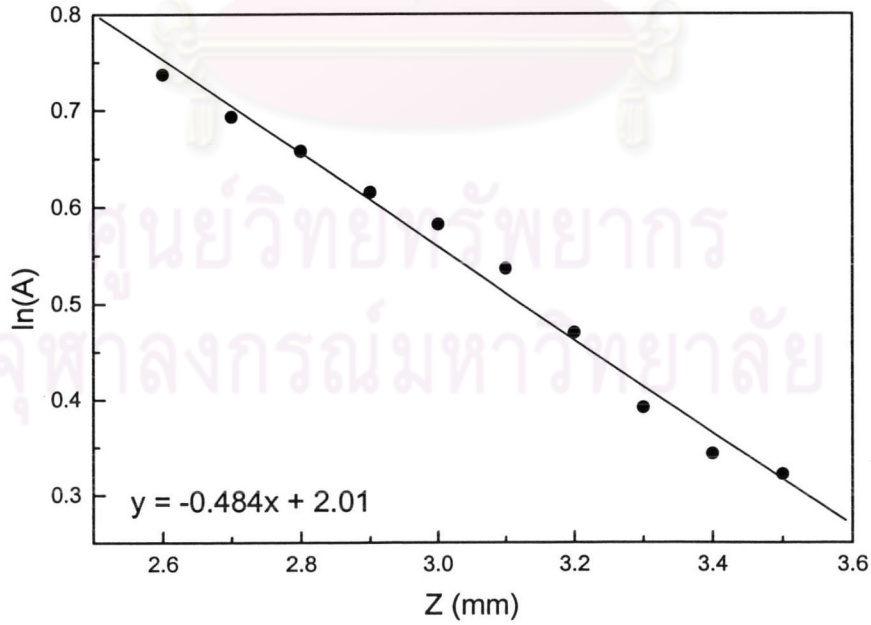
รูปที่ 4.11 พัลส์สะท้อนกลับจากอลูมิเนียมที่ระยะ z ตั้งแต่ 0 ถึง 5.8 มม



รูปที่ 4.12 กราฟระหว่างค่า z และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวอลูมิเนียม (วัดเวลาจากจุดยอดของพัลส์ของคลื่นเรย์ลีในรูปที่4.11)



รูปที่ 4.13 แอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีที่เดินทางบนผิวอลูมิเนียมที่ระยะ z ต่างๆ



รูปที่ 4.14 กราฟระหว่างค่า ln ของแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีในรูปที่ 4.13

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2.4 การหาค่ามอดูลัสและความหนาแน่นของเหล็ก

จากรูปที่ 4.15 เป็นผลการวัดอัตราเร็วของเหล็ก โดยทำการเลื่อนแทรนสดิวเซอร์ครั้งละ 0.2 มิลลิเมตร ตั้งแต่ระยะ z = 0 ถึง z = 5.5 มิลลิเมตร จะเห็นว่าจากรูปไม่เห็นส่วนของพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลัง เนื่องจากต้องการความละเอียดในการแสดงพัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลี ทำให้ช่วงเวลาในกราฟไม่พอที่จะแสดงส่วนของพัลส์สะท้อนกลับ เพราะว่าอลูมิเนียมที่ใช้ทดสอบมีความหนามาก ดังนั้นจึงได้ใช้รูปที่ 4.23(ข) ที่มีช่วงเวลาของกราฟกว้างกว่าเพื่อแสดงพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลังเพื่อหาค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาว โดยการแทนค่าเวลาระหว่างพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหน้ากับพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลังจากรูปที่ 4.23(ข) และค่าความหนาของเหล็ก จากตารางที่ 4.1 ลงในสมการที่ (4.1) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาวดังนี้

$$V_L = \frac{2.00 \times 14.1\, mm}{4.72\, \mu s} = 5.97 \times 10^3\, m/s$$

จากนั้นนำค่าเวลาที่พัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลีใช้ในการเดินทางที่ระยะ z ต่างๆ มาเขียนกราฟ โดยให้ค่า z เป็นแกนตั้งและเวลาเป็นแกนนอน ได้ผลดังกราฟที่แสดงในรูปที่ 4.16 นำค่าความชันที่ได้จากกราฟแทนลงในสมการที่ (4.3) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$V_R = \left[\frac{1}{(1.50 \times 10^3)(5.19 \times 10^3)} - \frac{1}{4(5.19 \times 10^3)^2} \right]^{-1/2} = 2.90 \times 10^3\, m/s$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า V_R ลงในสมการที่ (2.77) จะได้ค่า θ_R ดังนี้

$$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{1.50 \times 10^3}{2.90 \times 10^3} \right) = 31.1^\circ$$

จากรูปที่ 4.17 เป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีกับระยะ z ที่ได้จากการการทดลอง นำค่าแอมปลิจูดจากกราฟมาหาค่าลอการิทึม แล้วนำไปเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าลอการิทึมของแอมปลิจูดกับค่า z ดังแสดงในรูปที่ 4.18 โดยที่จำนวนของข้อมูลในกราฟรูปที่ 4.17 และ 4.18 ได้จากการเลือกข้อมูลเพื่อให้ได้ลักษณะของกราฟในรูปที่ 4.18 เป็นเส้นตรงตามสมการที่ (4.4) จากนั้นนำค่าความชันของกราฟและค่า θ_R แล้วแทนลงในสมการที่ (4.4) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$\alpha_R = \frac{0.797}{\sin 31.1} - \left(\frac{-1.76 \times 10^2}{2 \tan 31.1} \right) = 1.47 \times 10^2 \ \ Np/m$$

แทนค่า V_R V_L และ α_R ลงในสมการที่ (2.61) และหาคำตอบของสมการโดยใช้โปรแกรม mathermatica เพื่อคำนวณหาค่า V_T และ ρ ดังแสดงในภาคผนวก ค. ได้ค่า $V_T = 3.12 \times 10^3 m/s$ และ $\rho = 7.31 \times 10^3 kg/m^3$ จากนั้นแทนค่า V_L V_T และ ρ ลงในสมการที่ (2.34) และ (2.37) เพื่อหาค่าคงที่ของลาเม่ λ และ μ ได้ผลดังนี้

$$\mu = \rho V_T^2 = (7.31 \times 10^3)(3.12 \times 10^3)^2 = 7.12 \times 10^{10} \ Pa$$

$$\lambda = \rho(V_L^2 - 2V_T^2) = (7.31 \times 10^3)[(5.97 \times 10^3)^2 - 2(3.12 \times 10^3)^2] = 11.8 \times 10^{10} Pa$$

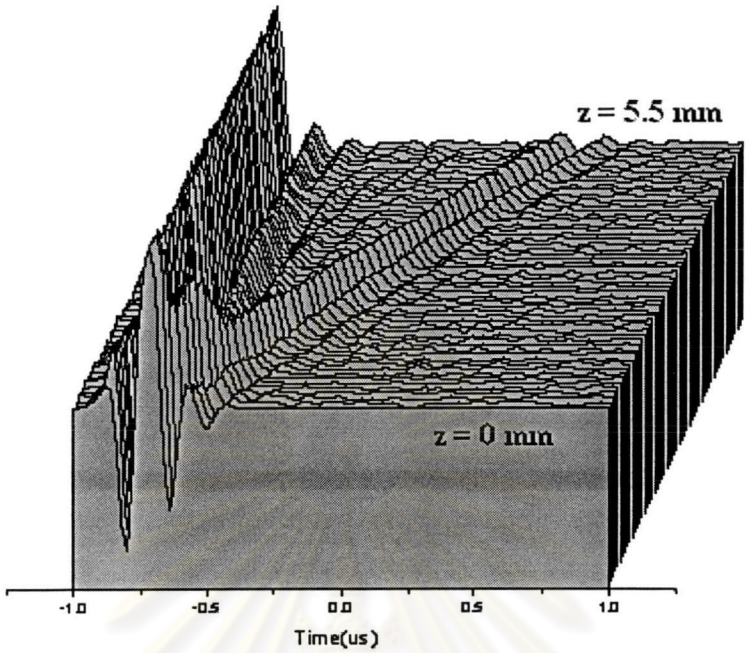
เมื่อแทนค่า λ และ μ ลงในสมการที่ (2.17) (2.19) และ (2.20) เพื่อหาค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสก้อนและมอดูลัสเฉือนตามลำดับได้ผลดังนี้

$$E = \frac{(7.12)[3(11.8) + 2(7.12)]}{11.8 + 7.12} \times 10^{10} Pa = 18.7 \times 10^{10} Pa$$

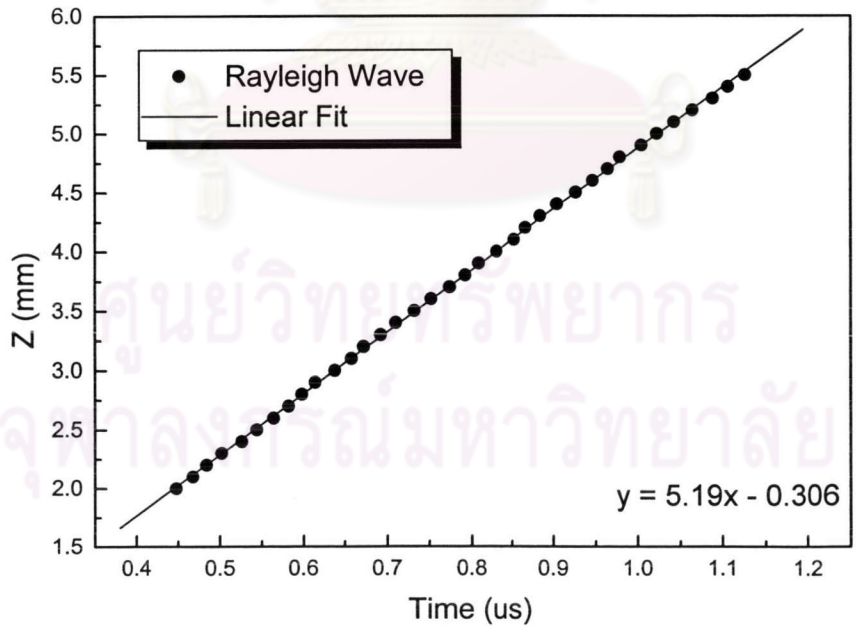
$$K = [11.8 + \frac{2}{3}(7.12)] \times 10^{10} = 16.5 \times 10^{10} \ Pa$$

$$G = \mu = 7.12 \times 10^{10} Pa$$

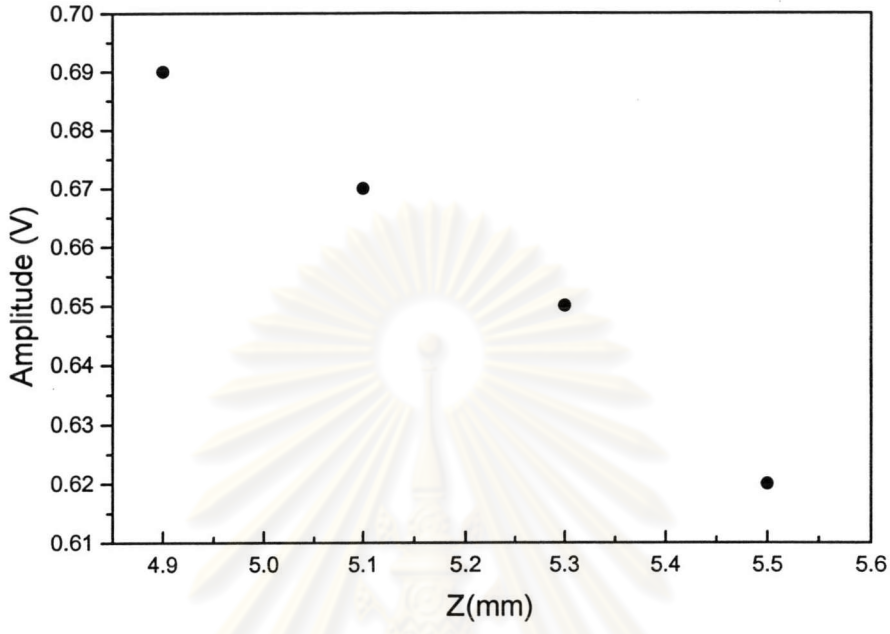
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



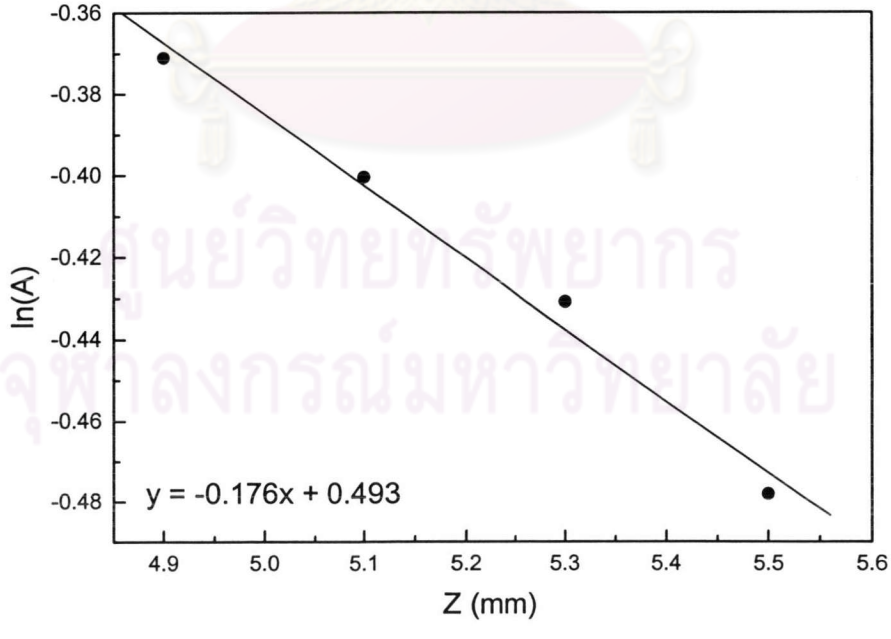
รูปที่ 4.15 พัลส์สะท้อนกลับจากเหล็กที่ระยะ z ตั้งแต่ 0 ถึง 5.5 มม



รูปที่ 4.16 กราฟระหว่างค่า z และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวเหล็ก (วัดเวลาจากจุดยอดของพัลส์ของคลื่นเรย์ลีในรูปที่4.15)



รูปที่ 4.17 แอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีที่เดินทางบนผิวเหล็กที่ระยะ z ต่างๆ



รูปที่ 4.18 กราฟระหว่างค่า ln ของแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีในรูปที่ 4.17

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2.5 การหาค่ามอดูลัสและความหนาแน่นของสเตนเลสสตีล

จากรูปที่ 4.19 เป็นผลการวัดอัตราเร็วของสเตนเลสสตีล โดยทำการเลื่อนแทรนสดิวเซอร์ครั้งละ 0.2 มิลลิเมตร ตั้งแต่ระยะ z = 0 ถึง z = 5.0 มิลลิเมตร จะเห็นว่าจากรูปไม่เห็นส่วนของพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลัง เนื่องจากต้องการความละเอียดในการแสดงพัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลี ทำให้ช่วงเวลาในกราฟไม่พอที่จะแสดงส่วนของพัลส์สะท้อนกลับ เพราะว่าอลูมิเนียมที่ใช้ทดสอบมีความหนามาก ดังนั้นจึงได้ใช้รูปที่ 4.23(ค) ที่มีช่วงเวลาของกราฟกว้างกว่าเพื่อแสดงพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลังเพื่อหาค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาว โดยการแทนค่าเวลาระหว่างพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหน้ากับพัลส์สะท้อนกลับที่ผิวหลังจากรูปที่ 4.23(ค) และค่าความหนาของสเตนเลสสตีลจากตารางที่ 4.1 ลงในสมการที่ (4.1) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาวดังนี้

$$V_L = \frac{2.00 \times 19.2\, mm}{6.59 \mu s} = 5.83 \times 10^3\, m/s$$

จากนั้นนำค่าเวลาที่พัลส์สะท้อนกลับของคลื่นเรย์ลีใช้ในการเดินทางที่ระยะ z ต่างๆ มาเขียนกราฟโดยให้ค่า z เป็นแกนตั้งและเวลาเป็นแกนนอนได้ผลดังกราฟที่แสดงในรูปที่ 4.20 นำค่าความชันที่ได้จากกราฟแทนลงในสมการที่ (4.3) จะได้ค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$V_R = \left[\frac{1}{(1.50 \times 10^3)(4.75 \times 10^3)} - \frac{1}{4(4.75 \times 10^3)^2} \right]^{-1/2} = 2.78 \times 10^3\, m/s$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า V_R ลงในสมการที่ (2.77) จะได้ค่า θ_R ดังนี้

$$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{1.50 \times 10^3}{2.78 \times 10^3} \right) = 32.7^\circ$$

จากรูปที่ 4.21 เป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีกับระยะ z ที่ได้จากการการทดลอง นำค่าแอมปลิจูดจากกราฟมาหาค่าลอการิทึม แล้วนำไปเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าลอการิทึมของแอมปลิจูดกับค่า z ดังแสดงในรูปที่ 4.22 โดยที่จำนวนของข้อมูลในกราฟรูปที่ 4.21 และ 4.22 ได้จากการเลือกข้อมูลเพื่อให้ได้ลักษณะของกราฟในรูปที่ 4.22 เป็นเส้นตรงตามสมการที่ (4.4) จากนั้นนำค่าความชันของกราฟและค่า θ_R แล้วแทนลงในสมการที่ (4.4) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลีดังนี้

$$\alpha_R = \frac{0.797}{\sin 32.7} - \left(\frac{-1.91 \times 10^2}{2 \tan 32.7} \right) = 1.50 \times 10^2 \ \ Np/m$$

แทนค่า V_R V_L และ α_R ลงในสมการที่ (2.61) และหาคำตอบของสมการโดยใช้โปรแกรม mathermatica เพื่อคำนวณหาค่า V_T และ ρ ดังแสดงในภาคผนวก ค. ได้ค่า $V_T = 2.98 \times 10^3 m/s$ และ $\rho = 7.79 \times 10^3 kg/m^3$ จากนั้นแทนค่า V_L V_T และ ρ ลงในสมการที่ (2.34) และ (2.37) เพื่อหาค่าคงที่ของลาเม่ λ และ μ ได้ผลดังนี้

$$\mu = \rho V_T^2 = (7.79 \times 10^3)(2.98 \times 10^3)^2 = 6.92 \times 10^{10} \ Pa$$

$$\lambda = \rho(V_L^2 - 2V_T^2) = (7.79 \times 10^3)[(5.83 \times 10^3)^2 - 2(2.98 \times 10^3)^2] = 12.6 \times 10^{10} \ Pa$$

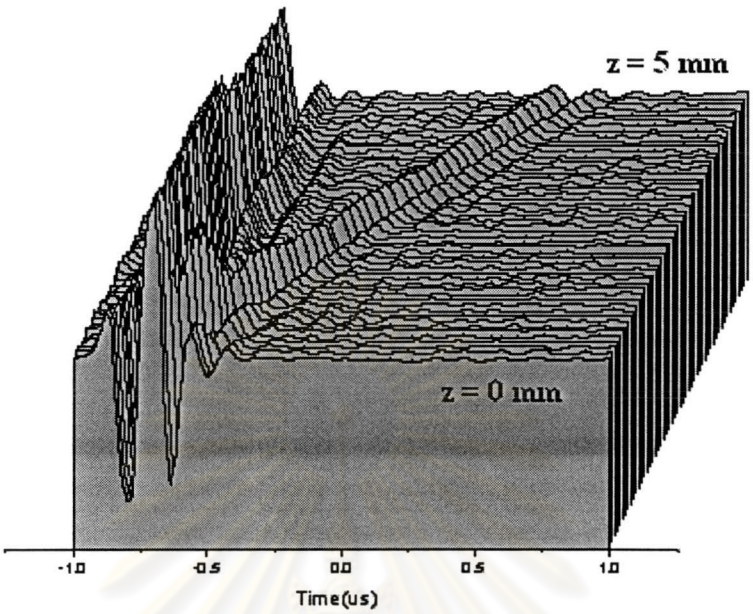
เมื่อแทนค่า λ และ μ ลงในสมการที่ (2.17) (2.19) และ (2.20) เพื่อหาค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสก้อนและมอดูลัสเฉือนตามลำดับได้ผลดังนี้

$$E = \frac{(6.92)[3(12.6) + 2(6.92)]}{12.6 + 6.92} \times 10^{10} \ Pa = 18.3 \times 10^{10} \ Pa$$

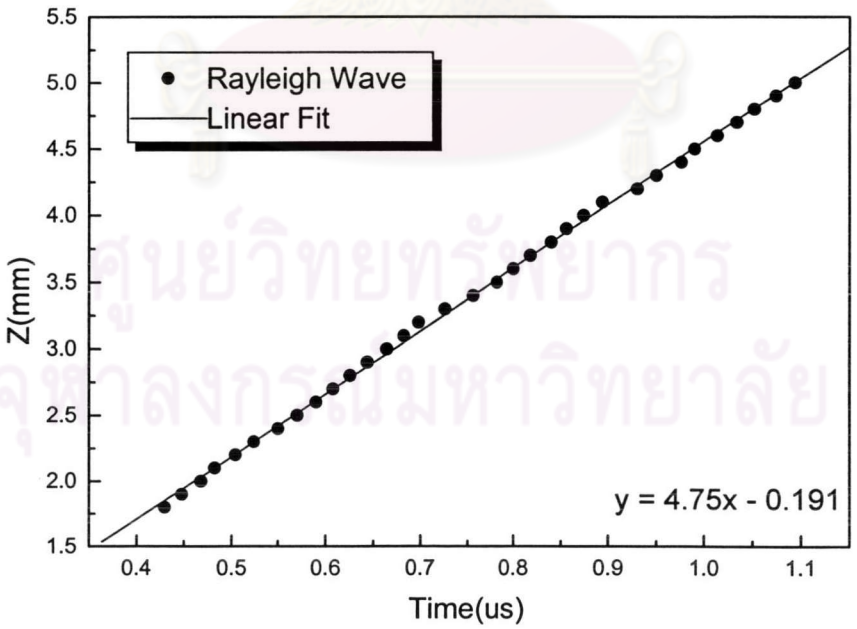
$$K = [12.6 + \frac{2}{3}(6.92)] \times 10^{10} = 17.2 \times 10^{10} \ Pa$$

$$G = \mu = 6.92 \times 10^{10} \ Pa$$

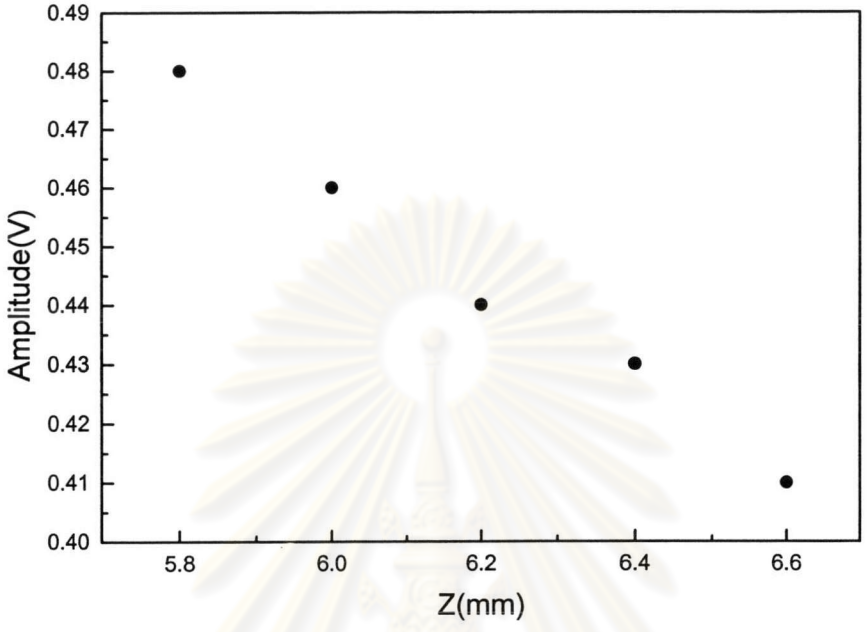
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



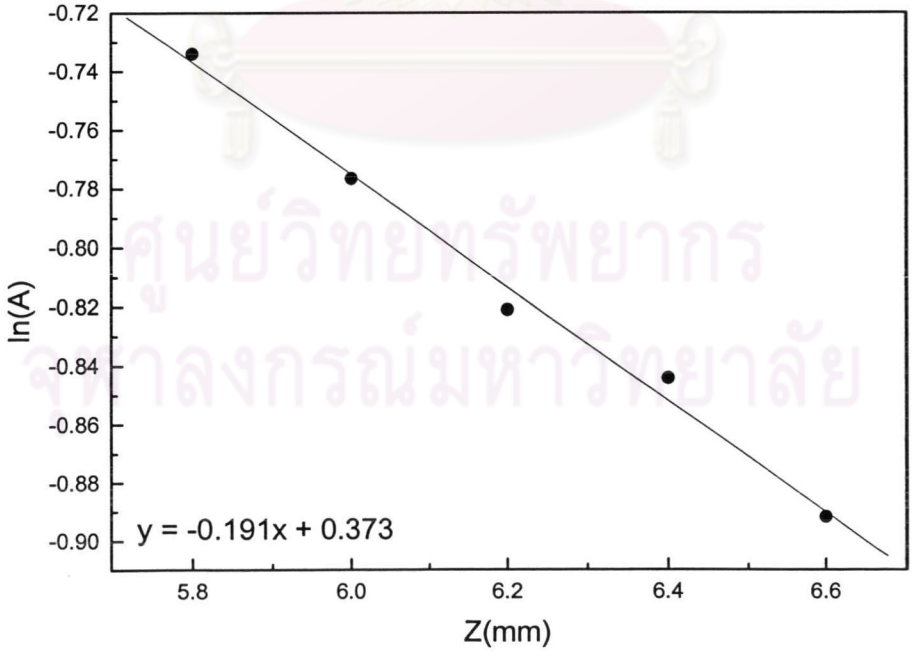
รูปที่ 4.19 พัลส์สะท้อนกลับจากสเตนเลสสตีลที่ระยะ z ตั้งแต่ 0 ถึง 5 มม



รูปที่ 4.20 กราฟระหว่างค่า z และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวสเตนเลสสตีล (วัดเวลาจากจุดยอดของพัลส์ของคลื่นเรย์ลีในรูปที่4.18)

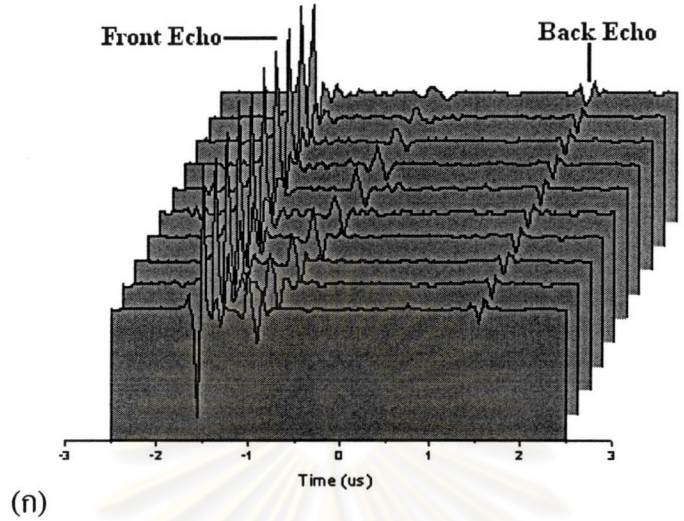


รูปที่ 4.21 แอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีที่เดินทางบนผิวสเตนเลสสตีลที่ระยะ z ต่างๆ

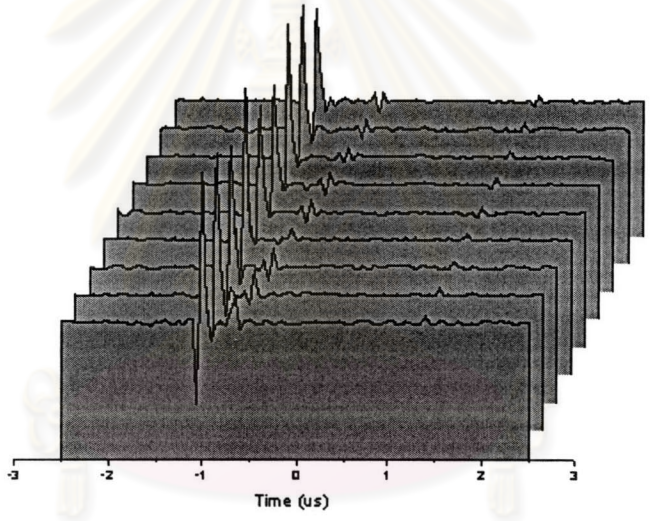


รูปที่ 4.22 กราฟระหว่างค่า ln ของแอมปลิจูดของคลื่นเรย์ลีในรูปที่ 4.21

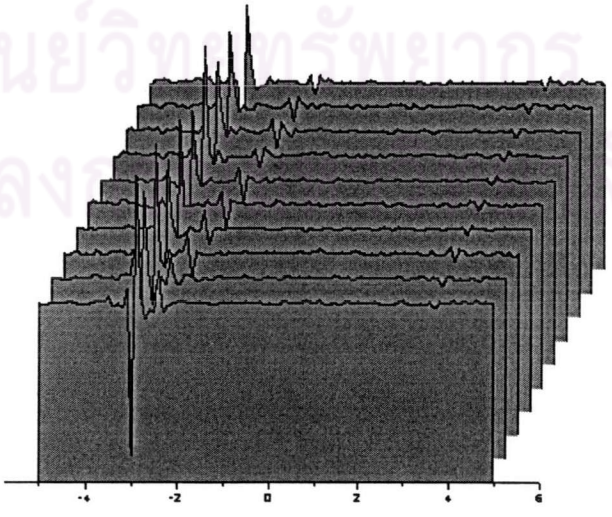
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 4.23 พัลส์สะท้อนกลับจากผิวด้านล่างของ (ก) อลูมิเนียม (ข) เหล็ก (ค) สเตนเลสสตีล

สรุปค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาว อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของวัสดุทั้ง 5 ชนิดไว้ในตารางที่ 4.1 กับค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสเฉือน ค่ามอดูลัสก้อนและค่าความหนาแน่นของวัสดุทั้ง 5 ชนิดไว้ในตารางที่ 4.2 รวมทั้งแสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างกับค่าอ้างอิงในตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.2 ค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาว(V_L) อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี(V_R) อัตราเร็วของคลื่นตามขวาง(V_T)และสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงาน(α_R)ของวัสดุ 5 ชนิด พร้อมทั้งแสดงค่าเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างกับค่าอ้างอิงจาก ตารางที่ 4.3ไว้ในเครื่องหมายวงเล็บ

วัสดุ	อัตราเร็วของคลื่น ($\times 10^3$ m/s)			α_R ($\times 10^2$ Np/m)
	V_R	V_L	V_T	
กระจกโซดาไลม์	3.14 (-0.317)	5.93 (-1.17)	3.39 (-0.587)	4.11
อลูมินา	5.62 (-1.06)	11.3 (+4.63)	6.06 (-2.10)	0.738
อลูมิเนียม	2.87 (-1.37)	6.47 (+1.57)	3.05 (-1.93)	3.96
เหล็ก	2.90 (-2.03)	5.97 (+1.19)	3.12 (-2.50)	1.47
สเตนเลสสตีล	2.78 (-3.47)	5.83 (+0.691)	2.98 (-3.87)	1.50

ตารางที่ 4.3 ค่ามอดูลัสของยัง(E) ค่ามอดูลัสเฉือน(G) ค่ามอดูลัสก้อน(K)และค่าความหนาแน่น(ρ) ของวัสดุทั้ง 5 ชนิด พร้อมทั้งแสดงค่าเปอร์เซนต์ความแตกต่างกับค่าอ้างอิงจากตารางที่ 4.3 ไว้ในเครื่องหมายวงเล็บ

วัสดุ	ค่าคงที่ยืดหยุ่น ($\times 10^{10}$ Pa)			ความหนาแน่น
	E	G	K	(kg/m^3)
กระจกโซดาไลม์	6.89 (-6.51)	2.74 (-5.84)	4.73 (-7.62)	2.38 (-4.80)
อลูมินา	33.5 (-12.5)	12.9 (-15.7)	27.7 (+5.73)	3.52 (-11.3)
อลูมิเนียม	6.51 (-7.26)	2.40 (-8.05)	7.60 (+1.60)	2.58 (-4.45)
เหล็ก	18.7 (-7.88)	7.12 (-9.64)	16.5 (+1.23)	7.31 (-4.94)
สเตนเลสสตีล	18.3(-7.11)	6.92 (-8.71)	17.2 (+5.52)	7.79 (-1.23)

ตารางที่ 4.4 ค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาว (V_L) อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี (V_R) อัตราเร็วของคลื่นตามขวาง(V_T) ค่ามอดูลัสของยัง(E) ค่ามอดูลัสเฉือน(G) ค่ามอดูลัสก้อน(K)และค่าความหนาแน่น(ρ) ของวัสดุทั้ง 5 ชนิด ที่มาจาก [12]

วัสดุ	อัตราเร็วของคลื่น ($\times 10^3$ m/s)			ค่าคงที่ยืดหยุ่น ($\times 10^{10}$ Pa)			ความหนาแน่น ($\times 10^3$ kg/m^3)
	V_R	V_L	V_T	E	G	K	
กระจกโซดาไลม์	3.15	6.00	3.41	7.37	2.91	5.12	2.50
อลูมินา	5.68	10.8	6.19	38.3	15.3	26.2	3.97
อลูมิเนียม	2.91	6.37	3.11	7.02	2.61	7.48	2.70
เหล็ก	2.96	5.90	3.20	20.3	7.88	16.3	7.69
สเตนเลสสตีล	2.88	5.79	3.10	19.7	7.58	16.3	7.89

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย