

การคำนวณการแปรผันหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยที่ถูกรบกวน  
โดยดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์โดยวิธีเองเก

นางสาว สุนทรี พงศ์รักธรรม

ศูนย์วิทยพัทยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ ภาควิชาฟิสิกส์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย


ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-2236-2

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I21040710

CALCULATION OF THE ORBITAL ELEMENT VARIATION OF ASTEROIDS PERTURBED BY JUPITER  
AND SATURN BY ENCKE METHOD



Miss Suntree Pongrukthom

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science in Physics

Department of Physics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-2236-2

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การคำนวณการแปรผันหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยที่ถูก  
รบกวนโดยดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์โดยวิธีเองเก

โดย

นางสาว สุนทรี พงศ์รักธรรม

สาขาวิชา

ฟิสิกส์

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผศ.ดร.พีรพัฒน์ ศิริสมบุญลภ

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. วันชัย โพธิ์พิจิตร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(อาจารย์ ดร. อภิสัทธี อึ้งกิจจานุกิจ)

อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พีรพัฒน์ ศิริสมบุญลภ)

กรรมการ

(อาจารย์ ดร. รุจิกร ธนวิทยาพล)

กรรมการ

(อาจารย์ ดร. บุรินทร์ อัครวิภาพ)

สุนทรีย พงศ์ภักดิ์ธรรม : การคำนวณการแปรผันหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยที่ถูกรบกวนโดยดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์โดยวิธีเอนเก.( CALCULATION OF THE ORBITAL ELEMENT VARIATION OF ASTEROIDS PERTURBED BY JUPITER AND SATURN BY ENCKE METHOD) อ.ที่ปรึกษา : ผศ.ดร.พีรพัฒน์ ศิริสมบุญรัตน์ลาภ, 122 หน้า.ISBM 974-172-236-2

จุดมุ่งหมายในการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้เพื่อคำนวณการแปรผันของหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยหลายโดยระเบียบวิธีของเอนเก เนื่องจากอัตราส่วนระหว่างคาบการโคจรของดาวพฤหัสบดีต่อคาบการโคจรของดาวเคราะห์น้อยหลายเป็น 3:4 วงโคจรของดาวเคราะห์น้อยหลายจะได้รับแรงรบกวนจากดาวพฤหัสบดีอย่างสม่ำเสมอ อันทำให้ค่าหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยหลายเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ในวิทยานิพนธ์นี้จะแสดงการคำนวณการแปรผันของหลักมูลทางโคจรอันเป็นผลเนื่องมาจากดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์ในช่วงเวลาต่างๆ คือ 50 ปี , 150 ปี และ 400 ปี ซึ่งพบว่าหลักมูลทางโคจรจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันทุกๆ 35.3 ปี ซึ่งมีค่าเท่ากับคาบการนัดพบระหว่างดาวเคราะห์น้อยหลายและดาวพฤหัสบดี นอกจากนี้ยังพบว่าระยะครึ่งแกนเอกมีลักษณะเป็นคาบ ซึ่งมีค่าคาบเท่ากับ 173.92 ปี

## ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา                      ฟิสิกส์  
สาขาวิชา                    ฟิสิกส์  
ปีการศึกษา                    2002

ลายมือชื่อนิสิต..... จตุเทพ งามศรีสุภกิจ  
ลายมืออาจารย์ที่ปรึกษา..... พีรพัฒน์ ศิริสมบุญรัตน์ลาภ

## 437 24551 23 : MAJOR PHYSICS

KEY WORDS : ORBITAL ELEMENTS / ENCKE METHOD / PERTURBATION /  
REUDEVOUZ PERIOD / ASTERIODS

SUNTREE PONGRUKTHOM : CALCULATION OF THE ORBITAL ELEMENT  
VARIATION OF ASTERIODS PERTURBED BY JUPITER AND SATURN BY  
ENCKE METHOD , (CALCULATION OF THE ORBITAL ELEMENT VARIATION OF  
ASTERIODS PERTURBED BY JUPITER AND SATURN BY ENCKE METHOD)  
THESIS ADVISOR : ASSIST. PROF.PIRAPAT SIRISOMBOONLARP, D.Sc. , 122  
pp. ISBN 974-172-236-2

The purpose of this thesis is to determine the orbital element variation of Thule asteroid by Encke method. Since the ratio of orbital period of Jupiter to that of Thule asteroid is 3:4, Thule asteroid is regularly perturbed from elliptical orbit by gravitational forces exerted on it by Jupiter resulting in the variations in time of its orbital elements. In this thesis, we calculate the variation of Thule asteroid's orbital element caused by the perturbation from Jupiter and Saturn over the periods of 50 years, 150 years and 400 years. It is found that the resulting variations exhibit a big jump every 35.3 years which is equal to the reudevouz period of Thule asteroid and Jupiter. It is also found that the variation of the semimajor axis ( $a$ ) is periodic with the period equal to 173.92 years.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department                      Physics  
Field of study                    Physics  
Academic year                    2002

Student's signature

Advisor's signature

Suntree Pongrukthom  
Pirapat Sirisomboonlarp

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีเนื่องจากได้รับความอนุเคราะห์จาก ผศ.ดร. พีรพัฒน์ ศิริสมบุญรณลาภ ที่ช่วยให้คำปรึกษาและแนะนำแนวทางในการแก้ไขปัญหามา โดยตลอด และขอขอบพระคุณ อ.ดร.อภิสิทธิ์ อึ้งกิจจานุกิจ อ.ดร. รุจิกร ธนวิทยาพล และ อ.ดร. บุรินทร์ อัครวิภาพ ที่ช่วยตรวจทานและให้คำแนะนำในการเขียนวิทยานิพนธ์ ตลอดจนบิดามารดา และเพื่อนที่ให้คำปรึกษาและกำลังใจตลอดมา



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐาน.....	4
2.1 นิยามเบื้องต้น.....	4
2.1.1 ระบบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า.....	4
2.1.1.1 หลักการของระบบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า.....	5
2.1.1.2 ไรต์แอสเซนชันและเดคลิเนชัน.....	6
2.1.2 เวลาสากลและวันจูเลียน.....	7
2.2 ปัญหาวัตถุสองชิ้น.....	7
2.2.1 สมการการเคลื่อนที่ของปัญหาวัตถุสองชิ้น.....	7
2.2.2 กฎการเคลื่อนที่ของวัตถุสองชิ้น.....	10
2.2.2.1 กฎภาคตัดกรวย.....	13
2.2.2.2 กฎแห่งพื้นที่.....	17
2.2.2.3 กฎฮามอนิก.....	18
2.2.3 เรขาคณิตของวงโคจร.....	20
2.2.3.1 เรขาคณิตเกี่ยวกับโมเมนต์เชิงมุมและความเร็วเชิงมุม.....	21
2.2.3.2 เรขาคณิตเกี่ยวกับอัตราเร็วเชิงรัศมีและมุมกวาดจริง.....	21
2.2.3.3 เรขาคณิตเกี่ยวกับภาวะเยื้องศูนย์.....	22
2.2.3.4 เรขาคณิตเกี่ยวกับเวลา.....	22
2.2.4 การหาหลักมูลทางโคจรจากตำแหน่งและความเร็ว.....	24
2.2.4.1 เวกเตอร์พื้นฐาน.....	25
2.2.4.2 การหาระยะครึ่งแกนเอกและความรี.....	27
2.2.4.3 การหาค่าความเยื้องของวงโคจร.....	27

	หน้า
2.2.4.4 การหาค่าระยะแนวของจุดใต้ขึ้น.....	28
2.2.5 การหาตำแหน่งและความเร็วจากหลักมูลทางโคจร.....	29
2.2.5.1 องค์ประกอบสเกลาร์ของการเคลื่อนที่ในวงโคจรรูปร่างรี.....	29
2.2.5.2 องค์ประกอบของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของการเคลื่อนที่.....	30
<b>บทที่ 3 ปัญหาการรบกวน.....</b>	<b>34</b>
3.1 สมการการเคลื่อนที่ทั่วไปของปัญหาวัตถุหลายชิ้น.....	34
3.2 สมการการเคลื่อนที่สัมพัทธ์.....	35
3.3 สมการการเคลื่อนที่ในระบบพิกัดสุริยมัชฌิม.....	36
3.4 ฟังก์ชันการรบกวน.....	37
3.5 สมการการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อย.....	38
<b>บทที่ 4 ระเบียบวิธีรุงเก-กูดตา.....</b>	<b>40</b>
<b>บทที่ 5 วิธีการคำนวณ.....</b>	<b>44</b>
5.1 การหาตำแหน่งและความเร็วจากหลักมูลทางโคจร.....	44
5.2 การแก้สมการการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยโดยระเบียบวิธีของตนเอง.....	46
5.3 การคำนวณหลักมูลทางโคจรจากตำแหน่งและความเร็ว.....	49
5.4 สรุปขั้นตอนการทำงาน.....	50
<b>บทที่ 6 การคำนวณและการวิเคราะห์ผล.....</b>	<b>52</b>
6.1 กรณีที่ 1 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยทุoley เมื่อไม่มีการรบกวนจากดาวเคราะห์ใดๆ ในช่วงระยะเวลา 50 ปี.....	53
6.2 กรณีที่ 2 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยทุoley เมื่อมีการรบกวนจากดาวพฤหัสบดีเท่านั้น ในช่วงระยะเวลา 50 ปี.....	56
6.3 กรณีที่ 3 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยทุoley เมื่อมีการรบกวนจากดาวเสาร์เท่านั้น ในช่วงระยะเวลา 50 ปี.....	59
6.4 กรณีที่ 4 พิจารณาระบบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์น้อยทุoley	



	เมื่อมีการรบกวนจากทั้งดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์ ในช่วงระยะเวลา 50 ปี...62	
6.5	หลักฐานทางโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูเลย์ เมื่อมีการรบกวนจากทั้งดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์ ครอบคลุมช่วงระยะเวลา 50 ปี , 150 ปี และ 400 ปี.....66	
6.6	การหาค่าการนัดพบ.....76	
6.7	การหาค่าระยะเวลาของหลักฐานครึ่งแกนเอก.....79	
6.8	ตำแหน่งของดาวเคราะห์น้อยยูเลย์และดาวพฤหัสบดีในวงโคจรที่เวลาต่างๆ..79	
	บทที่ 7 สรุปผลการวิจัย.....90	
	รายการอ้างอิง.....92	
	ภาคผนวก.....93	
	ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....122	

# สารบัญภาพ

ญ

หน้า

รูปที่ 1.1	กราฟแสดงการกระจายของดาวเคราะห์น้อย ณ ตำแหน่งต่างๆระหว่างดาวอังคารและดาวพฤหัสบดี.....	2
รูปที่ 2.1	แสดงองค์ประกอบของเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า.....	5
รูปที่ 2.2	แสดง Right ascension และ Declination ของดาว x.....	6
รูปที่ 2.3	แสดงตำแหน่งของวัตถุสองชิ้นในระบบพิกัดฉาก.....	8
รูปที่ 2.4	แสดงการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของวัตถุสองชิ้น.....	10
รูปที่ 2.5	แสดงการพิสูจน์กฎข้อที่ 2 ของเคปเลอร์.....	11
รูปที่ 2.6	แสดงการเคลื่อนที่ของกรณีปัญหาวัตถุสองชิ้น.....	13
รูปที่ 2.7	แสดงทิศทางโมเมนตัมเชิงมุม.....	14
รูปที่ 2.8	แสดงองค์ประกอบของวงรี.....	16
รูปที่ 2.9	แสดงลักษณะของวงโคจร 4 แบบ.....	17
รูปที่ 2.10	แสดงการหาเวกเตอร์พื้นที่.....	17
รูปที่ 2.11	แสดงตำแหน่งที่วัตถุโคจรมาอยู่ใกล้จุดโฟกัส.....	19
รูปที่ 2.12	แสดงระบบพิกัดของระนาบวงโคจร.....	20
รูปที่ 2.13	แสดงระบบของวงรี.....	23
รูปที่ 2.14	แสดงเวกเตอร์พื้นฐาน $\bar{e}, \bar{h}, \bar{N}$ .....	26
รูปที่ 2.15	แสดงเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\bar{P}, \bar{Q}, \bar{W}$ .....	29
รูปที่ 2.16	แสดงการหมุนแกนต่างๆ.....	30
รูปที่ 2.17	แสดงการหมุนรอบแกน $\bar{K}$ เป็นมุม $\Omega$ .....	31
รูปที่ 2.18	แสดงการหมุนรอบแกน $\bar{I}'$ เป็นมุม $i$ .....	32
รูปที่ 2.19	แสดงการหมุนรอบแกน $\bar{K}''$ เป็นมุม $\omega$ .....	32
รูปที่ 3.1	แสดงแรงโน้มถ่วงหลักที่มีมวล $m_1$ .....	34
รูปที่ 3.2	แสดงปัญหากรณีวัตถุหลายชิ้น.....	35
รูปที่ 4.1	แสดงระเบียบวิธีรุงเก-คุตตา.....	40
รูปที่ 5.1	แสดงการแก้ปัญหาคาบวงโดยระเบียบวิธีของตัวเอง.....	47
รูปที่ 6.1	แสดงค่า $a$ ในกรณีที่ 1.....	53
รูปที่ 6.2	แสดงค่า $e$ ในกรณีที่ 1.....	53
รูปที่ 6.3	แสดงค่า $i$ ในกรณีที่ 1.....	54

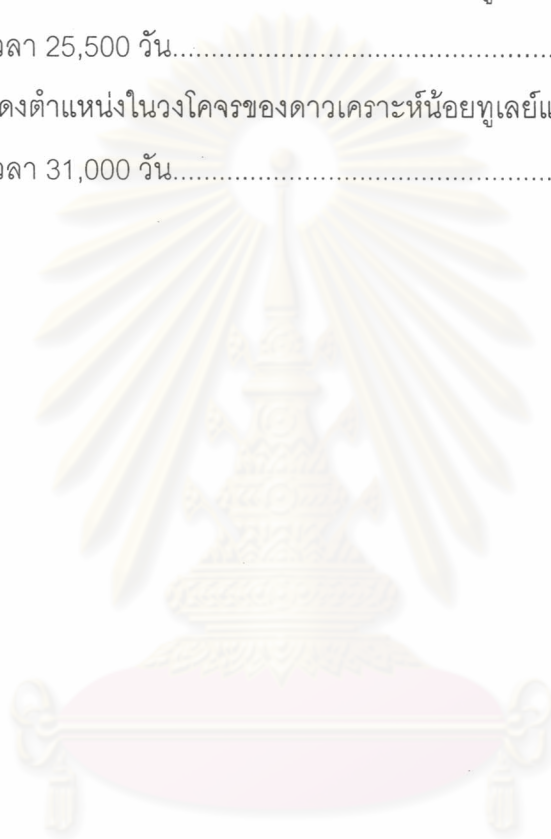
รูปที่ 6.32	แสดงค่า $\Omega$ ที่ช่วงเวลา 400 ปี.....	73
รูปที่ 6.33	แสดงค่า $\omega$ ที่ช่วงเวลา 50 ปี.....	74
รูปที่ 6.34	แสดงค่า $\omega$ ที่ช่วงเวลา 150 ปี.....	74
รูปที่ 6.35	แสดงค่า $\omega$ ที่ช่วงเวลา 400 ปี.....	75
รูปที่ 6.36	แสดงค่า $a$ ต่ำสุดและสูงสุดที่เวลาต่างๆ.....	76
รูปที่ 6.37	แสดงค่า $e$ ต่ำสุดและสูงสุดที่เวลาต่างๆ.....	76
รูปที่ 6.38	แสดงค่า $i$ ต่ำสุดและสูงสุดที่เวลาต่างๆ.....	77
รูปที่ 6.39	แสดงการหาคาบระยะยาวของ $a$ .....	79
รูปที่ 6.40	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลาเริ่มต้น.....	80
รูปที่ 6.41	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 3,900 วัน.....	80
รูปที่ 6.42	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 4,200 วัน.....	81
รูปที่ 6.43	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 4,500 วัน.....	81
รูปที่ 6.44	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 4,800 วัน.....	82
รูปที่ 6.45	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 5,000 วัน.....	82
รูปที่ 6.46	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 5,200 วัน.....	83
รูปที่ 6.47	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 5,500 วัน.....	83
รูปที่ 6.48	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 5,800 วัน.....	84
รูปที่ 6.49	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี ที่เวลา 6,600 วัน.....	84
รูปที่ 6.50	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยยูไลต์และดาวพฤหัสบดี	

สารบัญ (ต่อ)

ฐ

หน้า

	ที่เวลา 12,500 วัน.....	85
รูปที่ 6.51	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์และดาวพฤหัสบดี	
	ที่เวลา 18,000 วัน.....	85
รูปที่ 6.52	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์และดาวพฤหัสบดี	
	ที่เวลา 25,500 วัน.....	86
รูปที่ 6.42	แสดงตำแหน่งในวงโคจรของดาวเคราะห์น้อยทุเลย์และดาวพฤหัสบดี	
	ที่เวลา 31,000 วัน.....	86



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย