บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในงานก่อสร้างทางด้านวิศวกรรมปฐพีนั้น สิ่งก่อสร้างส่วนใหญ่มักวางตั้งอยู่บนพื้นดิน หรือฝังอยู่ในดิน และเมื่อมีน้ำหนักกดทับจากโครงสร้างส่วนบน ก็จะก่อให้เกิดการถ่ายค่าหน่วยแรงลงสู่มวลดิน ดังนั้นเพื่อให้แน่ใจได้ว่ามวลดินเหล่านั้น สามารถรับน้ำหนักได้อย่างปลอดภัย และไม่เกิดการทรุดตัวของโครงสร้างเกินกว่าค่าพิกัดที่ยอมให้ ในการออกแบบจึงต้องมีการคำนึงถึงค่ากำลังรับน้ำหนักประลัยของมวลดิน (Ultimate Bearing Capacity) และ ค่าการเสียรูปของมวลดินที่สภาพหน่วยแรงใช้งาน อยู่เสมอ

ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินนั้น อาจแบ่งออกเป็นหลายลักษณะด้วยกัน ยกตัวอย่างเช่น ปัญหาเกี่ยวกับฐานรากตื้น, ปัญหาเสาเข็ม, การทดสอบดินด้วยวิธี Cone Penetration Test (CPT), การเจาะเก็บตัวอย่างดิน เป็นต้น ซึ่งผลจากการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินนั้นจะทำให้เกิดผลต่าง ๆ ตามมา เช่น มวลดินเกิดการเปลี่ยนแปลงค่าหน่วยแรง (Change of State of Stress), มวลดินถูกรบกวนจากผลของน้ำหนักกดทับของโครงสร้างส่วนบน (Disturbance), การเกิดการอัดตัวคายน้ำของมวลดิน (Consolidation) รวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมทางด้านความเค้น ,ความเครียด และกำลังของมวลดิน ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องทำการวิเคราะห์เพื่อหาค่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้น รวมทั้งค่ากำลังรับน้ำหนักของมวลดินขณะเกิดการแทรกของวัตถุ เพื่อใช้ในการคำนวณ และออกแบบ ฐานรากตื้น เสาเข็ม รวมถึงโครงสร้างอื่น ๆ ให้สามารถรับน้ำหนักของโครงสร้างส่วนบนได้อย่างปลอดภัย รวมไปถึงสามารถนำค่ากำลังรับน้ำหนักของมวลดินที่ได้จากการทดสอบดินในสนาม มาเก็บรวบรวมเป็นข้อมูลของชั้นดิน และสามารถวิเคราะห์ผลกระทบที่มีต่อมวลดิน เนื่องจากการเจาะเก็บตัวอย่างได้

วิธีการวิเคราะห์เพื่อหาค่าหน่วยแรง และกำลังรับน้ำหนักของมวลดิน สำหรับปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินในรูปแบบต่าง ๆ นั้น มีอยู่ด้วยกันหลายวิธี ยกตัวอย่างเช่น วิธี Limit-Equilibrium, วิธี Limit Analysis และ การทำแบบจำลองในห้องปฏิบัติการ (Empirical Approach) เป็นต้น

วิธี Limit Equilibrium เป็นวิธีที่นิยมใช้กันในปัจจุบัน เนื่องจากสามารถวิเคราะห์ปัญหาชั้นดินที่มีความซับซ้อนได้ และขั้นตอนในการคำนวณก็ไม่ยุ่งยากนัก โดยที่หลักการทั่วไปจะอาศัยพื้นฐานของสมดุลสถิตยศาสตร์ ในการวิเคราะห์ปัญหา แต่เนื่องจากวิธีนี้จำเป็นต้องมีการตั้ง

สมมติฐานเพิ่มเติมของแรงลัพธ์ระหว่างชิ้นส่วนดินในแนวดิ่ง เพื่อให้สมการสมดุลโมเมนต์และสมการสมดุลแรง มีจำนวนเท่ากับ จำนวนตัวแปรไม่ทราบค่าของปัญหา (Static Determinacy) ดังนั้นจึงไม่สามารถตรวจสอบความแม่นยำ และยืนยันความถูกต้องของผลการวิเคราะห์ได้ โดยทั่วไปวิธีนี้สามารถแบ่งออกได้เป็นวิธีต่าง ๆ ขึ้นอยู่กับสมมติฐานที่กำหนดขึ้น เช่น Ordinary Method of Slice, Simplified Bishop Method, Spencer 's Method และ Morgenstern & Price 's Method เป็นต้น

วิธี Limit Analysis เป็นวิธีที่อาศัยหลักการของทฤษฎีขอบเขต หรือ Bound Theorem (Drucker et al. 1952) ในการวิเคราะห์ปัญหา และไม่จำเป็นต้องมีการตั้งสมมติฐานอื่น ๆ เพิ่มเติม ทำให้ผลการวิเคราะห์น่าจะมีความถูกต้องแม่นยำกว่า วิธี Limit Equilibrium แต่เนื่องจากขั้นตอนในการคำนวณที่ค่อนข้างยุ่งยาก จึงไม่เหมาะกับการวิเคราะห์ปัญหาที่ลักษณะชั้นดินมีความซับซ้อนเกินไป สำหรับทฤษฎีที่ใช้ในวิธี Limit Analysis โดยทั่วไป จะแบ่งออกได้เป็น 2 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีขอบเขตล่าง (Lower Bound Theorem) และ ทฤษฎีขอบเขตบน (Upper Bound Theorem)

การทำแบบจำลองในห้องปฏิบัติการ (Empirical Approach) เป็นวิธีที่ได้จากการทดสอบกับปัญหาในลักษณะต่าง ๆ เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลผลการทดลองในปริมาณมาก ๆ และทำการแปลงให้อยู่ในรูป สูตรคำนวณ หรือกราฟสำเร็จรูป ซึ่งสามารถนำมาใช้อ้างอิงในการวิเคราะห์ปัญหาอื่น ๆ ค่าที่ได้มีความถูกต้องพอสมควร และเป็นที่ยอมรับของคนทั่วไป แต่เนื่องจากการทดลองจำกัดอยู่เฉพาะกับปัญหาในบางกรณีเท่านั้น ดังนั้น ถ้าปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์ไม่ตรงกับงานวิจัยที่เคยมีการทดลองมาก่อน หรือเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนของชั้นดินมากจนเกินไป ก็ไม่สามารถวิเคราะห์โดยวิธีนี้ได้

นอกเหนือจากวิธีการวิเคราะห์เพื่อหาค่าหน่วยแรง และกำลังรับน้ำหนักของมวลดินต่าง ๆ ดังได้กล่าวมาแล้ว ซึ่งจะพบว่ามีทั้งข้อดี และข้อเสียแตกต่างกันออกไป ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้เล็งเห็นถึงความน่าสนใจ และความสำคัญของวิธีการวิเคราะห์ปัญหาอีกวิธีหนึ่งที่เรียกว่า วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งจะให้ค่าผลเฉลยที่มีความแม่นยำในระดับที่น่าพอใจ

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่ง (Numerical Analysis) ที่ใช้สำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์ และเป็นวิธีที่นิยมใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์อย่างกว้างขวาง เนื่องจากสามารถใช้ได้กับปัญหาที่มีความซับซ้อน ที่ไม่สามารถวิเคราะห์ด้วยวิธีธรรมดาได้ ประกอบกับปัจจุบันเครื่องคอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาให้มีขีดความสามารถในการคำนวณมากขึ้น จึงทำให้การวิเคราะห์ปัญหาต่าง ๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ทำได้ละเอียด, ถูกต้อง, รวดเร็ว และประหยัดค่าใช้จ่าย

ในการวิเคราะห์ปัญหาทั่ว ๆ ไปที่ไม่ซับซ้อน เราจะสามารถหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการทราบได้ โดยอาศัยสมการเชิงอนุพันธ์ และผลเฉลยที่ได้รับจะเรียกว่าผลเฉลยแม่นตรง (Exact Solution) แต่ถ้าปัญหาดังกล่าวมีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อน ตัวอย่างเช่น ปัญหาที่ชั้นดินแบ่งออกเป็นหลาย ๆ ชั้น และคุณสมบัติของแต่ละชั้นมีความแตกต่างกันไป เป็นต้น จึงมีผลทำให้ไม่สามารถจะหาผลเฉลยแม่นตรงจากสมการเชิงอนุพันธ์ได้ ฉะนั้นจึงต้องอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการคำนวณ ซึ่งจะทำการประมาณค่าผลเฉลยโดยการแก้ระบบสมการเชิงพีชคณิต แทนการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ดังกล่าว ชิ้นส่วนหรือส่วนประกอบของปัญหาจะถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ อย่างต่อเนื่องตามรูปร่างลักษณะที่แท้จริงของชิ้นส่วน ผลเฉลยที่ได้รับจะเป็นผลเฉลยที่จุดต่อ (Node) ของแต่ละชิ้นส่วน การวิเคราะห์ปัญหาโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะไม่วิเคราะห์ปัญหาทีเดียวทั้งระบบเช่นวิธีทั่ว ๆ ไป แต่จะวิเคราะห์หาค่าทีละชิ้นส่วนแล้วนำมารวมเข้าด้วยกันเป็นผลเฉลยของระบบ นอกจากนั้นอาจกล่าวได้ว่า ผลเฉลยของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะถูกต้องมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับสามประการหลัก คือ ประการแรก การกำหนดรูปร่างของชิ้นส่วนให้ใกล้เคียงกับรูปร่างลักษณะจริงของปัญหาได้มากน้อยเพียงใด ประการที่สอง การประมาณพฤติกรรมของชิ้นส่วนได้ถูกต้องตามสภาพที่แท้จริงหรือไม่ และประการสุดท้ายคือ ขีดความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์ และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณ

จากความรู้ความเข้าใจในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ดังได้กล่าวมาแล้ว ทำให้ทราบถึงเหตุผลที่วิธีนี้เป็นที่นิยมใช้กันทั่วไปในงานทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ รวมไปถึงงานทางด้านวิศวกรรมปฐพี ดังนั้นจึงขอสรุปข้อได้เปรียบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมื่อเทียบกับวิธีอื่น ๆ ได้ดังต่อไปนี้

1. สามารถวิเคราะห์ปัญหาชั้นดินที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อนได้เป็นอย่างดี
2. ความแม่นยำของค่าผลเฉลยที่ได้ ขึ้นอยู่กับขีดความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยยิ่งเครื่องคอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาให้มีขีดความสามารถในการคำนวณเพิ่มขึ้นเท่าไหร่ ก็ยิ่งทำให้ผลการวิเคราะห์มีความละเอียด, แม่นยำ, รวดเร็ว และประหยัดค่าใช้จ่าย มากขึ้นเท่านั้น
3. สามารถใช้วิเคราะห์ปัญหา ไม่ว่าเงื่อนไขขอบเขต, เงื่อนไขบังคับ หรือจุดรองรับ จะอยู่ในลักษณะใดก็ตาม
4. สามารถเลือกขนาดของชิ้นส่วนที่บริเวณใดบริเวณหนึ่ง ให้มีขนาดใหญ่หรือเล็กได้ตามต้องการ
5. สามารถประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในการวิเคราะห์ปัญหามวลดินที่เกิดการเคลื่อนตัวมาก (Large Deformation) ได้

สำหรับการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาทางด้านวิศวกรรมปฐพี ในทางปฏิบัติแล้ว จะสมมุติให้การเคลื่อนตัวของมวลดินเกิดขึ้นในปริมาณไม่มาก (Small Deformation) และจะยอมรับทฤษฎี Small Strain ในการวิเคราะห์ แต่อย่างไรก็ตาม เมื่อมวลดินเกิดการเคลื่อนตัวในปริมาณมาก (Large Deformation) จะทำให้วัตถุมีค่าความเครียด และค่าการหมุน เกินกว่าพิกัดที่ยอมให้ได้ในทฤษฎีของ Small Strain จึงทำให้ผลลัพธ์ที่คำนวณได้มีความคลาดเคลื่อนอย่างมาก ดังนั้นเพื่อต้องการให้ผลการวิเคราะห์ที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับความเป็นจริง วิทยานิพนธ์นี้จะทำการศึกษาถึงปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินในรูปแบบต่าง ๆ โดยอาศัยการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในสภาวะของการเคลื่อนตัวมาก (Large Deformation) โดยวิธีการประยุกต์ใช้งาน (Practical Method) เพื่อเป็นการส่งเสริมงานวิจัยทางด้านการศึกษา และการพัฒนาเรื่องการวิเคราะห์ปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินในอนาคตต่อไป

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

ในสองทศวรรษที่ผ่านมา ได้มีความพยายามอย่างมากในการที่จะใช้วิธีการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข (Numerical Solution) สำหรับปัญหาเกี่ยวกับการเคลื่อนตัวของมวลดินที่เกิดขึ้นมาก (Large Deformation หรือ Large Strain) และได้มีนักวิจัยหลาย ๆ ท่าน ได้ทำการศึกษาถึงการวิเคราะห์ปัญหามวลดินดังกล่าวโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ อาทิเช่น Haber (1983) Chen and Mizuno (1990) Bathe (1996) Hu and Randolph (1998) และ Belytschko, Liu and Moran (2000) โดยรายละเอียดของข้อแตกต่าง สำหรับวิธีการวิเคราะห์ปัญหาในแต่ละวิธี จะกล่าวต่อไปนี้

การวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านกลศาสตร์ความต่อเนื่อง (Continuum Mechanics) ของปัญหา Large Deformation สามารถแบ่งได้เป็น 3 วิธีหลัก ๆ ดังนี้คือ

1. Eulerian Formulation
2. Total Lagrangian Formulation
3. Updated Lagrangian Formulation

นอกจากนี้ได้มีการพัฒนาวิธีใหม่ที่เรียกว่า Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation (ALE) ซึ่งจะเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ในการแก้ปัญหาของมวลดินที่เกิดการเคลื่อนตัวมาก

ในวิธี Eulerian Formulation จะเกี่ยวข้องกับการพิจารณาถึงพิกัดบนอาณาเขตที่ว่างคงที่ (fixed space) ขณะที่เวลาใด ๆ โดยที่การหาค่าความเค้นและความเครียด จะอ้างจากพิกัด

ของวัตถุในสภาวะหลังเกิดการเคลื่อนตัว (Deformed Configuration) โดยทั่วไปวิธีนี้จะเหมาะกับการศึกษาเกี่ยวกับกลศาสตร์การไหล (Fluid Mechanic) หรือวัสดุเนื้อเดียว (Homogeneous Material) อื่น ๆ ซึ่งมีขอบเขตของปัญหา (Boundary Condition) ที่ไม่เปลี่ยนแปลง โดยที่จะพิจารณาให้วัสดุเคลื่อนตัวผ่านโครงข่ายของ เอลิเมนต์ที่อยู่นิ่ง ดังแสดงใน รูปที่ 1.1 อย่างไรก็ตามในการวิเคราะห์ปัญหาที่เกี่ยวกับกลศาสตร์ของแข็ง (Solid Mechanic) จะนิยมใช้วิธี Lagrangian Formulation โดยที่จะพิจารณาถึง อาณาเขตของวัสดุ (region of material) มากกว่าอาณาเขตที่ว่าง (region of space) และเนื่องจาก Governing Equation ของปัญหาสถิตยศาสตร์และ พลศาสตร์ จะเกี่ยวข้องกับอาณาเขตวัสดุมากกว่าอาณาเขตที่ว่าง ดังนั้นสมการต่าง ๆ สำหรับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับกลศาสตร์ของแข็ง ด้วยวิธี Eulerian Formulation จะมีความซับซ้อนมากกว่าวิธี Lagrangian Formulation

ในวิธี Total Lagrangian Formulation (TL) และวิธี Updated Lagrangian Formulation (UL) จะเหมาะสมกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ Large Displacement , Large Rotation และ Large Strain ของของแข็ง โดยที่ความแตกต่างของทั้งสองวิธีจะอยู่ที่สถานะอ้างอิง (Reference State) ของวัสดุ ซึ่งถ้าให้สถานะอ้างอิงอยู่ที่เวลา t = 0 จะเรียกว่าวิธี Total Lagrangian Formulation แต่ถ้าให้สถานะอ้างอิงอยู่ที่ สถานะปัจจุบัน (Current or Updated Geometry) ก็จะเรียกว่าวิธี Updated Lagrangian Formulation

วิธี Total Lagrangian Formulation การหาค่าความเค้นและความเครียด จะอ้างจากพิกัดของวัตถุในสภาวะเริ่มต้น (Undeformed Configuration) หรือที่เวลา t = 0 โดยในทางปฏิบัติจะเหมาะสมกับปัญหา Large Deformation แต่ Small Strain เท่านั้น หรือใช้กับปัญหา Large Strain ที่ใช้กฎเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดที่ซับซ้อน (Complex Stress-Strain Law) ส่วนในวิธี Updated Lagrangian Formulation การหาค่าความเค้นและความเครียดจะอ้างจากพิกัดของวัตถุในสภาวะปัจจุบัน (Current Configuration) โดยที่ตำแหน่งของวัตถุจะถูกปรับปรุงพิกัดในทุก ๆ ช่วงเวลาที่มีการเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้น

สำหรับวิธี Lagrangian Formulation จะพิจารณาให้วัสดุเคลื่อนตัวไปพร้อม ๆ กับ โครงข่ายของเอลิเมนต์ ดังนั้นเมื่อวัสดุมีการเคลื่อนตัวมาก (Large Deformation) จะทำให้โครงข่ายของเอลิเมนต์เกิดการบิดเบี้ยวเสียรูป ซึ่งเป็นผลให้ค่าผลลัพธ์ที่คำนวณได้มีความถูกต้องลดน้อยลง จากตารางที่ 1.1 แสดงการจำแนกการวิเคราะห์ปัญหาแบบไร้เชิงเส้น (Classification of Nonlinear Analysis) (Bathe, 1996) โดยได้สรุปลักษณะของปัญหา และกฎเกณฑ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาของวัตถุในสภาวะที่มีการเคลื่อนตัวมาก

การเปรียบเทียบข้อดี และข้อเสียของวิธี Lagrangian Formulation และ Eulerian Formulation

พิกัดที่ว่าง (Spatial Coordinate) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า พิกัดแบบออยเลอร์เรียน (Eulerian Coordinate) จะแสดงถึงตำแหน่งต่าง ๆ ของจุดบนที่ว่าง ส่วนพิกัดวัตถุ (Material Coordinate) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า พิกัดแบบลากรานเกียน (Lagrangian Coordinate) จะแสดงถึงตำแหน่งต่าง ๆ ของจุดบนวัตถุ โดยความหมายของพิกัดแบบวัตถุ ก็คือการพิจารณาถึงพิกัดที่ว่างที่เวลาเริ่มต้น $t = 0$

ความแตกต่างระหว่างโครงข่ายเอลิเมนต์แบบลากรานเกียน (Lagrangian Mesh) และออยเลอร์เรียน (Eulerian Mesh) ขึ้นอยู่กับลักษณะของพิกัดจุดต่อ (Node) ของโครงข่ายนั้น ๆ โดยถ้าโครงข่ายเอลิเมนต์เป็นแบบออยเลอร์เรียน ตำแหน่งของจุดต่อ (Node) บนพิกัดที่ว่างจะคงที่ หรือกล่าวได้ว่า วัตถุจะเคลื่อนที่ผ่านโครงข่ายของเอลิเมนต์ที่อยู่นิ่ง แต่ถ้าโครงข่ายเอลิเมนต์เป็นแบบลากรานเกียน ตำแหน่งของจุดต่อ (Node) บนพิกัดวัตถุจะคงที่ หรือกล่าวได้ว่า วัตถุจะเคลื่อนที่ไปพร้อม ๆ กับการเคลื่อนที่ของโครงข่ายเอลิเมนต์ ดังแสดงในรูปที่ 1.2 และ 1.3 สำหรับเอลิเมนต์ในหนึ่งมิติ และสองมิติ ตามลำดับ จากรูปที่ 1.2 พิจารณาเอลิเมนต์ในหนึ่งมิติ เมื่อโครงข่ายเอลิเมนต์เป็นแบบออยเลอร์เรียน แนวของจุดต่อจะอยู่ในแนวดิ่ง โดยที่วัตถุจะเคลื่อนที่ผ่านโครงข่ายเอลิเมนต์ สำหรับโครงข่ายเอลิเมนต์แบบลากรานเกียน แนวของจุดต่อจะอยู่ในแนวเดียวกับแนวการเคลื่อนที่ของวัตถุ หรือเคลื่อนที่ไปพร้อม ๆ กัน

เนื่องจากในโครงข่ายเอลิเมนต์แบบลากรานเกียน วัตถุจะเคลื่อนที่ไปพร้อม ๆ กับโครงข่ายเอลิเมนต์ดังได้กล่าวมาแล้ว ทำให้ขอบเขตของโครงข่ายเอลิเมนต์ (Boundary Node) เป็นอันเดียวกับขอบเขตของปัญหา ซึ่งจะเป็นการง่ายในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) แต่สำหรับโครงข่ายเอลิเมนต์แบบออยเลอร์เรียน ขอบเขตของโครงข่ายเอลิเมนต์ (Boundary Node) จะไม่เป็นอันเดียวกับขอบเขตของปัญหา ดังนั้นในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตจะต้องกำหนดที่ จุดซึ่งไม่ใช่จุดต่อ (Node) และเป็นผลให้เกิดความซับซ้อนในการแก้ปัญหาในหลาย ๆ มิติ

ในโครงข่ายแบบลากรานเกียน วัตถุจะเคลื่อนที่ไปพร้อม ๆ กับโครงข่ายเอลิเมนต์ ทำให้เมื่อมีการเคลื่อนตัวมาก (Large Deformation) จะทำให้โครงข่ายเอลิเมนต์เกิดการบิดเบี้ยวเสียรูป ซึ่งเป็นผลให้ค่าผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องลดน้อยลง ดังนั้นขนาดของการเคลื่อนตัว (Magnitude of Deformation) ที่ยังสามารถใช้การคำนวณโดยโครงข่ายเอลิเมนต์แบบลากรานเกียนได้ อยู่ในช่วง

จำกัด แต่สำหรับโครงข่ายเอลิเมนต์แบบออยเลอร์เรียนจะไม่เปลี่ยนแปลง ขณะที่วัตถุมีการเคลื่อนตัว ดังนั้นค่าผลลัพธ์จะให้ค่าที่มีความถูกต้อง เนื่องจากไม่มีการเสียรูปเกิดขึ้น

สำหรับข้อเสียของโครงข่ายเอลิเมนต์แบบลากรานเกียน จะแสดงให้เห็นได้อย่างชัดเจน ดังรูปที่ 1.4 เมื่อมวลดินได้รับแรงกดจากฐานรากในสภาวะของการเคลื่อนตัวมาก มวลดินจะเกิดการยกตัว (Heave) และ เคลื่อนตัวออกทางด้านข้าง โดยที่โครงข่ายของเอลิเมนต์ที่จำลองสภาพของมวลดินจะเกิดการเสียรูปอย่างมาก พร้อมทั้งยังแสดงผลของการทรุดตัวของมวลดินที่ไม่เท่ากัน ซึ่งจะทำให้เกิดการหมุนหรือการแอ่นตัวขึ้นอย่างมากภายในโครงสร้างของฐานราก สาเหตุเนื่องมาจากผลของการวิเคราะห์ปัญหาของฐานรากในสภาพยืดหยุ่น (Flexible Foundation)

นอกจากนั้นยังได้มีความพยายามโดยนักวิจัยหลาย ๆ ท่าน ในการที่จะแก้ไขข้อจำกัดของวิธี Lagrangian Formulation และ Eulerian Formulation โดยได้เสนอวิธีการใหม่อีกวิธีหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation หรือ ALE ซึ่งเป็นการนำเอาข้อดีของทั้งสองวิธีมาประยุกต์ใช้รวมกัน ในวิธีนี้ปัญหาของการบิดเบี้ยวเสียรูปของโครงข่ายเอลิเมนต์สามารถแก้ไขได้โดยการแยกการเคลื่อนที่ของโครงข่ายเอลิเมนต์ ออกจากการเคลื่อนที่ของวัตถุ หรือกล่าวได้ว่า โครงข่ายเอลิเมนต์มีการเคลื่อนที่ แต่จะไม่เคลื่อนที่ไปพร้อม ๆ กับวัตถุ การเคลื่อนย้ายโครงข่ายเอลิเมนต์ตามการเคลื่อนที่ของวัตถุ (Lagrangian) หรือการเคลื่อนที่ของวัตถุไหลผ่านโครงข่ายของเอลิเมนต์ (Eulerian) สามารถทำได้อย่างไร้กฎเกณฑ์ (Arbitrary)

นอกจากที่ได้กล่าวมาแล้ว ยังมีนักวิจัยอีกกลุ่มหนึ่งได้นำเสนอวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อแก้ปัญหาของวัตถุซึ่งนำไปสู่สภาวะของการเคลื่อนตัวมากที่เรียกว่า วิธีการประยุกต์ใช้งาน (Practical Method) นำเสนอโดย Hu And Randolph (1998) เป็นระเบียบวิธีที่คล้ายคลึงเช่นเดียวกันกับ วิธี ALE โดยการวิเคราะห์จะประกอบด้วย การเพิ่มขึ้นของค่าความเครียดทีละน้อย ๆ (Infinitesimal Strain) ของวัตถุ ประกอบกับการปรับปรุงพิกัดของโครงข่ายของชิ้นส่วน (Update Mesh) จนกระทั่งโครงข่ายที่ถูกปรับปรุงพิกัดเกิดการเสียรูปไปอย่างมาก แล้วทำการสร้างโครงข่ายของชิ้นส่วนใหม่ (Remeshing) ให้เป็นระเบียบด้วยการปรับขนาดชิ้นส่วนโดยอัตโนมัติ พร้อมทั้งประมาณหาค่าของความเค้น ณ ตำแหน่งที่ต้องการพิจารณาภายในขอบเขตของปัญหา ข้อดีของวิธีการประยุกต์ใช้งาน คือ สามารถนำหลักการมาปรับปรุงโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่ใช้ทฤษฎีความเครียดน้อย เพื่อวิเคราะห์ปัญหาของมวลดินในสภาวะของการเคลื่อนตัวมาก และให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับ วิธี ALE ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้เล็งเห็นถึงประโยชน์ และความสามารถของ วิธีการประยุกต์ใช้งานนี้ และได้นำมาใช้เป็นแนวทางในการศึกษาถึงปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินรูปแบบต่าง ๆ สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วิธีการประยุกต์ใช้งานมีขั้นตอนในการวิเคราะห์ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. ป้อนข้อมูล (Input Data) สำหรับใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย ตำแหน่งพิกัดขอบเขตของปัญหา และ ค่าคุณสมบัติของมวลดิน อาทิเช่น ค่าความเชื่อมแน่นของดิน ค่ามุมเสียดทานภายในของดิน ค่าโมดูลัสของการยืดหยุ่น ค่าอัตราส่วนปัวซอง เป็นต้น

2. การสร้างโครงข่ายของชิ้นส่วนโดยระเบียบวิธีอัตโนมัติ (Mesh Generation) ซึ่งจะได้โครงข่ายชิ้นส่วนสามเหลี่ยม ที่มีรูปร่างเหมาะสมในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยขั้นตอนแรก จะทำการสร้างจุดต่อที่บริเวณขอบเขต (Boundary) ของปัญหา จากนั้นจึงเริ่มสร้างโครงข่ายของชิ้นส่วน โดยเชื่อมจุดต่อดังกล่าวให้เป็นชิ้นส่วนสามเหลี่ยม โดยวิธี Delaunay Triangulation และนอกจากนั้นยังต้องมีการปรับปรุงรูปร่างของชิ้นส่วนให้ได้ขนาดที่เหมาะสมอีกทีหนึ่ง ด้วยวิธี Mesh Smoothing ขั้นตอนต่อไป คือทำการเพิ่มจุดต่อภายในขอบเขตของปัญหาโดยอาศัยฟังก์ชันความหนาแน่นของเอลิเมนต์ (Mesh Density Function) และทำการสร้างโครงข่ายของชิ้นส่วน รวมทั้งปรับปรุงรูปร่างของชิ้นส่วน ซ้ำ ๆ ต่อไปแบบนี้จนกระทั่งไม่สามารถเพิ่มจำนวนจุดต่อภายในขอบเขตของปัญหาได้ ซึ่งหมายถึงได้โครงข่ายเอลิเมนต์ที่มีความหนาแน่นตามที่ต้องการ

3. กำหนดค่าหน่วยแรงเริ่มต้น (Initial Stress) จากค่าหน่วยน้ำหนักของมวลดิน โดยจะทำการหาค่าหน่วยแรงทั้งที่บริเวณจุดเกาส์ และบริเวณจุดต่อของแต่ละชิ้นส่วนไปพร้อม ๆ กัน

4. เพิ่มค่าการทรุดตัว (Apply Δs) ทีละน้อย ๆ ในแต่ละวงรอบของการคำนวณ

5. วิเคราะห์โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Solving) เพื่อหาค่าความเครียดที่เพิ่มขึ้น ณ ตำแหน่งจุดเกาส์ ($\Delta\varepsilon_h$) ซึ่งจะสามารถนำไปหาค่าความคลาดเคลื่อน และทำการประมาณขนาดชิ้นส่วนที่เหมาะสมได้ต่อไป

6. การประมาณค่าความเครียด ณ ตำแหน่งจุดเกาส์โดยวิธี SPR ในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีขั้นตอนที่สำคัญคือ การหาค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลย เพื่อที่จะได้ลดขนาดของชิ้นส่วนในบริเวณที่มีค่าความคลาดเคลื่อนมาก ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องหาค่าของหน่วยแรงของชิ้นส่วนโดยวิธีการต่าง ๆ ที่ให้ค่าของหน่วยแรงภายในชิ้นส่วนที่ต่อเนื่องกันทั้งระบบมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งหน่วยแรงที่ได้จากผลเฉลยของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในแต่ละชิ้นส่วนจะไม่มีความต่อเนื่องกันทั้งระบบ และจะมีความแตกต่างกันไปในแต่ละชิ้นส่วน

7. การประมาณค่าความคลาดเคลื่อน สามารถประมาณได้จากค่าความเครียด ณ ตำแหน่งจุดเกาส์ที่คำนวณได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และค่าความเครียด ณ ตำแหน่งจุดเกาส์ที่คำนวณได้จากวิธี SPR

8. การประมาณขนาดชิ้นส่วนที่เหมาะสม เนื่องจากค่าความคลาดเคลื่อนจะแปรผันตามขนาดของชิ้นส่วน ดังนั้นถ้ารู้ค่าความคลาดเคลื่อนและขนาดของชิ้นส่วนปัจจุบัน เราสามารถคำนวณหาขนาดของชิ้นส่วนที่มีค่าความคลาดเคลื่อน เท่ากับค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ได้ และถ้าค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละชิ้นส่วน มีค่ามากกว่า ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ในแต่ละชิ้นส่วน จะหมายความว่าชิ้นส่วนเดิมมีขนาดใหญ่มากจนเกินไป จะต้องทำการแบ่งขนาดชิ้นส่วนให้มีขนาดเล็กลง โดยในการแบ่งขนาดชิ้นส่วนจะทำได้โดยการเพิ่มจุดต่อใหม่ลงไป ณ ตำแหน่งจุดศูนย์ถ่วงของชิ้นส่วนนั้น ๆ

9. ประมาณหาค่าความเค้น ณ ตำแหน่งที่ต้องการพิจารณาภายในขอบเขตของปัญหา โดยการถ่ายโอนค่าของหน่วยแรง หรือค่าของความเชื่อมแน่นของดิน จากโครงข่ายของชิ้นส่วนเดิม สู่โครงข่ายของชิ้นส่วนใหม่ ที่มีอยู่มากมายหลายวิธี ในวิทยานิพนธ์นี้ ผู้ทำการวิจัยได้ประมาณค่าความเค้น ณ ตำแหน่งจุดต่อของชิ้นส่วนเดิม สำหรับการถ่ายโอนไปยังโครงข่ายของชิ้นส่วนใหม่ โดยวิธี SPR ซึ่งง่ายต่อการใช้งาน และยังได้ผลลัพธ์ที่แม่นยำกว่าวิธีการต่าง ๆ ที่ผ่านมา

10. ตรวจสอบค่าการทรุดตัว (Check Settlement) โดยทำการเพิ่มค่าการทรุดตัวทีละขั้นและดำเนินตามขั้นตอน 5 ถึง 9 จนกระทั่งตรวจสอบได้ว่าค่าการทรุดตัวถึงค่าที่ได้กำหนดไว้

1.4 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

(1) พัฒนาระบบการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดิน ให้มีประสิทธิภาพสูง

(2) ทดสอบความสามารถของระบบที่ได้พัฒนาขึ้น โดยนำโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้ปรับปรุงแล้ว มาวิเคราะห์ปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินในรูปแบบต่าง ๆ

1.5 ขอบเขตของงานวิจัย

(1) ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดิน โดยอาศัยวิธีประยุกต์ใช้งาน (Practical Method)

(2) ปรับปรุงระบบการคำนวณสำหรับวิธี Practical Method ด้วยภาษาฟอร์แทรน (Fortran)

(3) ศึกษาปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดิน ด้วยแบบจำลองดินแบบ Elastic Perfectly Plastic และ Modified Cam-Clay

(4) ลักษณะปัญหาที่จะศึกษามีดังนี้คือ

- ฐานรากตื้น (Footing)
- เสาเข็ม (Pile Driving)
- Cone Penetration Test (CPT)

(5) คุณสมบัติของมวลดินที่จะศึกษา

- Homogeneous
- Non-Homogeneous

(6) มิติที่จะศึกษา

- Axisymmetric Problem
- Plane Strain Problem

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

(1) ได้ระบบการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินที่มีประสิทธิภาพสูง

(2) สามารถนำโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้พัฒนาแล้ว มาศึกษาปัญหามวลดินในสภาพการเคลื่อนตัวมาก (Large Deformation) เพื่อประยุกต์ใช้กับปัญหา เสาเข็ม ,CPT เป็นต้น

(3) เพื่อเป็นการส่งเสริมงานวิจัยทางด้านการศึกษา และพัฒนาเรื่องการวิเคราะห์ปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินในอนาคตต่อไป

1.7 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

(1) ศึกษาวิธีการประยุกต์ใช้งาน (Practical Method)

(2) ศึกษาภาษาคอมพิวเตอร์ฟอร์แทรน (Fortran) และวิธีการวิเคราะห์ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

(3) ปรับปรุงโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ตามหลักการของวิธีประยุกต์ใช้งาน

(4) ทดสอบโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้พัฒนาแล้ว กับปัญหาการแทรกของวัตถุเข้าไปในดินในรูปแบบต่าง ๆ

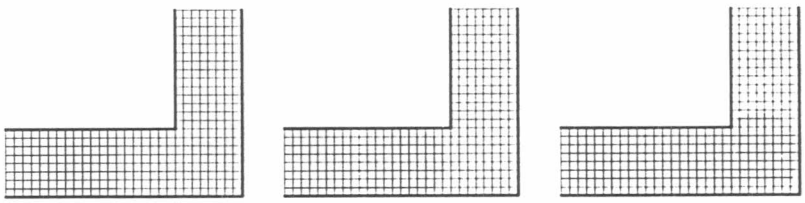
(5) สรุปผลการทดสอบ และนำเสนอแนวทางในการปรับปรุงผลการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีการประยุกต์ใช้งานนี้

(6) จัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์

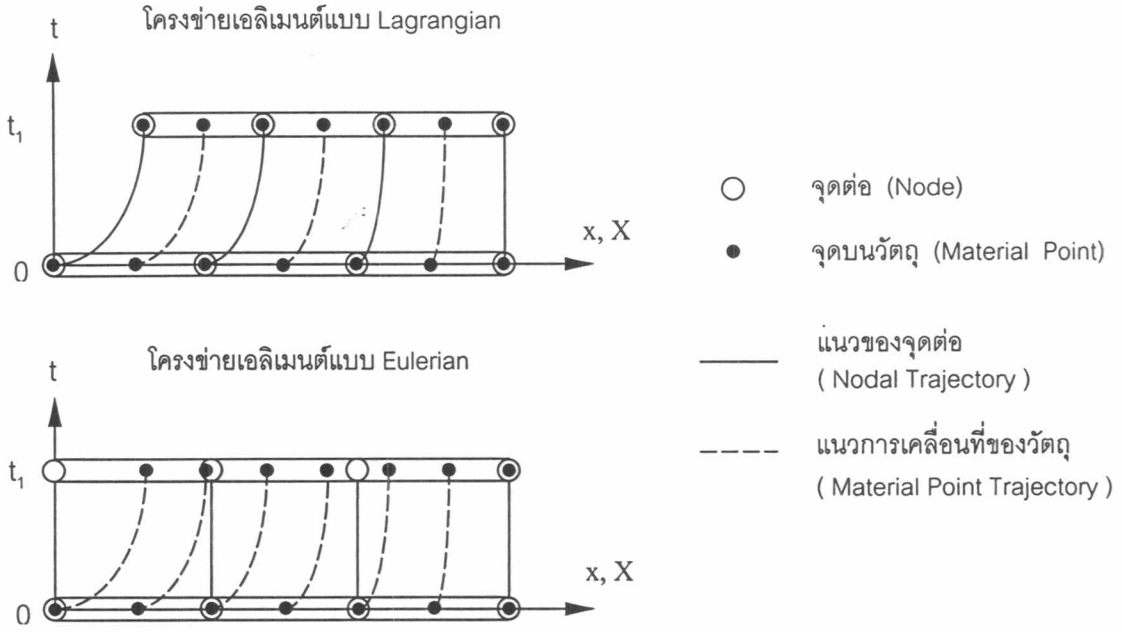
ตารางที่ 1.1 การจำแนกการวิเคราะห์ปัญหาแบบไร้เชิงเส้น

(Classification of Nonlinear Analysis) Bathe (1996)

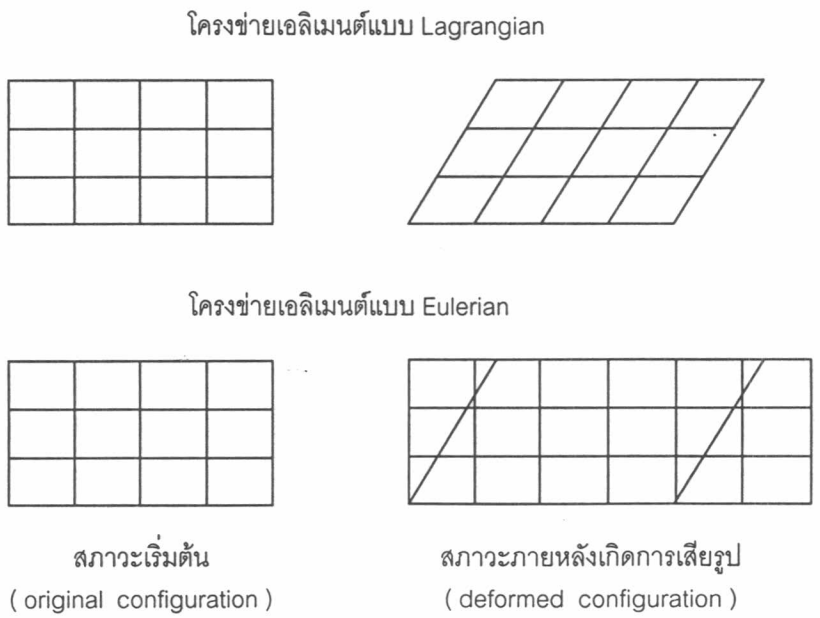
ชนิดของการวิเคราะห์	***ลักษณะของปัญหา***	***กฎเกณฑ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์***	***ชนิดของ การวัดความเค้นและความเครียด***
Material-Nonlinearity -Only (MNO)	วัตถุมีการเคลื่อนตัวและค่าความเครียดน้อย	Material-Nonlinearity -Only (MNO)	Engineering Stress and Strain
Large Displacement Large Rotation But Small Strain	วัตถุมีการเคลื่อนตัวมาก โดยที่ ค่าการหมุนของวัตถุมีค่ามาก แต่ค่าความเครียดมีค่าน้อย	Total Lagrangian (TL) Updated Lagrangian (UL)	Second Piola-kirchhoff, Green-Lagran Strain Cauchy Stress, Almansi Strain
Large Displacement Large Rotation And Large Strain	วัตถุมีการเคลื่อนตัวมาก โดยที่ ค่าการหมุนและค่าความเครียดของวัตถุมีค่ามากทั้งคู่	Total Lagrangian (TL) Updated Lagrangian (UL)	Second Piola-kirchhoff, Green-Lagran Strain Cauchy Stress, Logarithmic Strain



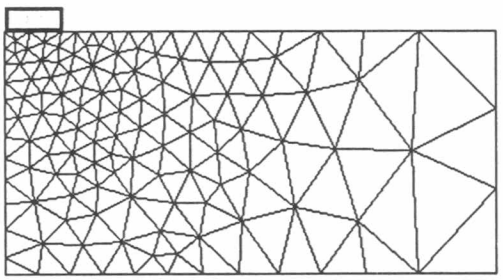
รูปที่ 1.1 ลักษณะของปัญหาที่ใช้การวิเคราะห์ด้วยวิธี Eulerian Formulation



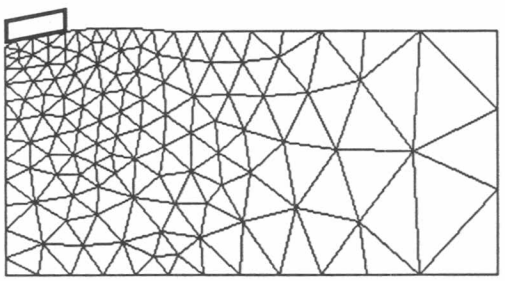
รูปที่ 1.2 โครงข่ายเอลิเมนต์แบบ Lagrangian และ Eulerian ในสภาพหนึ่งมิติ



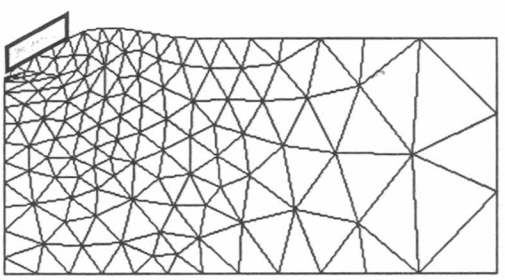
รูปที่ 1.3 โครงข่ายเอลิเมนต์แบบ Lagrangian และ Eulerian ในสภาพสองมิติ



โครงข่ายของเอลิเมนต์ (Mesh) ซึ่งจำลองสภาพของมวลดินก่อนมีหน่วยแรงภายนอกมากระทำ



เมื่อมีหน่วยแรงภายนอกมากระทำตำแหน่งรูปร่างของมวลดินจะเกิดการเสียรูปในแต่ละช่วงเวลาของการเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้น



- *การเสียรูปภายในโครงข่ายของเอลิเมนต์เนื่องจากการเคลื่อนตัวอย่างมากของมวลดิน*
- *รูปร่างของฐานรากเกิดการแอ่นตัวและยืดตัวเพิ่มขึ้นตามการเคลื่อนตัวของโครงข่ายของเอลิเมนต์*

รูปที่ 1.4 ข้อเสียของโครงข่ายเอลิเมนต์แบบลากรานเกียน (Lagrangian Mesh)