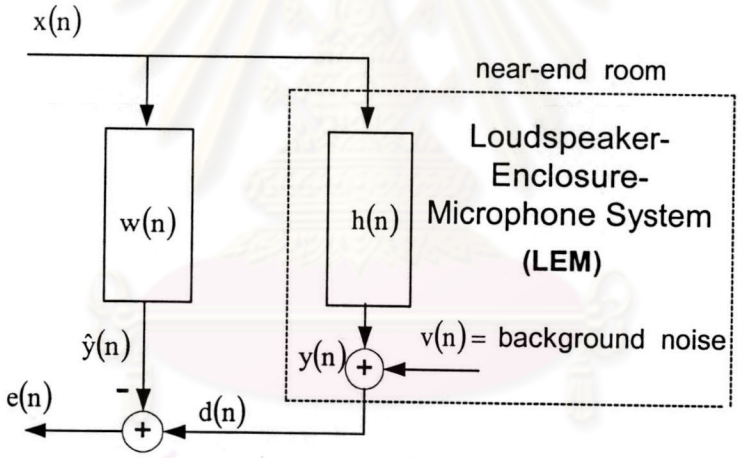
บทที่ 2

หลักการและระเบียบวิธีสำคัญ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการทำงานของระบบการขจัดสัญญาณเสียงสะท้อน (Acoustic Echo Cancellation, AEC) โดยอาศัยวงจรกรองแบบปรับตัว การแสดงเอกลักษณ์ของระบบ (System Identification) และระเบียบวิธีต่าง ๆ ที่ใช้กับวงจรกรองแบบปรับตัว

2.1 การขจัดสัญญาณเสียงสะท้อน

การทำงานของระบบ AEC ในระบบสัมมนาทางไกล คือ การหาแบบจำลองของระบบไมโครโฟนและลำโพงในสถานที่ปิด (Loundspeaker-Enclosure-Microphone, LEM) [17] หรือเรียกว่าวิถีสะท้อนทางเสียง (Acoustic Echo Path, AEP) ระหว่างไมโครโฟนและลำโพงโดยใช้วงจรกรองแบบปรับตัวต่อขนานกับ AEP



รูปที่ 2.1 ระบบการขจัดสัญญาณเสียงสะท้อน

พิจารณารูปที่ 2.1 เมื่อสัญญาณเข้าของระบบ $x(n)$ ถูกส่งมายังห้องใกล้จะเกิดการเชื่อมต่อระหว่างสัญญาณจากไมโครโฟนและลำโพงซึ่งเป็นผลของ AEP ในห้องใกล้ส่งผลให้เกิดสัญญาณเสียงสะท้อน $y(n)$ ส่งกลับไปยังผู้พูดในห้องไกลผ่านทางสัญญาณไมโครโฟน $d(n)$ ซึ่งประกอบไปด้วยผลรวมของสัญญาณเสียงสะท้อนกับสัญญาณรบกวนพื้นหลัง $v(n)$

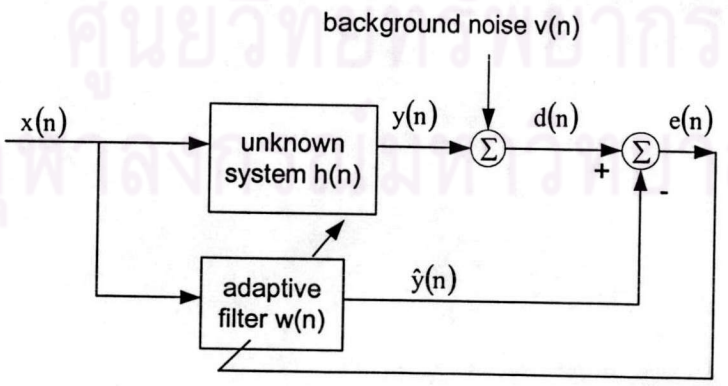
เมื่อนำวงจรกรองแบบปรับตัว $w(n)$ มาต่อขนานกับระบบ LEM ดังรูปที่ 2.1 สัญญาณออกของวงจรกรองแบบปรับตัว $\hat{y}(n)$ จะเป็นสัญญาณค่าประมาณของสัญญาณเสียงสะท้อน ผลต่างของสัญญาณไมโครโฟนกับสัญญาณออกของวงจรกรองแบบปรับตัวจะเรียกว่า สัญญาณผิดพลาดในการประมาณ $e(n)$ โดยจะถูกส่งกลับไปยังผู้พูดในห้องไกลแทนสัญญาณไมโครโฟน

ถ้าสัญญาณความผิดพลาดมีค่าเข้าใกล้ศูนย์จะแสดงว่าระบบสามารถทำการขจัดสัญญาณเสียงสะท้อนได้ ส่งผลให้ผู้ฟังในห้องไกลไม่ได้ยินสัญญาณเสียงสะท้อนของตนเองอีกต่อไป

เมื่อให้วงจรกรองแบบปรับตัว $w(n)$ มีโครงสร้างแบบผลตอบสนองของอิมพัลส์จำกัด (Finite Impulse Response, FIR) และมีความยาวเท่ากับ M สำหรับความยาวของวงจรกรองแบบปรับตัวควรจะมีการเลือกให้เหมาะสมเพื่อเหตุผลทางเสถียรของระบบ โดยความยาวของวงจรกรองแบบปรับตัวจะขึ้นอยู่กับค่าประมาณของเวลาสะท้อนกลับ (reverberation time) ของ AEP ในห้องใกล้ [17] เช่น ในสภาพแวดล้อมสำนักงานจะมีเวลาสะท้อนกลับประมาณ 300-500 ms เมื่อความถี่ชักตัวอย่างของระบบเท่ากับ 8 kHz ความยาว M จะมีค่าประมาณ 2400-4000 ในขณะที่สภาพแวดล้อมภายในรถยนต์จะมีความกังวานของเสียงน้อยกว่า ดังนั้นเวลาสะท้อนกลับจะน้อยกว่าคือประมาณ 50-100 ms ถ้าความถี่ชักตัวอย่างของระบบเท่ากับ 8 kHz เช่นกัน ความยาว M มีค่าประมาณ 400-800 [17] การใช้งานของวงจรกรองแบบปรับตัวมีหลายแบบ [14] สำหรับระบบ AEC จะใช้วงจรกรองแบบปรับตัวที่มีการใช้งานแบบการแสดงเอกลักษณ์ของระบบ โดยจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

2.2 การแสดงเอกลักษณ์ของระบบ (System Identification)

การแสดงเอกลักษณ์ของระบบเป็นการสร้างแบบจำลองของระบบที่ไม่ทราบค่าระบบหนึ่ง โดยอาศัยวงจรกรองแบบปรับตัว ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้คือ การออกแบบวางแผนการทดลอง การเลือกโครงสร้างของแบบจำลอง การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ และการพิสูจน์แบบจำลอง ขั้นตอนและวิธีการต่าง ๆ เหล่านี้จะกระทำซ้ำ ๆ กันไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้แบบจำลองที่น่าพอใจ [14] ในที่นี้จะอธิบายการใช้วงจรกรองแบบปรับตัวในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของระบบที่ไม่ทราบค่า ซึ่งถูกจำลองแบบโดยใช้วงจรกรองที่มีผลตอบสนองของอิมพัลส์จำกัด



รูปที่ 2.2 แผนภาพการแสดงเอกลักษณ์ของระบบ (System Identification)

สมมติว่าวิถีสะท้อนทางเสียง AEP, $h(n)$ เป็นระบบที่ไม่ทราบค่าระบบหนึ่ง ซึ่งจะกำหนดให้เป็นระบบเชิงเส้นและไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Linear Time-invariant System) โดยสามารถจำลองขึ้นโดยใช้ผลตอบสนองอิมพัลส์เป็น $\underline{h}(n)=[h_0\ h_1 \ldots h_{M-1}]^T$ ที่มีจำนวนสัมประสิทธิ์เท่ากับ M และ $[\cdot]^T$ คือ เมตริกซ์สลับเปลี่ยน และวงจรกรองแบบปรับตัวถูกกำหนดให้มีความยาวเท่ากับจำนวนสัมประสิทธิ์ของ $\underline{h}(n)$ โดย $\underline{w}(n)=\{w_0(n),\ w_1(n),\ldots,\ w_{M-1}\}$ คือ เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของวงจรกรองแบบปรับตัว และเวกเตอร์สัญญาณเข้าของระบบที่เวลา n เป็น $\underline{x}(n)=[x(n),\ x(n-1),\ldots.\ ,x(n-M+1)]^T$ สัญญาณไมโครโฟนในห้องใกล้ $d(n)$ จะถูกนำไปใช้ในระเบียบวิธีของวงจรกรองแบบปรับตัวที่หาได้จาก

$$\begin{aligned} d(n) &= y(n)+v(n) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} h(k)\,x(n-k)+v(n) \end{aligned} \qquad (2.1)$$

สัญญาณออกของวงจรกรองแบบปรับตัว $\hat{y}(n)$ คำนวณได้จากผลบวกคอนโวลูชัน (convolution sum) ระหว่างสัมประสิทธิ์น้ำหนักของวงจรกรองแบบปรับตัว $w_k(n)$
กับสัญญาณเข้า $x(n)$ ดังสมการ (2.2)

$$\hat{y}(n)=\sum_{k=0}^{M-1} w_k(n)x(n-k) \qquad (2.2)$$

สัญญาณความผิดพลาดของการประมาณ $e(n)$ หาได้จากความแตกต่างระหว่างสัญญาณออกของวงจรกรองแบบปรับตัว $\hat{y}(n)$ กับสัญญาณไมโครโฟน $d(n)$

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n)-\hat{y}(n) \\ &= y(n)+v(n)-\hat{y}(n) \end{aligned} \qquad (2.3)$$

พิจารณาสมการที่ (2.3) จะพบว่าที่เวลา n ใด ๆ ถ้าวงจรกรองแบบปรับตัวสามารถจำลองระบบ $\underline{h}(n)$ ได้ กล่าวคือ $\hat{y}(n)$ มีค่าใกล้เคียงกับ $y(n)$ ค่าสัญญาณความผิดพลาด $e(n)$ จะเข้าใกล้ค่าสัญญาณรบกวนพื้นหลัง $v(n)$ ดังนั้นค่าสัญญาณความผิดพลาดจึงถูกใช้เป็นตัวบอกการเบี่ยงเบนของแบบจำลองเมื่อเปรียบเทียบกับ AEP ในระเบียบวิธีต่าง ๆ (Adaptive Filtering algorithm) ค่าสัญญาณความผิดพลาด $e(n)$ จะถูกนำไปใช้ในการควบคุมการเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์น้ำหนักของวงจรกรองแบบปรับตัวที่คำนวณได้ในแต่ละรอบการวนซ้ำ (iteration) เพื่อใช้ในการคำนวณรอบต่อ ๆ ไปของระเบียบวิธีต่าง ๆ เมื่อการปรับปรุงค่าสัมประสิทธิ์น้ำหนักของวงจรกรองแบบปรับตัวกระทำซ้ำไปเรื่อย ๆ แบบจำลองที่น่าพอใจจะหาได้จากค่าการเบี่ยงเบน

ของแบบจำลอง กล่าวคือ เมื่อขนาดของสัญญาณความผิดพลาด $e(n)$ มีค่าน้อยจนเป็นที่ยอมรับได้ [14]

สำหรับในกรณีที่ AEP มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (time-varying system) สัญญาณออกของระบบจะเป็นแบบแปรตามเวลาด้วย ดังนั้นระเบียบวิธีที่ใช้นอกจากจะต้องมีความสามารถในการรักษาขนาดของสัญญาณความผิดพลาดของระบบให้มีค่าน้อย ๆ แล้ว ยังควรที่จะต้องมีความสามารถในการติดตาม (tracking) การเปลี่ยนแปลงของ AEP อย่างต่อเนื่องอีกด้วย [15] ซึ่งจะอยู่นอกขอบเขตของวิทยานิพนธ์นี้

2.3 ระเบียบวิธีที่ใช้กับวงจรกรองแบบปรับตัว

ระเบียบวิธีที่ใช้ควบคุมการทำงานของวงจรกรองแบบปรับตัวมีจำนวนมาก และระเบียบวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาการขจัดสัญญาณเสียงสะท้อนซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกมาศึกษา ได้แก่ ระเบียบวิธี Least Mean Squre (LMS) ระเบียบวิธี Normalized Least Mean Square (NLMS) ระเบียบวิธี Recursive Least squares (RLS) และระเบียบวิธี Affine Projection (AP) จากระเบียบวิธีทั้ง 4 ระเบียบวิธีนี้ จะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการทำงานของแต่ละระเบียบวิธีเพื่อที่จะเลือกใช้ระเบียบวิธีที่เหมาะสมในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ดังรายละเอียดในหัวข้อต่อไปนี้

2.3.1 ระเบียบวิธี Least Mean Squre (LMS)

ระเบียบวิธี LMS เป็นที่นิยมและมีการใช้กันอย่างกว้างขวาง เนื่องจากเป็นระเบียบวิธีที่สมรรถนะที่ทนทาน (robust performance) และต้นทุนต่ำ (low cost) ถึงแม้จะมีอัตราการลู่เข้า (convergence rate) ช้า [17] ระเบียบวิธีนี้พัฒนามาจากระเบียบวิธี Steepest Descent โดยจะพยายามลดค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าสัญญาณความผิดพลาดให้มีค่าน้อยที่สุด [18] ระเบียบวิธี LMS มีการทำงานที่เริ่มจากการกำหนดค่าเริ่มต้นให้แก่สัมประสิทธิ์ของวงจรกรองแบบปรับตัวหรือเวกเตอร์สัมประสิทธิ์น้ำหนัก (tap weight vector) โดยค่าสัมประสิทธิ์น้ำหนักจะถูกปรับปรุงไปพร้อมกับจำนวนรอบหรือจำนวนการวนซ้ำของการคำนวณ ค่าของเวกเตอร์สัมประสิทธิ์น้ำหนักที่ได้จากการวนซ้ำในรอบสุดท้ายจะลู่เข้าสู่คำตอบของระบบเรียกว่า Wiener Solution [14] การทำงานของระเบียบวิธี LMS นี้จะมีลักษณะคล้ายกับระบบการควบคุมแบบป้อนกลับ โดยอาศัยกระบวนการ พื้นฐาน 2 กระบวนการคือ

1. Adaptive process จะทำการปรับเปลี่ยนเวกเตอร์สัมประสิทธิ์น้ำหนักในแต่ละรอบการวนซ้ำ

2. Filtering process จะเป็นการทำผลคูณภายในระหว่างชุดข้อมูลสัญญาณเข้าและชุดเวกเตอร์สัมประสิทธิ์น้ำหนักที่ผ่านกระบวนการปรับปรุงค่าสัมประสิทธิ์น้ำหนักแล้วในขั้นตอน Adaptive process

ฟังก์ชันต้นทุน (cost function) ที่ใช้ในระเบียบวิธี LMS เป็นค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าสัญญาณความผิดพลาดดังสมการ

$$J(n) = E\{e^2(n)\} \tag{2.4}$$

พิจารณารูปที่ 2.2 สมมติให้ $x(n)$ และ $d(n)$ เป็นสัญญาณที่มีคุณลักษณะแบบ jointly stationary และ $J(n)$ เป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์ (convex function) ของ $\underline{w}(n)$

ถ้าสมมติให้สัญญาณรบกวนเบื้องหลังมีค่าน้อยมากจนเข้าใกล้ศูนย์ จากสมการที่ (2.3) ค่าสัญญาณความผิดพลาดสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} e(n) &= y(n) - \hat{y}(n) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} h(k)x(n-k) - \sum_{k}^{M-1} w_k(n)x(n-k) \\ &= [\underline{h}(n) - \underline{w}(n)]^T \underline{x}(n) \end{aligned} \tag{2.5}$$

แทนค่า $e(n)$ ลงในฟังก์ชันต้นทุนในสมการ (2.4) จะได้

$$J(n) = E\{e^2(n)\} \tag{2.6}$$

ในการหาค่า $\underline{w}(n)$ ค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimum) หรือเมื่อ $J(n)$ มีค่าน้อยที่สุด (minimum) สามารถทำได้โดยการหาค่าเกรเดียนท์เวกเตอร์ของ $J(n)$ ซึ่งจะได้เป็น

$$\nabla(\underline{J}(n)) = -2\underline{p}(n) - 2R(n)\underline{w}(n) \tag{2.7}$$

โดยที่ $\underline{p}$ คือ เวกเตอร์สหสัมพันธ์ข้าม (cross-correlation) ระหว่าง $\underline{x}(n)$ และ $d(n)$ หาได้จาก

$$p(n) = E\{x(n)x^H(n)\} \tag{2.8}$$

เมื่อ H คือ hermitian transpose และ **R** คือ เมตริกซ์อัตสหสัมพันธ์ (auto-correlation) ของ $\underline{x}(n)$ หาได้จาก

$$\underline{R}(n) = E\{x(n)d^*(n)\} \tag{2.9}$$

สมการปรับปรุงค่าสัมประสิทธิ์น้ำหนักของวงจรกรองแบบปรับตัว $\underline{w}(n)$ หรือสมการปรับให้เป็นปัจจุบัน (update equation) หาได้จากการคำนวณแบบวนซ้ำต่อไปนี้

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)+\frac{1}{2}\mu[-\nabla(J(n))] \tag{2.10}$$

เมื่อ μ คือค่าคงที่จำนวนจริงบวกและจะเรียกว่า ค่าช่วงก้าว (step-size)

อย่างไรก็ดีค่าจริงของ $\underline{p}$ และ $\mathbf{R}$ จะไม่สามารถหาได้จากสัญญาณเข้าเพียงชุดเดียว ดังนั้น ระเบียบวิธี LMS จึงปรับเปลี่ยนจากระเบียบวิธี Steepest Descent โดยใช้ค่าประมาณของ $\underline{p}$ และ $\mathbf{R}$ ขณะเวลานั้น ๆ (instantaneous estimate) ในการหาค่าเกรเดียนท์เวกเตอร์ โดยค่าประมาณขณะเวลานั้น ๆ ของ $\mathbf{R}$ คือ

$$\hat{\mathbf{R}}(n)=\underline{x}(n)\underline{x}^{T}(n) \tag{2.11}$$

และค่าประมาณขณะเวลานั้น ๆ ของ $p(n)$ คือ

$$\hat{\underline{p}}(n)=\underline{x}(n)d(n) \tag{2.12}$$

เมื่อนำสมการที่ (2.11) และ (2.12) แทนในสมการที่ (2.7) และ (2.5) สมการปรับให้เป็นปัจจุบันของ $\underline{w}(n)$ ในสมการที่ (2.10) จะกลายเป็น

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)+\mu\underline{x}(n)[d(n)-\underline{x}^{T}(n)w(n)] \tag{2.13}$$

ดังนั้นเมื่อนำระเบียบวิธี LMS มาใช้ในการควบคุมการทำงานของวงจรกรองแบบปรับตัวในรูปที่ 2.2 จะได้ความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่จำเป็นคือ

$$\hat{y}(n)=\underline{w}^{T}(n)\underline{x}(n) \tag{2.14}$$

$$e(n)=d(n)-\hat{y}(n) \tag{2.15}$$

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)+\mu\underline{x}(n)e(n) \tag{2.16}$$

ค่าช่วงก้าว μ จะมีผลโดยตรงต่ออัตราการลู่เข้าสู่สภาวะอยู่ตัว (steady state) เนื่องจากมีการป้อนกลับ (feedback) ในระเบียบวิธี LMS โดยอาจมีผลทำให้ระบบเกิดความไม่เสถียรได้ ทั้งนี้ค่า μ ควรเลือกให้อยู่ในช่วงของ [14]

$$0<\mu<\frac{2}{\lambda_{max}} \tag{2.17}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เพื่อรักษาความเสถียรของระบบ โดย λ_{max} คือค่าเจาะจง (eigenvalue) ของ $\mathbf{R}$ ที่มีค่ามากที่สุด

โดยปกติ $\underline{w}(n)$ จะไม่ลู่เข้าสู่จุดที่น้อยที่สุดของ $J(n)$ อย่างถูกต้อง แต่จะแกว่งรอบ ๆ จุดที่น้อยที่สุดนี้เนื่องจากผลของการมี gradient noise [14] กล่าวคือ ค่าความผิดพลาดในการประมาณค่าเกรเดียนท์เวกเตอร์ผ่าน $\underline{\hat{R}}(n)$ และ $\hat{p}(n)$ เป็นผลให้ฟังก์ชันต้นทุนในสภาวะอยู่ตัว หรือ $J(\alpha)$ มีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยกำลังสองของสัญญาณความผิดพลาดที่มีค่าน้อยที่สุด (J_{min}) ความแตกต่างระหว่าง $J(\alpha)$ และ J_{min} จะเรียกว่า excess mean square error หรือ $J_{ex}(\alpha)$ กล่าวคือ

$$J_{ex}(\alpha) = J(\alpha) - J_{min} \tag{2.18}$$

การวัดการเบี่ยงเบนของคำตอบสามารถหาได้จากอัตราส่วนระหว่าง $J_{ex}(\alpha)$ และ J_{min} โดยเรียกว่า misadjustment

$$\text{Misadjustment (M)} = \frac{J_{ex}(\alpha)}{J_{min}} \tag{2.19}$$

สำหรับอัตราการลู่เข้าของ $J(n)$ สู่คำตอบของ wiener solution (เมื่อ $\underline{w}_{opt} = R^{-1}(n)p(n)$) จะขึ้นอยู่กับการกระจายของค่าเจาะจง (eigenvalue spread) ของ $\mathbf{R}$ ซึ่งหาจาก $\lambda_{max}/\lambda_{min}$ ถ้าการกระจายของค่าเจาะจงของ $\mathbf{R}$ มีค่าสูง (>1) จะทำให้อัตราการลู่เข้าช้าลง ในกรณีสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณรบกวนสีขาวจะมีค่าเจาะจงของ $\mathbf{R}$ เท่ากับ 1 แต่ในระบบ AEC สัญญาณเข้าส่วนมากจะเป็นสัญญาณเสียงพูดซึ่งมีการกระจายของค่าเจาะจงของ $\mathbf{R}$ สูงทำให้อัตราการลู่เข้าช้ากว่าเมื่อเทียบกับกรณีที่สัญญาณเข้าของระบบเป็นสัญญาณรบกวนสีขาว

2.3.2 ระเบียบวิธี Normalized Least Mean Square (NLMS)

ในระเบียบวิธี LMS นั้นปัจจัยที่มีความสัมพันธ์กับเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของวงจรกรองแบบปรับตัว $\underline{w}(n)$ ถูกคำนวณจากค่าประมาณของเกรเดียนท์ $\mu\underline{x}(n)e^*(n)$ เนื่องจากปริมาณนี้เป็นสัดส่วนโดยตรงกับเวกเตอร์สัญญาณเข้า $\underline{x}(n)$ สัญญาณความผิดพลาดในการประมาณค่าเกรเดียนท์จะมากขึ้นเมื่อ $\underline{x}(n)$ มีขนาดใหญ่ ปัญหานี้สามารถหลีกเลี่ยงได้โดยการทำนอร์แมลไลซ์ค่าประมาณเกรเดียนท์ด้วยขนาดของเวกเตอร์สัญญาณเข้า $\|\underline{x}(n)\|^2$ เมื่อ $\|.\|$ คือ Euclidean Norm การปรับปรุงค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองแบบปรับตัว $\underline{w}(n)$ สามารถกระทำได้โดยขั้นตอนดังนี้

$$\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) + \frac{\tilde{\mu}\underline{x}(n)e(n)}{\varepsilon + \|\underline{x}(n)\|^2} \tag{2.20}$$

เมื่อ ε คือ ค่าคงที่เล็ก ๆ เพื่อป้องกันการลู่ออกของวงจรกรองแบบปรับตัวกรณีที่สัญญาณเข้ามีขนาดน้อย ๆ และค่าช่วงก้าว $\tilde{\mu} \in (0,2)$ จะอยู่ภายใต้เงื่อนไขที่จำเป็นและพอเพียงสำหรับการลู่เข้าของระเบียบวิธี NLMS ซึ่งเป็นอิสระต่อลักษณะเฉพาะ (characteristic) ของสัญญาณเข้า [18]

ในระเบียบวิธี LMS ถ้าเราใช้ค่า μ น้อยเกินไปจะทำให้การเบี่ยงเบนของคำตอบน้อยลง แต่อัตราการลู่เข้าจะช้า แต่ถ้าเราใช้ค่า μ มากเกินไปจะทำให้อัตราการลู่เข้าจะเร็วแต่การเบี่ยงเบนของคำตอบจะมากขึ้น สำหรับค่า μ ที่คงที่ที่เหมาะสมสำหรับสัญญาณเข้าชุดหนึ่งอาจจะไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมกับสัญญาณเข้าอีกชุดหนึ่ง ซึ่งอาจจะส่งผลให้ระเบียบวิธีนั้นเกิดการลู่ออก ในระเบียบวิธี NLMS จะใช้ค่าช่วงก้าว $\mu(n)$ ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาในการปรับปรุงสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองแบบปรับตัว ดังสมการที่ (2.21)

$$\mu(n) = \frac{\tilde{\mu}}{\varepsilon + \|\underline{x}(n)\|^2} \tag{2.21}$$

ซึ่งแตกต่างจากการใช้ค่า μ ที่เป็นค่าคงที่ในระเบียบวิธี LMS ค่า $\mu(n)$ ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาจะมีความยืดหยุ่นเกี่ยวกับอัตราการลู่เข้าและการเบี่ยงเบนของคำตอบ ดังนั้นการขจัดสัญญาณเสียงสะท้อนโดยใช้ระเบียบวิธี NLMS จะมีอัตราการลู่เข้าที่เร็วกว่าระเบียบวิธี LMS เมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณเสียงพูด หรืออาจจะกล่าวได้ว่าระเบียบวิธี NLMS มีความเหมาะสม ในการขจัดสัญญาณเสียงสะท้อนเมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณเสียงพูดมากกว่าการใช้ระเบียบวิธี LMS

2.3.3 **ระเบียบวิธี** Recursive Least squares (RLS)

ในขณะที่ระเบียบวิธี LMS พยายามที่จะทำให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของสัญญาณความผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุด ระเบียบวิธี RLS จะพยายามทำให้น้ำหนักของผลรวมของกำลังสองของสัญญาณความผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุด Wiener Filter ถูกออกแบบโดยอาศัยค่าเฉลี่ยทั้งชุดเชิงสถิติ (ensemble average) ส่วนระเบียบวิธี RLS จะใช้ค่าเฉลี่ยทางเวลา (time average) ของข้อมูล [18] ในที่นี้ วงจรกรองที่เหมาะสมที่สุดจะขึ้นอยู่กับจำนวนชักตัวอย่างที่ใช้ในการเฉลี่ย ในวิธีการของ RLS จะพยายามทำให้ฟังก์ชันต้นทุน $J(n)$ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ

$$J(n) = \sum_{i=1}^{n} |e(i)|^2 \lambda^{n-i} \tag{2.22}$$

โดยที่ $0 \le \lambda \le 1$ คือ forgeting factor ที่ใช้ในการติดตามการเปลี่ยนแปลงทางสถิติของข้อมูล ซึ่งจะทำให้วงจรกรองแบบปรับตัวสามารถดำเนินการในสภาวะแปรตามเวลาได้ [18]

ค่าที่เหมาะสมที่สุดของ $\underline{w}(n)$ ซึ่งจะทำให้ $J(n)$ มีค่าน้อยที่สุด สามารถคำนวณได้จากสมการ normal equation ซึ่งเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\Phi(n)\underline{w}(n) = \underline{z}(n) \tag{2.23}$$

เมื่อเมตริกซ์สหสัมพันธ์ $\boldsymbol{\Phi}(n)$ ซึ่งมีขนาด $M \times M$ สามารถนิยามได้โดย

$$\boldsymbol{\Phi}(n) = \sum_{i=1}^{n} \lambda^{n-i} \underline{x}(i)\underline{x}^{T}(i) \tag{2.24}$$

เวกเตอร์สหสัมพันธ์ $\underline{z}(n)$ ระหว่าง $\underline{x}(n)$ และ $d(n)$ นิยามได้ดังนี้

$$\underline{z}(n) = \sum_{i=1}^{n} \lambda^{n-i} \underline{x}(i)d(i) \tag{2.25}$$

สมการ (2.24) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการวนซ้ำได้ดังนี้

$$\boldsymbol{\Phi}(n) = \lambda\boldsymbol{\Phi}(n-1) + \underline{x}(n)\underline{x}^{T}(n) \tag{2.26}$$

และสมการ (2.25) สามารถเขียนในรูปการวนซ้ำได้ดังนี้

$$\underline{z}(n) = \lambda\underline{z}(n-1) + \underline{x}(n)d(n) \tag{2.27}$$

ในการหาคำตอบ $\underline{w}(n)$ ที่เหมาะสมที่สอดคล้องกับสมการ (2.23) จะต้องคำนวณค่าผกผันของ $\boldsymbol{\Phi}(n)$ อย่างไรก็ตาม ในการคำนวณหาค่าผกผันของ $\boldsymbol{\Phi}(n)$ เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนโดยเฉพาะเมื่ออันดับนั้นมีค่าสูง แต่สามารถลดความซับซ้อนนี้ได้โดยอาศัยพีชคณิตเชิงเมตริกซ์ (matrix algebra) คือ matrix inversion lemma [14] ซึ่งจะนำไปสู่สมการแบบวนซ้ำ สำหรับการคำนวณหาค่าผกผันของ $\boldsymbol{\Phi}(n)$

$$\Phi^{-1}(n) = \lambda^{-1}\boldsymbol{\Phi}^{-1}(n-1) - \frac{\lambda^{-1}\boldsymbol{\Phi}^{-1}(n-1)\underline{x}(n)\underline{x}^{T}(n)\boldsymbol{\Phi}^{-1}(n-1)}{1+\lambda^{-1}\underline{x}^{H}(n)\boldsymbol{\Phi}^{-1}(n)\underline{x}(n)} \tag{2.28}$$

สมการที่ (2.26) สามารถเขียนได้ใหม่เพื่อความสะดวกในการคำนวณได้ดังนี้

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1) - \lambda^{-1}\underline{k}(n)\underline{x}^{T}(n)\mathbf{P}(n-1) \tag{2.29}$$

โดยกำหนดให้

$$\mathbf{P}(n) = \boldsymbol{\Phi}^{-1}(n) \tag{2.30}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

และ

$$\underline{k}(n)=\frac{\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)\underline{x}(n)}{1+\lambda^{-1}\underline{x}^{T}(n)\mathbf{P}(n-1)\underline{x}(n)} \tag{2.31}$$

จากสมการ (2.23), (2.27), (2.29) และ (2.30) จะได้สมการการวนซ้ำสำหรับการปรับปรุง $\underline{\hat{w}}(n)$ ดังนี้

$$\underline{w}(n)=\underline{w}(n-1)+\underline{k}(n)\alpha(n) \tag{2.32}$$

โดยที่ $\alpha(n)$ คือการประมาณความผิดพลาดแรกเริ่ม (priori estimation error) นิยามโดย

$$\alpha(n)=d(n)-\underline{w}^{T}(n-1)\underline{x}(n) \tag{2.33}$$

สมการ (2.31), (2.33), (2.32) และ (2.29) ตามลำดับนี้จะใช้ในระเบียบวิธี RLS สามารถสรุปได้ดังสมการข้างล่างนี้

$$\underline{k}(n)=\frac{\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)\underline{x}(n)}{1+\lambda^{-1}\underline{x}^{T}(n)\mathbf{P}(n-1)\underline{x}(n)} \tag{2.34}$$

$$\alpha(n)=d(n)-\underline{w}^{T}(n-1)\underline{x}(n) \tag{2.35}$$

$$\underline{w}(n)=\underline{w}(n-1)+\underline{k}(n)\alpha(n) \tag{2.36}$$

$$\mathbf{P}(n)=\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)-\lambda^{-1}\underline{k}(n)\underline{x}^{T}(n)\mathbf{P}(n-1) \tag{2.37}$$

สมการ (2.28) ของระเบียบวิธี RLS เริ่มต้นโดยค่าของ $\mathbf{P}(0)$ ซึ่งต้องแน่ใจว่า $\Phi^{-1}(n)$ ไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน (nonsingularity matrix) โดยปกติจะกำหนดไว้เป็น

$$\mathbf{\Phi}(0)=\delta\mathbf{I} \tag{2.38}$$

โดยที่ δ คือค่าคงที่ค่าบวกเล็ก ๆ และ $\mathbf{I}$ คือ เมตริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) ดังนั้นค่าเริ่มแรกของ $\mathbf{P}(n)$ จะกำหนดไว้เป็น

$$\mathbf{P}(0)=\delta^{-1}\mathbf{I} \tag{2.39}$$

ระเบียบวิธี RLS มีการลู่เข้าที่เร็วกว่าเมื่อเทียบกับระเบียบวิธี LMS โดยที่อัตราการลู่เข้านี้ไม่ขึ้นอยู่กับข้อมูลเชิงสถิติของสัญญาณ [18] นอกจากนี้ระเบียบวิธี RLS ยังคงรักษาการลู่เข้าที่เร็วแม้ว่าสัญญาณเข้าจะเป็นสัญญาณเสียงพูด ด้วยลักษณะเด่นของระเบียบวิธี RLS นี้จึงเหมาะ

สำหรับใช้เป็นระเบียบวิธีในระบบ AEC อย่างไรก็ตามระเบียบวิธี RLS ยังมีปัญหาเกี่ยวกับความซับซ้อนในการคำนวณที่มากกว่าเมื่อเทียบกับระเบียบวิธี LMS และปัญหาของความไม่เสถียร [18] จากการทดลองจะพบว่าระเบียบวิธี RLS มีแนวโน้มจะเกิดความไม่เสถียรเมื่อค่า forgetting factor λ นั้นน้อยกว่า 1 ซึ่งแม้ว่าจะทำให้การลู่เข้าของระเบียบวิธี RLS เร็วขึ้นก็ตาม [18]

2.3.4 ระเบียบวิธี Affine Projection (AP)

ระเบียบวิธี Affine Projection (AP) เป็นระเบียบวิธีที่มีอัตราการลู่เข้าและความซับซ้อนในการคำนวณอยู่ระหว่างระเบียบวิธี NLMS และระเบียบวิธี RLS หรือในอีกความหมายหนึ่งคือ ระเบียบวิธี AP จะมีอัตราการลู่เข้าที่แปรผันตรงกับอันดับ (order, P) ของระเบียบวิธี กล่าวคือถ้าอันดับเท่ากับ 1 ระเบียบวิธี AP จะมีลักษณะเดียวกับระเบียบวิธี NLMS ถ้าเพิ่มอันดับสูงขึ้นจะทำให้อัตราการลู่เข้าสูงขึ้น แต่ความซับซ้อนในการคำนวณก็จะเพิ่มขึ้นตามจำนวนอันดับที่เพิ่มขึ้นเช่นกันและถ้ากำหนดให้อันดับมีค่าเท่ากับ L ระเบียบวิธี AP จะมีลักษณะเช่นเดียวกับระเบียบวิธี RLS ดังนั้นอันดับของระเบียบวิธี AP จะมีค่าอยู่ในช่วง $1<P\leq L$ [12] ระเบียบวิธี AP มีสมการที่ใช้ในการคำนวณดังต่อไปนี้

เวกเตอร์ของสัญญาณไมโครโฟนขนาด Px1

$$\underline{d}(n)=\left[d(n)\quad d(n-1)....d(n-P-1)\right]^T \tag{2.40}$$

เมตริกซ์ข้อมูลของสัญญาณเข้าขนาด LxP

$$\mathbf{X}(n)=\left[\underline{x}(n)\ \underline{x}(n-1)\ \ ...\ \underline{x}(n-P+1)\right]$$

$$=\begin{bmatrix} x(n) & x(n-1) & \cdots & x(n-P+1) \\ x(n-1) & x(n-2) & \cdots & x(n-P) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(n-L+1) & x(n-L) & \cdots & x(n-P-L+2) \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

นิยามการคำนวณเวกเตอร์ความผิดพลาดค่าก่อนหน้า (priori error) ขนาด Px1

$$\underline{e}(n)=\underline{d}(n)-\mathbf{X}^T(n)\underline{w}(n-1) \tag{2.42}$$

นิยามการคำนวณเวกเตอร์ความผิดพลาดค่าหลัง (posteri error) ขนาด Px1

$$\underline{\xi}(n)=\underline{d}(n)-\mathbf{X}^T(n)\underline{w}(n) \tag{2.43}$$

ในการปรับปรุงสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองแบบปรับตัว จะกำหนดให้ $\underline{\xi}(n)=\underline{0}$ และนำสมการที่ (2.42)-(2.423) จะได้

$$\begin{aligned}\underline{e}(n)&=\mathbf{X}^{T}(n)(\underline{w}(n)-\underline{w}(n-1))\\&=\mathbf{X}^{T}(n)\Delta\underline{w}(n)\end{aligned} \tag{2.44}$$

เมื่อ

$$\underline{w}(n)=\underline{w}(n-1)+\Delta\underline{w}(n) \tag{2.45}$$

เมื่อ P < L สมการที่ (2.41) จะเป็นสมการที่มีจำนวนตัวแปรมากกว่าจำนวนสมการ (under-determined) ทำให้ไม่สามารถแก้สมการได้โดยตรง และคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (optimal solution) ของ $\Delta\underline{w}(n)$ สามารถหาได้จากสมการที่ (2.46)

$$\Delta\underline{w}(n)=\left[\mathbf{X}^{T}(n)\right]^{*^{-1}}\underline{e}(n) \tag{2.46}$$

เมื่อ $\left[\mathbf{X}^{T}(n)\right]^{*^{-1}}$ คือ เมตริกซ์ผกผันเทียม (pseudo-inverse) ของเมตริกซ์ $\mathbf{X}^{T}(n)$ ดังสมการที่ (2.47)

$$\left[\mathbf{X}^{T}(n)\right]^{*^{-1}}=\mathbf{X}(n)\left[\mathbf{X}^{T}(n)\mathbf{X}(n)\right]^{-1} \tag{2.47}$$

เมื่อแทนสมการที่ (2.47) ลงในสมการที่ (2.46) จะได้

$$\Delta\underline{w}(n)=\mathbf{X}(n)\left[\mathbf{X}^{T}(n)\mathbf{X}(n)\right]^{-1}\underline{e}(n) \tag{2.48}$$

จากสมการที่ (2.48) ถ้า $\left[\mathbf{X}^{T}(n)\mathbf{X}(n)\right]^{-1}$ มีการกระจายค่าเจาะจงที่มีค่าใหญ่ (large eigenvalue spread) ทำให้เกิดปัญหาในการหาค่าเมตริกซ์ผกผันจึงต้องมีการเพิ่มเทอมเมตริกซ์เรกกูลาไรเซชั่น (regularization matrix, $\delta\mathbf{I}$) ดังนั้นสมการที่ (2.48) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\Delta\underline{w}(n)=\mathbf{X}(n)\left[\mathbf{X}^{T}(n)\mathbf{X}(n)+\delta\mathbf{I}\right]^{-1}\underline{e}(n) \tag{2.49}$$

และกำหนดให้

$$\underline{\varepsilon}(n)=\left[\mathbf{X}^{T}(n)\mathbf{X}(n)+\delta\mathbf{I}\right]^{-1}\underline{e}(n) \tag{2.49}$$

จากสมการที่ (2.45) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\underline{w}(n)=\underline{w}(n-1)+\mu\mathbf{X}(n)\underline{\varepsilon}(n) \tag{2.50}$$

ซึ่งก็คือสมการปรับให้เป็นปัจจุบันของระเบียบวิธี AP

จากการที่ได้ศึกษาระเบียบวิธี LMS ระเบียบวิธี NLMS ระเบียบวิธี RLS และระเบียบวิธี AP สามารถเปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณของแต่ละระเบียบวิธีต่อการวนซ้ำ 1 ครั้ง ดังตารางข้างล่างนี้ โดยจะกำหนดให้ L คือความยาวของวงจรกรองแบบปรับตัว และ P คืออันดับของระเบียบวิธี AP

LMS algorithm	+ / -	x
$\hat{y}(n) = \underline{w}^T(n)\underline{x}(n)$	L-1	L
$e(n) = d(n) - \hat{y}(n)$	1	
$\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) + \mu\underline{x}(n)e(n)$	L	L+1
Total computation complexity	2L	2L+1

ตารางที่ 2.1 ความซับซ้อนในการคำนวณของระเบียบวิธี LMS

NLMS algorithm	+ / -	x
$e(n) = d(n) - \underline{w}^T(n)\underline{x}(n)$	L	L
$\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) + \frac{\tilde{\mu}\underline{x}(n)e(n)}{\varepsilon + \|\underline{x}(n)\|^2}$	L+1	L+3
Total computation complexity	2L+1	2L+3

ตารางที่ 2.2 ความซับซ้อนในการคำนวณของระเบียบวิธี NLMS

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

RLS algorithm	+ / -	x
$\underline{k}(n)=\frac{\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)\underline{x}(n)}{1+\lambda^{-1}\underline{x}^{T}(n)\mathbf{P}(n-1)\underline{x}(n)}$	$2L^2+L$	$2L^2-L-1$
$\alpha(n)=d(n)-\underline{w}^{T}(n-1)\underline{x}(n)$	L	L
$\underline{w}(n)=\underline{w}(n-1)+\underline{k}(n)\alpha(n)$	L	L
$\mathbf{P}(n)=\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)-\lambda^{-1}\underline{k}(n)\underline{x}^{T}(n)\mathbf{P}(n-1)$	L^2	L^2
Total computation complexity	$3L^2+3L$	$3L^2+L-1$

ตารางที่ 2.3 ความซับซ้อนในการคำนวณของระเบียบวิธี RLS

AP algorithm	+ / -	x
$\underline{e}(n)=\underline{d}(n)-\mathbf{X}^{T}(n)\underline{w}(n-1)$	LP	LP
$\underline{\varepsilon}(n)=\left[\mathbf{X}^{T}(n)\mathbf{X}(n)+\delta\mathbf{I}\right]^{-1}\underline{e}(n)$	LP^2-P^2	LP^2
$\underline{w}(n)=\underline{w}(n-1)+\mu\mathbf{X}(n)\underline{\varepsilon}(n)$	LP	LP+1
Total computation complexity	$LP^2+2LP-P^2$	$LP^2+2LP+1$

ตารางที่ 2.4 ความซับซ้อนในการคำนวณของระเบียบวิธี AP

การเปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณของระเบียบวิธี LMS ระเบียบวิธี NLMS ระเบียบวิธี RLS และระเบียบวิธี AP ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะตัวดำเนินการ (operator) คูณเท่านั้น โดยกำหนดให้ L=256 และ P=2,5,8 ตามลำดับ

การเปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณระหว่างระเบียบวิธี AP และระเบียบวิธี LMS

$$\frac{\text{computation complexity}\,(\text{AP})}{\text{computation complexity}\,(\text{LMS})} = \frac{LP^2 + 2LP + 1}{2L + 1}$$

L \ P	2	5	8
256	3.994	17.468	40.626
512	3.997	17.484	39.962
1024	3.999	17.492	39.981

ตารางที่ 2.5 เปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณระหว่าง
ระเบียบวิธี AP และระเบียบวิธี LMS

พิจารณาตารางที่ 2. 5 พบว่า ระเบียบวิธี AP จะมีความซับซ้อนในการคำนวณเพิ่มขึ้น เมื่อเทียบกับระเบียบวิธี LMS ที่มีค่า L = 256 512 และ 1024 ตามลำดับ ประมาณ 4 เท่า 17 เท่า และ 40 เท่า เมื่อเพิ่มอันดับ P เป็น 2 5 และ 8 ตามลำดับ

การเปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณระหว่างระเบียบวิธี AP และระเบียบวิธี NLMS

$$\frac{\text{computation complexity}\,(\text{AP})}{\text{computation complexity}\,(\text{NLMS})} = \frac{LP^2 + 2LP + 1}{2L + 3}$$

L \ P	2	5	8
256	3.979	17.4	39.769
512	3.989	17.45	39.884
1024	3.995	17.492	39.942

ตารางที่ 2.6 เปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณระหว่าง
ระเบียบวิธี AP และระเบียบวิธี NLMS

พิจารณาตารางที่ 2. 6 พบว่า ระเบียบวิธี AP จะมีความซับซ้อนในการคำนวณเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับระเบียบวิธี NLMS ที่มีค่า L = 256 512 และ 1024 ตามลำดับ ประมาณ 4 เท่า 17 เท่า และ 40 เท่า เมื่อเพิ่มอันดับ P เป็น 2 5 และ 8 ตามลำดับ

การเปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณระหว่างระเบียบวิธี AP และระเบียบวิธี RLS

$$\frac{\text{computation complexity}\,(\text{AP})}{\text{computation complexity}\,(\text{RLS})} = \frac{\text{LP}^2 + 2\text{LP} + 1}{2\text{L} + 1}$$

L \ P	2	5	8
256	0.104	0.046	0.106
512	0.0052	0.023	0.052
1024	0.0026	0.011	0.026

ตารางที่ 2.7 เปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณระหว่าง
ระเบียบวิธี AP และระเบียบวิธี RLS

พิจารณาตารางที่ 2. 7 พบว่า ระเบียบวิธี AP จะมีความซับซ้อนในการคำนวณน้อยกว่าเมื่อเทียบกับระเบียบวิธี RLS ที่มีค่า L = 256 512 และ 1024 ตามลำดับ เมื่อเพิ่มอันดับ P เป็น 2 5 และ 8 ตามลำดับ

จากการเปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณข้างต้นนี้จะพบว่า เมื่อทำการเพิ่มอันดับ P ของระเบียบวิธี AP จะทำให้มีอัตราการลู่เข้าเร็วขึ้นแต่ความซับซ้อนในการคำนวณก็จะเพิ่มสูงขึ้นด้วยเช่นกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย