

## บทที่ 2

### แนวทางและทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

#### 2.1 โครงสร้างที่ถูกรอกแบบรับแรงดันดินด้านข้าง

โครงสร้างที่ถูกรอกแบบรับแรงดันดินด้านข้าง มี 2 ลักษณะ

2.1.1 โครงสร้างที่เป็นลักษณะกำแพงกันดินแบบถาวร เป็นโครงสร้างด้านการเคลื่อนตัวทางด้านข้างของดินและช่วยต้านแรงดันดินที่กระทำต่อโครงสร้างได้ เช่น Retaining Wall

2.1.2 โครงสร้างที่เป็นลักษณะกำแพงกันดินแบบชั่วคราว มี 2 แบบ

2.1.2.1 โครงสร้างกำแพงกันดินชนิดที่ระบบไม่มีค้ำยัน เหมาะสมและประหยัดสำหรับการขุดดินทำฐานรากที่มีความลึกไม่มากนัก

2.1.2.2 โครงสร้างกำแพงกันดินชนิดที่มีระบบค้ำยัน เหมาะสมสำหรับการขุดดินทำฐานรากที่มีความลึกมาก

#### 2.2 ระบบกำแพงกันดินในงานขุดดิน

ในงานขุดดินระบบกำแพงกันดินแบ่งออกเป็น 2 ระบบ

2.2.1 ระบบกำแพงยืดหยุ่น(Flexible Wall)

ระบบกำแพงแบบนี้ เช่น ระบบเข็มพืด (Sheet Pile Wall) ซึ่งมีค่าสติฟเนสต่ำ ดังนั้นจึงทำให้ระบบกำแพงชนิดนี้มีการเคลื่อนตัวทางด้านข้างสูง แต่เป็นที่นิยมสูงเนื่องจากการก่อสร้างทำได้ง่าย ราคาถูก รวดเร็ว สามารถนำกลับมาใช้ได้อีกและผู้รับเหมามีความคุ้นเคยกับระบบนี้

2.2.2 ระบบกำแพงแบบแข็ง(Rigid Wall)

ระบบกำแพงแบบนี้ เช่น Diaphragm Wall, Secant Pile Wall, Jet Grouted, Gravity Wall, Burin Wall ซึ่งมีค่าสติฟเนสสูง

## 2.3 การวิเคราะห์หน่วยแรงดันด้านข้าง

ในการวิเคราะห์หาแรงกระทำด้านข้างที่กระทำต่อ Retaining Structure มีการคำนวณอยู่ 4 ระบบ ดังนี้

### 2.3.1 การวิเคราะห์หน่วยแรงดันดินข้างแบบสถิต (At Rest Pressure)

ใช้ในกรณีที่กำลังจะมีค่าสตีเฟนสูง โดยตั้งสมมติฐานว่ากำแพงไม่มีการเคลื่อนตัวเลย เช่น ในระบบ Diaphragm Wall และ Secant Pile Wall

$$\sigma'_{ho} = K_o \sigma'_v \quad \text{.....(2.1)}$$

$$\sigma_{ho} = K_o \sigma'_v + u \quad \text{.....(2.2)}$$

$$\sigma_{ho} = \sigma'_{ho} + u \quad \text{.....(2.3)}$$

$K_o$  = Coefficient of Earth Pressure At Rest

Tavenas et al (1975) กล่าวว่า การหาค่า  $K_o$  ในสภาพธรรมชาตินั้นหาได้ยากมากจึงทำให้นิยมใช้สูตร Empirical ดังนี้

ค่า  $K_o$  สำหรับดินเม็ดหยาบ (Cohesionless Soil) Jaky (1944) เสนอค่า  $K_o$  ซึ่งขึ้นอยู่กับสถานะความหนาแน่นและสัดส่วนการอัดแน่นเกินตัว สำหรับทรายที่มีความหนาแน่นปานกลาง (Medium Dense) และมีค่า OCR = 1 ค่า  $K_o$  จะเป็นดังสมการที่ 2.4

$$K_o = 1 - \text{SIN } \phi' \quad \text{.....(2.4)}$$

ค่า  $K_o$  สำหรับดินเหนียว (Cohesive Soil) Brooker and Ireland (1965) เสนอค่า  $K_o$  ดินเหนียวขึ้นอยู่กับค่า PI และ ค่า OCR ดังรูป 2.1 โดยค่า  $K_o$  ของ Normally Consolidated Clay (NCC) ค่า  $K_o$  จะเป็นดังสมการที่ 2.5

$$K_{o(NC)} = 0.95 - \text{SIN } \phi' \quad \text{.....(2.5(1))}$$

$$K_{o(NC)} = 0.4 + 0.007(PI) \quad (\text{For } 40\% \gg PI \gg 0\%) \quad \text{.....(2.5(2))}$$

$$K_{o(NC)} = 0.64 + 0.001(PI) \quad (\text{For } 80\% \gg PI \gg 40\%) \quad \text{.....(2.5(3))}$$

เมื่อ  $\phi'$  เป็นค่ามุมต้านทานแรงเฉือนในรูปของหน่วยแรงประสิทธิผลของ NCC ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง  $20^\circ$  ถึง  $30^\circ$  โดย

Alpan (1967) เสนอ

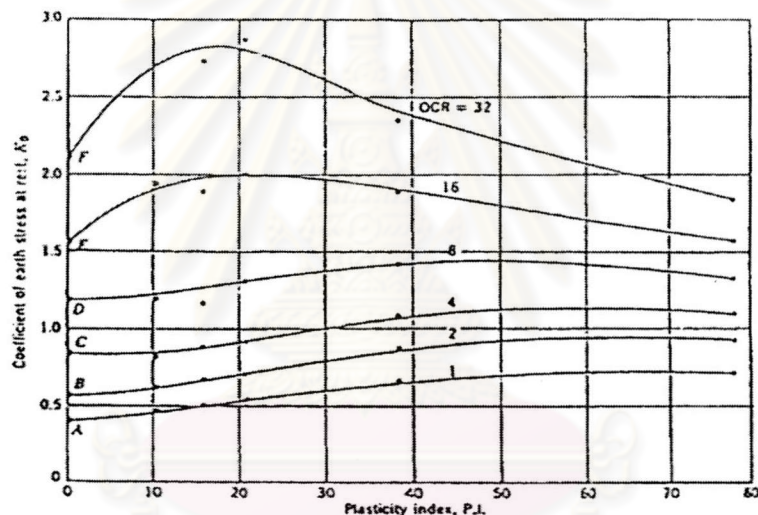
$$K_{o(NC)} = 0.19 + 0.233 \text{Log}(\text{PI}) \quad \dots(2.6)$$

Lee & Jin (1979) เสนอ

$$K_{o(NC)} = 0.24 + 0.311 \text{Log}(\text{PI}) \quad \dots(2.7)$$

Massarch (1974) เสนอ

$$K_{o(NC)} = 0.44 + 0.0042 \text{Log}(\text{PI}) \quad \dots(2.8)$$



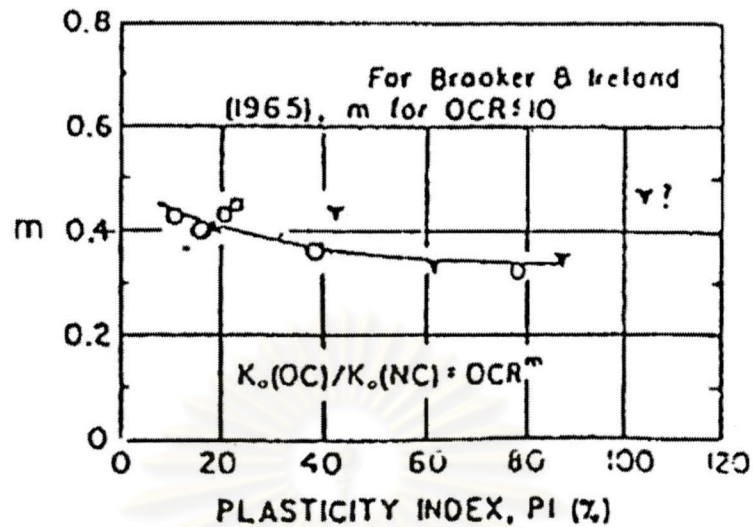
รูปที่ 2.1 ค่า  $K_o$  เป็นฟังก์ชันกับ OCR และค่า PI (Brooker & Ireland, 1965)

สำหรับค่า  $K_o$  Over Consolidated Clay ( $K_{o(OC)}$ ) โดย Schmidth (1966) เสนอความสัมพันธ์ระหว่าง  $K_o$  ของ NCC กับ  $K_o$  ของ OCC ในรูปสมการกับค่า OCR ของดินดั่งสมการที่ 2.9

$$K_{o(OC)} = K_{o(NC)} \text{OCR}^m \quad \dots(2.9)$$

เมื่อ  $m = 0.32$  ถึง  $0.40$  เมื่อ PI มีค่าเท่ากับ 20% ถึง 80% Ladd เสนอค่า  $m$  ในสมการของ Schmidth ดังรูปที่ 2.2

$$\text{Alpan (1967) เสนอ } m = 0.54 \exp(-\text{PI}/281)$$



รูปที่ 2.2 เป็นฟังก์ชันของ  $K_o$  และ OCR กับ ค่า PI (Ladd et al, 1977)

### 2.3.2 การคาดคะเนหน่วยแรงด้านข้างโดยหลักการของ Rankine

ทฤษฎีของ Rankine มาจากการวิบัติของดินตามทฤษฎีของ Mohr-Coulomb ( $\tau_{ff} = \sigma'_{ff} \tan \phi' + C'$ ) โดย พิจารณาว่าระนาบของดินในสภาพ active และ passive เป็น planar surface และ wall friction ต้องมีค่าเท่ากับ 0

#### 2.3.2.1 การวิบัติแบบ Active Earth Pressure

(a) การวิบัติแบบ Active Earth Pressure เกิดจากการเคลื่อนตัวของกำแพงกันดินออกจากมวลดินเนื่องจากการขุดดิน ดังรูป 2.3(a) ทำให้เกิดลดลงของหน่วยแรงในแนวนอน ขณะที่หน่วยแรงในแนวตั้งมีค่าคงที่ จนกระทั่งมวลวิบัติแบบ Rankine active State โดยลักษณะการเคลื่อนตัวของกำแพงจะเป็นแบบ Tilting และ ใช้วงกลม Mohr เพื่อหาหน่วยแรงดันดินด้านข้าง ดังรูป 2.3(b) จะแสดง Mohr Circle C ในรูป 2.3(b) จาก geometry ของวงกลม Mohr และ เส้นสัมผัส จึงสามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $\sigma_{ha}$  กับ  $\sigma_v$  ได้ดังนี้

$$\sigma_{ha} = \sigma_v \tan^2(45 - \phi'/2) - 2c \tan(45 - \phi'/2) \quad \dots(2.10)$$

กรณี Cohesionless Soil,  $C=0$  จะได้

$$\sigma_{ha} = \sigma_v \tan^2(45 - \phi'/2)$$

อัตราส่วน  $\sigma_{ha} / \sigma_v$  เรียกว่า Coefficient of Rankine Active Earth Pressure,  $K_a$

$$K_a = \sigma_{ha} / \sigma_v = \tan^2(45 - \phi'/2) \quad \dots(2.11)$$

ดังนั้น

$$\sigma_{ha} = \sigma_v K_a - 2C\sqrt{K_a}$$

$$\text{ที่ } z=0 \quad \sigma_v = 0 \quad \sigma_{ha} = -2C\sqrt{K_a} \quad \dots(2.12)$$

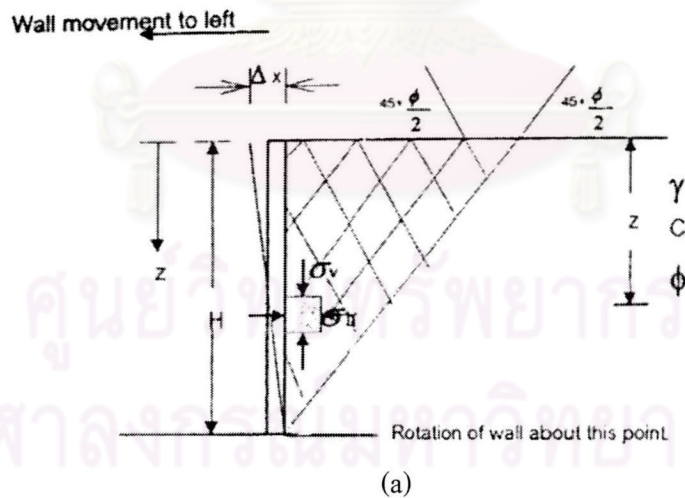
$$\text{ที่ } z=0 \quad \sigma_v = \gamma H \quad \sigma_{ha} = \sigma_v K_a - 2C\sqrt{K_a} \quad \dots(2.13)$$

กรณีเกิด Tension Crack

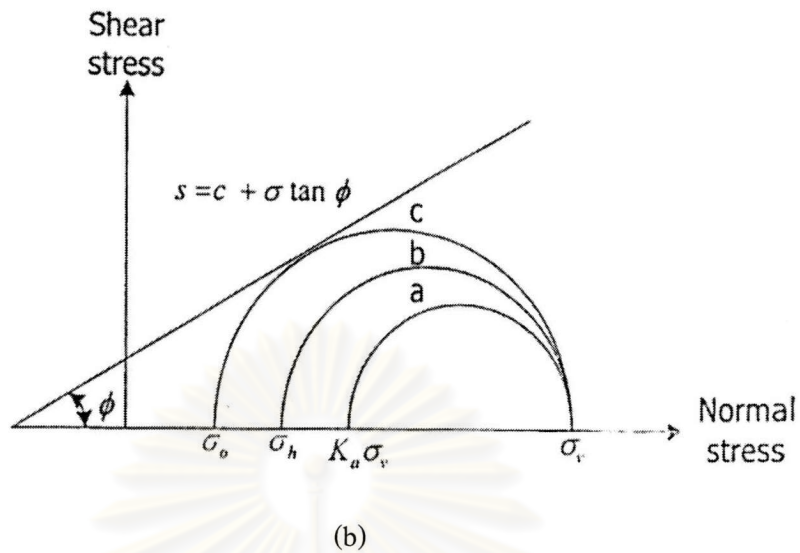
$$\sigma_{ha} = \sigma_v K_a - 2C\sqrt{K_a} = 0$$

$$Z_c = \frac{2C}{\gamma\sqrt{K_a}} \quad \dots(2.14)$$

โดย  $Z_c$  คือ ความลึกที่เกิด Tension Crack



รูปที่ 2.3 Active Rankine Pressure



รูปที่ 2.3 Active Rankine Pressure

### 2.3.2.2 การวิบัติแบบ Passive Earth Pressure

การวิบัติแบบ Passive Earth Pressure เกิดจากการเคลื่อนตัวเข้าหากำแพงกันดิน เนื่องจากการขุดดิน ดังรูปที่ 2.4(a) ทำให้เกิดการเพิ่มขึ้นของหน่วยแรงในแนวนอน ขณะที่หน่วยแรงในแนวตั้งมีค่าคงที่เมื่อกำแพงดินเคลื่อนที่เข้าหาดินมากขึ้นจนกระทั่งมวลดินวิบัติแบบ Rankine Passive State และใช้วงกลม Mohr เพื่อหาหน่วยแรงดันดินด้านข้างดังรูป 2.4(b) จะแสดง Mohr's Circle C ในรูป 2.3(b) จาก geometry ของวงกลม Mohr และเส้นสัมผัส จึงสามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $\sigma_{hp}$  กับ  $\sigma_v$  ได้ดังนี้

$$\sigma_{hp} = \sigma_v \tan^2(45 + \phi'/2) + 2c \tan(45 + \phi'/2) \quad \dots(2.15)$$

กรณี Cohesionless Soil,  $C=0$  จะได้

$$\sigma_{hp} = \sigma_v \tan^2(45 + \phi'/2)$$

อัตราส่วน  $\sigma_{hp} / \sigma_v$  เรียกว่า Coefficient of Rankine Passive Earth Pressure,  $K_p$

$$K_p = \sigma_{hp} / \sigma_v = \tan^2(45 + \phi'/2) \quad \dots(2.16)$$

ดังนั้น 
$$\sigma_{hp} = \sigma_v K_p + 2C \sqrt{K_p} \quad \dots(2.17)$$

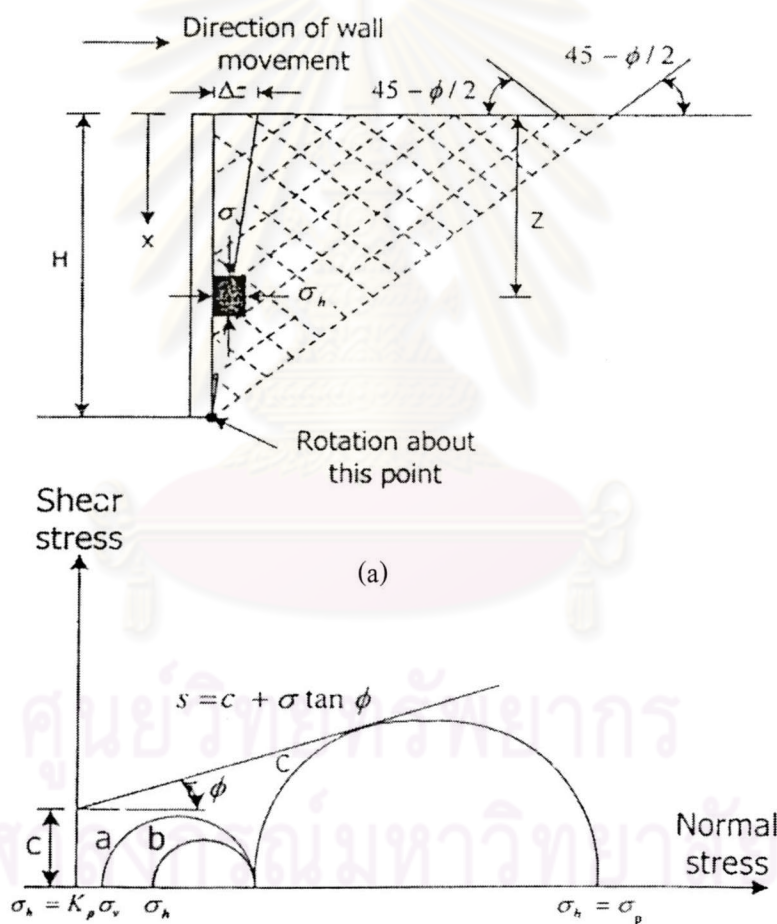
ที่  $z=0$   $\sigma_v = 0$  
$$\sigma_{hp} = 2C \sqrt{K_p} \quad \dots(2.18)$$

ที่  $z=0$   $\sigma_v = \gamma H$   $\sigma_{hp} = \sigma_v K_p + 2C\sqrt{K_p}$  .....(2.19)

สำหรับดินเหนียว หากอยู่ในสภาพอิ่มตัวด้วยน้ำ ค่า  $\phi = 0$  และ ค่า  $C = Su$  โดยค่า  $Su$  จะแปรเปลี่ยนตามความลึก ค่า  $K_a = K_p = 1$  สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$\sigma_{ha} = \sigma_v - 2 Su$  .....(2.20)

$\sigma_{hp} = \sigma_v + 2 Su$  .....(2.21)



(b)

รูปที่ 2.4 Passive Rankine Pressure

2.3.3 การคาดคะเนหน่วยแรงด้านข้างโดยหลักการของ Coulomb

การคาดคะเนหน่วยแรงด้านข้างโดยหลักการของ Coulomb (ca. 1776) ได้ตั้งข้อสมมุติฐานว่า

2.3.3.1 เหมาะสำหรับ Homogeneous & Isotropic Soil ที่มีค่า cohesion

2.3.3.2 Wall Friction ( $\delta$ ) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ หรือ มากกว่าศูนย์ ก็ได้

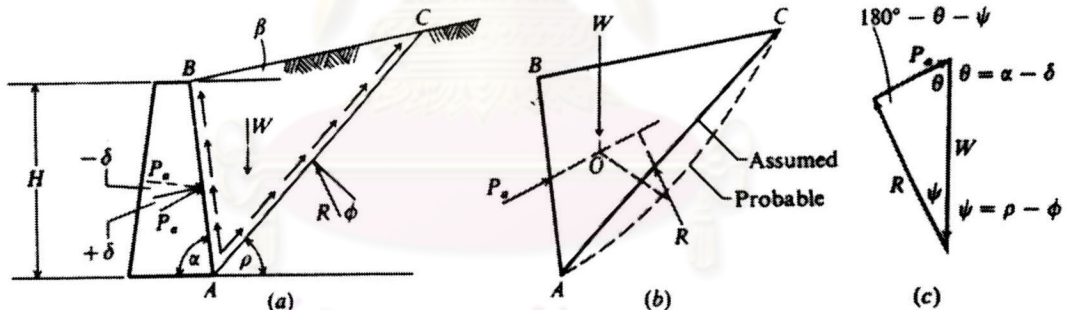
2.3.3.3 Failure Wedge หรือ Sliding Wedge เป็น Rigid Body

2.3.3.4 Failure Surface เป็น Plane Surface

โดยพิจารณาว่าระนาบของดินในสภาพ active และ passive เป็น Plane surface

a) การคาดคะเนหน่วยแรงด้านข้าง Coulomb Active Earth Pressure

จากรูป 2.5 กำหนดให้เป็น Retaining Wall มีด้านหลังผนังเอียงทำมุม  $\alpha$  กับแนวนอน โครงสร้าง เป็น โครงสร้างกันดินประเภท Granular Soil มีผิวดินเอียงทำมุม  $\beta$  กับแนวนอนดินมีค่า cohesion เท่ากับศูนย์มี Wall Friction ( $\delta$ ) ค่า Maximum Active Earth Force ของ Coulomb เป็นดังนี้



รูปที่ 2.5 รูปแรงดันข้างในดินในสภาวะ Active ของ Coulomb กรณีไม่มีน้ำใต้ดินและน้ำหนักกระทำ

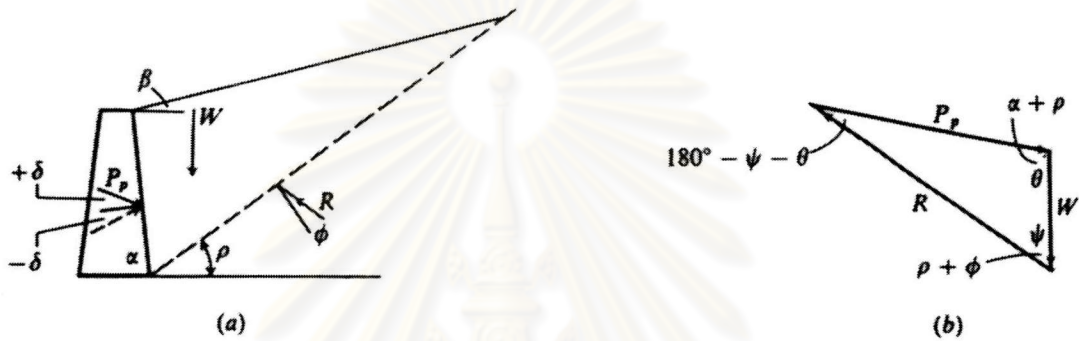
$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

$$K_a = \frac{\sin^2(\alpha + \phi)}{\sin^2 \alpha \sin(\alpha - \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta)}{\sin(\alpha - \delta) \sin(\alpha + \beta)}} \right]^2} \dots(2.22)$$



b) การคาดคะเนหน่วยแรงดันข้าง Coulomb Passive Earth Pressure

จากรูป 2.6 กำหนดให้เป็น Retaining Wall มีด้านหลังผนังเอียงทำมุม  $\alpha$  กับแนวนอน โครงสร้าง เป็นโครงสร้างกันดินประเภท Granular Soil มีผิวดินเอียงทำมุม  $\beta$  กับแนวนอน ดินมีค่า cohesion เท่ากับ ศูนย์ มี Wall Friction ( $\delta$ ) ค่า Minimum Passive Earth Force ของ Coulomb เป็นดังนี้



รูปที่ 2.6 รูปแรงดันข้างในดินในสภาวะ Passive ของ Coulomb กรณีไม่มีน้ำใต้ดินและน้ำหนักกระทำ

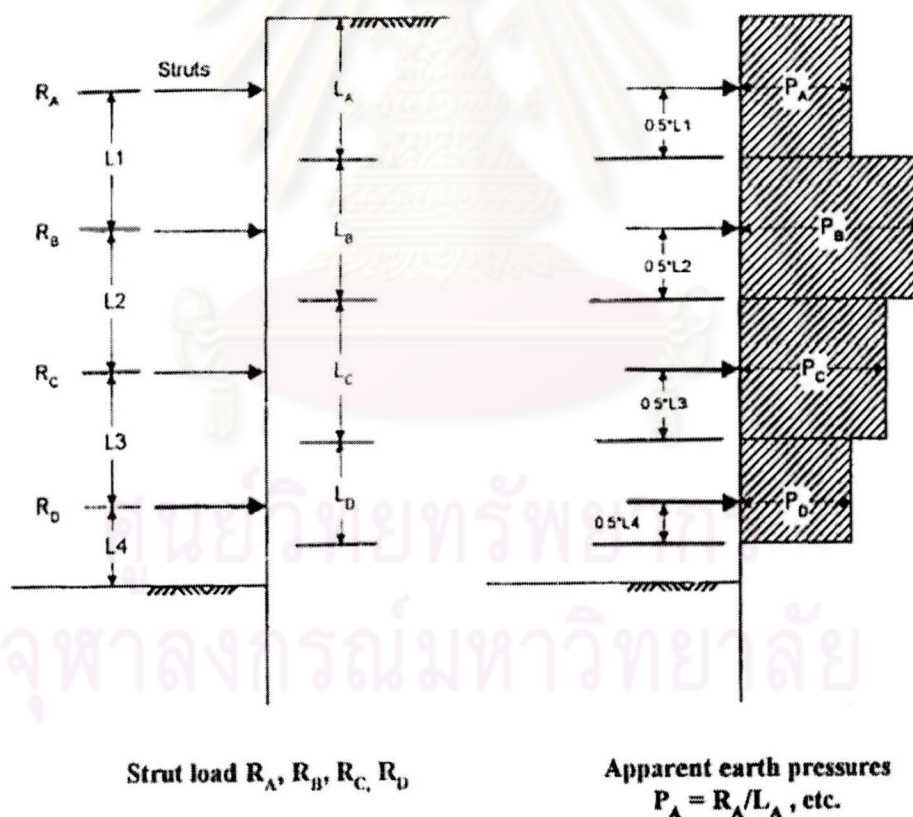
$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

$$K_p = \frac{\sin^2(\alpha - \phi)}{\sin^2 \alpha \sin(\alpha + \delta) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi + \beta)}{\sin(\alpha + \delta) \sin(\alpha + \beta)}} \right]^2} \quad \dots(2.23)$$

### 2.3.4 การใช้ไดอะแกรมขอบเขตของหน่วยแรงดันดินปรากฏ (Apparent Pressure Envelope or Pressure Diagram)

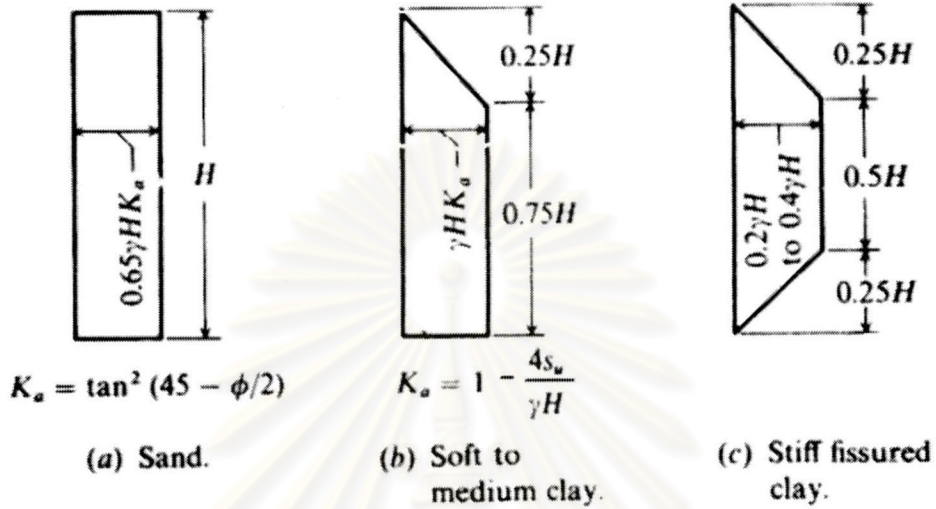
การใช้แรงดันดินด้านข้างที่กระทำต่อ Sheet Pile Wall ระบบ Braced Cut นั้น คาดคะเนได้ยากมาก ในช่วงแรกหาแรงดันดินด้านข้างจากวิธี Rankine Earth Pressure นั้นเพื่อหาแรงใน Strut พบว่าค่าที่ได้ จะคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงจากการทดลองวัดค่าแรงใน Strut โดยเครื่องมืออยู่มาก ดังนั้น การพิจารณา Pressure ที่กระทำต่อ Sheet Pile Wall ระบบ Braced Cut นั้น จะใช้วิธี Empirical ทั้งนี้จะใช้ข้อมูลการวัดแรงของ Strut ในสนาม และรวมแรง Strut ของแต่ละตัวเข้าด้วยกันทั้งหมด จากนั้นก็เปลี่ยนมาเป็นแรงดันด้านข้างของดิน

ดังรูปที่ 2.7

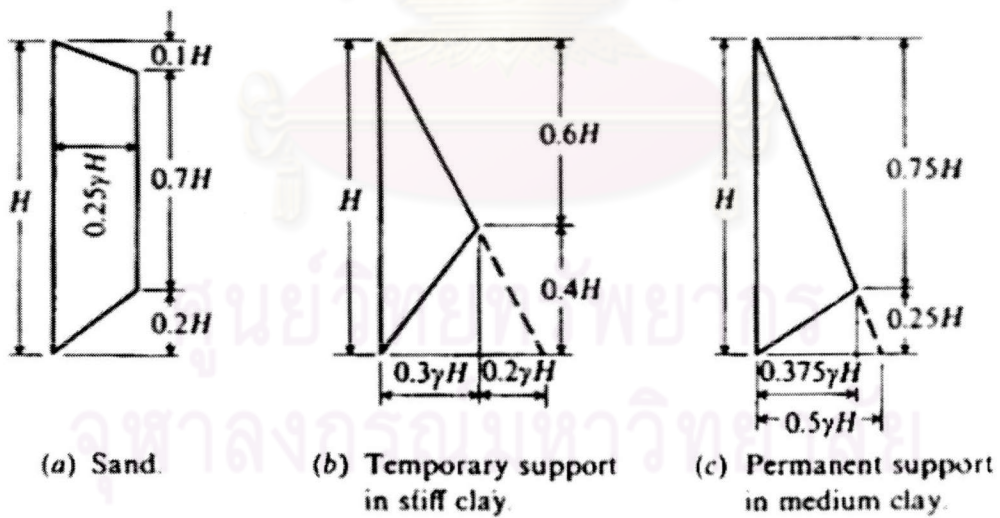


รูปที่ 2.7 วิธีการคิดแรงดันดิน (Earth Pressure Diagram)

สำหรับการนำ (Apparent Pressure Diagram) ใช้งานได้มีหลายทฤษฎี เช่น Pressure Diagram เสนอโดย Terzaghi & Peck (1967) รูปที่ 2.8 Pressure Diagram เสนอโดย Tschebotarioff รูปที่ 2.9



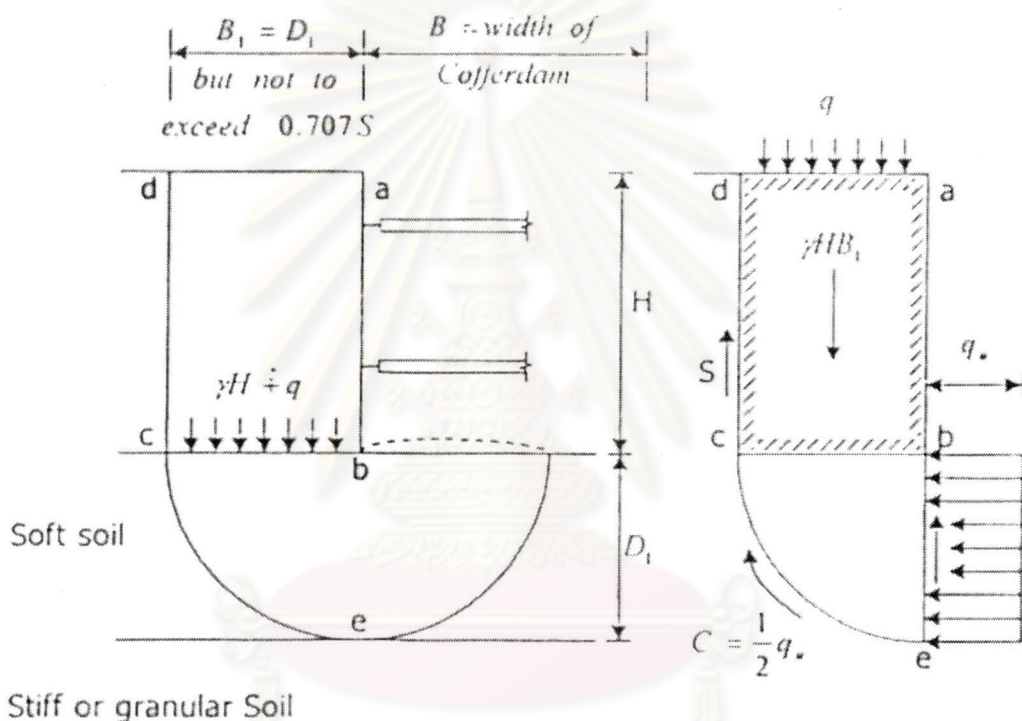
รูปที่ 2.8 Pressure Diagram เสนอโดย Terzaghi & Peck (1967)



รูปที่ 2.9 Pressure Diagram เสนอโดย Tschebotarioff

## 2.4 การเคลื่อนตัวของมวลดินเข้าในหลุมขุด(HEAVE EFFECT)

ในการออกแบบระบบค้ำยันจะต้องพิจารณาแรงกระทำด้านข้างของมวลดินแล้ว นอกจากนี้ยังต้องพิจารณาความเสถียรภาพกันหลุม ซึ่งมีผลอย่างมากสำหรับดินเหนียวอ่อน(Soft Clay) โดยพิจารณาดินข้างหลุมมีพฤติกรรมเป็น Surcharge กระทำกับดินกันหลุม ถ้าแรงที่กระทำมากกว่าแรงต้านทางด้านข้างของดินแล้วทำให้ดินข้างหลุมจะเกิดการไหลเข้ามาในหลุม (HEAVE EFFECT) ระบบค้ำยันก็จะพังและเกิดการเสียหายต่าง ๆ วิธีการคิด HEAVE EFFECT ดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 แสดง Heave Effect By Teng 's (1980)

In Clay

$$S = S_{u1} \left( H - \frac{q_u}{\gamma} \right) \dots(2.24)$$

$$S_{u1} = \frac{q_{u1}}{2} = \text{Shear Strength Above The Excavation Level}$$

$$S_{u2} = \frac{q_{u2}}{2} = \text{Shear Strength Below The Excavation Level}$$

$$FS = \frac{\text{Resisting Moment}}{\text{Acting Moment}}$$

$$FS = \frac{SB_1 + 0.5q_u B_1 \frac{\pi}{2} B_1 + q_u B_1 \frac{B_1}{2}}{(\gamma H + q) B_1 \frac{B_1}{2}}$$

$$FS = \frac{2S + 0.5q_u B_1 \pi + q_u B_1}{(\gamma H + q) B_1}$$

$$FS = \frac{2S + Su2\pi B_1 + 2Su2B_1}{(\gamma H + q) B_1}$$

$\gamma$  = Unit Weight of Soil, t / m<sup>3</sup>

H = Depth of Excavation, m

$q_u$  = Unconfine Compressive Strength, t / m<sup>2</sup>

q = Surcharge Around The Excavation, t / m<sup>2</sup>

$B_1$  = L If L > D1

= D1 If L < D1

L = Length of Sheet Pile Below Dredge Line, m

D1 = Depth of soil Between Dredge Line and Stiff Clay, m

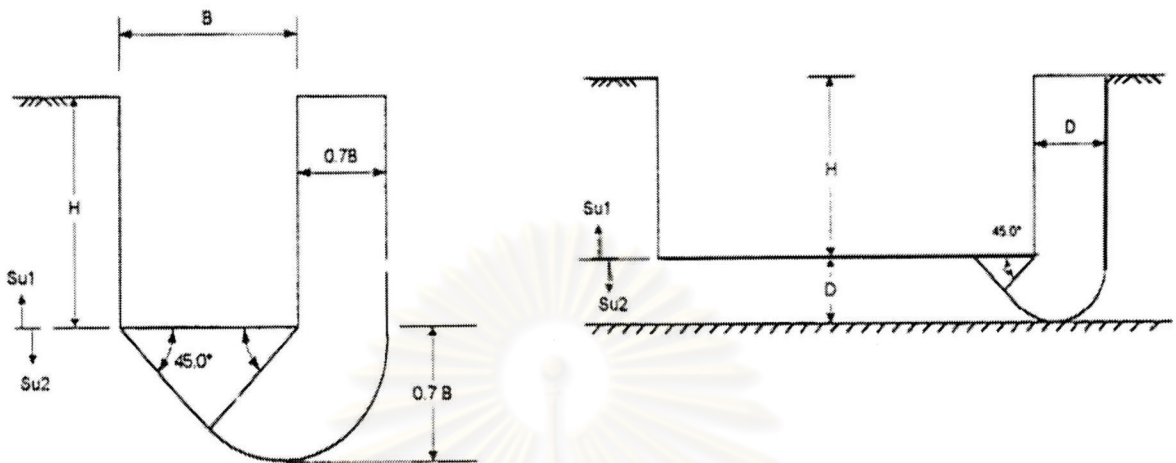
Teng ได้แนะนำให้ตอก Sheet pile ลึกไม่น้อยกว่า  $\frac{2}{3}$  ของ D1 สูตรนี้จะให้ค่าใกล้เคียงความจริง

เมื่อ หลุมมีสภาพ Wide Excavation (B >> H) และ ความยาวของการขุดยาวมาก

#### 2.4.1 Terzaghi Heave Theory

ใช้หลักการของ Shallow Foundation Concept ดังรูปที่ 2.11

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



$$\text{Factor of Safety} = \frac{1}{H} \cdot \frac{S_{u2} N_c}{\gamma - S_{u1} / 0.7B}$$

$$\text{Factor of Safety} = \frac{1}{H} \cdot \frac{S_{u2} N_c}{\gamma - S_{u1} / D}$$

รูปที่ 2.11 การวิเคราะห์ Factor of Safety Against Basal Heave โดยวิธีของ Terzaghi

$$FS = \frac{5.7 S_u B_1}{\gamma H B_1 + q B_1 - S_u H} \quad \dots(2.25)$$

$$QU = 5.7 S_u B_1 \quad \dots(2.26)$$

โดย

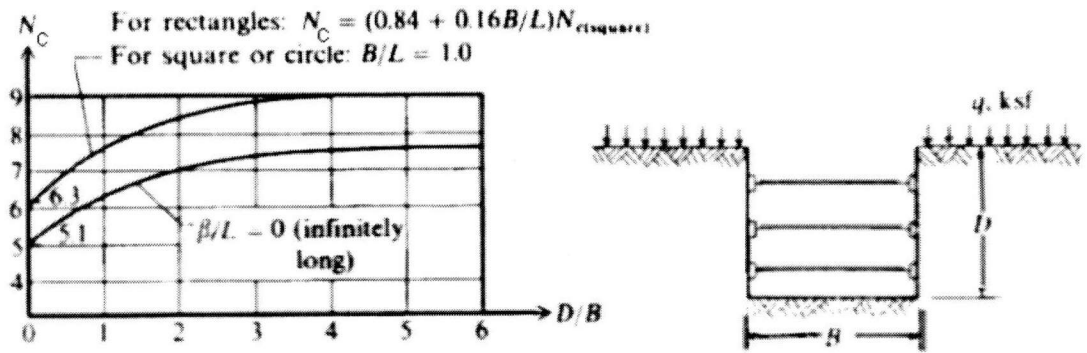
$S_u$  = Undrain Shear Strength, t / m<sup>2</sup>

$N_c$  = Bearing Capacity Factor = 5.7 for Clay

#### 2.4.2 Heave In Deep Cofferdam

ในกรณีที่หลุมขุดเป็นรูปสี่เหลี่ยมหรือวงกลม ที่มีความลึกมากกว่าความกว้าง ( $H/B > 1$ ) จะพิจารณา Deep Cofferdam คล้ายกับ Deep Footing (Bjerum and Eide, 1956)

ซึ่งมีค่า  $FS = \frac{N_c S_u}{(\gamma H + q)}$  ดังรูปที่ 2.12

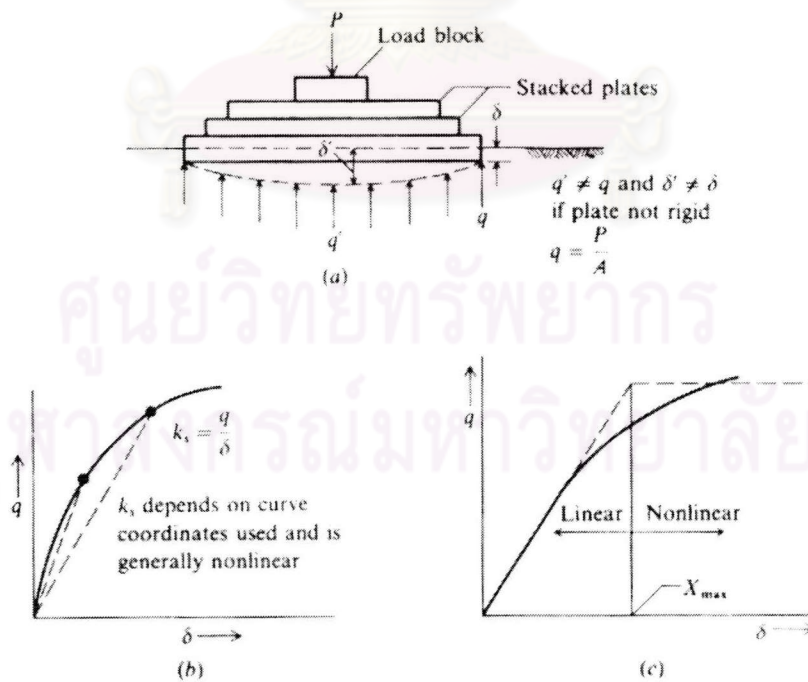


รูปที่ 2.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความลึกวิกฤต กับ ค่า  $N_c$  (Skempton, 1954)

สำหรับกรณีนี้ควรใช้  $FS > 1.5$  ซึ่งถ้าหาก  $FS$  มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1.5 จะต้องตอก Sheet pile ลงไปลึกไม่น้อยกว่า  $0.5B$

### 2.5 Modulus of Subgrade Reaction ( $K_s$ )

Modulus of Subgrade Reaction ( $K_s$ ) จะเป็นค่าที่มีความสัมพันธ์ระหว่าง Soil Pressure & Deflection มักใช้กับการคำนวณด้าน Continuous Footing, Mat Foundation, Pile, Beam On Elastic Foundation, Sheet Pile Wall ซึ่งค่า  $K_s$  ถูกนิยามโดยดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 การหาค่า Modulus of Subgrade Reaction ( $K_s$ )

$$K_s = \frac{q}{\delta} \quad \text{.....(2.27)}$$

$K_s$  = Modulus of Subgrade Reaction, (KN/M<sup>3</sup>)

$q$  = Soil Pressure, (KN/M<sup>2</sup>)

$\delta$  = Deflection, M

การใช้ Plate Load Test จะต้องขนาดเล็ก ๆ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 450, 600, 700 mm และในการหาค่า  $\delta$  จะหาค่ายากมากสำหรับ Non Rigid Plate ซึ่งทำให้หาค่า  $K_s$  ยากด้วย จากรูปที่ 2.13 (C) ตั้งแต่จุด  $X_{MAX}$  ค่า Soil Pressure จะมีค่าคงที่

$$q_{con} = K_s X_{MAX} \quad \text{.....(2.28)}$$

แต่เนื่องจากการหาค่า Modulus Subgrade Reaction ( $K_s$ ) จาก Plate Load Test จะต้องใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง  $q$  &  $\delta$  ซึ่งวิธีนี้ที่ยากและจะต้องการทดสอบ ดังนั้นจะนิยมใช้วิธีประมาณ (Empirical Method) โดย

$$\text{SI : } K_s = 40(FS)q_a \text{ KN/M}^3 \quad \text{.....(2.29)}$$

$$\text{Fps : } K_s = 12(FS)q_a \text{ KIP/ft}^3 \quad \text{.....(2.30)}$$

รูปแบบทั่วไปของ Horizontal หรือ Lateral Modulus of Subgrade Reaction มีดังนี้

$$K_s = A_s + B_s Z^n \quad \text{.....(2.31)}$$

จากสมการ Bearing Capacity Equation

$$q_{ult} = cN_c + qN_q + 0.5\gamma BN\gamma \quad \text{.....(2.32)}$$

โดย  $A_s$  และ  $B_s Z^n$  มีค่าดังนี้

$$A_s = C(cN_c + 0.5\gamma BN\gamma) \quad \text{.....(2.33)}$$

$$B_s Z^n = C(\gamma N_q Z^n) \quad \text{.....(2.34)}$$

ซึ่งค่า  $C = 40$  สำหรับ SI และ  $C = 12$  สำหรับ Fps ถ้าเป็นดิน Clay ใช้  $FS=3$   
ดิน Sand ใช้  $FS=2$

$A_s$  = Constant For Either Horizontal or Vertical Members

$B_s$  = Coefficients For Depth

$Z$  = Depth of Interest Below Ground



$n$  = Exponent to Give  $K_s$  The Best Fit

จากตารางที่ 2.1 ช่วงของค่า Modulus of Subgrade Reaction ( $K_s$ ) จะนำมาพิจารณาเมื่อมีการประมาณค่า  $K_s$  เพื่อใช้ตรวจสอบความถูกต้องจากการใช้ค่าประมาณ  $K_s$

Soil	$k_s$ , kcf	$k_s$ , kN/m <sup>3</sup>
Loose sand	30–100	4800–16 000
Medium dense sand	60–500	9600–80 000
Dense sand	400–800	64 000–128 000
Clayey medium dense sand	200–500	32 000–80 000
Silty medium dense sand	150–300	24 000–48 000
Clayey soil:		
$q_u \leq 200$ kPa (4-ksf)	75–150	12 000–24 000
$200 < q_u \leq 400$ kPa	150–300	24 000–48 000
$q_u > 800$ kPa	> 300	> 48 000

ตารางที่ 2.1 ช่วงของค่า Modulus Subgrade of Reaction ( $K_s$ ) (Joseph E. Bowles)

ค่าของ  $X_{MAX}$  จะมีค่าประมาณ 6-25mm ซึ่งหาค่าจาก Load Settlement Curve หรือประมาณค่า Peak Strain ( $\epsilon_{max}$ ) จากการทดสอบ Triaxial Compression Test ซึ่งมีค่าดังนี้

$$X_{MAX} = \epsilon_{max} (1.5 \text{ to } 2B) \quad \dots(2.35)$$

โดยค่า 1.5 to 2B ขนาดประมาณความลึกซึ่งมีความสำคัญต่อค่า Stress-Strain Influence (Boussinesq Theory) สำหรับชั้นส่วนของโครงสร้างอาจเป็นทั้ง Footing หรือ Laterally Load Pile

Terzaghi (1955) ได้เสนอค่า  $K_s$  ของดินเหนียวจากการทดสอบ Plate Load Test ในสนามจำนวนมาก

กรณี Plate รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 1 ฟุต ยาว 1 ฟุต

$$K_s = K_{s1} \left[ \frac{l+0.5}{1.5l} \right] \quad \text{.....(2.36)}$$

กรณี ฐานรากแผ่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง B ฟุต ยาว l \*B ฟุต

$$K_s = \frac{K_{s1}}{B} \left[ \frac{l+0.5}{1.5l} \right] \quad \text{.....(2.37)}$$

กรณี เป็นคานยาวหรือฐานรากแผ่แบบต่อเนื่อง

$$K_s = \frac{K_{s1}l}{1.5B} \quad \text{.....(2.38)}$$

$K_s$  = ค่า Modulus Subgrade of Reaction ของ Plate หรือ ฐานรากแผ่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีขนาดตามระบุ

$K_{s1}$  = ค่า Modulus Subgrade of Reaction ของ Plate รูปจัตุรัสขนาด 1 ฟุต

B = ความกว้างของฐานรากแผ่, Plate, หรือเสาเข็มมีหน่วยเป็นฟุต

กรณี เป็น Heavy Over Consolidate Clay, Terzaghi (1955) เสนอว่าค่า  $K_{s1}$  เพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่า  $q_u$  โดยเสนอค่า  $K_{s1}$  ที่ได้จากการทดสอบในช่วงที่ความดันที่เกิดขึ้นมวลดินน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของค่า Ultimate Bearing Capacity ดังแสดงในตารางที่ 2.2

Consistence of Clay	Stiff	Very Stiff	Hard
Undrain Shear Strength $S_u$ (KN/M <sup>2</sup> )	105-210	210-420	>420
Rang For $K_s$ (KN/M <sup>3</sup> )	17321-34643	34643-69287	>69287
Proposed Value of $K_{s1}$ (KN/M <sup>3</sup> )	2525982	51965	103931

ตารางที่ 2.2 ค่า Modulus Subgrade of Reaction ( $K_s$ ) จากการทดสอบด้วย Plate จัตุรัสขนาด 1 ฟุต  $K_{s1}$  ของดินเหนียวชนิด Over Consolidate Clay ที่เสนอโดย Terzaghi (1955)

กรณีทีวิเคราะห์โครงสร้างซึ่งถูกกระทำในแนวราบ เช่น เสาเข็มรับแรงด้านข้าง, กำแพงกันดิน Terzaghi (1955) เสนอค่า Modulus Subgrade of Reaction ของดินในแนวราบ ( $K_h$ ) โดยตั้งสมมุติฐานว่าดินเหนียวชนิดอัดแน่นเกินตัว (Over Consolidate Clay) มีค่า  $K_h = K_s$  และโครงสร้างมีอัตราส่วนความกว้างต่อความยาวมากๆ

$$K_h = K_s = \frac{K_s l}{1.5B} \quad \text{.....(2.39)}$$

สำหรับดินทราย ค่า Modulus Subgrade of Reaction ของดินในแนวราบ ( $K_h$ ) จะมีค่าดังนี้

$$K_h = n_h \frac{z}{B} \quad \text{.....(2.40)}$$

ค่า  $n_h$  เป็นค่าคงที่ซึ่งมีหน่วย  $\text{KN/M}^3$  จะแสดงในตารางที่ 2.3

Relative Density of Sand	Loose	Medium	Dense
Dry or Moist Sand, Value $n_h$	2425	7275	19400
Submerged Sand, Value $n_h$	1385	4850	11778

ตารางที่ 2.3 แสดงค่า  $n_h$  (Terzaghi,1955)

นอกจากนี้ Terzaghi (1955) ได้เสนอระบบ Anchoragd Bulkheads and Flexible Diaphragms

สำหรับ Clay จะพิจารณาสมการดังนี้

$$k_h = k_{h1} \frac{1}{D} \quad \text{.....(2.41)}$$

$K_h$  = Horizontal Modulus Subgrade of ของ Flexible Diaphragms ที่มีขนาดตามระบุ

$K_{h1}$  = Horizontal Modulus of Reaction ของ Flexible Diaphragms ฝั่งลึก 1 ฟุต ซึ่งสามารถดูค่าจาก ตารางที่ 2.2

D = ความลึกระยะฝั่งของ Flexible Diaphragms มีหน่วยเป็นฟุต

สำหรับ Sand จะพิจารณาสมการดังนี้

$$k_h = l_h \frac{z}{D} \quad \dots(2.42)$$

$K_h$  = Horizontal Modulus Subgrade of Flexible Diaphragms ที่มีขนาดตามระบุ

$l_h$  = เป็นค่าคงที่ซึ่งมีหน่วย TON/M<sup>3</sup> จะแสดงในตารางที่ 2.4

z = ณ ที่ความลึกใด ๆ

D = ระยะฝั่งของ Flexible Diaphragms

Relative Density of Sand	Loose	Medium	Dense
Dry or Moist Sand, Value $l_h$	88	282	706
Submerged Sand, Value $l_h$	56	176	459

ตารางที่ 2.4 แสดงค่า  $l_h$ , (Terzaghi, 1955)

Davission (1960) แสดงให้เห็นว่าค่า  $K_s$  ของดินเหนียวชนิดอัดแน่นตามปกติ (Normally Consolidated Clay) แปรผันตามความลึก

Vesic (1961) ได้เสนอความสัมพันธ์ของค่า  $K_s$  และ อิลาสติกพารามิเตอร์ของดิน ( $E_s, \nu_s$ ) ซึ่งมาจากค่าผลลัพธ์จากการแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลของ Flexible Beam Of Infinite Length On a Homogeneous, Elastic and Isotropic Semi Infinite Subgrade ของ Biot (1973) ซึ่งมีสมการดังนี้

$$K_s * B = 0.65 * \sqrt[12]{\frac{E_s B^4}{E_f I_f}} * \frac{E_s}{1 - \nu_s} \quad \text{.....(2.43)}$$

$E_s, E_f$  = ค่าโมดูลัสของดินและฐานรากแผ่, KN/M<sup>2</sup>

$B, I_f$  = ความกว้างและค่าโมเมนต์เฉื่อยของพื้นที่หน้าตัด ฐานรากแผ่, M

ในทางปฏิบัติ Vesic (1961) ได้ทำการทดลองแบบจำลองขนาดใหญ่ในห้องปฏิบัติการ ซึ่งออกแบบเป็นการทดลองทดสอบการหาพฤติกรรมของคานเหล็กวางบน Compacted Silt Subgrade และถูกกระทำด้วยแรงกระทำในแนวตั้งโดยใช้ Strain Gage วัด Strain ที่เกิดจากการคดของคาน และ Dial Gage วัดค่า Deflection ที่เกิดขึ้น โดยเปรียบเทียบผลการวัดจริงในห้องปฏิบัติการกับค่าทางทฤษฎีที่ใช้คำนวณ Deflection, Moment จาก Extension of Biot Solution ซึ่งค่า  $E_s / (1 - \nu_s^2)$  หาจากการทดสอบ Plate Load Test เมื่อเปรียบเทียบได้ผลใกล้เคียงกัน ซึ่ง Vesic สรุปว่า Winkler Hypothesis ใช้ได้จริง

Brom (1964a) เสนอค่า Empirical สำหรับค่า  $K_s$  ของดินเหนียวกับค่า Secant Modulus ( $E_{50}$ ) ซึ่งเป็นค่าโมดูลัสที่ได้จากการลากจุดที่ค่า Stress เท่ากับครึ่งหนึ่งของ Ultimate Stress ของ Undrain Test

$$K_s = 1.67 \frac{E_{50}}{B} \quad \text{.....(2.44)}$$

แทนค่า  $E_{50}$  ซึ่ง Skempton (1951) เสนอว่ามีค่าประมาณ 50-200 เท่าของ  $S_u$

$$K_s = [80 - 200] \frac{S_u}{B} \quad \text{.....(2.45)}$$

H.Tsuge and M.Tanaka (1995) ได้กล่าวที่สามารถหาค่า Modulus of Subgrade Reaction ( $K_s$ ) จากการเสียรูปของดินดังสมการดังนี้

$$K_s = \frac{1}{30} \alpha E_0 \left(\frac{B_H}{30}\right)^{-0.75} \quad \dots(2.46)$$

$$K_s = \frac{1}{125} \alpha E_0 \frac{1}{\sqrt{y_x}} \quad \dots(2.47)$$

โดย

$K_s$  = Modulus of Subgrade Reaction ของดินในแนวราบ, (KN/M<sup>3</sup>)

$E_0$  = Modulus of Deformation, (KN/M<sup>2</sup>)

$B_H$  = Width of Loading Plate, (M)

$y_x$  = Displacement, (M)

$\alpha$  = Coefficient เป็นไปตามตารางที่ 2.5

วิธีการหาค่า $E_0$	$\alpha$	
	สมการ 2.46	สมการ 2.47
30 cm Diameter Plate Cyclic Loading Test	0.5	-
Cylindrical Loading Test in Bore Holes	4	0.8
Unconfined Test or Triaxial Compression Test	4	0.8
$E_0 = 0.275N(N: \text{ค่า SPT})$	1	0.2

ตารางที่ 2.5 แสดงค่า  $\alpha$  (H.Tsuge and M.Tanaka,1995)

ศิริมาส วิเศษศรี (2541) ได้ทำการทำการคำนวณย้อนกลับหาค่า  $K_s$  ของกำแพงกันดินชนิดเต็มพืดพบว่ามีค่า  $K_s$  ดังนี้

สำหรับดินเหนียว

$$K_s (\text{soft clay}) = 150 S_u/B \quad \dots(2.48)$$

$$K_s (\text{medium clay}) = 250 S_u/B \quad \dots(2.49)$$

$$K_s (\text{stiff clay}) = 1000 S_u/B \quad \dots(2.50)$$

สำหรับดินทราย

$$K_s = 40N'/B \quad \dots(2.51)$$

$K_s$  = Modulus of Subgrade Reaction ของดินในแนวนราบ,  $\text{KN/M}^3$

$B$  = ความกว้างของกำแพงกันดินชนิดเข็มพืด,  $M$

$S_u$  = Undrain Shear Strength,  $\text{KN/M}^2$

ัชวาล พูนลาภพานิช (2540) ได้ทำการทำการคำนวณย้อนกลับหาค่า  $K_s$  ของกำแพงกันดินชนิดไดอะแฟรมพบว่า มีค่า  $K_s$  ดังนี้

ชั้นดินเปลือกโลก ( $S_u \geq 24.525 \text{ KN/M}^2, 2 < H < 3$ )

$$K_s = 250 S_u/B \quad \dots(2.52)$$

ชั้นดินเหนียวอ่อน ( $S_u < 24.525 \text{ KN/M}^2, 2 < H < 10.6$ )

$$K_s = 380.85 \exp(-0.1334H) S_u/B \quad \dots(2.53)$$

ชั้นดินเหนียวแข็งปานกลาง ( $24.525 \leq S_u < 49.05 \text{ KN/M}^2, 2 < H < 10.6$ )

$$K_s = 1925.3 \exp(-0.2359H) S_u/B \quad \dots(2.54)$$

ชั้นดินเหนียวแข็ง ( $49.05 \leq S_u < 98.1 \text{ KN/M}^2, 2 < H < 10.6$ )

$$K_s = 3715.5 \exp(-0.2101H) S_u/B \quad \dots(2.55)$$

ชั้นดินเหนียวแข็งมาก ( $S_u \geq 49.05 \text{ KN/M}^2, 2 < H < 10.6$ )

$$K_s = 3715.5 \exp(-0.2101H) S_u/B \quad \dots(2.56)$$

$K_s$  = Modulus of Subgrade Reaction ของดินในแนวนราบ,  $\text{KN/M}^3$

H = ความลึกในการขุดดิน, M

B = ความกว้างของกำแพงกันดินชนิดไคอะเฟรม, M

Matlock and Reese (1959), Macland and Focht (1958) ได้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $E_s$  และ  $K_s$  สำหรับปัญหา Soil Structure Interaction ของโครงสร้างกำแพงหรือเสาเข็มที่กระทำทางด้านข้างโดยใช้แบบจำลองคานวางบนวัสดุอุทกสถิต ดังนี้

$$E_s(z,y) = \frac{P}{y} = K_h * D \quad \dots(2.57)$$

$E_s(z,y)$  = ค่าโมดูลัสของดิน เป็นค่าความชันของเสาเข็มของเส้นโค้งความสัมพันธ์ระหว่าง  $p$  และ  $y$ ,  $\text{KN/M}^3$

$P$  = แรงปฏิกิริยาของดินที่กระทำต่อกำแพงหรือเสาเข็ม ต่อขนาดความยาวของกำแพงหรือเสาเข็ม,  $\text{KN/M}$

$y$  = ปริมาณการเคลื่อนตัวทางด้านข้างของโครงสร้าง, M

$K_h$  = Modulus of Subgrade Reaction ของดินในแนวราบ,  $\text{KN/M}^3$

$Z$  = ระดับความลึกวัดจากระดับผิวดิน, M

$D$  = ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็มหรือขนาดความกว้างของกำแพง, M

เมื่อพิจารณาปัญหาในสภาวะ Plain Strain ที่กำหนดความกว้างของ Strip หนึ่งหน่วย จะได้ผลของสมการว่า  $E_s = K_h$

นอกจากนี้ยังสามารถหาค่า  $K_s$  จาก Estimate Test ดังนี้

-Bore Hole Pressuremeter Test

Cheng (1978) ได้กล่าวว่า  
สำหรับ Cohesionless Soils

$$K_s = \frac{3E_s}{B} \quad \dots(2.58)$$

สำหรับ Cohesive Soils

$$K_s = \frac{1.6E_s}{B} \quad \dots(2.59)$$



โดย ค่า Soil Modulus ( $E_s$ ) ในที่นี้้เป็นค่า Pressure Modulus ( $E_{pm}$ ),  $\text{KN/M}^2$

$B$  = ขนาดความกว้างของเข็ม, M

-Flat Dilatometer Tests

$$K_s = \frac{E_s F_p}{3.7 B} \quad \dots(2.60)$$

โดย ค่า Soil Modulus ( $E_s$ ) ในที่นี้้เป็นค่า Dilatometer Modulus ( $E_d$ ),  $\text{KN/M}^2$

$F_p$  = Pile Shape Factor 1.5 to 4 for Round Pile, 1 for HP Pile or Square Piles

$B$  = ขนาดความกว้างของเข็ม, M

Glick (1984) ได้เสนอ

$$K'_s = \frac{22.4 E_s (1 - \mu)}{(1 + \mu)(3 - 4\mu)[2 \ln(2L/B) - 0.443]} \quad \dots(2.61)$$

โดย  $L$  = Pile Length, M

$B$  = Pile Width or Diameter, M

$\mu$  = Poisson Ratio เป็นไปตามตารางที่ 2.6

$$K_s = \frac{K'_s}{B} \quad \dots(2.62)$$

ชนิดของดิน	$\mu$
Clay ,Saturated	0.4-0.5
Clay ,Unsaturated	0.1-0.3
Sandy Clay	0.2-0.3
Silt	0.3-0.35
Sand ,Gravelly Sand,	-0.1-1.0
common use	0.3-0.4
Rock	0.1-0.4

ตารางที่ 2.6 แสดงช่วงของค่า  $\mu$

-Triaxial Test ได้ใช้ Secant Modulus ระหว่าง 0 ถึง 0.25, 0.25 ถึง 0.5 ของ Peak Deviate Stress

Duncan and Chang (1970) ได้ Estimate  $E_s$  for Cohesive Soils ดังนี้

Normally Consolidated Sensitive Clay

$$E_s = (200 - 500)S_u \quad \dots(2.63)$$

Normally Consolidated Insensitive and Lightly Clay

$$E_s = (750 - 1200)S_u \quad \dots(2.64)$$

Heavily Consolidated Clay

$$E_s = (1500 - 2000)S_u \quad \dots(2.65)$$

$E_s$  = ค่าโมดูลัสของดิน, KN/ M<sup>2</sup>

$S_u$  = Undrain Shear Strength, KN/M<sup>2</sup>

Joseph E.Bowles (1977) ได้มีค่าประมาณของ Static Stress Strain Modulus  $E_s$  ดังตารางที่

2.7

Field values depend on stress history, water content, density, and age of deposit

Soil	$E_s$ , MPa
<b>Clay</b>	
Very soft	2-15
Soft	5-25
Medium	15-50
Hard	50-100
Sandy	25-250
<b>Glacial till</b>	
Loose	10-150
Dense	150-720
Very dense	500-1440
<b>Loess</b>	15-60
<b>Sand</b>	
Silty	5-20
Loose	10-25
Dense	50-81
<b>Sand and gravel</b>	
Loose	50-150
Dense	100-200
<b>Shale</b>	150-5000
<b>Silt</b>	2-20

\*Value range is too large to use an "average" value for design.

ตารางที่ 2.7 แสดงช่วงของค่า  $E_s$  (Joseph E.Bowles)

-Standard Penetration Test (SPT) and Cone Penetration Test (CPT) จะใช้ค่า SPT, CPT หาค่า Stress Strain Modulus  $E_s$  จากการใช้สมการ Empirical and Correlation ดังแสดงในตารางที่ 2.8

Soil	SPT	CPT
Sand(Normally Consolidated)	$E_s = 500(N+15)$ $E_s = (15000-20000)\ln N$	$E_s = (2-4)q_c$
Sand(Saturated)	$E_s = 250(N+15)$	
Sand(Over Consolidated)	$E_{s(OCR)} = E_{s(NC)} \sqrt{OCR}$	$E_s = (6-30)q_c$
Gravelly Sand and Gravelly	$E_s = 1200(N+6)$ $E_s = 600(N+6), N \leq 15$ $E_s = 600(N+6)+200, N > 15$	
Clayey Sand	$E_s = 320(N+15)$	$E_s = (3-6)q_c$
Silty Sand	$E_s = 300(N+6)$	$E_s = (1.2)q_c$
Soft Clay	-	$E_s = (3-8)q_c$

ตารางที่ 2.8 แสดงช่วงของค่า  $E_s$  (KPA) โดยใช้ค่า SPT , CPT

Soil	$S_u$	
Clay	$I_p > 30$ or Organic	$E_s = (100-500)S_u$
	$I_p < 30$ or Stiff	$E_s = (500-1500)S_u$
	$E_{s(OCR)} = E_{s(NC)} \sqrt{OCR}$	

ตารางที่ 2.8(ต่อ) แสดงช่วงของค่า  $E_s$  (KPA) โดยใช้ค่า  $S_u$

Yoshida and Yoshinaka (1972) ได้เสนอความสัมพันธ์ระหว่าง  $E_s$  กับ SPT ดังนี้

$$E_s = 650N_{70} \text{ (KPA)}$$

$$\dots(2.66)$$

Francis (1964) ได้พิจารณาค่า  $E_s$  โดยใช้  $m_v$  of Consolidation Test Data ดังนี้

$$E_s = \frac{3(1-2\mu)}{m_v} \quad \dots(2.67)$$

Heluin (1991) ได้ใช้ FEM ในการวิเคราะห์ระบบของงานขุดดิน ซึ่งเขาได้ใช้ดินอยู่สภาวะ Elastic Plastic โดยใช้เงื่อนไขของ Mohr Coulomb และให้ค่าแรงแทงเป็นโครงสร้างถาวรจากการทำการคำนวณย้อนกลับจะได้ค่า  $K_s$  ดังนี้

ความลึก(M)	$K_s$ (KN/M <sup>3</sup> )
0.3-13.2	38000/B
13.2-16.7	120000/B
16.7-Stiff Base	200000/B

ตารางที่ 2.9 แสดงค่า  $K_s$  (Heluin, 1991)

B = ความกว้างของกำแพงกันดิน, M

Gan Choon Hock (1997) ได้ใช้ FEM ในการวิเคราะห์ย้อนกลับ โดยใช้ Elasto-Plastic Mohr Coulomb Soil Model ในงานระบบ Diaphragm Wall จะได้ค่าดังนี้

Soft Clay

$$E_u = (280-350) S_u \quad \dots(2.68)$$

Stiff Clay

$$E_u = (1200-1600) S_u \quad \dots(2.69)$$

$E_u$  = Undrain Modulus, KN/ M<sup>2</sup>

$S_u$  = Undrain Shear Strength, KN/ M<sup>2</sup>

สำหรับการหาค่า Soil Spring (KN/M) ที่ตำแหน่ง Node ใด ๆ ตั้งแต่ระดับดินขุดถึงปลาย  
เข็มพืดสามารถพิจารณาจากสมการดังต่อไปนี้

ที่ระดับดินขุด โดย  $i =$  ตำแหน่ง Node ที่ระดับดินขุด

ค่า Soil Spring (KN/M) มีค่าเท่ากับ

$$\text{REDFAC} * L(i) * B * (7 * K_s(i) + 6 * K_s(i+1) - K_s(i+2)) / 24 \quad \dots(2.70)$$

ที่ Node ใด ๆ โดย  $i >$  ตำแหน่ง Node ที่ระดับดินขุด

ค่า Soil Spring (KN/M) มีค่าเท่ากับ

$$L(i) * B * (K_s(i-1) + 10 * K_s(i) + K_s(i+1)) / 12 \quad \dots(2.71)$$

ที่ Node สุดท้ายของเข็มพืด (ปลายเข็มพืด) โดย  $i =$  จำนวนชั้นส่วนทั้งหมดของ  
โครงสร้างระบบกำแพงกันดิน

ค่า Soil Spring (KN/M) มีค่าเท่ากับ

$$L(i) * B * (7 * K_s(i+1) + 6 * K_s(i) - K_s(i-1)) / 24 \quad \dots(2.72)$$

โดย

REDFAC = Factor for Reduce 1<sup>st</sup> Soil Spring At Dredge Line

i = ตัวเลขลำดับในการวนรูป

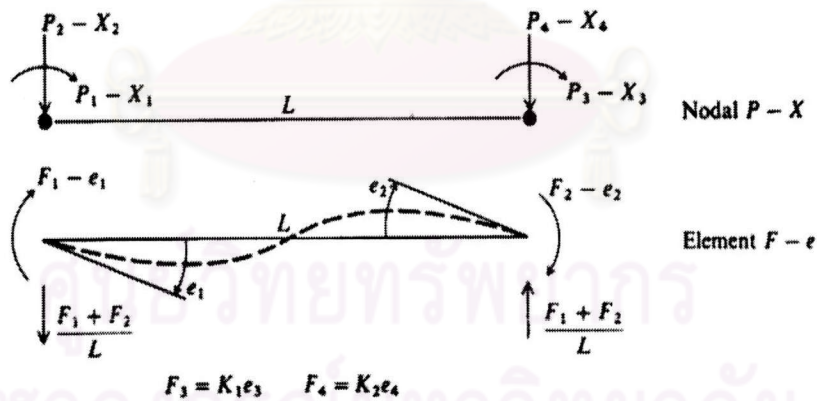
B = ความกว้างของกำแพงกันดิน

K<sub>s</sub> = Modulus of Subgrade Reaction At Node นั้นๆ

### 2.6 Finite Element Solution of Beam on Elastic Foundation

Finite Element Method (FEM) มีประสิทธิภาพสูงในการแก้ไขปัญหาของ Beam on Elastic Foundation บนพื้นฐานของสมการ  $K_s = A_s + B_s Z^n$  FEM ได้ถูกใช้มากกว่า Finite Difference Method (FDM) เพราะ สามารถเขียนสมการ โมเดลสำหรับ 1 ชิ้นส่วน และใช้แต่ละชิ้นส่วนเป็นส่วน ของ Beam Model สำหรับ FDM ทุกElement จะต้องมีความยาวและพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน Difference Equations เป็นสิ่งจำเป็นต่อปลายชิ้นส่วน (End Element) มากกว่าชิ้นส่วนภายใน และ Model นี้ การหาค่า Boundary Condition ทำได้ยากในขณะที่เป็น Model Nonlinear Effect

#### 2.6.1 General Equations In Solution



รูปที่ 2.14 External(Nodal) and Internal(Member) Finite Element

$$P_i = A_i F_i \quad \dots(2.73)$$

จะเห็นว่าค่า External Node Force P มีค่าเท่ากับ Internal Member Force F คูณกับ Bridge Constant A ในที่นี้ P & F เป็นได้ทั้ง Force และ Moment สมการ 2.67 จะเป็นสัญลักษณ์ของส่วนย่อย ๆ

สำหรับของ Full of Set Node on Any Structure จะใช้สัญลักษณ์  $P, F$  เป็น Column Vector  $A$  เป็น Rectangular Matrix สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$P = AF \quad \text{.....(2.74)}$$

ความสัมพันธ์ Internal Member Displacement ( $e$ ) ที่ Node ใดๆ กับ External Nodal Displacement ( $X$ ) ซึ่งค่า  $e$  และ  $X$  อาจจะเป็นได้ทั้ง Rotation (Radius) หรือ Translations มีสมการดังนี้

$$e = BX \quad \text{.....(2.75)}$$

จาก Reciprocal Theorem ใน Structure Mechanics สามารถแสดงในรูป  $B$  Matrix  $B$  Matrix จะมีค่าเท่ากับ  $A^T$  Matrix จึงเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$e = A^T X \quad \text{.....(2.76)}$$

เมื่อพิจารณา Internal Member Force จะมีความสัมพันธ์กับ Internal Member Displacement มีสมการดังนี้

$$F = Se \quad \text{.....(2.77)}$$

นำสมการ 2.76 แทนลงในสมการ 2.77 จะได้สมการดังนี้

$$F = Se = SA^T X \quad \text{.....(2.78)}$$

นำสมการ 2.77 แทนลงในสมการ 2.74 จะได้สมการดังนี้

$$P = AF = ASA^T X \quad \text{.....(2.79)}$$

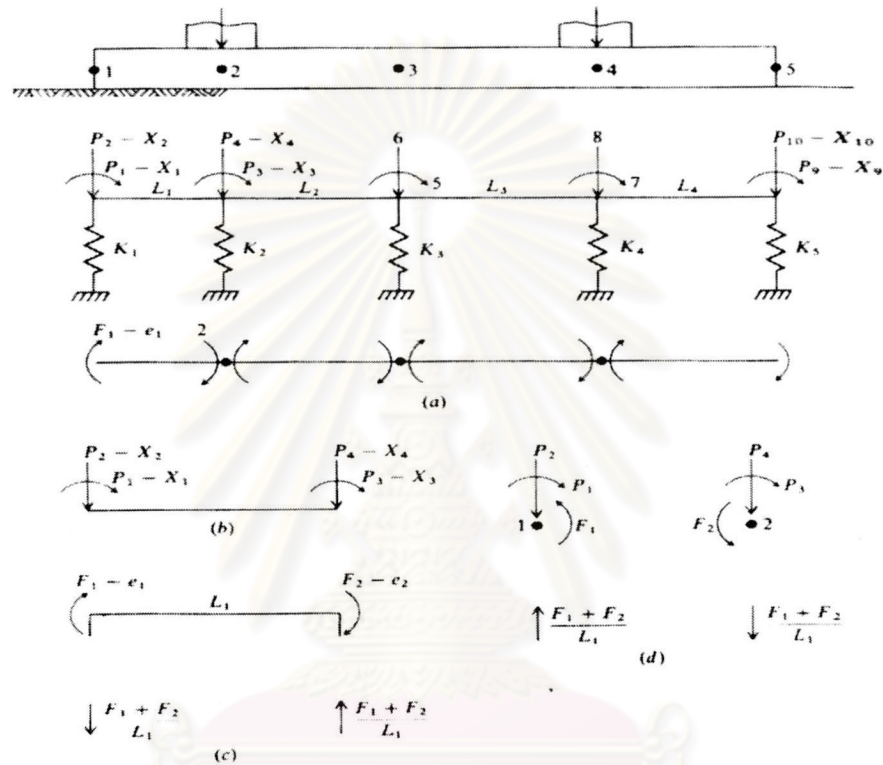
ขณะนี้ Unknown ในระบบสมการ คือ ค่า  $X$  สามารถหาค่า  $X$  โดยใช้  $(ASA^T)^{-1}$  คูณตลอดสมการ 2.79 จะได้สมการดังนี้

$$X = (ASA^T)^{-1} P \quad \text{.....(2.80)}$$

นำค่า  $X$  แทนค่า ย้อนกลับลงในสมการ 2.78 เพื่อหา Internal Member Force ซึ่งมีความสำคัญต่อการออกแบบ วิธีนี้จะให้ส่วนสำคัญอยู่ 2 ส่วน คือ 1. ข้อมูลในการออกแบบ 2. ข้อมูลในการเสียรูป  $ASA^T$  ข้างต้นจะเป็น Global Matrix

2.6.2 Developing the Element A Matrix

เมื่อพิจารณา Simple Beam ในรูปที่ 2.15b Coded กับ 4 ค่าของ P-X และ แรงกระทำบน Element ในรูปที่ 2.15c แรงกระทำบน Element จะรวมแรงเนื่องจาก Internal Bending Moment และ Shear Effect of Bending Moment สำหรับ Sign Convention โดย แรงที่ลดลงมีค่าเป็น บวก โมเมนต์ที่ติดตามเข็มนาฬิกามีค่าเป็น บวก



a) Structure and Structure Broken into Finite Element with Global P-X; b) P-X of First Finite Element; c) Element Force of Any (Include First); d) Summing Nodal Force

รูปที่ 2.15 Simple Beam

เมื่อพิจารณาที่ Node 1 ผลรวมโมเมนต์ จากรูปที่ 2.15

$$P1 = F1 + 0F2 \quad \dots(2.81)$$

ในทำนองเดียวกัน ที่ Node อื่น ๆ

$$P2 = \frac{F1}{L} + \frac{F2}{L} \quad \dots(2.82)$$

$$P3 = 0F1 + F2 \quad \dots(2.83)$$

$$P4 = -\frac{F1}{L} + -\frac{F2}{L} \quad \dots(2.84)$$



สามารถเขียนในรูป

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad \text{.....(2.85)}$$

$$EA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{pmatrix} \quad \text{.....(2.86)}$$

EA Matrix สำหรับ Member 2 มี P-X Coded  $P_3-X_3$  ถึง  $P_6-X_6$

### 2.6.3 Developing the Element S Matrix

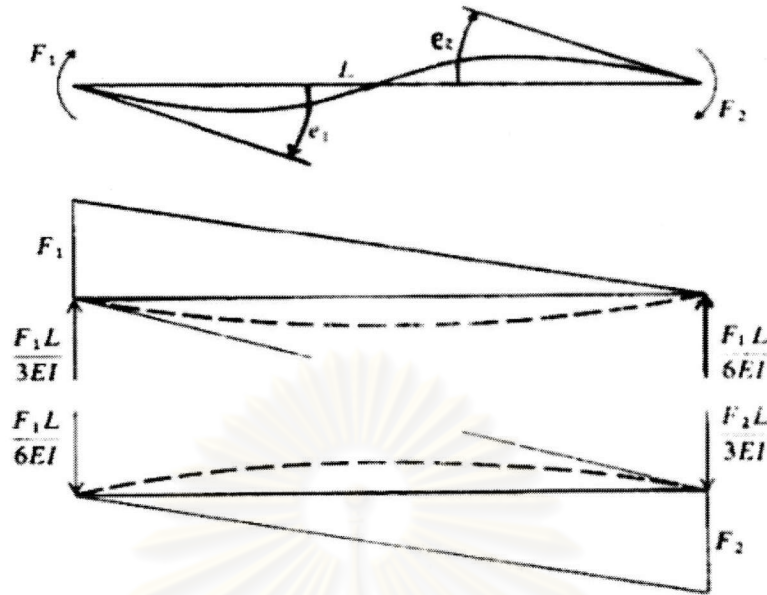
จากรูปที่ 2.16 ได้ใช้ Conjugate Beam (Moment Area) ที่ปลายเกิดมุม  $e_1$  และ  $e_2$  จะได้สมการดังนี้

$$\frac{F_1 L}{3EI} - \frac{F_2 L}{6EI} = e_1 \quad \text{.....(2.87)}$$

$$-\frac{F_1 L}{6EI} + \frac{F_2 L}{3EI} = e_2 \quad \text{.....(2.88)}$$

จากสมการที่ 2.50 และ 2.51 สามารถแก้สมการได้ดังนี้

$$F_1 = \frac{4EI}{L} e_1 + \frac{2EI}{L} e_2 \quad \text{.....(2.89)}$$



รูปที่ 2.16 Conjugate Beam

$$F_2 = \frac{2EI}{L}e_1 + \frac{4EI}{L}e_2 \quad \dots(2.90)$$

สามารถเขียนในรูป Matrix

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{Bmatrix} \quad \dots(2.91)$$

$$ES = \begin{pmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \quad \dots(2.92)$$

#### 2.6.4 Developing the Element $SA^T$ and $ASA^T$ Matrix

ค่า  $ESA^T$  Matrix ถูกกำหนดโดยการคูณ ES Matrix ด้วย  $EA^T$  Matrix, Node Soil Spring มีหน่วย  $F/L$  ซึ่งสามารถหาจาก Modulus of Subgrade Reaction และ การใช้ Node Area ถ้า  $K_s$  เป็นค่าคงที่สามารถคำนวณได้สมการดังนี้

$$K1 = \frac{L_1 BK_s}{2} \quad \dots(2.93)$$

$$K2 = \frac{L1 + L2}{2} BK_s \quad \dots(2.94)$$

จากสมการ 2.49

$$EA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{pmatrix}$$

$$EA^T = \begin{pmatrix} 1 & 1/L & 0 & -1/L \\ 0 & 1/L & 1 & -1/L \end{pmatrix} \quad \dots(2.95)$$

$$ESA^T = \begin{pmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} \end{pmatrix} \quad \dots(2.96)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$EASA^T = \begin{pmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} + K_1 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} \\ -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} + K_2 \end{pmatrix} \quad \text{.....(2.97)}$$

จากรูปที่ 2.15 สามารถหาผลรวมแรงตามแนวคิ่งได้ดังนี้

$$P_2 - \frac{F_1 + F_2}{L} - K_1 X_2 = 0 \quad \text{.....(2.98)}$$

เมื่อค่า  $\frac{F_1 + F_2}{L}$  นำมาคิดในระบบ Global ASA<sup>T</sup> สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$P_2 = (ASA_{2,2}^T) X_2 + K_1 X_2 \quad \text{.....(2.99)}$$

หรือ ค่า Node Soil Spring สามารถเพิ่มค่าตามแนวแกนมุมโดยใช้ Subscript (i, i) ซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากของการรวม Soil Spring เมื่อสามารถสร้างระหว่าง Element ที่ป้อนค่าเข้าไปใน Spring Array ต่อมา Global ASA<sup>T</sup> ถูกสร้างขึ้นมาและ Spring ถูกเพิ่มค่าตามแนวแกนมุม

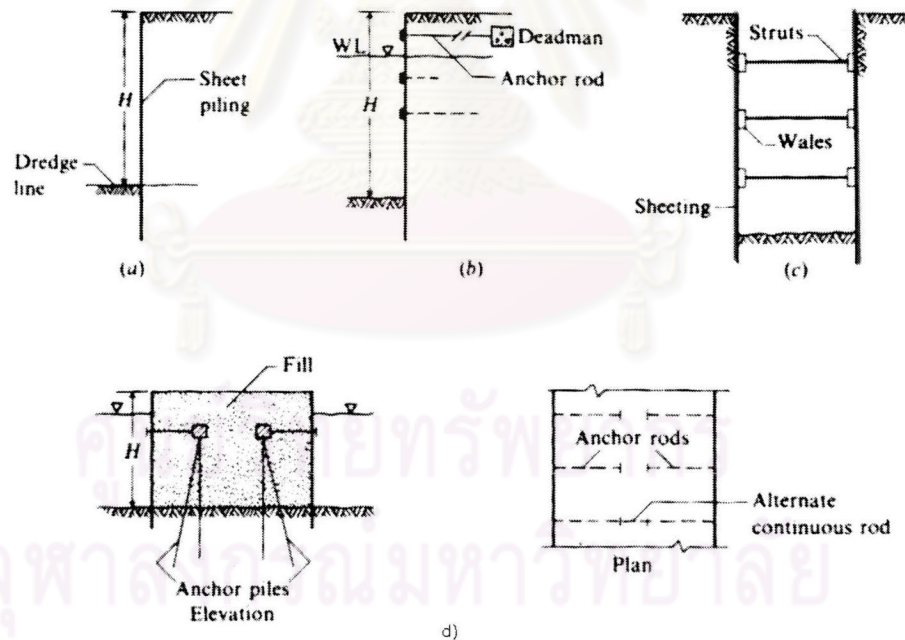
การตรวจสอบความถูกต้องของ EASA<sup>T</sup> และ Global ASA<sup>T</sup> ปกติมันจะเป็นเมทริกซ์สมมาตรและไม่สามารถมีค่าเป็น ศูนย์ ตามแนวแกนมุม จะมีการ Remove Spring หากเกิดสภาพ Tension Effect

### 2.6.5 Developing the P Matrix

P Matrix เป็น Column Vector จะประกอบไปด้วยค่าศูนย์ของ Array และ เมื่อได้มีการป้อนค่า Load ที่ Node ค่า P Matrix จะไม่เป็นศูนย์ ค่า Load ที่กระทำทิศทางเดียวกับ P-X Coding จะมีเครื่องหมายเป็นบวก และ จะมีเครื่องหมายเป็นลบ ถ้ามีทิศตรงข้ามกับ P-X Coding

### 2.7 Sheet pile Walls Cantilevered, Anchored and Braced Cut Excavation

ในการการตัดสินใจเลือกชนิดกำแพงกันดินนั้นจะต้องพิจารณาความลึกในการขุดดิน ถ้าขุดดินตื้นน้อยกว่า 4 เมตร ก็สามารถใช้กำแพงกันดินแบบมีระบบไม่มีค้ำยัน เช่น Cantilever Sheet Pile Wall ถ้าขุดดินลึกกว่า 4 เมตร ก็ใช้กำแพงกันดินแบบมีระบบไม่มีค้ำยันแต่ต้องใช้ สมอยึด (anchor rod) ช่วยยึดผนังด้านบนเข้าไว้กับดิน หรือน้ำหนักถ่วงไว้ (Anchor Bulkhead) ซึ่งระบบดังกล่าวเรียกว่า Anchored Sheet Pile Wall or Anchor Bulkhead หรือ ถ้าขุดดินลึกกว่า 4 เมตร ก็ใช้กำแพงกันดินแบบมีระบบค้ำยัน (Braced Cut Excavation) ดังรูปที่ 2.17

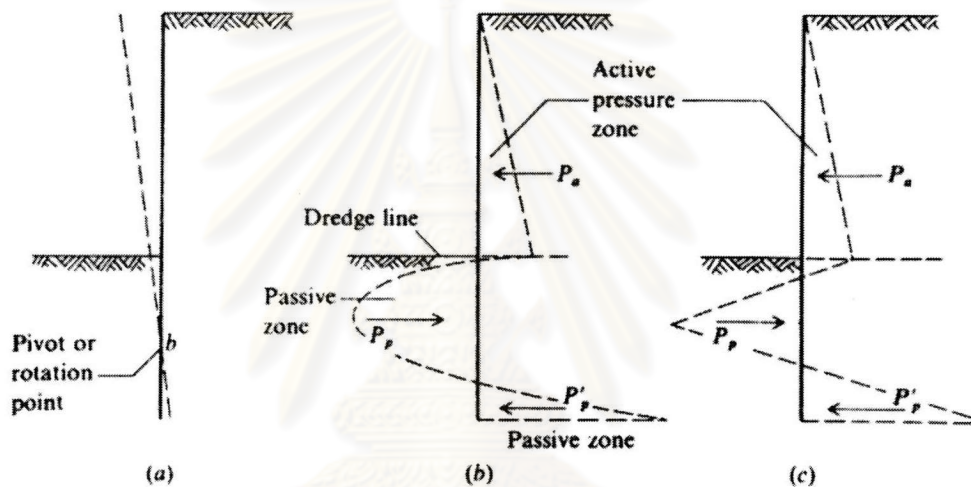


a) Cantilever Sheet-piling ; b) Anchored Sheet-piling; c) Braced Sheet-piling; d) Anchored Bulkhead

รูปที่ 2.17 Flexible Wall

### 2.7.1 Soil Property For Sheet Pile Wall

จากรูปที่ 2.18 สำหรับ Laterally Earth Pressure หน้ากำแพงจะเป็นความดันชนิด Passive Earth Pressure ที่อยู่ต่ำกว่าระดับ Dredge Line หลังกำแพงหรือด้านดินถมจะเป็นความดันชนิด Active Earth Pressure สำหรับการหา Coefficient Earth Pressure โดยปกติแล้วจะใช้ค่า Coulomb Pressure Coefficient เพราะ Sheet Pile Wall มีสภาพเป็น Flexible Wall ถ้ากำแพงมี Friction wall ก็จะใช้ Coulomb Pressure Coefficient แต่ถ้าเป็นด้าน Active Earth Pressure แล้วใช้ค่า Rankine Pressure Coefficient ก็จะพบว่า Conservative กว่า Coulomb Pressure Coefficient



a) Assume Elastic Line of the Sheeting; b) Probable and as Obtain in the Finite Element Solution quality Soil Pressure Diagram for Computational Purposes(Granular Soil and No Water as Shown)

รูปที่ 2.18 รูปแบบแรงกระทำของดินต่อเข็มพืด

สำหรับ Finite Element มีความจำเป็นต้องหา Active Earth Pressure Coefficients หลังกำแพงและหาค่า Modulus Subgrade Reaction สำหรับดินที่อยู่ใต้ Dredge Line ได้ใช้  $K_s$  หา Nodal Soil Spring เพื่อด้านการเคลื่อนที่ทางด้านข้าง การหา  $K_p$  จะหาเมื่อมี Dredge Line Slope จากหน้ากำแพง โดยการเปรียบเทียบค่า Node Force จากการคำนวณ Node Spring และ Displacement

$$q_{act} = X_i K_i \leq \frac{1}{2} \gamma Z_i^2 K_p \quad \dots(2.100)$$

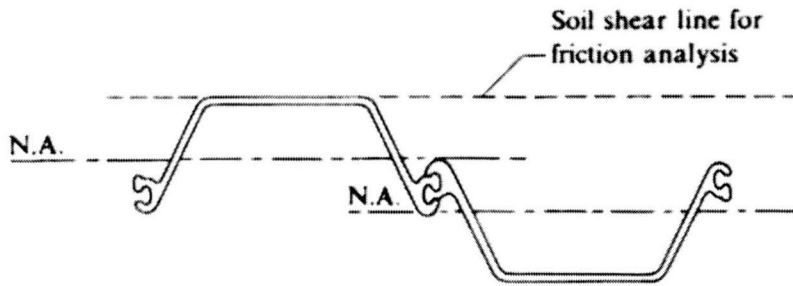
การใช้ค่า  $K_p$  จะใช้ค่า Coulomb Pressure Coefficient ซึ่งสามารถหาจากสูตร 2.23เกือบทุกกรณีที่จะต้องใช้ข้อมูล SPT และ CPT ใช้ประมาณค่า  $C = S_u = q_u / 2$  สำหรับ Cohesive Soils และใช้ประมาณค่า  $C, \phi$  สำหรับ Cohesionless Soils ถ้ามีการทดลอง Direct Shear Test หรือ Direct Simple Shear Test สามารถใช้วิธีประมาณ  $\phi$  จากระนาบ Plane Strain ซึ่งค่ามุม  $\phi$  ที่ Conservative ประมาณ 28 ถึง 32°

ค่า Wall Friction ( $\delta$ ) สามารถประมาณค่าจาก ตารางที่ 2.2

Interface materials	$\delta$
<b>Mass concrete or masonry on the following:</b>	
Clean sound rock	35
Clean gravel, gravel-sand mixtures, coarse sand	29-31
Clean fine to medium sand, silty medium to coarse sand, silty or clayey gravel	24-29
Clean fine sand, silty or clayey fine to medium sand	19-24
Fine sandy silt, nonplastic silt	17-19
Very stiff and hard residual or preconsolidated clay	22-26
Medium stiff and stiff clay and silty clay	17-19
<b>Steel sheet piles against:</b>	
Clean gravel, gravel-sand mixture, well-graded rock fill with spalls	22
Clean sand, silty sand-gravel mixture, single-size hard-rock fill	17
Silty sand, gravel or sand mixed with silt or clay	14
Fine sandy silt, nonplastic silt	11
<b>Formed concrete or concrete sheetpiling against:</b>	
Clean gravel, gravel-sand mixtures, well-graded rock fill with spalls	22-26
Clean sand, silty sand-gravel mixture, single size hard rock fill	17-22
Silty sand, gravel or sand mixed with silt or clay	17
Fine sandy silt, nonplastic silt	14
<b>Various structural materials:</b>	
<b>Masonry on masonry, igneous and metamorphic rocks:</b>	
Dressed soft rock on dressed soft rock	35
Dressed hard rock on dressed soft rock	33
Dressed hard rock on dressed hard rock	29
Masonry on wood (cross grain)	26
Steel on steel at sheet-pile interlocks	17
Wood on soil	14-16§

ตารางที่ 2.10 Friction Angle Various Foundation Material and Soil or Rock

จากรูปที่ 2.19 สำหรับ Sheet Pile ที่แสดง Slip Surface บางส่วนเป็น Soil-to-Soil และ บางส่วนเป็น Soil-to-Steel สามารถใช้ค่าเฉลี่ยได้ดังนี้



(a) Neutral axis location for *I* and *S* in sheet pile tables and as commonly used in U.S. designs.



(b) Actual neutral axis location along line of interlocks and as commonly used in European practice.

Location of Axis Web Rolled Sections. Not Application for Z and Shallow Web Section. These Section May no Longer be Available From American Mills

รูปที่ 2.19 หน้าตัดเชื่อมพีค

$$\tan \delta' = \frac{\tan \delta + \tan \phi}{2} \quad \dots(2.101)$$

เมื่อพิจารณา Nonlinear Effect จะพบว่าต้องมีการปรับค่า Node Soil Spring สำหรับดินที่ การสูญเสียระหว่าง Driving และ จะมีการ Remove Node Soil Spring เมื่อ  $X_i > X_{max}$  กับ การแทน ค่า Negative Node Force

$$P_i = -K_i X_{max} \quad \dots(2.102)$$

2.7.2 Stability Number For Sheet Pile Wall

หลักการของ Stability Number (FS) For Sheet Pile Wall จะมีหลักการดังนี้

- a) หาค่า  $K_p$  ด้วย FS
- b) ทำการเพิ่มค่าระยะฝังด้วยการคูณด้วยค่า FS



ในบางครั้งอาจมีการเพิ่มระยะฝัง Sheet Pile Wall อาจเนื่องจาก Surcharge Load กระทำบน Back Fill, การสูญเสีย Dredge Line โดยเฉพาะกรณีที่มีการสูญเสีย Dredge Line จะมีการเพิ่มระยะฝัง 30 % หรือ ใช้  $K_p/1.3$

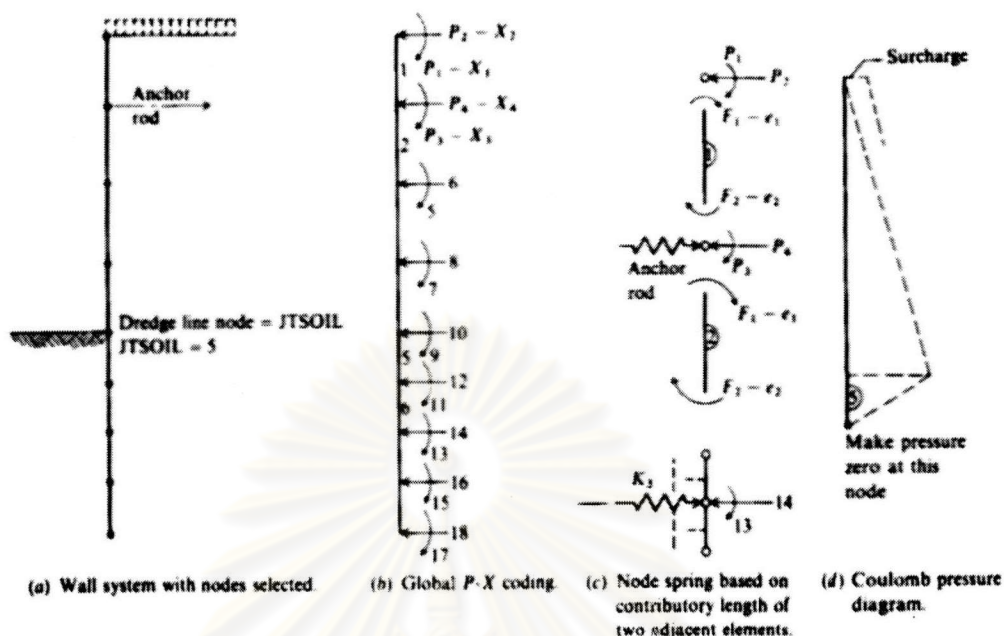
### 2.7.3 Finite Element Analysis For Sheet Pile Wall

การออกแบบ Sheet Pile Wall โดย Finite Element Method เป็นวิธีที่เหมาะสม เนื่องจากวิธีนี้เป็นารลดค่าโมเมนต์โดยตรงเสนอโดย Rowe (1952, 1957) และ ได้ใช้หลักการของ Beam on Elastic Foundation ในหัวข้อ 2.6 ในที่นี้จะกล่าวทบทวนอย่างสั้น ๆ  $P = AF$ ,  $e = A^T X$ ,  $F = Se$  Thus  $F = S A^T X$ ,  $P = ASA^T X$  จากรูปที่ 2.20 จะแสดงถึง Sheet Pile Wall และ P-X Coding ซึ่งปัญหาในที่นี้ก็เป็นปัญหาของ Beam on Elastic Foundation ที่หมุนมุมจากแนวราบ  $90^\circ$  กับ Soil Spring ที่อยู่เหนือ Dredge Line ถูก Remove ดังรูปที่ 2.20

Anchor Rod จะต้องคำนึงถึง Area Section (A) Modulus of Elasticity (E) และ Length (L) แรงใน Member จะคล้ายกับหลักการของ Truss จากสมการ  $e = FL/AE$  ในกลศาสตร์วัสดุ

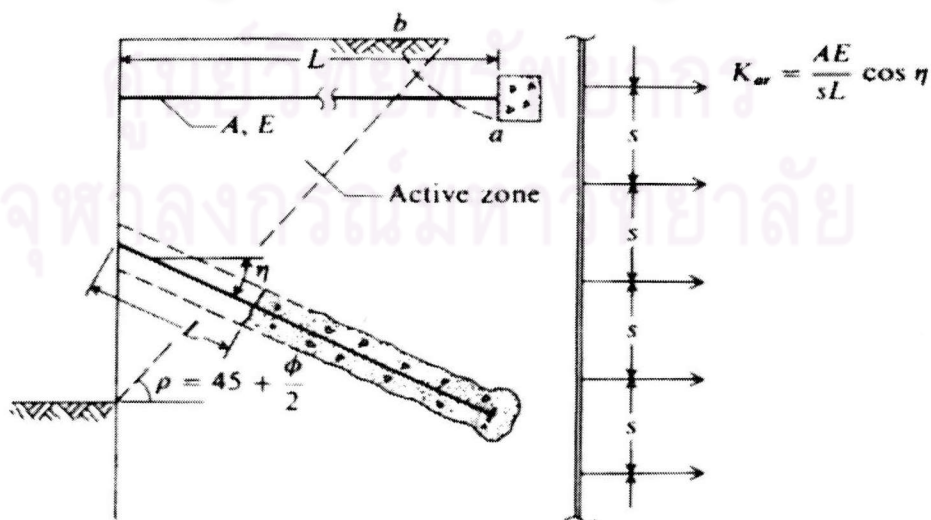
$$F = \frac{AE}{L} e = \frac{AE}{L} X \quad \dots(2.103)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.20 Finite Element Model for Either a Cantilever or Anchored (Include Multiple Anchored) Sheet pile Wall. Both Soil and Anchored Rod Spring are Input Nodal Entry

ในกรณี Anchor Rod อาจทำมุมกับแนวราบ และ ในที่นี้จะทำการวิเคราะห์ต่อความกว้าง 1 หน่วย ค่า  $\frac{AE}{L}$  ของ Anchor Rod แต่ละตัวได้มีการวางระยะห่าง  $S$ ,  $\eta$  เป็นค่ามุมที่ทำกับแนวราบ ดังรูปที่ 2.21



รูปที่ 2.21 Development of Anchor-Rod "Spring" Based on Spring, Cross Section Area A, Modulus of Elasticity E, and length L

สามารถหาค่า Spring Equivalent ของ Anchor Rod ได้ดังสมการดังนี้

$$ARSPG(I) = \frac{AE}{SL} \cos \eta \quad \dots(2.104)$$

นอกจากนี้แล้วยังมีสมการที่เกี่ยวข้องกับ Sheet Pile Wall โดย Finite Element Method

$$R = SPRING(I) X_i = \text{Soil Reaction} \quad \dots(2.105)$$

$$Q = X_i K_{s_i} = \text{Soil Pressure} \quad \dots(2.106)$$

Anchor Rod Force ได้นำมาใช้ออกแบบ Anchor โดยตรงซึ่งพิจารณาจากสมการดังนี้

$$f = \frac{M}{S} \leq f_a \quad \dots(2.107)$$

โดย  $f_a = 0.65 f_y \quad \dots(2.108)$

$f$  = Actual Bending Stress, KN/ M<sup>2</sup>

$M$  = Maximum Bending Moment / Unit Width, KN-M/ M

$S$  = Section of Modulus of Sheeting / Unit Width, M<sup>3</sup> / M

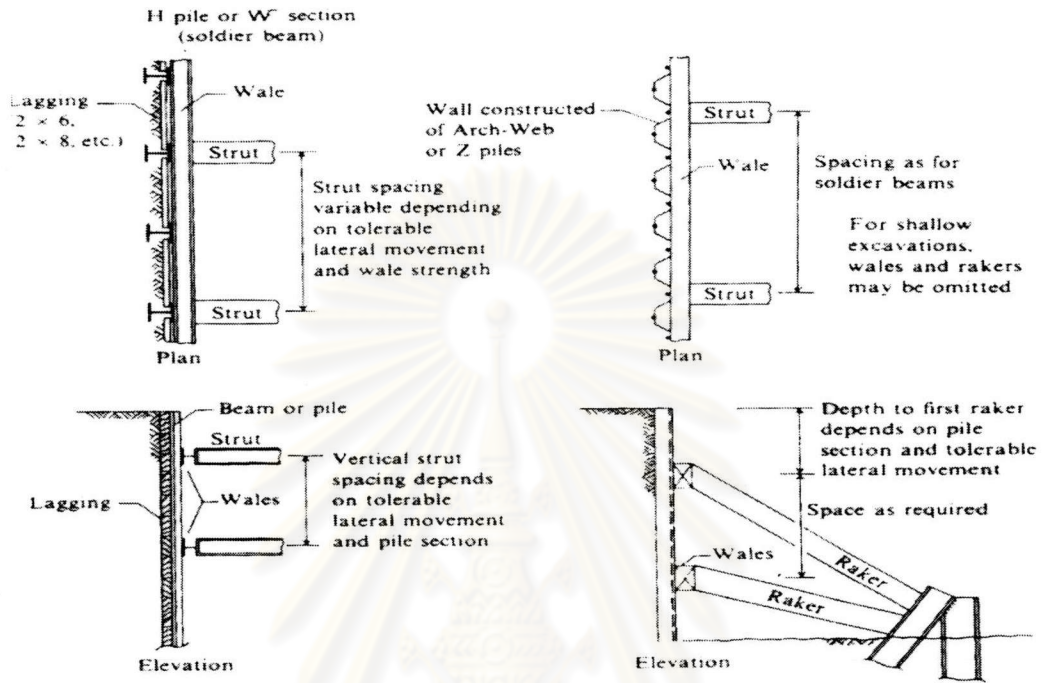
$f_y$  = Yielding Stress, KN/ M<sup>2</sup>

#### 2.7.4 Finite Element Analysis For Braced Cut Excavation

หลักการเหมือน Finite Element Analysis For Sheet Pile Wall แต่มีข้อแตกต่างตรงที่ Braced Cut Excavation ต้องใช้ Apparent Pressure Diagram ในหัวข้อ 2.3.4 และ Spring Equivalent ของ Strut ซึ่งมีค่าเทียบเท่ากับสปริง หากจากสมการดังนี้

$$K = \frac{AE}{L} \quad \dots(2.109)$$

สำหรับรูปแบบ Braced Cut Excavation เช่น Braced Sheet piling or Cofferdam for Excavations ดังรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 Braced Sheet piling or Cofferdam for Excavation

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย