

การคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของชั้นทางบนดินชนิดโพโรอิลาสติก



นายนันทพงษ์ ธีรานนท์

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

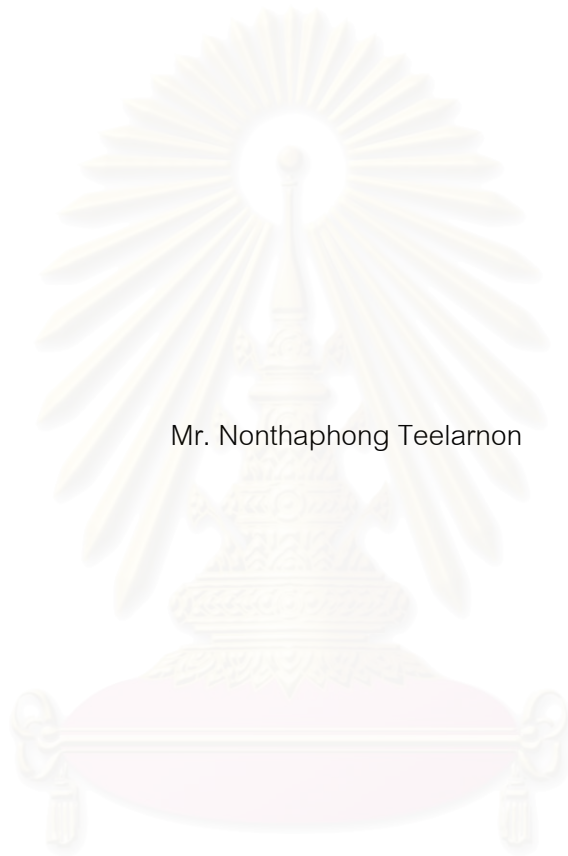
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2551

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

BACKCALCULATION FOR ELASTIC MODULI OF PAVEMENT ON POROELASTIC SOIL



Mr. Nonthaphong Teelarnon

สถาบันวิทยบริการ

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2008

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของชั้นทาง  
บนดินชนิดโพโรอิลาสติก

โดย

นายนนทพงษ์ ธีรานนท์

สาขาวิชา

วิศวกรรมโยธา

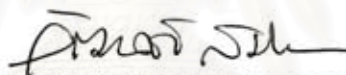
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

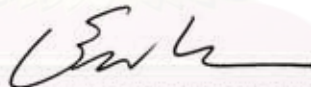
รองศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์มิไชย

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

  
..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศนริยวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัฒนชัย สมิทธากร)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์มิไชย)

  
..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สลิกรณ์ เหลืองวิชชเจริญ)

สถาบันวิศวกรรมโยธา  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นนทพงษ์ ธีรานนท์ : การคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของชั้นทางบนดินชนิดโพโรอิลาสติก. (BACKCALCULATION FOR ELASTIC MODULI OF PAVEMENT ON POROELASTIC SOIL) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์มิไชย, 65หน้า.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เกี่ยวข้องกับการคำนวณย้อนกลับในลักษณะพลวัตเพื่อหาค่าคุณสมบัติของโครงสร้างถนนบนดินชนิดโพโรอิลาสติกจากข้อมูลทดสอบแบบไม่ทำลายด้วยเครื่องทดสอบชนิด Falling Weight Deflectometer (FWD) แบบจำลองโครงสร้างชั้นถนนจะประกอบด้วยชั้นถนนวางอยู่บนดินชนิดโพโรอิลาสติกซึ่งแต่ละชั้นมีคุณสมบัติและความหนาแตกต่างกัน โดยกำหนดให้เป็นตัวแทนของชั้นแอสฟัลต์คอนกรีตและชั้นถนนที่รองรับชั้นแอสฟัลต์คอนกรีตตามลำดับจากนั้นจะทำการวิเคราะห์แบบจำลองโครงสร้างชั้นถนนแบบพลวัตและคำนวณหาค่าการทรุดตัวของผิวถนนในโดเมนของเวลาแล้วนำไปเปรียบเทียบกับทรุดตัวที่วัดได้จากการทดสอบด้วยเครื่องทดสอบ FWD โดยใช้หลักการของการหาค่าคงที่ที่เหมาะสมด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้นเพื่อคำนวณหาคุณสมบัติทางวิศวกรรมของโครงสร้างชั้นถนนซึ่งคุณสมบัติทางวิศวกรรมเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในการประเมินสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนและสนามบินทั้งในขณะกำลังก่อสร้างและภายหลังจากใช้งานแล้วซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการดูแลรักษา ปรับปรุง ซ่อมแซม สภาพถนนและสนามบิน


## สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมโยธา.....

สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา.....

ปีการศึกษา...2551

ลายมือชื่อนิสิต นนทพงษ์ ธีรานนท์

ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก 

## 4970368421 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS : NONDESTRUCTIVE TEST / FALLING WEIGHT DEFLECTOMETER

NONTHAPHONG TEELARNON : BACKCALCULATION FOR ELASTIC  
MODULI OF PAVEMENT ON POROELASTIC SOIL. ADVISOR : ASSOC PROF.  
TEERAPONG SENJUNTICHAJ Ph.D., 65 pp.

This thesis is concerned with the development of a dynamic backcalculation program for estimating the elastic moduli of layered pavement on poroelastic soil from the nondestructive test by the Falling Weight Deflectometer (FWD). A layered pavement under consideration consists of a multilayered poroelastic medium underlain by a rigid bedrock or a semi-infinite elastic soil. Elastic moduli or other parameters can be determined by using the nonlinear least square optimization technique to minimize the difference between the deflections obtained from the program and those measured from the FWD test. The backcalculation program developed in this thesis can be applied in the evaluation of structural capability of existing or newly road and runway pavement.

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department : Civil Engineering.....

Student's Signature : 

Field of Study : Civil Engineering.....

Advisor's Signature: 

Academic Year : 2008.....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลือสนับสนุนอย่างดียิ่งจากท่านเหล่านี้ ได้แก่ รองศาสตราจารย์ ดร. ธีรพงศ์ เสนงจันทร์ฉวีไชย อาจารย์ที่ปรึกษาที่ได้ให้คำปรึกษาและแนะนำการจัดทำวิทยานิพนธ์นี้ให้มีความสมบูรณ์มากที่สุด ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วัฒนชัย สมิทธากร และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สติกรณี เหลืองวิเศษเจริญ ที่ได้ให้ความกรุณารับเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ท้ายที่สุดนี้ ประโยชน์อันพึงได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้ขอมอบแด่ บิดา มารดา ญาติ พี่น้อง เพื่อนฝูง ครูบาอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน ที่ช่วยเหลือและให้กำลังใจเสมอมา



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ฏ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	2
1.3 สมมุติฐานและขอบเขตการวิจัย.....	2
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับ.....	2
1.5 การดำเนินการวิจัย.....	3
บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 การทดสอบแบบไม่ทำลาย.....	4
2.2 การศึกษาพฤติกรรมโครงสร้างถนน.....	5
2.3 การคำนวณย้อนกลับ.....	6
บทที่ 3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	9
3.1 เครื่องมือทดสอบ Falling Weight Deflectometer (FWD).....	9
3.1.1 ลักษณะทั่วไป.....	9
3.1.2 พฤติกรรมของโครงสร้างถนนขณะทดสอบ.....	10
3.1.3 ลักษณะการทำงาน.....	11
3.1.4 การคำนวณย้อนกลับ.....	12
3.2 อายุการใช้งานของถนน.....	12
3.3 แบบจำลองของโครงสร้างถนนที่รับแรงกระทำแบบพลวัต.....	13
3.3.1 รูปคำตอบทั่วไปของวัสดุโพโรอิลาสติก.....	13

	หน้า
3.3.2 สมการสติฟเนสเมทริกซ์ของวัสดุโพโรอีลาสติก.....	15
3.3.3 สมการโกลบัลสติฟเนสเมทริกซ์ของวัสดุโพโรอีลาสติก.....	16
3.3.4 รูปสมการของแผ่นพื้นบางวางอยู่บนวัสดุโพโรอีลาสติกหลายชั้น.....	17
3.3.4.ก คำตอบทั่วไปของแผ่นพื้นบาง.....	17
3.3.5.ข สมการโกลบัลสติฟเนสเมทริกซ์ของแผ่นพื้นบางวางอยู่บนวัสดุโพโรอีลาสติกหลายชั้น.....	18
3.4 การหาส่วนผกผันของการแปลงฟูเรียร์แบบเร็ว .....	19
3.5 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization Method).....	19
บทที่ 4 การคำนวณและวิเคราะห์ผลด้วยแบบจำลองของโครงสร้างถนนภายใต้น้ำหนักกระทำจากเครื่อง FWD.....	27
4.1 วิธีการแก้ปัญหาและการคำนวณเชิงตัวเลข.....	27
4.1.1 การหาปริพันธ์เชิงตัวเลข.....	27
4.1.2 การหาคำตอบในโดเมนของเวลา.....	28
4.2 การหาค่าการหลุดตัวที่ผิวบนของโครงสร้างถนนโดยใช้แบบจำลองในลักษณะพลวัต.....	29
4.2.1 โครงสร้างถนนและน้ำหนักกระทำที่ใช้ในการคำนวณ.....	29
4.2.1.ก โครงสร้างถนน.....	29
4.2.1.ข น้ำหนักกระทำ.....	29
4.2.2 ผลตอบสนองทางพลวัตของโครงสร้างถนนภายใต้น้ำหนักกระทำจากเครื่อง FWD.....	29
4.2.2ก การเปรียบเทียบค่าการหลุดตัวของโครงสร้างถนนระหว่างการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วและการแปลงลาปลาซ.....	29
4.2.2.ข การเปรียบเทียบค่าการหลุดตัวของโครงสร้างถนนเมื่อโครงสร้างถนนวางตัวบนตัวกลางที่ต่างชนิดกัน.....	30
4.2.2.ค พฤติกรรมของโครงสร้างถนนที่วางตัวบนชั้นหินแข็ง.....	30
4.2.2.ง ศึกษาผลกระทบเมื่อโครงสร้างถนนเป็นแบบแผ่นพื้นบางวางอยู่บนตัวกลางชนิดโพโรอีลาสติกหลายชั้น.....	31
4.3 การคำนวณย้อนกลับ.....	31



	หน้า
4.3.1 การจัดเตรียมข้อมูลและตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมการคำนวณย้อนกลับ.....	32
4.3.2 การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น.....	33
4.3.2.ก การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002).....	33
4.3.2.ข การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2008).....	34
4.3.3 การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและความหนา.....	34
4.3.3.ก การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและความหนาของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002).....	34
4.3.4 การคำนวณย้อนกลับจากข้อมูลการทดสอบด้วยเครื่อง FWD.....	35
บทที่ 5 สรุปผลการศึกษา.....	55
รายการอ้างอิง.....	57
ภาคผนวก.....	62
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	65

## สารบัญญัตราสาร

ตารางที่	หน้า
3.1	ค่าคงที่ในความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและจำนวนรอบของน้ำหนักกระทำ แต่ละสถาบัน (ธรรมมา, 2546)..... 22
4.1	ค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าสูงสุดของพารามิเตอร์ของฮันเกล (ξ) ในการหาปริพันธ์..... 36
4.2	คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 3 ชั้น..... 36
4.3	คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 1 ชั้นที่ใช้ในการคำนวณ ย้อนกลับ..... 36
4.4	ข้อมูลการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับกรณีโครงสร้าง ถนน 1 ชั้น..... 37
4.5	คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 2 ชั้นที่ใช้ในการคำนวณ ย้อนกลับ..... 37
4.6	ข้อมูลการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับกรณีโครงสร้าง ถนน 2 ชั้น..... 38
4.7	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 1 ชั้นเมื่อใช้ข้อ มูลค่าทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 3 ค่า..... 38
4.8	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 1 ชั้นเมื่อใช้ข้อ มูลค่าทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 5 ค่า..... 39
4.9	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 1 ชั้นเมื่อใช้ข้อ มูลค่าทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 7 ค่า..... 39
4.10	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 2 ชั้นเมื่อใช้ข้อ มูลค่าทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 3 ค่า..... 40
4.11	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 2 ชั้นเมื่อใช้ข้อ มูลค่าทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 5 ค่า..... 40
4.12	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 2 ชั้นเมื่อใช้ข้อ มูลค่าทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 7 ค่า..... 41
4.13	คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่ใช้ในการคำนวณ ย้อนกลับเพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)..... 41

ตารางที่	หน้า
4.14	ข้อมูลการทดสอบที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับกรณีโครงสร้างถนน 3 ชั้นเพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)..... 42
4.15	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 3 ชั้นเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)..... 42
4.16	คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับเพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2002)..... 43
4.17	ข้อมูลการทดสอบที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับกรณีโครงสร้างถนน 3 ชั้นเพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2002)..... 43
4.18	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 3 ชั้นเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2002)..... 44
4.19	ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสและความหนาของโครงสร้างถนน 3 ชั้นเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)..... 44
4.20	ข้อมูลการทดสอบที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับจากข้อมูลการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD ที่ประเทศแคนาดา..... 45
4.21	คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 3 ชั้นและผลการคำนวณย้อนกลับจากข้อมูลการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD ที่ประเทศแคนาดา... 45

## สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2.1	เครื่องทดสอบชนิด falling weight deflectometer (FWD).....	8
2.2	ลักษณะค่าการทรุดตัวที่วัดได้จากเครื่อง FWD (Dong และคณะ, 2002).....	8
3.1	รูปแสดงส่วนประกอบที่สำคัญของเครื่อง Falling Weight Deflectometer (FWD).....	23
3.2	ลักษณะการแผ่กระจายของคลื่นพลังงานขณะทำการทดสอบด้วยเครื่อง FWD..	23
3.3	ลักษณะสัญญาณค่าการทรุดตัวจากเครื่อง FWD และล้อรถหนักที่สัญจรบนถนนเมื่อพิจารณาเทียบกับเวลา.....	24
3.4	แผนผังแสดงการคำนวณย้อนกลับเพื่อพิจารณาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนน.....	25
3.5	แบบจำลองโครงสร้างถนนแบบวัสดุโพโรอิลาสติกหลายชั้น.....	26
3.6	แบบจำลองโครงสร้างถนนแบบแผ่นพื้นบางวางอยู่บนวัสดุโพโรอิลาสติก.....	26
4.1	น้ำหนักระทำชนิด Half-Sinusoidal.....	46
4.2	การเปรียบเทียบน้ำหนักระทำแบบ half-sinusoidal กับน้ำหนักระทำจากการหาส่วนผกผันของการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วและน้ำหนักระทำจากการหาส่วนผกผันของการแปลงลาปลาซ.....	46
4.3	ลักษณะของโครงสร้างถนน 3 ชั้น.....	47
4.4	การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนระหว่างการหาส่วนผกผันของการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วและการหาส่วนผกผันของการแปลงลาปลาซ.....	48
4.5	การทรุดตัวที่ผิวบนของโครงสร้างถนน ณ ตำแหน่งที่วัดที่จุดต่างๆ เมื่อโครงสร้างถนนวางตัวบนตัวกลางที่ต่างชนิดกัน.....	49
4.6	ลักษณะของโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่วางตัวบนชั้นหินแข็ง.....	50
4.7	การทรุดตัวที่ผิวบนของโครงสร้างถนน ณ ตำแหน่งต่างๆ ที่วัดจากศูนย์กลางเมื่อโครงสร้างถนนวางอยู่บนชั้นหินแข็ง.....	50
4.8	การทรุดตัวที่ผิวบนของโครงสร้างถนน ณ ตำแหน่งต่างๆ ที่วัดจากศูนย์กลางเมื่อแผ่นพื้นบางวางอยู่บนโครงสร้างถนน.....	51
4.9	ลักษณะของโครงสร้างถนนที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับ.....	52

ภาพที่	หน้า
4.10	การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของ AL-Khoury และคณะ (2002) กับผลการ คำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น..... 52
4.11	การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวการทดลองของ Dong และคณะ (2002) กับผล การคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น..... 53
4.12	การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของ AL-Khoury และคณะ (2002) กับผลการ คำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและความหนา..... 53
4.13	ข้อมูลการทรุดตัวที่ได้จากการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD..... 54
4.14	การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวจากข้อมูลการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD กับผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น..... 54



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## คำอธิบายสัญลักษณ์

$b$	ตัวแปรที่พิจารณาถึงผลของแรงเสียดทานภายในเนื่องมาจากการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างเม็ดดินและน้ำ;
$D_p$	ความแข็งเชิงตัดของแผ่นพื้นบาง;
$d_i^c(\mathbf{x})$	ค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้จากแบบจำลองโดยใช้ค่า $\mathbf{x}$ ;
$d_i^m$	ค่าการทรุดตัวที่บันทึกได้จากการทดสอบค่าที่ $i$ ;
$E_p$	ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของแผ่นพื้นบาง;
$\mathbf{F}^{(n)}$	เวกเตอร์ของหน่วยแรงที่ผิวบนและล่างของแต่ละชั้น;
$\mathbf{F}^*$	โกลบัลเวกเตอร์ของแรงที่กระทำ;
$\mathbf{H}$	Hessian matrix;
$h_p$	ความหนาของแผ่นพื้นบาง;
$J_n$	ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่หนึ่งอันดับที่ $n$ ;
$\mathbf{K}^{(n)}$	สติเฟเนสเมทริกซ์ของชั้นที่ $n$ ;
$\mathbf{K}^*$	โกลบัลสติเฟเนสเมทริกซ์;
$M$	ค่าคงที่โพโรอิลาสติกของ Biot;
$m_b$	ความหนาแน่นเชิงมวลของแผ่นบางต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่;
$n$	จำนวนข้อมูลการทรุดตัวที่บันทึกได้และนำมาใช้ในการคำนวณย้อนกลับ;
$p$	ค่าแรงดันเกินของน้ำระหว่างเม็ดดิน;
$t$	เวลา;
$\mathbf{U}^{(n)}$	เวกเตอร์ของค่าการทรุดตัวที่ผิวบนและล่างของแต่ละชั้น;
$\mathbf{U}^*$	โกลบัลเวกเตอร์ของค่าการทรุดตัว;
$u_i$	การเคลื่อนที่ของของแข็งในทิศทาง $i$ ;



## คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

$w_i$	การเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของของเหลวในทิศทาง $i$ ;
$w_{pl}$	ค่าทรุดตัวในแนวตั้งของแผ่นพื้นบาง;
$\alpha$	ค่าคงที่โพโรอีลาสติกของ Biot;
$\beta$	ความพรุน;
$\delta$	ความถี่ไรขนาด;
$\zeta$	ค่าแปรผันของความหนาแน่นของของเหลวต่อปริมาตร;
$\lambda$	ค่าคงที่ของวัสดุรวม;
$\mu$	ค่าโมดูลัสเฉือน;
$\nu_p$	ค่าอัตราส่วนปริมาตรของของแผ่นพื้นบาง;
$\xi$	พารามิเตอร์ของการแปลงฮันเกล;
$\rho$	ความหนาแน่นมวลของวัสดุ;
$\rho_f$	ความหนาแน่นมวลของน้ำระหว่างเม็ดดิน;
$\sigma_{ij}$	ค่าความเค้นทั้งหมดในวัสดุรวม;
$\omega$	ความถี่;

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมา

การดูแลรักษาสภาพการใช้งานหรือการปรับปรุงซ่อมแซมเพื่อรักษาผิวถนนให้มีสภาพการ  
ใช้งานที่ดีอยู่เสมอจำเป็นต้องทราบข้อมูลเกี่ยวกับสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนเดิมซึ่ง  
ได้แก่ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้น เพื่อที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์หาอายุการใช้งาน  
ของถนนรวมไปถึงการพิจารณาออกแบบความหนาของผิวทางที่ต้องการในการเสริมผิวทางเพื่อ  
รองรับปริมาณการจราจรที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

การประเมินสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนนั้นสามารถทำได้ 2 วิธีด้วยกันวิธีแรก  
คือ การเจาะตัวอย่างของโครงสร้างถนนเพื่อนำมาทดลองในห้องปฏิบัติการซึ่งค่อนข้างจะยุ่งยาก  
และใช้เวลามากทั้งยังส่งผลกระทบต่อระบบการจราจร ส่วนวิธีที่สองคือ การทดสอบแบบไม่ทำลาย  
(nondestructive test) ซึ่งจัดว่าเป็นวิธีการประเมินสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนและ  
สนามบินที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน โดยเครื่องมือทดสอบที่ได้รับความนิยม  
มากที่สุดในปัจจุบัน ได้แก่ falling weight deflectometer (FWD) ซึ่งการทดสอบด้วยวิธีดังกล่าว  
จะทำการวัดค่าการทรุดตัวของผิวถนนที่เกิดจากน้ำหนักกระทำจากเครื่องทดสอบ ซึ่งมีลักษณะ  
เป็นแรงดล (dynamic force) ที่ใกล้เคียงกับน้ำหนักที่เกิดจากการจราจร ค่าการทรุดตัวที่บันทึกได้  
จะมีลักษณะเป็นแบบพลวัต (dynamic deflection) โดยมีค่าสูงสุดอยู่หนึ่งค่า จากนั้นนำค่าการ  
ทรุดตัวมาทำการวิเคราะห์หาความแข็งแรงอันได้แก่ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้นซึ่ง  
ขั้นตอนในการคำนวณทั้งหมดนี้เรียกว่าการคำนวณย้อนกลับ (backcalculation)

ตั้งแต่ปี 1950 มีการศึกษาผลการตอบสนองของดินภายใต้แรงกระทำโดยใช้วิธีปริพันธ์ผล  
การแปลงฟูเรียร์ (fourier integral transform method) อย่างกว้างขวางซึ่งในการศึกษาส่วนมาก  
จะสมมติให้ดินเป็นวัสดุยืดหยุ่นเนื้อเดียวแต่โดยทั่วไปนั้นดินประกอบด้วย 2 ส่วนคือ เนื้อดิน และ  
น้ำในช่องว่างของดินซึ่งเป็นที่รู้จักกันในชื่อวัสดุโพโรอิลาสติก (poroelastic material) ในรอบ  
สามสิบปีที่ผ่านมาวัสดุโพโรอิลาสติกได้ถูกนำมาใช้แทนสภาพความเป็นจริงของดินมากขึ้นกว่าการ  
สมมติให้ดินเป็นเพียงวัสดุยืดหยุ่นเนื้อเดียว อย่างไรก็ตามธรรมชาติของดินประกอบด้วยชั้นดินที่  
ต่างชนิดกันซึ่งคุณสมบัติย่อมแตกต่างกัน สาเหตุดังกล่าวทำให้มีการนำเสนอแบบจำลอง  
ของดินในรูปแบบตัวกลางหลายชั้นกึ่งปริภูมิชนิดโพโรอิลาสติก

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบบจำลองโครงสร้างชั้นถนนจะประกอบด้วยชั้นถนนวางอยู่บนดินชนิดโพโรอิลาสติกซึ่งแต่ละชั้นมีคุณสมบัติและความหนาแตกต่างกัน โดยกำหนดให้เป็นตัวแทนของชั้นแอสฟัลต์คอนกรีตและชั้นถนนที่รองรับชั้นแอสฟัลต์คอนกรีตตามลำดับจากนั้นจะทำการวิเคราะห์แบบจำลองโครงสร้างชั้นถนนแบบพลวัตและคำนวณหาค่าการทรุดตัวของผิวถนนในโดเมนของเวลาแล้วนำไปเปรียบเทียบกับทรุดตัวที่วัดได้จากการทดสอบด้วยเครื่องทดสอบชนิด falling weight deflectometer (FWD) โดยใช้หลักการของการหาค่าคงที่ที่เหมาะสมด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้น (nonlinear least square optimization) เพื่อคำนวณหาคุณสมบัติทางวิศวกรรมของโครงสร้างชั้นถนนซึ่งคุณสมบัติทางวิศวกรรมเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในการประเมินสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนและสนามบินทั้งในขณะกำลังก่อสร้างและภายหลังจากใช้งานแล้วซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการดูแลรักษา ปรับปรุง ซ่อมแซม สภาพถนนและสนามบิน

## 1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 พัฒนาแบบจำลองโครงสร้างถนนที่ประกอบด้วยชั้นถนนวางอยู่บนวัสดุโพโรอิลาสติกภายใต้แรงกระทำแบบพลวัตโดยการเปลี่ยนแปลงฟูรีเยร์แบบเร็ว

1.2.2 พัฒนาโปรแกรมการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนนบนวัสดุโพโรอิลาสติกจากการทดสอบด้วยเครื่องทดสอบชนิด falling weight deflectometer (FWD)

## 1.3 สมมุติฐานและขอบเขตการวิจัย

โครงสร้างชั้นถนนในวิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยชั้นถนนวางบนวัสดุโพโรอิลาสติกหลายชั้นที่วางตัวอยู่บนชั้นดินยึดหยุ่นหรือบนชั้นหินแข็งโดยบริเวณผิวสัมผัสระหว่างชั้นจะมีค่าความเค้นเฉือน ความเค้นในแนวตั้ง การเคลื่อนที่แนวตั้งและแนวราบที่เท่ากันและสมมุติเกิดแรงเสียดทานระหว่างชั้นเต็มที่ ในการวิเคราะห์ปัญหาจะทำในลักษณะพลวัต โดยแรงที่มากระทำจะมีลักษณะเป็นแรงดลที่สมมาตรรอบแกน (axisymmetric loading) และมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอภายใต้แผ่นโลหะวงกลมที่ถ่าน้ำหนักกระทำจากเครื่อง FWD

## 1.4 ประโยชน์ที่ได้รับ

1.4.1 แบบจำลองโครงสร้างชั้นถนนวางอยู่บนวัสดุโพโรอิลาสติกหลายชั้นภายใต้แรงกระทำแบบพลวัตโดยการเปลี่ยนแปลงฟูรีเยร์แบบเร็ว

1.4.2 วิธีการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนนบนวัสดุโพโรอิลาสติกจากการทดสอบด้วยเครื่องทดสอบชนิด falling weight deflectometer (FWD)

### 1.5 การดำเนินงานวิจัย

ในวิทยานิพนธ์นี้จะมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัยตามลำดับดังต่อไปนี้

1.5.1 ทบทวนข้อมูลและงานวิจัยที่ผ่านมา

1.5.2 ศึกษาทฤษฎีผลการตอบสนองของชั้นถนนวางอยู่บนวัสดุโพโรอิลาสติกหลายชั้นภายใต้แรงกระทำในลักษณะพลวัต

1.5.3 ศึกษาการหาผลเฉลยโดยวิธีสติเฟเนสแบบแม่นยำตรงสำหรับชั้นถนนวางอยู่บนวัสดุโพโรอิลาสติกหลายชั้น

1.5.4 ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาโดยการใช้การแปลงฟูเรียร์แบบเร็ว

1.5.5 ศึกษาวิธีการคำนวณย้อนกลับ

1.5.6 พัฒนาโปรแกรมและตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม

1.5.7 วิเคราะห์ข้อมูลสรุปผล

1.5.8 จัดทำวิทยานิพนธ์และเผยแพร่ผลงาน

## บทที่ 2

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 การทดสอบแบบไม่ทำลาย

การทราบคุณสมบัติของชั้นทาง เช่น โมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างทางแต่ละชั้น ความหนา ปริมาณส่วนผสมของยางแอสฟัลต์ จะทำให้การคาดการณ์อายุใช้งานและการออกแบบรวมไปถึงการปรับปรุงซ่อมแซมทางเป็นไปอย่างถูกต้อง การทดสอบแบบไม่ทำลาย (nondestructive test; NDT) จัดว่าเป็นวิธีการประเมินสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนและสนามบินที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวาง (AASHTO, 1986; Lytton และคณะ, 1986) ซึ่งคุณสมบัติของวัสดุที่หาได้จากการทดสอบ NDT ส่วนใหญ่มักจะเป็นค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างทางแต่ละชั้น

โดยทั่วไปเครื่องมือทดสอบ NDT สามารถจำแนกตามวิธีการให้น้ำหนักกระทำได้ดังนี้ (ธนศักดิ์และสมัคร, 2541)

1. แบบน้ำหนักคงที่ (static) หรือ น้ำหนักกระทำที่เคลื่อนที่อย่างช้าๆ เช่น อุปกรณ์ benkelmann beam, lacroix deflectograph และ curviameter
2. แบบสั่นสะเทือน (vibration) เช่น อุปกรณ์ dynaflect และ road rater
3. น้ำหนักตกกระทบบนผิวที่พิจารณาในบริเวณใกล้กับจุดน้ำหนักกระทำ (“near field” impulse method) เช่น อุปกรณ์ falling weight deflectometer (FWD)
4. วิธีการแผ่กระจายของคลื่น โดยอาจทำการวัดที่ผิวทางหรือที่ระดับความลึกใดๆและวัดห่างจากน้ำหนักกระทำซึ่งใช้วิธี spectral analysis of surface wave technique เช่น อุปกรณ์ shell vibrator

เครื่องทดสอบแบบไม่ทำลายที่ได้รับความนิยมมากที่สุดในปัจจุบัน ได้แก่ FWD (รูปที่ 2.1) เนื่องจากลักษณะการให้น้ำหนักจะใกล้เคียงกับน้ำหนักที่เกิดจากการจราจรมากที่สุด (Hoffman and Thompson, 1982; Sebaaly และคณะ, 1986; Tholen และคณะ, 1982; Uddin และคณะ 1985; Ulliditz, 1987) โดยค่าน้ำหนักที่มากกระทำจะมีลักษณะเป็นแรงดล และค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นจะเปลี่ยนไปตามเวลา โดยมีค่าสูงสุด (Peak Value) อยู่หนึ่งค่า (รูปที่ 2.2) โดยที่ค่าน้ำหนักที่มากกระทำและค่าการทรุดตัวที่วัดได้จากการทดสอบทั้งสองค่านี้จะถูกนำไปใช้ในการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้นต่อไป

## 2.2 การศึกษาพฤติกรรมโครงสร้างถนน

Davies และ Mamlouk (1985) และ Roesset และ Shao (1985) ได้ทำการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างถนนในลักษณะพลวัต โดยไม่ได้ทำการคำนวณย้อนกลับ ซึ่งพบว่าการศึกษาผลของความเฉื่อย (Inertia) จะได้คำตอบที่มีความแตกต่างจากการวิเคราะห์แบบสถิตอยู่มาก

Sebaaly และคณะ (1986) ได้สรุปว่า การวิเคราะห์แบบสถิตจะให้ค่าการทรุดตัวสูงกว่าค่าที่บันทึกได้จริงจากเครื่อง FWD ประมาณ 20 ถึง 40 เปอร์เซ็นต์ ทำให้ความแข็งแรงของชั้นถนนที่ได้จากการคำนวณย้อนกลับมีค่ามากเกินไปจนเกินความเป็นจริง ดังนั้นในการคำนวณย้อนกลับเพื่อประเมินค่าความแข็งแรงของชั้นถนนจำเป็นต้องอาศัยการวิเคราะห์แบบพลวัต

Stolle และ Peiravian (1996) จำลองโครงสร้างถนนโดยใช้แบบจำลองอย่างง่าย (Simplified model) แล้วหา Dynamic impedance เพื่อคำนวณหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น Ong, และคณะ (1991); Nazarian และ Boddapati (1995); Lee และคณะ (1998); Dong และคณะ (2002) และ Picoux และคณะ (2008) ได้นำเอาวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ (FEM) มาใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างถนน อย่างไรก็ตามแบบจำลองทางไฟไนท์เอลิเมนต์แม้จะมีข้อดีในการจำลองพฤติกรรมไม่เชิงเส้นของวัสดุแต่จะมีข้อจำกัดในเรื่องจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้ซึ่งจะมีจำนวนมากรวมไปถึงการจำลองสภาพขอบเขตซึ่งจะต้องทำการพิจารณาเป็นพิเศษในเรื่องที่เกี่ยวกับการสะท้อนของคลื่นที่เกิดขึ้นในโครงสร้างชั้นถนน นอกจากนั้น Kang (1998); Uzan (1994) และ Ji และคณะ (2006) ได้นำแบบจำลองในลักษณะ multi-layered viscoelastic Media ของ Kausel และ Roesset (1981) มาใช้ในการคำนวณย้อนกลับ

Rajapakse และ Wang (1995) ได้เสนอการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างถนนเนื่องมาจากน้ำหนักกระทำจาก FWD ที่เหมาะสม โดยการสร้างโกลบอลสติฟเนสเมทริกซ์ (Global stiffness matrix) สำหรับวัสดุยืดหยุ่นหลายชั้นให้อยู่ในโดเมนลาปลาซ (laplace domain) จากนั้นจึงคำนวณหาค่าการทรุดตัวในโดเมนของเวลาโดยวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสม อย่างไรก็ตามในการศึกษาดังกล่าวยังไม่ได้มีการกล่าวถึงวิธีการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาโมดูลัสยืดหยุ่นแต่อย่างใด

วิเชียร พัวรุ่งโรจน์ (2001) ได้ทำการสร้างแบบจำลองโครงสร้างถนนยืดหยุ่นหลายชั้น โดยใช้วิธีการหาส่วนผกผันของลาปลาซเชิงตัวเลข (inverse Laplace transform) ในการแก้ปัญหาค่าการทรุดตัวจากนั้นคำนวณหาค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนโดยได้ทำการเปลี่ยนแปลงลักษณะและคุณสมบัติของชั้นถนน เช่น ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นหรือความหนาของชั้นถนนซึ่งพบว่าค่าการเพิ่มค่าโมดูลัสหรือการเพิ่มความหนาของชั้นถนนในแต่ละชั้นจะทำให้ค่าการทรุดตัวลดลง นอกจากนี้ยังได้ทำการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและความหนาของชั้นถนนโดยใช้หลักการของ



การหาค่าคงที่ที่เหมาะสมด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้น (nonlinear least square optimization) โดยใช้วิธี Modified Levenberg-Marquardt Algorithm

พัฒน์รพี เชื้อเล็ก (2005) ได้ทำการพัฒนาแบบจำลองของโครงสร้างถนนยืดหยุ่นหลายชั้น โดยอาจจะวางอยู่บนชั้นหินแข็งหรือชั้นดินยืดหยุ่นก็ได้ แบบจำลองนี้ใช้เพื่อศึกษาพฤติกรรมเชิงพลวัตของโครงสร้างถนนขณะรับแรงกระทำชนิดแรงดลโดยการแก้ปัญหาในโดเมนของความถี่และทำการพัฒนาวิธีการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนนจากการทดสอบด้วยเครื่อง FWD

จากตัวอย่างการศึกษาที่ได้ค้นคว้ามานั้นแทบจะไม่มีการใช้วัสดุโพโรอิลาสติกในการจำลองโครงสร้างถนนเลยยกเว้นงานวิจัยของ Al-Khory และคณะ (2002) ที่ได้ทำการศึกษาโดยใช้วิธี spectral element method ในการจำลองโครงสร้างถนนและกำหนดให้ชั้นล่างสุดของถนนเป็นวัสดุโพโรอิลาสติกเท่านั้น

### 2.3 การคำนวณย้อนกลับ

วิธีการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นโดยการเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวที่วัดได้จากการทดสอบด้วยเครื่อง FWD และจากการคำนวณโดยใช้แบบจำลองนั้นนิยมใช้กันอยู่ 2 แบบ ได้แก่

(1) วิธีการคำนวณซ้ำ (iterative procedures) มีโปรแกรมคอมพิวเตอร์หลายโปรแกรมที่ใช้วิธีนี้ เช่น BISDEF, CHEVDEF, EVERCALC เป็นต้น สำหรับการนำเอาหลักการการหาค่าคงที่ที่เหมาะสมด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้นเข้ามาช่วยในการคำนวณนั้น ได้ถูกนำเสนออยู่ในหลายบทความ เช่น Harichandran และคณะ. (1993); Kang (1998); Sivanneswaran และคณะ (1991) และ Uzan (1994) ส่วน Fwa และคณะ (1997) ได้เสนอให้ใช้ genetic algorithm ในการคำนวณย้อนกลับ โดยมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function) เช่นเดียวกับ Sivanneswaran และคณะ (1991) แต่วิธีนี้ใช้เวลาในการคำนวณมากจึงไม่เหมาะกับการใช้งานจริง

(2) การใช้ฐานข้อมูล (data base) ในวิธีนี้ชุดข้อมูลของน้ำหนักกระทำและค่าการทรุดตัวจะถูกสร้างขึ้นโดยการกำหนดค่าคุณสมบัติ ซึ่งได้แก่ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น ให้อยู่ในช่วงที่เป็นไปได้ของชั้นถนนในแบบจำลอง ชุดของค่าคุณสมบัติเหล่านี้จะเป็นชุดคำตอบที่ถูกต้องก็ต่อเมื่อน้ำหนักกระทำและการทรุดตัวหนึ่งๆ ที่บันทึกได้จากการทดสอบนั้นสอดคล้องกับค่าในฐานข้อมูลที่สร้างขึ้น วิธีนี้ต้องใช้ความรู้เรื่อง search technique เช่น โปรแกรม MODULUS ซึ่งจะใช้ Hook-Jeeves pattern search algorithm และ three-point lagrangian interpolation ในการวิเคราะห์ อย่างไรก็ตาม

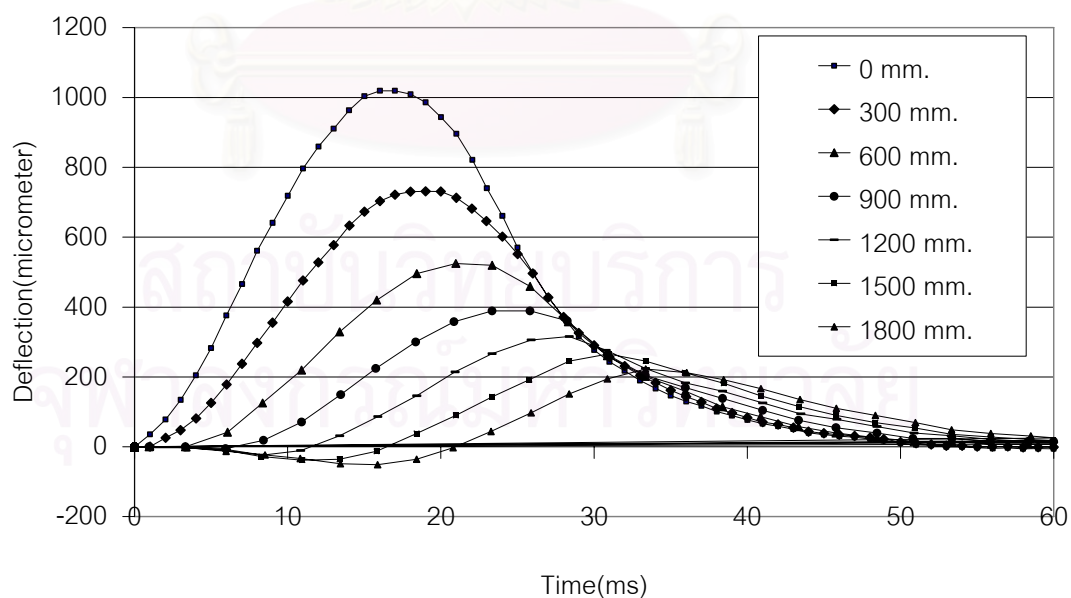
ตามการใช้ฐานข้อมูลนั้นต้องใช้เวลาค่อนข้างมากในการสร้างฐานข้อมูลและหากจำเป็นต้อง  
เปลี่ยนสถานที่ทดสอบก็ต้องสร้างฐานข้อมูลขึ้นใหม่ทุกครั้งจึงไม่สะดวกในการใช้งาน



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.1 เครื่องทดสอบชนิด falling weight deflectometer (FWD)



รูปที่ 2.2 ลักษณะค่าการทรุดตัวที่วัดได้จากเครื่อง FWD (Dong และคณะ, 2002)

## บทที่ 3

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 3.1 เครื่องมือทดสอบ Falling Weight Deflectometer (FWD)

ในบทความของบัญชา พุตระกูลและคณะ (2547) ได้กล่าวถึงการริเริ่มแนวความคิดพัฒนาค้นคว้าวิจัยเครื่องทดสอบ falling weight deflectometer (FWD) โดย Bretonniere เมื่อปี 1963 ในประเทศฝรั่งเศสและในช่วงปลายทศวรรษดังกล่าวจึงได้มีการผลิตขึ้นจริงเป็นครั้งแรกในประเทศเดนมาร์ก หลังจากนั้นในราวทศวรรษ 1970 บริษัท DYNATEST จึงได้พัฒนาให้เครื่องมือมีความก้าวหน้ามากขึ้นอย่างต่อเนื่องทั้งในส่วนของอุปกรณ์และวิธีการวิเคราะห์ผลจากการทดสอบ โดยประเทศเดนมาร์กได้ผลิต FWD ภายใต้ชื่อการค้าว่า PHOENIX และ DYNATEST ส่วนประเทศสวีเดนได้ผลิต FWD ในชื่อของ KUAB หลังจากนั้นประเทศอเมริกาจึงได้ผลิตในชื่อ DYNAFLECT

ในปัจจุบันเครื่องมือทดสอบที่ใช้เพื่อประเมินสภาพถนนแบบไม่ทำลายที่ได้รับความนิยมมากที่สุดได้แก่ เครื่องมือทดสอบ FWD ในประเทศไทยนั้นกรมทางหลวงได้รับมอบเครื่อง FWD รุ่น Dynatest 8000 จากประเทศเดนมาร์กตามโครงการออกแบบโครงสร้างถนนและประมาณความแข็งแรงของถนนโดยใช้เครื่อง FWD (ธีรชาติ, 2544) ซึ่งลักษณะโดยทั่วไปและการใช้งานของเครื่อง FWD มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

##### 3.1.1 ลักษณะทั่วไป

เครื่อง FWD ประกอบไปด้วยรถยนต์ลากและรถยนต์พ่วง ซึ่งตัวรถยนต์ลากสามารถวิ่งได้ด้วยความเร็วเทียบเท่ารถตามท้องถนนโดยทั่วไป และในส่วนของรถพ่วงนั้นประกอบไปด้วยส่วนประกอบหลักสำคัญ คือ

##### 1. ส่วนน้ำหนักกระทำ

ส่วนน้ำหนักกระทำประกอบไปด้วย ก้อนน้ำหนัก แกนปล่อยน้ำหนัก แผ่นรองรับก้อนน้ำหนัก แผ่นโลหะถ่วงน้ำหนัก และแผ่นยางกันกระแทก อุปกรณ์ในส่วนนี้ทั้งหมดเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดแรงกระทำบนถนนโดยอาศัยการตกกระทบของก้อนน้ำหนัก ซึ่งแรงที่เกิดขึ้นจากการตกกระทบดังกล่าวจะส่งผ่านไปสู่อุปกรณ์ถ่วงน้ำหนักวงกลมโดยผ่านทางระบบลูกยางพิเศษเพื่อที่จะทำให้น้ำหนักที่เกิดขึ้นได้แผ่นถ่วงน้ำหนักมีการแผ่กระจายอย่างสม่ำเสมอ น้ำหนักที่กระทำนั้นสามารถเปลี่ยนแปลงไปได้ตามความสูงของการยกตุ้มน้ำหนักแล้วปล่อยทิ้งลงมา โดยมีช่วงเวลาของแรงที่กระทำระหว่าง 25 ถึง 30 มิลลิวินาที จากการศึกษาในประเทศเดนมาร์กพบว่า

ช่วงระยะเวลาดังกล่าวทำให้ลักษณะการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นจากการทดสอบด้วยเครื่อง FWD มีลักษณะใกล้เคียงกับลักษณะการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นจริงในกรณีที่รถยนต์วิ่งผ่านถนน รวมทั้งความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นก็มีลักษณะใกล้เคียงเช่นเดียวกัน

## 2. ส่วนที่ใช้วัดสัญญาณเพื่อหาค่าการทรุดตัว

การหาค่าการแอ่นตัวของผิวทางเมื่อน้ำหนักกระทำสามารถวัดได้จากอุปกรณ์ geophone จำนวน 9 ตัว ที่ติดตั้งไว้ในระยะห่างที่แตกต่างกันโดยวัดจากจุดกึ่งกลางแผ่นถ้ำย น้ำหนัก เริ่มจาก geophone ตัวแรกที่จุดกึ่งกลางของแผ่นถ้ำยน้ำหนักจะมีรูเล็กๆ สำหรับให้ geophone รอดผ่านได้ทำให้สามารถวัดค่าการแอ่นตัวได้ สำหรับ geophone อีก 8 ตัวจะติดตั้งอยู่บนคานที่ระยะต่างๆ กันจากจุดกึ่งกลางของแผ่นถ้ำยน้ำหนัก โดยที่คานดังกล่าวสามารถยกขึ้นลงได้ ทั้งนี้ค่าการแอ่นตัวที่วัดได้จาก geophone จะอยู่ในรูปของสัญญาณการเปลี่ยนแปลงของแรงดันไฟฟ้า (voltage) ของสนามแม่เหล็กขณะที่เกิดการแอ่นตัวสัญญาณดังกล่าวจะส่งผ่านตามสายสัญญาณไปยังอุปกรณ์แปลงสัญญาณภายในรถลาก ทำนองเดียวกันอุปกรณ์ที่ใช้วัดขนาดของน้ำหนักที่กระทำบนแผ่นถ้ำยน้ำหนักจะมีอุปกรณ์ load transducer ชนิด strain gauge type สัญญาณไฟฟ้าที่เกิดการเปลี่ยนแปลงก็จะส่งไปตามสายสัญญาณไปยังอุปกรณ์แปลงสัญญาณให้เป็นขนาดของน้ำหนักที่กระทำ ต่อจากนั้นข้อมูลหลังจากทำการทดสอบเสร็จแล้วจะถูกเก็บไว้ในคอมพิวเตอร์สำหรับนำไปประมวลผลโดยใช้โปรแกรมสำหรับการวิเคราะห์ผลต่อไป

### 3.1.2 พฤติกรรมของโครงสร้างถนนขณะทดสอบ

เมื่อทำการทดสอบด้วยเครื่อง FWD ขณะปล่อยก้อนน้ำหนักให้ตกลงไปกระทบและถ่ายแรงไปยังชั้นถนนนั้นจะก่อให้เกิดแรงคลื่นซึ่งส่งผลให้เกิดคลื่นของความเค้น (stress wave) ซึ่งคลื่นดังกล่าวจะแผ่กระจายไปในโครงสร้างถนนโดยมีลักษณะเป็นรูปครึ่งทรงกลม ดังแสดงในรูป 3.2 การแผ่กระจายของคลื่นจะนำเอาพลังงานเนื่องจากระกระทำไปยังส่วนต่างๆ ของโครงสร้าง ซึ่งพลังงานนี้เป็นสาเหตุให้เกิดการสั่นไหวบนผิวของถนน

ข้อมูลการทรุดตัวในลักษณะทั่วไปที่ถูกบันทึกได้จากเครื่อง FWD ได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.2 โดยเส้นกราฟแต่ละเส้นจะแสดงถึงค่าการทรุดตัวที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาของแต่ละ geophone ในขณะที่ทำการทดสอบ ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าการทรุดตัวสูงสุดที่เกิดขึ้นในแต่ละ geophone นั้นจะมีช่วงเวลาที่เหลื่อมล้ำกัน โดยค่าการทรุดตัวสูงสุดจะเกิดขึ้นก่อนใน geophone ที่อยู่ใกล้กับแรงกระทำและในส่วนของ geophone ที่อยู่ห่างออกไปจะเกิดการทรุดตัวสูงสุดภายหลังเนื่องจากระยะเวลาที่คลื่นจำเป็นต้องใช้ในการเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งส่งผลให้การทรุดตัวเหลื่อมล้ำกันดังได้อธิบายข้างต้น



### 3.1.3 ลักษณะการทำงาน

ในขณะทำการทดสอบด้วยเครื่อง FWD นั้น ก้อนน้ำหนักรถที่ทราบขนาดจะถูกปล่อยลงจากระดับความสูงที่กำหนดไว้ลงบนโครงสร้างถนนเพื่อให้เกิดแรงทดสอบกระทำต่อโครงสร้างถนน โดยทั่วไปแล้วขนาดของแรงกระทำสูงสุดจะมีค่าตั้งแต่ 2,000 ปอนด์ จนถึงมากกว่า 20,000 ปอนด์ ซึ่งขึ้นอยู่กับประเภทและรุ่นของเครื่อง FWD โดยแรงกระทำที่ได้จะมีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นรูป half-sine wave ในช่วงเวลาประมาณ 30 ถึง 40 มิลลิวินาที (Hossain และคณะ 1994; Sebaaly และคณะ 1985) ก้อนน้ำหนักรถทดสอบจะตกลงกระทบกับแผ่นรองรับที่เป็นยางโดยทำหน้าที่คล้ายสปริง (รูปที่ 3.1) ทั้งนี้ขนาดของก้อนน้ำหนักรถทดสอบระยะความสูงที่ปล่อยก้อนน้ำหนักรถและคุณสมบัติของแผ่นยางรองรับต้องได้รับการออกแบบให้เหมาะสมเพราะถือเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้การทดสอบได้ลักษณะแรงที่กระทำต่อโครงสร้างถนนมีขนาดรูปร่างและช่วงระยะเวลาของแรงกระทำที่เหมาะสมคล้ายคลึงกับลักษณะของแรงกระทำที่เกิดขึ้นเมื่อล้อรถบรรทุกหนักกระทำต่อโครงสร้างถนนขณะรถวิ่งผ่านจริง ทั้งนี้ในการทำการทดสอบโดยใช้เครื่อง FWD นั้นค่าแรงกระทำสูงสุดจะได้รับการวัดและบันทึกโดยตัวควบคุมการให้น้ำหนัก (load cell) ของเครื่อง FWD (รูปที่ 3.1)

จากการศึกษาทดสอบเปรียบเทียบผลที่ได้จากเครื่อง FWD กับผลที่เกิดจากสภาพน้ำหนักรถจริงที่กระทำกับถนนของล้อรถหนักที่สัญจรไปมาบนถนนพิสูจน์ได้ว่าข้อมูลการทดสอบจากเครื่อง FWD สามารถใช้ในการจำลองรูปแบบการทรุดตัวของโครงสร้างถนนเนื่องจากการจราจรได้ ซึ่ง Tholen และคณะ (1992) ได้รายงานถึงความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีระหว่างผลของค่าการทรุดตัวที่วัดได้จากเครื่อง FWD กับผลของค่าการทรุดตัวที่เกิดจากล้อรถหนักที่สัญจรไปมาบนถนนดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 3.3 ผลสัญญาณสะท้อนที่ได้จากเครื่องทดสอบ FWD ไม่แตกต่างกันไปจากผลสะท้อนที่ได้จากล้อรถหนักที่สัญจรไปมาบนถนน ความแตกต่างเพียงข้อเดียวที่พบคือ ช่วงระยะเวลาระหว่างสัญญาณที่ได้จากการทดสอบด้วยเครื่อง FWD มีค่าสั้นกว่าช่วงระยะเวลาที่เกิดจากล้อรถหนักโดยค่าระยะเวลาที่ได้จากเครื่องทดสอบ FWD โดยมีค่าสัญญาณเพียง 0.025 วินาที

ในการทดสอบนั้นเมื่อเครื่อง FWD เคลื่อนที่มายังตำแหน่งที่ต้องการจะตรวจสอบบนถนน เครื่อง FWD ต้องหยุดเพื่อปล่อยก้อนน้ำหนักรถพร้อมทั้งวัดค่าการทรุดตัว ซึ่งการวัดค่าการทรุดตัวนั้นโดยปกติจะทำการวัดค่าทุกระยะ 50 ถึง 100 เมตร โดยเวลาที่ใช้ในการทดสอบแต่ละจุดจะไม่เกิน 5 นาที และหลังจากระบบได้รับสัญญาณที่อ่านได้จาก geophone แล้ว คอมพิวเตอร์ที่ต่ออยู่กับ geophone จะบันทึกสัญญาณค่าการทรุดตัวที่วัดได้ไว้ในระบบเก็บข้อมูล ซึ่งข้อมูลที่ได้จากเครื่อง FWD นั้นจะเป็นชุดค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนที่วัดได้จากการปล่อยน้ำหนักรถในแต่



ละจุดทดสอบ ซึ่งจะนำไปใช้ในการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนนในลำดับต่อไป

### 3.1.4 การคำนวณย้อนกลับ

ข้อมูลค่าการทรุดตัวที่ได้จากการทดสอบด้วยเครื่องมือ FWD สามารถนำไปเป็นข้อมูลในการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าคุณสมบัติทางวิศวกรรม เช่น ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในโครงสร้างถนนแต่ละชั้น ซึ่งเป็นที่ทราบกันว่าเมื่อโครงสร้างถนนที่ทราบค่าแรงที่กระทำและค่าคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของถนน เช่น ค่าอัตราส่วนปัวซอง ความหนาแน่น ความหนาของชั้นถนน ค่าคงที่โพโรอิลาสติกและค่าโมดูลัส ฯลฯ จะสามารถหาค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนนั้นได้ อย่างไรก็ตามในการประเมินความแข็งแรงของโครงสร้างถนนที่มีการใช้งานมาแล้วโดยใช้เครื่องมือทดสอบ FWD นั้นจะเป็นกระบวนการที่ย้อนกลับโดยที่ค่าคุณสมบัติทางวิศวกรรม เช่น ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุแต่ละชั้นของโครงสร้างถนนที่ต้องการตรวจสอบนั้นเป็นข้อมูลที่ยังไม่ทราบค่าและต้องการที่จะทราบค่าเพื่อบอกถึงสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนแต่ละชั้น ซึ่งเครื่องมือทดสอบ FWD จะสามารถวัดค่าการทรุดตัวของถนนที่ต้องการตรวจสอบนั้นแล้วอาศัยกระบวนการย้อนกลับเพื่อประมาณค่าคุณสมบัติทางวิศวกรรม เช่น ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุแต่ละชั้น

โดยในขั้นตอนการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าคุณสมบัติทางวิศวกรรมของโครงสร้างถนนจากการทดสอบด้วยเครื่อง FWD ในลักษณะพลวัตนั้นได้แสดงไว้ในรูปที่ 3.4 โดยทำการป้อนข้อมูลต่างๆที่ทราบค่า เช่น ข้อมูลของน้ำหนักกระทำ ตำแหน่งที่วัดการทรุด ค่าคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของถนน เช่น ค่าอัตราส่วนปัวซอง ความหนาแน่น ค่าคงที่โพโรอิลาสติกและความหนาของชั้นถนน ฯลฯ จากนั้นสมมุติค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุแต่ละชั้น แล้วใช้แบบจำลองของโครงสร้างถนนที่รับแรงกระทำแบบพลวัตในการคำนวณหาค่าการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ จากนั้นแก้ปัญหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเพื่อวิเคราะห์หาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในโครงสร้างถนนแต่ละชั้น

## 3.2 อายุการใช้งานของถนน

เมื่อวัสดุชั้นทางถูกกระทำจากแรงภายนอกจะเกิดความเครียดขึ้นค่าหนึ่งเมื่อความเครียดขนาดนี้เกิดขึ้นซ้ำไปซ้ำมาจนถึงระดับหนึ่งวัสดุก็จะวิบัติ ขนาดของความเครียดและจำนวนรอบของความเครียดที่ทำให้วัสดุเกิดการวิบัติมีความสัมพันธ์กันเรียกว่า เกณฑ์ความเครียด (strain criteria) ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้ (ธรรมมา, 2546)

$$\varepsilon_p = K \left( \frac{N}{10^6} \right)^a \left( \frac{E}{E_{Ref}} \right)^b \quad (3.1)$$

เมื่อ

$\varepsilon_p$  คือ ความเครียดที่เกิดขึ้นเนื่องจากน้ำหนักกระทำ 1 รอบ (microstrain,  $\mu\varepsilon$ )

$N$  คือ จำนวนเที่ยวของน้ำหนักกระทำที่ทำให้วัสดุเกิดการวิบัติ

$E$  คือ โมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุชั้นทาง (MPa)

ส่วน  $K, a, b$  และ  $E_{Ref}$  คือค่าคงที่ซึ่งได้มาจากการทดลอง ซึ่งจะมีค่าแตกต่างกันไปตามแต่ละสถาบันหรือผู้ที่พัฒนาความสัมพันธ์ขึ้นมา ในที่นี้จะยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เสนอโดย Asphalt Institute บริษัท shell และกรมทางหลวงประเทศเดนมาร์ก ดังแสดงในตารางที่ 3.1

ทั้งนี้การทราบค่าโมดูลัสของวัสดุชั้นทางจะทำให้สามารถทราบถึงจำนวนรอบของน้ำหนักกระทำที่ทำให้วัสดุเกิดการวิบัติได้ และจำนวนรอบนี้จะสามารถบอกในรูปอายุการใช้งานของถนนได้

### 3.3 แบบจำลองของโครงสร้างถนนที่รับแรงกระทำแบบพลวัต

โครงสร้างถนนจะถูกจำลองให้มีลักษณะเป็นชั้นถนนวางอยู่บนวัสดุโพโรอิลาสติกหลายชั้นที่วางตัวอยู่บนชั้นดินยืดหยุ่น (รูปที่ 3.5 ก) หรือบนชั้นหินแข็ง (รูปที่ 3.5 ข) ในการวิเคราะห์ปัญหาจะทำในลักษณะพลวัตโดยแรงที่มากระทำจะมีลักษณะเป็นแรงดลที่สมมาตรรอบแกน (axisymmetric loading) และมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอภายใต้แผ่นโลหะวงกลมที่ถ่วงน้ำหนักกระทำจากเครื่อง FWD (รูปที่ 3.5)

#### 3.3.1 รูปคำตอบทั่วไปของวัสดุโพโรอิลาสติก

เมื่อพิจารณาวัสดุโพโรอิลาสติกโดยใช้ระบบพิกัดเชิงขั้ว  $(r, \theta, z)$  โดยให้แนวแกน  $z$  ตั้งฉากกับพื้นผิวของวัสดุตั้งจะเห็นได้จากรูปที่ 3.5 เมื่อกำหนดให้  $u_i$  และ  $w_i$  แทนค่าเฉลี่ยของการทรุดตัวของของแข็งและการทรุดตัวของของเหลวที่มีความสัมพันธ์กับการทรุดตัวของของแข็งในทิศทาง  $i$  ( $i = r, z$ ) ตามลำดับ เราสามารถเขียนเป็นสมการของวัสดุโพโรอิลาสติกเนื้อเดียว (Biot, 1941) ได้ดังต่อไปนี้

$$\sigma_{rr} = 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda e - \alpha p \quad (3.2)$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda e - \alpha p \quad (3.3)$$

$$\sigma_{rz} = \mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \quad (3.4)$$

$$p = -\alpha M e + M \zeta \quad (3.5)$$

เมื่อ

$$e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} \quad (3.6)$$

$$\zeta = - \left( \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{\partial w_z}{\partial z} + \frac{w_r}{r} \right) \quad (3.7)$$

จากสมการข้างต้น  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{rz}$  คือค่าความเค้นทั้งหมดในส่วนประกอบของวัสดุรวม (bulk material),  $\mu$  คือค่าโมดูลัสเฉือน (shear modulus) และ  $\lambda$  คือค่าคงที่ของวัสดุรวม นอกจากนี้  $p$  คือ ค่าแรงดันเกินของน้ำระหว่างเม็ดดิน และ  $\zeta$  คือค่าแปรผันของความหนาแน่นของของเหลวต่อปริมาตร  $\alpha$  และ  $M$  คือ ค่าคงที่ของ Biot สำหรับวัสดุรวม (Biot, 1941) อย่างไรก็ตาม สำหรับวัสดุโพโรอิลาสติกนั้น  $0 \leq \alpha \leq 1$  และ  $0 \leq M \leq \infty$

สมการการเคลื่อนที่สำหรับวัสดุโพโรอิลาสติกภายใต้การสมมาตรในแนวแกนของค่าการทอร์ดตัวโดยไม่คำนึงถึงแรงของวัตถุ (ทั้งในของแข็งและของเหลว) และ ตำแหน่งของเหลวสามารถอธิบายได้ตามทฤษฎีของ Biot (1962) ได้ดังต่อไปนี้

$$\mu \nabla^2 u_r + (\lambda + \alpha^2 M + \mu) \frac{\partial e}{\partial r} - \mu \frac{u_r}{r^2} - \alpha M \frac{\partial \zeta}{\partial r} = \rho \ddot{u}_r + \rho_f \ddot{w}_r \quad (3.8)$$

$$\mu \nabla^2 u_z + (\lambda + \alpha^2 M + \mu) \frac{\partial e}{\partial z} - \alpha M \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \rho \ddot{u}_z + \rho_f \ddot{w}_z \quad (3.9)$$

$$\alpha M \frac{\partial e}{\partial r} - M \frac{\partial \zeta}{\partial r} = \rho_f \ddot{u}_r + m \ddot{w}_r + b \dot{w}_r \quad (3.10)$$

$$\alpha M \frac{\partial e}{\partial z} - M \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \rho_f \ddot{u}_z + m \ddot{w}_z + b \dot{w}_z \quad (3.11)$$

เมื่อ

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.12)$$

ในสมการ (3.8) - (3.11) นั้นเครื่องหมาย “ ” ที่ปรากฏบนฟังก์ชัน หมายถึง การหาอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันเทียบกับเวลาในขณะที่  $\rho$  และ  $\rho_f$  คือความหนาแน่นมวล (Mass density) ของวัสดุรวมและของน้ำระหว่างเม็ดดินตามลำดับ และ  $m = \rho_f / \beta$  โดยที่  $\beta$  คือความพรุน

นอกจากนี้  $b$  คือตัวแปรที่พิจารณาถึงผลของแรงเสียดทานภายในเนื่องมาจากการเคลื่อนที่สัมพันธ์ระหว่างเม็ดดินและน้ำ

การหาคำตอบทั่วไปจะใช้การแปลงฟูเรียร์ (Fourier transform) และ การแปลงฮันเกล (Hankel transforms) เปลี่ยนรูปมาจาก  $f(r, z, t)$  ดังนี้

$$\tilde{f}(\xi, z, \omega) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(r, z, t) e^{-i\omega t} J_n(\xi r) r dt dr \quad (3.13)$$

และการหาส่วนผกผันได้ดังสมการต่อไปนี้

$$f(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \tilde{f}(\xi, z, \omega) e^{i\omega t} J_n(\xi r) \xi d\omega d\xi \quad (3.14)$$

เมื่อ  $J_n$  คือ ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่หนึ่งอันดับที่  $n$  (Watson 1944) และ  $\xi$  คือพารามิเตอร์ของการแปลงฮันเกล สำหรับรายละเอียดของคำตอบทั่วไปและการจัดให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์สามารถดูในภาคผนวก

### 3.3.2 สมการสติเฟเนสเมทริกซ์ของวัสดุโพโรอิลาสติก

พิจารณาแบบจำลองโครงสร้างชั้นถนนที่มี  $N$  ชั้นตามรูปที่ 3.5 ในกรณีนี้เราสามารถแบ่งชั้นของโครงสร้างถนนได้เป็น 2 ส่วนด้วยกันคือ ส่วนที่เป็นชั้นที่มีความลึกจำกัด (จำนวน  $N$  ชั้น) และส่วนที่เป็นชั้นดินยึดหยุ่นที่มีความลึกอนันต์ (ชั้นที่  $N+1$  ในรูปที่ 3.5 ก) พิจารณาความสัมพันธ์ของการทรุดตัวและความเค้นที่ผิวบนและล่างของชั้นที่มีความลึกจำกัดชั้นที่  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ) จะได้ความสัมพันธ์เป็นดังนี้

$$\mathbf{U}^{(n)} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{(n)}(\xi, z_n, \omega) \\ \dots\dots\dots \\ \mathbf{R}^{(n)}(\xi, z_{n+1}, \omega) \end{bmatrix} \mathbf{C}^{(n)} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{F}^{(n)} = \begin{bmatrix} -\mathbf{S}^{(n)}(\xi, z_n, \omega) \\ \dots\dots\dots \\ \mathbf{S}^{(n)}(\xi, z_{n+1}, \omega) \end{bmatrix} \mathbf{C}^{(n)} \quad (3.16)$$

เมื่อ

$$\mathbf{U}^{(n)} = [\mathbf{u}^{(n)}(\xi, z_n, \omega) \quad \mathbf{u}^{(n)}(\xi, z_{n+1}, \omega)]^T \quad (3.17)$$

$$\mathbf{F}^{(n)} = [-\mathbf{f}^{(n)}(\xi, z_n, \omega) \quad \mathbf{f}^{(n)}(\xi, z_{n+1}, \omega)]^T \quad (3.18)$$

ในสมการข้างต้น  $\mathbf{U}^{(n)}$  และ  $\mathbf{F}^{(n)}$  เป็นเวกเตอร์ของค่าการทวดตัวและหน่วยแรงที่ผิวบนและล่างของแต่ละชั้นตามลำดับทั้งนี้ ส่วนค่า  $\mathbf{C}_n$  ในสมการที่ 3.15 และ 3.16 เป็นเวกเตอร์ของฟังก์ชันค่าเลือกที่สอดคล้องในแต่ละชั้น

สมการ (3.15) สามารถหาส่วนผกผันเพื่อให้ค่า  $\mathbf{C}^{(n)}$  ติดอยู่ในตัวแปรของ  $\mathbf{U}^{(n)}$  และ หลังจากนั้นนำไปแทนค่าในสมการ (3.16) จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\mathbf{F}^{(n)} = \mathbf{K}^{(n)} \mathbf{U}^{(n)} \quad , n=1,2,\dots,N \quad (3.19)$$

เมื่อ  $\mathbf{K}^{(n)}$  คือ สติฟเนสเมทริกซ์ของชั้นที่  $n$  ซึ่ง  $\mathbf{K}^{(n)}$  จะเป็นเมทริกซ์สมมาตรขนาด  $6 \times 6$  โดยสมาชิกของ  $\mathbf{K}^{(n)}$  จะสามารถหาได้จากผลงานวิจัยของ Senjuntichai และ Sapsathiam (2003)

สำหรับความสัมพันธ์ของการทวดตัวและความเค้นที่ผิวบนของชั้นที่มีความลึกอนันต์ (ชั้นกึ่งปริภูมิ) หรือชั้นที่  $N+1$  (รูปที่ 3.5 ก) และโดยเงื่อนไขขอบ ที่ความลึกอนันต์นั้น การทวดตัวและความเค้นจะมีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือจะได้ความสัมพันธ์เป็นดังนี้

$$\mathbf{F}^{(N+1)} = \mathbf{K}^{(N+1)} \mathbf{U}^{(N+1)} \quad (3.20)$$

เมื่อ

$$\mathbf{U}^{(N+1)} = [\mathbf{u}^{(N+1)}(\xi, z_{N+1})]^T \quad (3.21)$$

$$\mathbf{F}^{(N+1)} = [-\mathbf{f}^{(N+1)}(\xi, z_{N+1})]^T \quad (3.22)$$

$$\mathbf{K}^{(N+1)} = \text{symm.} \left[ \tilde{k}_{ij} \right]_{3 \times 3} \quad (3.23)$$

โดยสมาชิกของ  $\mathbf{K}^{(n+1)}$  สามารถหาได้จากผลงานวิจัยของ Senjuntichai และ Sapsathiam (2003)

### 3.3.3 สมการโกลบัลสติฟเนสเมทริกซ์ของวัสดุโพโรอีลาสติก

การรวมสติฟเนสเมทริกซ์ของวัสดุโพโรอีลาสติกที่มีหลายชั้นจะต้องคำนึงถึงเงื่อนไขความต่อเนื่องระหว่างชั้นและการไหลของของเหลวระหว่างชั้นซึ่งผลที่ได้จะแสดงตามสมการดังต่อไปนี้

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{K}^* \mathbf{U}^* \quad (3.24)$$

เมื่อ  $\mathbf{K}^*$  คือ โกลบัลสติฟเนสเมทริกซ์ ,  $\mathbf{U}^*$  คือ โกลบัลเวกเตอร์ของค่าการทรุดตัวและ  $\mathbf{F}^*$  คือ โกลบัลเวกเตอร์ของแรงที่กระทำซึ่งในงานวิจัยนี้จะมีค่าดังต่อไปนี้

$$\mathbf{F}^* = [0 \quad \tilde{T} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \quad (3.25)$$

เมื่อ  $\tilde{T}$  คือ การแปลงฟูเรียร์และการแปลงฮันเกลของแรงที่กระทำจากเครื่องมือทดสอบ FWD

เพื่อให้การทดสอบด้วยเครื่อง FWD มีความสอดคล้องกันกับสมมติฐานของงานวิจัยที่สมมติให้วัสดุโพโรอีลาสติกที่มีหลายชั้นมีอาณาบริเวณของเนื้อวัสดุทางด้านข้างขยายออกไปอย่างไม่จำกัดนั้น ควรทำการทดสอบที่ตำแหน่งห่างออกมาจากขอบของถนนเป็นระยะทางไม่น้อยกว่าระยะทางระหว่างตำแหน่งที่ให้น้ำหนักกระทำกับตำแหน่งของ geophone ตัวที่อยู่ไกลที่สุดเพื่อไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเนื่องจากผลของการสะท้อนของคลื่นในขณะทดสอบ ความคลาดเคลื่อนดังกล่าวจะไม่เกิดขึ้นในกรณีที่ทดสอบกับพื้นทางขนาดใหญ่ เช่น สนามบิน เป็นต้น

### 3.3.4 รูปสมการของแผ่นพื้นบางวางอยู่บนวัสดุโพโรอีลาสติกหลายชั้น

เพื่อศึกษาผลกระทบเมื่อจำลองโครงสร้างถนนเป็นลักษณะแผ่นพื้นบางวางอยู่บนวัสดุโพโรอีลาสติกหลายชั้นที่วางตัวอยู่บนชั้นดินยึดหยุ่น (รูปที่ 3.6) เมื่อแผ่นพื้นบางเป็นวัสดุแบบยึดหยุ่นไร้ขนาด (infinite elastic thin plate) โดยเสมือนว่าแผ่นพื้นบางเป็นชั้นผิวบนสุดของโครงสร้างถนน

#### 3.3.4.ก คำตอบทั่วไปของแผ่นพื้นบาง

สมการการเคลื่อนที่สำหรับแผ่นพื้นบางภายใต้การสมมาตรในแนวแกนของค่าการทรุดตัวสามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

$$D_p \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw_{pl}(r,t)}{dr} \right) \right) \right] + m_b \frac{dw_{pl}^2(r,t)}{dt^2} = q(r,t) + F(r,t) \quad (3.26)$$

จากสมการข้างต้น  $F(r,t)$  คือแรงปฏิกิริยาที่พื้นกระทำต่อแผ่นพื้นบาง,  $q(r,t)$  คือแรงภายนอกที่กระทำต่อแผ่นพื้นบาง,  $m_b$  คือความหนาแน่นเชิงมวลของแผ่นพื้นบาง



ต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่  $w_{pl}(r,t)$  คือค่าทฤษฎีตัวในแนวตั้งของแผ่นพื้นบาง นอกจากนี้  $D_p$  คือ ความแข็งเชิงดัดของแผ่นพื้นบาง (flexural rigidity of the plate) ซึ่งสามารถหาค่าได้ดังต่อไปนี้

$$D_p = \frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu_p^2)} \quad (3.27)$$

เมื่อ  $E_p$ ,  $h_p$  และ  $\nu_p$  คือค่าโมดูลัสยืดหยุ่น, ความหนาและค่าอัตราส่วนปัวซองของของแผ่นพื้นบาง ดังนั้นการแปลงฟูเรียร์และการแปลงฮันเกลของสมการ (3.26) จะแสดงดังสมการต่อไปนี้

$$(D_p \xi^4 - m_b \omega^2) \tilde{w}_{pl} = \tilde{q} + \tilde{F} \quad (3.28)$$

หรือ

$$-\tilde{F} = -(D_p \xi^4 - m_b \omega^2) \tilde{w}_{pl} + \tilde{q} \quad (3.29)$$

เมื่อเงื่อนไขขอบ (Boundary condition) คือ

$$\tilde{\sigma}_{zz}(\xi, 0, \omega) = -\tilde{F}(\xi, \omega) \quad (3.30)$$

และ

$$\tilde{u}_z(\xi, 0, \omega) = \tilde{w}_{pl}(\xi, \omega) \quad (3.31)$$

3.3.4.ข สมการโกลบัลสติฟเนสเมทริกซ์ของแผ่นพื้นบางวางอยู่บนวัสดุโพโรอีลาสติกหลายชั้น

จากเงื่อนไขขอบของแผ่นพื้นบางเราสามารถหาค่าสมการโกลบัลสติฟเนสเมทริกซ์โดยการปรับปรุงค่าสมการโกลบัลสติฟเนสเมทริกซ์ของวัสดุโพโรอีลาสติกเฉพาะสมการสติฟเนสเมทริกซ์ที่ระดับ  $z=0$  โดยสมการสติฟเนสเมทริกซ์ที่ระดับ  $z=0$  ที่ปรับปรุงแล้วได้สมการต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} + (D_p \xi^4 - m_b \omega^2) & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}_r \\ \tilde{u}_z \\ \tilde{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{rz} \\ \tilde{q} \\ \tilde{w}_z \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

### 3.4 การหาส่วนผกผันของการแปลงฟูรีเยร์แบบเร็ว

การแปลงฟูรีเยร์แบบเร็ว (fast Fourier transform) เป็นอีกหนึ่งวิธีการในการคำนวณการแปลงฟูรีเยร์แบบไม่ต่อเนื่องซึ่งวิธีการนี้จะลดความยุ่งยากซับซ้อนและเวลาที่ใช้ในการคำนวณของโปรแกรมโดยที่ให้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับวิธีการอื่นๆ

เราสามารถหาความสัมพันธ์ของการหาส่วนผกผันการแปลงฟูรีเยร์แบบต่อเนื่องและการหาส่วนผกผันการแปลงฟูรีเยร์แบบไม่ต่อเนื่องซึ่งจะให้ค่าที่ใกล้เคียงกันโดยการหาส่วนผกผันการแปลงฟูรีเยร์แบบต่อเนื่องได้ดังนี้

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{h}(f) e^{i2\pi f t} df \quad (3.33)$$

และการหาส่วนผกผันการแปลงฟูรีเยร์แบบไม่ต่อเนื่องคือ

$$h(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \hat{h}\left(\frac{n}{NT}\right) e^{i2\pi n k / N} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.34)$$

เมื่อ  $T$  คือ ช่วงเวลาของข้อมูลค่าการทวดตัวในโดเมนของเวลา

$N$  คือ จำนวนชุดข้อมูลค่าการทวดตัว

$N = 2^y$

$y$  คือ จำนวนเต็มใดๆ

### 3.5 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization Method)

ในการคำนวณย้อนกลับนั้นมีวัตถุประสงค์เพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนที่จะสามารถอธิบายพฤติกรรมของโครงสร้างถนนได้ดีที่สุด การพิจารณาว่าค่าโมดูลัสยืดหยุ่นที่ใช้ในแบบจำลองให้ค่าการทวดตัวที่คำนวณได้ใกล้เคียงกับผลการทดสอบเพียงใดนั้นจำเป็นต้องสร้างฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่แสดงถึงความแตกต่างของค่าการทวดตัวที่คำนวณได้กับค่าที่ได้จากการทดสอบขึ้นมา จากนั้นจึงใช้กระบวนการแก้ปัญหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นที่เป็นคำตอบโดยทำให้ค่าที่ได้จากฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ เรียกว่า ผลรวมของผลต่างสัมพัทธ์กำลังสอง (Sum of square relative differences)

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{d_i^c(\mathbf{x}) - d_i^m}{d_i^m} \right]^2 \quad (3.35)$$

เมื่อ  $d_i^c(\mathbf{x})$  คือ ค่าการหลุดตัวที่คำนวณได้จากแบบจำลองโดยใช้ค่า  $\mathbf{x}$

$\mathbf{x}$  คือ ตัวแปรไม่ทราบค่า เช่น ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและความหนา เป็นต้น

ดังนั้น  $\mathbf{x} = \{E_1, h_1, E_2, h_2, E_3, h_3, \dots, E_M, h_M\}$

$d_i^m$  คือ ค่าการหลุดตัวที่บันทึกได้จากการทดสอบ ค่าที่  $i$

$M$  คือ จำนวนชั้นของโครงสร้างถนน

$n$  คือ จำนวนข้อมูลการหลุดตัวที่บันทึกได้และนำมาใช้ในการคำนวณย้อนกลับ

สำหรับการเลือกฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังกล่าวนี้ได้พิจารณาถึงวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดพร้อมด้วย ซึ่งปกติแล้ววิธีหาค่าที่เหมาะสมที่สุดมักจะใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาจากการพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม (random error) ของเครื่อง FWD Sivanneswaran และคณะ (1991) พบว่าสมการที่ 3.35 เหมาะที่จะใช้ในปัญหาการคำนวณย้อนกลับจากข้อมูลการทดสอบด้วยเครื่อง FWD

การคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนนจะใช้หลักการของการหาค่าคงที่ที่เหมาะสมด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้น (nonlinear least square optimization) โดยใช้วิธี modified Levenberg-Marquardt algorithm (Dennis และ Schnabel 1983) โดยวิธีดังกล่าวได้ประยุกต์มาจากวิธีของนิวตันโดยได้รวมเอาข้อดีของวิธีของนิวตัน (Newton's method) กับวิธี Gradient method มาไว้ด้วยกัน คือ ในการวิเคราะห์จะมีการลู่เข้าสู่คำตอบได้อย่างรวดเร็วซึ่งเป็นข้อดีของวิธีของนิวตันและมีความสามารถวิเคราะห์หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดสมบูรณ์ได้เป็นอย่างดีซึ่งเป็นข้อดีของวิธี Gradient method (Polyak, 1987) สำหรับหลักการวิเคราะห์นั้นจะพิจารณาให้ฟังก์ชัน  $f$  ใดๆ สามารถกระจายให้อยู่ในรูปอนุกรมของเทย์เลอร์ (Taylor series) และโดยการประมาณค่าจะสามารถจัด  $f$  ให้อยู่ในรูปของ Quadratic form ได้ดังนี้

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}_0) + (\nabla f(\mathbf{x}_0))^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T \cdot \mathbf{H} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad (3.36)$$

เมื่อ  $\mathbf{x}$  คือ เวกเตอร์ของตัวแปรอิสระ  $\mathbf{x}_0$  เวกเตอร์ค่าเริ่มต้นของตัวแปรอิสระ  $\nabla$  คือ สัญลักษณ์ของเกรเดียน หรือเวกเตอร์ของค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน  $\mathbf{H}$  คือ Hessian matrix หรือเมทริกซ์ของอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชัน

พิจารณาค่าเกรเดียนของฟังก์ชันจากสมการที่ 3.36 จะได้

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \nabla f(\mathbf{x}_0) + \mathbf{H} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad (3.37)$$

โดยวิธีของนิวตันจะกำหนดให้  $\nabla f(\mathbf{x})$  เท่ากับศูนย์ก็จะได้ค่า  $\mathbf{x}$  ในการคำนวณซ้ำรอบถัดไป นั่นคือ

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 - \mathbf{H}^{-1} \cdot \nabla f(\mathbf{x}_0) \quad (3.38)$$

สำหรับวิธี Levenberg-Marquardt Method ได้พัฒนาสมการที่ 3.38 โดยปรับปรุงค่า  $\mathbf{H}$  ใหม่ ดังนี้

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 - (\mathbf{H} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \cdot \nabla f(\mathbf{x}_0) \quad (3.39)$$

เมื่อ  $\mathbf{I}$  คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ และ  $\alpha$  คือ Levenberg-Marquardt parameter ( $\alpha \geq 0$ ) หลังจากกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรอิสระให้กับฟังก์ชันโดยการคำนวณซ้ำตามสมการที่ 3.39 ก็จะสามารถวิเคราะห์หาค่าตอบออกมาได้ในที่สุด

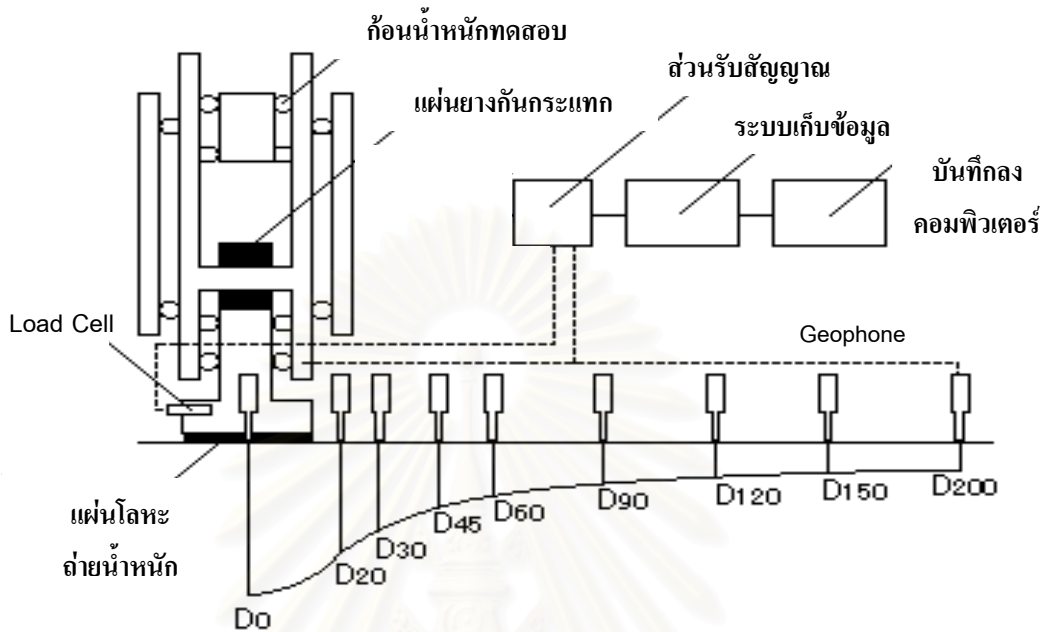
ในการวิเคราะห์เพื่อประเมินสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนนั้นทำได้โดยการทำการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของชั้นถนนแต่ละชั้นจากข้อมูลที่ได้จากการทดสอบ FWD ซึ่งในงานวิจัยได้ทำการสร้างแบบจำลองถนนยืดหยุ่นหลายชั้นที่รับแรงกระทำแบบพลวัตขึ้นมาโดยการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) และใช้วิธีการแก้ปัญหาค่าขีดสุดที่เหมาะสมเพื่อให้วิธีการคำนวณย้อนกลับมีประสิทธิภาพโดยมีโปรแกรมย่อยสำหรับการหาค่าเหมาะสมที่สุดคือ BCLSF

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

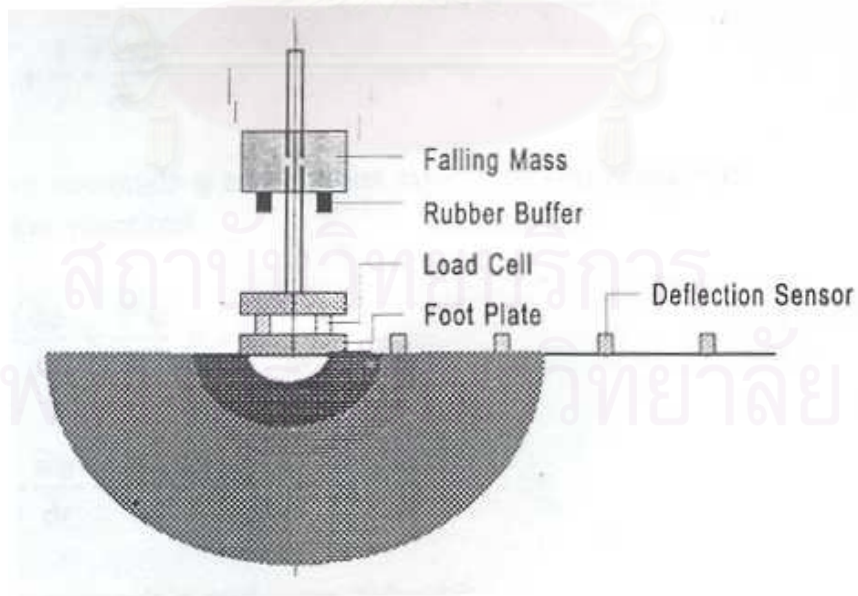
ตารางที่ 3.1 ค่าคงที่ในความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและจำนวนรอบของน้ำหนักระทำแต่ละ  
สถาบัน (ธรรมมา, 2546)

สถาบัน	$K(\mu\epsilon)$	a	$b (E < E_{Ref})$	$b (E < E_{Ref})$	$E_{Ref} (MPa)$
Asphalt Institute					
- Bound	216	-0.304	-0.25	-0.25	10000
- Unbound	482	-0.223	0	0	160
Shell					
- Bound	180	-0.200	-0.40	-0.40	10000
- Unbound	885	-0.250	0	0	160
Denmark					
- Bound	195	-0.180	0	0	10000
- Unbound	752	-0.307	0.16	0	160

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

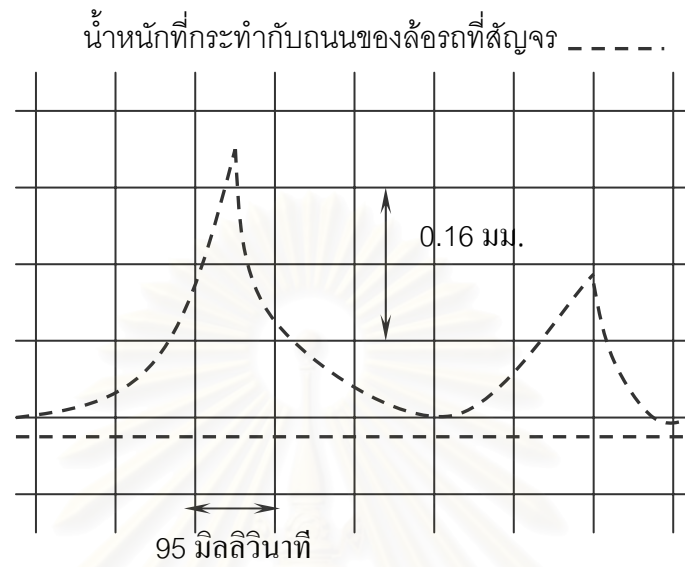


รูปที่ 3.1 รูปแสดงส่วนประกอบที่สำคัญของเครื่อง Falling Weight Deflectometer (FWD)



รูปที่ 3.2 ลักษณะการแผ่กระจายของคลื่นพลังงานขณะทำการทดสอบด้วยเครื่อง FWD

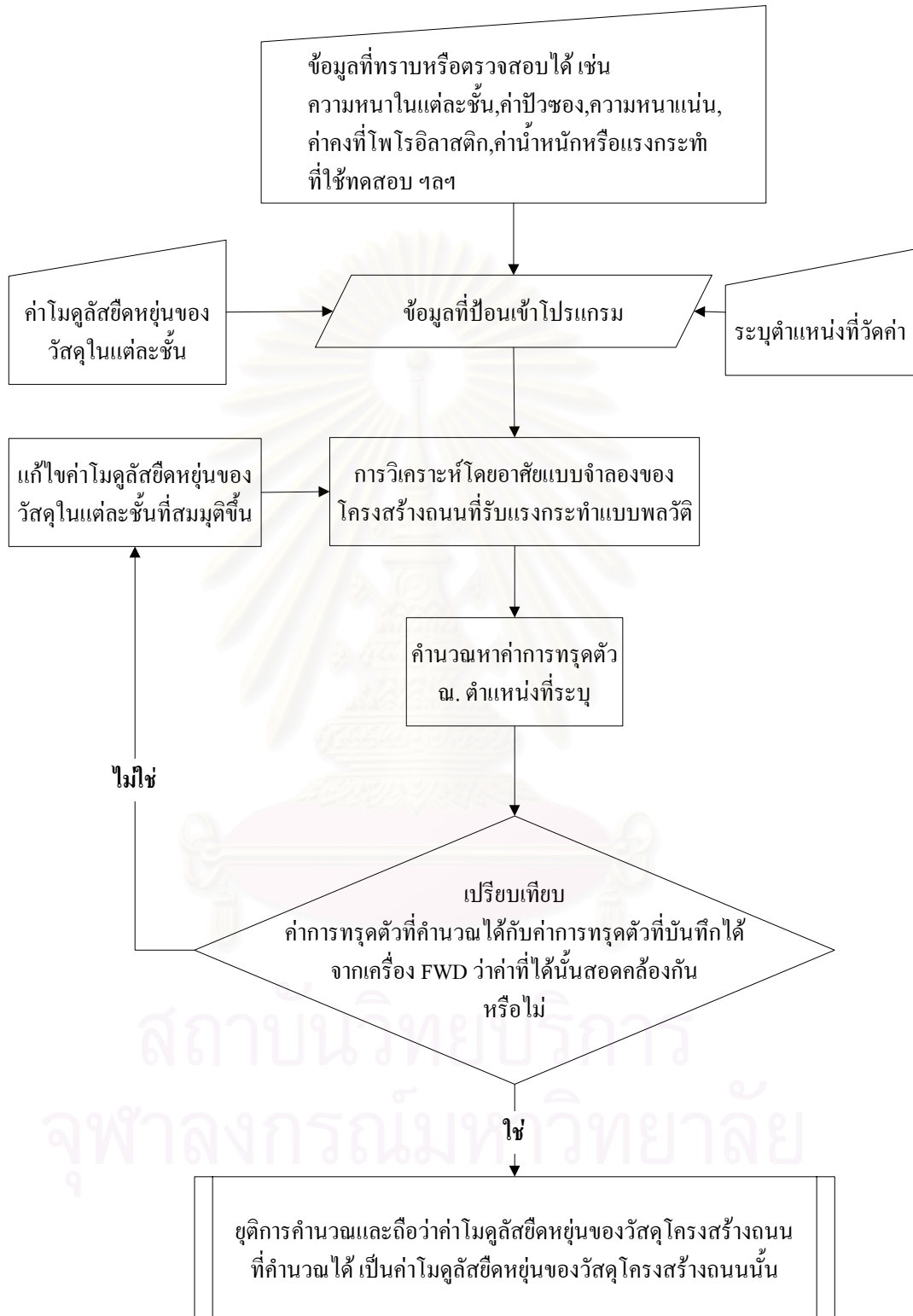




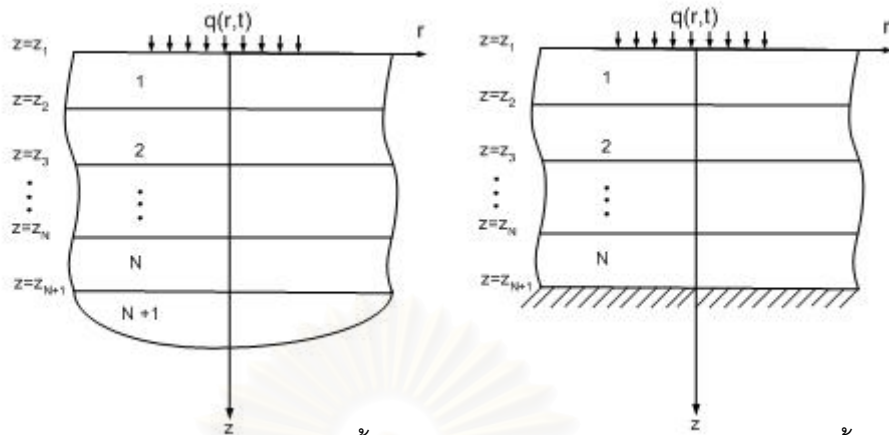
สัญญาณค่าการหลุดตัวจากเครื่อง FWD \_\_\_\_\_



รูปที่ 3.3 ลักษณะสัญญาณค่าการหลุดตัวจากเครื่อง FWD และล้อรถหนักที่สัญจรบนถนนเมื่อพิจารณาเทียบกับเวลา

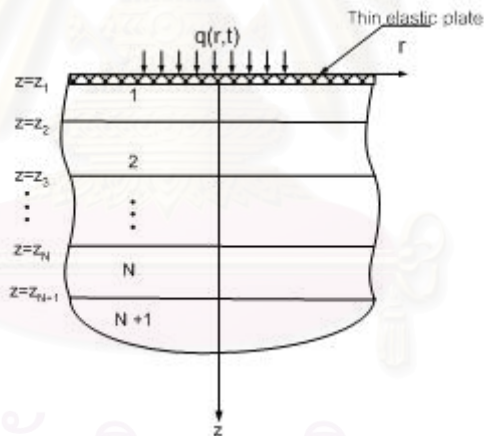


รูปที่ 3.4 แผนผังแสดงการคำนวณย้อนกลับเพื่อพิจารณาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนน



- ก. วัสดุโพโรอีลาสติกหลายชั้น  
ที่วางตัวอยู่บนชั้นดินยืดหยุ่น
- ข. วัสดุโพโรอีลาสติกหลายชั้น  
ที่วางตัวอยู่บนชั้นหินแข็ง

รูปที่ 3.5 แบบจำลองโครงสร้างถนนแบบวัสดุโพโรอีลาสติกหลายชั้น



รูปที่ 3.6 แบบจำลองโครงสร้างถนนแบบแผ่นพื้นบางวางอยู่บนวัสดุโพโรอีลาสติก

## บทที่ 4

### การคำนวณและวิเคราะห์ผลด้วยแบบจำลองของโครงสร้างถนน ภายใต้น้ำหนักกระทำจากเครื่อง FWD

ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองของโครงสร้างถนนภายใต้น้ำหนักกระทำจากเครื่อง FWD รวมทั้งใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นในการประเมินโครงสร้างถนนตัวอย่างไม่ว่าจะเป็นการคำนวณหาค่าการทรุดตัวที่ผิวบนของถนนขณะรับน้ำหนักกระทำแบบแรงพลวัตหรือการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าคุณสมบัติอันได้แก่ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและทำการวิเคราะห์ผลที่ได้รวมไปถึงการเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นกับวิธีการที่ได้มีผู้เสนอไว้ในบทความทางวิชาการต่างๆ และสุดท้ายจะนำข้อมูลการทดสอบจริงที่บันทึกได้จากเครื่อง FWD มาทำการคำนวณย้อนกลับและวิเคราะห์ผลที่เกิดขึ้น

#### 4.1 วิธีการแก้ปัญหาและการคำนวณเชิงตัวเลข

เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามวิธีการคำนวณและแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นในบทที่ 3 บางส่วนไม่สามารถกระทำได้โดยตรง เช่น การหาปริพันธ์ การหาส่วนผกผันของการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วและการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุด จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการเชิงตัวเลขเข้ามาช่วยหรือแม้แต่การแก้ปัญหาที่ทำได้โดยตรงเช่น การหาส่วนผกผันของสติเฟเนสเมทริกซ์ แต่อาจพบกับปัญหาเนื่องจากความคลาดเคลื่อนเชิงตัวเลขในการคำนวณโดยการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ สำหรับหัวข้อนี้จะอธิบายถึงวิธีการแก้ปัญหาต่างๆที่กล่าวไว้ข้างต้นซึ่งใช้ในแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น

##### 4.1.1 การหาปริพันธ์เชิงตัวเลข

ค่าการทรุดตัวที่คำนวณได้จากแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นจะอยู่ในโดเมนของความถี่และอันเกลเนื่องจากการแปลงอันเกลตามสมการที่ 3.13 ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทำการหาปริพันธ์ฟังก์ชันค่าการทรุดตัวเพื่อให้กลับไปสู่โดเมนของระยะทาง ( $r$ ) ดังสมการที่ 3.14 และในการหาปริพันธ์เพื่อหาค่าการทรุดตัวตามสมการที่ 3.14 นั้นต้องทำการหาปริพันธ์ค่าพารามิเตอร์ของอันเกลตั้งแต่ศูนย์จนถึงอนันต์ ซึ่งในโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นจำเป็นต้องจำกัดขอบเขตบนในการหา

ปริพันธ์โดยการกำหนดขอบเขตบนในการหาปริพันธ์เชิงตัวเลขเป็นค่าเท่ากับ 20 40 60 80 100 120 และ 140 และทำการคำนวณหาค่าการหลุดตัวในโดเมนของเวลาที่เกิดขึ้นเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ของฮันเกลที่เป็นขอบเขตบนในการหาปริพันธ์ได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.1 ผลที่ได้สามารถสรุปได้ว่า ถ้าทำการหาปริพันธ์เชิงตัวเลขโดยให้ค่าพารามิเตอร์ของฮันเกลสูงที่สุดมากกว่า 100 แล้วค่าการหลุดตัวที่คำนวณได้ก็จะมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของฮันเกลสูงที่สุดในการหาปริพันธ์เท่ากับ 100

#### 4.1.2 การหาค่าตอบในโดเมนของเวลา

ในงานวิจัยนี้ใช้วิธีปริพันธ์ผลการแปลงฟูเรียร์สำหรับการแปลงสมการในโดเมนของเวลาให้อยู่ในโดเมนของความถี่ ดังนั้นการแปลงคำตอบของค่าการหลุดตัวซึ่งอยู่ในโดเมนความถี่ให้กลับมามีอยู่ในโดเมนของเวลากระทำโดยใช้วิธีการแปลงฟูเรียร์แบบเร็ว (fast Fourier transform) เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของวิธีการดังกล่าว จึงได้ทำการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วของสมการที่ 4.2 และเปรียบเทียบกับค่าน้ำหนักกระทำแบบ half-sinusoidal ดังรูปที่ 4.1 ในโดเมนของเวลาตามสมการที่ 4.1

$$f(t) = \begin{cases} P_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}t\right) & ; 0 \leq t \leq a \\ 0 & ; t > a \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\bar{f}(\omega) = \frac{P_0 \pi a}{\pi^2 - \omega^2 a^2} (e^{-i\omega a} + 1) \quad (4.2)$$

เมื่อ  $P_0$  คือ น้ำหนักกระทำสูงที่สุด  $t$  คือ เวลา  $a$  คือ ช่วงเวลาที่ให้น้ำหนักกระทำ และ  $\omega$  คือ พารามิเตอร์ในโดเมนของความถี่

โดยแสดงผลการเปรียบเทียบไว้ในรูปที่ 4.2 พบว่าคำตอบที่ได้จากการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากสมการที่ 4.1 ซึ่งจะต่างจากการหาส่วนผกผันลาปลาซซึ่งจะมีค่าไม่เท่ากับค่าที่ได้จากสมการที่ 4.1 ในช่วงปลายของกราฟ ต่อมาเมื่อพิจารณาจำนวนข้อมูลที่จะใช้ในการคำนวณเพื่อทำให้เวลาที่ใช้คำนวณน้อยที่สุด พบว่าจำนวนที่เหมาะสมได้แก่ 1,024 ข้อมูล

## 4.2 การหาค่าการทรุดตัวที่ผิวบนของโครงสร้างถนนโดยใช้แบบจำลองในลักษณะพลวัต

ในการประเมินผลการคำนวณหาค่าการทรุดตัวที่ได้จากแบบจำลองในลักษณะพลวัตนั้น ได้กำหนดลักษณะโครงสร้างของถนนและน้ำหนักกระทำที่ใช้ในการคำนวณขึ้นเพื่อทำการพิจารณาผลของค่าคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของถนนที่มีผลต่อค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นด้วย

### 4.2.1 โครงสร้างถนนและน้ำหนักกระทำที่ใช้ในการคำนวณ

#### 4.2.1.ก โครงสร้างถนน

ในงานวิจัยนี้แบบจำลองโครงสร้างถนนสามารถกำหนดให้มีลักษณะที่เป็นทั้งวัสดุโพโรอิลาสติกหลายชั้นที่วางตัวอยู่บนชั้นดินยึดหยุ่น (รูปที่ 3.5 ก) หรือบนชั้นหินแข็ง (รูปที่ 3.5 ข) โดยที่ผิวชั้นบนสุดมีความเค้นเฉือนเท่ากับศูนย์ ความเค้นในแนวตั้ง (normal Stress) มีค่าเท่ากับหน่วยแรงเนื่องจากน้ำหนักกระทำที่ผิว บริเวณผิวสัมผัสระหว่างชั้นจะมีค่าความเค้นเฉือน ความเค้นในแนวตั้ง การเคลื่อนที่แนวตั้งและแนวราบที่เท่ากันและสมมุติเกิดแรงเสียดทานระหว่างชั้นเต็มที่

#### 4.2.1.ข น้ำหนักกระทำ

น้ำหนักกระทำต่อโครงสร้างถนนจะเกิดขึ้นที่ผิวบนโดยมีค่าสม่ำเสมอซึ่งถูกถ่ายผ่านแผ่นวงกลมแข็งไปยังถนน ผลของแรงกระทำร่วมระหว่างแผ่นโลหะวงกลมและผิวถนนจะไม่ถูกนำมาพิจารณา ลักษณะของน้ำหนักกระทำจะสมมุติให้เป็นแบบ half-sinusoidal ดังรูปที่

4.1

4.2.2 ผลตอบสนองทางพลวัตของโครงสร้างถนนภายใต้น้ำหนักกระทำจากเครื่อง FWD

การศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างถนนภายใต้น้ำหนักกระทำที่คล้ายกับสภาพการทดสอบด้วยเครื่อง FWD สามารถทำได้โดยใช้แบบจำลองและวิธีการคำนวณที่พัฒนาขึ้นในบทที่ 3 เพื่อพิจารณาค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นกับโครงสร้างถนน

4.2.2.ก การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนระหว่างการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วและการแปลงลาปลาซ

เพื่อประเมินผลการคำนวณหาค่าการทรุดตัวจากแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น จึงได้กำหนดโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่รวมชั้นดินที่มีความลึกอนันต์ไว้แล้วดังรูปที่ 4.3 ก ส่วนคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นแสดงไว้ในตารางที่ 4.2 และกำหนดค่าคงที่วัสดุโพโรอิลาสติกให้มีค่าน้อยมาก (ประมาณ  $10^{-4}$ ) โดยน้ำหนักกระทำจะสมมุติให้เป็นแบบ half-sinusoidal กระทำ



ในช่วงเวลา 30 มิลลิวินาที และมีค่าสูงสุดเป็น 700 กิโลปาสคาลเกิดขึ้นที่เวลา 15 มิลลิวินาที เพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของวิเชียร พัวรุ่งโรจน์ (2001) ที่ได้ทำการสร้างแบบจำลองโครงสร้างถนนยืดหยุ่นหลายชั้น โดยใช้วิธีการหาส่วนผกผันของการแปลงลาปลาซ (inverse laplace transform) ในการแก้ปัญหาค่าการทรุดตัวโดยผลการคำนวณแสดงไว้ในรูปที่ 4.4 ซึ่งจะพบว่าค่าการทรุดตัวที่วิเคราะห์ได้จากทั้งสองวิธีมีความคล้ายคลึงกันโดยค่าการทรุดตัวสูงสุดจะมีค่าใกล้เคียงกันแต่เมื่อพิจารณากราฟของค่าการทรุดตัวทั้งสองแบบพบว่ากราฟค่าการทรุดตัวจะมีลักษณะคล้ายกับกราฟของน้ำหนักกระทำของการแปลงนั้นๆ โดยกราฟของค่าการทรุดตัวที่ได้จากหาส่วนผกผันของลาปลาซมีลักษณะคล้ายระฆังคว่ำโดยในช่วงปลายจะมีค่าที่สูงกว่าค่าที่ควรจะเป็นตามกราฟ half-sinusoidal ส่วนกราฟของค่าการทรุดตัวที่ได้จากวิธีการหาส่วนผกผันของการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วจะมีลักษณะคล้ายกับกราฟ half-sinusoidal โดยช่วงปลายของกราฟจะมีลักษณะลู่เข้าสู่ค่าศูนย์ตามกราฟ half-sinusoidal

4.2.2.ข การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนเมื่อโครงสร้างถนนวางตัวบนตัวกลางที่ต่างชนิดกัน

พิจารณาโครงสร้างถนน 3 ชั้นโดยที่ชั้นดินเดิมมีความลึกอนันต์ดังแสดงในรูปที่ 4.3 ก คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นแสดงไว้ในตารางที่ 4.2 ในบทความนี้จะพิจารณาโครงสร้างถนน 2 ชนิดได้แก่ กรณีที่วัสดุทั้ง 3 ชั้นเป็นวัสดุยืดหยุ่นเนื้อเดียวและกรณีที่เป็นวัสดุโพโรอิลาสติกโดยที่ระดับน้ำอยู่ที่ชั้นบนของชั้นพื้นทาง ค่าคงที่โพโรอิลาสติกของชั้นพื้นทางและชั้นดินเดิมในกรณีนี้ได้แก่  $m = 9.6 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ ,  $\rho_s = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $m = 1.25 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\alpha = 0.17$  สำหรับค่าคงที่  $b$  นั้นจะแบ่งเป็น 2 กรณีได้แก่  $b = 50 \times 10^6 \text{ Ns/m}^4$  และ  $b = 100 \times 10^6 \text{ Ns/m}^4$  และสมมุติน้ำหนักกระทำให้เป็นแบบ half-sinusoidal กระทำในช่วงเวลา 30 มิลลิวินาที โดยมีค่าสูงสุดเป็น 700 กิโลปาสคาลเกิดขึ้นที่เวลา 15 มิลลิวินาที ผลการคำนวณการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบการทรุดตัวของทั้ง 3 กรณีพบว่า มีรูปแบบที่คล้ายคลึงกันแต่ค่าที่ได้จากการพิจารณาโครงสร้างถนนเป็นวัสดุยืดหยุ่นเนื้อเดียวจะมีค่าสูงสุดมากกว่าการพิจารณาเป็นวัสดุโพโรอิลาสติกเล็กน้อยซึ่งเป็นผลมาจากการที่วัสดุโพโรอิลาสติกมีน้ำอยู่ในช่องว่าง

4.2.2.ค พฤติกรรมของโครงสร้างถนนที่วางตัวบนชั้นหินแข็ง

พิจารณาโครงสร้างถนน 3 ชั้นดังแสดงในรูปที่ 4.6 แต่ชั้นล่างของชั้นดินเดิมเป็นชั้นหินแข็งโดยคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นแสดงไว้ในตารางที่ 4.2 และให้ความหนาของชั้นดินเดิมมีค่าเท่ากับ 1.40 ม. และระดับน้ำอยู่ที่ชั้นบนของชั้นพื้นทาง ค่าคงที่โพโรอิลาสติกของชั้นพื้นทางและชั้นดินเดิมในกรณีนี้มีค่าเท่ากับค่าคงที่ในหัวข้อ 4.2.2.ข และ  $b = 6.4 \times 10^6 \text{ Ns/m}^4$

โดยน้ำหนักกระทำจะสมมุติให้เป็นแบบ half-sinusoidal กระทำในช่วงเวลา 30 มิลลิวินาที โดยมีค่าสูงสุดเป็น 700 กิโลปาสคาลเกิดขึ้นที่เวลา 15 มิลลิวินาที ซึ่งผลการคำนวณแสดงไว้ในรูปที่ 4.7 ซึ่งจะพบว่ากราฟค่าการทรุดตัวจะมีลักษณะแกว่งคล้ายกับลูกคลื่นซึ่งเกิดจากผลของการสะท้อนกลับของคลื่นเมื่อกระทบกับชั้นหินแข็ง

4.2.2.ง ศึกษาผลกระทบเมื่อโครงสร้างถนนเป็นแบบแผ่นพื้นบางวางอยู่บนตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้น

พิจารณาโครงสร้างถนน 3 ชั้นโดยที่ชั้นดินเดิมมีความลึกอนันต์ดังแสดงในรูปที่ 4.3 คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นแสดงไว้ในตารางที่ 4.2 ในบทความนี้จะพิจารณาโครงสร้างถนน 2 ชั้นได้แก่ กรณีที่วัสดุทั้ง 3 ชั้นเป็นตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้น (รูปที่ 4.2 ก) และเป็นแบบแผ่นพื้นบางวางอยู่บนตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้น (รูปที่ 4.2 ข) โดยที่ระดับน้ำอยู่ที่ชั้นบนของชั้นพื้นทาง ค่าคงที่โพโรอิลาสติกของชั้นพื้นทางและชั้นดินเดิมในกรณีนี้มีค่าเท่ากับค่าคงที่ในหัวข้อที่ 4.2.2.ค โดยความหนาแน่นเชิงมวลของแผ่นบางต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ( $m_p$ ) มีค่าเท่ากับ  $575 \text{ Kg/m}^2$  สำหรับค่าคงที่  $D_p$  ซึ่งเป็นความแข็งเชิงดัดของแผ่นพื้นบางนั้นจะแบ่งเป็น 2 กรณีได้แก่  $D_p = 5 \text{ MN.m}$  และ  $D_p = 50 \text{ MN.m}$  และสมมุติน้ำหนักกระทำให้เป็นแบบ half-sinusoidal กระทำในช่วงเวลา 30 มิลลิวินาที โดยมีค่าสูงสุดเป็น 700 กิโลปาสคาลเกิดขึ้นที่เวลา 15 มิลลิวินาที ผลการคำนวณการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.8 ผลการเปรียบเทียบการทรุดตัวของทั้ง 3 กรณีพบว่า มีรูปแบบที่คล้ายคลึงกันแต่ค่าที่ได้จากการพิจารณาโครงสร้างถนนเป็นตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้นจะมีค่าสูงสุดมากกว่าการพิจารณาเป็นแบบแผ่นพื้นบางวางอยู่บนตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้นซึ่งเป็นผลมาจากการพิจารณาชั้นที่ 1 ให้เป็นแผ่นพื้นบางซึ่งทำให้โครงสร้างถนนมีความแข็งแรงเพิ่มขึ้น

### 4.3 การคำนวณย้อนกลับ

ในการคำนวณย้อนกลับจะนำข้อมูลของน้ำหนักกระทำและค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นไปวิเคราะห์หาค่าคุณสมบัติของโครงสร้างถนนตามหลักการของการหาค่าคงที่ที่เหมาะสมด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้น (nonlinear least square optimization) โดยใช้วิธี Modified Levenberg-Marquardt Algorithm ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ผ่านมา โดยการกำหนดค่าเริ่มต้นแล้วทำการค้นหาคุณสมบัติที่เหมาะสมที่จะทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าน้อยที่สุดโดยกระบวนการดังกล่าวจะมีการทำซ้ำไปเรื่อยๆ จนกว่าจะได้ค่าที่ดีที่สุด

#### 4.3.1 การจัดเตรียมข้อมูลและตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมการคำนวณย้อนกลับ

ในการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนหลายชั้นนั้น นอกจากจะต้องทราบค่าคุณสมบัติอื่นๆ อันได้แก่ ค่าความหนา อัตราส่วนของบิวชอง และค่าความหนาแน่นของวัสดุแต่ละชั้นแล้วยังจำเป็นต้องทราบค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นพร้อมกับค่าน้ำหนักที่กระทำที่เวลาต่างๆอีกด้วยแต่เนื่องจากปริมาณของข้อมูลมีเป็นจำนวนมากจึงจำเป็นต้องเลือกข้อมูลที่เหมาะสมและเพียงพอโดยจะทำการเลือกจากจุดที่ใกล้เคียงค่าสูงสุดเพราะมีความถูกต้องมากกว่าจุดที่ห่างออกไป (Dong และคณะ, 2002) เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณย้อนกลับ สำหรับวิธีเลือกข้อมูลจะทำโดยการเลือกข้อมูล 3 ค่า, 5 ค่าและ 7 ค่า ณ.เวลาและระยะต่างๆ

ข้อมูลที่ถูกเลือกมาทั้ง 3 รูปแบบข้างต้นจะเพียงพอต่อการคำนวณในโปรแกรมซึ่งต้องการจำนวนสมการหรือจำนวนข้อมูลอย่างน้อยเท่ากับจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่า โดยในที่นี้มีตัวแปรที่ไม่ทราบอยู่ 1 ค่าในแต่ละชั้น คือค่าโมดูลัสยืดหยุ่น ทั้งนี้ผลการวิเคราะห์จะถูกต้องเพียงใดขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของข้อมูล ในกระบวนการนี้จะพิจารณาค่าเริ่มต้นของโมดูลัสยืดหยุ่นในแต่ละชั้นเป็น 2 แบบด้วยกันคือ ให้มีค่าเป็น 110 และ 120 เปอร์เซ็นต์ สำหรับค่าเริ่มต้นที่แตกต่างกันนั้นกำหนดขึ้นเพื่อพิจารณาว่ามีผลกระทบต่อผลการคำนวณอย่างไร

การตรวจสอบความถูกต้องและความน่าเชื่อถือของโปรแกรมการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าคุณสมบัติของโครงสร้างถนนหลายชั้นที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้จะกระทำโดยการจำลองสภาพการทดสอบด้วยเครื่อง FWD ด้วยแบบจำลองและวิธีการคำนวณที่เสนอไว้ในบทที่แล้ว ซึ่งจะพิจารณาโครงสร้างถนนเป็น 2 กรณีคือโครงสร้างถนน 1 ชั้นที่ประกอบด้วยชั้นดินเดิมดังรูปที่ 4.9 ก โดยมีคุณสมบัติดังตารางที่ 4.3 และกำหนดให้มีค่าคงที่โพโรอิลาสติกเท่ากับค่าคงที่ในหัวข้อที่ 4.2.2.ค และมีค่าการทรุดตัวตามตารางที่ 4.4 โดยเลือกข้อมูล 3 ค่า ณ.เวลา 5, 15, 25 วินาที, 5 ค่า ณ.เวลา 5, 10, 15, 20, 25 วินาทีและ 7 ค่า ณ.เวลา 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 วินาทีและโครงสร้างถนน 2 ชั้นที่ประกอบด้วยชั้นพื้นทางและชั้นดินเดิมดังรูปที่ 4.9 ข โดยมีคุณสมบัติดังตารางที่ 4.5 และกำหนดโครงสร้างถนนให้มีค่าคงที่โพโรอิลาสติกของชั้นพื้นทางและชั้นดินเดิมในกรณีนี้มีค่าเท่ากับค่าคงที่ในหัวข้อที่ 4.2.2.คและมีค่าการทรุดตัวตามตารางที่ 4.6 โดยเลือกข้อมูล ณ.เวลาต่างๆ ที่จะทำการคำนวณย้อนกลับในลักษณะเดียวกับกรณีโครงสร้างถนน 1 ชั้น โดยน้ำหนักกระทำจะสมมุติให้เป็นแบบ half-sinusoidal กระทำในช่วงเวลา 25 มิลลิวินาที โดยมีค่าสูงสุดเป็น 50 กิโลนิวตันเกิดขึ้นที่เวลา 12.5 มิลลิวินาทีโดยข้อมูลการทรุดตัวจะจำลองขึ้นเองจากวิธีการคำนวณและแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น ทำให้ข้อมูลดังกล่าวปราศจากความคลาดเคลื่อนผลการคำนวณย้อนกลับ แสดงไว้ในตารางที่ 4.7 ถึงตารางที่ 4.12 พบว่าการ

เลือกใช้ข้อมูลไม่มากนักในการคำนวณย้อนกลับยังคงให้ผลการคำนวณที่ถูกต้องทั้งนี้เพราะข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับเป็นค่าที่ได้จากแบบจำลองปราศจากความคลาดเคลื่อนแต่พบว่าเมื่อใช้จำนวนข้อมูลมากยิ่งขึ้นก็จะใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้นด้วยแต่ความถูกต้องมิได้แตกต่างกันนักและการใช้จำนวนข้อมูลมากเกินไปจนความจำเป็นก็อาจทำให้เกิดความผิดพลาดเชิงตัวเลขในกระบวนการคำนวณของคอมพิวเตอร์ แสดงให้เห็นว่าในการคำนวณย้อนกลับควรเลือกใช้จำนวนข้อมูลให้เหมาะสมและแม้ว่าในงานวิจัยนี้จะมีความคลาดเคลื่อนในการคำนวณค่าการทรุดตัวในช่วงเวลาเริ่มต้นเนื่องจากการที่โปรแกรมไม่สามารถคำนวณเมื่อความถี่มีค่าเป็นศูนย์ได้แต่ก็ไม่ทำให้การคำนวณค่าการทรุดตัวสูงสุดมีความคลาดเคลื่อนมากนักอีกทั้ง Dong และคณะ (2002) ได้กล่าวในบทความว่าข้อมูลค่าการทรุดตัวที่ใกล้เคียงค่าสูงสุดจะมีความถูกต้องมากกว่าจุดที่ห่างออกไป ดังนั้นในการคำนวณย้อนกลับในงานวิจัยนี้จะเลือกใช้ Geophone 2 ตัวและใช้เวลา 5 ค่าที่ใกล้เคียงกับค่าการทรุดตัวสูงสุด ส่วนค่าเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณในงานวิจัยนี้จะมีค่าประมาณ 80 ถึง 120 เปอร์เซ็นต์ของค่าจริง

#### 4.3.2 การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น

เนื่องจากการทดสอบด้วยเครื่อง FWD กับถนนในประเทศไทยที่จัดเก็บโดยกรมทางหลวงได้ถูกออกแบบให้บันทึกข้อมูลได้เพียงค่าการทรุดตัวสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักกระทำเท่านั้นเพราะจากวิธีการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนที่กรมทางหลวงกำลังทำการวิจัยอยู่นั้นเป็นการวิเคราะห์แบบสถิติทำให้ไม่สามารถนำข้อมูลจากการทดสอบโดยกรมทางหลวงมาใช้กับงานวิจัยนี้ได้ อย่างไรก็ตามงานวิจัยนี้จะทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยที่มีการนำเสนอไว้ในอดีต

4.3.2.ก การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)

Al-Khoury และคณะ (2002) ได้เสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนโดยเป็นตัวอย่างของโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่รวมชั้นดินที่มีความลึกอนันต์ไว้แล้วดังรูปที่ 4.3 ก ส่วนคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นแสดงไว้ในตารางที่ 4.13 โดยกำหนดโครงสร้างถนนใน 2 ชั้นบนเป็นวัสดุยืดหยุ่นเนื้อเดียว แต่ชั้นดินเดิมเป็นวัสดุชนิดโพโรอิลาสติกและมีค่า  $m = 9.6 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ ,  $\rho_r = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $m = 1.25 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\alpha = 0.17$  และค่าคงที่  $b = 6.4 \times 10^6 \text{ Ns/m}^4$  ดังนั้นในการจำลองโครงสร้างถนนนี้จะกำหนดให้ค่าคงที่โพโรอิลาสติกของ 2 ชั้นบนให้มีค่าน้อยมาก (ประมาณ  $10^{-4}$ ) โดยน้ำหนักกระทำจะสมมุติให้เป็นแบบ half-



sinusoidal กระทำในช่วงเวลา 25 มิลลิวินาที โดยมีค่าสูงสุดเป็น 50 กิโลนิวตัน ( $P_0=707.36$  กิโลปาล) เกิดขึ้นที่เวลา 12.5 มิลลิวินาที และ มีค่าการทรุดตัวตามตารางที่ 4.14 โดยผลการคำนวณแสดงเปรียบเทียบไว้ในตารางที่ 4.15 และค่าการทรุดตัวแสดงเปรียบเทียบไว้ในรูปที่ 4.10 ซึ่งพบว่าผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002) มีค่าสอดคล้องกันและมีค่าการทรุดตัวสูงสุดใกล้เคียงกัน

4.3.2.ข การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2002)

Dong และคณะ (2002) ได้เสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนและนำเสนอตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบแล้วนำมาคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่รวมชั้นดินที่มีความลึกถนนไว้แล้วดังรูปที่ 4.3 ก แต่ค่าเส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นโลหะถ้าย่น้ำหนักมีค่าเป็น 45 cm ( $a = 45$  cm) โดยมีคุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นดังแสดงไว้ในตารางที่ 4.16 โดยกำหนดค่าคงที่วัสดุโพโรอิลาสติกให้มีค่าน้อยมาก (ประมาณ  $10^{-4}$ ) และสมมุติให้น้ำหนักกระทำเป็นตามสมการที่ 4.3 กระทำในช่วงเวลา 34 มิลลิวินาที และมีค่าสูงสุดเป็น 250 กิโลนิวตัน ( $P_0=1571.9$  กิโลปาล) เกิดขึ้นที่เวลา 17 มิลลิวินาที และมีค่าการทรุดตัวตามตารางที่ 4.17 ซึ่งผลการคำนวณแสดงเปรียบเทียบไว้ในตารางที่ 4.18 และค่าการทรุดตัวแสดงเปรียบเทียบไว้ในรูปที่ 4.11 ซึ่งพบว่าผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2002) มีความเป็นไปได้จริงและมีความสอดคล้องกัน

4.3.3 การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและความหนา

4.3.3.ก การเปรียบเทียบผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและความหนาของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)

ตัวอย่างที่จะนำมาเปรียบเทียบเป็นตัวอย่างเดียวกับหัวข้อที่ 4.3.2ก แต่ในกรณีนี้จะสมมุติว่าไม่ทราบความหนาและค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนแต่ละชั้น โดยผลการคำนวณแสดงเปรียบเทียบไว้ในตารางที่ 4.19 และค่าการทรุดตัวแสดงเปรียบเทียบไว้ในรูปที่ 4.12 ซึ่งพบว่าผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002) มีค่าใกล้เคียงกัน

#### 4.3.4 การคำนวณย้อนกลับจากข้อมูลการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD

งานวิจัยนี้ได้รับการอนุเคราะห์จาก Professor R.K.N.D. Rajapakse แห่ง University of British Columbia ที่ได้เชื้อเพื่อข้อมูลการทดสอบด้วยเครื่อง FWD จาก Canadian Strategic Highway Research Program (C-CHRP) ประเทศแคนาดาซึ่งทำการทดสอบโดย Professor D.F.E. Stolle แห่ง McMaster University ซึ่งมีการเก็บข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์ในแบบพลวัต โดยค่าการทรุดตัวที่บันทึกได้ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 4.13 และทำการเลือกค่าการทรุดตัวตามเวลาต่างๆ สำหรับการคำนวณย้อนกลับดังแสดงในตารางที่ 4.20 แต่เนื่องจากข้อมูลดังกล่าวไม่ได้บอกถึงลักษณะและคุณสมบัติของชั้นถนนแต่อย่างใด ดังนั้นในการคำนวณย้อนกลับด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้ จึงได้สมมติให้โครงสร้างถนนประกอบด้วยชั้นวัสดุจำนวน 3 ชั้น ดังรูปที่ 4.3 ก ส่วนคุณสมบัติพื้นฐานเช่นความหนาแน่น, อัตราส่วนปัวซองและความหนาของวัสดุในแต่ละชั้นแสดงไว้ในตารางที่ 4.21 และกำหนดให้มีค่าคงที่วัสดุโพโรอิลาสติกน้อยมาก (ประมาณ  $10^{-4}$ ) โดยน้ำหนักกระทำจะสมมติให้เป็นแบบ half-sinusoidal กระทำในช่วงเวลา 25 มิลลิวินาที โดยมีค่าสูงสุดเป็น 600 กิโลปาสคาลเกิดขึ้นที่เวลา 12.5 มิลลิวินาที ผลการวิเคราะห์แสดงไว้ในตารางที่ 4.21 โดยค่าโมดูลัสที่คำนวณได้จะถูกนำไปวิเคราะห์หาค่าการทรุดตัวเพื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลที่บันทึกได้จากเครื่อง FWD ผลที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.14 พบว่าค่าโมดูลัสที่คำนวณได้จากการคำนวณย้อนกลับจะอยู่ในช่วงที่เป็นไปได้จริง



ตารางที่ 4.1 ค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าสูงสุดของพารามิเตอร์ของฮันเกล ( $\xi$ ) ใน การหาปริพันธ์

เวลา (มิลลิวินาที)	การทรุดตัวในโดเมนของเวลา (ไมโครเมตร)						
	$\xi = 20$	40	60	80	100	120	140
5	34.117	34.937	35.114	35.050	34.967	34.935	34.948
15	877.710	879.113	879.416	879.306	879.144	879.116	879.129
25	617.314	617.277	617.269	617.269	617.287	617.270	617.298

ตารางที่ 4.2 คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 3 ชั้น

ชั้นวัสดุ	ความหนา (cm)	โมดูลัสยืดหยุ่น (MPa)	อัตราส่วน ปัวซอง	ความหนาแน่น (Kg/m <sup>3</sup> )
ชั้นแอสฟัลต์คอนกรีต	15	1000	0.35	2300
ชั้นพื้นทาง	25	200	0.35	2000
ชั้นดินเดิม	$\infty$	100	0.35	1500

ตารางที่ 4.3 คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 1 ชั้นที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับ

ชั้นวัสดุ	ความหนา (cm)	อัตราส่วน ปัวซอง	ความหนาแน่น (Kg/m <sup>3</sup> )
ชั้นดินเดิม	$\infty$	0.35	1500

ตารางที่ 4.4 ข้อมูลการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับกรณีโครงสร้างถนน 1  
ชั้น

เวลา (มิลลิวินาที)	การทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ จากน้ำหนักระทำ (ไมโครเมตร)		
	0 มม.	300 มม.	600 มม.
5	95.8	14.5	0.1
10	170.0	38.6	13.5
15	172.0	46.1	21.6
20	100.8	33.9	20.4
25	-3.1	7.0	10.4
30	-4.5	-1.4	-0.8
35	-4.5	-1.4	-0.9

ตารางที่ 4.5 คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 2 ชั้นที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับ

ชั้นวัสดุ	ความหนา (cm)	อัตราส่วน บิวซอง	ความหนาแน่น (Kg/m <sup>3</sup> )
ชั้นพื้นทาง	15	0.35	1500
ชั้นดินเดิม	∞	0.35	1500

ตารางที่ 4.6 ข้อมูลการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับกรณีโครงสร้างถนน 2 ชั้น

เวลา (มิลลิวินาที)	การทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ จากน้ำหนักกระทำ (ไมโครเมตร)		
	0 มม.	300 มม.	600 มม.
5	180.8	21.6	-20.5
10	478.0	178.1	14.4
15	604.2	301.6	99.8
20	479.2	305.7	162.8
25	159.3	179.3	160.0
30	20.3	42.5	85.5
35	-10.9	0.4	20.8

ตารางที่ 4.7 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 1 ชั้นเมื่อใช้ข้อมูลค่าทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 3 ค่า

จำนวน Geophone	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ		ค่าโมดูลัสจริง (MPa) ชั้นดินเดิม
	1100	1200	
	ค่าเริ่มต้น (110 %)	ค่าเริ่มต้น (120 %)	
	(MPa)	(MPa)	
	ชั้นดินเดิม	ชั้นดินเดิม	ชั้นดินเดิม
1	1000.00	1000.00	1000.00
2	1000.00	1000.00	1000.00
3	1000.00	1000.00	1000.00

ตารางที่ 4.8 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 1 ชั้นเมื่อใช้ข้อมูลค่า  
ทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 5 ค่า

จำนวน Geophone	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ		ค่าโมดูลัสจริง	
	1100	1200		
	ค่าเริ่มต้น (110 %)	ค่าเริ่มต้น (120 %)		
	(MPa)	(MPa)		(MPa)
	ชั้นดินเดิม	ชั้นดินเดิม		ชั้นดินเดิม
1	1000.00	1000.00	1000.00	
2	1000.00	1000.00	1000.00	
3	1000.00	1000.00	1000.00	

ตารางที่ 4.9 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 1 ชั้นเมื่อใช้ข้อมูลค่า  
ทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 7 ค่า

จำนวน Geophone	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ		ค่าโมดูลัสจริง	
	1100	1200		
	ค่าเริ่มต้น (110 %)	ค่าเริ่มต้น (120 %)		
	(MPa)	(MPa)		(MPa)
	ชั้นดินเดิม	ชั้นดินเดิม		ชั้นดินเดิม
1	1000.00	1000.00	1000.00	
2	1000.00	1000.00	1000.00	
3	1000.00	1000.00	1000.00	

ตารางที่ 4.10 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 2 ชั้นเมื่อใช้ข้อมูลค่า  
ทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 3 ค่า

จำนวน Geophone	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ				ค่าโมดูลัสจริง	
	1100	220	1200	240		
	ค่าเริ่มต้น (110 %)		ค่าเริ่มต้น (120 %)		(MPa) (MPa)	
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		
	พื้นทาง	ดินเดิม	พื้นทาง	ดินเดิม	พื้นทาง	ดินเดิม
1	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00
2	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00
3	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00

ตารางที่ 4.11 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 2 ชั้นเมื่อใช้ข้อมูลค่า  
ทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 5 ค่า

จำนวน Geophone	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ				ค่าโมดูลัสจริง	
	1100	220	1200	240		
	ค่าเริ่มต้น (110 %)		ค่าเริ่มต้น (120 %)		(MPa) (MPa)	
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		
	พื้นทาง	ดินเดิม	พื้นทาง	ดินเดิม	พื้นทาง	ดินเดิม
1	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00
2	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00
3	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00

ตารางที่ 4.12 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 2 ชั้นเมื่อใช้ข้อมูลค่า  
ทรุดตัวในกรณีใช้เวลาในการพิจารณา 7 ค่า

จำนวน Geophone	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ				ค่าโมดูลัสจริง	
	1100	220	1200	240		
	ค่าเริ่มต้น (110 %)		ค่าเริ่มต้น (120 %)			
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
	พื้นทาง	ดินเดิม	พื้นทาง	ดินเดิม	พื้นทาง	ดินเดิม
1	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00
2	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00
3	1000.00	200.00	1000.00	200.00	1000.00	200.00

ตารางที่ 4.13 คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับ  
เพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)

ชั้นวัสดุ	ความหนา (cm)	อัตราส่วน ปัวซอง	ความหนาแน่น (Kg/m <sup>3</sup> )
ชั้นแอสฟัลต์คอนกรีต	15	0.35	1500
ชั้นพื้นทาง	25	0.35	1500
ชั้นดินเดิม	∞	0.35	1500



ตารางที่ 4.14 ข้อมูลการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับกรณีโครงสร้างถนน 3 ชั้นเพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)

เวลา	การทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ จากน้ำหนักกระทำ (ไมโครเมตร)	
(มิลลิวินาที)	0 มม.	300 มม.
15	1004	673
20	944	731
25	570	552
30	277	290
35	147	162

ตารางที่ 4.15 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 3 ชั้นเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)

ชั้นวัสดุ	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ		ค่าโมดูลัสของ Al-Khoury และคณะ
	ค่าเริ่มต้น (110 %)	ค่าเริ่มต้น (120 %)	
	(MPa)	(MPa)	(MPa)
ชั้นแอสฟัลต์คอนกรีต	1034.5	1034.5	1000.0
ชั้นพื้นทาง	173.4	173.4	200.0
ชั้นดินเดิม	25.7	25.7	25.0

ตารางที่ 4.16 คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับ เพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2002)

ชั้นวัสดุ	ความหนา (cm)	อัตราส่วน ปัวซอง	ความหนาแน่น (Kg/m <sup>3</sup> )
ชั้นแอสฟัลต์คอนกรีต	10	0.3	2400
ชั้นพื้นทาง	48.4	0.3	2300
ชั้นดินเดิม	∞	0.3	1900

ตารางที่ 4.17 ข้อมูลการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับกรณีโครงสร้างถนน 3 ชั้นเพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2002)

เวลา	การทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ จากน้ำหนักระทำ (ไมโครเมตร)	
(มิลลิวินาที)	0 มม.	300 มม.
16	245	170
20	388	283
24	456	342
28	447	336
32	392	293

ตารางที่ 4.18 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของโครงสร้างถนน 3 ชั้นเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Dong และคณะ (2002)

ชั้นวัสดุ	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ		ค่าโมดูลัสของ Dong และคณะ
	ค่าเริ่มต้น (110 %)	ค่าเริ่มต้น (120 %)	
	(MPa)	(MPa)	(MPa)
ชั้นแอสฟัลต์คอนกรีต	16946.5	16946.5	15278.2
ชั้นพื้นทาง	912.3	912.3	861.3
ชั้นดินเดิม	170.5	170.5	201.0

ตารางที่ 4.19 ผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสและความหนาของโครงสร้างถนน 3 ชั้นเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Al-Khoury และคณะ (2002)

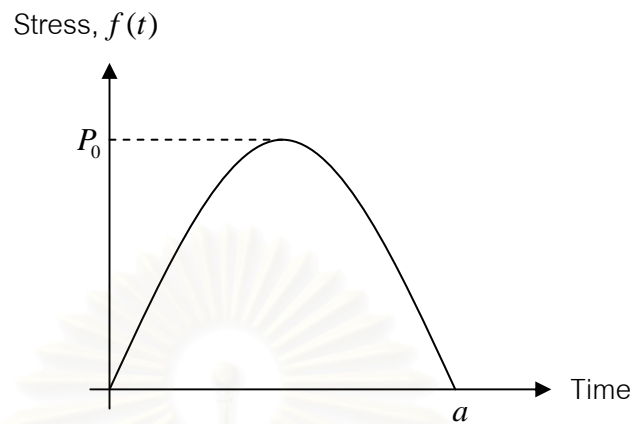
ชั้นวัสดุ	ค่าโมดูลัสจากการคำนวณย้อนกลับ		ความหนาจากการคำนวณย้อนกลับ		ค่าโมดูลัสของ Al-Khoury และคณะ	ความหนาของ Al-Khoury และคณะ
	ค่าเริ่มต้น (110 %)	ค่าเริ่มต้น (120 %)	ค่าเริ่มต้น (110 %)	ค่าเริ่มต้น (120 %)		
	(MPa)	(MPa)	(cm)	(cm)	(MPa)	(cm)
ชั้นแอสฟัลต์คอนกรีต	1026.6	1026.6	14.91	14.91	1000.0	15
ชั้นพื้นทาง	181.2	181.2	24.49	24.49	200.0	25
ชั้นดินเดิม	26.3	26.3	∞	∞	25.0	∞

ตารางที่ 4.20 ข้อมูลการทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับจากข้อมูลการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD ที่ประเทศแคนาดา

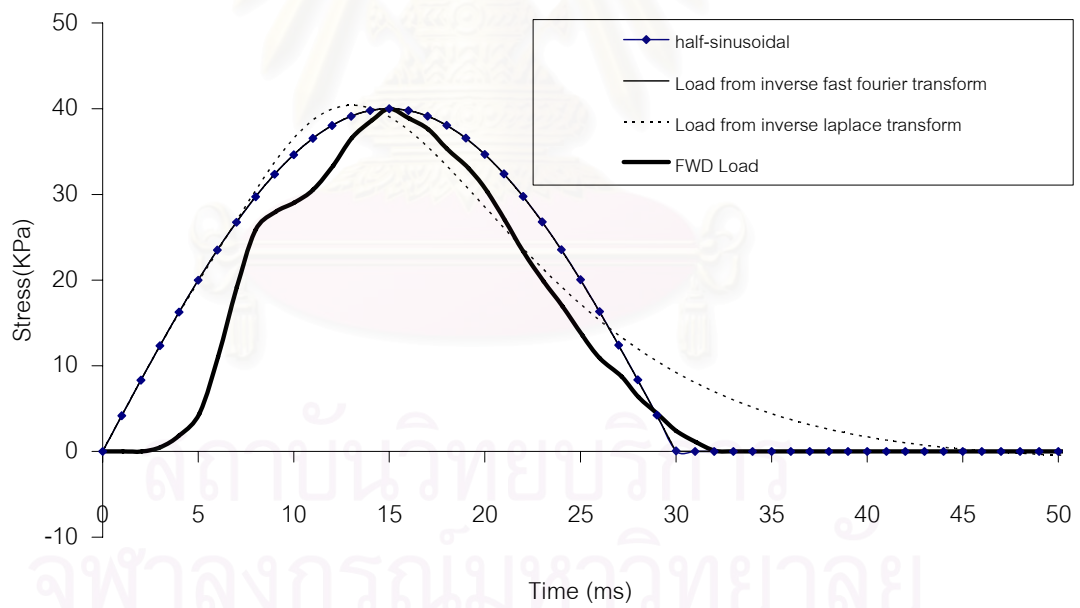
เวลา	การทรุดตัวที่ตำแหน่งต่างๆ จากน้ำหนักกระทำ (ไมโครเมตร)	
(มิลลิวินาที)	0 มม.	300 มม.
8	160	139
12	253	223
16	294	262
20	269	242
24	192	174

ตารางที่ 4.21 คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละชั้นของโครงสร้างถนน 3 ชั้นและผลการคำนวณย้อนกลับจากข้อมูลการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD ที่ประเทศแคนาดา

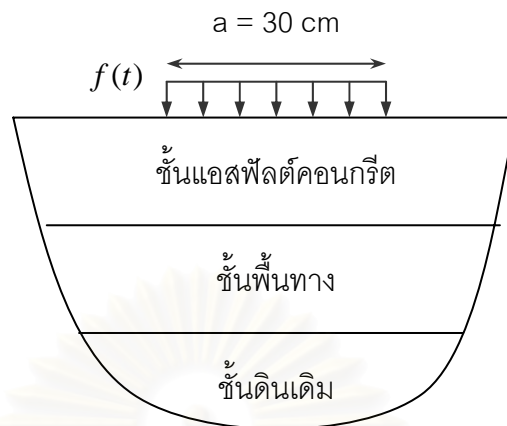
ชั้นวัสดุ	อัตราส่วน ปัวซอง	ความ หนาแน่น (Kg/m <sup>3</sup> )	ความ หนา (cm)	ค่าโมดูลัสจากการ คำนวณย้อนกลับ (MPa)
ชั้นแอสฟัลต์คอนกรีต	0.35	2300	18	6530.8
ชั้นพื้นทาง	0.35	2000	12	160.0
ชั้นดินเดิม	0.35	1600	∞	90.9



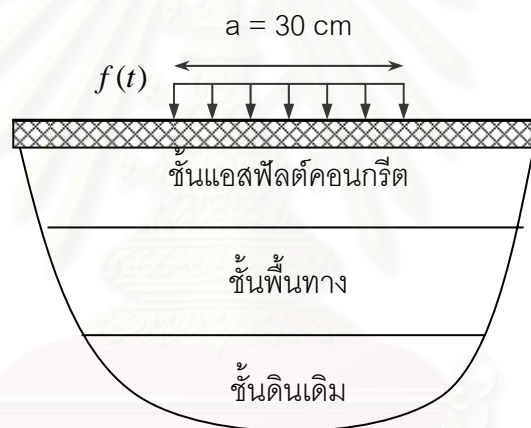
รูปที่ 4.1 น้ำหนักกระทำชนิด Half-Sinusoidal



รูปที่ 4.2 การเปรียบเทียบน้ำหนักกระทำแบบ half-sinusoidal กับน้ำหนักกระทำจากการหาส่วน  
 ผกผันของการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วและน้ำหนักกระทำจากการหาส่วนผกผันของการแปลง  
 ลาปลาซ



ก. ตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้น

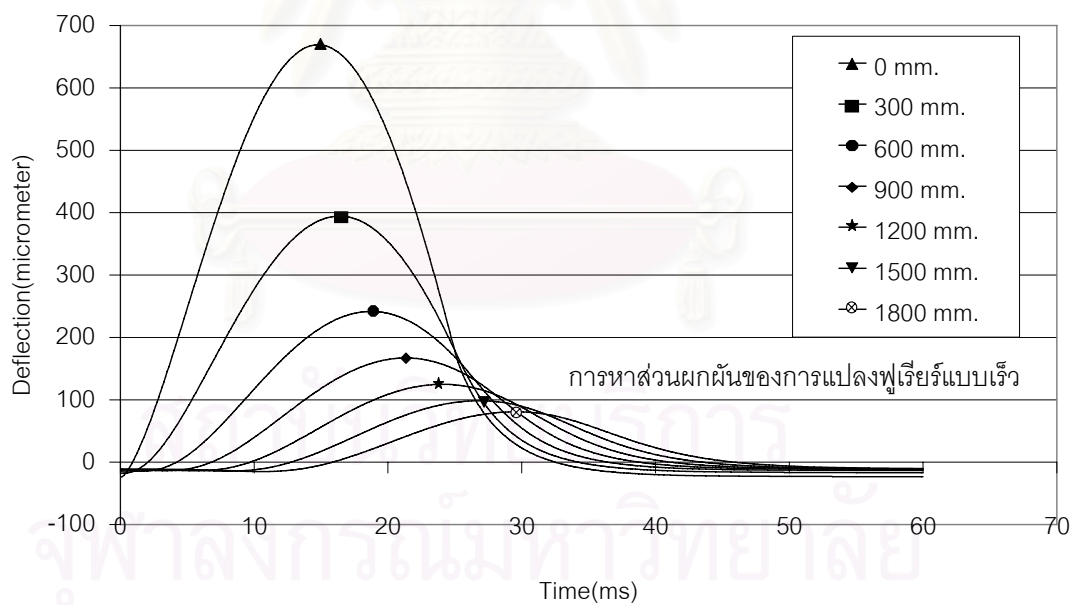
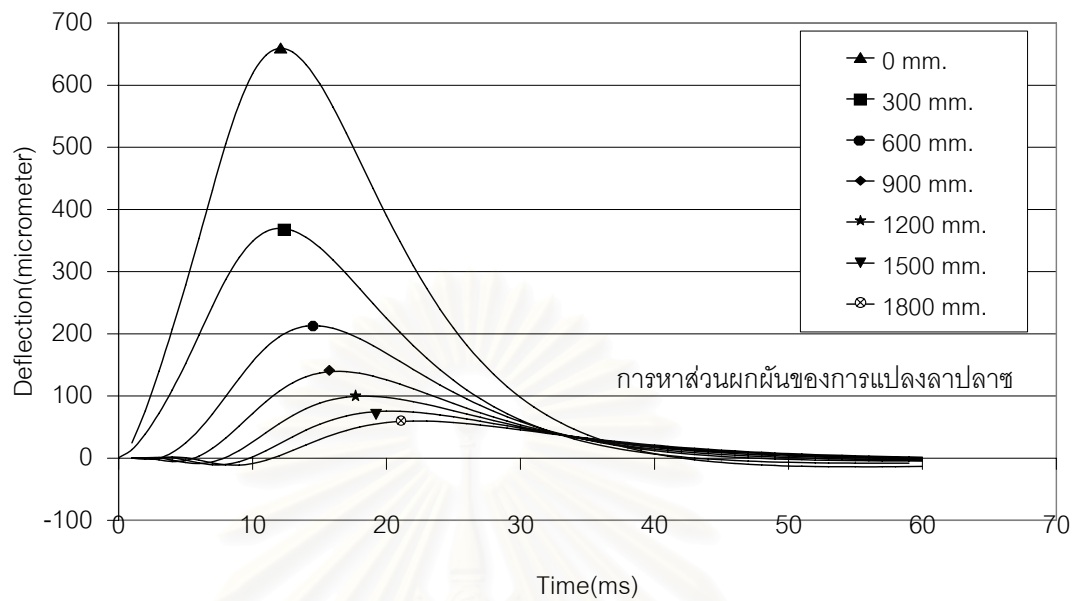


ข. แผ่นพื้นบางวางอยู่บนตัวกลาง

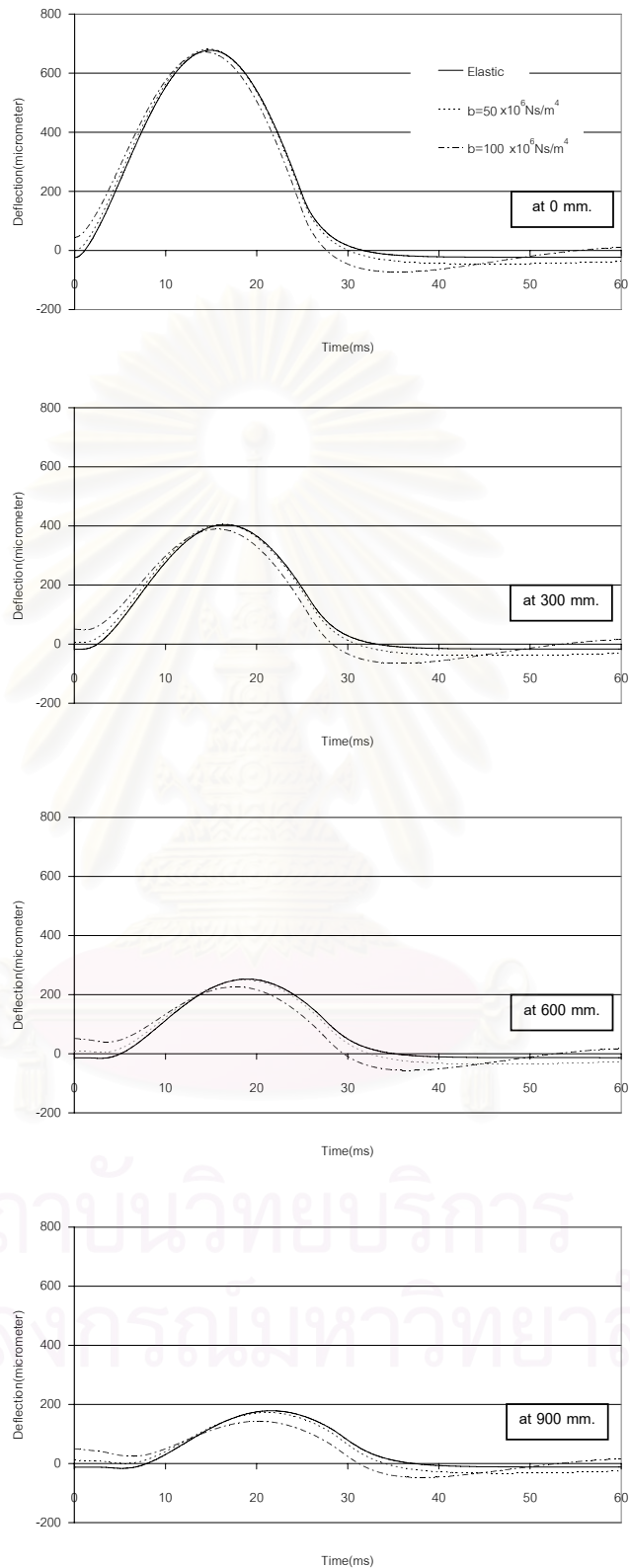
ชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้น

รูปที่ 4.3 ลักษณะของโครงสร้างถนน 3 ชั้น

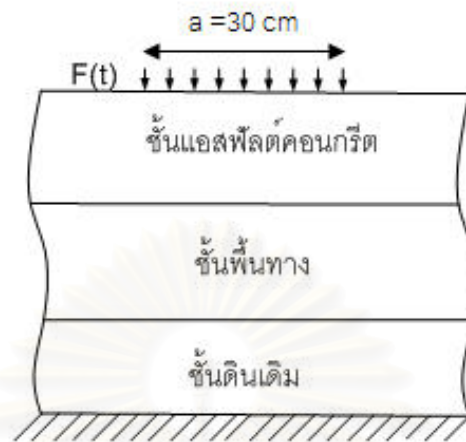




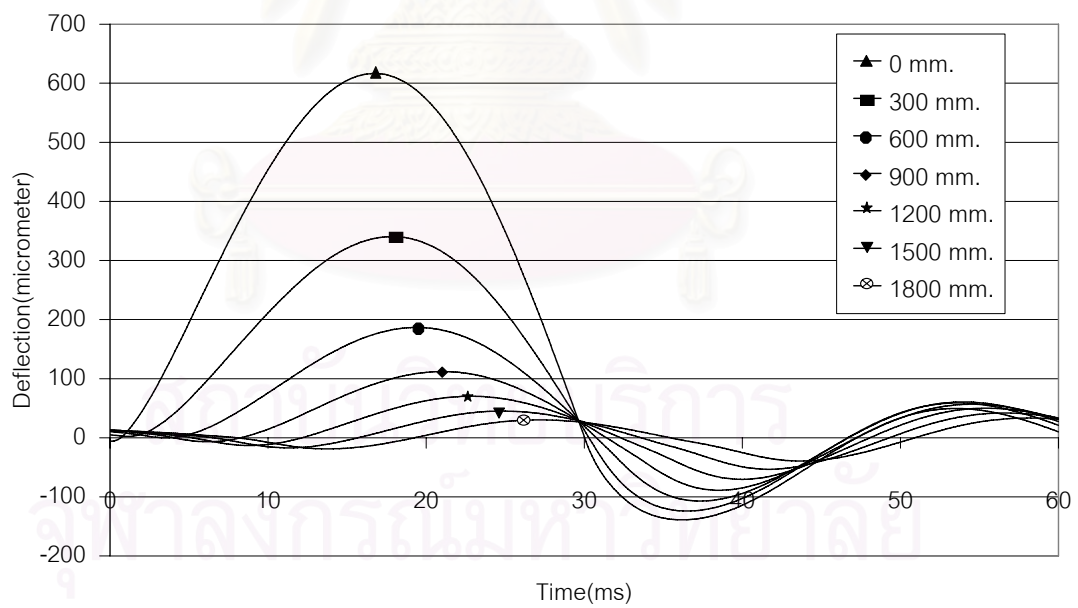
รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบค่าการหลุดตัวของโครงสร้างถนนระหว่างการหาส่วนผกผันของการแปลงฟูรีเยร์แบบเร็วและการหาส่วนผกผันของการแปลงลาปลาซ



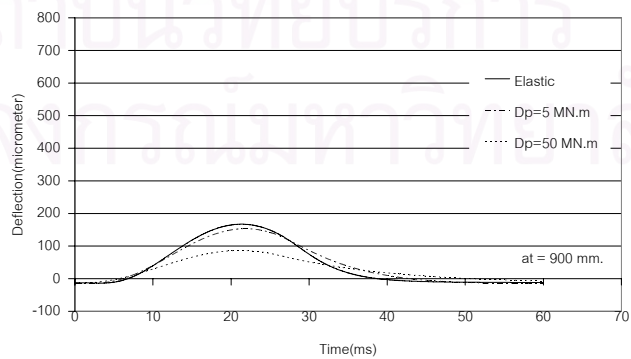
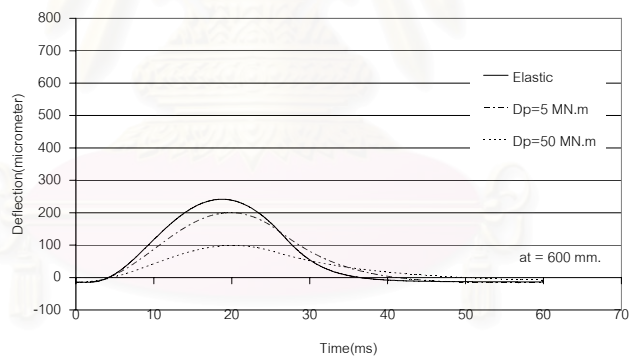
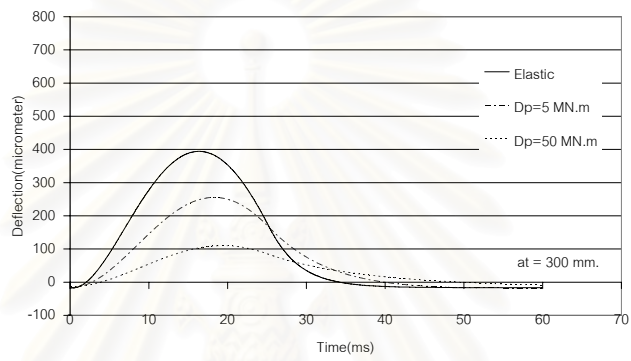
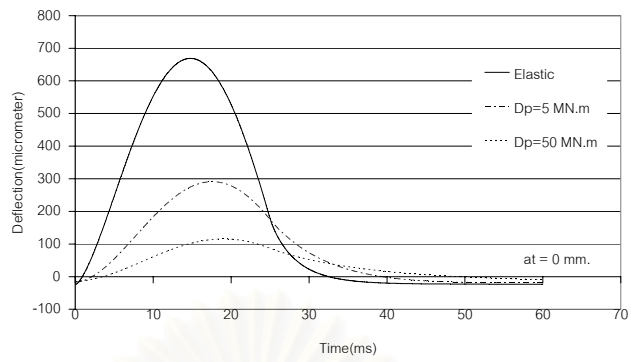
รูปที่ 4.5 การทดสอบที่ผิวบนของโครงสร้างถนน ณ ตำแหน่งที่วัดที่จุดต่างๆ เมื่อโครงสร้างถนนวางตัวบนตัวกลางที่ต่างชนิดกัน



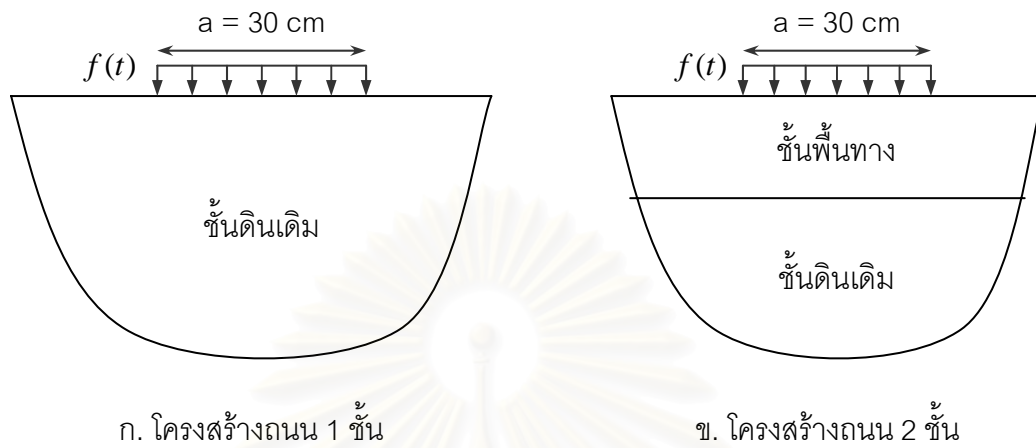
รูปที่ 4.6 ลักษณะของโครงสร้างถนน 3 ชั้นที่วางตัวบนชั้นหินแข็ง



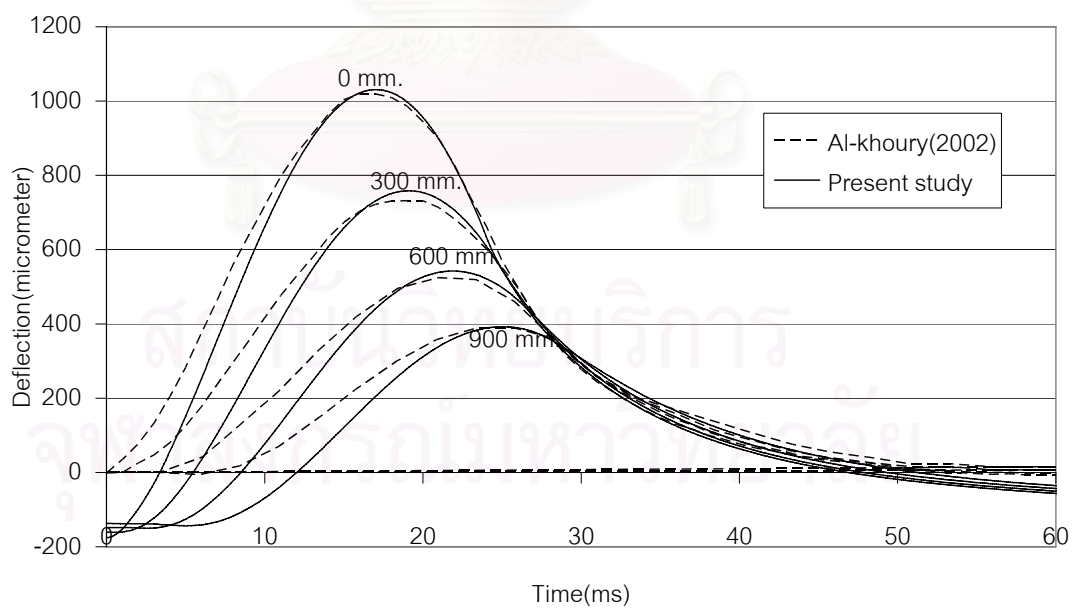
รูปที่ 4.7 การทรุดตัวที่ผิวบนของโครงสร้างถนน ณ ตำแหน่งต่างๆ ที่วัดจากศูนย์กลางเมื่อโครงสร้างถนนวางอยู่บนชั้นหินแข็ง



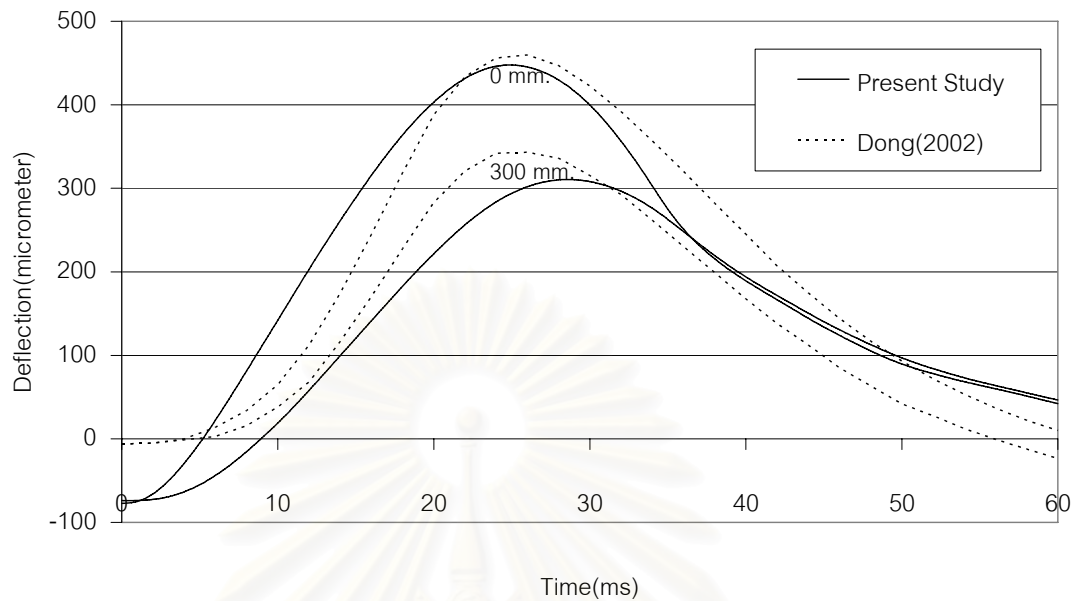
รูปที่ 4.8 การหลุดตัวที่ผิวบนของโครงสร้างถนน ณ ตำแหน่งที่วัดที่จุดต่างๆ เมื่อโครงสร้างถนนเป็นแบบแผ่นพื้นบางวางอยู่บนวัสดุโพโรอิลาสติกหลายชั้น



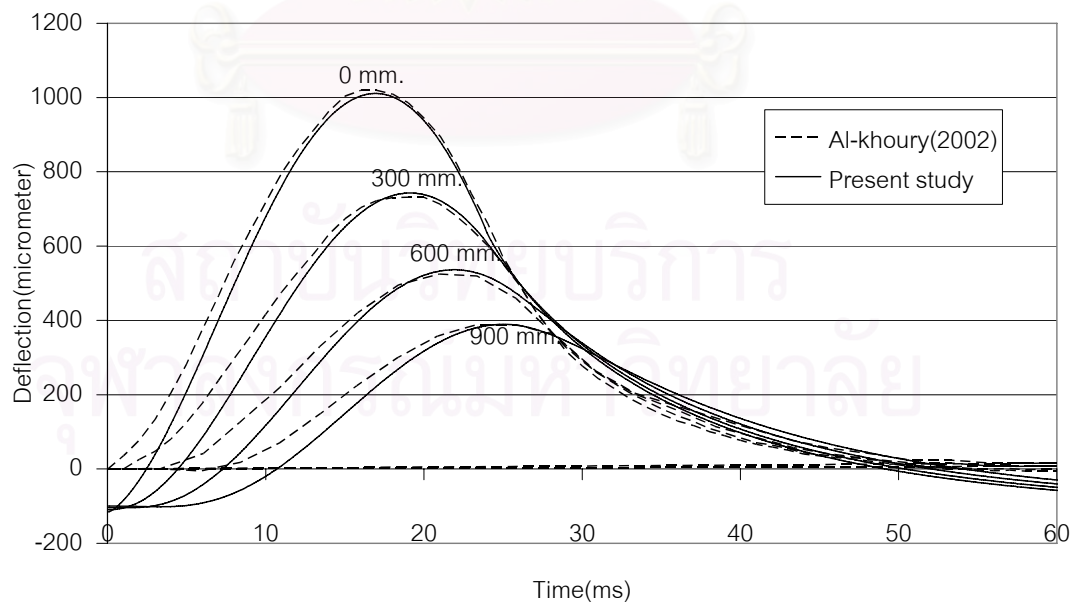
รูปที่ 4.9 ลักษณะของโครงสร้างถนนที่ใช้ในการคำนวณย้อนกลับ



รูปที่ 4.10 การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของ AL-Khoury และคณะ (2002) กับผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น

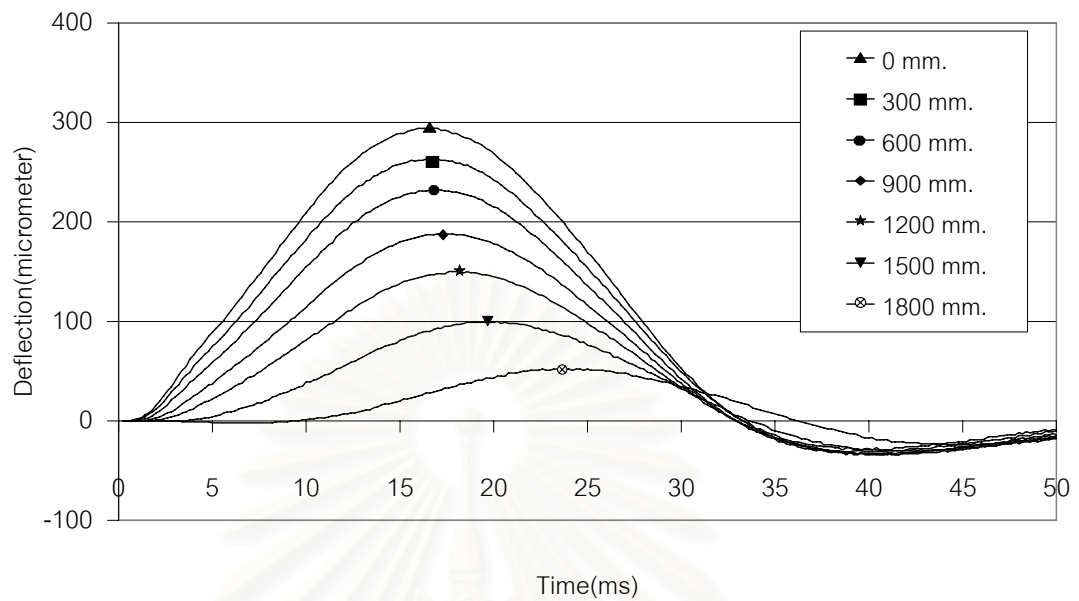


รูปที่ 4.11 การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวการทดลองของ Dong และคณะ (2002) กับผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น

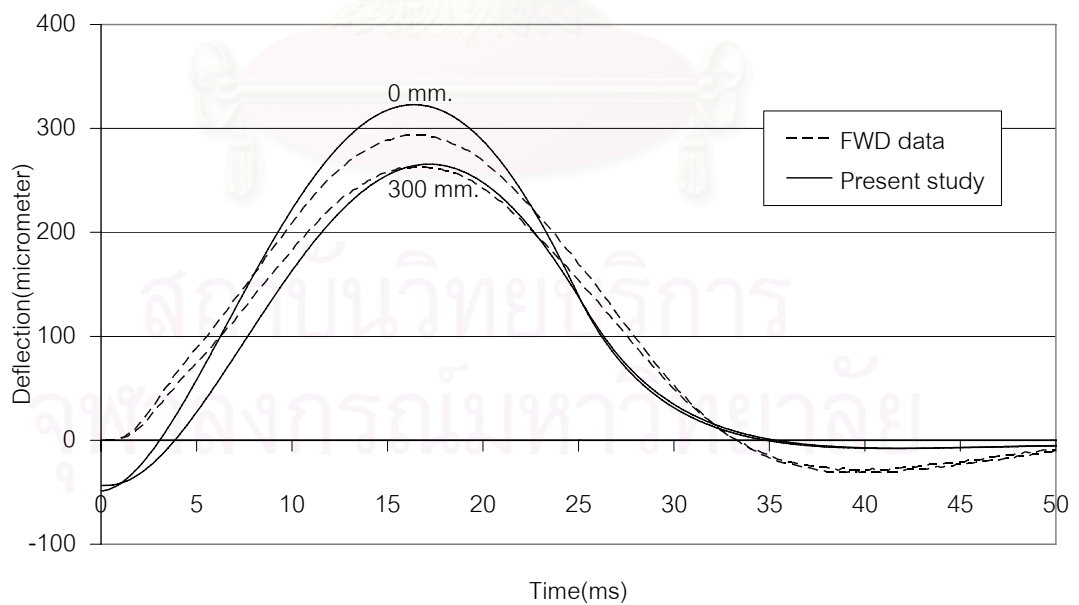


รูปที่ 4.12 การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของ AL-Khoury และคณะ (2002) กับผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและความหนา





รูปที่ 4.13 ข้อมูลการทรุดตัวที่ได้จากการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD



รูปที่ 4.14 การเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวจากข้อมูลการทดสอบในสนามด้วยเครื่อง FWD กับผลการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น

## บทที่ 5

### สรุปผลการศึกษา

งานวิจัยนี้เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแบบจำลองของโครงสร้างถนนบนชั้นดินชนิดโพโรอิลาสติกเพื่อหาค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นเมื่อมีแรงที่มากระทำมีลักษณะดล โดยวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะพลวัตในโดเมนของความถี่โดยใช้วิธีการหาปริพันธ์ฟูเรียร์ โครงสร้างถนนถูกจำลองให้มีลักษณะเป็นตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้นที่อาจวางตัวอยู่บนชั้นดินยืดหยุ่นหรือชั้นหินแข็งก็ได้ ความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่มากระทำและการทรุดตัวที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นจะถูกจัดให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ จากนั้นจึงใช้วิธีสติฟเนสเมทริกซ์ในการคำนวณหาค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นที่ผิวถนนและใช้วิธีการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วในการคำนวณหาค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นที่ผิวถนน นอกจากนี้ได้ทำการศึกษาลักษณะของการทรุดตัวเมื่อโครงสร้างชั้นถนนมีค่าคงที่โพโรอิลาสติกแตกต่างกันหรือเมื่อกำหนดให้ชั้นผิวทางเป็นแผ่นพื้นบาง สุดท้ายนำแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดสอบแบบไม่ทำลายโดยเครื่อง FWD ด้วยวิธีการที่เรียกว่าการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุในแต่ละชั้นของถนนแล้วเปรียบเทียบกับค่าโมดูลัสยืดหยุ่นที่คำนวณได้กับงานวิจัยต่างๆ ที่มีการนำเสนอไว้ในอดีตพบว่ามีคุณสมบัติคล้ายกัน

จากผลการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างถนนหลายชั้นภายใต้น้ำหนักกระทำชนิดแรงดล และผลการคำนวณย้อนกลับด้วยแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น ภายใต้ขอบเขตของงานวิจัยนี้ ผลสรุปที่สำคัญมีดังต่อไปนี้

1. เมื่อเปรียบเทียบการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วกับการแปลงลาปลาซพบว่าค่าน้ำหนักกระทำที่ได้จากการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วที่ใช้ในการศึกษาคั้งนี้จะใกล้เคียงกับน้ำหนักกระทำแบบ half-sinusoidal มากกว่าผลจากการแปลงลาปลาซแม้ว่าค่าการทรุดตัวที่วิเคราะห์ได้จากแบบจำลองทั้งสองจะมีค่าสูงสุดใกล้เคียงกันแต่ในช่วงปลายของกราฟที่วิเคราะห์ได้จากแบบจำลองการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วจะให้ค่าที่สอดคล้องกับผลการทดสอบภาคสนามที่มีการนำเสนอในงานวิจัยต่างๆ นอกจากนั้นในกรณีที่โครงสร้างถนนวางอยู่บนชั้นหินแข็งค่าการทรุดตัวที่ได้จากการแปลงฟูเรียร์แบบเร็วในช่วงปลายจะมีลักษณะแกว่งคล้ายกับลูกคลื่นเนื่องจากผลของการสะท้อนกลับของคลื่นเมื่อกระทบกับชั้นหินแข็งซึ่งการแปลงลาปลาซไม่สามารถจำลองเหตุการณ์นี้ได้

2. เมื่อเปรียบเทียบค่าการทรุดตัวของโครงสร้างถนนเมื่อโครงสร้างถนนวางตัวบนตัวกลางที่ต่างชนิดกันพบว่า มีรูปแบบที่คล้ายคลึงกันแต่ค่าที่ได้จากการพิจารณาโครงสร้างถนนเป็นวัสดุยืดหยุ่นเนื้อเดียวจะมีค่าสูงสุดมากกว่าการพิจารณาเป็นวัสดุโพโรอิลาสติกเล็กน้อยซึ่งเป็นผลมาจากการที่มีน้ำอยู่ในช่องว่างของดิน

3. ค่าการทรุดตัวที่ได้จากการพิจารณาโครงสร้างถนนเป็นแบบแผ่นพื้นบางวางอยู่บนตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้นจะมีค่าสูงสุดน้อยกว่าการพิจารณาโครงสร้างถนนเป็นแบบตัวกลางชนิดโพโรอิลาสติกหลายชั้นซึ่งเป็นผลมาจากการที่แผ่นพื้นบางที่ทำให้ความแข็งแรงเพิ่มขึ้น

โปรแกรมการคำนวณย้อนกลับที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้สามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์ผลจากการทดสอบด้วยเครื่อง FWD ที่มีการเก็บข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์ในลักษณะพลวัตเพื่อให้การทำนายค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างถนนในแต่ละชั้นมีความแม่นยำขึ้น นอกจากนี้ในอนาคตสามารถทำการพัฒนาโปรแกรมเพิ่มเติมเพื่อให้การวิเคราะห์ที่ใกล้เคียงกับสภาพจริงยิ่งขึ้นโดยการศึกษาถึงผลของอุณหภูมิและผลจากการรับแรงร่วมกันระหว่างแผ่นเหล็กวงกลมถ้าย่น้ำหนักกับโครงสร้างถนนที่มีต่อค่าการทรุดตัวที่เกิดขึ้นจากการทดสอบด้วยเครื่อง FWD

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- ชยธันธ์ พรหมศร. การประเมินสภาพความแข็งแรงของโครงสร้างถนนลาดยางด้วยวิธี Non-destructive Test โดยใช้เครื่องมือ Falling Weight Deflectometer ในประเทศไทย. การประชุมทางวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 4 จังหวัดภูเก็ต (2540) : 442-452.
- ธนศักดิ์ ใฝ่กระโทก และ สมัคร สนทอง. ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับอิลาสติกโมดูลัสของผิวทางแอสฟัลต์คอนกรีตจากการทดสอบด้วย FALLING WEIGHT DEFLECTOMETER (FWD). รายงานฉบับที่ วพ.170 ศูนย์วิจัยและพัฒนาทาง (2541) .
- ธรรมมา เจียรธรวานิช. การเปรียบเทียบการออกแบบเสริมผิวทางแบบยึดหยุ่นที่ได้จากเครื่องมือ BENKELMAN BEAM และ FALLING WEIGHT DEFLECTOMETER. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.
- บัญชา พูตระกูล, ม.ล.วิจิตต์จรรยา สรรพกิจจำนง, เสรี ศรีธรรมธำรง, เสกชัย อนุเวชศิริเกียรติ และ พรชัย ศิลารมย์. การตรวจวัดการดูดซึ่มโพรงใต้แผ่นคอนกรีตโดยใช้เครื่องมือ GPR และ FWD. รายงานฉบับที่ วพ.211 สำนักวิจัยและพัฒนาทาง (2547)
- ธีระชาติ รื่นไกรฤกษ์. ห้าทศวรรษวิศวกรรมทางในประเทศไทย. การสัมมนาวิศวกรรมทาง ครั้งที่ 1 กรุงเทพมหานคร (2544) : 251-269.
- พัฒนร์พี เตื่อเล็ก. การพัฒนาโปรแกรมการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสยึดหยุ่นของชั้นถนนในโดเมนของความถี่. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.
- วิเชียร พัชรู้งโรจน์. การคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าโมดูลัสของชั้นถนนจากข้อมูลการทดสอบด้วยเครื่อง FWD โดยการวิเคราะห์ในลักษณะพลวัต. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

### ภาษาอังกฤษ

- Al-Khoury, R., Scarpas, A., Kasbergen, C. A. New Procedure for Pavement Parameter Identification from FWD Test. Transportation Research Board (2001)

- Al-Khoury, R., Kasbergen, C., Scarpas, A., Blaauwendraad, j.. Poroelastic spectral element for wave propagation and parameter identification in multi-layer systems, International Journal of Solids and Structures. 39 (2002) : 4073–4091
- American Association of State Highway and Transportation Official (AASHTO). Guide for design of pavements structures. Washington, D.C., 1986.
- Brigham, E.O., The Fast Fourier Transform and Its Applications. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
- Burmister, D.M. The General Theory of Stresses and Displacements in Layered System. Journal of Applied Physics 16 (February 1945) : 89-94.
- Chang, D. W., Kang, Y. V., Roesset J. M., and Stokoe II, K. H. Effect of Depth to Bedrock on Deflection Basins Obtained with Dynaflect and Falling Weight Deflectometer Tests. Effect of Depth to Bedrock on Deflection Basins Obtained with Dynaflect and Falling Weight Deflectometer Tests. Transportation Research Record 1355 (1992) : 8-15.
- Chou, Y. J., and Lytton, R. L. Accuracy and Consistency of Backcalculated Pavement Layer Moduli. Transportation Research Record 1293 (1991) : 72-85.
- Davies, T. G. and Mamlouk, M. S. Theoretical Response of Multilayer Pavement Systems to Dynamic Nondestructive Testing. Transportation Research Record 1022 (1985) : 1-7.
- Davies, B., and Martin, B. Numerical Inversion of Laplace Transform : a Survey and Comparison of Methods. Journal of Computation Physics 33 (1979) : 1-32.
- Dennis, J. E. and Schnabel, R. B. Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations. Englewood Cliffs, NJ. : Prentice-Hall, 1983.
- Dong, Q.X., Hachiya, Y., Takahashi, O., Tsubokawa, Y., Matsui, K. An efficient backcalculation algorithm of time domain for large-scale pavement structures using Ritz vectors, Finite Elements in Analysis and Design. 38 (2002): 1131-1150.
- Fwa, T. F., Tan, C.Y., and Chan, W. T. Backcalculation Analysis of Pavement-Layer Moduli Using Genetic Algorithms. Transportation Research Record 1570 (1997) : 134-142.

- Harichandran, R. S., Mahmood, T., Raab, A. R. and Baladi, G. Y. Modified Newton Algorithm for Backcalculation of Pavement Layer Properties. Transportation Research Record 1384 (1993) : 15-22.
- Hoffman, M. S., and Thomson, M. R. A comparative study of selected non-destructive testing devices. Transportation Research Record 852 (1982) : 32-42.
- Hossian, M., Zaniwski, T., and Rajan, S. Estimation of Pavement-Layer Moduli Using Nonlinear Optimization Technique. Journal of Transportation Engineering..ASCE 120 (May/June 1994) : 376-393.
- Huang, Y. H. Pavement analysis and design. Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1993.
- Kang, Y. V. Multifrequency Back-Calculation of Pavement-Layer Moduli. Journal of Transportation Engineering..ASCE 124 (January 1998) : 73-81.
- Kausel, E., and Roesset, J. M. Stiffness matrices for layered soils. Bull. Of the Seismological Soc. Of Am. 71 (June 1981) : 1743-1761.
- Lee, Y. C., Kim Y. R., and Ranjithan, S. R. Dynamic Analysis-Based Approach to Determine Flexible Pavement Layer Moduli Using Deflection Basin Parameters. Transportation Research Record 1639 (1998) : 36-42.
- Lytton, R. L., Germann, F.P., Chou, Y. J., and Stoffels, S. M. Determining asphaltic concrete pavement structural properties by nondestructive testing. NCHRP Rep.327 (1990)
- Lytton, R. L., Roberts, F.L., and Stoffels, S. Determination of Asphaltic Concrete Pavement Structural Properties by Nondestructive Testing. NCHRP Rep. 10-27 (1986)
- Macdonal. R.A. The Pavement Technology Project in Thailand and Recent COST Actions in Europe. First Highway Engineering Seminar (July 2001) : 223-229.
- Magnuson, A. H., Lytton R. L., and Briggs, R. C. Comparison of Computer Predictions and Field Data for Dynamic Analysis of Falling Weight Deflectometer Data. Transportation Research Record 1293 (1991) : 61-71.
- Nazarian, S. In Situ Determination of Elastic Moduli of Soil Deposits and Pavement Systems by Spectral-Analysis-of-Surface-Waves Method. Ph. D. dissertation. University of Texas, Austin, 1984.



- Nazarian, S., and Boddapati, K. M. Pavement-Falling Weight Deflectometer Interaction Using Dynamic Finite-Element Analysis. Transportation Research Record 1482 (1995) : 33-43.
- Ong, C. L., Newcomb, E. D. and Siddharthan, R. Comparison of dynamic and static backcalculation moduli for three-layer pavements. Transportation Research Record 1293 (1991) : 86-92.
- Picoux, B., ElAyadi, A., Petit, C. Dynamic response of a flexible pavement submitted by impulsive loading. Soil Dyn Earthquake Eng ,doi:10.1016/j.soildyn.2008.09.001 (2008)
- Polyak, B.T. Introduction to Optimization. New York : Optimization Software, Inc., 1987.
- Rajapakse, R. K. N. D., and Wang, Y. Transient Response of A Layered Pavement. Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering (June 1995) : 423-431.
- Roesset, J. M. and Shao, K. Y. Dynamic Interpretation of Dynaflect and Falling Weight Deflectometer Tests. Transportation Research Record 1022 (1985) : 7-16.
- Sebaaly, B., Davies, T.G., and Mamlouk, M.S. Dynamic of Falling Weight Deflectometer. Journal of Transportation Engineering..ASCE 111 (November 1985) : 618-632.
- Sebaaly, B. E., Mamlouk, M.S., and Davies, T. G. Dynamic Analysis of Falling Weight Deflectometer Data. Transportation Research Record 1070 (1986)
- Seng, C.R., Stokoe, K.K.II., and Roesset, J.M. Effect of Depth to Bedrock on the Accuracy of Backcalculated Moduli Obtained with Dynaflect and FWD Tests. Research Report 1175-5 Center for Transportation Research, University of Texas at Austin (1993)
- Senjuntichai, T., Sapsathiam, Y, Forced Vertical Vibration of Circular Plate in Multilayered Poroelastic Medium, Journal of Engineering Mechanics. Vol. 129, No. 11 :1330-1341. (2003)
- Sivanneswaran, N., Kramer S. L., and Mahoney, J. P. Advanced Backcalculation Using a Nonlinear Least Squares Optimization Technique. Transportation Research
- Stolle, D. F. E., and Peiravian., F. Falling Weight Deflectometer Data Interpretation Using Dynamic Impedance. Canadian Journal of Civil Engineering (1996)

- Tholen, O., Sharma, J., and Terrel, R. L. Comparison of falling weight deflectometer with other deflection testing devices. Transportation Research Record 1007 (1982) : 20-26.
- Uddin, W., Meyer, A. H., Hudson, W. R., and Stoke, K. H. II. A structural evaluation methodology for pavements based on dynamic deflections. Res. Rep. Ctr. For Transp. Res., Univ. of Texas, at Austin 387-1 (1985)
- Ulliditz, P. Pavement Analysis. New York : Elsevier, 1987.
- Ulliditz, P., and Coetzee, N. F. Analytical Procedures in Nondestructive Test on Pavement Evaluation. Transportation Research Record 1482 (1995) : 61-66.
- Uzan, J. Dynamic Linear Back Calculation of Pavement Material Parameters. Journal of Transportation Engineering..ASCE 120 (January 1994) : 109-126.
- Watson, G. N. A treatise on the Theory of Bessel Functions. Cambridge : University Press, 1944.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก

ภาคผนวกนี้แสดงคำตอบทั่วไปของ สมการที่(3.8) - (3.12) ในบทที่ 3 ได้ดังต่อไปนี้

$$\bar{u}_r = -\xi \left( Ae^{\gamma_1 z} + Be^{-\gamma_1 z} + Ce^{\gamma_2 z} + De^{-\gamma_2 z} \right) - \gamma_3 \left( Ee^{\gamma_3 z} - Fe^{-\gamma_3 z} \right) \quad (\text{ก.1})$$

$$\bar{u}_z = \gamma_1 \left( Ae^{\gamma_1 z} - Be^{-\gamma_1 z} \right) + \gamma_2 \left( Ce^{\gamma_2 z} - De^{-\gamma_2 z} \right) + \xi \left( Ee^{\gamma_3 z} + Fe^{-\gamma_3 z} \right) \quad (\text{ก.2})$$

$$\bar{w}_z = \gamma_1 \chi_1 \left( Ae^{\gamma_1 z} - Be^{-\gamma_1 z} \right) + \gamma_2 \chi_2 \left( Ce^{\gamma_2 z} - De^{-\gamma_2 z} \right) - \xi \chi_3 \left( Ee^{\gamma_3 z} + Fe^{-\gamma_3 z} \right) \quad (\text{ก.3})$$

$$\bar{\sigma}_{xr} = -2\xi \left( \gamma_1 \left( Ae^{\gamma_1 z} - Be^{-\gamma_1 z} \right) + \gamma_2 \left( Ce^{\gamma_2 z} - De^{-\gamma_2 z} \right) \right) - S_1 \left( Ee^{\gamma_3 z} + Fe^{-\gamma_3 z} \right) \quad (\text{ก.4})$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = \beta_1 \left( Ae^{\gamma_1 z} + Be^{-\gamma_1 z} \right) + \beta_2 \left( Ce^{\gamma_2 z} + De^{-\gamma_2 z} \right) + 2\xi \gamma_3 \left( Ee^{\gamma_3 z} - Fe^{-\gamma_3 z} \right) \quad (\text{ก.5})$$

$$\bar{p} = \eta_1 \left( Ae^{\gamma_1 z} + Be^{-\gamma_1 z} \right) + \eta_2 \left( Ce^{\gamma_2 z} + De^{-\gamma_2 z} \right) \quad (\text{ก.6})$$

เมื่อ  $A(\xi, \delta), B(\xi, \delta), \dots, F(\xi, \delta)$  เป็นฟังก์ชันค่าเลือก (Arbitrary functions) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขค่าขอบและเงื่อนไขความต่อเนื่อง (Boundary/continuity condition) และ

$$\chi_i = \frac{(\lambda^* + \alpha^2 M^* + 2)L_i^2 - \delta^2}{\rho^* \delta^2 - \alpha M^* L_i^2}, \quad i = 1, 2 \quad (\text{ก.7})$$

$$\chi_3 = \frac{\rho^* \delta}{ib^* - m^* \delta} \quad (\text{ก.8})$$

$$\gamma_i = \sqrt{\xi^2 - L_i^2}, \quad i = 1, 2 \quad (\text{ก.9})$$

$$\gamma_3 = \sqrt{\xi^2 - S^2} \quad (\text{ก.10})$$

$$L_1^2 = \frac{w_1 + \sqrt{w_1^2 - 4w_2}}{2} \quad (\text{ก.11})$$

$$L_2^2 = \frac{w_1 - \sqrt{w_1^2 - 4w_2}}{2} \quad (\text{ก.12})$$

$$S^2 = (\rho^* \chi_3 + 1) \delta^2 \quad (\text{ก.13})$$

$$w_1 = \frac{(m^* \delta^2 - ib^* \delta)(\lambda^* + \alpha^2 M^* + 2) + M^* \delta^2 - 2\alpha M^* \rho^* \delta^2}{(\lambda^* + 2)M^*} \quad (\text{ก.14})$$

$$w_2 = \frac{(m^* \delta^2 - ib^* \delta) \delta^2 - (\rho^*)^2 \delta^4}{(\lambda^* + 2)M^*} \quad (\text{ก.15})$$

$$\eta_i = (\alpha + \chi_i) M^* L_i^2, \quad i = 1, 2 \quad (\text{ก.16})$$

$$\beta_i = 2\gamma_i^2 - \lambda^* L_i^2 - \alpha \eta_i, \quad i = 1, 2 \quad (\text{ก.17})$$

$$S_1 = \xi^2 + \gamma_3^2 \quad (\text{ก.18})$$

เมื่อตัวแปร  $\lambda^*$ ,  $M^*$ ,  $\rho^*$ ,  $m^*$  และ  $b^*$  สามารถหาได้ดังนี้

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{\mu}, \quad M^* = \frac{M}{\mu}, \quad \rho^* = \frac{\rho_f}{\rho}, \quad m^* = \frac{m}{\rho} \quad \text{and} \quad b^* = \frac{ab}{\sqrt{\rho\mu}} \quad (\text{ก.19})$$

และ  $\delta$  คือความถี่ไร้มิติ (dimensionless frequency) ซึ่งสามารถหาค่าได้ดังนี้

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \omega a \quad (\text{ก.20})$$

ซึ่งสามารถจัดสมการที่ ก.1 ถึง ก.6 ได้ในรูปเมทริกซ์ดังนี้

$$\mathbf{u}(\xi, z, \omega) = \mathbf{R}(\xi, z, \omega) \mathbf{C}(\xi, \omega) \quad (\text{ก.21})$$

$$\mathbf{f}(\xi, z, \omega) = \mathbf{S}(\xi, z, \omega) \mathbf{C}(\xi, \omega) \quad (\text{ก.22})$$

เมื่อ

$$\mathbf{u}(\xi, z, \omega) = [\bar{u}_r \quad \bar{u}_z \quad \bar{p}]^T \quad (\text{ก.23})$$

$$\mathbf{f}(\xi, z, \omega) = [\bar{\sigma}_{zr} \quad \bar{\sigma}_{zz} \quad \bar{w}_z]^T \quad (\text{ก.24})$$

$$\mathbf{C}(\xi, \omega) = [A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F]^T \quad (\text{ก.25})$$

สัญลักษณ์  $T$  ที่ปรากฏ หมายถึง ทรานสโพสของเมทริกซ์ ทั้งนี้ เมทริกซ์  $\mathbf{R}(\xi, z, \omega)$  และ  $\mathbf{S}(\xi, z, \omega)$  ในสมการ (3.36) และ (3.37) สามารถหาค่าได้ดังต่อไปนี้

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\xi e^{\gamma_1 z} & -\xi e^{-\gamma_1 z} & -\xi e^{\gamma_2 z} & -\xi e^{-\gamma_2 z} & -\gamma_3 e^{\gamma_3 z} & \gamma_3 e^{-\gamma_3 z} \\ \gamma_1 e^{\gamma_1 z} & -\gamma_1 e^{-\gamma_1 z} & \gamma_2 e^{\gamma_2 z} & -\gamma_2 e^{-\gamma_2 z} & \xi e^{\gamma_3 z} & \xi e^{-\gamma_3 z} \\ \eta_1 e^{\gamma_1 z} & \eta_1 e^{-\gamma_1 z} & \eta_2 e^{\gamma_2 z} & \eta_2 e^{-\gamma_2 z} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{ก.26})$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -2\xi\gamma_1 e^{\gamma_1 z} & 2\xi\gamma_1 e^{-\gamma_1 z} & -2\xi\gamma_2 e^{\gamma_2 z} & 2\xi\gamma_2 e^{-\gamma_2 z} & -S_1 e^{\gamma_3 z} & -S_1 e^{-\gamma_3 z} \\ \beta_1 e^{\gamma_1 z} & \beta_1 e^{-\gamma_1 z} & \beta_2 e^{\gamma_2 z} & \beta_2 e^{-\gamma_2 z} & 2\xi\gamma_3 e^{\gamma_3 z} & -2\xi\gamma_3 e^{-\gamma_3 z} \\ \gamma_1 \chi_1 e^{\gamma_1 z} & -\gamma_1 \chi_1 e^{-\gamma_1 z} & \gamma_2 \chi_2 e^{\gamma_2 z} & -\gamma_2 \chi_2 e^{-\gamma_2 z} & \xi \chi_3 e^{\gamma_3 z} & \xi \chi_3 e^{-\gamma_3 z} \end{bmatrix} \quad (\text{ก.27})$$

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย นนทพงษ์ ธีรานนท์ เกิดวันที่ 19 มีนาคม พ.ศ. 2525 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร ศึกษาระดับมัธยมปลายที่โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2546 หลังจากจบการศึกษาเข้าทำงานที่ บริษัท ไดนามิค เอ็นจิเนียริง คอนซัลแตนท์ จำกัด แล้วเข้าศึกษาต่อในหลักสูตร วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2549



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย