บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 กรณีกลุ่มตัวอย่างชุดเดียว (One-sample case)

กรณีของกลุ่มตัวอย่างชุดเดียวนี้ก็คือ เราสนใจประชากรเดียวนั่นเอง ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ มีการทดสอบให้เลือกใช้ได้หลายวิธีดังนี้

2.1.1 การทดสอบแบบทวินาม (Binomial Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบนามบัญญัติเป็นอย่างน้อย)

2.1.2 การทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับกลุ่มตัวอย่างชุดเดียว (Chi-Square One-Sample Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบนามบัญญัติเป็นอย่างน้อย)

2.1.3 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับกลุ่มตัวอย่างชุดเดียว (Kolmogorov-Smirnov One-Sample Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.1.4 การทดสอบแบบรันส์ (One-Sample Runs Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.1.1 การทดสอบแบบทวินาม (Binomial Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วน เปอร์เซนต์ หรือความน่าจะเป็นของลักษณะ (ประเภท พวก หรือกลุ่ม) หนึ่งที่สนใจของประชากรที่มี 2 ลักษณะ สัดส่วนนี้จะให้เป็น p ($0 \leqslant p \leqslant 1$) ลักษณะนั้น ๆ อาจจะเป็นเพศชาย-หญิง ของดี-ของเสีย รู้หนังสือ-ไม่รู้หนังสือ เป็นต้น ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ความน่าจะเป็นที่คนไทยไม่รู้หนังสือมีค่าเท่ากับ p เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ จะทดสอบได้ทั้งแบบด้านเดียวและสองด้าน เช่น แบบสองด้านคือ

H_0 : ความน่าจะเป็นที่คนไทยไม่รู้หนังสือ = 0.5

H_1 : ความน่าจะเป็นที่คนไทยไม่รู้หนังสือ $\neq$ 0.5

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. นับจำนวนข้อมูลที่อยู่ในกลุ่มที่ 1 = n_1
2. นับจำนวนข้อมูลที่อยู่ในกลุ่มที่ 2 = n_2
3. คำนวณหาค่าจำนวนตัวอย่างทั้งหมด ให้เท่ากับ $n = n_1+n_2$
4. หาค่าที่น้อยกว่าของค่า n_1 และ n_2 ให้เท่ากับ x
5. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$P = P(X \leqslant x) = \sum_{0}^{x} \binom{n}{i} p^{i} (1-p)^{n-i}$$

6. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ P มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ความน่าจะเป็นที่คนไทยไม่รู้หนังสือมีค่า $\neq$ 0.5

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ (n > 25) จะใช้การทดสอบแบบปกติโดยประมาณจากสูตร

$$Z = \frac{x-np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$$

2.1.2 การทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับกลุ่มตัวอย่างชุดเดียว (Chi-Square One-Sample Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับภาวะสารูปสนิทดี เมื่อข้อมูลมีมาตรวัดเป็นแบบนามบัญญัติเป็นอย่างน้อย หลักการที่สำคัญคือ การเปรียบเทียบความถี่คาดหวังกับความถี่ที่สังเกตได้ ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ความน่าจะเป็นที่จะขึ้นหน้าต่าง ๆ จากการโยนลูกเต๋าที่เที่ยงตรงลูกหนึ่งมีค่าเท่ากัน เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบเป็นดังนี้

H_0 : ความน่าจะเป็นที่จะขึ้นหน้าต่างๆ จากการโยนลูกเต๋าที่เที่ยงตรงลูกหนึ่งมีค่าเท่ากัน

H_1 : ความน่าจะเป็นที่จะขึ้นหน้าต่างๆ จากการโยนลูกเต๋าที่เที่ยงตรงลูกหนึ่งมีค่าไม่เท่ากัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. แบ่งข้อมูลออกเป็น k ชั้น (categories)

2. นับจำนวนข้อมูลสำหรับแต่ละชั้น ให้เท่ากับความถี่ที่สังเกตได้ (f_i) สำหรับแต่ละชั้น i ; i = 1, 2, ..., k

3. นับจำนวนข้อมูลทั้งหมด ให้เท่ากับ N

โดยที่ $N = \sum_{1}^{k} f_i$; i = 1, 2, ..., k

4. คำนวณค่าความถี่คาดหวัง (e_i) สำหรับแต่ละชั้น i จากสูตร

$$e_i = \frac{N}{k} \; ; i = 1, 2, \ldots, k$$

5. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$q = \sum_{1}^{k} \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i} \qquad ; i = 1, 2, \ldots, k$$

6. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

ใช้ตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 3 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ q มีค่ามากกว่าค่า X^2 จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a)

และระดับความเป็นอิสระ k-1-s โดยที่ s เป็นจำนวนพารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า

2.1.3 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับกลุ่มตัวอย่างชุดเดียว (Kolmogorov-Smirnov One-Sample Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับภาวะสารูปสนิทดี เมื่อข้อมูลเป็นแบบต่อเนื่อง และมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย ใช้ทดสอบว่าตัวอย่างที่สุ่มมานั้นมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเป็นแบบหนึ่งแบบใดตามที่สงสัยหรือไม่ หลักการที่สำคัญคือ จะสนใจที่ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม(cdf : cumulative distribution function) ที่กล่าวไว้ในสมมติฐานและที่สังเกตได้ และให้ $F_0(x)$ และ $S_n(x)$ แทนฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่กล่าวไว้ในสมมติฐาน และที่สังเกตได้ตามลำดับ ตัวอย่างการทดสอบ เช่น ทดสอบว่า ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ เป็นต้น

ตัวอย่างสมมติฐานที่ต้องการทดสอบ เช่น

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ

H_1 : ประชากรไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ

วิธีการทดสอบ

1. เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก
2. หาความถี่ของข้อมูลในแต่ละค่าสังเกต
3. หาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของข้อมูลตัวอย่าง คือ

$$S_n(x) = \frac{1}{n} \text{ (จำนวน } X_i \text{ ที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ } x)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

โดยที่ n คือ ขนาดของตัวอย่าง

4. หาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามทฤษฎี คือ $F_0(x)$ เช่น ต้องการทดสอบว่าข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ มีวิธีการดังนี้

4.1 คำนวณหาค่าของ $\overline{X}$ และ s^2 จากข้อมูล

4.2 คำนวณหาค่ามาตรฐานสำหรับข้อมูลแต่ละค่าโดยใช้สูตร

$$Z = \frac{x-\bar{X}}{s}$$

4.3 หาค่าความน่าจะเป็นจากตารางแจกแจงปกติมาตรฐาน

4.4 หาฟังก์ชันการแจกแจงสะสม $F_0(x)$

5. หาผลต่างของ $|S_n(x) - F_0(x)|$ แต่ละคู่

6. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$D_n = \text{ค่าสูงสุดของ } |S_n(x)-F_0(x)|$$

7. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

ใช้ตารางโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ(ตารางที่ 5 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ D_n มีค่ามากกว่าค่า $D_{n,a}$ จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ข้อมูลไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

2.1.4 การทดสอบแบบรันส์สำหรับกลุ่มตัวอย่างชุดเดียว (One-Sample Runs Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการสุ่มของการจัดเรียงของตัวอย่างตัวอย่างการทดสอบ เช่น ทดสอบว่า การเกิดเหตุการณ์นั้นเป็นไปอย่างสุ่มหรือไม่ เป็นต้น

รัน (Run) เป็นอนุกรมของสัญลักษณ์ที่เหมือนกัน ซึ่งอาจจะตามหรือนำสัญลักษณ์อื่น ๆ หรือไม่มีสัญลักษณ์อื่นตามหรือนำเลยก็ได้ จำนวนสัญลักษณ์ที่เหมือนกันในรันหนึ่ง ๆ ก็คือความยาวของรัน ถ้าปรากฏว่ามีจำนวนรันมากไปหรือน้อยไปแล้วลำดับจะไม่เป็นแบบสุ่ม ดังนั้นจึงใช้รันสำหรับทดสอบการสุ่มของการจัดเรียง

แบบทดสอบที่เกี่ยวกับการสุ่ม มีอยู่ 3 แบบ ดังนี้

1. ผลรวมของรัน (total number of runs)
2. รันที่อยู่เหนือและใต้มัธยฐาน(runs above and below median)
3. รันที่อยู่บนและล่าง (runs up and down)

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ จะทดสอบได้ทั้งแบบด้านเดียวและสองด้าน เช่น แบบสองด้านคือ

H_0 : การเกิดเหตุการณ์นั้นเป็นไปอย่างสุ่ม

H_1 : การเกิดเหตุการณ์นั้นไม่เป็นไปอย่างสุ่ม

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. ให้สัญลักษณ์ของข้อมูลตามรันที่ต้องการทดสอบ เช่น ให้เครื่องหมาย + สำหรับข้อมูลที่เป็นแบบที่ 1 และให้เครื่องหมาย - สำหรับข้อมูลที่เป็นแบบที่ 2

2. หาจำนวนรันโดยนับเครื่องหมายเหมือนกันที่อยู่ติดกันเป็นหนึ่งรัน ให้เท่ากับ R

3. คำนวณค่าสถิติ ให้เท่ากับ R

4. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

ใช้ตารางรัน (ตารางที่ 6 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ R มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า R หรือมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่า R จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า การเกิดเหตุการณ์นั้นไม่เป็นไปอย่างสุ่ม

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ (n > 25) จะใช้การทดสอบแบบปกติโดยประมาณจากสูตร

$$Z = \frac{R-E(R)}{\sqrt{V(R)}} \sim N(0,1)$$

โดยที่ ค่าเฉลี่ย = $E(R) = \frac{2n_1n_2+1}{n_1+n_2}$

และความแปรปรวน = $V(R) = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2-n_1-n_2)}{(n1+n2)^2\ (n_1+n_2-1)}$

2.2 กรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน (Two-sample case : Related)

เมื่อนักวิจัยต้องการทราบว่าทรีทเมนต์ (treatment) 2 ชนิด จะแตกต่างกันหรือไม่ หรือทรีทเมนต์อันหนึ่งจะดีกว่าอีกอันหนึ่งหรือไม่ ผู้วิจัยจะต้องใช้การทดสอบทางสถิติที่เกี่ยวข้องกับตัวอย่าง 2 ชุด ในที่นี้ทรีทเมนต์อาจหมายถึง การทดลองต่าง ๆ เช่น การทดสอบผลของการฉีดวัคซีน ผลการสอน ผลของการแยกตัวจากครอบครัว การเปลี่ยนสภาพของบ้าน หรือการเปลี่ยนสภาพของอากาศ เป็นต้น ในแต่ละกรณีที่ยกตัวอย่างมานี้ เราอาจทำการเปรียบเทียบกันระหว่างกลุ่มที่ได้รับทรีทเมนต์ (experimental group) กับกลุ่มที่ไม่ได้รับทรีทเมนต์ (controled group) หรือระหว่างกลุ่ม 2 กลุ่มที่ได้รับทรีทเมนต์แตกต่างกันก็ได้ แต่การเปรียบเทียบกันระหว่างกลุ่ม 2 กลุ่มนี้ บางครั้งจะพบว่ากลุ่ม 2 กลุ่มนี้แตกต่างกันโดยไม่ได้เกิดจากการทดลอง ตัวอย่างเช่น การเปรียบเทียบการสอน 2 วิธีกับเด็ก 2 กลุ่มที่แตกต่างกัน หมายความว่าให้เด็กกลุ่มที่ 1 เรียนโดยการสอนวิธีที่ 1 และเด็กกลุ่มที่ 2 เรียนโดยการสอนวิธีที่ 2 ดังนั้น ผลที่ได้ออกมาเราไม่สามารถทราบได้เลยว่า เด็กกลุ่มที่เก่งกว่า (ซึ่งอาจหมายถึงได้คะแนนสูงกว่า) นั้นเป็นเพราะวิธีการสอน หรืออยู่ที่ตัวของเด็กเองเก่งอยู่แล้ว หรืออาจพูดได้ว่ามีตัวแปรอื่นมาทำให้เกิดความแตกต่างเหล่านั้น

ดังนั้นวิธีที่จะขจัดความแตกต่างระหว่างกลุ่มก็คือ ใช้ตัวอย่าง 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน (Two-related samples) ในการทำวิจัยใด ๆ ซึ่งทำได้ 2 วิธีคือ

1. ใช้ตัวอย่างชุดเดียวแต่ทำการทดลอง 2 ครั้ง ในเวลาที่แตกต่างกัน หรือครั้งแรกไม่ทำการทดลอง แต่ทำการทดลองในครั้งที่ 2 แล้วเปรียบเทียบผลการทดลองนั้น

2. ใช้วิธีจับคู่ (pairing) หรือคู่เทียบ (matched-pairs) นั่นก็คือ พยายามเลือกตัวอย่างเป็นคู่ โดยให้แต่ละกลุ่มมีความใกล้เคียงหรือเหมือนกันที่สุด แล้วกำหนด (assign) แต่ละทรีทเมนต์ให้กับตัวอย่างคู่นั้นโดยวิธีสุ่ม หรือในตัวอย่างแต่ละคู่นั้นโดยวิธีการสุ่มให้ตัวหนึ่งไม่ได้รับทรีทเมนต์ แต่อีกตัวหนึ่งได้รับทรีทเมนต์ก็ได้

ในการทดสอบทางสถิติที่ใช้พารามิเตอร์นั้น ถ้าจะวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับตัวอย่าง 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน เราจะใช้การทดสอบสำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก หรือการทดสอบแบบที (t - test) ซึ่งจะต้องสมมติว่าตัวอย่างทั้งคู่จะถูกเลือกมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเป็นแบบปกติ

และประชากรแต่ละชุดมีความเป็นอิสระต่อกัน และมาตรวัดที่ใช้อย่างน้อยต้องเป็นแบบอันตรภาค (interval scale) ซึ่งในบางครั้งผู้วิจัยอาจพบว่าไม่เหมาะสมที่จะใช้การทดสอบแบบที เนื่องจากว่า

1. ข้อสมมติของการทดสอบแบบทีไม่เป็นจริงสำหรับข้อมูลของผู้วิจัย
2. ผู้วิจัยต้องการหลีกเลี่ยงที่จะสร้างข้อสมมติ และต้องการผลสรุปแบบทั่ว ๆ ไป
3. ผลแตกต่างระหว่างข้อมูลไม่ได้เป็นตัวเลข แต่อาจเป็นเครื่องหมาย
4. ข้อมูลของผู้วิจัยสามารถแบ่งเป็นหมวดหมู่ได้โดยง่าย

ถ้าเป็นดังนี้ ผู้วิจัยก็จะเลือกใช้การทดสอบทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งใช้สำหรับตัวอย่าง 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กันแทน ซึ่งการทดสอบมีหลายวิธีให้เลือกใช้ตามความเหมาะสมดังต่อไปนี้

2.2.1 การทดสอบของแมคนีมาร์(McNemar Test for the Significance of Change)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบนามบัญญัติเป็นอย่างน้อย)

2.2.2 การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.2.3 การทดสอบแบบจับคู่โดยใช้เครื่องหมายของวิลคอกซอน (Wilcoxon Matched-Pairs Signed-Ranks Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบอันตรภาคเป็นอย่างน้อย)

2.2.4 การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของสเปียร์แมน(Spearman Rank Correlation Coefficient)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.2.5 การทดสอบ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของเคนดาลล์ (Kendall Rank Correlation Coefficient)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.2.1 การทดสอบของแมคนีมาร์ (McNemar Test for the Significance of Change)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบนัยสำคัญของข้อมูลที่มีลักษณะของการเปลี่ยนแปลง - (change) ในรูปของ "ก่อนและหลัง" (before and after) ซึ่งใช้กับตัวอย่างชุดเดียวกัน แต่ทำการทดลอง 2 ครั้ง แล้วจะมาดูว่าการทดลองก่อนและหลังมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไรบ้าง ตัวอย่างการทดสอบ เช่น ทดสอบว่า ผลการสำรวจความคิดเห็นของนักศึกษาก่อนและหลังการอบรมมีความแตกต่างกันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ เป็นดังนี้

H_0 : ก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลงไม่มีความแตกต่างกัน

H_1 : ก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลงมีความแตกต่างกัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. หาจำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่มของก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลง

2. สร้างตารางแสดงจำนวนข้อมูลหรือความถี่ ตารางที่ได้จะเป็นดังนี้

หลัง / ก่อน	-	+	รวม
+	A	B	A+B
-	C	D	C+D
รวม	A+C	B+D	n

โดยที่ A คือ จำนวนข้อมูลที่เป็นแบบที่ 1 (+) ก่อนการเปลี่ยนแปลง และเป็นแบบที่ 2 (-) หลังการเปลี่ยนแปลง

B คือ จำนวนข้อมูลที่เป็นแบบที่ 1 (+) ทั้งก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลง

C คือ จำนวนข้อมูลที่เป็นแบบที่ 2 (-) ทั้งก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลง

D คือ จำนวนข้อมูลที่เป็นแบบที่ 2 (-) ก่อนการเปลี่ยนแปลง และเป็นแบบที่ 1 (+) หลังการเปลี่ยนแปลง

n คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

3. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

3.1 $$X_c^2 = \frac{(A-D)^2}{(A+D)}$$

หรือ

3.2 $$Z_c = \frac{(A-D)}{\sqrt{(A+D)}} \sim N(0,1)$$

4. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

4.1 กรณี X^2

ใช้ตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 3 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ X_c^2 มีค่ามากกว่าค่า X^2 จากตารางที่ระดับความเป็นอิสระ 1 และระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลงมีความแตกต่างกัน

4.2 กรณี Z_c

ใช้ตารางปกติมาตรฐาน (ตารางที่ 1 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ Z_c มีค่ามากกว่าค่า Z จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด $\frac{(a)}{2}$ และสรุปได้ว่า ก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลงมีความแตกต่างกัน

2.2.2 การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 ประชากร เมื่อไม่ทราบรูปแบบการแจกแจงของประชากรใดประชากรหนึ่ง หรือทั้งสองประชากร หลักการที่สำคัญคือ พิจารณาเครื่องหมายที่เกิดจากความแตกต่างระหว่างข้อมูล 2 ชุด นั่นคือ จำนวนเครื่องหมายบวกควรจะพอ ๆ กับจำนวนเครื่องหมายลบ แต่ถ้าจำนวนเครื่องหมายบวกและเครื่องหมายลบแตกต่างกันมาก ย่อมชี้ให้เห็นว่าประชากร 2 ประชากรแตกต่างกัน

ข้อมูลที่นำมาทดสอบได้มาจากตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กัน เช่น จับคู่กัน หรือใช้ข้อมูลจากตัวอย่างเดียวกัน แต่เก็บรวบรวม 2 ครั้ง การวัดข้อมูลจะใช้มาตรวัดอย่างน้อยที่สุดเป็นแบบจัดอันดับ (ordinal scale) เป็นอย่างน้อย ตัวอย่างการทดสอบ เช่น ทดสอบว่าประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยแตกต่างกันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ จะทดสอบได้ทั้งแบบด้านเดียวและสองด้าน เช่น แบบด้านเดียวคือ

H_0 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

H_1 : ประชากรที่ 1 มีค่าเฉลี่ยมากกว่าประชากรที่ 2

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. หาผลต่างระหว่างข้อมูลทั้ง 2 ชุดจากแต่ละคู่ แล้วแทนด้วยเครื่องหมาย + หรือ - ในกรณีที่ผลต่างมีค่าเป็นศูนย์ให้แทนด้วย 0

2. นับจำนวนเครื่องหมาย + และ - ที่เกิดขึ้น ถ้าเป็น 0 ให้ตัดทิ้ง

3. ให้ X = จำนวนเครื่องหมายที่น้อยที่สุด

4. คำนวณค่าสถิติ โดยอาศัยการแจกแจงแบบทวินาม (binomial distribution) (ตารางที่ 4 ในภาคผนวก ค.) จากสูตร

$$P = P(X>C) = \sum_{c}^{n} \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x}$$

โดยที่ C = ค่าสถิติซึ่งเป็นจุดวิกฤตที่ทำให้ค่าสถิติ P มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a)

n = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

p = 0.5

5. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่า X มีค่ามากกว่าค่า C และสรุปได้ว่า ค่าเฉลี่ยของประชากรที่ 1 มีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยของประชากรที่ 2

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ (n > 25) จะใช้การทดสอบแบบปกติโดยประมาณจากสูตร

$$Z = \frac{X-n/2}{\sqrt{n/4}} \sim N(0,1)$$

2.2.3 การทดสอบแบบจับคู่โดยใช้เครื่องหมายของวิลคอกซอน (Wilcoxon Matched-Pairs Signed-Ranks Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 ประชากร เมื่อไม่ทราบรูปแบบการแจกแจงของประชากร เช่นเดียวกับการทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign Test) หลักการที่สำคัญคือ จัดอันดับความแตกต่างระหว่างข้อมูล 2 ชุด จากแต่ละสิ่งตัวอย่าง แล้วจึงให้เครื่องหมาย ถ้าผลรวมของอันดับความแตกต่างที่มีเครื่องหมายบวกและเครื่องหมายลบต่างกันมากย่อมแสดงว่า ค่าเฉลี่ยของประชากร 2 ประชากรแตกต่างกัน

ข้อมูลที่นำมาทดสอบได้จากตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กัน เช่น จับคู่กันหรือข้อมูลจากตัวอย่างเดียวกัน แต่เก็บรวบรวม 2 ครั้ง การวัดข้อมูลจะใช้มาตรวัดอย่างน้อยที่สุดเป็นแบบอันตรภาค (interval scale) เพราะจะต้องพิจารณาในรูปของอันดับ (rank) ซึ่งต่างจากการทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ จะทดสอบได้ทั้งแบบด้านเดียวและสองด้าน เช่น แบบสองด้านคือ

H_0 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

H_1 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. หาผลต่างระหว่างข้อมูลทั้ง 2 ชุดจากแต่ละคู่ (อาจได้เครื่องหมายเป็น + , - หรือ 0 ก็ได้)

2. จัดอันดับของผลต่างที่ได้ โดยมีหลักเกณฑ์ดังนี้

2.1 เรียงจากน้อยไปมาก

2.2 ตัด 0 ทิ้ง

2.3 ถ้าผลต่างไม่คิดเครื่องหมาย (absolute) มีค่าเท่ากันให้ใช้วิธีเฉลี่ยอันดับ (midrank)

3. ให้เครื่องหมาย (ตามข้อ 1) นำหน้าอันดับแต่ละอันดับ

4. คำนวณค่าสถิติโดยหาผลรวมของอันดับที่มีเครื่องหมาย + และผลรวมของอันดับที่มีเครื่องหมาย - แล้วนำค่าผลรวมของอันดับที่น้อยกว่ามาพิจารณา ให้เท่ากับ T

5. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

ใช้ตารางวิลคอกซอน (ตารางที่ 7 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ T มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากัน

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ (n > 25) จะใช้การทดสอบแบบปกติโดยประมาณจากสูตร

$$Z = \frac{T-E(T)}{\sqrt{V(T)}} \sim N(0,1)$$

โดยที่ ค่าเฉลี่ย = $E(T) = \frac{n(n+1)}{4}$

และค่าความแปรปรวน = $V(T) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$

2.2.4 การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของสเปียร์แมน (Spearman Rank Correlation Coefficient : r)

การหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์วิธีนี้สเปียร์แมน (1904) ได้พัฒนาขึ้นและปัจจุบันใช้กันอย่างแพร่หลาย เป็นวิธีวัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว โดยตัวแปรเหล่านี้จะต้องอยู่ในรูปของข้อมูลประเภทจัดอันดับ (ordinal scale) เป็นอย่างน้อย ในทางปฏิบัติ การหาความสัมพันธ์ดังกล่าว อาจเป็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรประเภทเดียวกันของประชากรกลุ่มเดียวกัน

แต่มีการจัดอันดับ 2 ครั้ง (เช่น การจัดอันดับภาพประกวดโดยกรรมการ 2 คน) หรืออันดับของบุคคลเดียวกันบนตัวแปร 2 ตัว (เช่น คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาปลายปีแรกของวิชาต่าง ๆ ของนักเรียนคนหนึ่ง) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ r (rho) และค่าของ r จะอยู่ระหว่าง -1 กับ 1 ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาปลายปีแรกของวิชาต่าง ๆ ของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ เป็นดังนี้

H_0 : คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาในปลายปีแรกของนักเรียนคนหนึ่งไม่มีความสัมพันธ์กัน $(r = 0)$

H_1 : คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาในปลายปีแรกของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กัน $(r \neq 0)$

<u>วิธีการทดสอบ</u>

ให้ X_i เป็นตัวแปรในกลุ่มที่ 1 ; $i = 1, 2, 3, \ldots N$

Y_i เป็นตัวแปรในกลุ่มที่ 2 ; $i = 1, 2, 3, \ldots N$

N เป็นจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

1. จัดอันดับ (rank) ตัวแปร X เรียงจากน้อยไปมาก ถ้ามีค่าสังเกตซ้ำกัน (tied observation) ให้ใช้วิธีเฉลี่ยอันดับ (midrank)

ให้ $R_i = \text{rank}(X_i)$

2. จัดอันดับ (rank) ตัวแปร X เรียงจากน้อยไปมาก ถ้ามีค่าสังเกตซ้ำกัน (tied observation) ให้ใช้วิธีเฉลี่ยอันดับ (midrank)

ให้ $S_i = \text{rank}(Y_i)$

3. คำนวณค่า $D_i = R_i - S_i$

4. คำนวณค่าสถิติ (สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์) จากสูตร

4.1 กรณีที่ไม่มีค่าสังเกตซ้ำกัน

$$r = 1 - \frac{6\sum_{1}^{N} D_i^2}{N(N^2-1)}$$

4.2 กรณีที่มีค่าสังเกตซ้ำกัน (tied observation)

$$r = \frac{\Sigma x^2 - \Sigma y^2 - \Sigma D^2}{2\sqrt{\Sigma x^2 \Sigma y^2}}$$

โดยที่ $\Sigma x^2 = \frac{N(N^2-1)}{12} - \Sigma T_x$

$$\Sigma y^2 = \frac{N(N^2-1)}{12} - \Sigma T_y$$

$$T_x = \frac{t_x^2 - t_x}{12}$$

และ $T_y = \frac{t_y^2 - t_y}{12}$

ซึ่ง t_x และ t_y เป็นจำนวนซ้ำที่ค่าหนึ่ง ๆ ของตัวแปร X และตัวแปร Y ตามลำดับ

5. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

5.1 กรณีตัวอย่างสุ่มมีขนาดเล็ก ($N < 10$)

ใช้ตารางสเปียร์แมน (ตารางที่ 20 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าความน่าจะเป็นที่ได้จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) เมื่อตัวอย่างมีขนาด N มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) และสรุปได้ว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กัน นั่นคือ คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาปลายปีแรกของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กัน

5.2 กรณีตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่ ($N \geqslant 10$)

ใช้การทดสอบแบบที จากสูตร

$$t = r\sqrt{\frac{N-2}{1-r^2}}$$

ใช้ตารางสติวเดนท์ที (ตารางที่ 2 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ t มีค่ามากกว่าค่า t จากตารางที่ระดับความเป็นอิสระ N-2 และ

ระดับนัยสำคัญที่กำหนด $\frac{(a)}{2}$ และสรุปได้ว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กัน นั่นคือ คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาปลายปีแรกของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กัน

2.2.5 การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงอันดับของเคนดาลล์ (Kendall Rank Correlation Coefficient : T)

การหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์วิธีนี้เคนดาลล์ (1938) ได้พัฒนาขึ้น เรียกว่า Kendall's T ซึ่งเป็นอีกวิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันมากพอสมควร ในกรณีที่ข้อมูลอยู่ในลักษณะจัดอันดับ (ordinal scale) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ T (tau) และค่าของ T จะอยู่ระหว่าง −1 กับ 1 เช่นเดียวกับค่าของ r ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาปลายปีของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ เป็นดังนี้

H_0 : คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาในปลายปีแรกของนักเรียนคนหนึ่งไม่มีความสัมพันธ์กัน ($T = 0$)

H_1 : คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาในปลายปีแรกของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กัน ($T \neq 0$)

<u>วิธีการทดสอบ</u>

ให้ X_i เป็นตัวแปรในกลุ่มที่ 1 ; $i = 1, 2, 3, \ldots N$

Y_i เป็นตัวแปรในกลุ่มที่ 2 ; $i = 1, 2, 3, \ldots N$

N เป็นจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

1. จัดอันดับค่าสังเกตของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง ในที่นี้ให้เป็นค่าสังเกต x ของตัวแปร X เรียงจากน้อยไปมาก ถ้ามีค่าสังเกตซ้ำกัน (tied observation) ให้ใช้วิธีเฉลี่ยอันดับ (midrank) สำหรับค่าสังเกต y ของตัวแปร Y จะตามค่า x เราเรียก x ว่าอยู่ในลำดับธรรมชาติ (natural order) และค่าสังเกตของตัวแปร y จะต้องจัดอันดับเสียก่อนโดยเรียงจากน้อยไปมากเช่นเดียวกับ x และถ้ามีค่าสังเกตซ้ำกัน (tied observation) ให้ใช้วิธีเฉลี่ยอันดับ (midrank)

2. เปรียบเทียบค่าสังเกต y ในข้อ 1 เป็นคู่ ๆ จากซ้ายไปขวา ดังนี้

y ตัวแรกที่คู่กับ x อันดับที่ 1 จะเปรียบเทียบกับ y ตัวถัดไป ซึ่งจะได้ทั้งหมด (N-1) คู่

y ตัวที่ 2 ที่คู่กับ x อันดับที่ 2 จะเปรียบเทียบกับ y ตัวถัดไป ซึ่งจะไได้ทั้งหมด (N-2) คู่

...

...

...

y ตัวที่ N-2 ที่คู่กับ x อันดับที่ N-2 จะเปรียบเทียบกับ y ตัวถัดไป ซึ่งจะได้ทั้งหมด 2 คู่

y ตัวที่ N-1 ที่คู่กับ x อันดับที่ N-1 จะเปรียบเทียบกับ y ตัวถัดไป ซึ่งจะได้ทั้งหมด 1 คู่

ดังนั้น การเปรียบเทียบทั้งหมดของค่า y จะมี (N-1)+(N-2)+...+2+1 = $\frac{N}{2}(N+1)$ คู่ หรือ $\binom{N}{2}$ คู่

การเปรียบเทียบค่า y ตัวแรกกับค่า y ตัวถัดไป ถ้าน้อยกว่ากัน เราจะเรียกคู่ของ y นั้นว่าอยู่ในลำดับธรรมชาติ และให้เครื่องหมาย + แต่ถ้ามากกว่ากันก็แสดงว่าคู่ของ y นั้นไม่อยู่ในลำดับธรรมชาติ (reverse natural order) และให้เครื่องหมาย –

3. ให้ f_c เป็นจำนวนคู่ของลำดับที่อยู่ในลำดับธรรมชาติที่มีเครื่องหมายเป็น + (+1)

4. ให้ f_d เป็นจำนวนคู่ของลำดับที่ไม่อยู่ในลำดับธรรมชาติ ที่มีเครื่องหมายเป็น - (-1)

5. คำนวณค่าสถิติ (สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์) จากสูตร

5.1 กรณีที่ไม่มีค่าสังเกตซ้ำกัน

$$T = \frac{2S}{N(N-1)}$$

โดยที่ $S = f_c - f_d$

5.2 กรณีที่มีค่าสังเกตซ้ำกัน (tied observation)

$$T = \frac{S}{(1/2)N(N-1)-T_x \quad (1/2)N(N-1)-T_y}$$

โดยที่ $T_x = \frac{1}{2}(t_x^3 - t_x)$

และ $T_y = \frac{1}{2}(t_y^3 - t_y)$

ซึ่ง t_x และ t_y เป็นจำนวนซ้ำที่ค่าหนึ่ง ๆ ของตัวแปร X และตัวแปร Y ตามลำดับ

6. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

6.1 กรณีตัวอย่างสุ่มมีขนาดเล็ก ($N \leqslant 10$)

ใช้ตารางเคนดาลล์ (ตารางที่ 21 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าความน่าจะเป็นที่ได้จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด(a) เมื่อตัวอย่างมีขนาด Nมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่าตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กัน นั่นคือ คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาปลายปีของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กัน

6.2 กรณีตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่ ($N > 10$)

ใช้การทดสอบแบบปกติโดยประมาณ จากสูตร

$$Z = \frac{T-E(T)}{\sqrt{V(T)}} \sim N(0,1)$$

โดยที่ ค่าเฉลี่ย = E(T) = 0

และค่าความแปรปรวน = $V(T) = \frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}$

ใช้ตารางปกติมาตรฐาน (ตารางที่ 1 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ Z มีค่ามากกว่าค่า Z จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด $\frac{(a)}{2}$

และสรุปได้ว่า ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กัน นั่นคือ คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาปลายปีของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กัน

หรือใช้ค่าความน่าจะเป็น (p value) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าความน่าจะเป็น $P(Z>z)$ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด $\frac{(a)}{2}$ และสรุปได้ว่า ตัวตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กัน นั่นคือ คะแนนสอบเข้ากับคะแนนผลการศึกษาปลายปีของนักเรียนคนหนึ่งมีความสัมพันธ์กัน

2.3 กรณีกลุ่มตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน (Two-sample case : Independent)

ถึงแม้ว่าการใช้ตัวอย่าง 2 ชุด ซึ่งมีความสัมพันธ์กันนั้นมีข้อดีมากมาย แต่ในทางปฏิบัติแล้วทำได้ยาก จะพบบ่อย ๆ ว่า ในกรณีที่ใช้ตัวอย่างชุดเดียวแต่ทำการทดลองสองครั้ง เพื่อให้ได้ตัวแปร (X,Y) นั้น ใช้ได้เฉพาะบางกรณีเท่านั้น แต่ในบางกรณีการที่จะให้ได้ตัวแปรตาม Y ในการทดลองครั้งที่สองนั้น แทบจะหมดโอกาสที่จะเป็นไปได้ เช่น ถ้าตัวแปรตาม Y คือ ระยะเวลาของการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน เพราะโจทย์ปัญหานั้นจะไม่เคยเห็นมาก่อนก็แต่เพียงครั้งแรกเท่านั้น หรือถึงแม้จะใช้คู่เหมือนก็อาจเป็นไปไม่ได้ที่จะใช้ บางทีอาจเป็นเพราะผู้วิจัยได้เพิกเฉยต่อประโยชน์ของการใช้คู่เหมือน หรืออาจจะเป็นเพราะผู้วิจัยไม่มีความสามารถที่จะหาเครื่องมือที่ดีมาวัดความเหมือนของตัวแปรแต่ละคู่หรือสุดท้าย เพราะคู่เหมือนที่ดีอาจหาไม่ได้ก็ได้

ดังนั้น เมื่อตัวอย่าง 2 ชุดเป็นไปไม่ได้ในทางปฏิบัติ หรือไม่เหมาะสมที่จะใช้ ก็อาจจะต้องเลือกตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน และในหัวข้อนี้จะได้อธิบายถึงการทดสอบสำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน เพื่อดูว่าตัวอย่างทั้ง 2 ชุดนั้นมีความแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร ซึ่งการดูถึงความแตกต่างของตัวอย่างนี้ ก็เท่ากับเป็นการดูถึงความแตกต่างของกรรมวิธีที่ใช้กับตัวอย่างทั้ง 2 ชุดนั่นเอง

ตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกันนั้น ได้มาจาก 2 วิธีคือ

1. ตัวอย่างแต่ละชุดถูกสุ่มมาจากประชากร 2 ชุดที่แตกต่างกัน

2. ตัวอย่างแต่ละชุดอาจได้จากการกำหนดทรีทเมนต์ 2 ทรีทเมนต์ โดยวิธีสุ่มทรีทเมนต์ให้กับตัวอย่างทั้ง 2 ชุดนั้น

ในทั้ง 2 วิธีนี้ ตัวอย่าง 2 ชุดไม่จำเป็นต้องมีขนาดเท่ากันก็ได้

การใช้การทดสอบทางสถิติที่ใช้พารามิเตอร์สำหรับวิเคราะห์ข้อมูลจากตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกันนี้ อาจใช้การทดสอบแบบที (t test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่ม โดยที่การทดสอบแบบทีต้องมีข้อสมมติว่า ข้อมูลที่ได้เป็นค่าสังเกตที่ได้จากประชากร 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติที่มีความแปรปรวนเท่ากัน เนื่องจากต้องหาค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมาทำการหาค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ ดังนั้น ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบอันตรภาคเป็นอย่างน้อย บางครั้งผู้วิจัยอาจพบว่า การใช้การทดสอบแบบทีไม่เหมาะสมเนื่องจาก

1. ข้อสมมติของการทดสอบแบบทีไม่เป็นจริงสำหรับข้อมูลของผู้วิจัย

2. ผู้วิจัยชอบที่จะหลีกเลี่ยงการตั้งข้อสมมติและต้องการให้ผลสรุปเป็นแบบธรรมดาทั่ว ๆ ไป

3. ข้อมูลของผู้วิจัยอาจไม่เป็นตัวเลข

ดังนั้น ผู้วิจัยก็จะต้องเลือกใช้การทดสอบทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่ใช้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 ชุดซึ่งเป็นอิสระต่อกัน การทดสอบมีหลายวิธีให้เลือกใช้ตามความเหมาะสม ดังต่อไปนี้

2.3.1 การทดสอบแบบไคสแควร์ (Chi-Square Test for Two-Independent Samples)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบนามบัญญัติเป็นอย่างน้อย)

2.3.2 การทดสอบแบบมัธยฐาน (Median Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.3.3 การทดสอบของแมน-วิทนีย์ (Mann-Whitney U Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.3.4 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov Two-Sample Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.3.5 การทดสอบแบบรันส์ของวอลด์-วอลฟอวิทซ์(Wald-Wolfowitz Runs Test)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัด เป็นแบบจัดอันดับ เป็นอย่างน้อย)

2.3.6 การทดสอบแบบปฏิกิริยารุนแรงของโมสส์ (Moses Test of Extreme Reactions)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัด เป็นแบบจัดอันดับ เป็นอย่างน้อย)

2.3.1 การทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน (Chi-Square Test for Two-Independent Samples)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบการแจกแจงของตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน เพื่อดูว่าตัวอย่างทั้ง 2 ชุดนั้นจะแตกต่างกันหรือไม่ เมื่อเทียบกับความถี่สัมพัทธ์ (relative frequency) ที่ทั้ง 2 ชุดจะถูกแยกเป็นชั้น (categories) ต่างๆ เหล่านั้น หรือถ้าจะพูดในแง่ของความน่าจะเป็นก็จะดูว่าความน่าจะเป็นของตัวอย่างทั้ง 2 ชุดในคอลัมน์เดียวกันมีค่าเท่า ๆ กัน (ถ้าตารางมีขนาด 2 X c โดยที่ c คือ จำนวนคอลัมน์ : จำนวนลักษณะที่นำมาทดสอบ)

ข้อมูลจากตัวอย่างจะมีมาตรวัดเป็นแบบนามบัญญัติเป็นอย่างน้อยและข้อมูลก็จะถูกจัดให้อยู่ในรูปตารางการแจกแจงขนาด 2 X c (หรือ r X 2) โดยที่ 2 แถวหรือ 2 คอลัมน์นั้นแทนตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน ตัวอย่างการทดสอบ เช่น ทดสอบว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรเป็นอิสระต่อกันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบเป็นดังนี้

H_0 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรเป็นอิสระต่อกัน

H_1 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรไม่เป็นอิสระต่อกัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตารางการแจกแจงแบบ 2 X c (หรือ r X 2) และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละช่อง = O_{ij} ; i = 1, 2 ; j = 1, 2, 3, ... , c

2. คำนวณค่าผลรวมของค่าสังเกตในแต่ละแถว = n_i

3. คำนวณค่าผลรวมของค่าสังเกตในแต่ละคอลัมน์ = n_j

4. คำนวณค่าสังเกตทั้งหมด = $N = \Sigma n_i = \Sigma n_j$

5. คำนวณค่าคาดหวังของแต่ละช่อง = $E_{ij} = \frac{n_i n_j}{N}$

6. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$q = \sum_{1}^{2}\sum_{1}^{c} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

7. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

ใช้ตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 3 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ q มีค่ามากกว่าค่า X^2 จากตารางที่ระดับความเป็นอิสระ c-1 และระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรไม่เป็นอิสระต่อกัน

2.3.2 การทดสอบแบบมัธยฐาน (Median Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบว่าตัวอย่างอิสระ 2 ชุดมาจากประชากร 2 ประชากรที่มีค่ามัธยฐานเท่ากันหรือไม่ หลักการที่สำคัญก็คือ ถ้าประชากรทั้ง 2 กลุ่มมีค่ามัธยฐานเท่ากัน เราย่อมคาดได้ว่า จำนวนข้อมูลที่มีค่าสูงกว่าและต่ำกว่ามัธยฐานของข้อมูลทั้งหมดควรจะมีจำนวนครึ่งหนึ่งในตัวอย่างแต่ละกลุ่ม ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่ามัธยฐานเท่ากันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบเป็นดังนี้

H_0 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่ามัธยฐานเท่ากัน

H_1 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่ามัธยฐานไม่เท่ากัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. หาค่ามัธยฐานของข้อมูลทั้งหมด (ทั้ง 2 ชุดรวมกัน)
2. หาจำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่มที่มีค่าสูงกว่าและต่ำกว่ามัธยฐาน
3. สร้างตารางแสดงจำนวนข้อมูล หรือความถี่ที่ได้

ตารางที่ได้จะเป็นดังนี้

จำนวนข้อมูล	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	รวม
มากกว่ามัธยฐาน	a	b	a+b
น้อยกว่ามัธยฐาน	c	d	c+d
รวม	n_1=a+c	n_2=b+d	$n=n_1+n_2$

4. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$X^2 = \frac{n(|ad-bc|-n/2)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$$

5. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

ใช้ตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 3 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ X^2 มีค่ามากกว่าค่า X^2 จากตารางที่ระดับความเป็นอิสระ 1 และระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่ามัธยฐานไม่เท่ากัน

2.3.3 การทดสอบของแมน-วิทนีย์ (Mann-Whitney U Test)

การทดสอบนี้เป็นการทดสอบที่ใช้แทนการทดสอบแบบทีในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ การทดสอบของแมน-วิทนีย์นี้บางครั้งเรียกว่า การทดสอบแบบยู (U) เพราะตัวสถิติทดสอบมีชื่อว่ายู การทดสอบนี้ใช้ทดสอบสมมติฐานที่ว่าประชากร 2 ประชากรมีการแจกแจงความน่าจะเป็นเหมือนกันหรือไม่ โดยข้อมูลที่นำมาทดสอบนั้นได้จากตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด และมีมาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบจัดอันดับ (ordinal scale) ตัวอย่างการทดสอบ เช่น ทดสอบว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ จะทดสอบได้ทั้งแบบด้านเดียวและสองด้าน เช่น แบบสองด้านคือ

H_0 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

H_1 : ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

กำหนดให้ n_1 เป็นจำนวนข้อมูลของตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 เป็นจำนวนข้อมูลของตัวอย่างกลุ่มที่ 2

1. นำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมาเรียงลำดับร่วมกันจากน้อยไปมาก กรณีค่าสังเกตซ้ำกัน (tied obversation) จะใช้วิธีเฉลี่ยอันดับ (midrank)

2. หาผลรวมของอันดับ (rank) ของข้อมูลในกลุ่มที่ 1 ให้เท่ากับ R_1

3. หาผลรวมของอันดับ (rank) ของข้อมูลในกลุ่มที่ 2 ให้เท่ากับ R_2

4. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$$

หรือ

$$U_2 = n_1 n_2 - U_1$$

และสุดท้ายจะได้ว่า U = ค่าต่ำสุดระหว่าง U_1 กับ U_2

5. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

5.1 กรณี $n_1 \leqslant 8,\ n_2 \leqslant 8$

ใช้ตารางแมน-วิทนีย์ (ตารางที่ 7,8,9 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าความน่าจะเป็น (p value) ที่ได้จากตาราง มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากัน

5.2 กรณี $n_1 \geqslant 9,\ n_2 \leqslant 20$

ใช้ในตารางแมน-วิทนีย์ (ตารางที่ 11,12,13,14 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ U ที่คำนวณได้ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าของ U ที่ได้จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากัน

5.3 กรณี $n_1, n_2 > 20$

ตัวสถิติ U จะมีลักษณะการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติโดยประมาณ จากสูตร

$$Z = \frac{U-E(U)}{\sqrt{V(U)}} \sim N(0,1)$$

โดยที่ ค่าเฉลี่ย = $E(U) = \frac{n_1 n_2}{2}$

และค่าความแปรปรวน = $V(U) = \frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}$

ใช้ตารางปกติมาตรฐาน (ตารางที่ 1 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าของ Z ที่ได้จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด $(a/2)$ และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง 2 ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากัน

กรณีค่าสังเกตซ้ำกัน (tied obversation) มีวิธีการคำนวณค่า U ดังนี้

$$U_t = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$$

$$U'_t = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R2$$

หรือ

$$U'_t = n_1 n_2 - U_t$$

$$E(U_t) = \frac{n_1 n_2}{2}$$

$$V(U_t) = \frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}\left[1-\frac{\Sigma(t^3-t)}{n(n^2-1)}\right]$$

โดยที่ $n = n_1+n_2$

t = จำนวนซ้ำที่อันดับใดอันดับหนึ่ง

และ $$Z = \frac{U_t - E(U_t)}{\sqrt{V(U_t)}} \sim N(0,1)$$

2.3.4 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 ชุด (Kolmogorov-Smirnov Two-Sample Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบเกี่ยวกับการแจกแจงของตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน เพื่อทดสอบว่า ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ จะทดสอบได้ทั้งแบบด้านเดียวและสองด้าน เช่น แบบสองด้านคือ

H_0 : ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกัน

H_1 : ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

กำหนดให้ X_i เป็นข้อมูลในกลุ่มที่ 1 ; $i = 1, 2, 3, \ldots, m$

m เป็นขนาดของตัวอย่างกลุ่มที่ 1

Y_j เป็นข้อมูลในกลุ่มที่ 2 ; $j = 1, 2, 3, \ldots, n$

n เป็นขนาดของตัวอย่างกลุ่มที่ 2

1. นำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมาเรียงลำดับร่วมกันจากน้อยไปมาก
2. หาความถี่ของข้อมูลในแต่ละค่าของทั้ง 2 กลุ่ม
3. หาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของข้อมูลตัวอย่าง ดังนี้

$$S_m(x) = \frac{1}{m}(\text{จำนวน } X_i \text{ ที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ } x)$$

และ

$$T_n(x) = \frac{1}{n}(\text{จำนวน } Y_j \text{ ที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ } y$$

4. หาค่าผลต่าง $S_m(x) - T_n(x)$ แต่ละคู่

5. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$D_{m,n} = \text{ค่าสูงสุดของ } \left| S_m(x) - T_n(x) \right|$$

6. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

6.1 กรณี $m = n$ และ $m,n \leqslant 40$

ใช้ตารางโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (ตารางที่ 15 ในภาคผนวก ค.) จะได้ค่า K_d จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และคำนวณค่า $D_{m,n,a} = \frac{K_d}{m}$ ดังนั้น จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ $D_{m,n}$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $D_{m,n,a}$ และสรุปได้ว่า ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน

6.2 กรณี $m,n > 40$

ใช้ตารางโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (ตารางที่ 16 ในภาคผนวก ค.) จะได้ค่า D จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และคำนวณค่า $D_{m,n,a} = D\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 n_2}}$ ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ $D_{m,n}$ มีค่ามากกว่า หรือเท่ากับค่า $D_{m,n,a}$ และสรุปได้ว่า ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน

2.3.5 การทดสอบแบบรันส์ของวอลด์-วอลฟอวิทซ์ (Wald-Wolfowitz Runs Test)

การทดสอบนี้จะใช้เมื่อต้องการทราบว่าตัวอย่าง 2 ชุดซึ่งเป็นอิสระต่อกันนั้นถูกเลือกมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ กล่าวคือ ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่พอ การทดสอบแบบรันส์ของวอลด์-วอลฟอวิทซ์จะสามารถปฏิเสธ H_0 ถ้าประชากรทั้งสองแตกต่างกันในทางใดก็ได้ เช่น แตกต่างทางแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง ทางความแปรปรวน หรือทางความเบ้ เป็นต้น ดังนั้นการทดสอบนี้สามารถใช้ได้กว้างขวางกว่าการทดสอบแบบอื่นที่ใช้ได้เฉพาะกรณี เช่น การทดสอบแบบมัธยฐาน ซึ่งใช้ทดสอบได้เฉพาะว่า ตัวอย่าง 2 กลุ่มถูกเลือกมาจากประชากรที่มีมัธยฐานเท่ากันหรือไม่ เท่านั้น ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่เหมือน

กันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ เป็นดังนี้

H_0 : ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกัน

H_1 : ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. นำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมาเรียงลำดับร่วมกันจากน้อยไปมาก แล้วแทนแต่ละค่าของข้อมูลด้วยตัวเลข 1 หรือ 2 แล้วแต่ว่าข้อมูลนั้นมาจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1 หรือ 2

2. นับจำนวนรัน โดยนับตัวเลขเหมือนกันที่อยู่ติดกันเป็น 1 รัน ให้เท่ากับ R

3. คำนวณค่าสถิติ ให้เท่ากับ R

4. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

กำหนดให้ n_1 เป็นจำนวนข้อมูลของตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 เป็นจำนวนข้อมูลของตัวอย่างกลุ่มที่ 2

4.1 กรณี $n_1, n_2 \leqslant 20$

ใช้ตารางรัน (ตารางที่ 6 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ R มีค่ามากกว่าค่า R จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่าตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน

4.2 กรณี $n_1, n_2 > 20$

ใช้การทดสอบแบบปกติโดยประมาณ จากสูตร

$$Z = \frac{R-E(R)}{\sqrt{V(R)}} \sim N(0,1)$$

โดยที่ ค่าเฉลี่ย = $E(R) = \frac{2n_1n_2+1}{n_1+n_2}$

และค่าความแปรปรวน = $V(R) = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2-n_1-n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)}$

ใช้ตารางปกติมาตรฐาน (ตารางที่ 1 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ Z มีค่ามากกว่าค่า Z จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด $\frac{(a)}{2}$ และสรุปได้ว่า ตัวอย่าง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน

2.3.6 การทดสอบแบบปฏิกิริยารุนแรงของโมสส์ (Moses Test of Extreme Reactions)

ในทางจิตวิทยานั้นบางครั้งเราคาดว่า ในเงื่อนไขของการทดลองจะทำให้ตัวทดลองบางตัวแสดงถึงพฤติกรรมที่รุนแรงหรือเด่นชัดในทิศทางหนึ่ง และอีกกลุ่มหนึ่งก็จะมีพฤติกรรมตรงกันข้าม ตัวอย่างเช่น ในสภาพความกดดันทางเศรษฐกิจ และความไม่แน่นอนของการเมือง อาจทำให้บางคนมีความคิดเห็นทาง "ขวาจัด" หรือบางคนมีความคิดเห็นทาง "ซ้ายจัด" หรือในสภาวะการณ์ที่ไม่ได้พักผ่อนของคนไข้โรคจิตก็จะทำให้คนไข้กลุ่มหนึ่งเกิดการตื่นเต้นจัด และอีกกลุ่มหนึ่งเกิดการเฉื่อยชาเอามาก ๆ

ในการวิจัยทางจิตวิทยาแล้วสามารถกล่าวได้ว่า การแสดงความขัดแย้งนั้นแสดงออกได้ 2 แบบ การทดสอบของโมสส์นี้ก็ถูกคิดขึ้นสำหรับทดสอบสมมติฐานของข้อมูลชนิดนี้ ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่แตกต่างกันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ เป็นดังนี้

H_0 : ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่ไม่แตกต่างกัน

H_1 : ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่แตกต่างกัน

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. นำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมาเรียงลำดับร่วมกันจากน้อยไปมาก แล้วแทนแต่ละค่าของข้อมูลด้วยตัวอักษร E หรือ C แล้วแต่ว่าข้อมูลนั้นมาจากตัวอย่างกลุ่มทดลอง (experimental) หรือกลุ่มควบคุม (controled)

กำหนดให้ n_e เป็นจำนวนตัวอย่างของกลุ่มทดลอง

n_c เป็นจำนวนตัวอย่างของกลุ่มควบคุม

ดังนั้น จะมีอันดับที่ของข้อมูลตั้งแต่อันดับที่ 1 ถึงอันดับที่ n_e+n_c

2. หาการกระจายของ C โดยดูค่าอันดับต่ำสุดและสูงสุดของ C แล้วนับจำนวนตัวอักษร E และ C ระหว่าง 2 ค่านั้น (โดยรวมค่าปลายสุดทั้ง 2 ค่านั้นด้วย) แทนด้วย S' หรือคำนวณจาก S' = (อันดับสูงสุดของ C - อันดับต่ำสุดของ C)+1

3. เลือกค่า h = 1 แล้วตัดค่าอันดับต่ำสุดและสูงสุดของ C เข้าไปข้างละ 1 ตำแหน่ง และคำนวณค่า S_h = (อันดับสูงสุดอันดับ 2 ของ C - อันดับต่ำสุดอันดับ 2 ของ C)+1

4. คำนวณค่าน้อยที่สุดของ S_h ที่จะเป็นไปได้ ให้เท่ากับ g จากสูตร

$$g = S_h - (n_c - 2h)$$

5. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$P = P(S_h \leqslant n_c - 2h + g) = \frac{\sum_{0}^{g} \binom{i+n_c-2h-2}{i} \binom{n_e+2h+1i}{n_e-i}}{\binom{n_c+n_e}{n_c}}$$

6. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

จะปฏิเสธสมมติฐานถ้าค่าสถิติ P มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมาจากประชากรที่แตกต่างกัน

2.4 กรณีกลุ่มตัวอย่าง k ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน (K-sample case : Related)

ในหัวข้อก่อนได้มีการศึกษาถึงการทดสอบสมมติฐานสำหรับตัวอย่างชุดเดียว ตัวอย่าง 2 ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน และตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกันมาแล้ว ในหัวข้อนี้จะเป็นการศึกษาถึงการทดสอบสมมติฐานว่าตัวอย่าง k ชุด โดยที่ k $\geqslant$ 3 ถูกสุ่มมาจากประชากรชุดเดียวกันหรือเหมือนกันหรือไม่ ซึ่งตัวอย่างก็เป็นไปได้ทั้งแบบ k ชุดที่มีความสัมพันธ์กัน และ k ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน แต่ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงตัวอย่าง k ชุดที่มีความสัมพันธ์กันก่อน

เมื่อผู้วิจัยวางแผนการทดลอง (design experiment) ใด ๆ ที่ต้องการตัวอย่างหรือเงื่อนไขมากกว่า 2 ชุด และต้องการเปรียบเทียบดูว่ามีความแตกต่างกันระหว่างตัวอย่าง k

ชุดนั้นหรือไม่ ถ้าผู้วิจัยใช้การทดสอบสำหรับตัวอย่าง 2 ชุด ผู้วิจัยจะต้องทำการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบกันทั้งหมด (2) ครั้ง ซึ่งทำให้เกิดความยุ่งยากในการคำนวณ และจะเกิดข้อผิดพลาดได้ง่าย

สำหรับการทดสอบทางสถิติที่ใช้พารามิเตอร์นั้น ถ้าผู้วิจัยต้องการทดสอบว่าตัวอย่างหลาย ๆ ชุดนั้นมาจากประชากรชุดเดียวกันหรือเหมือนกันหรือไม่ ผู้วิจัยจะต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance : ANOVA) หรือ F test ซึ่งต้องมีข้อสมมติดังนี้

1. ค่าสังเกตต้องเลือกสุ่มอย่างเป็นอิสระมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

2. ประชากรทั้งหมดมีความแปรปรวนเท่ากัน

3. ค่าเฉลี่ยของทุกประชากรเป็นองค์ประกอบเชิงเส้น(linear combination) กับผลกระทบ (effect) ซึ่งเกิดขึ้นจากแถว (row) และคอลัมน์ (column) นั่นคือ ผลกระทบต้องเป็นบวก

4. มาตรวัดอย่างน้อยต้องเป็นแบบอันตรภาค

ในทางปฏิบัติผู้ทำการวิจัยอาจพบว่า ข้อสมมติเหล่านี้ไม่เป็นจริงเสมอไป และถ้าผู้วิจัยต้องการที่จะหลีกเลี่ยงการตั้งข้อสมมติขึ้นมา ผู้วิจัยก็อาจเลือกใช้การทดสอบทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ก็ได้ นอกเหนือจากการหลีกเลี่ยงการตั้งข้อสมมติแล้ว การทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ยังสามารถใช้ทดสอบตัวอย่าง k ชุด ในกรณีที่ข้อมูลเป็นกลุ่มหรือเป็นอันดับได้

สำหรับตัวอย่าง k ชุดที่สัมพันธ์กัน หมายถึง ตัวอย่าง k ชุดซึ่งมีขนาดเท่า ๆ กันเหมือนกัน หรือมีตัวอย่างชุดเดียวแต่ทำการทดลอง k เงื่อนไขก็ได้ ซึ่งการวางแผนที่ใช้ก็คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองท่าง (two-way analysis of variance) หรือบางครั้งอาจเรียกว่า การวางแผนการทดลองแบบบล็อกสุ่มสมบูรณ์ (Randomized Complete-Block Design : RCBD)

การทดสอบสำหรับตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน k ชุดมีหลายวิธีให้เลือก แต่ในที่นี้นำมาใช้เพียง 2 วิธี ดังต่อไปนี้

2.4.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทางของคอคแรน(Cochran Q Test)
(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบนามบัญญัติ(ที่มีลักษณะเป็น dichotomous) เป็นอย่างน้อย)

2.4.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทางของฟรีดแมน (Friedman Two-Way Analysis of Variance)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับเป็นอย่างน้อย)

2.4.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทางของคอคแรน(Cochran Q Test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบว่าตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรเดียวกัน หรือมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบเดียวกัน ข้อมูลที่นำมาทดสอบจะถูกบันทึกเป็นค่าตัวเลข 1 หรือ 0 เท่านั้น ซึ่งใช้แทนการประสบผลสำเร็จ (success) และไม่สำเร็จ (failure) ตามลำดับและถูกจัดให้อยู่ในตารางการแจกแจง 2 ทาง ทางด้านแนวนอน (row) จะเป็นอิสระต่อกัน ส่วนทางด้านแนวตั้ง (column) จะมีความสัมพันธ์กัน หลักการที่สำคัญคือ ค่าของผลรวมในแนวตั้งควรจะมีค่าใกล้เคียงกัน ถ้าแตกต่างกันมากแสดงว่า ตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่แตกต่างกัน ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ เป็นดังนี้

H_0 : ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

H_1 : ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. คำนวณหาค่าผลรวมของแนวนอนที่ $i = L_i$; $i = 1, 2, \ldots, n$
2. คำนวณหาค่าผลรวมของแนวตั้งที่ $j = L_j$; $j = 1, 2, \ldots, k$
3. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$Q_c = \frac{(k-1)\left(k\sum_{1}^{k} G_j^2 - \left(\sum_{1}^{k} G_j\right)^2\right)}{k\sum_{1}^{n} L_i - \sum_{1}^{n} L_i^2}$$

4. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

ใช้ตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 3 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ Q_c มีค่ามากกว่าค่า X^2 จากตารางที่ระดับความเป็นอิสระ k-1 และระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

หรือใช้ค่าความน่าจะเป็น (p value) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าความน่าจะเป็นมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

2.4.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทางของฟรีดแมน (Friedman Two-Way Analysis of Variance)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบว่าตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรเดียวกัน หรือมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบเดียวกัน ข้อมูลที่นำมาทดสอบจะต้องถูกจัดให้อยู่ในตารางแจกแจงอิสระ 2 ทาง ทางด้านแนวนอน (row) จะเป็นอิสระต่อกัน ส่วนทางด้านแนวตั้ง (column) จะมีความสัมพันธ์กัน หลักการที่สำคัญคือ ค่าของผลรวมของอันดับในแนวตั้งควรจะมีค่าใกล้เคียงกัน ถ้าแตกต่างกันมากแสดงว่า ตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่แตกต่างกัน ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบเป็นดังนี้

H_0 : ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

H_1 : ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. จัดอันดับของค่าสังเกตในแนวนอน (column) แต่ละแนวแยกจากกัน
2. หาผลรวมของอันดับในแต่ละแนวตั้ง
3. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$X^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum_{1}^{k} R_j^2 - 3n(k+1)$$

โดยที่ n คือ จำนวนแนวนอน (row) ; i = 1, 2, ..., n

k คือ จำนวนแนวตั้ง (column) ; j = 1, 2, ..., k

R_j คือ ผลรวมของอันดับในแนวตั้งที่ j

4. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

4.1 กรณี k = 3, n = 2 ถึง 9

และ $k = 4$, $n = 2$ ถึง 4

ใช้ตารางฟรีดแมน (ตารางที่ 17,18 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าความน่าจะเป็น (p value) ที่ได้จากตาราง มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

4.2 กรณีที่ n และ k มีค่ามากกว่าที่มีอยู่ในตาราง

ใช้ตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 3 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ X^2 มีค่ามากกว่าค่า X^2 จากตารางที่ระดับความเป็นอิสระ k-1 และระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

2.5 กรณีกลุ่มตัวอย่าง k ชุดที่เป็นอิสระต่อกันกัน (K-sample case : Independent)

ในหัวข้อนี้ จะเป็นการทดสอบนัยสำคัญของความแตกต่างระหว่างกลุ่มตัวอย่างซึ่งมีขนาด k โดยที่ $k > 3$ นั่นคือ จะทดสอบสมมติฐานเพื่อการทดสอบว่าตัวอย่าง k ชุด ซึ่งเป็นอิสระต่อกันและแต่ละชุดไม่จำเป็นต้องมีขนาดเท่ากันนั้น ถูกเลือกอย่างสุ่มมาจากประชากรเดียวกัน หรือจากประชากร k กลุ่มที่เหมือนกันก็ได้ แผนการทดลองที่ใช้ก็คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (one-way analysis of variance) หรือเรียกว่า แผนการทดลองแบบสุ่มตลอด (Completely Randomized Design : CRD)

การทดสอบทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่ใช้ก็มีหลายวิธี แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงวิธีที่นิยมใช้กันมากที่สุดคือ

2.5.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวของครัสคัล-วัลลิส (Kruskal-Wallis One-Way Analysis of Variance)

(ข้อมูลที่ใช้ต้องมีมาตรวัดเป็นแบบจัดอันดับ เป็นอย่างน้อย)

2.5.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียวของครัสคัล-วัลลิส (Kruskal-Wallis One-Way Analysis of variance)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบว่าประชากร k ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากันหรือไม่โดยมีหลักการที่สำคัญคือ ค่าคาดหมายของอันดับของข้อมูลแต่ละกลุ่ม ควรมีค่าพอ ๆ กันกับอันดับที่ได้จากข้อมูล ข้อมูลที่นำมาทดสอบประกอบด้วยข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม k ชุด แต่ละชุดอาจมีขนาดตัวอย่างแตกต่างกัน และมีมาตรวัดอย่างน้อยที่สุดเป็นแบบจัดอันดับ (ordinal scale) แบบทดสอบครัสคัล-วัลลิสนี้ใช้แทนการทดสอบแบบเอฟในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ เพื่อใช้วิเคราะห์ข้อมูลที่มีลักษณะเป็นแบบจำแนกทางเดียว ตัวอย่างการทดสอบเช่น ทดสอบว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากันหรือไม่ เป็นต้น

สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ เป็นดังนี้

H_0 : ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

H_1 : ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

<u>วิธีการทดสอบ</u>

1. จัดอันดับของข้อมูลทั้งหมดร่วมกัน เรียงจากน้อยไปมาก จะได้อันดับที่ 1 ถึง N ถ้ามีค่าสังเกตซ้ำ (tied observation) จะใช้วิธีเฉลี่ยอันดับ (midrank)

2. หาผลรวมของอันดับในข้อมูลแต่ละกลุ่ม = R_i ; i =1, 2,..., k

3. คำนวณค่าสถิติจากสูตร

3.1 กรณีที่ไม่มีค่าสังเกตซ้ำกัน

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{1}^{k} \left[\frac{R_i^2}{n_i}\right] - 3(N+1)$$

โดยที่ k คือ จำนวนชุดของข้อมูล

R_i คือ ผลรวมของอันดับในตัวอย่างชุดที่ i

n_i คือ จำนวนข้อมูลในตัวอย่างชุดที่ i

N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด = n_i

3.2 กรณีที่มีค่าสังเกตซ้ำกัน

$$H = \frac{\frac{12}{N(N+1)} \sum_{1}^{k} \left[\frac{R_i^2}{n_i}\right] - 3(N+1)}{1 - \frac{\Sigma T}{N^3 - N}}$$

โดยที่ $\Sigma T = \Sigma(t^3 - t)$

t = จำนวนซ้ำที่อันดับใดอันดับหนึ่ง

4. การหาบริเวณวิกฤต (critical region)

4.1 กรณี $n_i > 5$

ใช้ตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 3 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ H มีค่ามากกว่าค่า X^2 จากตารางที่ระดับความเป็นอิสระ k-1 และระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

4.2 กรณีที่ $n_i \leqslant k$, $k \leqslant 3$, $N \leqslant 15$

ใช้ตารางครัสคัล-วัลลิส (ตารางที่ 19 ในภาคผนวก ค.) จะปฏิเสธสทมติฐาน H_0 ถ้าค่าสถิติ H มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า H จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่

หรือพิจารณาค่าความน่าจะเป็น (p value) จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ถ้าค่าความน่าจะเป็นที่ได้จากตารางมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด (a) และสรุปได้ว่า ประชากรทั้ง k ประชากรมีค่าเฉลี่ยไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่