หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

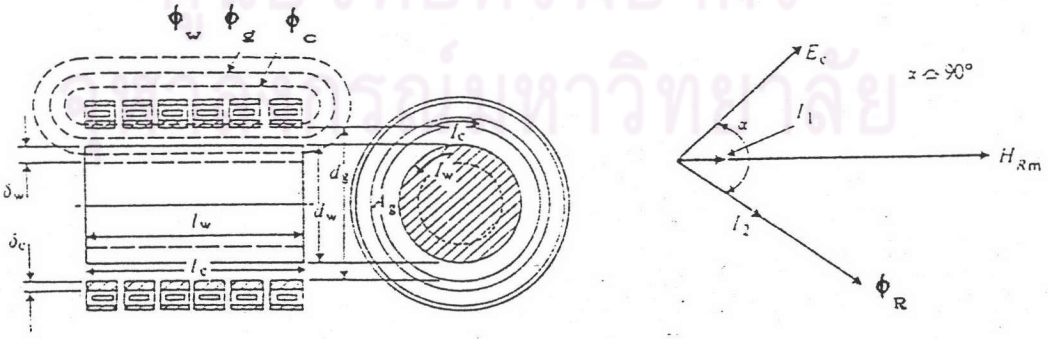
บทที่ 3

วงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำและการออกแบบ

เนื่องจากขดลวดเหนี่ยวนำมีความสัมพันธ์ที่ใกล้เคียงกับหม้อแปลง โดยที่ตัวขดลวดเหนี่ยวนำเองเป็นเสมือนขดปฐมภูมิ และชิ้นงานเป็นเสมือนขดทุติยภูมิที่มีจำนวนรอบเท่ากับหนึ่ง และสนามแม่เหล็กจะเหนี่ยวนำจากขดปฐมภูมิไปยังขดทุติยภูมิโดยผ่านแกนอากาศ (Air Core) จากความสัมพันธ์นี้ทำให้สามารถแทนขดลวดเหนี่ยวนำกับชิ้นงานด้วยความต้านทาน และความเหนี่ยวนำได้เหมือนกับวงจรสมมูลของหม้อแปลง ซึ่งวงจรสมมูลที่ได้มานี้จะเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าเป็นอย่างมาก สำหรับการวิเคราะห์ขั้นต้นนี้จะพิจารณาตามหนังสืออ้างอิง (John Davies and Peter Simpson, 1979)

3.1 การวิเคราะห์หาวงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำ

ในหัวข้อนี้จะวิเคราะห์ในเชิงอุดมคติ กล่าวคือ พิจารณาในกรณีที่ขดลวดเหนี่ยวนำและชิ้นงานมีความยาวมากๆ จนทำให้ฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ จากรูปที่ 3.1 ให้ความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิวของชิ้นงานคือ H_{Rm} และฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านระบบประกอบไปด้วย 3 ส่วน คือ



รูปที่ 3.1 ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านชิ้นงานกับขดลวดเหนี่ยวนำ และเฟสเซอร์ไดอะแกรมของระบบ

1 ϕ_w คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านชิ้นงาน

2 ϕ_g คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านช่องอากาศ

3 ϕ_c คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่ผ่านผิวของขดลวดเหนี่ยวนำ

จากการวิเคราะห์ในบทที่ 2 จะได้กำลังสูญเสียในชิ้นงาน P_w (วัตต์) และฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านชิ้นงาน ϕ_{wm} (เวเบอร์) ดังนี้

$$P_w = \mu\pi f H_{Rm}^2 (l_w A_w) p \qquad (2.35)$$

และ

$$\phi_{wm} = \mu H_{Rm} A_w (q - jp) \qquad (2.30)$$

โดยที่ H_{Rm} คือ ความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิวของชิ้นงาน (ค่ายอด) (Am^{-1})

ϕ_{wm} คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กรวมที่คล้องผ่านชิ้นงาน (ค่ายอด) (Wb)

l_w คือ ความยาวของชิ้นงานที่ถูกเหนี่ยวนำ (m)

A_w คือ พื้นที่หน้าตัดของชิ้นงาน (m^2)

จากหัวข้อ 2.2.2 และรูปที่ 2.15 ถ้า $\frac{d}{\delta} > 8$ แล้ว

$$p = \frac{2}{(1.23 + d/\delta)} \qquad (3.1)$$

$$q = \frac{2}{d/\delta} \qquad (3.2)$$

ϕ_g คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กในช่องอากาศ โดยปกติแล้วจะมีค่าค่อนข้างใหญ่ในขณะที่ไม่มีชิ้นงานในขดลวดเหนี่ยวนำ แต่จะมีขนาดเล็กเมื่อมีชิ้นงานอยู่ในขดลวดเหนี่ยวนำ เพราะพื้นที่หน้าตัดที่ฟลักซ์คล้องผ่านมีค่าลดลง ช่องอากาศนี้มีให้เพื่อเป็นระยะห่างทางเชิงกล เพื่อให้ชิ้นงานป้อนเข้าสู่ขดลวดเหนี่ยวนำได้สะดวก และยังช่วยเป็นฉนวนความร้อนระหว่างชิ้นงานกับตัวขดลวดเหนี่ยวนำเองด้วย ฟลักซ์สนามแม่เหล็กส่วนนี้ จะทำให้ตัวประกอบกำลังของขดลวดเหนี่ยวนำต่ำลง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\phi_{gm} = \mu_o H_{Rm} A_g \qquad (3.3)$$

โดยที่ A_g คือ พื้นที่ที่ฟลักซ์สนามแม่เหล็กคล้องผ่านอากาศ

ϕ_c คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านตัวขดลวดเอง ตัวขดลวดเหนี่ยวนำเองก็จะเกิดปรากฏการณ์ผิวเช่นเดียวกับที่ชิ้นงาน เพียงแต่วัสดุเป็นทองแดงซึ่งมีคุณสมบัติไม่เป็นแม่เหล็ก จากการวิเคราะห์หาค่าฟลักซ์สนามแม่เหล็กผลรวมต่อหนึ่งหน่วยความยาว ในบทที่ 2 ตามสมการที่ (2.20) นำมาจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\phi = \frac{\mu_o H_{om}}{\sqrt{2\alpha}} \frac{1-j}{\sqrt{2}} = \frac{\mu_o H_{om} \delta_c}{2} (1-j)$$

โดยที่ δ_c คือ ความลึกผิวที่เกิดในขดลวด

เนื่องจากความยาวที่ ϕ_c คล้องผ่าน ก็คือ เส้นรอบวงด้านในของขดลวดเหนี่ยวนำ ดังนั้นปริมาณฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านตัวขดลวดจึงเป็น

$$\phi_{cm} = k_r \frac{\mu_o \delta_c (\pi d_c)}{2} H_{om}(1-j) \qquad (3.4)$$

โดยที่ k_r คือ Correction Factor อันเนื่องมาจากตัวขดลวด มีระยะห่างระหว่างรอบซึ่งปกติจะมีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง 1.5 และโดยทั่วไปจะใช้ค่า 1.15 (สำหรับขดลวดเหนี่ยวนำที่มีรอบเดียว k_r จะเป็น 1) และ d_c คือ เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของขดลวดเหนี่ยวนำ

ฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กผลรวมก็คือ ผลรวมขององค์ประกอบฟลักซ์ทั้ง 3 ตัว

$$\phi_{om} = \phi_{wm} + \phi_{gm} + \phi_{cm}$$

หรือถ้าคิดเป็นค่า rms จะได้ $\phi_o = \phi_w + \phi_g + \phi_c$

แทนค่าแล้วจัดรูปจะได้

$$\phi_{om} = \mu_o H_{om}\left[(A_g + \mu_r q A_w + k_r \frac{\pi d_c \delta_c}{2}) - j(\mu_r p A_w + k_r \frac{\pi d_c \delta_c}{2}) \right] \qquad (3.5)$$

จากสมการของ m.m.f. จะได้

$$H_{om} = \frac{\sqrt{2}\, I_c N_c}{l_c} \qquad (3.6)$$

ให้ E_c เป็นค่า อาร์เอ็มเอสของแรงดันคร่อมขดลวด ดังนั้น

$$E_c = j\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_c \phi_{om} \qquad (3.7)$$

แทนค่าสมการ (3.5) และ (3.6) ในสมการที่ (3.7)

$$E_c = \frac{2\pi f \mu_o}{l_c} N_c^{\,2} I_c \left[\left(\mu_r p A_w + \frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2}\right) + j\left(A_g + \mu_r q A_w + \frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2}\right) \right] \qquad (3.8)$$

จากสมมุติฐานที่ว่าฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ และเป็นผลที่มาจากความเข้มสนามแม่เหล็กเดียวกัน ทำให้สามารถแทนสมการที่ (3.8) ได้ด้วยวงจรสมมูลทางแม่เหล็กซึ่งจะเป็นแบบขนาน ดังรูปที่ 3.2 และเมื่อพิจารณาเป็นวงจรสมมูลทางไฟฟ้า จะอยู่ในรูปความต้านทานกับความเหนี่ยวนำต่ออนุกรมกัน ดังรูปที่ 3.3 โดยส่วนที่เป็นความต้านทานจะมาจากชิ้นงานและตัวขดลวด และส่วนที่เป็นตัวเหนี่ยวนำจะมาจากชิ้นงาน ตัวขดลวด และส่วนที่เป็นช่องว่างอากาศ ซึ่งเขียนในรูปของอิมพีแดนซ์รวมได้ดังนี้

$$Z = (R_w + R_c) + j(X_g + X_w + X_c) \qquad (3.9)$$

โดยที่ ความต้านทานจากชิ้นงาน $R_w = K(\mu_r p A_w)$ โอห์ม (3.10)

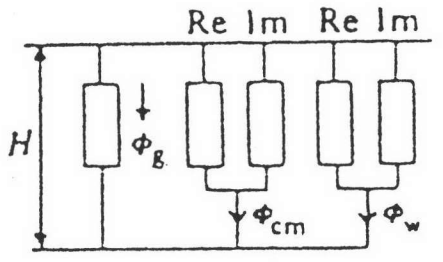
ความต้านทานจากขดลวด $R_c = K\left(\frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2}\right)$ โอห์ม (3.11)

รีแอคแตนซ์จากช่องอากาศ $X_g = K(A_g)$ โอห์ม (3.12)

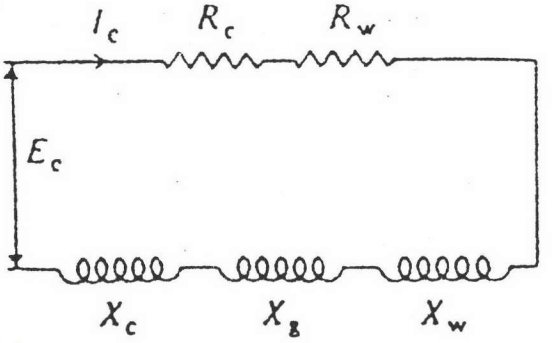
รีแอคแตนซ์จากชิ้นงาน $X_w = K(\mu_r q A_w)$ โอห์ม (3.13)

รีแอคแตนซ์จากขดลวด $X_c = K\left(\frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2}\right)$ โอห์ม (3.14)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.2 วงจรสมมูลทางแม่เหล็ก



รูปที่ 3.3 วงจรสมมูลทางไฟฟ้า

โดยที่ $$K = 2\pi f \mu_o \left[\frac{N^2}{l_c}\right]$$ โอห์ม/เมตร^2 (3.15)

ค่าเหล่านี้สามารถที่จะนำมาคำนวณคุณสมบัติของขดลวดเหนี่ยวนำที่สำคัญ ได้ดังนี้

ประสิทธิภาพของขดลวดเหนี่ยวนำ $$\eta = \frac{R_w}{R_c + R_w}$$ (3.16)

ตัวประกอบกำลังของขดลวดเหนี่ยวนำ $$\cos\theta = \frac{R_w + R_c}{Z}$$ (3.17)

โดยที่ $$Z^2 = (R_c + R_w)^2 + (X_g + X_w + X_c)^2$$ (3.18)

กำลังงานที่ขดลวดเหนี่ยวนำ $$P_c = \frac{P_w}{\eta}$$ (3.19)

กำลังปรากฏที่ขดลวดเหนี่ยวนำ $$\text{Coil VA} = \frac{P}{\cos\theta} = I_c^2 Z$$ (3.20)

แรงดันต่อรอบที่ขดลวด $$\frac{E_c}{N_c} = \frac{(\text{Coil VA})}{(\text{Total ampare-turns})}$$ (3.21)

โดยที่ $$\text{Coil ampere turns} = I_c N_c = H_o l_c$$ (3.22)

และ I_c และ E_c เป็นค่า r.m.s

จากที่กล่าวข้างต้น ถ้าพิจารณาโดยละเอียด จะพบว่า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$R_c = \frac{\pi^2 N_c^2}{l_c} \sqrt{\frac{\mu_o \rho_c f}{\pi}}\, k_r d_c \qquad (3.23)$$

$$R_w = \frac{4\pi N_c^2}{l_c} \sqrt{\frac{\mu_o \mu_r \rho_w f}{\pi}}\, \frac{A_w}{d_w} \qquad (3.24)$$

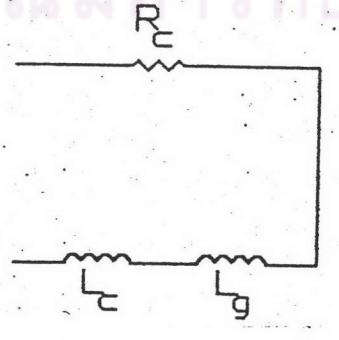
$$L_c = \frac{N_c^2}{l_c} \sqrt{\frac{\mu_o \rho_c}{\pi f}}\, \frac{k_r \pi d_c}{2} \qquad (3.25)$$

$$L_w = \frac{2N_c^2}{l_c} \sqrt{\frac{\mu_r \mu_o \rho_w}{\pi f}}\, \frac{A_w}{d_w} \qquad (3.26)$$

$$L_g = N_c^2 \frac{\mu_o A_g}{l_c} \qquad (3.27)$$

จากค่าพารามิเตอร์ต่างๆของขดลวดเหนี่ยวนำ และชิ้นงานที่ได้พบว่าขึ้นอยู่กับลักษณะขนาดของทั้งชิ้นงาน และขดลวดรวมทั้งจำนวนรอบของขดลวดด้วย และถ้าพิจารณาให้ชิ้นงานและขดลวดเหนี่ยวนำคงที่ ความต้านทานของชิ้นงาน และขดลวดจะแปรตาม รากที่สองของความถี่ รากที่สองของสภาพความต้านทาน และรากที่สองของความซึมซาบแม่เหล็ก สำหรับกรณีความเหนี่ยวนำของชิ้นงานและขดลวด จะแปรตามรากที่สองของสภาพความต้านทาน รากที่สองของความซึมซาบแม่เหล็ก แต่จะแปรผกผันกับรากที่สองของความถี่ ส่วนกรณีความเหนี่ยวนำเนื่องจากช่องว่างอากาศพบว่า จะขึ้นกับลักษณะของขดลวดเหนี่ยวนำ และพื้นที่หน้าตัดของช่องว่างอากาศ แต่ว่าไม่ขึ้นกับความถี่เลย

จากที่กล่าวมาข้างต้น เป็นการพิจารณาขดลวดเหนี่ยวนำไปพร้อมกับชิ้นงาน กล่าวคือพิจารณาตอนมีโหลด แต่สำหรับกรณีไม่มีชิ้นงานในขดลวด หรือตอนไม่มีโหลด (no load) วงจรสมมูลทางไฟฟ้าก็ยังเป็นลักษณะอนุกรมเหมือนเดิม แต่ความต้านทานจะมีเฉพาะความต้านทานของขดลวด (R_c) และความเหนี่ยวนำจะมีเฉพาะความเหนี่ยวนำเนื่องจากขดลวด (L_c)



รูปที่ 3.4 วงจรสมมูลทางไฟฟ้าของขดลวดเหนี่ยวนำ (ไม่มีโหลด)

และช่องว่างอากาศ (L_g) ดังรูปที่ 3.4 โดยค่า R_c และ L_c จะมีค่าเท่าเดิม แต่ L_g จะมีค่าเปลี่ยนไปในทางที่เพิ่มขึ้น ทั้งนี้เพราะพื้นที่หน้าตัดของส่วนที่เป็นช่องว่างอากาศมีค่ามากขึ้น ซึ่งจะเท่ากับพื้นที่หน้าตัดภายในของขดลวด ดังแสดงไว้ในสมการที่ (3.28)

$$L_{gn} = \frac{N_c^{\,2}\mu_o}{l_c}\left(\frac{\pi d_c^{\,2}}{4}\right) \qquad (3.28)$$

3.2 <u>การวิเคราะห์เพื่อแก้ไขให้วงจรมีค่าใกล้เคียงกับค่าจริง</u>

จากหัวข้อที่แล้ว การวิเคราะห์วงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำอยู่บนสมมุติฐานที่ว่าขดลวดเหนี่ยวนำ และชิ้นงานมีความยาวมากๆ จนทำให้ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดช่วงความยาวของขดลวดเหนี่ยวนำแต่ความเป็นจริงแล้วสมมุติฐานดังกล่าวไม่ได้เป็นจริงหรือใกล้เคียงความจริงทุกกรณี โดยเฉพาะกรณีที่ขดลวดมีจำนวนรอบต่ำและมีความยาวไม่มาก วงจรสมมูลที่ใช้ในหัวข้อที่แล้วจะมีความคลาดเคลื่อนสูงจึงได้พยายามทดลองวัดความเหนี่ยวนำของขดลวดที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากัน แต่มีจำนวนรอบและความยาวของขดลวดต่างกันโดยวัดที่ความถี่ต่างๆ ซึ่งได้ผลดังตารางที่ 3.1 เพื่อจะได้นำมาเปรียบเทียบกับค่าความเหนี่ยวนำที่คำนวณตามวงจรสมมูล ในรูปที่ 3.3 หรือตามสมการที่ (3.25) และ (3.28) ซึ่งแสดงค่าที่คำนวณได้ไว้ในตารางที่ 3.2 ตามลำดับ

จากหนังสืออ้างอิง (Kjeld Thorborg,1985) ได้กล่าวถึงการคำนวณค่าความเหนี่ยวนำที่คล้องผ่านอากาศของขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กที่มีจำนวนรอบเป็น N_c และมีความหนาของขดลวดเท่ากับ c ความยาวของขดลวดเท่ากับ l_c และเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกเท่ากับ d_1 และ d_o ตามลำดับ ซึ่งแสดงในรูปที่ 3.5 โดยที่สูตรที่ใช้คำนวณค่าความเหนี่ยวนำนี้ถือได้ว่าเป็นสูตร empirical ที่มีการปรับปรุงให้ค่าจากการคำนวณใกล้เคียงค่าที่วัดจริงมากขึ้น ดังแสดงในสมการที่ (3.29)

$$L_g = \lambda d N_c^{\,2} \qquad \text{หน่วยเป็น } \mu H \qquad (3.29)$$

โดยที่ $$\lambda = \frac{0.1\pi^2}{\{0.45 + r + \beta + 2r\beta(r + l_c)/[3(r+2)]\}}$$

$$r = \frac{l_c}{d} \qquad \beta = \frac{c}{d} \qquad d = [d_o + d_1]/2$$

ขดลวดเหนี่ยวนำแบบต่างๆ \ ความถี่ที่ใช้วัด (Hz)	500	5K	50K	500K	5M
$N_c=2, l_c=0.27$cm	L=0.24 μ	L=0.106μ	L=86.3 n	L=82.6 n	L=80.9 n
$N_c=4, l_c=0.7$ cm	L=0.40 μ	L=0.254μ	L=0.230μ	L=0.22 μ	L=0.217μ
$N_c=8, l_c=1.2$ cm	L=0.78 μ	L=0.638μ	L=0.601μ	L=0.576μ	L=0.570μ
$N_c=16, l_c=2.9$cm	L=1.55 μ	L=1.42 μ	L=1.36 μ	L=1.31 μ	L=1.30 μ
$N_c=32, l_c=4.8$cm	L=3.68 μ	L=3.53 μ	L=3.37 μ	L=3.25 μ	L=3.22 μ
$N_c=64, l_c=10.3$cm	L=7.12 μ	L=6.96 μ	L=6.66 μ	L=6.43 μ	L=6.35 μ

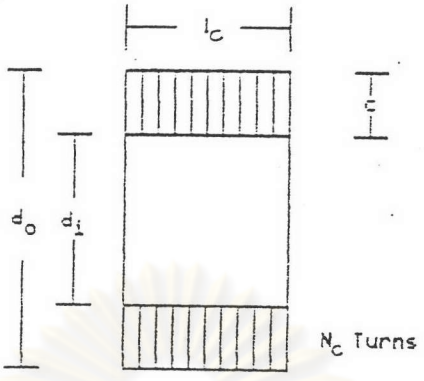
ตารางที่ 3.1 แสดงค่าความเหนี่ยวนำที่วัดได้ของขดลวดเหนี่ยวนำแบบต่างๆ โดยมีความถี่เป็นพารามิเตอร์ (วัดด้วยเครื่อง Impedance Analyzer)

ขดลวดเหนี่ยวนำแบบต่างๆ \ ความถี่ที่ใช้วัด (Hz)	500	5K	50K	500K	5M
$N_c=2, l_c=0.27$cm	L=0.359μ	L=0.270μ	L=0.242μ	L=0.233μ	L=0.230μ
$N_c=4, l_c=0.7$ cm	L=0.554μ	L=0.416μ	L=0.373μ	L=0.359μ	L=0.355μ
$N_c=8, l_c=1.2$ cm	L=1.29 μ	L=0.972μ	L=0.870μ	L=0.837μ	L=0.827μ
$N_c=16, l_c=2.9$cm	L=2.14 μ	L=1.61 μ	L=1.44 μ	L=1.39 μ	L=1.37 μ
$N_c=32, l_c=4.8$cm	L=5.18 μ	L=3.89 μ	L=3.48 μ	L=3.35 μ	L=3.31 μ
$N_c=64, l_c=10.3$cm	L=9.65 μ	L=7.24 μ	L=6.48 μ	L=6.24 μ	L=6.17 μ

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าความเหนี่ยวนำที่ได้จากการคำนวณ โดยใช้สูตรในสมการที่(3.25)และ

(3.28) $$\left[L_{n1}=L_c+L_{gn}=\left[\frac{N_c^2}{l_c}\sqrt{\frac{\mu_o\rho_c}{\pi f}}\,\frac{k_r\pi d_c}{2}\right]+\left[\frac{N_c^2}{l_c}\mu_o\left(\frac{\pi d_c^2}{4}\right)\right]\right]$$

<u>หมายเหตุ</u> ขดลวดเหนี่ยวนำมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน = 1.25 cm., เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก = 1.50 cm.

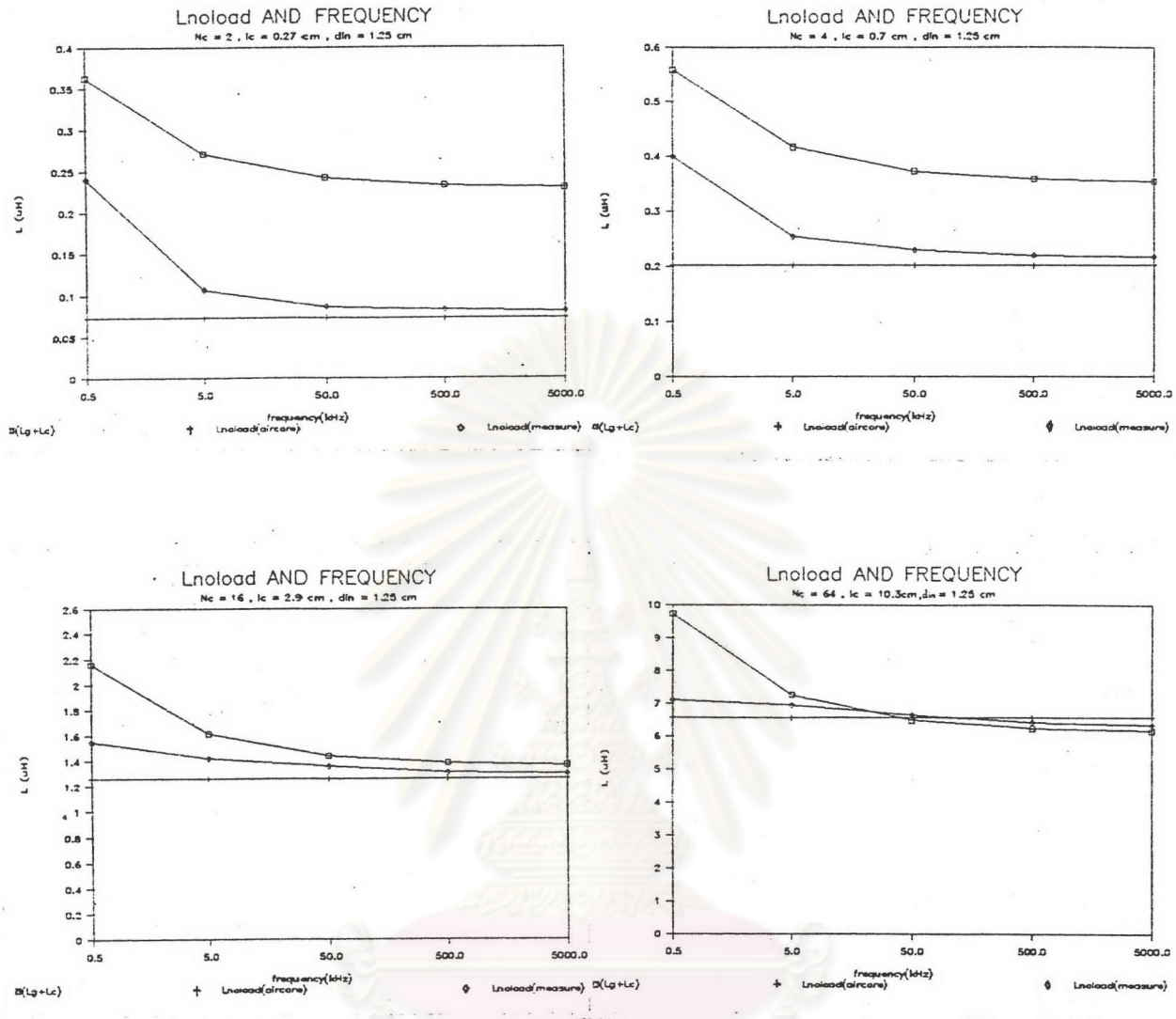


รูปที่ 3.5 แสดงภาพตัดของขดลวดเหนี่ยวนำรูปทรงกระบอก

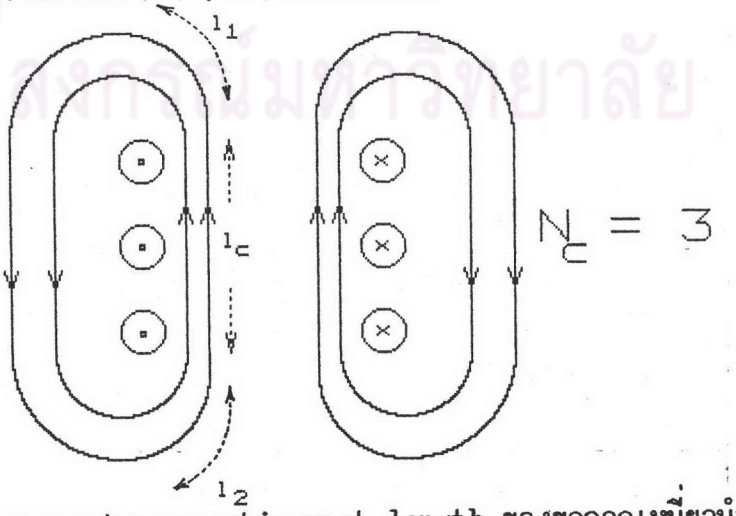
จากสมการที่ (3.29) เมื่อนำมาคำนวณโดยใช้ข้อมูลของขดลวดเดียวกันกับตารางที่ 3.1 แล้วนำค่าที่คำนวณได้มาวาดกราฟกับความถี่แล้วเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากตารางที่ 3.1 และตารางที่ 3.2 ได้ดังรูปที่ 3.6

จากการเปรียบเทียบจะเห็นว่าค่าที่คำนวณจากสมการ (3.29) จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่วัดได้จริงโดยเฉพาะในช่วงความถี่สูงๆ แต่ค่าที่คำนวณจากสมการนี้จะไม่ขึ้นอยู่กับความถี่ และไม่มีสูตรคำนวณสำหรับกรณีมีชิ้นงานภายในขดลวด อีกทั้งยังคำนวณได้เฉพาะค่าความเหนี่ยวนำ ทำให้สมการนี้ยังไม่เหมาะสมที่จะใช้เป็นสมการในการวิเคราะห์ วงจรสมมูลทางไฟฟ้าของขดลวดเหนี่ยวนำและชิ้นงาน แต่สำหรับค่าที่คำนวณจากสมการที่ (3.25)+(3.28) เมื่อเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จริงจะพบว่า ค่าที่คำนวณจะมากกว่าค่าที่วัดได้โดยเฉพาะเมื่อจำนวนรอบและความยาวของขดลวดมีค่าต่ำ จะทำให้ความแตกต่างที่มีค่ามากขึ้น หรือกล่าวได้ว่า การคำนวณมีความผิดพลาดมากขึ้น ที่เป็นเช่นนี้เพราะในความเป็นจริงสนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านอากาศในขดลวดไม่ได้เป็นอย่างที่สมมุติไว้ กล่าวคือ จะมี Magnetic Path Length เพิ่มขึ้นมาจากค่าเดิม (l_c) โดยส่วนที่เพิ่มขึ้นจะมาจาก ความยาวส่วนโค้ง l_1 และ l_2 ดังรูปที่ 3.7 Magnetic Path Length ที่เพิ่มขึ้นมานี้ จะทำให้ค่า Reluctance ของวงจรแม่เหล็กมีค่าเพิ่มขึ้น จึงส่งผลให้ค่าความเหนี่ยวนำที่วัดได้มีค่าลดลง ตามสมการที่ (3.34)

$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{N^2}{1/\mu A\,[l_c + l_1 + l_2]} \qquad (3.34)$$



รูปที่ 3.6 แสดงกราฟเปรียบเทียบค่าความเหนี่ยวนำที่คำนวณจากสมการ (3.25) + (3.28) และสมการ (3.29) L_{noload}(aircore) กับค่าที่วัดได้จริง L_{noload}(measure) โดยมีจำนวนรอบ และความยาวของขดลวดเป็นพารามิเตอร์

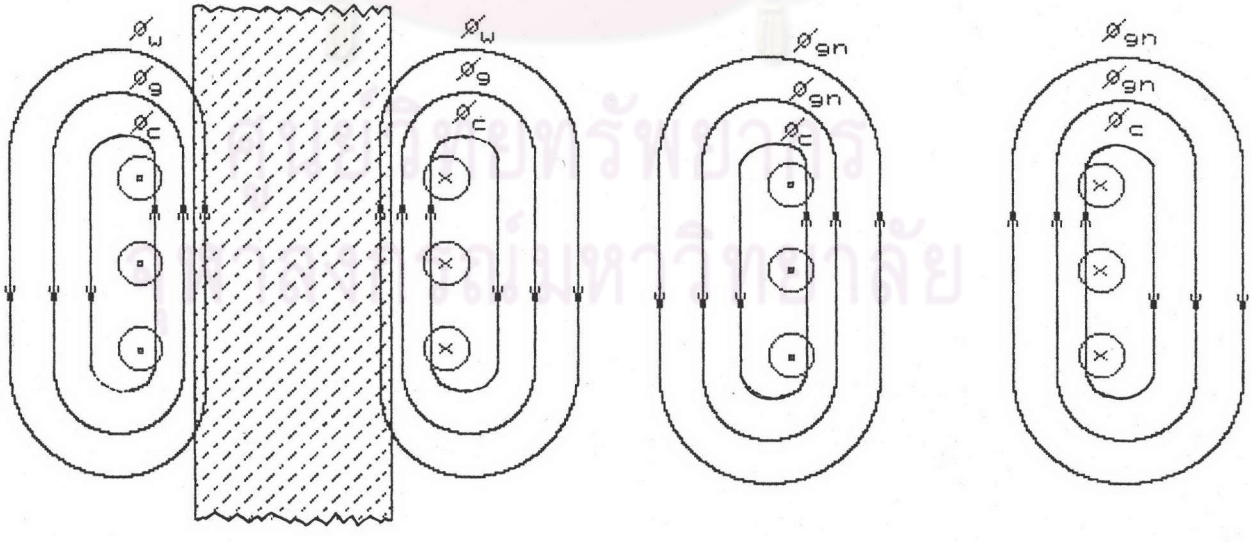


รูปที่ 3.7 แสดง magnetic part length ของขดลวดเหนี่ยวนำ

จากเหตุผลดังกล่าว เมื่อความยาวของขดลวดมีค่ามาก (l_c มีค่ามาก) ค่า l_1 และ l_2 จะมีความสำคัญน้อยลง จึงทำให้สมมุติฐานในหัวข้อ 3.1 มีความใกล้เคียงมากขึ้น ผลการคำนวณกับการวัดจึงสอดคล้องกัน แต่ในทางกลับกันถ้าความยาวของขดลวดมีค่าน้อย หรือจำนวนรอบต่ำ (l_c มีค่าต่ำ) ค่า l_1 และ l_2 จะมีผลต่อค่า Reluctance รวมอย่างเห็นได้ชัด ทำให้ผลการคำนวณผิดพลาดมากขึ้น จึงได้พยายามแก้ไขปรับปรุงสูตรต่างๆ ในหัวข้อ 3.1 โดยใช้แนวคิดในเรื่อง Magnetic Path Length ที่เพิ่มขึ้นมาซึ่งจะใช้วิธีเพิ่มค่า Magnetic Path Length ของค่าความเหนี่ยวนำ และค่าความต้านทานของแต่ละส่วนโดยหาค่าคงที่ที่เหมาะสมมาคูณ (Correction Factor) เพื่อปรับให้ค่าที่คำนวณได้แต่ละตัวมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่วัดได้จริงมากที่สุด ซึ่งวิธีการปรับมีขั้นตอนดังนี้

1 วัดค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของขดลวดเหนี่ยวนำที่ต้องการศึกษา ซึ่งได้แก่ความเหนี่ยวนำ ($L_s = L_w + L_g + L_c$) ,ความต้านทานขณะมีโหลด ($R_s = R_w + R_c$) ,ความเหนี่ยวนำขณะไม่มีโหลด ($L_{nl} = L_c + L_{gn}$) และความต้านขณะไม่มีโหลด ($R_{nl} = R_c$) ด้วยเครื่อง Impedance Analyzer โดยวัดที่ความถี่ต่างๆ ในช่วงที่สนใจ

2 Correction Factor ที่ใช้จะต้องคู่กับ Magnetic Path Length ของฟลักซ์สนามแม่เหล็ก แต่ละส่วนซึ่งแยกพิจารณาออกเป็น 4 ส่วน ดังรูปที่ 3.8 จากรูป ϕ_c คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านตัวขดลวดเหนี่ยวนำ ϕ_g คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านช่องว่างอากาศระหว่างขดลวดกับชิ้นงาน ϕ_w คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านชิ้นงาน



ก. กรณีมีโหลด ข. กรณีไม่มีโหลด

รูปที่ 3.8 แสดงฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านส่วนต่างๆ

ส่วน ϕ_{gn} คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องผ่านช่องว่างอากาศในขดลวดเมื่อไม่มีโหลด ดังนั้น Correction Factor ที่คู่กับฟลักซ์สนามแม่เหล็กแต่ละส่วน นิยามไว้ดังนี้

K_c สำหรับ Magnetic Path Length ของ ϕ_c

K_g สำหรับ Magnetig Path Length ของ ϕ_g

K_w สำหรับ Magnetig Path Length ของ ϕ_w

K_{gn} สำหรับ Magnetig Path Length ของ ϕ_{gn}

3 แทนค่า Correction Factor ทุกตัวในสมการ (3.23) - (3.28) ได้ดังนี้

$$R_c' = \frac{\pi^2 N_c^2}{(K_c l_c)} \sqrt{\frac{\mu_o \rho_c f}{\pi}}\ k_r d_c \qquad (3.30)$$

$$R_w' = \frac{4\pi N_c^2}{(K_w l_c)} \sqrt{\frac{\mu_o \mu_r \rho_w f}{\pi}}\ \frac{A_w}{d_w} \qquad (3.31)$$

$$L_c' = \frac{N_c^2}{(K_c l_c)} \sqrt{\frac{\mu_o \rho_c}{\pi f}}\ \frac{k_r \pi d_c}{2} \qquad (3.32)$$

$$L_w' = 2\ \frac{N_c^2}{(K_w l_c)} \sqrt{\frac{\mu_r \mu_o \rho_w}{\pi f}}\ \frac{A_w}{d_w} \qquad (3.33)$$

$$L_g' = \frac{N_c^2 \mu_o A_g}{(K_g l_c)} \qquad (3.34)$$

$$L_{gn}' = \frac{N_c^2 \mu_o}{(K_{gn} l_c)} \left(\frac{\pi d_c^2}{4}\right) \qquad (3.35)$$

4 ทดลองสุ่มค่า K_c ในสมการที่ (3.30) เพื่อปรับให้ R_c' มีค่าใกล้เคียงกับความต้านทานขณะไม่มีโหลดที่วัดได้ (R_{n1}) โดยปรับให้ได้ค่าใกล้เคียงสำหรับทุกๆ ความถี่ จากนั้นแทนค่า K_c ที่ได้ในสมการ (3.32) แล้วทดลองสุ่มค่า K_{gn} ในสมการที่ (3.35) เพื่อปรับให้ $L_c' + L_{gn}'$ มีค่าใกล้เคียงกับความเหนี่ยวนำขณะไม่มีโหลดที่วัดได้ (L_{n1}) โดยปรับให้ได้ค่าใกล้เคียงสำหรับทุกๆ ความถี่ จากนั้นจึงทดลองสุ่มค่า K_w ในสมการที่ (3.31) เพื่อปรับให้ $R_w' + R_c'$ มีค่าใกล้เคียงกับความต้านทานขณะมีโหลดที่วัดได้ (R_s) สำหรับทุกๆ ความถี่ จากนั้นแทนค่า K_w ที่ได้ในสมการ (3.33) แล้วจึงทดลองสุ่มค่า K_g ในสมการที่ (3.34) เพื่อปรับให้ $L_w' + L_g' + L_c'$ มีค่าใกล้เคียงกับความเหนี่ยวนำขณะมีโหลด (L_s) สำหรับทุกๆ ความถี่

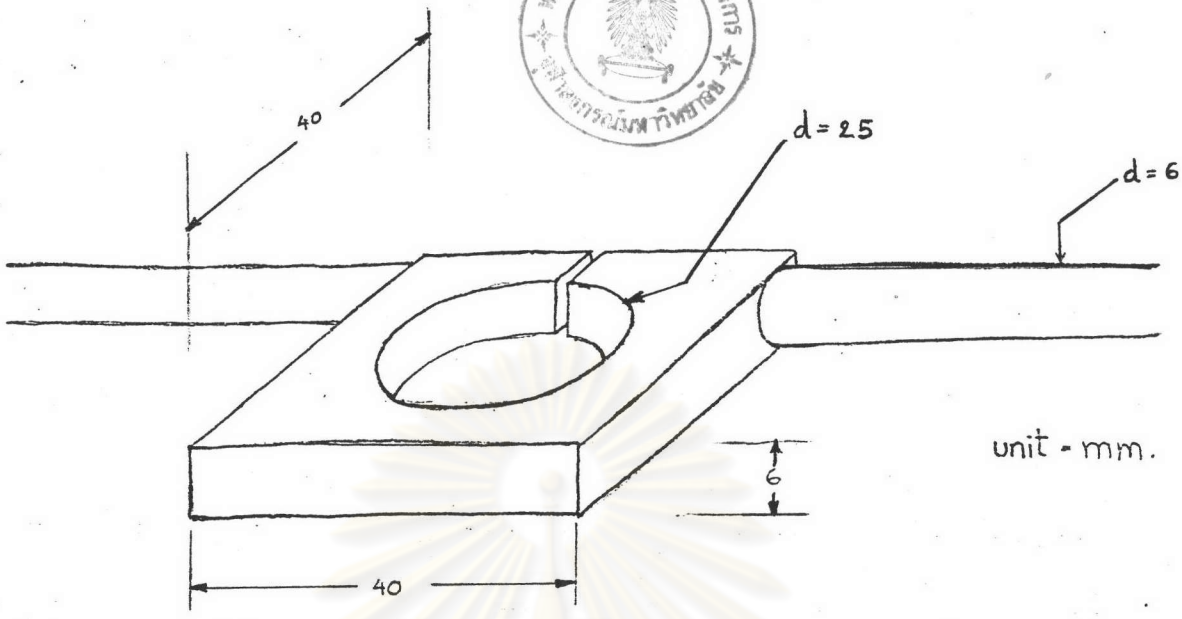
หลังจากที่ได้ค่า Correction Factor ทั้ง 4 แล้ว จากสมการที่ (3.30) ถึง (3.35) ก็จะเป็นสมการที่ใช้แทนสมการเดิม (3.23 - 3.28) ทำให้สามารถใช้สมการเหล่านี้ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าของขดลวดเหนี่ยวนำและชิ้นงาน เพื่อออกแบบและสร้างเครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำต่อไป ซึ่งการใช้สมการเหล่านี้วิเคราะห์จะทำให้การศึกษาผลการเปลี่ยนแปลงตัวแปรต่างๆ โดยเฉพาะในเชิงความถี่ทำได้ง่าย และมีประสิทธิภาพขึ้น

3.3 การใช้โปรแกรม MathCAD เพื่อช่วยวิเคราะห์หาวงจรสมมูล

จากการคำนวณหาค่า Correction Factor ในหัวข้อที่แล้วต้องอาศัยการทดลองสุ่มแทนค่าแล้วเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จริง ซึ่งในตอนนี้เป็นขั้นตอนที่มีสูตรการคำนวณที่ยุ่งยากซับซ้อนและต้องทำงานเดิมซ้ำหลายๆ ครั้ง ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการหาค่าคงที่และการวิเคราะห์หรือออกแบบต่อไป จึงได้ใช้โปรแกรม MathCAD (MathSoft, Inc, 1989) ช่วยในการคำนวณ วิเคราะห์และวาดกราฟแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ในการออกแบบซึ่งได้แก่ กำลังที่ชิ้นงาน, กระแสในตัวเหนี่ยวนำ, เฟสของกระแสในตัวเหนี่ยวนำ, แรงดันที่ขดลวดเหนี่ยวนำ และตัวประกอบกำลังของขดลวดเหนี่ยวนำ เป็นต้นซึ่งรายละเอียดของโปรแกรมได้แสดงไว้ในภาคผนวก และจะกล่าวซ้ำอีกครั้งในหัวข้อการออกแบบขดลวดเหนี่ยวนำ

3.4 การออกแบบขดลวดเหนี่ยวนำ

ขดลวดเหนี่ยวนำหรือขดลวดให้ความร้อนก็คือตัวที่สร้างสนามแม่เหล็กไปเหนี่ยวนำให้เกิดความร้อนขึ้นที่ชิ้นงาน ซึ่งการออกแบบรูปร่าง ขนาด หรือจำนวนรอบ ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายๆ ประการ อย่างเช่น ขึ้นอยู่กับรูปร่างและขนาดของชิ้นงาน ขึ้นอยู่กับกำลังสูงสุดของเครื่อง เป็นต้น สำหรับขดลวดเหนี่ยวนำที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ออกแบบโดยมีจุดประสงค์ให้ใช้กับชิ้นงานที่เป็นทรงกระบอกมีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 2.2 ซม. และเนื่องจากกำลังสูงสุดของเครื่องที่จะจ่ายให้กับตัวขดลวดมีปริมาณจำกัด และเพื่อให้ชิ้นงานได้รับความร้อนอย่างรวดเร็ว จึงได้ออกแบบให้ขดลวดเหนี่ยวนำมีความสูงของขดลวดเพียงเล็กน้อย ดังนั้นจึงได้เลือกให้จำนวนรอบของขดลวดเป็น 1 รอบและมีความสูง (l_c) เท่ากับ 6 มม. ทั้งนี้เพื่อให้ปริมาณความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิวมีค่าสูงที่สุด ความลึกผิวจะได้มีค่าต่ำซึ่งเป็นประโยชน์ในการชุบแข็งผิว ทั้งนี้เพราะความถี่ที่ใช้ในการเหนี่ยวนำมีค่าไม่สูงนัก จึงต้องเน้นที่ปริมาณความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิวให้มีค่ามากที่สุด ขดลวดเหนี่ยวนำที่ได้ออกแบบไว้แสดงไว้ในรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 แสดงขดลวดเหนี่ยวนำพร้อมทั้งสัดส่วน

ขดลวดเหนี่ยวนำที่สร้างขึ้นนี้ได้ออกแบบไว้ให้มีน้ำไหลผ่านรอบๆ ตัวขดลวดเพื่อช่วยระบายความร้อนที่เกิดจากกำลังสูญเสียในทองแดง (Copper Loss) และความร้อนที่แผ่รังสีมาจากชิ้นงาน ความร้อนเหล่านี้มีปริมาณไม่น้อยคือประมาณ 20% ของกำลังออกสูงสุดของเครื่อง ดังนั้นการออกแบบขดลวดเหนี่ยวนำจึงสร้างจากทองแดงเพื่อให้กระแสปริมาณมากไหลได้สะดวกและเพื่อความแข็งแรง ส่วนรูตรงกลางสำหรับใส่ชิ้นงานคว้านให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 25 มม. พร้อมทั้งเจาะรูให้น้ำไหลผ่านโดยรอบ ส่วนทางเข้าของกระแสด้านในใช้เลื่อยฉลุผ่าให้แยกออกจากกันเป็นร่องแคบๆ เพื่อลดค่าความเหนี่ยวนำที่ไม่ต้องการ

จากขดลวดเหนี่ยวนำที่สร้างขึ้นเมื่อนำไปวัดค่าความเหนี่ยวนำและความต้านทานด้วยเครื่อง Impedance Analyzer โดยวัดที่ความถี่ 30 kHz และ 50 kHz โดยวัดทั้งกรณีมีโหลด (มีชิ้นงานภายในขดลวด) และไม่มีโหลด ได้ผลดังนี้

ข้อมูลเบื้องต้นก่อนทำการวัด

- ชิ้นงานเป็นเหล็กผสมคาร์บอน 0.4% ทรงกระบอกตันขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (d_w) 22 มม.
- ขดลวดเหนี่ยวนำมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน (d_c) 25.3 มม. จำนวนรอบ 1 รอบ ความสูงของขดลวด 6.2 มม.
- วัดแบบอนุกรม

วัดที่ความถี่ 30 kHz

กรณีไม่มีโหลด

ความต้านทาน (R_{n1}) = 0.10 มิลลิโอห์ม

ความเหนี่ยวนำ (L_{n1}) = 24.8 นาโนเฮนรี

กรณีมีโหลด

ความต้านทาน (R_s) = 2.10 มิลลิโอห์ม

ความเหนี่ยวนำ (L_s) = 29.8 นาโนเฮนรี

วัดที่ความถี่ 50 kHz

กรณีไม่มีโหลด

ความต้านทาน (R_{n1}) = 0.20 มิลลิโอห์ม

ความเหนี่ยวนำ (L_{n1}) = 24.7 นาโนเฮนรี

กรณีมีโหลด

ความต้านทาน (Rs) = 3.00 มิลลิโอห์ม

ความเหนี่ยวนำ (L_s) = 26.8 นาโนเฮนรี

จากข้อมูลเบื้องต้นเมื่อคำนวณหาวงจรสมมูลทางไฟฟ้า โดยใช้สมการ (3.23) ถึง สมการ(3.28)(ในเชิงอุดมคติ) ได้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังนี้

คำนวณที่ความถี่ 30 kHz

R_c = 0.579 มิลลิโอห์ม , R_w = 4.61 มิลลิโอห์ม , L_c = 3.07 นาโนเฮนรี

L_w = 25.0 นาโนเฮนรี , L_g = 24.9 นาโนเฮนรี, L_{gn} = 102 นาโนเฮนรี

คิดเป็นกรณีไม่มีโหลด

ความต้านทาน ($R_{n1}=R_c$) = 0.579 มิลลิโอห์ม

ความเหนี่ยวนำ($L_{n1}=L_c+L_{gn}$) = 105 นาโนเฮนรี

คิดเป็นกรณีมีโหลด

ความต้านทาน ($R_s=R_w+R_c$) = 5.19 มิลลิโอห์ม

ความเหนี่ยวนำ($L_s=L_w+L_g+L_c$)= 52.9 นาโนเฮนรี

<u>คำนวณที่ความถี่ 50 kHz</u>

R_c =0.748 มิลลิโอห์ม , R_w = 5.98 มิลลิโอห์ม , L_c = 2.38 นาโนเฮนรี

L_w = 19.3 นาโนเฮนรี , L_g = 24.9 นาโนเฮนรี, L_{gn}= 102 นาโนเฮนรี

คิดเป็นกรณีไม่มีโหลด

ความต้านทาน ($R_{n1}=R_c$) = 0.748 มิลลิโอห์ม

ความเหนี่ยวนำ($L_{n1}=L_c+L_{gn}$) = 104 นาโนเฮนรี

คิดเป็นกรณีมีโหลด

ความต้านทาน ($R_s=R_w+R_c$) = 6.72 มิลลิโอห์ม

ความเหนี่ยวนำ($L_s=L_w+L_g+L_c$)= 46.6 นาโนเฮนรี

เมื่อเปรียบเทียบค่าที่คำนวณโดยใช้สมการในเชิงอุดมคติกับค่าที่วัดได้จริง จะเห็นว่ามีค่าผิดพลาดโดยที่ค่าคำนวณ จะมีค่ามากกว่าค่าที่วัดได้ ซึ่งเหตุผลได้อธิบายไว้ในหัวข้อที่แล้ว ดังนั้นจึงใช้การวิเคราะห์วงจรสมมูลแบบใช้ Correction Factor เพื่อปรับให้สมการเหล่านี้คำนวณได้ใกล้เคียงมากขึ้น ซึ่งในที่นี้จะขอยกตัวอย่างการคำนวณโดยใช้โปรแกรม Math CAD (MathSoft,Inc,1989)โดยจะนำมาช่วยในการทดลองสุ่มแทนค่าหา Correction Factor และคำนวณหาพารามิเตอร์ที่สำคัญ ดังต่อไปนี้

****
Induction Heating Coil Calculation
****

Constant $\mu o := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$

Running variable

$T := 20$, $i := 30, 50 .. 50$

$\rho w_T := 16 \cdot 10^{-8}$, $f(i) := i \cdot 10^{3}$

$\mu r_T := 9.4$

Coil dimension and parameters

$Nc := 1$, $lc := 6.2 \cdot 10^{-3}$, $dc := 25.3 \cdot 10^{-3}$, $kr := 1$, $Tc := 20$,

$\rho cu := 1.7240 \cdot 10^{-8} \cdot (1 + 0.00393 \cdot (Tc - 20))$, $\rho cu = 1.724 \cdot 10^{-8}$,

$$\delta cu(i) := \sqrt{\frac{\rho cu}{\mu o \cdot \pi \cdot f(i)}}$$

Work dimension and parameters

$dw := 22 \cdot 10^{-3}$, $Aw := \frac{\pi}{4} dw^2$, $\delta w(i) := \sqrt{\frac{\rho w_T}{\mu o \, \mu r_T \cdot \pi \cdot f(i)}}$,

$Ag := \frac{\pi}{4} \left[dc^2 - dw^2 \right]$, $Anl := \frac{\pi}{4} dc^2$, $p(i) := \frac{2}{1.23 + \left[\frac{dw}{\delta w(i)} \right]}$,

$q(i) := 2 \cdot \frac{\delta w(i)}{dw}$

Correction factor (By trial and error)

1 $Kc := 3.7$; Correction factor for coil

2 $Kgn := 4.24$; Correction factor for no load air gap

3 $Kw := 2.17$; Correction factor for workpiece

4 $Kg := 1.44$; Correction factor for air gap (full load)

Electrical equivalent circuit parameters of coil

$$Rc(i) := \left[\frac{2\cdot\pi\cdot f(i)\cdot\mu o\cdot Nc^{2}}{Kc\cdot lc}\right]\cdot\frac{kr\cdot\pi\cdot dc\cdot\delta cu(i)}{2} \quad ,$$

$$Rw(i) := \left[\frac{2\cdot\pi\cdot f(i)\cdot\mu o\cdot Nc^{2}}{Kw\cdot lc}\right]\cdot\left[\frac{\mu r}{T}\cdot p(i)\cdot Aw\right] \quad ,$$

$$Lc(i) := \frac{Rc(i)}{2\cdot\pi\cdot f(i)} \quad , \qquad Lw(i) := \frac{\frac{\mu o\cdot\mu r}{T}\cdot Nc^{2}\cdot q(i)\cdot Aw}{Kw\cdot lc}$$

$$Lg := \frac{\mu o\cdot Nc^{2}\cdot Ag}{Kg\cdot lc} \quad , \qquad Lgn := \frac{\mu o\cdot Nc^{2}\cdot Anl}{Kgn\cdot lc}$$

$Rnl(i) := Rc(i)$

$Lnl(i) := Lgn + Lc(i)$

> Noload condition

$Rs(i) := Rw(i) + Rc(i)$

$Ls(i) := Lw(i) + Lg + Lc(i)$

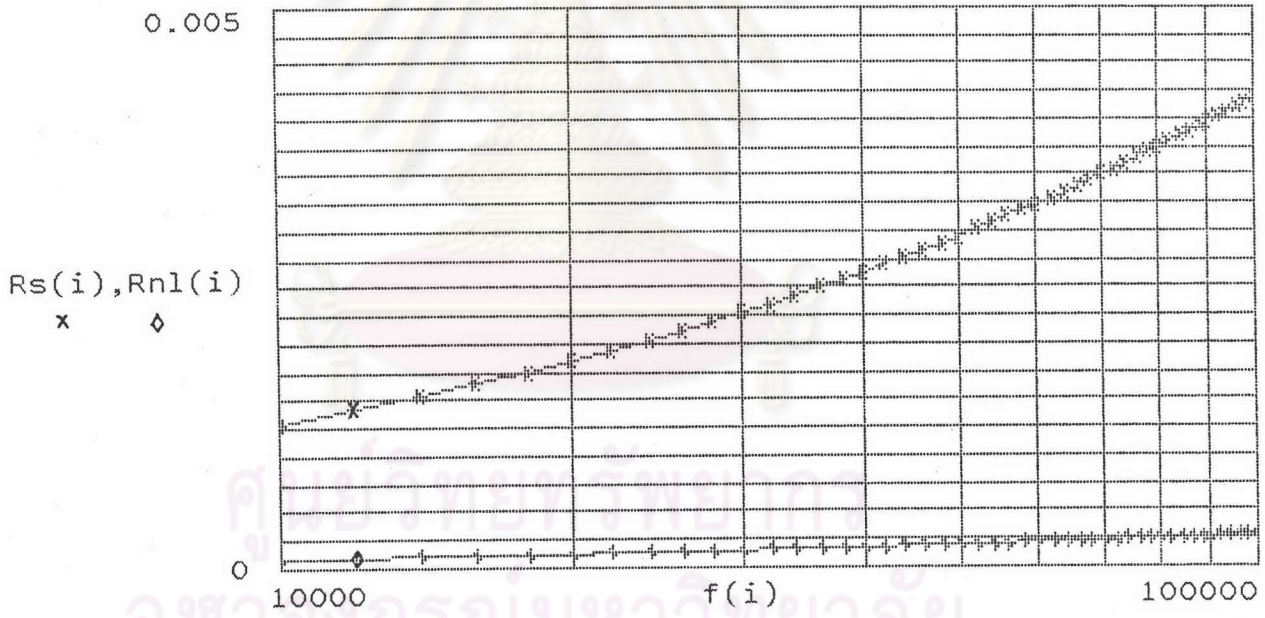
> Fullload condition

Rnl(i)		Lnl(i)
$1.566\cdot 10^{-4}$	; aT frequency 30 kHz ;	$2.486\cdot 10^{-8}$
$2.021\cdot 10^{-4}$	; aT frequency 50 kHz ;	$2.468\cdot 10^{-8}$

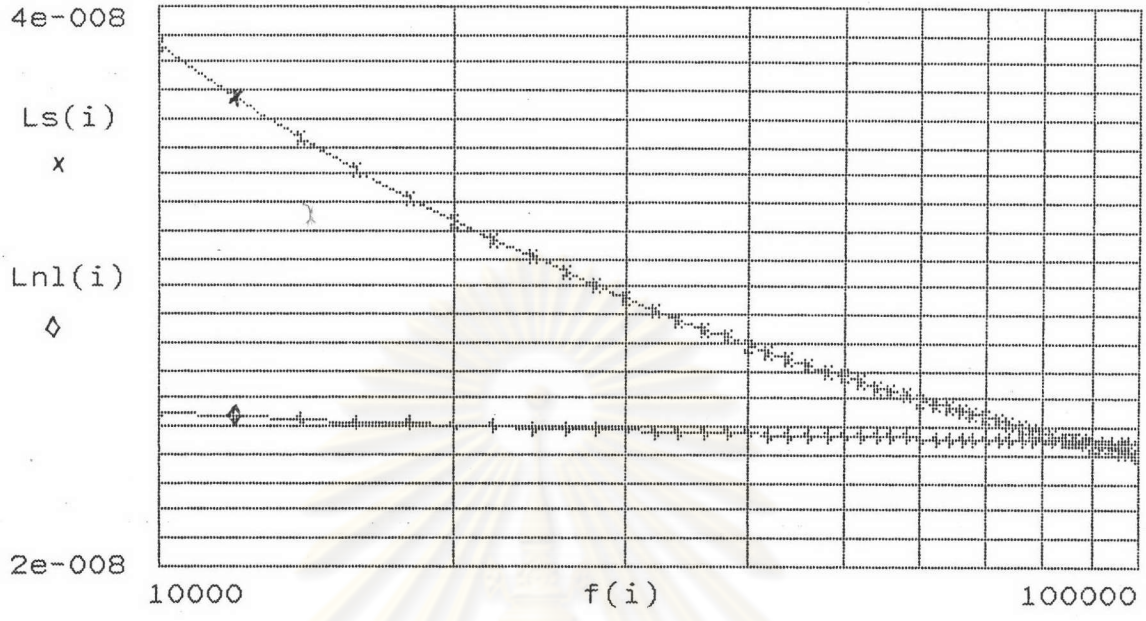
Rs(i)		Ls(i)
$2.28\cdot 10^{-3}$	; aT frequency 30 kHz ;	$2.959\cdot 10^{-8}$
$2.956\cdot 10^{-3}$	; aT frequency 50 kHz ;	$2.681\cdot 10^{-8}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

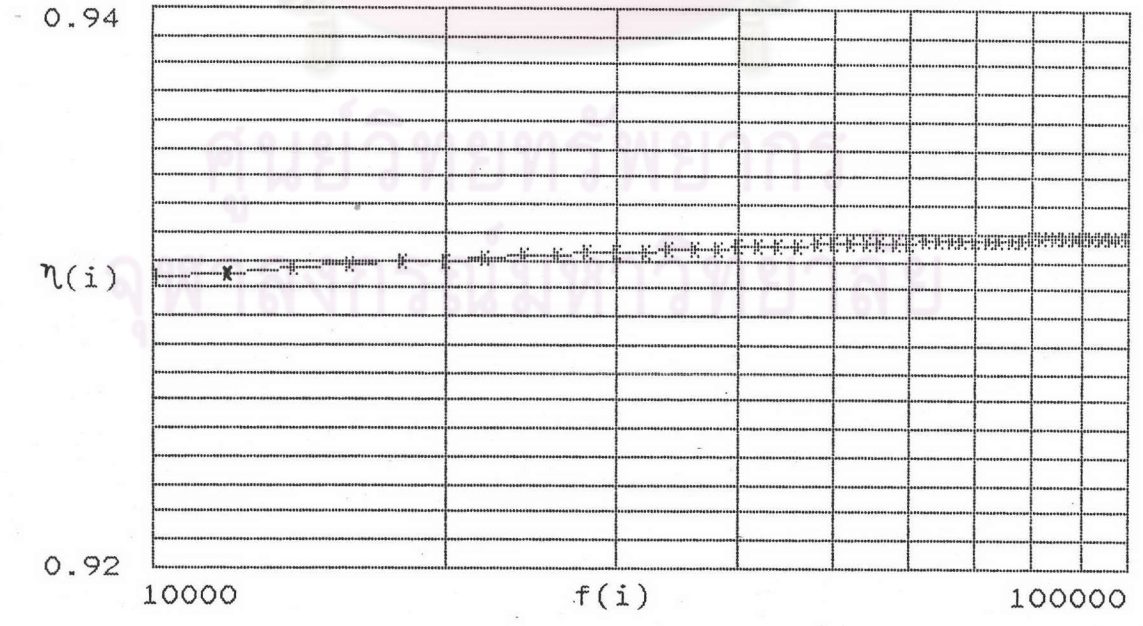
จากค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้หลังจากปรับสมการแล้ว (จากตัวอย่างการคำนวณโดยโปรแกรม MCAD) จะเห็นว่าได้ค่าที่ใกล้เคียงกับค่าที่วัดได้จริงทุกค่าถึงแม้ว่าจะเปรียบเทียบที่ความถี่ต่าง ๆ ทำให้สามารถศึกษาและวิเคราะห์ผลของการเปลี่ยนแปลงตัวแปรต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นอุณหภูมิ สภาพความต้านทาน ความชื้มชาบ และโดยเฉพาะในโดเมนของความถี่ อีกทั้งยังนำไปช่วยในการออกแบบ ตัวเหนี่ยวนำที่ต่ออนุกรมกับหม้อแปลง ความต้านทานที่ช่วยหน่วงวงจร และตัวเก็บประจุที่ใช้แก้ตัวประกอบกำลัง เป็นต้น ซึ่งการออกแบบค่าเหล่านี้จะกล่าวถึงอีกทีในบทถัดไป สำหรับตอนนี้จะคำนวณค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญ ๆ ของขดลวดเหนี่ยวนำแล้ววาดกราฟเทียบกับความถี่ เช่น ความต้านทานของขดลวดอนุกรมขณะมีโหลดและไม่มีโหลด, ความเหนี่ยวนำอนุกรมของขดลวดขณะมีโหลดและไม่มีโหลด, ประสิทธิภาพของขดลวดเหนี่ยวนำและตัวประกอบกำลังขณะมีโหลดและไม่มีโหลด ดังแสดงในรูปที่ 3.10 - 3.13



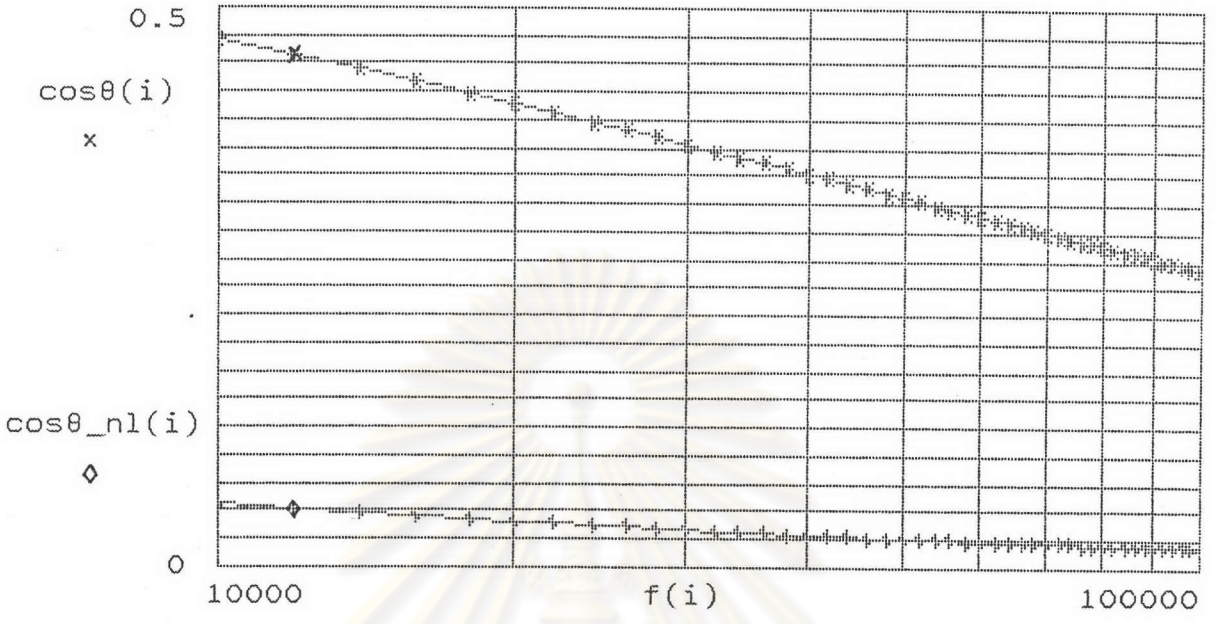
รูปที่ 3.10 แสดงค่าความต้านทานอนุกรมกรณีมีโหลด(Rs) และ กรณีไม่มีโหลด(Rnl) ของขดลวดเหนี่ยวนำกับความถี่



รูปที่ 3.11 แสดงค่าความเหนี่ยวนำอนุกรมกรณีมีโหลด(Ls) และกรณีไม่มีโหลด(Lnl) ของขดลวดเหนี่ยวนำกับความถี่



รูปที่ 3.12 แสดงค่าประสิทธิภาพของขดลวดเหนี่ยวนำกับความถี่



รูปที่ 3.13 แสดงค่าตัวประกอบกำลังกรณีมีโหลด(cosθ) และกรณีไม่มีโหลด(cosθnl) ของขดลวดเหนี่ยวนำกับความถี่

ผลการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของขดลวดเหนี่ยวนำที่ความถี่ต่าง ๆ เป็นการคำนวณโดยใช้สูตรที่ปรับด้วยค่า Correction Factor แล้ว ซึ่งสามารถทำนายค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในช่วงความถี่ใด ๆ ที่สนใจ (ในที่นี้คือช่วงความถี่ 30-50 กิโลเฮิรตซ์) แต่การได้มาของสูตรนี้เกิดจากการนำค่าที่วัดจริงที่ความถี่ต้นและความถี่ปลาย (30 และ 50 กิโลเฮิรตซ์) มาใช้ในการหาซึ่งการวัดอาจจะมีค่าผิดพลาดบ้าง โดยเฉพาะการวัดค่าความต้านทานกรณีไม่มีโหลด(Rnl) ซึ่งมีค่าต่ำมากเมื่อเทียบกับกรณีมีโหลด อย่างไรก็ตามในบทที่ 5 จะกล่าวถึงการทดสอบการวัดประสิทธิภาพของขดลวดเหนี่ยวนำ แล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณประสิทธิภาพของขดลวดเหนี่ยวนำโดยใช้สูตรนี้อีกครั้งหนึ่ง