

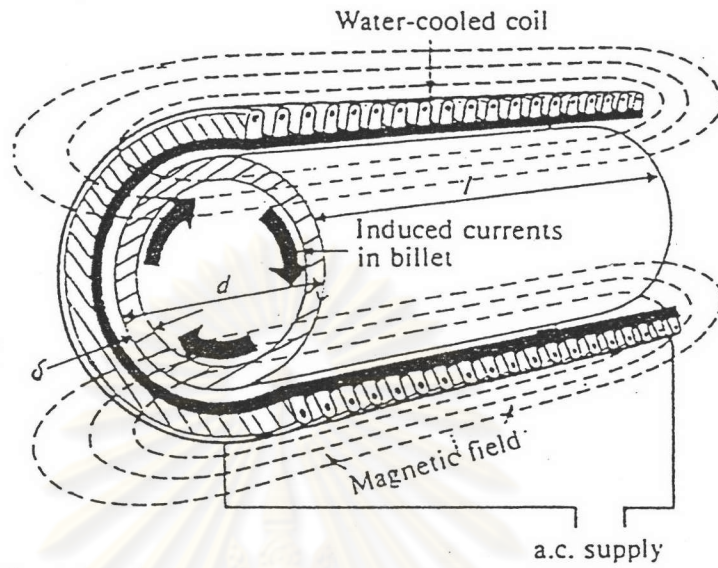
การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ

2.1 บทนำ

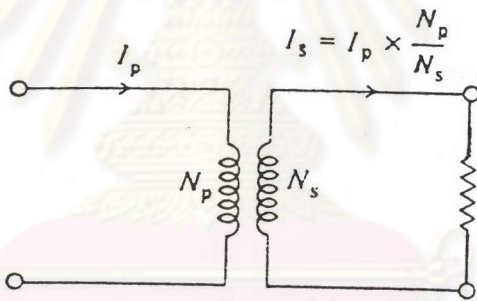
การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ (Induction Heating) เป็นปรากฏการณ์ทั้งทางไฟฟ้า และทางความร้อนร่วมกัน โดยมีสาเหตุมาจากการเหนี่ยวนำของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Induction) ปรากฏการณ์ผิว (Skin Effect) และการถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer) [P.G.Simpson, 1966] จากสาเหตุมูลฐานทั้งสามสามารถอธิบายการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำโดยย่อได้ดังนี้ เมื่อให้ไฟฟ้ากระแสสลับผ่านเข้าสู่ขดลวดเหนี่ยวนำที่มีชิ้นงานอยู่ภายใน กระแสไฟฟ้าสลับจะเหนี่ยวนำให้เกิดสนามแม่เหล็กขึ้นในขดลวดคล้องผ่านชิ้นงาน เนื่องจากชิ้นงานเป็นโลหะ สนามแม่เหล็กคล้องผ่านชิ้นงานจะเหนี่ยวนำให้มีกระแสไฟฟ้าไหล โดยกระแสส่วนมากจะไหลผ่านชิ้นงานในระดับความลึกผิว (Skin Depth) กระแสที่ไหลวนรอบชิ้นงานทำให้เกิดความร้อนขึ้นที่บริเวณผิวของชิ้นงาน ความร้อนนี้ขึ้นอยู่กับปริมาณกระแสที่เหนี่ยวนำ และความต้านทานสมมูลของเส้นทาง ที่กระแสไหลผ่านและความร้อนที่เกิดขึ้นจะถ่ายเทไปบริเวณอื่น โดยการนำความร้อน การพาความร้อน และการแผ่รังสีที่บริเวณผิว

รูปที่ 2.1 แสดงการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำอย่างง่าย กล่าวคือ ถ้าวางชิ้นงานไว้ในขดลวดหรือใกล้กับขดลวด ชิ้นงานนั้นจะถูกเหนี่ยวนำให้เกิดความร้อนขึ้น ถ้าพิจารณาทั้งระบบว่าเป็นหม้อแปลงชุดหนึ่ง ขดลวดเหนี่ยวนำจะเป็นเสมือนขดปฐมภูมิของหม้อแปลงที่มีจำนวนรอบเท่ากับจำนวนรอบของขดลวดเหนี่ยวนำ ส่วนที่ชิ้นงานจะเปรียบเสมือนขดทุติยภูมิของหม้อแปลงที่มีจำนวนรอบเป็นหนึ่งรอบ และมีโหลดต่อแบบเก็บบัดวงจร เพราะความต้านทานสมมูลของโลหะที่เป็นชิ้นงานจะมีค่าค่อนข้างต่ำ

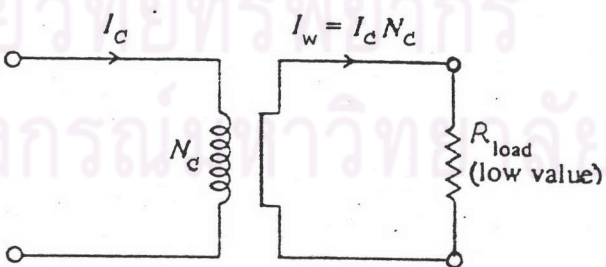
รูปที่ 2.2 แสดงวงจรสมมูลของหม้อแปลงทั่วไป ส่วนรูปที่ 2.3 แสดงวงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำและชิ้นงาน จะเห็นว่า ถ้า I_c เป็นกระแสที่ไหลในขดลวดเหนี่ยวนำและ I_w เป็นกระแสที่ไหลในชิ้นงาน โดยอาศัยความสัมพันธ์ของหม้อแปลงจะทำให้กระแสทั้งสองมีความสัมพันธ์กันดังนี้



รูปที่ 2.1 แสดงการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำแบบง่าย



รูปที่ 2.2 แสดงวงจรสมมูลของหม้อแปลงทั่วไป



รูปที่ 2.3 แสดงวงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำกับชิ้นงาน

$$I_w = N_c I_c \quad (2.1)$$

โดยที่ N_c คือ จำนวนรอบของขดลวดเหนี่ยวนำ

และ กำลังสูญเสียเป็นความร้อนในชิ้นงานจะมีค่าเท่ากับ

$$P_w = N_c^2 I_c^2 R_w \quad (2.2)$$

โดยที่ R_w คือ ความต้านทานสมมูลของชิ้นงาน

รูปที่ 2.4 แสดงทิศทางการไหลของกระแสที่ชิ้นงาน จากปรากฏการณ์ผิวถ้าพิจารณาว่ากระแสโดยส่วนมากอยู่ในระดับความลึกผิว จะสามารถหาความต้านทานสมมูลของชิ้นงานได้ดังรูปที่ 2.5 โดยทำการคลี่ชิ้นงานออก และประมาณว่ากระแสไหลเป็นแผ่นบางที่มีความหนาเท่ากับความลึกผิว ซึ่งระยะทางของการไหลมีค่าเท่ากับ ขนาดเส้นรอบวงของชิ้นงานทรงกระบอก ทำให้ได้ค่าความต้านทานของชิ้นงานดังนี้

$$R_w = \frac{2\pi R \rho}{\delta l_w} \quad (2.3)$$

โดยที่ ρ คือ สภาพความต้านทานเฉพาะของชิ้นงาน

$$\delta \text{ คือ ความลึกผิว} = \sqrt{\frac{\rho}{\mu f \pi}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu \omega}}$$

μ คือ ค่าความซึมซาบได้ของชิ้นงาน

R คือ รัศมีของชิ้นงาน และ f, ω คือ ความถี่

l_w คือ ความยาวของชิ้นงาน ซึ่งมีค่าเท่ากับ ความสูงของขดลวดเหนี่ยวนำ

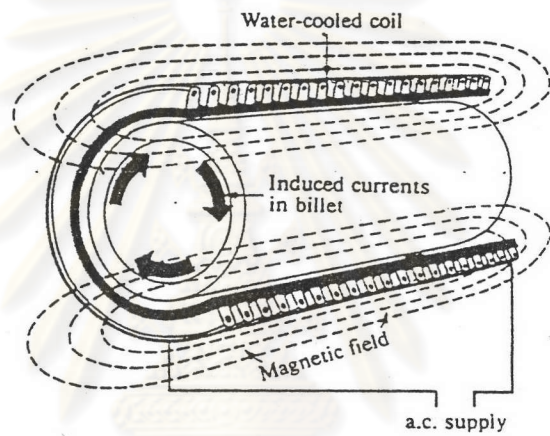
จากสมการที่ (2.3) จะเห็นได้ว่าความต้านทานสมมูลจะมีความสัมพันธ์กับสภาพความต้านทาน ความลึกผิว และลักษณะทางเรขาคณิตของชิ้นงานด้วย

รูปที่ 2.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นกระแสกับระยะทางจากผิวของชิ้นงาน เนื่องจากปรากฏการณ์ผิวจึงทำให้ความหนาแน่นกระแสกับระยะทางจากผิวเป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ที่ระดับความลึกผิวความหนาแน่นของกระแสจะมีค่าเพียง 0.368 เท่าของความหนาแน่นกระแสที่ผิวชิ้นงาน จึงประมาณว่ากระแสส่วนมากจะไหลอยู่ในระดับความลึกผิวนั้น

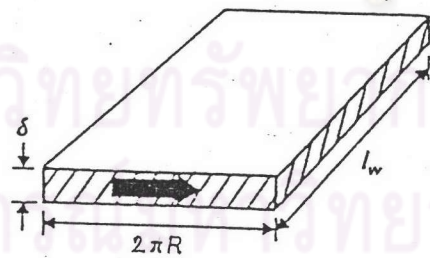
การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำนี้ไม่ได้ใช้แหล่งความร้อนจากภายนอก แต่ใช้ชิ้นงานเป็นแหล่งความร้อนของตัวเอง อีกทั้งชิ้นงานก็ไม่จำเป็นต้องสัมผัสกับแหล่งพลังงานซึ่งได้แก่ขดลวดเหนี่ยวนำการให้ความร้อนจึงทำได้โดยสะดวก การให้ความร้อนแบบนี้สามารถทำให้เกิด

ความร้อนสูงเฉพาะในตำแหน่งที่ต้องการ เราสามารถควบคุมเวลาที่จะให้ความร้อน ตลอดจนพื้นที่ของชิ้นงานที่ได้รับความร้อน และยังสามารถควบคุมความลึกของชิ้นงานที่จะได้รับความร้อนได้ด้วย ทั้งนี้โดยเลือกความถี่ของแรงดันไฟฟ้าสลับให้เหมาะสม

จากรูปที่ 2.7 แสดงช่วงความถี่ที่ใช้ในงาน และระดับกำลังออกของเครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำแต่ละแบบ ซึ่งจะขึ้นกับแหล่งกำเนิดไฟฟ้าสลับที่จ่ายให้กับเครื่อง และยังขึ้นกับอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจร รวมทั้งแสดงความถี่กับการประยุกต์ใช้งานในแต่ละช่วงด้วย ซึ่งจะเห็นได้ว่า ระบบการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่มีใช้ในปัจจุบัน จำแนกได้ดังนี้

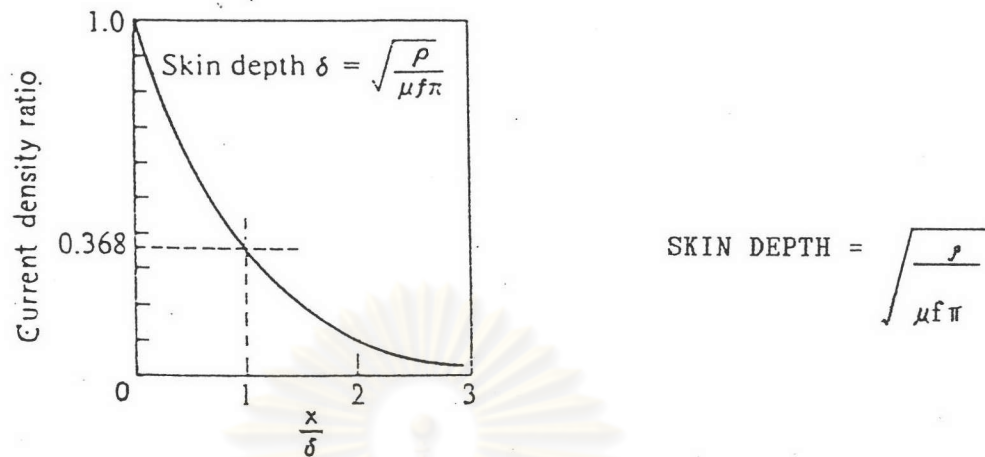


รูปที่ 2.4 แสดงทิศทางการไหลของกระแสที่ผิว



รูปที่ 2.5 แสดงแผ่นคลี่ของชิ้นงาน



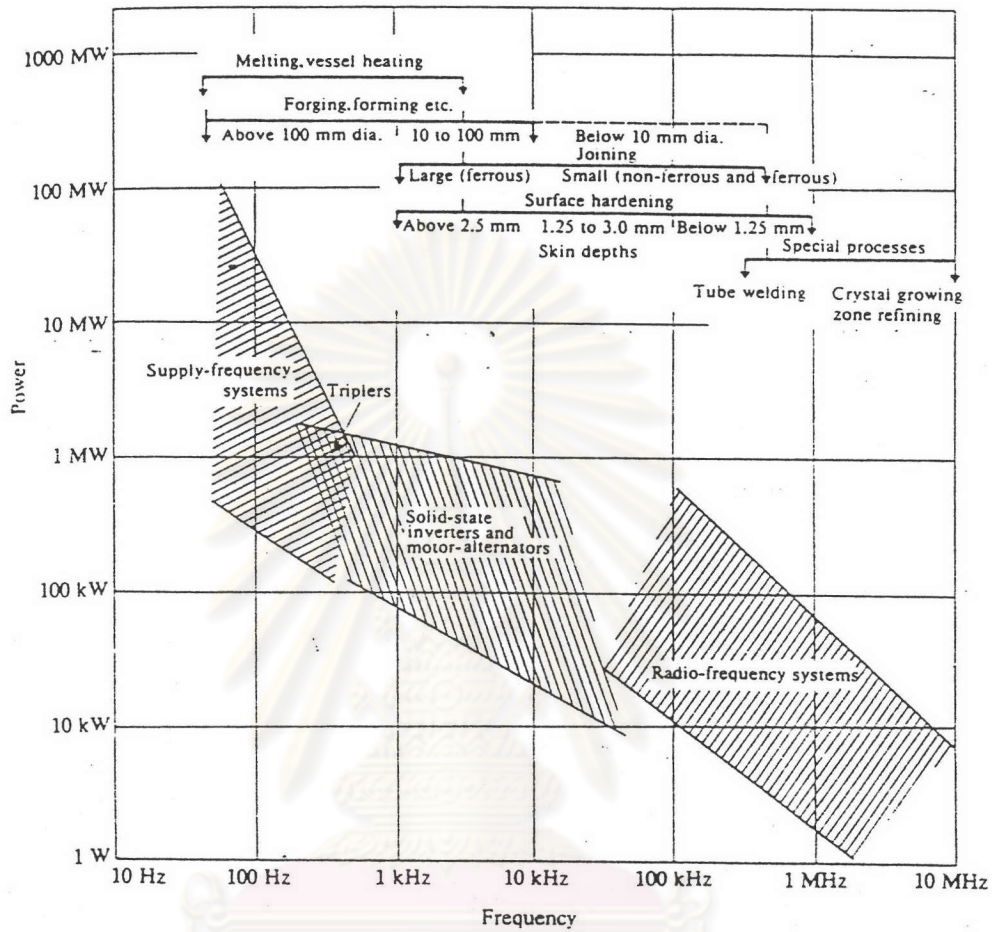


รูปที่ 2.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นกระแส กับระยะทางจากผิวของชิ้นงาน

2.1.1 เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่ใช้ไฟจากโรงงานโดยตรง แร่งดิน ไฟฟ้าจากโรงไฟฟ้ามีความถี่ค่อนข้างต่ำ จึงทำให้ระดับความลึกผิวในการให้ความร้อนมีค่ามาก ในบางกรณีอาจใช้หม้อแปลงอิมิตัว ทวีคูณความถี่ เพื่อนำฮาร์โมนิกที่ 3 หรือฮาร์โมนิกที่ 5 มาใช้ในการเหนี่ยวนำแทน โดยปกติเครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำประเภทนี้จะใช้ในงานหลอมโลหะ ซึ่งมีกำลังสูงในย่านเมกะวัตต์

2.1.2 เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่ใช้มอเตอร์ และเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำชนิดนี้ จะใช้พลังงานจากโรงไฟฟ้ามาขับเคลื่อนมอเตอร์ และใช้มอเตอร์ไปขับเคลื่อนเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ซึ่งสร้างแรงดันไฟฟ้าที่มีความถี่สูงขึ้น อยู่ในย่าน 500 เฮิรตซ์ถึง 10 กิโลเฮิรตซ์ เครื่องให้ความร้อนชนิดนี้สามารถให้กำลังได้หลายร้อยกิโลวัตต์ โดยทั่วไปจะใช้สำหรับการเผาเหล็ก การขึ้นรูป การเชื่อมต่อโลหะ และการชุบแข็งที่ผิว

2.1.3 เครื่องให้ความร้อนเหนี่ยวนำแบบสถิต เนื่องจากเครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่ใช้มอเตอร์ และเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะเป็นแบบพลวัต ซึ่งมีขีดจำกัดทางกลศาสตร์ ทำให้ไม่สามารถเพิ่มความถี่ที่ใช้งานให้สูงมากได้ เครื่องให้ความร้อนแบบสถิตจะใช้สิ่งประดิษฐ์สารกึ่งตัวนำจำพวกทรานซิสเตอร์กำลัง มอสเฟตกำลัง หรือพวกริซิสเตอร์ โดยจะแปลงต้นพลังงานไฟฟ้าจากโรงไฟฟ้าให้เป็นไฟตรงก่อน แล้วแปลงผันให้เป็นไฟสลับอีกครั้งที่มีความถี่สูงขึ้นโดยใช้วงจรรีโวลเวอร์เตอร์ เครื่องให้ความร้อนแบบสถิตนี้สามารถสร้างความถี่ที่ใช้ในการชุบแข็งได้ตั้งแต่ความถี่ค่อนข้างต่ำ จนกระทั่งความถี่สูง ๆ ระดับร้อยกิโลเฮิรตซ์ การใช้งานเครื่องให้ความร้อนแบบนี้ จะมีที่ใช้ลักษณะเดียวกับเครื่องให้ความร้อนที่ใช้มอเตอร์ และเครื่องกำเนิดไฟฟ้า



รูปที่ 2.7 แสดงประเภทและลักษณะการใช้งานของเครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำในย่านความถี่ต่างๆ

2.1.4 เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่ทำงานย่านความถี่วิทยุโดยจะทำงานตั้งแต่ความถี่หลายร้อยกิโลเฮิรตซ์ จนถึงความถี่หลายเมกกะเฮิรตซ์ ซึ่งปัจจุบันนี้ยังคงใช้หลอดสุญญากาศ เพราะสิ่งประดิษฐ์สารกึ่งตัวนำยังมีสมรรถนะในการใช้งานที่ความถี่สูงๆ ไม่ได้พอ เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำลักษณะนี้ จะให้กำลังค่อนข้างต่ำในระดับหลายสิบกิโลวัตต์ เนื่องจากทำงานในย่านความถี่สูงทำให้เหมาะกับงานชุบแข็งที่ผิว

2.2 ทฤษฎีของการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ

ทฤษฎีการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ สามารถอธิบายให้เข้าใจโดยอาศัยทฤษฎีของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ในการศึกษาทฤษฎีเหล่านี้ต้องใช้สมการคณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากจึงได้พยายามศึกษาทฤษฎีการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับชิ้นงานที่มีลักษณะอุดมคติที่เรียกว่า Semi-infinite Slab เป็นการเบื้องต้นก่อน ซึ่งผลที่ได้จะเป็นสมการคณิตศาสตร์ที่ง่ายในรูปของฟังก์ชันไซน์ และ เอกซ์โปเนนเชียล และจากนั้นจึงค่อยศึกษาการเหนี่ยวนำความร้อนสำหรับชิ้นงานที่มีลักษณะเป็นรูปทรงกระบอกตัน ซึ่งผลที่ได้จะเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในรูปของ Bessel Function และ Hyperbolic Function แต่อย่างไรก็ตาม การพิจารณาชิ้นงานที่มีลักษณะอุดมคติก่อน จะช่วยทำให้เกิดความเข้าใจกลไกในการเหนี่ยวนำความร้อนสำหรับชิ้นงานอื่นได้ดี โดยเฉพาะชิ้นงานทรงกระบอกตัน ทั้งนี้เพราะชิ้นงานแบบ Semi-infinite Slab ก็คือ ชิ้นงานทรงกระบอกตันที่มีรัศมีเป็นอนันต์นั่นเอง ทฤษฎีที่กล่าวต่อไปนี้ได้อธิบายตามหนังสืออ้างอิง (John Davies and Peter Simpson, 1979)

2.2.1 การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับชิ้นงานอุดมคติ

ชิ้นงานอุดมคติที่กล่าวถึงคือ ชิ้นงานที่เรียกว่า Semi-infinite Slab ซึ่งถือว่าชิ้นงานนี้ยาวและหนามาก ซึ่งการสมมุติแบบนี้จะช่วยให้ผลเฉลยของการวิเคราะห์อยู่ในรูปฟังก์ชันง่าย ๆ ดังที่ได้กล่าวไปแล้ว จากรูปที่ 2.8 แสดงระบบที่ประกอบด้วยขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก และชิ้นงานอุดมคติ ซึ่งวางชิดติดกับขดลวด ทำให้สมมุติได้ว่าที่ผิวของชิ้นงานมีค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก H_0 เท่ากับความเข้มสนามแม่เหล็กที่ขดลวดสร้างขึ้น ซึ่งความเข้มสนามแม่เหล็กนี้จะมีค่าเปลี่ยนแปลงกับเวลาในทิศทางตามแกน X และเป็นปริมาณเวกเตอร์ โดยจะเหนี่ยวนำทำให้เกิดกระแสไหลที่ผิวของชิ้นงานในทิศทางแกน Z ส่วนทิศทางตามแกน Y จะชี้ไปตามแนวความหนาของชิ้นงาน

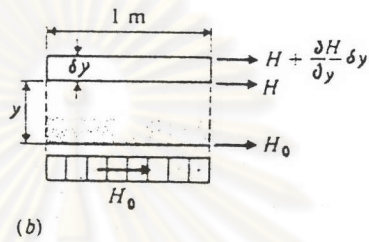
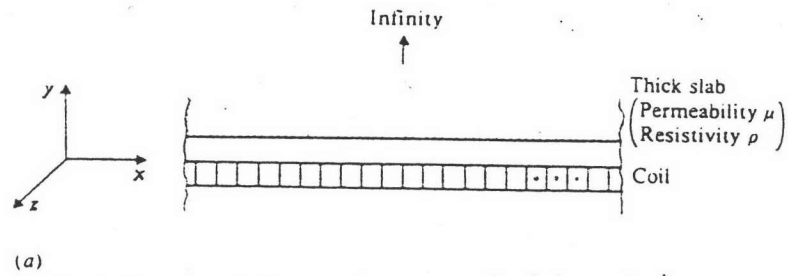
ในที่นี้จะสมมุติเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็กที่ผิวชิ้นงานดังนี้

$$H_{x(y=0)} = H_{om} \cos \omega t$$

$$H_y = 0$$

$$H_z = 0 \quad (2.4)$$

โดยที่ H_{om} คือค่ายอดของ H_x ที่ผิวชิ้นงาน ($y=0$)



รูปที่ 2.8 แสดงการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับชิ้นงานลักษณะอุดมคติ

การกระจายของสนามแม่เหล็ก (H) สนามไฟฟ้า (E) และความหนาแน่นกระแส (J) ในชิ้นงานโลหะที่ความถี่ค่อนข้างต่ำ (ไม่เกิน 10^{10} Hz) อธิบายโดยใช้สมการพื้นฐานทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดังนี้

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \vec{J} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial J}{\partial t}$$

(2.5)

พิจารณาที่สนามแม่เหล็ก H จาก

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial t} (H_x + H_y + H_z)$$

เนื่องจาก $H_y = H_z = 0$ ดังนั้น $H = H_x$ เท่านั้น แต่จะไม่มี การเปลี่ยนแปลงของปริมาณสนามแม่เหล็กที่เวลาใดเวลาหนึ่งต่อระยะทางตามแนวแกน X และแกน Z ดังนั้น

$$\nabla^2 H_x = \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (2.6)$$

คำตอบของสมการอนุพันธ์ย่อยจะมีผลเฉลยในรูป $H_x = H_x(y) \cos \omega t$ ซึ่ง $H_x(y)$ คือการเปลี่ยนแปลงของ H_x กับระยะทางในแนวแกน Y (ความลึกจากผิวของชิ้นงาน) แต่ในการวิเคราะห์สามารถแทน H_x ให้อยู่ในรูปของปริมาณเชิงซ้อน $H_x(y) \exp(j\omega t)$ ก่อน แล้วหลังจากที่ได้ผลเฉลยจึงต้องนำเฉพาะค่าส่วนจริง (Real Point) ไปใช้ จากการแทนค่าปริมาณเชิงซ้อนในสมการที่ (2.6) ได้ผลดังนี้

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} - j \frac{\mu}{\rho} \omega H_x = 0$$

$$\text{ให้ } \alpha^2 = \frac{\mu \omega}{2\rho} = \frac{1}{\delta^2}$$

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} - 2j\alpha^2 H_x = 0$$

เขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} - k^2 H_x = 0$$

โดยที่ $k^2 = 2j\alpha^2$ สมการข้างบนจึงมีผลเฉลยดังนี้

$$H_x(y) = A_1 \exp(ky) + A_2 \exp(-ky) \quad (2.7)$$

จากเงื่อนไขขอบเขต เมื่อ $y = \infty$ และ H_x จะต้องมีค่าจำกัดค่าใดค่าหนึ่ง ดังนั้นจะได้ $A_1 = 0$ และที่ขอบเขต $y = 0$; $H_x(y) = H_{om} \exp(j\omega t)$ ดังนั้นจะได้ $A_2 = H_{om} \exp(j\omega t)$ แทนค่าในสมการ (2.7) จะได้

$$H_x(y) = H_{om} \exp(-ky) \exp(j\omega t)$$

$$H_x(y) = H_{om} \exp(-\alpha y \sqrt{2j}) \exp(j\omega t)$$

แต่ $\sqrt{2j} = 1+j$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} H_x(y) &= H_{om} \exp[-(1+j)\alpha y] \exp(j\omega t) \\ &= H_{om} \exp[-(1+j)\alpha y + j\omega t] \\ &= H_{om} \exp(-\alpha y) \exp[j(\omega t - \alpha y)] \end{aligned}$$

ใช้คำตอบเฉพาะส่วนจริง

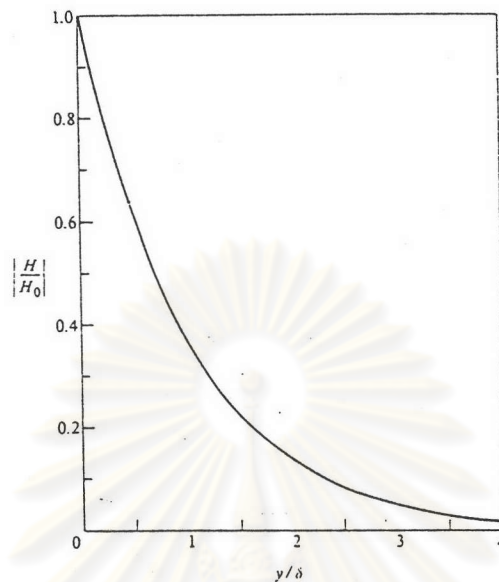
$$H_x(y) = H_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.8)$$

จากผลเฉลยตามสมการที่ (2.8) พบว่าที่บริเวณผิวของชิ้นงาน $y = 0$ จะได้ค่า $H_x = H_{om} \cos \omega t$ ตามเงื่อนไขขอบเขตที่สมมติไว้ และที่ระยะใดๆ จากผิวของชิ้นงานในทิศทางแกน y ขนาดของความเข้มสนามแม่เหล็กจะมีค่าลดลงแบบเอกซ์โปเนนเชียล และการเปลี่ยนแปลงของมุมเฟสที่ระยะใดๆ จากผิวของชิ้นงานจะเป็นแบบล่าช้าเมื่อเทียบกับมุมเฟสที่ผิวซึ่งล่าช้าเป็นปริมาณ $\alpha y = \frac{y}{\delta}$ จากสมการที่ (2.8) เมื่อ $y = \frac{1}{\alpha}$ ปริมาณของ H จะลดลงเป็น e^{-1} เท่าของค่า H ที่ผิว และเฟสจะเปลี่ยนไป 1 เรเดียน (57.3 องศา) ที่ความลึกซึ่งขนาดของ H เป็น $\frac{1}{e} = 0.368$ เท่าของค่าที่ผิว ค่า y ที่จุดนี้เป็นปริมาณสำคัญซึ่งนิยามให้เรียกว่า ความลึกผิว (Skin Depth), δ

จากตัวแปรที่นิยามไว้แล้ว $\alpha^2 = \frac{j\omega\mu}{2\rho}$ ดังนั้น

$$\text{ความลึกผิว} \quad \delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2\rho}{j\omega\mu}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu_r \mu_0}} \quad (2.9)$$

จากรูปที่ 2.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็กกับระยะจากผิวชิ้นงานซึ่งบอกเป็นอัตราส่วน $\frac{y}{\delta}$ หรือจำนวนเท่าของความลึกผิวซึ่งเป็นระยะทางจากผิวของชิ้นงานที่นิยามใช้ในงานของการเหนี่ยวนำความร้อนมาก จากค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก (\vec{H}) ในสมการที่ (2.8) จะสามารถหาค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็ก (\vec{B}) ความหนาแน่นกระแส (\vec{J}) และค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (\vec{E}) ได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนี้



รูปที่ 2.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็กกับระยะทางจากผิวชั้นงาน

จาก

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

ดังนั้น

$$B_x(y) = B_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.10)$$

และจากสมการของแมกซ์เวลล์

$$\vec{J} = \text{curl}(\vec{H})$$

$$\text{curl} \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

เนื่องจาก $H_y = H_z = 0$ และไม่มีการเปลี่ยนแปลงของ H ในทิศทางตามแกน X

และแกน Z ดังนั้น

$$\text{curl} \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

จะได้
$$\vec{J}_z = \vec{k} \frac{\partial H_x}{\partial y} = \vec{k} \left\{ -\exp(j\omega t) \left[\frac{\partial}{\partial y} \exp(-\alpha y \sqrt{2j}) \right] \right\} H_{om}$$

$$\vec{J}_z = \vec{k} [\alpha \sqrt{2j} \exp(-\alpha y \sqrt{2j} + j\omega t)] H_{om}$$

แต่ $\sqrt{2j} = 1+j = \sqrt{2} \exp(j\frac{\pi}{4})$

$$\vec{J}_z = \vec{k} \left\{ \alpha \sqrt{2} \exp[-\alpha y (1+j) + j\omega t + j\frac{\pi}{4}] \right\} H_{om} \quad (2.11)$$

ใช้เฉพาะส่วนจริงได้
$$\vec{J}_z = \vec{k} \alpha \sqrt{2} H_{om} [\exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y + \frac{\pi}{4})] \quad (2.12)$$

จากสมการ(2.11) ที่ได้แสดงให้เห็นว่าความหนาแน่นกระแสที่เหนี่ยวนำมีทิศทางตั้งฉากกับความเข้มนามแม่เหล็กเสมอ กล่าวคือมีทิศทางตามแกน Z และมีมุมเฟสหน้าหน้าความเข้มนามแม่เหล็กอยู่ 45 องศา ($\frac{\pi}{4}$)

เมื่อ $y = 0$
$$J_{zo} = \sqrt{2} H_{om} \alpha \exp[j(\omega t + \frac{\pi}{4})]$$

จาก $H_{xo} = H_{om} \exp(j\omega t)$

$$J_{zo} = \sqrt{2} H_{xo} \alpha \exp(j\frac{\pi}{4})$$

ดังนั้น
$$\vec{J}_z = J_{om} \exp(j\omega t - \alpha y \sqrt{2j})$$

ใช้เฉพาะส่วนจริง
$$J_z(y) = J_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.13)$$

จากผลเฉลยของความหนาแน่นกระแส สามารถหาค่าความเข้มนามไฟฟ้าจากความสัมพันธ์ทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดังนี้

จาก
$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

ดังนั้น
$$E_z = \rho J_z$$

$$E_z(y) = \rho J_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.14)$$

จากผลเฉลยของ \vec{B} , \vec{J} , \vec{E} ตามสมการข้างต้นจะพบว่าปริมาณเหล่านี้จะมีลักษณะเหมือนกันกับ \vec{H} คือเป็นไปตามปรากฏการณ์ผิว นั่นคือที่ระยะความลึกจากผิวเข้ามา ปริมาณเหล่านี้จะลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล

ความร้อนที่เกิดขึ้นจากการเหนี่ยวนำ เป็นผลมาจากกำลังสูญเสียที่เกิดขึ้นในชั้นงาน เนื่องจากมีกระแสไหล จากค่าความหนาแน่นของกระแสในชั้นงานสามารถหาค่ากำลังสูญเสียต่อพื้นที่ผิวได้โดยการอินทิเกรต ρJ^2 ตลอดปริมาตร ต่อ 1 คาบเวลา ดังนี้

$$P_s = \int_0^\infty \rho J_z^2 dy(x_1)(x_1)$$

$$P_s = \rho J_{om}^2 \int_0^T \int_0^\infty \exp(-2\alpha y) \cos^2(\omega t - \alpha y) dy dt$$

$$P_s = \frac{\rho}{2} J_{om}^2 \int_0^\infty \exp(-2\alpha y) dy \quad (2.15)$$

$$P_s = \frac{\rho J_{om}^2}{4\alpha} = \frac{\rho J_{om}^2 \delta}{4} \quad (2.16)$$

แต่จาก

$$|J_{om}| = \sqrt{2} |H_{om}| \alpha = \frac{\sqrt{2} |H_{om}|}{\delta}$$

$$P_s = \frac{\rho H_{om}^2}{2\delta} \quad (2.17)$$

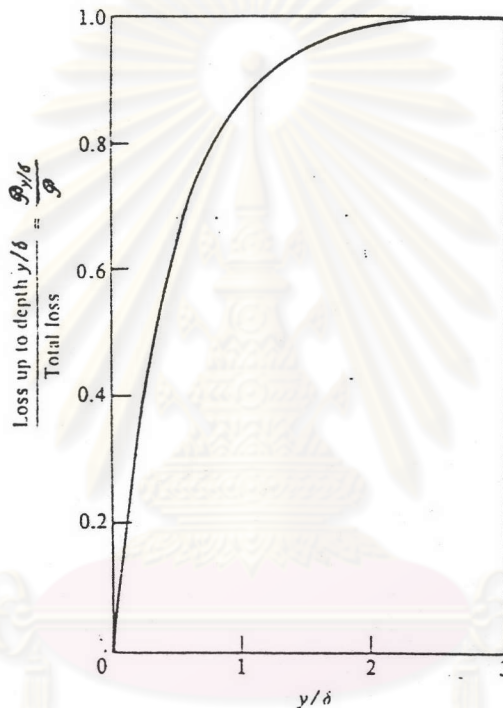
$$P_s = \rho \frac{H_o^2}{\delta} \quad (2.18)$$

โดยที่ H_o คือ ค่าอาร์เอ็มเอสของ H ที่ผิว

จากสมการที่(2.15) เราสามารถหาค่ากำลังสูญเสียต่อ 1 หน่วยได้อย่างง่าย โดยแสดงเป็นสัดส่วนของกำลังสูญเสียจากผิวถึงระดับความลึก $y(P_{sy})$ ต่อกำลังสูญเสียของชั้นงาน (P_s) ด้วยวิธีการอินทิเกรตตามสมการที่ (2.15) แบบเปลี่ยนขอบจำกัดบนของการอินทิเกรต ดังนี้

$$\frac{P_{sy}}{P_s} = \left[\exp(-2\alpha y) \right]_0^y / \left[\exp(-2\alpha y) \right]_0^\infty = \frac{\exp(-2\alpha y) - 1}{0 - 1} = 1 - \exp(-2\alpha y) \quad (2.19)$$

จากรูปที่ 2.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนของ P_{sy} และ P_s กับสัดส่วนของระยะทางจากผิวและความลึกผิว โดยจะเห็นได้ว่ากำลังสูญเสียเกือบ 90% จะเกิดขึ้นในช่วงความลึกผิว ทำให้สามารถใช้ผลประโยชน์ด้านนี้สำหรับการชุปแข็งที่ผิว และด้วยวิธีการปรับความถี่ให้สูงขึ้น ก็จะทำให้ความลึกผิวแคบลง ตามความสัมพันธ์ในสมการที่ (2.9)



รูปที่ 2.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการสูญเสียต่อพื้นที่ กับระยะจากผิวชั้นงาน

จากค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็ก B ในสมการที่ (2.10) สามารถหาค่าฟลักซ์สนามแม่เหล็กผลรวมต่อหนึ่งหน่วยความยาว ได้โดยการอินทิเกรต $B_x(y)$ ตลอดชั้นงาน

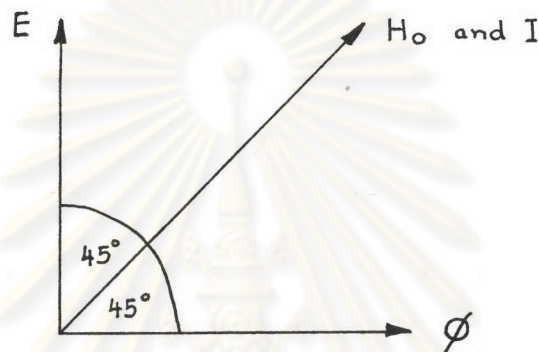
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \phi &= \text{Real} \left[\mu H_{om} \int_0^\infty \exp[(j\omega t - (1+j)\alpha y)] (dyx1) \right] \\ \phi &= \frac{\mu H_{om}}{\sqrt{2\alpha}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned} \quad (2.20)$$

ส่วนแรงเคลื่อนสนามไฟฟ้าในชั้นงาน ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์สนามแม่เหล็กกับเวลา มีค่าดังนี้

$$E = N \frac{d\phi}{dt}$$

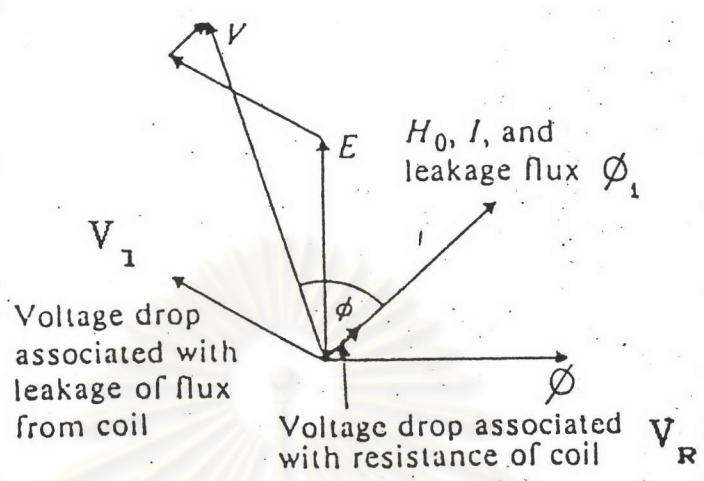
$$E = \frac{-\mu N}{\sqrt{2\alpha}} H_{om} \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

$$E = \frac{\mu H_{om}}{\sqrt{2\alpha}} N \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{4}) \quad (2.21)$$

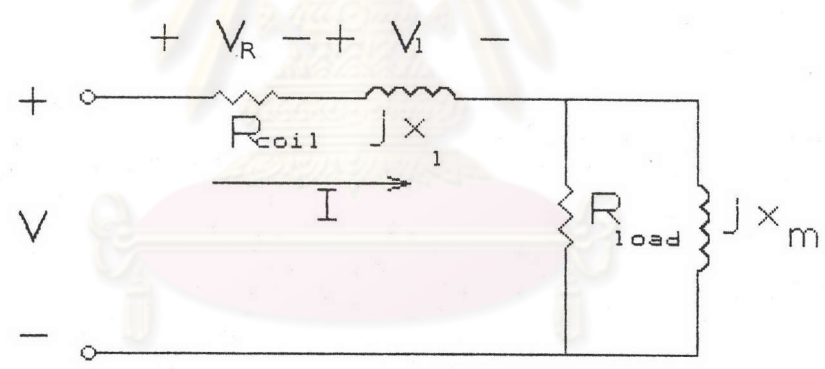


รูปที่ 2.11 เฟสเซอร์ไดอะแกรม แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็กกับแรงดัน ในกรณีที่ขดลวดเหนี่ยวนำเป็นแบบอุดมคติ

จากสมการที่ (2.20) และ (2.21) จะเห็นว่าฟลักซ์สนามแม่เหล็กผลรวมจะเป็นสัดส่วนกับค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก H_{om} และมุมเฟสจะล่าหลังมุมเฟสของความเข้มสนามแม่เหล็กอยู่ $\frac{\pi}{4}$ ส่วนแรงดันที่เกิดขึ้นจากการเหนี่ยวนำจะนำหน้าความเข้มสนามแม่เหล็กอยู่ $\frac{\pi}{4}$ โดยในขณะที่กระแสสนามที่ไหลในขดลวดมีมุมเฟสเดียวกันกับความเข้มสนามแม่เหล็ก ดังนั้นตัวประกอบกำลัง (Power Factor) ของขดลวด จึงหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่าง E และ I โดยดูจากเฟสเซอร์ไดอะแกรม ดังรูปที่ 2.11 ซึ่งจากไดอะแกรมตัวประกอบกำลังจะเป็นแบบล่าหลังมีค่าเป็น 0.707 แสดงว่าส่วนประกอบในส่วนจริงและจินตภาพของอิมพีแดนซ์ในวงจรสมมูลมีค่าเท่ากัน แต่ตามความเป็นจริงขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กจะมีความเหนี่ยวนำรั่วไหล ซึ่งจะทำให้ตัวประกอบกำลังของระบบลดลง และตัวขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก ก็มีความต้านทานของตัวเองอยู่ ทำให้เฟสเซอร์ไดอะแกรมของระบบเปลี่ยนแปลงไปดังรูปที่ 2.12 และสามารถเขียนแบบจำลองวงจรสมมูลทางไฟฟ้าของระบบนี้ได้ดังรูปที่ 2.13 ซึ่งจากแบบจำลองของระบบที่มีขดลวดเรียกว่า Slab นี้ อาจมองว่าเป็นรีแอคเตอร์ (Reactor) แกนเหล็กที่มีไหลเป็นลักษณะพิเศษ กล่าวคือมีค่าความต้านทานและค่ารีแอคแตนซ์ (Reactance) เท่ากัน ซึ่งฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านรีแอคแตนซ์นี้ก็คือ Magnetizing Flux นั้นเอง



รูปที่ 2.12 เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็ก กับ แรงดันในกรณีที่ว่าขดลวดไม่อุดมคติ



รูปที่ 2.13 แบบจำลองวงจรสมมูลของขดลวดให้ความร้อนและขึ้นงาน

2.2.2 การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับขึ้นงานทรงกระบอกตัน

จากหัวข้อที่แล้ว เป็นการพิจารณาการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับขึ้นงาน อุดมคติ ซึ่งในทางปฏิบัติขึ้นงานจริงจะมีขอบเขตที่จำกัดไม่เหมือนกับที่สมมุติไว้ในขึ้นงานอุดมคติ ขึ้นงานในทางปฏิบัติส่วนใหญ่จะมีรูปร่างแบบทรงกระบอก ดังนั้นการพิจารณาในหัวข้อนี้จะใช้ขึ้นงานทรงกระบอกตันเป็นหลัก และเพื่อความสะดวก จะต้องใช้นิกัตทรงกระบอกด้วย (John Davies and Peter Simpson, 1979)

สมมติให้ความเข้มสนามแม่เหล็กที่เป็นตัวเหนี่ยวนำ $H = H_{om} \cos \omega t$ และ จากสมการพื้นฐานทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เมื่อพิจารณาในนิกัตทรงกระบอกจะเป็นดังนี้

$$\frac{d^2H}{dt^2} + \frac{1}{r} \frac{dH}{dr} - k^2 H = 0 \quad (2.22)$$

โดยที่

$$k = \frac{j\omega\mu}{\rho} = 2\alpha^2 j$$

สมการนี้เป็นรูปแบบหนึ่งใน Bessel's Equation ดังนั้นผลเฉลยของสมการจึงอยู่ในรูป Bessel's Equation โดยมีรูปแบบดังนี้

$$H = AI_0(kr) + BK_0(kr) \quad (2.23)$$

โดยที่ I_0 และ K_0 คือ Bessel's Function อันดับศูนย์ A และ B คือค่าคงที่ ส่วน k เป็นปริมาณเชิงซ้อน ในการหาผลเฉลยของสมการที่ (2.23) จะต้องหาค่าของค่าคงที่ทั้งสอง โดยแทนเงื่อนไขขอบเขตของชิ้นงานในพิกัดทรงกระบอก ซึ่งในที่นี้จะไม่แสดงรายละเอียด แต่สามารถหาข้อมูลได้จาก (John Davies and Peter Simpson, 1979) โดยผลเฉลยที่สมบูรณ์จะเป็นดังนี้

$$\frac{H_r}{H_R} = \frac{\text{ber}(\sqrt{2\alpha}r) + j\text{bei}(\sqrt{2\alpha}r)}{\text{ber}(\sqrt{2\alpha}R) + j\text{bei}(\sqrt{2\alpha}R)} \quad (2.24)$$

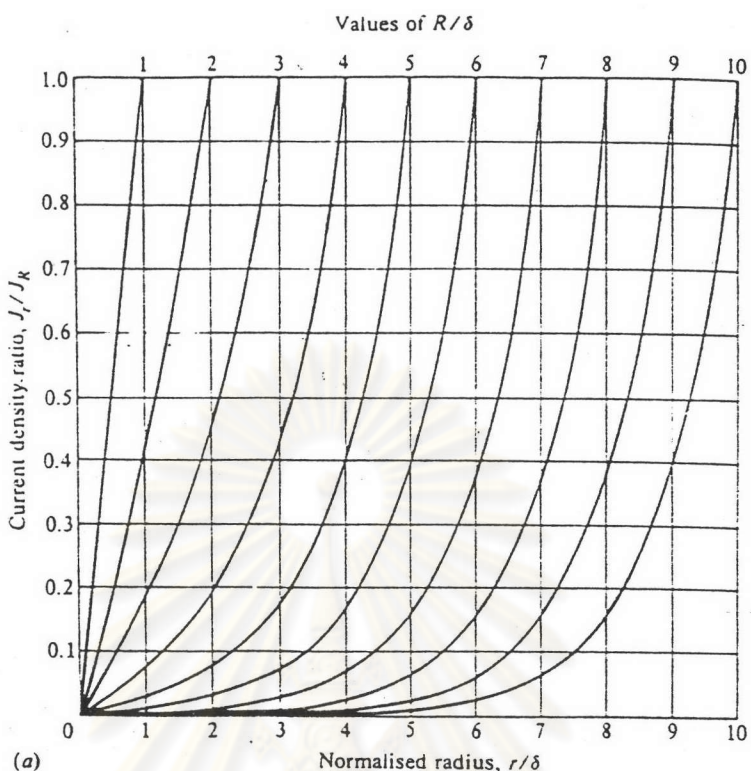
โดยที่ R คือ รัศมีของทรงกระบอก และ r คือรัศมีใดๆในพิกัดทรงกระบอก ดังนั้น H_R ก็คือความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิวของชิ้นงาน และ H_r คือความเข้มสนามแม่เหล็กที่ระยะ r จากศูนย์กลางชิ้นงาน จากนั้นสามารถหาค่าความหนาแน่นกระแสได้ดังนี้

$$J_r = \sqrt{2\alpha} H_R \frac{\text{ber}'\sqrt{2\alpha}r + j\text{bei}'\sqrt{2\alpha}r}{\text{ber}\sqrt{2\alpha}R + j\text{bei}\sqrt{2\alpha}R} \quad (2.25)$$

$$\frac{J_r}{J_R} = \frac{\text{ber}'\sqrt{2\alpha}r + j\text{bei}'\sqrt{2\alpha}r}{\text{ber}'\sqrt{2\alpha}R + j\text{bei}'\sqrt{2\alpha}R} \quad (2.26)$$

$$\left| \frac{J_r}{J_R} \right| = \frac{\{\text{ber}'^2\sqrt{2\alpha}r + \text{bei}'^2\sqrt{2\alpha}r\}}{\sqrt{\{\text{ber}'^2\sqrt{2\alpha}R + \text{bei}'^2\sqrt{2\alpha}R\}}} \quad (2.27)$$

จากสมการข้างต้นสามารถแสดงความสัมพันธ์ของ $\left| \frac{J_r}{J_R} \right|$ กับ $\frac{r}{\delta}$ โดยมี $\frac{R}{\delta}$ เป็นตัวพารามิเตอร์ได้ดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 การกระจายของความหนาแน่นกระแส ในการเหนี่ยวนำความร้อนของชิ้นงานทรงกระบอกตัน

จากหัวข้อที่แล้ว ซึ่งชิ้นงานเป็นแบบอุดมคติที่เรียกว่า Semi - Infinite Slab ผลเฉลยจะอยู่ในรูปของเอกซ์โพเนนเชียล แต่ในกรณีที่ชิ้นงานเป็นแบบทรงกระบอกตันนี้ ผลเฉลยจะอยู่ในพจน์ของ ber และ bei ซึ่งเป็นคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ในการวิเคราะห์จึงนิยมใช้กราฟแทนการวิเคราะห์ทางสมการโดยตรง ซึ่งจากความสัมพันธ์ในรูปที่ 2.14 จะช่วยให้เราเข้าใจการเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในชิ้นงานทรงกระบอกตันได้ดี และถ้าพิจารณาในกรณีที่ทรงกระบอกตันมีขนาดใหญ่ หรือค่าพารามิเตอร์ $\frac{R}{\delta}$ มีค่าสูงขึ้นเรื่อยๆ จะสังเกตได้ว่า Current Density Ratio ที่ระดับความลึกผิว δ จะมีค่าเข้าใกล้ 0.368 ซึ่งก็สอดคล้องกับกรณีที่ชิ้นงานเป็นแบบอุดมคติ

ส่วนค่าฟังก์ชันนามแม่เหล็กผลรวมที่ค่ารัศมีใดๆ ϕ_r มีค่าดังสมการที่ (2.28)

$$\phi_r = \frac{2\pi \mu H_{Rm} r}{\sqrt{2\alpha}} \frac{\text{bei}'\sqrt{2\alpha}r - j\text{ber}'\sqrt{2\alpha}r}{\text{ber}\sqrt{2\alpha}r + j\text{bei}\sqrt{2\alpha}r} \tag{2.28}$$

และที่ $r = R$

$$\phi_R = \frac{\sqrt{2\pi \mu H_{Rm} R}}{\alpha} \frac{\text{bei}'\sqrt{2\alpha}R - j\text{ber}'\sqrt{2\alpha}R}{\text{ber}\sqrt{2\alpha}R + j\text{bei}\sqrt{2\alpha}R} \tag{2.29}$$

จากสมการที่ (2.29) ϕ_R ก็คือฟลักซ์สนามแม่เหล็กทั้งหมดที่เคลื่อนผ่านชิ้นงาน และถ้าจัดรูปของสมการนี้ให้ดูง่ายขึ้น โดยแบ่งให้เป็นส่วนจริง และส่วนจินตภาพจะได้

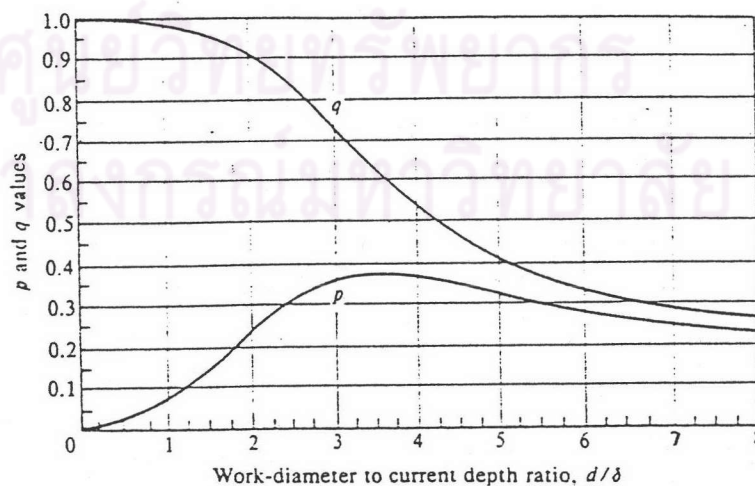
$$\phi_R = \mu H_{rm} A_w (q - jp) = \phi_q - j\phi_p \quad (2.30)$$

$$\text{โดยที่ } q = \frac{\sqrt{2}}{\alpha R} \frac{\text{ber}'\sqrt{2\alpha R} \text{ber}\sqrt{2\alpha R} - \text{ber}'\sqrt{2\alpha R} \text{bei}\sqrt{2\alpha R}}{\text{ber}^2\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}^2\sqrt{2\alpha R}} \quad (2.31)$$

$$p = \frac{\sqrt{2}}{\alpha R} \frac{\text{bei}'\sqrt{2\alpha R} \text{ber}\sqrt{2\alpha R} + \text{ber}'\sqrt{2\alpha R} \text{bei}\sqrt{2\alpha R}}{\text{ber}^2\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}^2\sqrt{2\alpha R}} \quad (2.32)$$

และ A_w คือ พื้นที่หน้าตัดของชิ้นงาน = πR^2

ตัวแปร p และ q เป็นตัวแปรที่สำคัญมากในการกำหนดค่าฟลักซ์สนามแม่เหล็ก และค่ากำลังงานที่ชิ้นงาน จากสมการที่ (2.31) และ (2.32) สามารถแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง p, q กับ $\frac{d}{\delta}$ ได้ดังรูปที่ 2.15 โดยที่ $d = 2R$ คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน ทำให้ $\alpha R = \frac{d}{2\delta}$ จากการคำนวณพบว่าถ้า $\frac{d}{\delta}$ มีค่ามากกว่า 8 แล้ว q จะมีค่า $\frac{2}{d/\delta}$ และ p จะมีค่า $\frac{2}{(1.23+d/\delta)}$ หรือสังเกตได้ว่า เมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางมีค่าใหญ่มาก ค่า p และ q จะมีค่าลู่อเข้าหากัน นั่นแสดงว่ามุมของ ϕ ที่ตามหลัง H ก็จะมีค่าเข้าหา $\frac{\pi}{4}$ ซึ่งก็สอดคล้องกับมุมที่คำนวณได้ในกรณีของชิ้นงานที่เป็น Semi-Infinite Slab



รูปที่ 2.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง p และ q กับ $\frac{d}{\delta}$

สำหรับกำลังสูญเสียในชิ้นงานซึ่งเป็นพารามิเตอร์สำคัญในการวิเคราะห์เรื่องการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ สามารถหาได้จากค่าความหนาแน่นกระแสดังนี้
กำลังสูญเสียต่อหนึ่งหน่วยความยาว

$$P_w = \frac{1}{2} \int_0^R \rho |J_{rm}|^2 2\pi r dr \quad (x1) \quad (2.33)$$

จากสมการ(2.25) $J_r = \sqrt{2\alpha} H_{Rm} \frac{\text{ber}'\sqrt{2\alpha r} + j\text{bei}'\sqrt{\alpha r}}{\text{ber}\sqrt{2\alpha R} + j\text{bei}\sqrt{2\alpha R}}$

ดังนั้น $|J_{rm}|^2 = 2\alpha^2 H_{Rm}^2 \frac{\text{ber}'^2\sqrt{2\alpha r} + \text{bei}'^2\sqrt{2\alpha R}}{\text{ber}^2\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}^2\sqrt{2\alpha R}}$

แทนค่าในสมการ (2.33)

$$\begin{aligned} P_w &= 2\pi\rho\alpha^2 H_{Rm}^2 \int_0^R \frac{(\text{ber}'^2\sqrt{2\alpha r} + \text{bei}'^2\sqrt{2\alpha R})}{\text{ber}^2\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}^2\sqrt{2\alpha R}} r dr \\ &= \sqrt{2\pi\rho\alpha} H_{Rm}^2 R \left[\frac{\text{ber}\sqrt{2\alpha R}\text{ber}'\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}\sqrt{2\alpha R}\text{bei}'\sqrt{2\alpha R}}{\text{ber}^2\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}^2\sqrt{2\alpha R}} \right] \quad (2.34) \end{aligned}$$

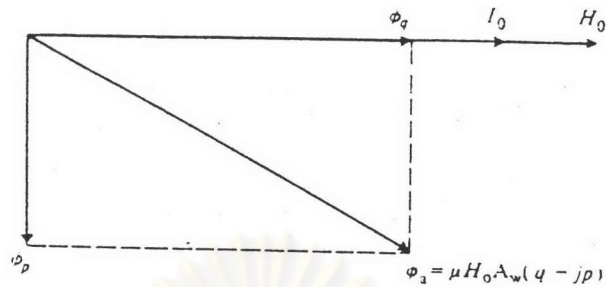
จากสมการ(2.34)พจน์ในวงเล็บก็คือค่าของ p (ตามสมการ 2.32) ดังนั้นจึงเขียน P_w ในเทอมของ p ได้ดังนี้

$$P_w = \mu\pi f H_{Rm}^2 (l_w A_w) p \quad (2.35)$$

โดยที่ l_w คือ ความยาวของชิ้นงาน
หรือ คิดเป็นกำลังสูญเสียต่อหน่วยพื้นที่ผิวของชิ้นงาน ดังนี้

$$P_s = \mu\pi f H_{Rm}^2 \frac{R}{2} p \quad (2.36)$$

จากสมการที่ (2.30) ฟลักซ์ผลรวมของสนามแม่เหล็กในชิ้นงานจะล้าหลังความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิวด้วยมุมเฟสค่าหนึ่ง ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ไดอะแกรมของปริมาณต่างๆ ได้ดังรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของปริมาณต่างๆ ที่ขึ้นงาน
 จากสมการที่ (2.35) กำลังสูญเสียที่ขึ้นงานจะขึ้นอยู่กับตัวแปร p ตามความสัมพันธ์
 ดังรูปที่ 2.15 และขึ้นอยู่กับความถี่ที่ใช้งาน ค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก ขนาด และรูปร่าง
 ของขึ้นงาน รวมทั้งค่าสภาพความต้านทาน และค่าซึมซาบของขึ้นงาน และเนื่องจากคุณสมบัติ
 เหล่านี้ของโลหะ ตลอดจนโครงสร้างทางโลหะของขึ้นงานมีการเปลี่ยนแปลงกับอุณหภูมิ จึง
 สมควรที่จะศึกษาความสัมพันธ์ทางด้านนี้ด้วย

2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับคุณสมบัติของชิ้นงาน

2.3.1 สภาพความต้านทานของโลหะกับอุณหภูมิ

ค่าสภาพความต้านทานโดยทั่วไปจะขึ้นกับชนิดของสารที่เป็นชิ้นงานโดยปกติ สารที่เป็นโลหะเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นค่าสภาพความต้านทานจะเพิ่มขึ้นในลักษณะเชิงเส้นความสัมพันธ์ในลักษณะทั่วไป จะเป็นดังสมการข้างล่าง

$$\rho_{\theta} = \rho_1 [1 + \alpha(\theta - \theta_1)] \quad (2.37)$$

โดย ρ_{θ} คือค่าสภาพความต้านทานที่อุณหภูมิ θ ใดๆ และ ρ_1 คือค่าสภาพความต้านทานที่อุณหภูมิ θ_1 ส่วน α คือค่าสัมประสิทธิ์ของสารชนิดต่างๆ ซึ่งแสดงไว้ในตารางที่ 2.1 ในความเป็นจริงแล้วค่าสภาพความต้านทานของชิ้นงานจะเปลี่ยนแปลงไปกับอุณหภูมิ แต่สำหรับการคำนวณเราต้องใช้ค่าสภาพความต้านทานที่เป็นค่าสมมูลซึ่งใช้แทนได้ตลอดช่วงอุณหภูมิ จากสมการที่ (2.18) กำลังสูญเสียที่ชิ้นงานจะแปรผันตรงกับ $\frac{\rho}{\delta}$ และในขณะที่ δ แปรผันกับ $\sqrt{\rho}$ นั้นหมายความว่ากำลังสูญเสียที่ชิ้นงานจะเป็นสัดส่วนกับ $\sqrt{\rho}$ ถ้าปริมาณอื่น ๆ มีค่าคงที่ และเนื่องจากค่าสภาพความต้านทานโดยทั่วไปแล้ว จะแปรกับอุณหภูมิอย่างเป็นเชิงเส้นในช่วงกว้างของอุณหภูมิ ทำให้เขียนสมการที่ (2.37) ใหม่ได้ดังนี้

$$\rho_{\theta} = \rho_1 + \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} (\rho_2 - \rho_1) \quad (2.38)$$

และเนื่องจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิเป็นสัดส่วนกับกำลังสูญเสีย ดังนั้นจึงเป็นสัดส่วนกับ $\sqrt{\rho}$ ด้วย นั่นคือ

$$\frac{d\theta}{dt} = \text{Constant} \times \sqrt{\rho} \quad (2.39)$$

แทนสมการที่ (2.38) ลงในสมการที่ (2.39) แล้วจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{[\rho_1 + \{(\theta - \theta_1)/(\theta_2 - \theta_1)\}(\rho_2 - \rho_1)]} = \int_0^t (\text{Constant}) dt$$

Table 2.1 Values of ρ , α , and melting point for various metals

	α	$\rho_{20^\circ\text{C}} (\Omega \text{ m})$
Aluminium	4.29×10^{-3}	2.65×10^{-8}
Brass (65 per cent Cu, 35 per cent Zn)	1.6×10^{-3}	6.4×10^{-8}
Bronze (90 per cent Cu, 11 per cent Zn)	1.86×10^{-3}	3.9×10^{-8}
Copper	3.93×10^{-3}	1.72×10^{-8}
Pure iron	6.5×10^{-3}	9.71×10^{-8}
Lead	3.36×10^{-3}	20.65×10^{-8}
Silver	(slightly non-linear) 4.1×10^{-3}	1.59×10^{-8}

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าสภาพความต้านทาน ρ และค่าสัมประสิทธิ์ α ของโลหะชนิดต่างๆ ที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส

ดังนั้น เวลาที่ใช้ในการให้ความร้อนจนอุณหภูมิ θ_1 เปลี่ยนเป็น θ_2 เท่ากับ

$$t = 2 \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{(\rho_2 - \rho_1)} \frac{(\sqrt{\rho_2} - \sqrt{\rho_1})}{(\text{Constant})} \quad (2.40)$$

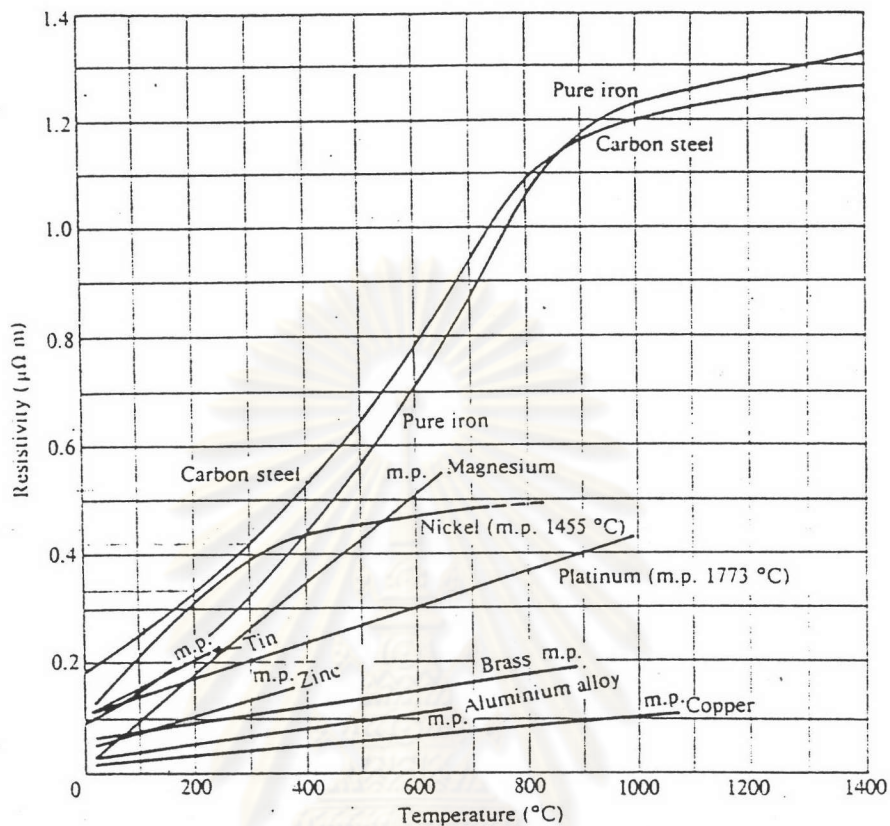
ถ้าสมมติให้ค่าสภาพความต้านทานมีค่าคงที่และมีค่าเท่ากับ ρ_m ตลอดช่วงอุณหภูมิการใช้งาน (θ_1 ถึง θ_2) เมื่อแทนในสมการที่ (2.39) จะได้

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta = \int_0^t (\text{Constant}) \sqrt{\rho_m} dt$$

$$t = \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{(\text{Constant}) \sqrt{\rho_m}} \quad (2.41)$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ (2.40) และสมการ (2.41) จะได้ว่า

$$\rho_m = \frac{(\sqrt{\rho_2} + \sqrt{\rho_1})^2}{4} \quad (2.42)$$



รูปที่ 2.17 ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพความต้านทานกับอุณหภูมิของโลหะชนิดต่างๆ

รูปที่ 2.17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สภาพความต้านทาน กับ อุณหภูมิของโลหะชนิดต่าง ๆ สำหรับเหล็กผสมคาร์บอน ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพความต้านทานกับอุณหภูมิจะไม่เปลี่ยนแปลงกับปริมาณของส่วนผสมคาร์บอน และจากกราฟจะเห็นว่า โลหะที่เป็นสารเฟอร์โรแมกเนติก การเปลี่ยนแปลงของ ρ กับอุณหภูมิจะไม่เป็นเชิงเส้นตลอดช่วงอุณหภูมิ ดังนั้นการคำนวณโดยใช้ค่า ρ_m จึงต้องแยกพิจารณาในช่วงที่เป็นเชิงเส้นที่ละช่วงไป

2.3.2 ความชื้นซาบของโลหะกับอุณหภูมิ และความชื้นสนามแม่เหล็ก

ความชื้นซาบของโลหะนั้นปกติจะมีค่าค่อนข้างคงที่ แต่สำหรับโลหะที่เป็นสารประเภทเฟอร์โรแมกเนติกแล้ว ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสนามแม่เหล็กกับความชื้นสนามแม่เหล็กจะไม่เป็นเชิงเส้น แต่จะเป็นไปตาม กราฟกระแสมแม่เหล็ก จากหนังสืออ้างอิง (John Davies and Peter Simpson, 1979) จะพบว่าความชื้นซาบของสารเฟอร์โรแมกเนติกจะขึ้นกับความชื้นสนามแม่เหล็กและระดับความอิ่มตัวของความหนาแน่นสนามแม่เหล็กด้วย ได้มีการทดลอง เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง ความชื้นซาบของสาร กับความชื้น

สนามแม่เหล็ก ได้ผลเป็นที่ยอมรับตามสมการที่ (2.43) ดังนี้

$$\mu = (1.43 \times 10^{-6} \frac{B_s}{H_{om}} + 1) \mu_0 \quad (2.43)$$

โดยที่ B_s คือความหนาแน่นสนามแม่เหล็กอิ่มตัว

H_{om} คือค่ายอดความเข้มสนามแม่เหล็ก

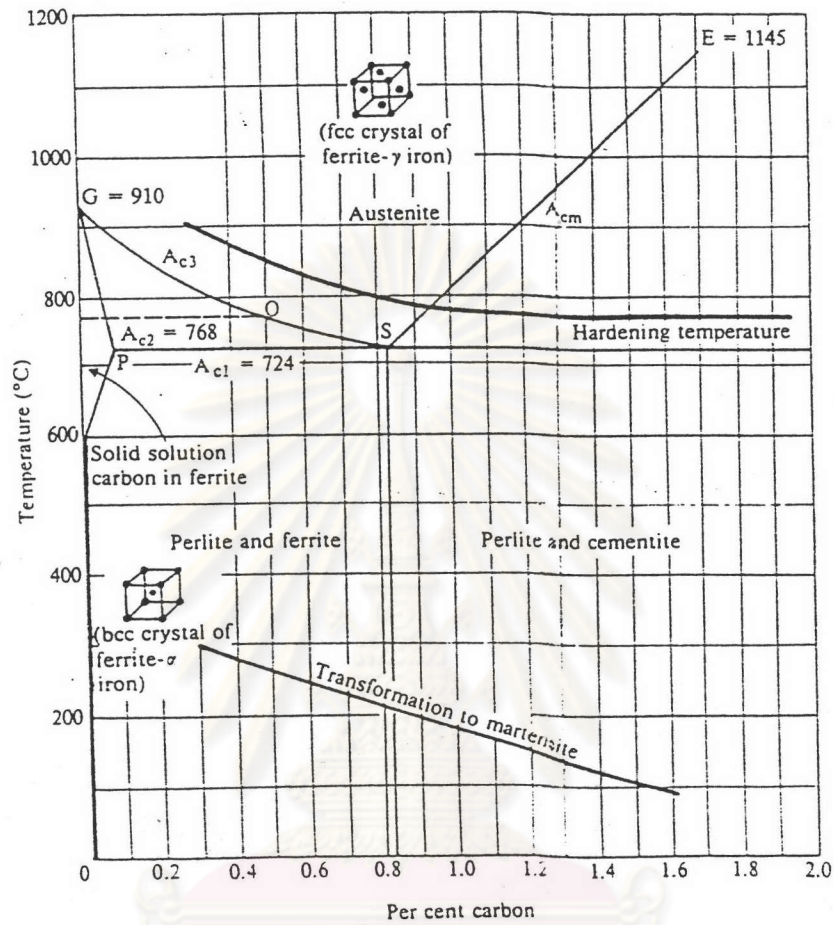
μ_0 คือค่าความซึมซาบได้ของอากาศ

นอกจากนี้ ค่าความซึมซาบของสารเฟอร์โรแมกเนติกยังมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิด้วย โดยปกติแล้วค่าความซึมซาบของสารประเภทนี้จะมีค่าค่อนข้างคงที่กับอุณหภูมิแต่เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นถึงจุดคูรี (Curie point) แล้วค่าความซึมซาบของสารนั้นจะลดลงเป็นค่าความซึมซาบของอากาศทันที ($\mu_r = 1$) มีผลให้สารนั้นหมดสภาพความเป็นสารแม่เหล็กและจากข้อมูลของเหล็กผสมคาร์บอน 0.5% จะมีอุณหภูมิคูรีอยู่ที่ประมาณ 760 องศาเซลเซียส

2.3.3 โครงสร้างทางโลหะของเหล็กผสมคาร์บอน กับอุณหภูมิ

ในการชุบแข็งโลหะเหล็กที่ใช้จะต้องเป็นเหล็กผสมคาร์บอน ซึ่งเปอร์เซ็นต์ของคาร์บอนในเนื้อเหล็กจะทำให้องค์ประกอบของเหล็กแตกต่างกันไป อีกทั้งโครงสร้างทางโลหะที่อุณหภูมิต่างๆ ก็แตกต่างกันไปด้วย ดังนั้นเราจึงต้องศึกษาโครงสร้าง และคุณสมบัติของโลหะโดยใช้แผนภาพสมดุลเหล็กผสมคาร์บอน ซึ่งแสดงในรูปที่ 2.18

จากแผนภาพในรูปที่ 2.18 จะมีเส้น P S O ที่อุณหภูมิ 768 องศาเซลเซียส แบ่งส่วนโครงสร้างพื้นฐานของเหล็ก โดยใต้เส้น P S O โครงสร้างพื้นฐานของเหล็กเป็นแบบ Body-Centered Cubic Lattice (BCC) ที่มีคุณสมบัติเป็นแม่เหล็ก ในขณะที่เหนือเส้น G S E โครงสร้างพื้นฐานของเหล็กจะเป็นแบบ Face-Centered Cubic Lattice (FCC) ซึ่งมีคุณสมบัติไม่เป็นแม่เหล็ก โดยองค์ประกอบของเหล็กใน phase นี้มีชื่อเรียกว่า Austenite สำหรับองค์ประกอบของเหล็กใน phase ที่อยู่ใต้เส้น PS หรือเส้น AC_1 เหล็กจะมีสององค์ประกอบ คือ Ferrite กับ Pearlite โดยที่ Pearlite ก็คือ Ferrite และ Cementite ผสมกัน สำหรับ Cementite ก็คือ Ferrite ที่มีคาร์บอนเรียงอยู่เป็นชั้นๆ ทั้งนี้เพราะถ้าส่วนผสมของคาร์บอนมากกว่า 0.008% และที่อุณหภูมิต่ำกว่า 724 องศาเซลเซียส คาร์บอนจะไม่สามารถผสมกลมกลืนเข้ากับเหล็กได้หมด แต่ถ้าส่วนผสมของคาร์บอนมีน้อยกว่า 0.008% คาร์บอนจะผสมกลมกลืนกลายเป็นสารละลายอยู่ใน Ferrite ดังแผนภาพ phase



รูปที่ 2.18 แผนภาพสมดุลเหล็กผสมคาร์บอน

นี้จะอยู่ใต้เส้น G P

ระหว่างเส้น AC_1 กับเส้น AC_3 เช่นที่เส้น AC_2 Ferrite และ Pearlite จะเริ่มเปลี่ยนแปลงเป็น Austenite และเมื่ออุณหภูมิของเหล็กสูงขึ้นเหนือเส้น AC_3 การเปลี่ยนแปลงจะสมบูรณ์เหล็กที่ได้จะมีคุณสมบัติไม่เป็นแม่เหล็กและจากแผนภาพอุณหภูมิที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงเป็นสาร Austenite นี้จะขึ้นอยู่กับเปอร์เซ็นต์ของสารคาร์บอนที่มีอยู่ ถ้าสัดส่วนนี้มีค่าเท่ากับ 0.83% การเปลี่ยนแปลงจาก Pearlite เป็น Austenite จะเกิดทันที เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นถึงจุด S โดยไม่มีสถานะระหว่างกลาง (เช่นกรณีที่เกิดแบบเส้น AC_2) และถ้าเปอร์เซ็นต์ของคาร์บอนมากกว่า 0.83% คาร์บอนที่มีมากขั้นนี้จะทำให้ Ferrite กลายเป็น Cementite หมด กล่าวคือไม่มี Ferrite ล้วนๆอยู่เลย ดังแผนภาพ phase นี้จะอยู่ใต้เส้น S O

ในกรณีที่เหล็กมีส่วนผสมคาร์บอนมากกว่า 0.83% เมื่อเพิ่มอุณหภูมิขึ้นเหนือเส้น S O สาร Pearlite กับ Cementite จะกลายเป็นสารผสมระหว่าง Austenite กับ Cementite แทนและถ้าเพิ่มอุณหภูมิให้สูงขึ้นจนกระทั่งถึงเส้น AC_m โครงสร้างของเหล็กจะกลายเป็น Austenite หมด ซึ่งอุณหภูมิที่จะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงนี้จะขึ้นอยู่กับเปอร์เซ็นต์ของสารผสมคาร์บอนที่เป็นส่วนผสม

2.4 การชุบแข็งด้วยวิธีเหนียวนำความร้อน

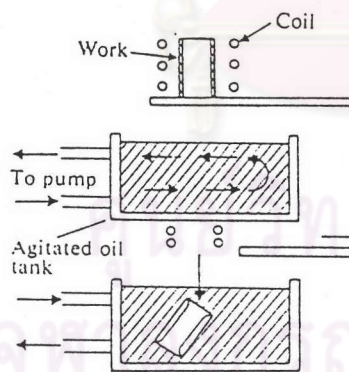
การชุบแข็งโดยหลักการง่าย ๆ คือ การทำให้เหล็กร้อนจนได้ที่ แล้วเปลี่ยนอุณหภูมิลงมาอย่างรวดเร็ว ซึ่งการให้ความร้อนกับชิ้นงานสามารถทำได้หลายวิธี แต่วิธีการให้ความร้อนแบบเหนียวนำนี้ จัดว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพ สามารถให้ความร้อนได้อย่างรวดเร็วโดยที่ความร้อนยังไม่ทันกระจายจากบริเวณผิวสู่ส่วนกลางของชิ้นงาน หลังการชุบแล้วชิ้นงานจึงแข็งเฉพาะที่ผิว ในขณะที่ส่วนกลางยังคงความเหนียวอยู่ จึงทำให้ชิ้นงานแข็งแต่ไม่เปราะวิธีการให้ความร้อนแบบนี้จึงเหมาะสำหรับการชุบแข็งที่ผิว (Surface Hardening) สำหรับตัวแปรที่สำคัญที่มีผลต่อความลึกผิวในการชุบแข็ง ก็คือความถี่ ซึ่งการเลือกความถี่ที่เหมาะสมสำหรับชิ้นงานจะได้กล่าวในหัวข้อถัดไป

2.4.1 กลไกการชุบแข็ง

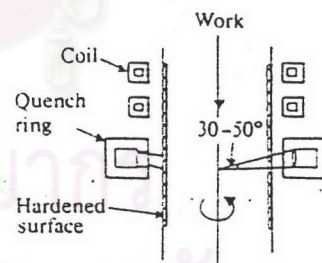
กลไกในการชุบแข็งเหล็ก สามารถอธิบายโดยใช้แผนภาพดังรูปที่ 2.18 กล่าวคือ ถ้าทำให้เหล็กผสมคาร์บอนมีอุณหภูมิสูงขึ้นจนถึงเส้น AC_3 เหล็กที่ได้จะมีการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างเป็นสารที่มีชื่อเรียกว่า Austenite ซึ่งมีคุณสมบัติไม่เป็นสารแม่เหล็ก และถ้าปล่อยให้เหล็กนี้ค่อยๆ เย็นลง โครงสร้างเหล็กจะกลับคืนสู่สภาวะเดิมเหมือนกับช่วงก่อนที่จะถูกทำให้ร้อน แต่ถ้าทำให้เหล็กมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจนถึงเส้น AC_3 แล้วทำให้เย็นลงโดยฉับพลัน โดยการชุบ (Quench) ในน้ำหรือน้ำมัน เมื่ออุณหภูมิของเหล็กลดลงเหลือประมาณ 200 - 300 องศาเซลเซียส คาร์บอนที่เป็นส่วนผสมจะแยกตัวออกมาอย่างรวดเร็ว และเกิดเป็นโครงสร้างใหม่ที่เรียกว่า Martensite ซึ่งเป็นโครงสร้างหลักที่เกาะตัวกันแน่น ทำให้เหล็กมีความแข็งเพิ่มขึ้น และถ้าส่วนผสมของคาร์บอนมีมาก จะมีผลึก Martensite มากขึ้น เหล็กก็จะมี ความแข็งมากขึ้นด้วย จากที่กล่าวมาการทำให้เหล็กมีอุณหภูมิสูงถึงเส้น AC_3 หรือจุดคูรี แล้วทำให้เหล็กเย็นตัวลงอย่างรวดเร็ว ก็คือการชุบแข็งอย่างง่าย แต่ในทางปฏิบัติในการชุบแข็งเหล็กจะต้องทำให้อุณหภูมิของเหล็กผสมคาร์บอนสูงขึ้นไปถึง Hardening Temperature สำหรับเหล็กที่มีส่วนผสมคาร์บอนน้อยกว่า 0.83% อุณหภูมิที่ใช้จะสูงกว่าอุณหภูมิคูรีประมาณ 10 - 60 องศา

แต่ถ้าเหล็กที่ใช้มีส่วนผสมคาร์บอนมากกว่า 0.83% แล้วอุณหภูมิในการชุบจะต่ำกว่าจุดคูรี ดังแสดงในรูปที่ 2.18

ในการชุบแข็งจะต้องทำให้ชิ้นงานเย็นลงอย่างรวดเร็ว การปล่อยให้เย็นลงตามธรรมชาติจะไม่รวดเร็วพอ จะต้องใช้น้ำ น้ำมัน หรือลมเป่า อัตราเร็วในการทำให้ชิ้นงานเย็นตัวลงเป็นสิ่งสำคัญ ถ้าส่วนผสมคาร์บอนมีปริมาณมาก หรือมีส่วนประกอบโลหะอื่นเช่น โมลิบดีนัม โครเมียม และแมงกานีส อัตราเร็วในการทำให้ชิ้นงานเย็นตัวจะมีค่าลดลง ในการทำให้ชิ้นงานเย็นตัวลงมีวิธีการหลายแบบ ถ้าชิ้นงานมีขนาดเล็กเราอาจใช้วิธีให้ความร้อนพร้อมกันทั้งชิ้นงาน (Single Shot Hardening) และทำให้ชิ้นงานเย็นลงพร้อมกันทั้งชิ้นในเวลาเดียวกันตัวอย่างเช่นให้ขดลวดมีขนาดเท่ากับชิ้นงานเมื่อชิ้นงานร้อนแล้วก็หยุดจ่ายกำลัง และฉีดน้ำหรือน้ำมันให้ทั่วทั้งชิ้นงานเพื่อให้ชิ้นงานเย็นตัวพร้อมกันทั้งชิ้นหรือใช้วิธีง่าย ๆ โดยการปล่อยให้ชิ้นงานตกลงในอ่างบรรจุน้ำหรือน้ำมัน ดังรูปที่ 2.19 แต่สำหรับชิ้นงานที่มีขนาดใหญ่ วิธีที่นิยมใช้คือ การให้ความร้อนแบบ Scanning วิธีนี้ขดลวดให้ความร้อนจะมีขนาดเล็กกว่าชิ้นงาน โดยจะให้ความร้อนเฉพาะบริเวณ และชิ้นงานจะค่อยๆ เลื่อนผ่านเข้าไปในขดลวด โดยทั่วไปจะให้ความร้อนหมุนรอบแกนด้วยเพื่อให้ได้รับความร้อนอย่างสม่ำเสมอ เมื่อชิ้นงานนั้นออกมาจากขดลวดแล้วจะถูกฉีดด้วยน้ำหรือน้ำมันที่พ่นจากวงแหวนที่อยู่ถัดจากขดลวดโดยมุมของการฉีดประมาณ 30 - 50 องศา ดังรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.19 วิธีชุบแข็งแบบ Single Shot

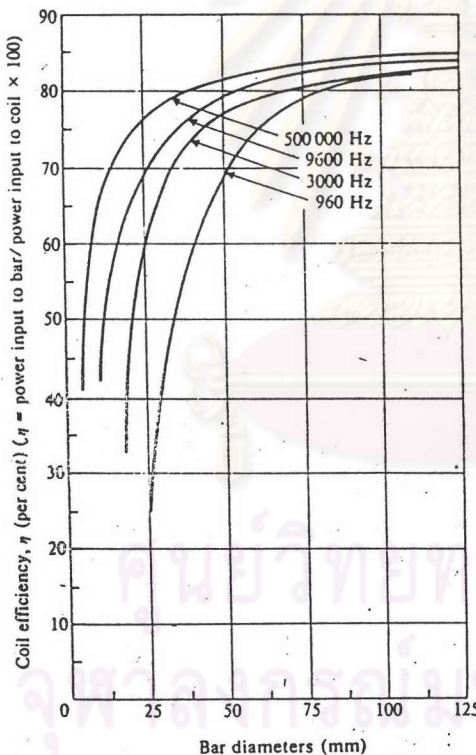


รูปที่ 2.20 วิธีชุบแข็งแบบ Scanning

2.4.2 การเลือกความถี่ในการชุบแข็ง

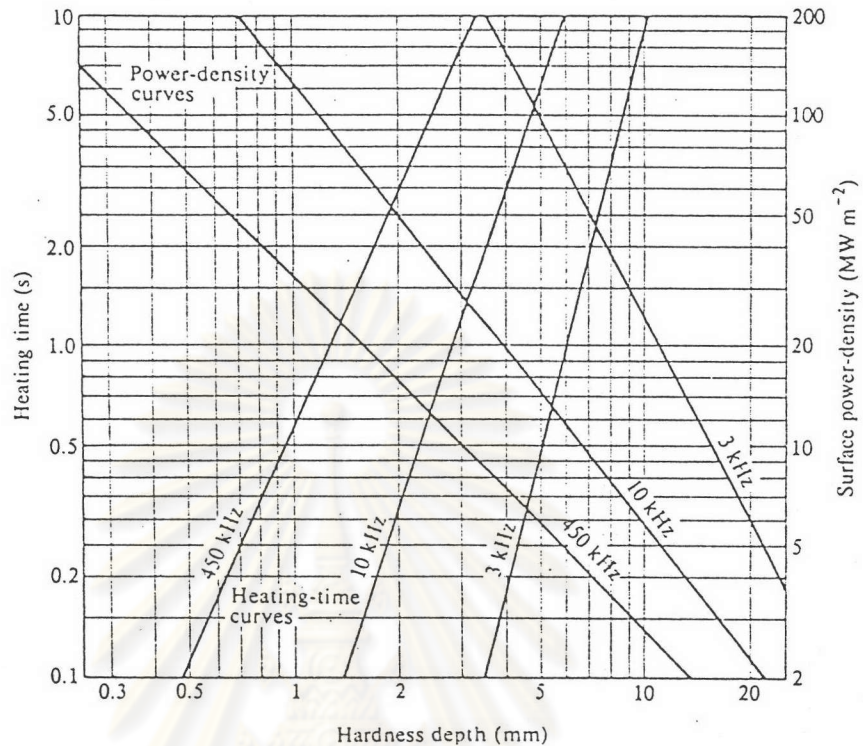
ความถี่เป็นตัวแปรที่สำคัญต่อความลึกผิวในการชุบแข็งและกำลังที่ปรากฏต่อชิ้นงานซึ่งเป็นไปตามสมการที่ (2.9) และ สมการ (2.35) ถ้าต้องการได้ความลึกผิวที่ต้นจะต้องใช้ความถี่ที่สูงขึ้น ความถี่ที่สูงจะมีผลต่อประสิทธิภาพของขดลวด ให้ความร้อน จากรูปที่ 2.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพของขดลวดให้ความร้อนกับเส้นผ่าศูนย์กลางของ

ชิ้นงานโดยมีความถี่เป็นตัวพารามิเตอร์ จะพบว่าที่ความถี่ใดๆ ประสิทธิภาพของขดลวดให้ความร้อนซึ่งหมายถึง อัตราส่วนของกำลังที่ชิ้นงานต่อกำลังที่ขดลวด จะมีค่ามากขึ้นเมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางกลางของชิ้นงานใหญ่ขึ้น และเมื่อชิ้นงานมีขนาดใหญ่หลายๆ ค่าประสิทธิภาพนี้จะมีค่าค่อนข้างคงที่ และถ้าพิจารณาที่เส้นผ่านศูนย์กลางใดๆ แล้วประสิทธิภาพของขดลวดให้ความร้อนจะมีค่ามากขึ้นเมื่อความถี่มีค่ามากขึ้น และจะพบว่าประสิทธิภาพของขดลวดให้ความร้อนจะมีความแตกต่างกันอย่างมาก ในช่วงที่เส้นผ่านศูนย์กลางมีขนาดค่อนข้างต่ำ แต่ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางมีขนาดเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ เช่นในช่วง 100 มม. ถึง 125 มม. ประสิทธิภาพของขดลวดให้ความร้อนจะไม่แตกต่างกันมากนัก ตัวอย่างเช่น ที่ความถี่ 500 กิโลเฮิร์ตซ์ ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงานมีขนาด 100 มม. ประสิทธิภาพของขดลวดให้ความร้อนจะมีค่าสูงถึง 84 เปอร์เซ็นต์ ในขณะที่ประสิทธิภาพจะเป็น 85 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงานมีขนาด 125 มม.



รูปที่ 2.21 แสดงประสิทธิภาพของขดลวดให้ความร้อนกับขนาดของชิ้นงาน โดยใช้ชิ้นงานที่เป็นโลหะผสมคาร์บอน 0.45% และ มีความแตกต่างระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางด้านในของขดลวดให้ความร้อน กับเส้นผ่านศูนย์กลางด้านนอกของชิ้นงานเท่ากับ 3 มม. (ระยะ gap = 3 มม.)

ในการเลือกความถี่ในการชุบแข็ง เพื่อให้ได้ความลึกผิวแข็งตามที่ต้องการนั้น จะต้องพิจารณาตัวแปรที่สำคัญอย่างเช่น เวลาในการให้ความร้อน และความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิวด้วย จากการทดลองทำให้ได้ความสัมพันธ์ระหว่างความลึกผิว ความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิว และระยะเวลาในการให้ความร้อน โดยมีความถี่เป็นพารามิเตอร์ ดังรูปที่ 2.22 (เป็นกราฟ ที่ได้จากการทดลองของ นาย Lozinskii [J.Davies. and P.Simpson., 1979])



รูปที่ 2.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความลึกผิว ความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิว และระยะเวลาในการให้ความร้อนโดยมีความถี่เป็นตัวพารามิเตอร์

จากรูปที่ 2.22 สามารถสรุปได้ว่า

1. สำหรับความถี่ใดๆแล้ว ถ้าเพิ่มระยะเวลาในการให้ความร้อนความลึกผิวที่แข็งจะสูงขึ้น ทั้งนี้ เพราะความร้อนที่ผิวจะถ่ายเทได้ด้วย วิธีการนำความร้อนเข้าสู่ชิ้นงาน ตัวอย่างเช่นที่ความถี่ 10 kHz ให้ความร้อนเป็นเวลาประมาณ 1.25 วินาที ความลึกผิวที่แข็งจะประมาณ 3 มม. และถ้าให้ความร้อนนานขึ้นเป็นเวลา 3 วินาที ความลึกผิวที่แข็งจะประมาณ 4 มม. เป็นต้น

2. สำหรับความถี่ใดๆแล้ว ถ้าเพิ่มความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิวที่ชิ้นงานแล้วความลึกผิวจะมีค่าลดลง ตัวอย่างเช่น ที่ความถี่ 10 kHz ให้ความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิวประมาณ 28 MW/m² จะได้ความลึกผิวที่แข็งเป็น 3 มม. และถ้าเพิ่มความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิวให้เป็น 120 MW/m² จะได้ความลึกผิวที่แข็งเท่ากับ 1 มม. เป็นต้น

3. สำหรับระยะเวลาการให้ความร้อน และความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิวคงที่แล้วการเพิ่มความถี่จะทำให้ความลึกผิวที่แข็งลดลง ข้อสรุปนี้เป็นไปตามสมการที่ (2.9) กล่าวคือ ความลึกผิวเป็นสัดส่วนกับ $\frac{1}{\sqrt{\text{frequency}}}$

ตัวอย่างการวิเคราะห์โดยใช้กราฟรูปที่ 2.22

ข้อกำหนด เครื่องเหนี่ยวนำความร้อนขนาด 20 kW ความถี่ 10 kHz เส้นผ่านศูนย์กลางด้านในของขดลวดให้ความร้อนเท่ากับ 30 มม. ความสูงของขดลวดเท่ากับ 10 มม. และชั้นงานเป็นเหล็กทรงกระบอกตันเส้นผ่านศูนย์กลาง 24 มม.

จากข้อกำหนด จะหาความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิวได้เท่ากับ

$$\frac{20 \text{ kW}}{\pi (24\text{mm.}) (10\text{mm.})} = \frac{26.5 \text{ W}}{(\text{mm})^2}$$

$$\text{หรือ} \quad 26.5 \frac{\text{Mw}}{\text{m}^2}$$

จากกราฟในรูปที่ 2.22 ที่ความถี่ 10 kHz และความหนาแน่นกำลังต่อพื้นที่ผิว $26.5 \frac{\text{Mw}}{\text{m}^2}$ จะได้ความลึกผิวที่แข็งประมาณ 3.2 มม. และใช้เวลาในการให้ความร้อนประมาณ 1.3 วินาที

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย