บทที่ 2

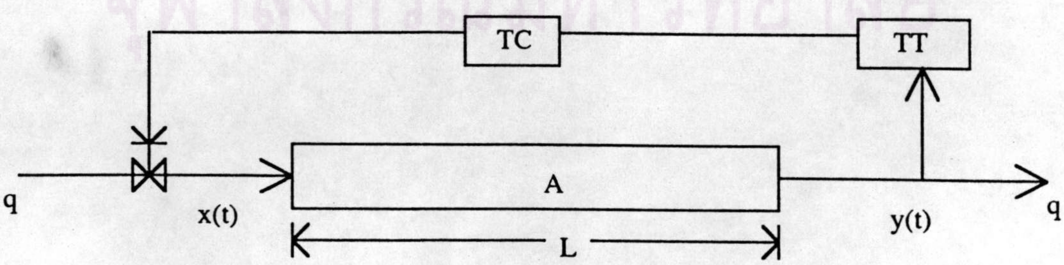
ทฤษฎี

จากที่ได้กล่าวในบทที่แล้วปัญหาที่สำคัญในการควบคุมกระบวนการผลิตคือ การที่กระบวนการมีเดดไทม์หรือมีการตอบสนองที่ล่าช้าของกระบวนการ ดังนั้นในการแก้ปัญหาจะทำได้โดยการกำจัดเดดไทม์ที่มีอยู่ในกระบวนการออกไปซึ่งสามารถทำได้โดยการติดตั้งตัวกำจัดเดดไทม์ อันจะเป็นผลทำให้ประสิทธิภาพของกระบวนการดีขึ้น

2.1 ลักษณะของการเกิดเดดไทม์

เดดไทม์ (Deadtime) หรือ ไทม์ดีเลย์ (Time delay) หรือ เวลาที่ใช้ในการขนส่ง (Transportation lag) คือ การตอบสนองแบบที่ช้าออกไปของระบบ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสัญญาณนำเข้าดังตัวอย่างคือ

ของเหลวไหลผ่านท่อ พื้นที่หน้าตัด A ความยาว L จากปลายข้างหนึ่งไปยังปลายอีกข้างหนึ่ง ดังรูปที่ 1 โดยของเหลวมีความหนาแน่น = ρ, ความร้อนจำเพาะ = C



รูปที่ 2.1 แสดงถึงกระบวนการที่ใช้ในการหาค่าเดดไทม์

กำหนดให้อัตราการไหลของของเหลวคงที่ = q

อุณหภูมิขาเข้าที่เวลา $t = 0$ วินาที คือ x และ

อุณหภูมิขาออกที่เวลา $t = \theta$ วินาที คือ y

จากรูปพบว่าของเหลวไหลเข้าท่อเมื่อเวลา $t = 0$ วินาที และใช้เวลา θ วินาที ในการเคลื่อนที่ไปยังปลายท่ออีกด้านหนึ่ง โดยในระยะแรกอุปกรณ์วัดยังไม่สามารถตรวจสอบได้เพราะของเหลวยังไหลไปไม่ถึง เมื่อเวลาผ่านไป θ วินาที ของเหลวไหลมาถึงอุปกรณ์วัด จึงสามารถตรวจสอบพบและส่งสัญญาณไปยังตัวควบคุมผ่านไปยังวาล์วได้จะเห็นว่าเริ่มจากที่ของเหลวไหลจนถึงมีสัญญาณออกมาจากอุปกรณ์วัด จะใช้เวลา θ วินาที ซึ่งช่วงเวลา θ วินาที นี้คือ เดดไทม์

นั่นคือ

$$\theta = \frac{\text{ปริมาครของท่อ}}{\text{อัmราการไหลของน้ำ}}$$

$$= \frac{A \times L}{A \times V}$$

หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$y(t) = x(t - \theta) \qquad (2.1)$$

เขียนในรูปสมการเชิงเส้น

$$y = x(t - \theta) \qquad (2.2)$$

ที่สภาวะคงที่

$$y_s = x_s(t - \theta) \qquad (2.3)$$

นำสมการ (2.3) ลบ สมการ (2.2)

$$y - y_s = x - x_s(t - \theta) \qquad (2.4)$$

จากตัวแปรเบี่ยงเบน

$$x' = x - x_s$$

$$y' = y - y_s$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เขียนสมการ (2.4) ใหม่ได้ว่า

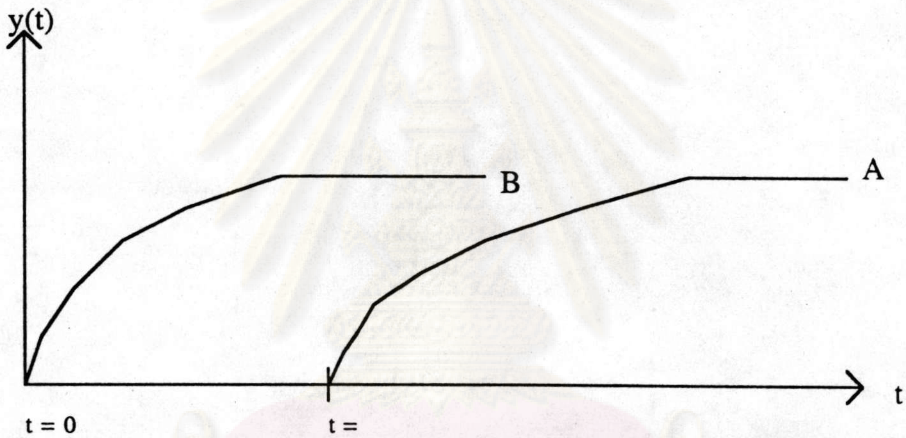
$$y' = x'(t - \theta) \tag{2.5}$$

ใช้ลาปลาซทรานส์ฟอร์มสมการ (2.5)

$$Y(s) = X(s)e^{-\theta_p s}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = e^{-\theta_p s} \tag{2.6}$$

จะพบว่า $e^{-\theta_p s}$ คือ ค่าลาปลาซทรานส์ฟอร์มของเดดไทม์เพียงอย่างเดียวที่เกิดขึ้นในระบบ

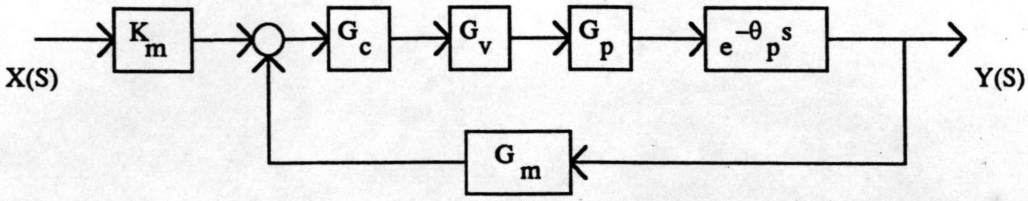


รูปที่ 2.2 แสดงสัญญาณของเดดไทม์ที่เกิดขึ้น

จากกราฟรูปที่ 2.2 แสดงให้เห็นว่าเส้นโค้ง A คือกราฟของสัญญาณส่งออกที่มีเดดไทม์อยู่ ทำให้สัญญาณส่งออกที่ได้ต้องใช้เวลา θ วินาที จึงจะแสดงผลออกมา แต่เส้นโค้ง B เป็นกราฟของสัญญาณส่งออก ที่ชดเชยค่าเดดไทม์ออกไปแล้ว ทำให้ค่าสัญญาณส่งออกที่ได้แสดงผลออกมาจากจุดกำเนิดที่ t = 0

จากรูปที่ 2.1 สามารถเขียนในรูปบล็อคไดอะแกรม (Block diagram) ได้ว่า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.3 แสดงถึงการควบคุมแบบป้อนกลับที่มีค่าเดดไทม์อยู่ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน ของกระบวนการ

จะเห็นว่าเดดไทม์ ($e^{-\theta_p s}$) ที่เกิดขึ้นจะอยู่ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น (G_p) ของระบบการควบคุมแบบป้อนกลับ

2.1.1. สาเหตุที่มีเดดไทม์เกิดขึ้นมีหลายประการคือ

1. กระบวนการซึ่งมีการขนส่งที่ไหลผ่านท่อที่ยาวมากหรือกระบวนการซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนที่ต้องใช้เวลานานมาก
2. เครื่องมือวัดต่างๆ ที่ต้องใช้เวลานานตั้งแต่เริ่มสุ่มตัวอย่างจนถึงการคำนวนผลลัพธ์
3. การควบคุมบางอย่างที่ต้องใช้คนเข้าไปคุมด้วย ซึ่งผู้ปฏิบัติการจะใช้เวลาคิดและไตร่ตรองก่อนตัดสินใจควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.1.2. ผลเสียของการเกิดเดดไทม์

1. การรบกวนที่เข้ามาในระบบไม่สามารถถูกตรวจพบในทันทีทันใด
2. ทำให้การควบคุมกระบวนการผลิตทำได้ช้ากว่าเหตุการณ์ปัจจุบันของระบบ
3. มีผลต่อสมรถนะของระบบการควบคุมกระบวนการและทำให้ระบบการควบคุมกระบวนการไม่เสถียร

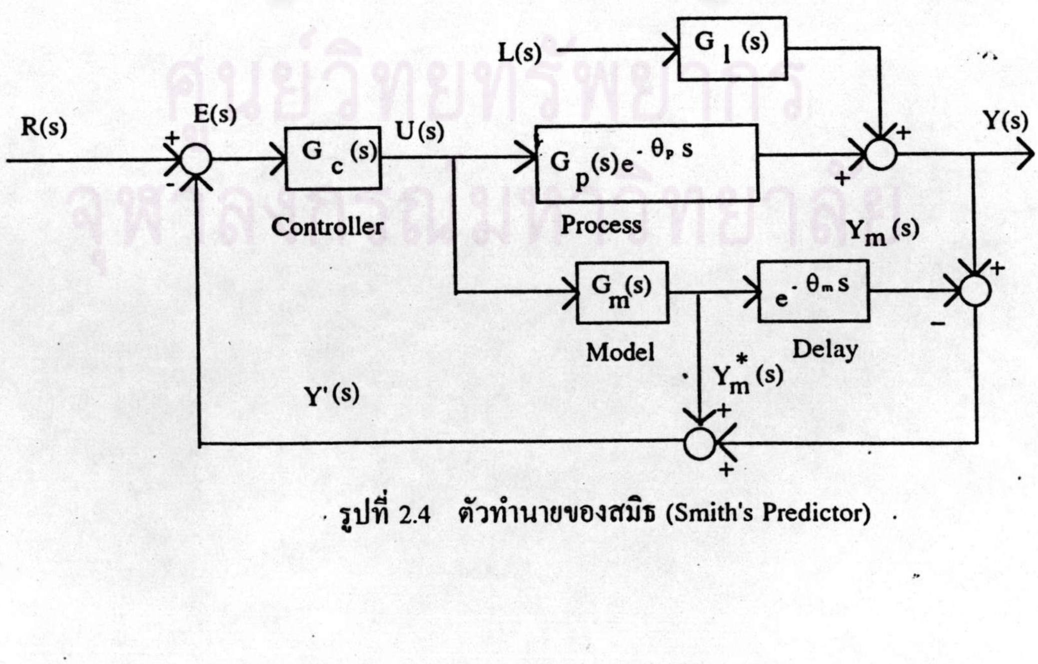
4. เมื่อมีการเปลี่ยนบางสิ่งบางอย่างในกระบวนการผลิตโดยผู้ควบคุม ก็ไม่สามารถทราบได้ในเวลาอันรวดเร็วว่าผลของการเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างไร

2.2. การชดเชยเดดไทม์ (Deadtime Compensation)

คือการสร้างแบบจำลองทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นของกระบวนการผลิต โดยแบบจำลองนี้จะสามารถสร้างสัญญาณและส่งออกมาได้ในลักษณะเดียวกันกับทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นของกระบวนการผลิตที่เกิดขึ้นจริง สัญญาณที่ถูกส่งออกมานี้ก็ได้รับการบรรจุค่าเดดไทม์จำลองเข้าไป ซึ่งค่าเดดไทม์จำลองที่ถูกสร้างขึ้นนี้เอง จะถูกนำไปใช้ในการชดเชยค่าเดดไทม์ของสัญญาณ ส่งออกของกระบวนการผลิตจริง การชดเชยค่าเดดไทม์มีอยู่ด้วยกันหลายวิธี แต่ที่ได้ทำการศึกษาเพื่อทำวิทยานิพนธ์คือ

- ตัวทำนายของสมิธ (Smith's Predictor)
- ตัวทำนายเชิงวิเคราะห์ (Analytical Predictor)

2.2.1. ตัวทำนายของสมิธ (Smith's Predictor)



รูปที่ 2.4 ตัวทำนายของสมิธ (Smith's Predictor)

ตัวทำนายของสมิธเป็นเทคนิคของการทำนายค่าของกระบวนการผลิตจริงโดยใช้โมเดลของกระบวนการ ดังรูปที่ 2.4 ค่าทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น $G_p(s)$ และ$G_m(s)$ จะถูกกำหนดให้อยู่ในรูปของลาปลาซทรานส์ฟอร์ม ซึ่งมีค่า θ_p และ θ_m เป็นค่าเดดไทม์ของกระบวนการผลิตจริงและโมเดลของกระบวนการจะมีความสัมพันธ์กับค่า $Y'(s)$ เป็นค่าของสัญญาณส่งออกที่จะเกิดขึ้นในอนาคตที่ได้ชดเชยเดดไทม์ออกไปแล้ว (Predicted future output) โดย $Y'(s)$ เป็นค่าที่คำนวณได้จาก $G_m(s)$ ดังสมการ (14) โดย $G_c(s)$ เป็นตัวควบคุมที่อยู่ในรูปของตัวควบคุมแบบ พีไอดี (PID controller)

จากรูปที่ 2.4 เราจะเห็นว่า ถ้าเรามีโมเดลของกระบวนการและค่าเดดไทม์ถูกต้องจะได้

$$G_m(s) = G_p(s) \tag{2.7}$$

และ

$$\theta_p = \theta_m \tag{2.8}$$

ถ้า

$$L(s) = 0 \tag{2.9}$$

จะได้

$$Y_m(s) = Y(s) \tag{2.10}$$

และการตอบสนองของระบบหรือสัญญาณที่เข้าไปยังตัวเปรียบเทียบจะเท่ากับ

$$Y'(s) = Y^*{}_m(s) \tag{2.11}$$

$$= G_m(s)G_c(s)E(s) \tag{2.12}$$

$$= G_m(s)G_c(s)(R(s) - Y'(s)) \tag{2.13}$$

$$\frac{Y'(s)}{R(s)} = \frac{G_m(s)G_c(s)}{1+G_m(s)G_c(s)} \tag{2.14}$$

จะเห็นว่าทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันระหว่าง $Y'(s)$ และ $R(s)$ คือ ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่ปราศจากเดดไทม์

และเมื่อมีเดดไทม์เข้ามาเกี่ยวข้องจะสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$E(s) = R(s) - Y'(s) \tag{2.15}$$

$$Y'(s) = Y^*{}_m(s) + Y(s) - Y_m(s) \tag{2.16}$$

เอา $Y'(s)$ แทนลงในสมการ 2.15 จะได้

$$E(s) = R(s) - Y^*_m(s) - Y(s) + Y_m(s) \quad (2.17)$$

จากรูปที่ 2.4

$$Y^*_m(s) = U(s)G_m(s) \quad (2.18)$$

$$Y_m(s) = U(s)G_m(s)e^{-\theta_m s} \quad (2.19)$$

$$Y(s) = G_l(s)L(s) + U(s)G_p(s)e^{-\theta_p s} \quad (2.20)$$

แทนค่า $Y^*_m(s)$, $Y_m(s)$ และ $Y(s)$ ลงในสมการ (2.17) จะได้

$$E(s) = R(s) - U(s)G_m(s) - G_l(s)L(s) - U(s)G_p(s)e^{-\theta_p s} + U(s)G_m(s)e^{-\theta_m s}$$

$$E(s) = R(s) - G_l(s)L(s) - U(s)[G_m(s) + G_p(s)e^{-\theta_p s} - G_m(s)e^{-\theta_m s}] \quad (2.21)$$

$$U(s) = G_c(s)E(s) \quad (2.22)$$

แทนค่า E(s) ลงสมการ (2.22)

$$U(s) = G_c(s)R(s) - G_c(s)G_l(s)L(s) - G_c(s)U(s)[G_m(s) + G_p(s)e^{-\theta_p s} - G_m(s)e^{-\theta_m s}] \quad (2.23)$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$(1 + G_c[G_m(s) + G_p(s)e^{-\theta_p s} - G_m(s)e^{-\theta_m s}])U(s) = G_c(s)R(s) - G_c(s)G_l(s)L(s)$$

$$U(s) = \frac{G_c(s)R(s) - G_c(s)G_l(s)L(s)}{1 + G_c(s)[G_m(s) + G_p(s)e^{-\theta_p s} - G_m(s)e^{-\theta_m s}]} \quad (2.24)$$

แทนค่า U(s) ลงสมการ (2.20)

$$Y(s) = G_l(s)L(s) + \frac{e^{-\theta_p s}[G_C(s)R(s) - G_l(s)G_C(s)L(s)]}{1 + G_C(s)[G_m(s) + G_p(s)e^{-\theta_p s} - G_m(s)e^{-\theta_m s}]} \quad (2.25)$$

จัดรูปสมการ (2.25) ใหม่ จะได้

$$Y(s) = \frac{G_C(s)G_p(s)e^{-\theta_p s}R(s) + [1 + G_C(s)G_m(s)(1 - e^{-\theta_m s})]G_l(s)L(s)}{1 + G_C(s)[G_m(s) + G_p(s)e^{-\theta_p s} - G_m(s)e^{-\theta_m s}]} \quad (2.26)$$

$Y_m(s)$ = สัญญาณที่ส่งออกมาจากโมเดล ที่มีเดดไทม์รวมอยู่ด้วย

$Y^*_m(s)$ = สัญญาณที่ส่งออกมาจากโมเดล ที่ไม่มีเดดไทม์รวมอยู่

$Y'(s)$ = สัญญาณที่ส่งออกที่ได้รับการชดเชยเดดไทม์ไปแล้ว

$Y(s)$ = สัญญาณส่งออกของกระบวนการ

$U(s)$ = สัญญาณส่งออกของตัวควบคุมกระบวนการ

จากสมการข้างต้นอาจกล่าวได้ว่าถ้าโมเดลเท่ากับกระบวนการและค่าเดดไทม์ θ_p เท่ากับ θ_m และตัวหารของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันในสมการ (2.26) คือ $1+G_c(s)G_m(s)$ นั่นคือผลของเดดไทม์ที่มีต่อเสถียรภาพของระบบจะไม่มี

จากสมการ (2.10)

$$Y(s) = Y_m(s)$$

หรือ

$$U(s)G_p(s)e^{-\theta_p s} = U(s)G_m(s)e^{-\theta_m s} \tag{2.27}$$

และจากสมการ (2.8)

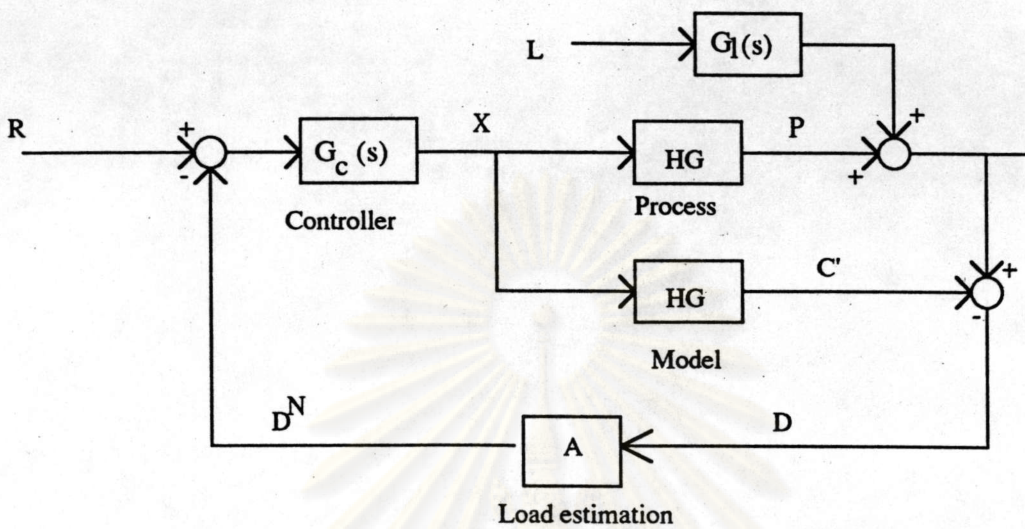
$$G_p(s) = G_m(s)$$

แทนค่าสม 2.10 และ 2.8 ลงสมการ (2.26) จะได้สมการ (2.28) ว่า

$$Y(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)e^{-\theta_p s}}{1+G_c(s)G_p(s)} R(s) + \frac{[1+G_c(s)G_p(s)(1-e^{-\theta_p s})]G_l(s)}{1+G_c(s)G_p(s)} L(s) \tag{2.28}$$

สำหรับค่าทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของตัวควบคุมกระบวนการ (G_c) จะเป็นชนิด พีไอดี ในรูปของการจูนด้วยวิธีของ"ซิเกลอร์-นิโคลส์" (Ziegler-Nichols) ซึ่งทำได้โดยการหาค่า K_{cu} และ P_u โดยวิธีไซเคิลอย่างต่อเนื่อง (Continuous Cycling Method) ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในเรื่องของการจูน

2.2.2. ตัวทำนายเชิงวิเคราะห์ (Analytical predictor)



รูปที่ 2.5 ตัวทำนายเชิงวิเคราะห์ (Analytical Predictor)

จากการใช้ตัวทำนายแบบสมิธเข้ามาแก้ปัญหาของการเกิดเดดไทม์พบว่าสิ่งที่ตัวทำนายแบบสมิธยังไม่สามารถแก้ไขได้คือ ถ้ามีการรบกวน (Disturbance) หรือโหลด (Load) เข้ามาในระบบจะมีผลทำให้การชดเชยเดดไทม์ยังไม่สามารถทำได้ดีเท่าที่ควรดังนั้นเพื่อการชดเชยการรบกวนออกไป Moore (1970) จึงนำวิธีการควบคุมโมเดลภายในกระบวนการ (Internal Model Control) มาทำการปรับปรุงเสียใหม่โดยการเพิ่มตัวประเมินค่าโหลด (Load Estimation หรือ A) ลงไปในบล็อคไดอะแกรม Block diagram และ ตัวประเมินค่าโหลดนี้เองจะทำให้ที่เป็นตัวทำนายค่าการรบกวนที่มาจากโหลด (Load Estimation) และทำการชดเชยการรบกวนออกไปดังรูป 2.5 ซึ่ง Moore ได้เรียกตัวทำนายชนิดนี้ว่า "ตัวทำนายเชิงวิเคราะห์" โดยตัวทำนายเชิงวิเคราะห์นี้จะใช้ทำนายสัญญาณส่งออกของกระบวนการที่จะเกิดขึ้นในอนาคตดังนั้นจากบล็อกไดอะแกรมสามารถเขียนสมการของตัวทำนายเชิงวิเคราะห์ได้ว่า

$$C = Q + L \tag{2.29}$$

$$= HGP + L \qquad (2.30)$$

$$= HGG_cE + L \qquad (2.31)$$

$$= HGG_c[R - A(C-C')] + L \qquad (2.32)$$

$$= HGG_cR - HGG_cAC - HGG_cAC' + L \qquad (2.33)$$

$$= HGG_cR - HGG_cAC - HGG_cAH\tilde{G}P + L \qquad (2.34)$$

$$P = \frac{C + HGG_cAC - HGG_cR - L}{HGG_cAH\tilde{G}} \qquad (2.35)$$

$$C = \frac{HG\,[C + HGG_cAC - HGG_cR - L\,]}{HGG_cAH\tilde{G}} + L \qquad (2.36)$$

นำสมการ (2.35) แทนลงสมการ (2.30) จะได้

$$H\tilde{G}G_cAC = C + HGG_cAC - HGG_cR - L + H\tilde{G}G_cAL \qquad (2.37)$$

$$C + HGG_cAC - H\tilde{G}G_cAC = HGG_cR - H\tilde{G}G_cAL + L \qquad (2.38)$$

$$C[1 + AG_c(HG - H\tilde{G})] = HGG_cR + L(1- H\tilde{G}G_cA) \qquad (2.39)$$

$$C = \frac{HGG_c}{C[1 + G_cA(HG - H\tilde{G})}R + \frac{(1 - H\tilde{G}G_cA)}{C[1 + G_cA(HG - H\tilde{G})}L \qquad (2.40)$$

จากสมการ (2.40) และ รูปที่ 2.5 จะได้ว่า

HG = กระบวนการผลิตจริง (Actual Process)

$H\tilde{G}$ = โมเดลของกระบวนการผลิตจริง (Process Model)

G_c = ตัวควบคุมกระบวนการ (Controller)

HG_l = โหลด (Load)

A = ตัวประเมินค่าโหลด (Load Estimation)

D^N = ค่าของตัวรบกวนที่ประเมินได้ N ครั้ง

จาก $D(z) = C(s) - C'(s)$ (2.41)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค่าของตัวรบกวนที่ประเมินได้ จะเป็นค่าที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคต โดยนำโหลดมาทำการเปลี่ยนแปลงแบบสเต็พ (Step Change) N ครั้ง (N คือ ค่าของเดดไทม์ที่อยู่ในโมเดลของกระบวนการ) ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน ได้คือ

$$H\tilde{G}_l(z) = \frac{\bar{b}z^{-1}}{1-\bar{a}z^{-1}} \tag{2.42}$$

$\bar{a}$ และ $\bar{b}$ คือ ค่าคงที่ ที่หาได้จากการใช้วิธี IMC จะได้ว่าจากรูปที่ 2.5

$$C(z) = HG_l(z)L(z) + HGX \tag{2.43}$$

$$C'(z) = HGX \tag{2.44}$$

แทนค่าสมการ (2.43) และ (2.44) ลงสมการ (2.41) จะได้

$$D(z) = HG_l(z)L(z) + HGX - HGX \tag{2.45}$$

ถ้าโมเดลของกระบวนการอยู่ในรูปของโมเดลที่กำหนดผิดพลาด (Modeling Error) ซึ่งหมายถึง

$$HGX = HGX$$

นั่นคือ $\quad HG_l = HG_l$

ดังนั้นสมการ (2.45) จะเหลือเพียง

$$D(z) = HG_l(z)L(z) \tag{2.46}$$

$$HG_l(z) = D(z)/L(z) \tag{2.47}$$

$L(z)$ = โหลดที่แท้จริง (Actual Load)

$HG_l(z)$ = ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของโหลดที่แท้จริง

จะพบว่าสมการ (2.42) จะเท่ากับสมการ (2.47) นั่นคือ

$$D(z)/L(z) = \frac{\bar{b}z^{-1}}{1-\bar{a}z^{-1}}$$

$$D(z) = \frac{\bar{b}z^{-1}}{1-\bar{a}z^{-1}} L(z) \tag{2.48}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทำสมการ (2.48) ให้อยู่ในรูปของสมการแตกต่าง (Difference Equation) จะได้

$$D_k = \bar{a}D_{k-1} + \bar{b}L_{k-1} \tag{2.49}$$

$$L_{k-1} = (D_k - \bar{a}D_{k-1})/\bar{b} \tag{2.50}$$

จากสมการ (2.50) หากเกิด การเปลี่ยนแปลงแบบสเต็พ ที่โหลดที่เวลา k-1 ค่าของโหลดจะขึ้นอยู่กับ D_k และ D_{k-1} และเมื่อเขียนสมการ (2.50) ให้อยู่ในรูปสมการลาปลาซ จะได้ว่า

$$z^{-1}L(z) = \frac{1-\bar{a}z^{-1}}{\bar{b}} D(z) \tag{2.51}$$

สมมติให้ผลจากการทำการเปลี่ยนแปลงแบบสเต็พ จำนวน N ครั้งแล้วพบว่าค่า L_{k-1} คงที่ตลอด จะได้ว่าจากสมการ (2.49)

$$D_{k-1} = \bar{a}D_k + \bar{b}L_{k-1}$$

$$D_{k-2} = \bar{a}D_{k+1} + \bar{b}L_{k-}$$

$$\vdots$$

$$D_{k+N} = \bar{a}D_{k+N-1} + \bar{b}L_{k-1}$$

และเมื่อนำสมการข้างต้นมาแทนค่าต่อกันไปเรื่อยๆ เราก็จะได้สมการของตัวทำนายค่าตัวรบกวนของโหลด ของตัวทำนายเชิงวิเคราะห์ นั่นคือ

$$D_{k+N} = \bar{a}^N D_k + \frac{1-\bar{a}^N}{1-\bar{a}}\bar{b}L_{k-1} \tag{2.52}$$

ทำสมการ (2.52) ให้อยู่ในรูปสมการลาปลาซ

$$D^N = \bar{a}^N D(z) + \frac{1-\bar{a}^N}{1-\bar{a}} z^{-1}\bar{b}L(z) \tag{2.53}$$

และถ้าตัวทำนายค่าตัวรบกวนของโหลดติดตั้งฟิลเตอร์ (Filter) สมการ (2.51) ก็จะกลายเป็น

$$z^{-1}L(z) = \frac{1-\bar{a}z^{-1}}{\bar{b}} F_1(z)D(z) \tag{2.54}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$F_l(z)$ คือ ฟิลเตอร์อันดับที่หนึ่ง (First order filter) ที่ประกอบไปด้วยพารามิเตอร์ในการจูน (Tunning Parameter(β))

$$F_l(z) \quad = \quad 1-\beta/(1-\beta z^{-1}) \qquad (0<\beta<1) \tag{2.55}$$

และเมื่อนำสมการ (2.54) และ (2.55) แทนลงในสมการ (2.53) จะได้ว่า

$$D^N \quad = \quad \bar{a}^N D(z) + \frac{1-\bar{a}^N}{1-\bar{a}}\bar{b}\left(\frac{1-\bar{a}z^{-1}}{\bar{b}}\right)D(z)F_l(z)$$

$$D^N \quad = \quad D(z)\left[\bar{a}^N + \frac{1-\bar{a}^N}{1-\bar{a}}(1-\bar{a}z^{-1})F_l(z)\right] \tag{2.56}$$

จากรูป 2.5 จะได้

$$D^N \quad = \quad AD(z) \tag{2.57}$$

นำสมการ (2.56) แทนลง (2.57) จะได้ว่า

$$A \quad = \quad \bar{a}^N + \frac{1-\bar{a}^N}{1-\bar{a}}(1-\bar{a}z^{-1})F_l(z) \tag{2.58}$$

จากการที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ในการหาค่าของตัวควบคุมกระบวนการ (G_c) นั้นเราจะใช้ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของ G_p ในการคำนวณหาส่วนในการหาค่าของตัวประเมินค่าโหลด (A) เราจะใช้ G_l ในการคำนวนหาขั้นตอนในการหานั้นจะหาจากค่าคงที่ $\bar{a}$ และ $\bar{b}$ ดังตัวอย่าง

ถ้า
$$G(s) \quad = \quad \frac{1}{\tau s+1} \tag{2.59}$$

เราจะใช้วิธีการของ IMC (Internal Model Control) มาช่วยในการค่า $\bar{a}$ และ $\bar{b}$

$$H(s)G(s) \quad = \quad \left(\frac{1-e^{s}}{s}\right)\left(\frac{1}{\tau s+1}\right) \tag{2.60}$$

ทำการเปลี่ยนสมการ (2.60) ให้อยู่ในรูปของ ซี-ทรานส์ฟอร์ม (z-Transform)

$$H(s)G(s) \quad = \quad \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau}\right] - e^{-s}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau}\right) \tag{2.61}$$

จาก
$$HG(z) \quad = \quad z[H(s)G(s)]$$

$$HG(z) \quad = \quad z\left(\frac{1}{s}\right) - z\left(\frac{1}{s+1/\tau}\right) - z\left\{e^{-s}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau}\right)\right\}$$

ดังนั้นสมการ (2.61) จะเป็น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$HG(z) = \left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-1/\tau}z^{-1}}\right) - z^{-1}\left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-1/\tau}z^{-1}}\right) \qquad (2.62)$$

จัดรูปสมการใหม่

$$HG(z) = (1-z^{-1})\left(\frac{z^{-1}(1-e^{-1/\tau})}{(1-z^{-1})(1-e^{-1/\tau}z^{-1})}\right)$$

$$HG(z) = \frac{z^{-1}(1-e^{-1/\tau})}{(1-e^{-1/\tau}z^{-1})} \qquad (2.63)$$

จะพบว่า

$$\bar{a} = e^{-1/\tau} \qquad (2.64)$$

$$\bar{b} = 1 - e^{-1/\tau} \qquad (2.65)$$

ดังนั้นค่า $\bar{a}$ และ $\bar{b}$ ของ G_c จะหาได้จากค่า $\bar{a}$ และ $\bar{b}$ ของ $G_p(s)$ ดังสมการ 2.66

$$G_c(z) = \frac{z-\bar{a}}{\bar{b}} \qquad (2.66)$$

ส่วน A จะหาได้จากค่า $G_I(s)$ (ในกรณีของ GAP) ดังตัวอย่างจะแสดงให้เห็นถึงการคำนวณหาค่า G_c และ A คือ

ถ้า

$$G_p(s) = \frac{e^{-2s}}{5s+1} \qquad (2.67)$$

$$-\theta_p = -2$$

$$H(s)G(s) = \left(\frac{1-e^{s}}{s}\right)\left(\frac{e^{-2s}}{5s+1}\right) \qquad (2.68)$$

ทำการเปลี่ยนสมการ (2.68) ให้อยู่ในรูปของซีทรานส์ฟอร์ม (z-Transform)

$$H(s)G(s) = e^{-2s}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/5}\right) - e^{-s}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/5}\right)e^{-2s} \qquad (2.69)$$

$$HG(z) = z^{-2}\left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-1/5}z^{-1}}\right) - z^{-1}\left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-1/5}z^{-1}}\right)z^{-2} \qquad (2.70)$$

จาก

$$HG(z) = z^{-2}(1-z^{-1})\left[\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-1/5}z^{-1}}\right]$$

$$HG(z) = z^{-2}(1-z^{-1})\left[\frac{1-e^{-1/5}z^{-1}-1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-e^{-1/5}z^{-1})}\right]$$

$$HG(z) = z^{-3}\left[\frac{1-e^{-1/5}}{1-e^{-1/5}z^{-1}}\right] \qquad (2.71)$$

$$HG(z) = z^{-3}\left[\frac{0.18127}{1-0.81873z^{-1}}\right] \tag{2.72}$$

$$\bar{a} = 0.81873$$

$$\bar{b} = 1-\bar{a} = 0.18127$$

นั่นคือจากสมการ 2.66จะได้ว่า ตัวควบคุมกระบวนการของตัวทำนายเชิงวิเคราะห์คือ

$$G_C(z) = \frac{z-0.81873}{0.18127} \tag{2.73}$$

และจะพบว่า

$$HG(z) = z^{-\theta_p-1}\left[\frac{\bar{b}}{1-\bar{a}z^{-1}}\right] \tag{2.74}$$

และถ้า

$$G_l(s) = \frac{e^{-s}}{\tau s+1} \tag{2.75}$$

$$HG(z) = z^{-1}(1-z^{-1})\left[\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-1/7}z^{-1}}\right]$$

$$HG(z) = z^{-2}(1-z^{-1})\left[\frac{1-e^{-1/7}z^{-1}-1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-e^{-1/7}z^{-1})}\right]$$

$$HG(z) = z^{-2}\left[\frac{1-e^{-1/7}}{(1-e^{-1/7}z^{-1})}\right] \tag{2.76}$$

$$HG(z) = z^{-2}\left[\frac{1-0.8669}{(1-0.8669z^{-1})}\right] \tag{2.77}$$

$$HG(z) = \frac{0.1331\,z^{-2}}{1-0.8669z^{-1}} \tag{2.78}$$

จากสมการ 2.74 เราจะได้ว่า

$$\bar{a} = 0.8669$$

$$\bar{b} = 0.1331$$

นำค่า $\bar{a}$ และ $\bar{b}$ ที่ได้ไปหาค่าของตัวประเมินค่าโหลด (A) โดยแทนลงในสมการ 7.58 ซึ่ง

$F_l(z) = 1$

$N = 2$ (ค่าของเดดไทม์ที่อยู่ในโมเดลของกระบวนการ)

ดังนั้นจะได้ว่า $A = 2.6215 - 1.6211\,z^{-}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

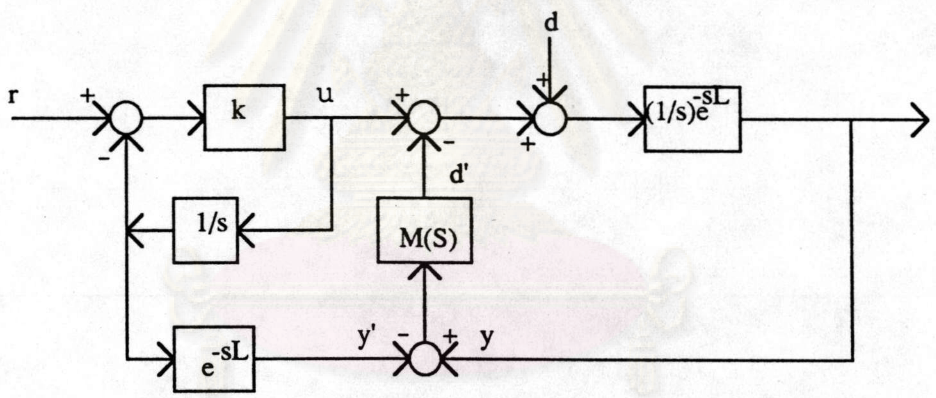
ค่าของตัวประเมินค่าโหลดของตัวทำนายเชิงวิเคราะห์คือ

$$A = \frac{2.6215z - 1.6211}{z} \tag{2.79}$$

2.2.3 ผลการศึกษาของนักวิจัยอื่นๆ

ได้มีผู้สนใจทำการศึกษาการชดเชยเดดไทม์อีกหลายท่าน โดยการนำตัวทำนายของสมิธมาปรับปรุงให้เหมาะสมกับสภาวะการต่างๆ ที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตตัวอย่าง เช่น

1. ตัวทำนายเชิงสมิธแบบใหม่ สำหรับการควบคุมกระบวนการที่มีตัวอินทีเกรตและมีค่าเดดไทม์ที่ยาวนาน (A New Smith Predictor for controlling a Process with an Integrator and Long Deadtime) ซึ่งเสนอโดย C.C.Hang, and B.C.Lim แห่ง National University of Singapore



รูปที่ 2.6 ตัวทำนายของสมิธแบบใหม่

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

L = เดดไทม์

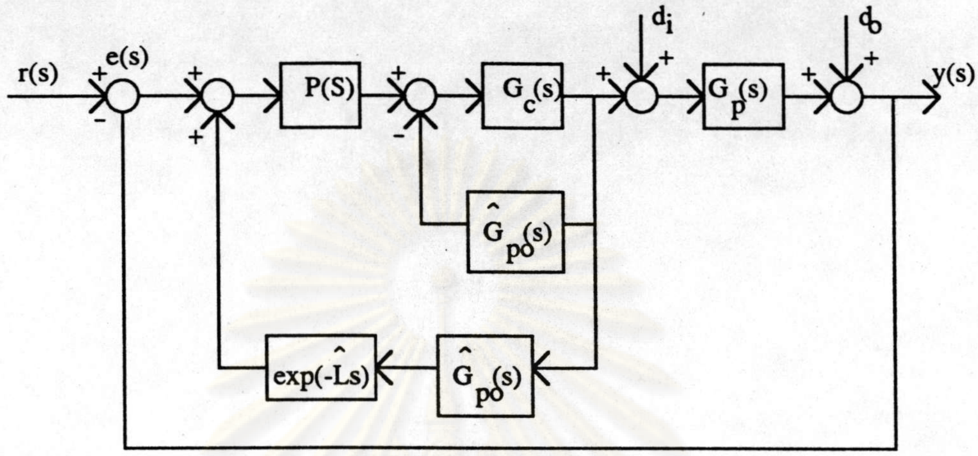
M(S) = ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของตัวแปรที่ปรับปรุงได้

$$M(S) = \frac{k_4 + \frac{k_3}{s}}{1 + k_1 + \frac{k_2}{s} + \frac{k_3}{s} - \left(\frac{k_4}{s} + \frac{k_3}{s^2}\right) - \left(\frac{k_4}{s} + \frac{k_3}{s^2}\right)e^{-sL}} \tag{2.80}$$

k_i = ค่าโดยประมาณของตัวควบคุมกระบวนการ

2. การปรับปรุงตัวทำนายของสมิธด้วยการประเมินค่าเดดไทม์แบบย้อนกลับ

(A Modified Smith Predictor with an Approximate Inverse of Deadtime)



รูปที่ 2.7 การปรับปรุงตัวทำนายของสมิธด้วยการประเมินค่าเดดไทม์แบบย้อนกลับ

จากรูปที่ 2.7 จะเป็นการจัดบล็อคไดอะแกรมของตัวทำนายของสมิธเสียใหม่ จะมีแตกต่างออกไปตรงที่ ตัวโมเดลของเดดไทม์ (θ_m) ซึ่งในกรณีของการปรับปรุงตัวทำนายของสมิธด้วยการประเมินค่าเดดไทม์แบบย้อนกลับนี้ตัวโมเดลของเดดไทม์ (θ_m) ที่โดยทั่วไปแล้วมีค่าเป็นลบจะกลับมี ค่าเป็นบวกดังจะได้กล่าวต่อไปนี้

d_i = การรบกวนที่อินพุท

d_o = การรบกวนที่เอาท์พุท

d = ผลกระทบรวมของการรบกวนที่เอาท์พุท

$d = G_p d_i + d_o$

$P(s)$ = การประเมินค่าเดดไทม์แบบย้อนกลับ

$= e^{Ls}$

e^{-Ls} = เดดไทม์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$e(s) = r(s) - y(s)$$

$$e(s) = \frac{1+G_cG_{po}(1-e^{-Ls})r}{1+G_cG_{po}} - \frac{1+G_cG_{po}(1-Pe^{-Ls})r}{1+G_cG_{po}}(G_pd_i + d_o) \qquad (2.81)$$

$G_{po}(s)$ = กระบวนการที่ไม่มีเดดไทม์

$\hat{G}_{po}(s)$ = โมเดลของกระบวนการที่ไม่มีเดดไทม์

$$\frac{1}{1+G_cG_{po}} \approx 0 \qquad (2.82)$$

$$\frac{G_cG_{po}}{1+G_cG_{po}} \approx \qquad (2.83)$$

$$e(s) = (1-e^{-Ls})r - (1-Pe^{-Ls})(G_pd_i + d_o) \qquad (2.84)$$

แต่ $1 - P(s)e^{-Ls} = 0$

$$e(s) = (1-e^{-Ls})r \qquad (2.85)$$

$G_c^*(s)$ = Equivalent feedback Controller

R_d = The Return difference

ดังนั้นจากรูป 2.7 เขียนสมการได้ว่า

$$G_c^*(s) = \frac{P(s)G_c(s)}{1+G_c(s)\hat{G}_{po}(s) - P(s)G_c(s)\hat{G}_p(s)} \qquad (2.86)$$

และ $R_d(s) = 1+G_c^*(s)G_p(s)$ (2.87)

$$R_d(s) = \frac{1+G_c(s)\hat{G}_{po}(s) - P(s)G_c(s)\hat{G}_p(s) + P(s)G_c(s)G_p(s)}{1+G_c(s)\hat{G}_{po}(s) - P(s)G_c(s)\hat{G}_p(s)} \qquad (2.88)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย