

วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ

ความนำ

วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ได้เสนอขึ้นโดย Hayata, Koshiba, Eguchi และ Suzuki ใน ค.ศ. 1986 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ ปรับปรุงความสามารถในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม และกำจัดความยุ่งยากที่ต้องกำหนดค่าสัมประสิทธิ์พินอลติ ( $p$ ) ในพจน์พินอลติให้เหมาะสม ซึ่งสัมประสิทธิ์พินอลติเป็นตัวกำหนดบริเวณที่ไม่ให้มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียม (รายละเอียดแสดงไว้ในบทที่ 2)

ขั้นตอนของวิธีนี้เริ่มจากการจัดรูปฟังก์ชันนอลที่มีคุณสมบัติเป็นนิพจน์แปรผันของสมการคลื่นที่อยู่ในรูปสนามแม่เหล็ก และทำการสร้างคำตอบทดลองของสนามแม่เหล็กในอีลีเมนต์ให้อยู่ในรูปสนามแม่เหล็กที่โนตบนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น คุณลักษณะการแพร่กระจายของท่อนำคลื่นสามารถหาได้จากจุดต่ำสุดของนิพจน์แปรผัน ซึ่งจากผลเฉลยที่ دریافتพบว่านอกจากผลเฉลยที่ถูกต้องแล้วจะมีผลเฉลยปลอมเทียมปรากฏออกมาด้วย ผลเฉลยปลอมเทียมดังกล่าวนี้มีคุณลักษณะคือความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก ( $\mathbf{B}$ ) ไม่สอดคล้องกับกฎของเกาส์หรือเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์ ( $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ )

Hayata และคณะ (1986) ได้เสนอวิธีในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมที่เกิดขึ้น ด้วยการบังคับเงื่อนไข  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  ให้กับนิพจน์แปรผันดังกล่าวข้างต้น โดยใช้ความสัมพันธ์ในเงื่อนไข  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  แปลง (transform) นิพจน์แปรผันที่อยู่ในรูปสนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ ให้อยู่ในรูปสนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ

เนื่องจากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ที่เสนอโดย Hayata และคณะ (1986) เป็นวิธีที่เสนอขึ้นเพื่อปรับปรุงข้อบกพร่องของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบที่เสนอโดย Koshiba และคณะ (1985) และเป็นวิธีที่มีการยอมรับอย่างกว้างขวาง ในบทนี้จะนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ มาศึกษาว่า สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่น 4 ประเภทต่อไปนี้ได้หรือไม่

1. ท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์
2. ท่อนำคลื่นที่มีขอบเขตเป็นผิวโค้ง

3. ท่อนำคลื่นแบบดิสเพอร์ซีฟแอนไอโซทรอปิกแม่เหล็กที่มีเทนเซอร์ความซบซิมได้  $[\mu]$  อยู่ในรูปดังนี้

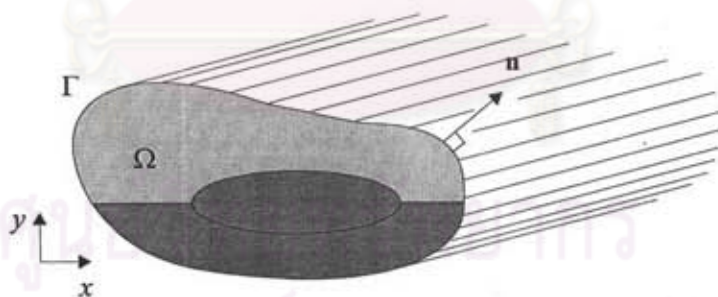
$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & \mu_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ \mu_{zx} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}$$

4. ท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้าที่มีเทนเซอร์สภาพยอม  $[\varepsilon]$  อยู่ในรูปดังนี้

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

นิพจน์แปรผัน

Hayata และคณะ (1986) ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่ไม่มี การสูญเสีย และมีภาคตัดขวางรูปทรงใดๆ  $\Omega$  ในระนาบ  $xy$  ดังแสดงในรูป 4.1



รูป 4.1 ท่อนำคลื่นที่มีภาคตัดขวางรูปทรงใดๆ และมีความสม่ำเสมอในแนวแกน  $z$

ท่อนำคลื่นประกอบไปด้วยตัวกลางที่มีสภาพยอมอยู่ในรูปเทนเซอร์  $[\varepsilon]$  และความซบซิมได้  $\mu$  อยู่ในรูปสเกลาร์ คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เดินทางในท่อนำคลื่นนี้สามารถวิเคราะห์ได้จากสมการคลื่นที่อยู่ในรูปสนามแม่เหล็ก  $\mathbf{H}$  ดังนี้

$$\nabla \times ([\varepsilon_r]^{-1} \nabla \times \mathbf{H}) - k_0^2 \mu_r \mathbf{H} = 0 \quad (4.1)$$

เมื่อ  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  คือเวฟนัมเบอร์ของอวกาศว่าง,  $[\epsilon_r]$  และ  $\mu_r$  คือเทนเซอร์สภาพยอมสัมพัทธ์และความซบซึ่มได้สัมพัทธ์ของตัวกลาง ตามลำดับ,  $[\epsilon_r]$  และ  $\mu_r$  สามารถหาได้จากสมการ

$$[\epsilon_r] = \frac{1}{\epsilon_0} [\epsilon] \quad (4.2)$$

$$\mu_r = \mu / \mu_0 \quad (4.3)$$

โดยที่  $[\epsilon]$ ,  $\mu$  คือ เทนเซอร์สภาพยอมและความซบซึ่มได้ของตัวกลาง,  $\epsilon_0$  และ  $\mu_0$  คือสภาพยอม และความซบซึ่มได้ของอวกาศว่าง ตามลำดับ

นิพจน์แปรผันของสมการ (4.1) ตามที่ Hayata และคณะ (1986) เสนอไว้คือ

$$F(\mathbf{H}) = \iiint_{\Omega} [(\nabla \times \mathbf{H})^* \cdot ([\epsilon_r]^{-1} \nabla \times \mathbf{H}) - k_0^2 \mu_r \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H}] d\Omega \quad (4.4)$$

เมื่อ \* คือสังยุคเชิงซ้อน

วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

แบ่งภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นออกเป็นอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยม และให้คำตอบทดลองของสนามแม่เหล็กในแต่ละอีลีเมนต์อยู่ในรูปของ (Hayata และคณะ, 1986)

$$\mathbf{H} = [N]^T \{H\}_e \exp(-j\beta z) \quad (4.5)$$

เมื่อ  $\beta$  คือค่าคงตัวเฟส,  $[N]$  คือเมตริกซ์ฟังก์ชันรูปร่างของคำตอบทดลองของสนามแม่เหล็กในทิศ  $x, y$  และ  $z$  ตามลำดับ,  $\{H\}_e$  คือเมตริกซ์แถวตั้งที่องค์ประกอบคือสนามแม่เหล็กที่โนดของอีลีเมนต์ ในทิศ  $x, y$  และ  $z$ ,  $T$  คือตัวดำเนินการสลับเปลี่ยน

แทนสมการ (4.5) ในสมการ (4.4) และรวม  $F(H)$  ทุกอีลีเมนต์ทั้งหมดบนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นเข้าด้วยกัน ได้นิพจน์แปรผันที่สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$F(H) = \{H\}^T ([S] - k_0^2 [M]) \{H\} \quad (4.6)$$

เมื่อ  $\{H\}$  คือสนามแม่เหล็กที่โนดทั้งหมดบนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น เมตริกซ์  $[S]$  และ  $[M]$  เป็นเมตริกซ์เฮอร์มิเชียน (รายละเอียดของเมตริกซ์  $[S]$  และ  $[M]$  แสดงในภาคผนวก ค ) คุณลักษณะการแพร่กระจายของท่อนำคลื่นสามารถหาได้จากการพิจารณาเงื่อนไขจุดต่ำสุดของของสมการ (4.6) ซึ่งยังผลให้ได้สมการที่อยู่ในรูปเมตริกซ์เจาะจงที่มี  $k_0^2$  เป็นค่าเจาะจง ดังนี้

$$[S]\{H\} - k_0^2[M]\{H\} = \{0\} \quad (4.7)$$

สมการ (4.7) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของปัญหาค่าเจาะจงมาตรฐาน ได้เป็น

$$[M]^{-1}[S]\{H\} - k_0^2\{H\} = 0 \quad (4.8)$$

เมื่อใช้สมการ (4.8) วิเคราะห์ท่อนำคลื่นพบว่า มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมที่เชื่อมร่วมกับผลเฉลยที่ถูกต้อง (แสดงตัวอย่างไว้ในส่วนการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริก) ซึ่งผลเฉลยปลอมที่เกิดขึ้นมีคุณลักษณะคือ ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก ( $\mathbf{B}$ ) ไม่สอดคล้องกับกฎของเกาส์ หรือเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเป็นศูนย์  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  Hayata และคณะ (1986) ได้เสนอวิธีการกำจัดผลเฉลยปลอมที่เกิดขึ้นดังที่จะกล่าวในหัวข้อถัดไป

#### การกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม

Hayata และคณะ (1986) ได้เสนอวิธีการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมที่เกิดขึ้น โดยการให้เงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเป็นศูนย์ แกนโพ้นแปรผันในสมการ (4.6) ตามขั้นตอนดังนี้

จากเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเป็นศูนย์  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  องค์ประกอบของสนามแม่เหล็กตามแนวแกน  $z$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปองค์ประกอบตามขวางได้เป็น

$$\mu H_z = (j\beta)^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial x} \mu H_x + \frac{\partial}{\partial y} \mu H_y \right) \quad (4.9)$$

เมื่อ  $H_x$ ,  $H_y$  และ  $H_z$  คือสนามแม่เหล็กในทิศ  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ตามลำดับ รูปกาเลขอินของสมการ (4.9) ในรูปเมตริกซ์คือ

$$[D_z]\{H_z\} = [D_x]\{H_x\} \quad (4.10)$$

เมื่อ  $[D_z] = \sum_c \iint_c \mu\{N\}\{N\}^T d\bar{x}d\bar{y}$  (4.11)

$$[D_r] = -\sum_c \iint_c [\mu\{N\}\partial\{N\}^T/\partial\bar{x} \quad \mu\{N\}\partial\{N\}^T/\partial\bar{y}]d\bar{x}d\bar{y} \quad (4.12)$$

$$\bar{x} = \beta x \quad (4.13)$$

$$\bar{y} = \beta y \quad (4.14)$$

$$\{H_r\} = \begin{bmatrix} \{H_x\} \\ \{H_y\} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

โดยที่  $\{H_x\}$  และ  $\{H_y\}$  คือเมตริกซ์แถวตั้งที่องค์ประกอบคือ สนามแม่เหล็กที่โนดในทิศ  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ

โดยใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (4.10) สนามแม่เหล็กที่โนดทั้ง 3 องค์ประกอบ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปองค์ประกอบตามขวางได้เป็น

$$\{H\} = [D]\{H_r\} \quad (4.16)$$

เมื่อ  $[D] = \begin{bmatrix} [I] \\ [D_r]^{-1}[D_r] \end{bmatrix}$  (4.17)

$[I]$  คือเมตริกซ์เอกลักษณ์

โดยใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (4.16) นิพจน์แปรผันในสมการ (4.6) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบได้ดังนี้

$$F(H_r) = \{H_r\}^T ([S_u] - (\frac{k_0}{\beta})^2 [M_u]) \{H_r\} \quad (4.18)$$

เมื่อ  $[S_u] = [D]^T [S] [D]$  (4.19)

$$[M_u] = [D]^T [\bar{M}] [D] \quad (4.20)$$

$$[\bar{M}] = \sum_c \iint_c \mu_r [N]^* [N]^T d\bar{x}d\bar{y} \quad (4.21)$$

คุณลักษณะการแพร่กระจายของท่อนำคลื่นสามารถหาได้จากการพิจารณาจุดต่ำสุดของสมการ (4.18) ซึ่งยังผลให้ได้สมการที่อยู่ในรูปเมตริกซ์เจาะจงดังนี้

$$[S_n]\{H_i\} - \left(\frac{k_0}{\beta}\right)^2 [M_n]\{H_i\} = \{0\} \quad (4.22)$$

สมการ (4.22) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของปัญหาค่าเฉพาะจางมาตรฐานได้เป็น

$$[M_n]^{-1}[S_n]\{H_i\} - \left(\frac{k_0}{\beta}\right)^2 \{H_i\} = \{0\} \quad (4.23)$$

ตามขั้นตอนที่เสนอโดย Hayata และคณะ (1986) ดังที่กล่าวมา เงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับ ศูนย์ จะถูกบังคับอยู่ในสมการ (4.7) โดยอัตโนมัติ และสมการนี้ใช้จำนวนตัวแปรไม่ทราบค่าประมาณ  $2/3$  ของจำนวนตัวแปรที่ใช้ในวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ (Koshiba และคณะ, 1985ก) ดังกล่าวไว้แล้วในบทที่ 2

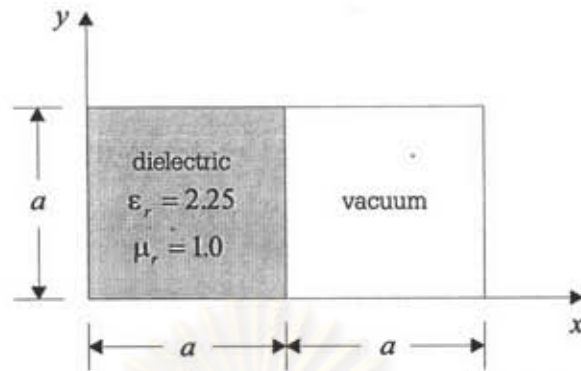
ตรวจสอบความสามารถในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ

เช่นเดียวกับในบทที่ 2 ในส่วนนี้ผู้เสนอวิทยานิพนธ์จะทำการตรวจสอบความสามารถในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ในปัญหาท่อนำคลื่น 4 ประเภท คือท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริก ท่อนำคลื่นกลวงที่มีภาคตัดขวางรูปวงกลม ท่อนำคลื่นบรรจุด้วยเฟอร์ไรต์ และท่อนำแสงแบบฝังในฉนวน

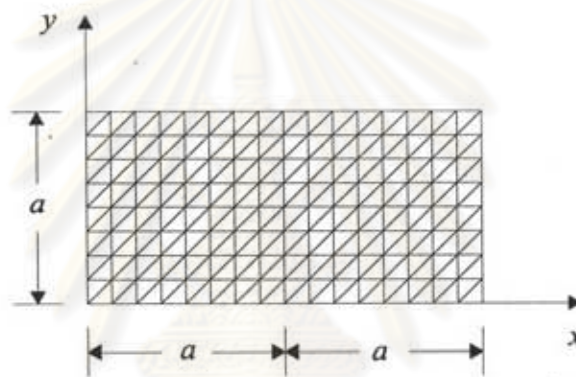
การตรวจสอบความสามารถในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ในตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้นมีรายละเอียดดังนี้

#### 1. ท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริก

พิจารณาท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริกที่มีขนาดเป็น  $2a \times a$  ล้อมรอบด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบและครึ่งหนึ่งของท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริกที่มีสภาพยอมสัมพัทธ์  $\epsilon_r$  และความขรุขระได้สัมพัทธ์  $\mu_r$  เท่ากับ 2.25 และ 1.0 ตามลำดับ ดังแสดงในรูป 4.2

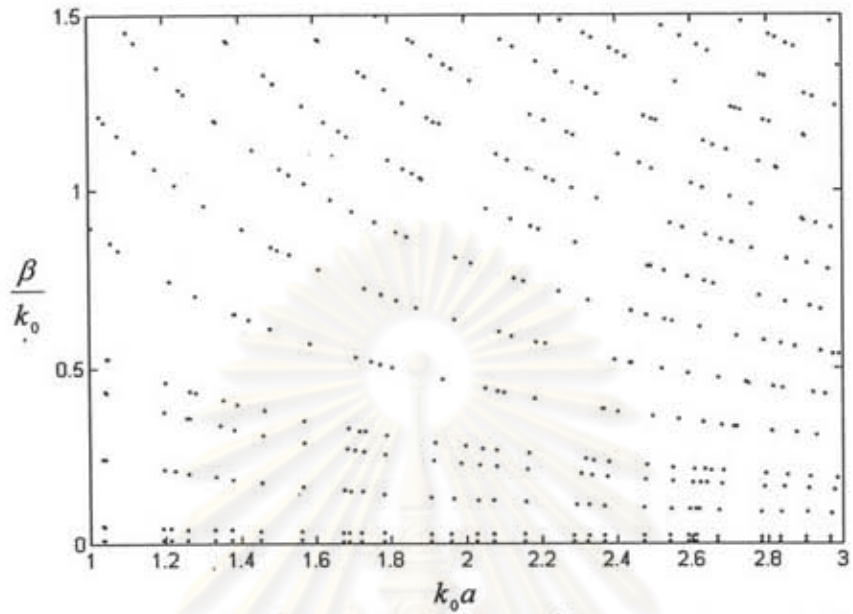


รูป 4.2 ภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กทริก

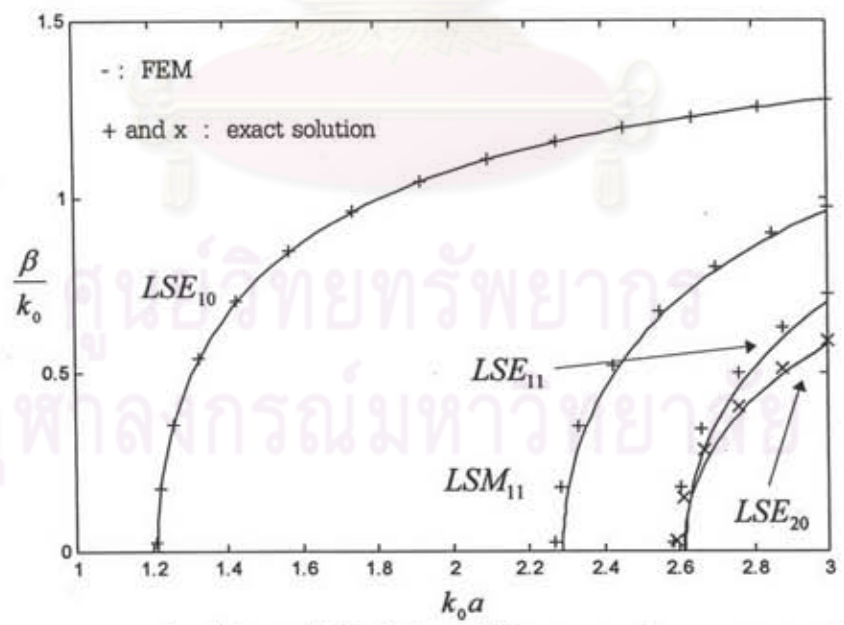


รูป 4.3 การแบ่งอีลีเมนต์บนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น  
บรรจุด้วยไดอิเล็กทริกออกเป็น 256 อีลีเมนต์ 153 โหนด

แบ่งภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นออกเป็นสามเหลี่ยม ดังแสดงในรูป 4.3 โดยมีจำนวนอีลีเมนต์เท่ากับ 256 และมีจำนวนโหนดเท่ากับ 153 รูป 4.4 แสดงผลการคำนวณกราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ โดยปราศจากการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์ พบว่าเกิดผลเฉลยปลอมเทียมจำนวนมากจนทำให้ไม่สามารถแยกแยะกับผลเฉลยที่ถูกต้องได้ รูป 4.5 แสดงผลการคำนวณกราฟดิสเพอร์ชันที่ได้ โดยเส้นทึบเป็นผลที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เมื่อได้รับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์แล้ว สัญลักษณ์ + และ × คือผลเฉลยแม่นยำที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ (Balanis, 1989) ตัวอย่างการเปรียบเทียบค่า  $\beta/k_0$  ที่  $k_0 a = 3.0$  ของโหมดมูลฐาน  $LSE_{10}$ ,  $LSM_{11}$ ,  $LSE_{11}$  และ  $LSE_{20}$  ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์และวิธีเชิงวิเคราะห์ เมื่อทำการแบ่งอีลีเมนต์ดังแสดงในรูป 4.3 แสดงในตาราง 4.1



รูป 4.4 กราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก ของท่อนำคลื่น  
บรรจด้วยไดอิเล็กตริก เมื่อปราศจากการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต่อเท่ากับศูนย์



รูป 4.5 กราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์กรประกอบ  
ของท่อนำคลื่นบรรจด้วยไดอิเล็กตริกเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์



ตาราง 4.1 ตัวอย่างของค่า  $\beta/k_0$  ที่  $k_0 a = 3.0$  ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์และวิธีเชิงวิเคราะห์ รวมขนาดความผิดพลาด เมื่อทำการแบ่งอีลีเมนต์ดังแสดงในรูป 4.3

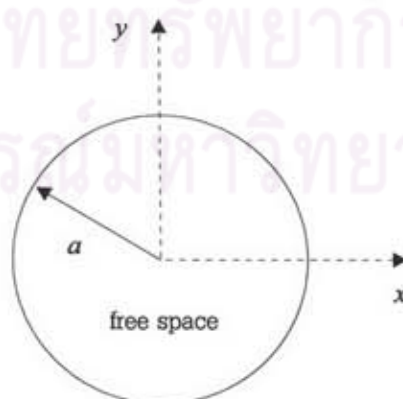
โมด	ผลเฉลยแม่นยำตรง ของ $\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 3.0$	$\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 3.0$ จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์	ขนาดความผิดพลาดของ $\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 3.0$ จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์
$LSE_{10}$	1.275756	1.274936	0.064 %
$LSM_{11}$	0.971538	0.962614	0.919 %
$LSE_{11}$	0.728649	0.702097	3.644 %
$LSM_{20}$	0.593897	0.580359	2.279 %

จากรูป 4.5 พบว่าโมดมูลฐาน ( $LSE_{10}$ ) สอดคล้องกับผลเฉลยแม่นยำตรงที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ ส่วนโมด  $LSM_{11}$ ,  $LSE_{11}$  และ  $LSE_{20}$  ต่างจากผลเฉลยแม่นยำตรงไม่มากนัก แต่อย่างไรก็ตามโมดเหล่านี้จะสอดคล้องกับผลเฉลยแม่นยำตรงมากขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์ให้สูงขึ้น และผลการคำนวณที่ได้พบว่าไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียมแต่อย่างใด

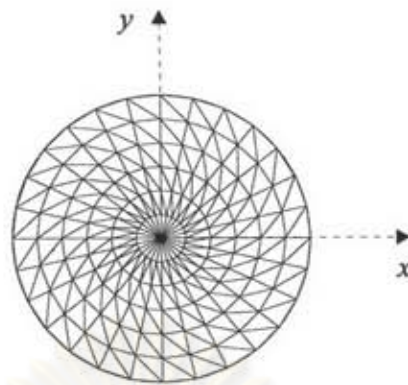
จากผลการวิเคราะห์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ที่เสนอโดย Hayata และคณะ (1986) สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบไฮไซโทรปิกไม่เอกพันธ์ได้

## 2. ท่อนำคลื่นทรงกลมที่มีภาคตัดขวางรูปวงกลม

พิจารณาท่อนำคลื่นทรงกลมที่มีภาคตัดขวางรูปวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ  $a$  ล้อมรอบด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ ภายในเป็นอวกาศว่าง ดังแสดงในรูป 4.6

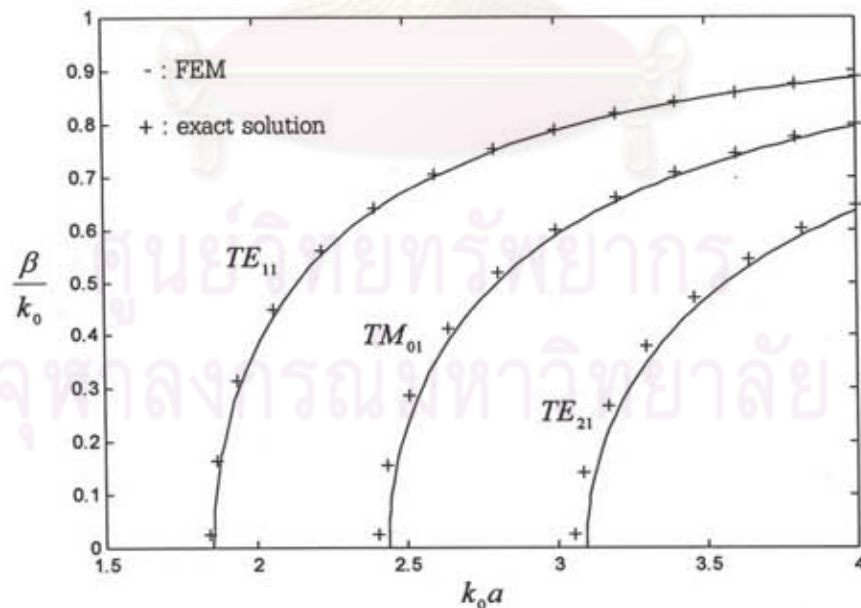


รูป 4.6 ภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น



รูป 4.7 การแบ่งอีลีเมนต์บนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น  
ออกเป็น 308 อีลีเมนต์ 169 โหนด

แบ่งภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นออกเป็นสามเหลี่ยม ดังแสดงในรูป 4.7 โดยมีจำนวนอีลีเมนต์เท่ากับ 308 มีจำนวนโหนดเท่ากับ 169 ผลการคำนวณกราฟดิสเพอร์ชันที่ได้แสดงในรูป 4.8 โดยเส้นทึบเป็นผลที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ สัญลักษณ์ + คือผลเฉลยแม่นยำตรงที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ (Balanis, 1989) ตัวอย่างการเปรียบเทียบของค่า  $\beta/k_0$  ที่  $k_0 a = 4.0$  ของโหมด  $TE_{11}$ ,  $TM_{01}$  และ  $TE_{21}$  ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์และวิธีเชิงวิเคราะห์ เมื่อทำการแบ่งอีลีเมนต์ดังแสดงในรูป 4.7 แสดงในตาราง 4.2



รูป 4.8 กราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สามเหลี่ยมตามขวาง 2 องค์กรประกอบ  
ของท่อนำคลื่นกลวงที่มีภาคตัดขวางรูปวงกลม เทียบกับ ผลเฉลยแม่นยำตรงที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์

ตาราง 4.2 ตัวอย่างของค่า  $\beta/k_0$  ที่  $k_0 a = 4.0$  ที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์และวิธีเชิงวิเคราะห์ รวมขนาดความผิดพลาด เมื่อทำการแบ่งอีลีเมนต์ดังแสดงในรูป 4.7

โหมด	ผลเฉลยแม่นยำตรง ของ $\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 4.0$	$\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 4.0$ จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์	ขนาดความผิดพลาดของ $\beta/k_0$ ที่ $k_0 a = 4.0$ จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์
$TE_{11}$	0.887766	0.886476	0.145 %
$TM_{01}$	0.799094	0.794797	0.538 %
$TE_{21}$	0.645738	0.635312	1.615 %

จากรูป 4.8 พบว่าโหมดมูลฐาน ( $TE_{11}$ ) สอดคล้องกับผลเฉลยแม่นยำตรงที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ ส่วนโหมด  $TM_{01}$  และ  $TE_{21}$  ต่างจากผลเฉลยแม่นยำตรงไม่มากนัก อย่างไรก็ตามโหมดเหล่านี้จะมีค่าสอดคล้องกับผลเฉลยแม่นยำตรงมากขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์ให้สูงขึ้น

จากผลการวิเคราะห์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ที่เสนอโดย Hayata และคณะ (1986) สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีขอบเขตเป็นผิวโค้งได้

### 3. ท่อนำคลื่นบรรจุเฟอร์ไรต์

สำหรับท่อนำคลื่นบรรจุด้วยเฟอร์ไรต์ซึ่งเป็นท่อนำคลื่นแบบดิสเพอร์ซีฟแอนไอโซทรอปิกแม่เหล็กที่มีเทนเซอร์ความซึมได้ อยู่ในรูปดังสมการต่อไปนี้

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & \mu_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ \mu_{zx} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

เงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์  $\nabla \cdot [\mu]\mathbf{H} = 0$  สามารถเขียนได้เป็น

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \mu_{xx} - j\beta\mu_{xx}\right)H_x + \frac{\partial}{\partial y} \mu_{yy}H_y + \left(\frac{\partial}{\partial x} \mu_{xz} - j\beta\mu_{xz}\right)H_z = 0 \quad (4.25)$$

รูปกาลเลอกิน ของสมการ (4.25) คือ

$$[D_z]\{H_z\} = [D_{z1}] [D_{z2}]\{H_z\} \quad (4.26)$$

เมื่อ 
$$[D_z] = \sum_x \iint j(\mu_{xx}\{N\} \frac{\partial}{\partial x} \{N\}^T - j\beta\mu_{xx}\{N\}\{N\}^T) dx dy \quad (4.27)$$

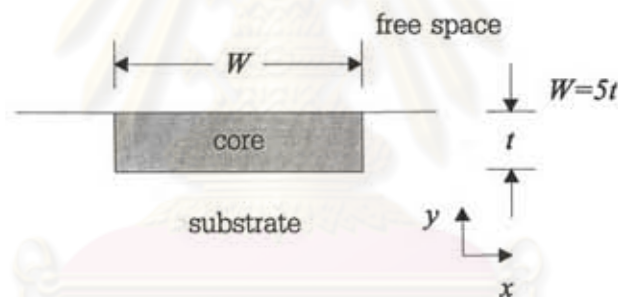
$$[D_{11}] = -\sum_c \iint_c (\mu_x \{N\} \frac{\partial}{\partial x} \{N\}^T - j\beta \mu_x \{N\} \{N\}^T) dx dy \quad (4.28)$$

$$[D_{12}] = -\sum_c \iint_c \mu_y \{N\} \frac{\partial}{\partial y} \{N\}^T dx dy \quad (4.29)$$

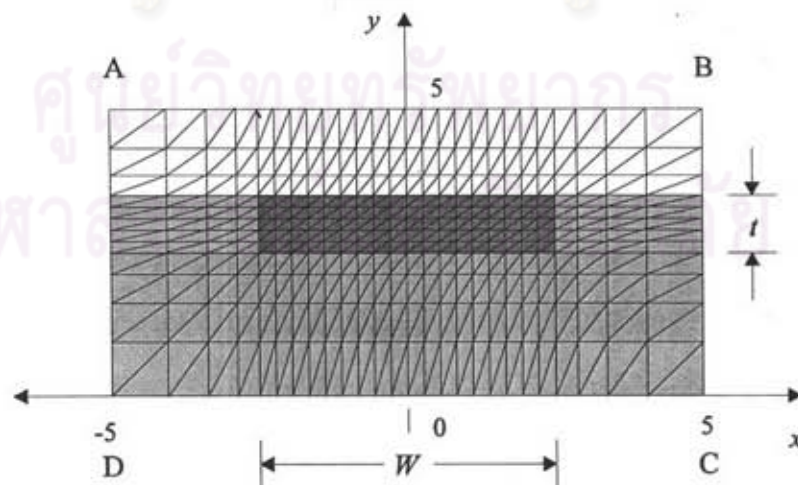
จากสมการ (4.27) พบว่ามีพจน์ในรูปของ  $\beta$  รวมอยู่ด้วย ทำให้ไม่สามารถหาตัวผกผัน (inverse) ของ  $[D_z]$  เพื่อใช้ในการจัดรูปสมการ (4.26) ให้อยู่ในรูปดังสมการ (4.16) ได้ ด้วยเหตุนี้จึงทำให้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ไม่สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นเฟอร์ไรต์ซึ่งเป็นท่อนำคลื่นแบบดิสเพอร์ซีฟแอนไอโซทรอปิกแม่เหล็กที่มีเทนเซอร์  $[\mu]$  อยู่ในรูปดังสมการ (4.24) ได้

#### 4. ท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรท

พิจารณาท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรท ที่ประกอบด้วยแกนฝังในชั้นสเตรทและด้านบนของแกนเป็นอากาศว่าง ดังแสดงในรูป 4.9 การศึกษาในส่วนนี้จะแบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ กรณีที่ท่อนำแสงเป็นแอนไอโซทรอปิกแนวทแยง และกรณีที่แกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง

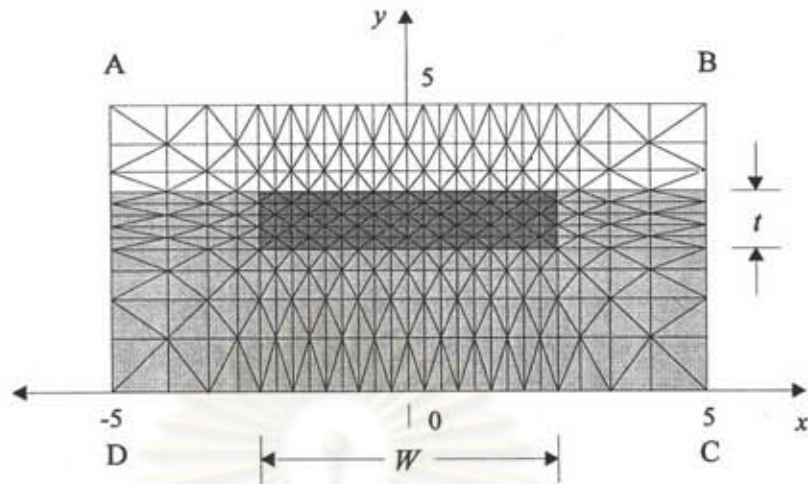


รูป 4.9 ภาคตัดขวางของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรท



รูป 4.10 การแบ่งอีลีเมนต์บนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นแบบที่ 1

ออกเป็น 624 อีลีเมนต์ 351 โหนด



รูป 4.11 การแบ่งอีลีเมนต์บนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นแบบที่ 2  
ออกเป็น 624 อีลีเมนต์ 351 โหนด

4.1 กรณีที่ท่อนำแสงเป็นแอนไอโซทรอปิกแนวทแยง

พิจารณาท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทซึ่งมีภาคตัดขวางดังแสดงในรูป 4.9 แกนและชั้นสเตรทของท่อนำคลื่นนี้เป็นแอนไอโซทรอปิกเนกาทีฟยูนิเอกเซียล (Kong, 1986) ที่แกนทางแสงขนานกับแกน x สภาพยอมสัมพัทธ์และความซาบซึมได้สัมพัทธ์ของแกนมีค่าดังนี้

$$[\epsilon_r] = \begin{bmatrix} 2.222^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2.3129^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2.3129^2 \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

$$\mu_r = 1.0 \tag{4.31}$$

สภาพยอมสัมพัทธ์และความซาบซึมได้สัมพัทธ์ของชั้นสเตรทมีค่าดังนี้

$$[\epsilon_r] = \begin{bmatrix} 2.20^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2.29^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2.29^2 \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

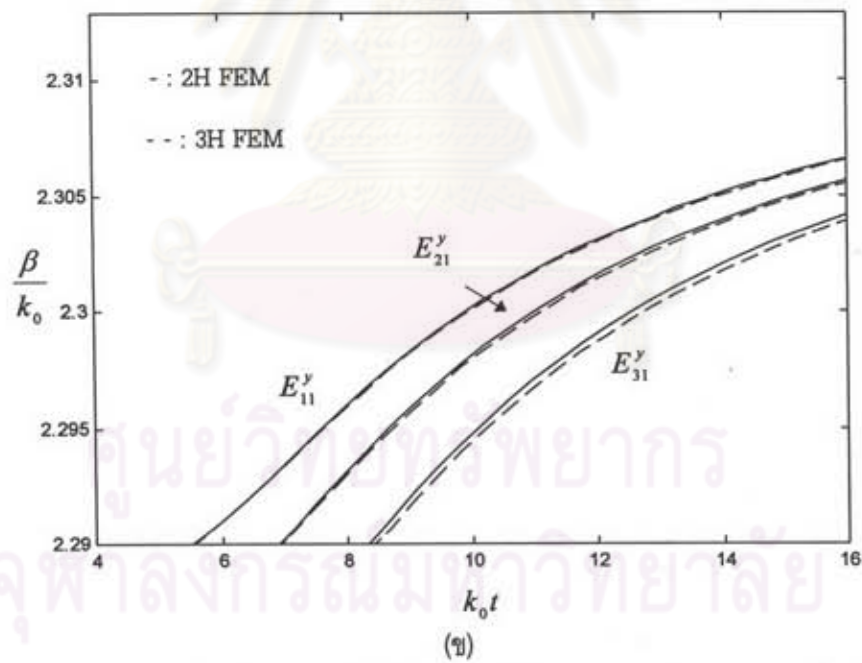
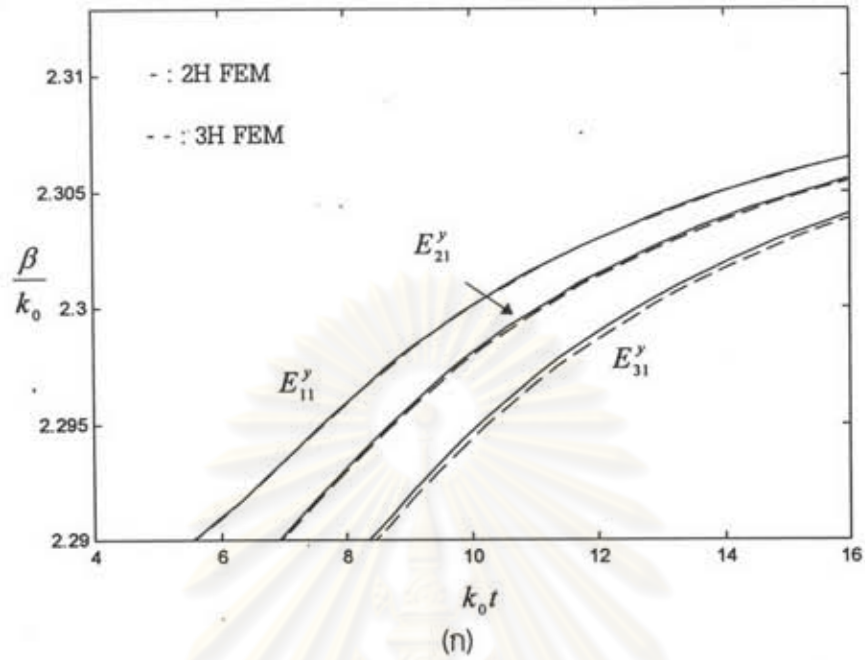
$$\mu_r = 1.0 \tag{4.33}$$

แบ่งภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นออกเป็นสามเหลี่ยม โดยมีจำนวนอีลีเมนต์เท่ากับ 624 และจำนวน โหนดเท่ากับ 351 ดังแสดงในรูป 4.10 และ 4.11 ตามลำดับ โดยที่ขอบเขต AB,BC,CD และ DA คือขอบเขต เสมือน ซึ่งสมมติให้เป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ

รูป 4.12(ก) และ 4.12(ข) แสดงผลการคำนวณกราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เมื่อใช้การ แบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 1 ดังในรูป 4.10 และแบบที่ 2 ดังแสดงในรูป 4.11 ตามลำดับ เส้นทึบแสดงผลการ คำนวณที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์กรประกอบ เส้นประแสดงผลการคำนวณ ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์กรประกอบ เมื่อสัมประสิทธิ์พินอลติ ( $p$ ) เท่ากับ  $1/2.289$  (เพื่อความสะดวก ได้กำหนดให้  $p=1/2.289$ ) (รายละเอียดของวิธีนี้แสดงไว้ในบทที่ 2)



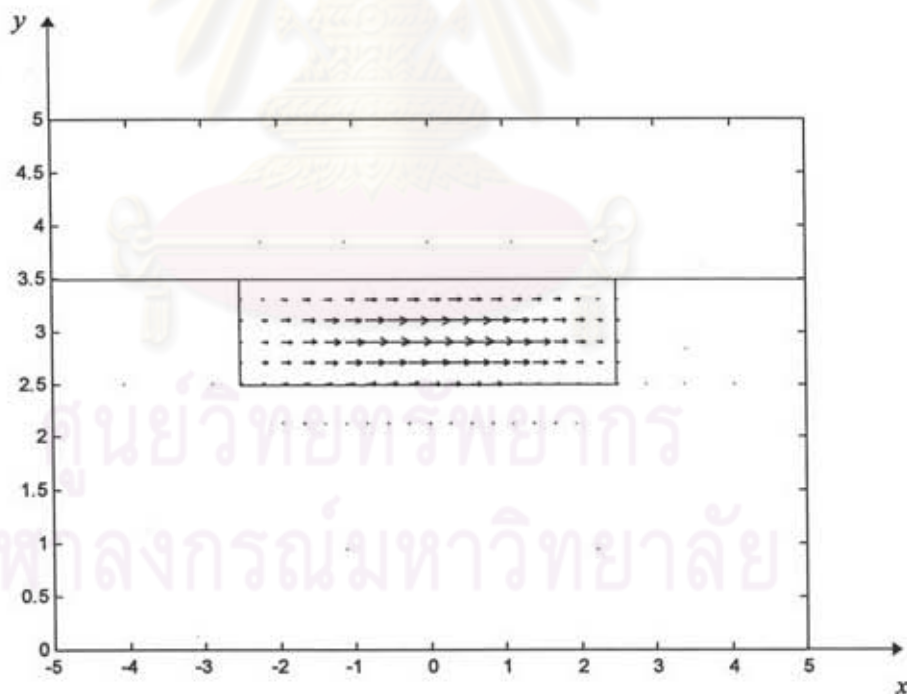
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูป 4.12 กราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ และที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ เมื่อ  $p = 1/2.289$  ของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่มีแกนและชั้นสเตรทเป็นเนกาทิฟยูนิแอกเซียล เมื่อใช้ (ก) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1 (ข) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2

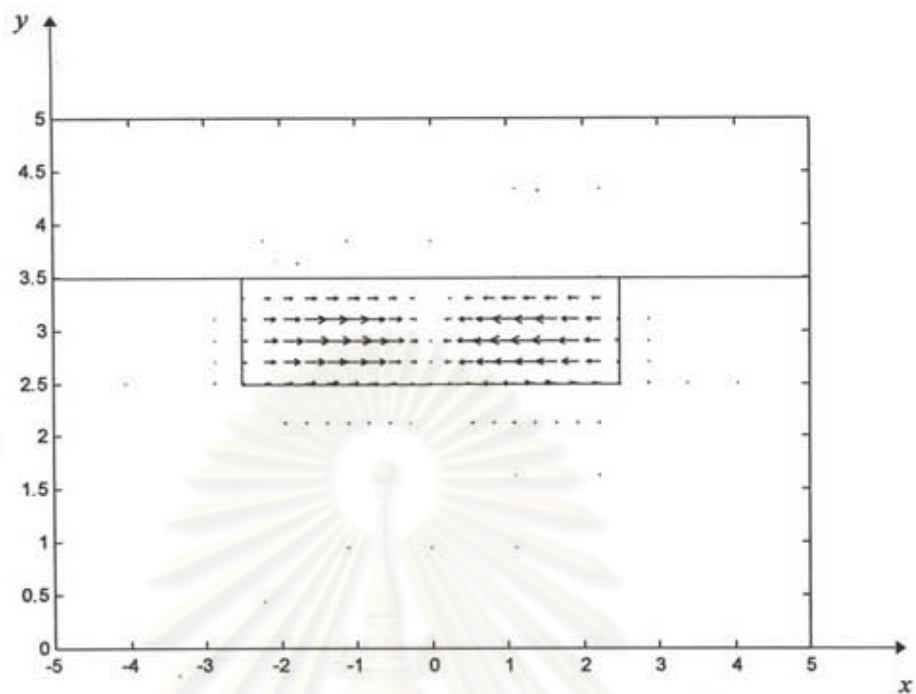
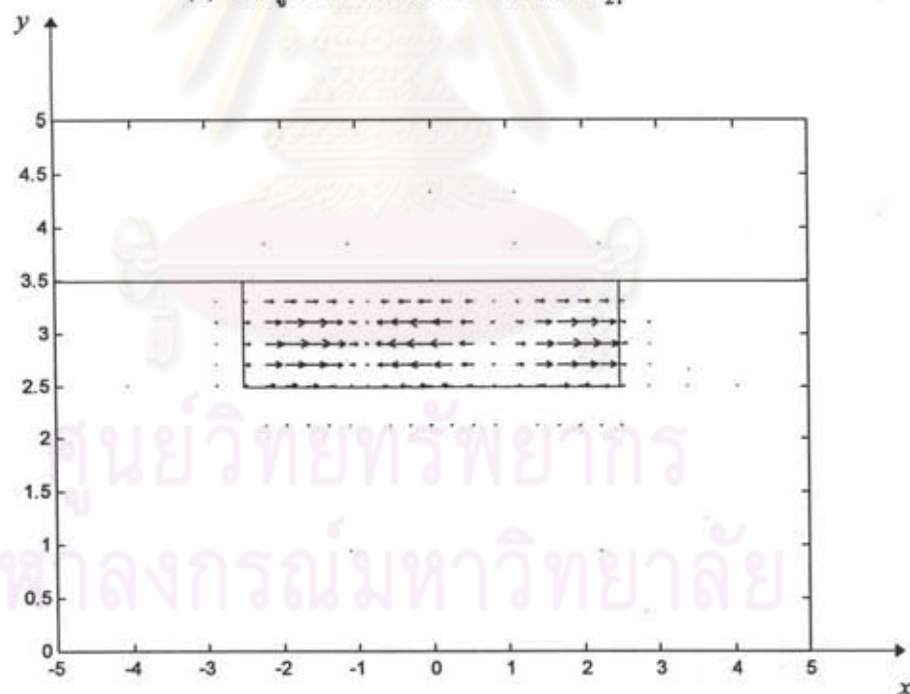
จากรูป 4.12 โมด 3 อันดับแรกที่เลือกมาแสดงคือโมด  $E_{11}^y$ ,  $E_{21}^y$  และ  $E_{31}^y$  เมื่อ  $E_{pq}^y$  คือโมดที่มีองค์ประกอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าหลักคือ  $E_y$  และ  $H_x$  ดัชนีล่าง  $p$  และ  $q$  แทนอันดับของโมด ในทิศ  $x$  และ  $y$  โดย  $p$  และ  $q$  มีค่าเท่ากับจำนวนจุดสูงสุดหรือต่ำสุดที่เกิดขึ้นในการกระจายขององค์ประกอบหลักในทิศ  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ (Marcuse, 1974; Koshiba, 1992) จะเห็นได้ว่า โมด  $E_{11}^y$  และ  $E_{21}^y$  ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ และวิธีที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ทั้งที่ได้จากการแบ่งอีลีเมนต์แบบที่ 1 และแบบที่ 2 ให้ผลเฉลยที่สอดคล้องกัน ส่วนผลการคำนวณที่ได้ในโมด  $E_{31}^y$  ต่างกันไม่มากนัก แต่อย่างไรก็ตามโมด  $E_{31}^y$  ที่ได้จากทั้งสองวิธีนี้จะสอดคล้องกันมากขึ้น เมื่อใช้จำนวนอีลีเมนต์ที่สูงขึ้น และจากรูป 4.12 แสดงให้เห็นว่าไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียมแต่อย่างใด

รูป 4.13 และ 4.14 แสดงแบบรูปของสนามแม่เหล็ก และการกระจายของ  $H_x$  ตามลำดับ ที่  $k_0 t = 16.0$  ในโมด  $E_{11}^y$ ,  $E_{21}^y$  และ  $E_{31}^y$  โดยกำหนดให้ขนาดสูงสุดของสนามแม่เหล็กที่โนดบนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นให้มีค่าเท่ากับ 1

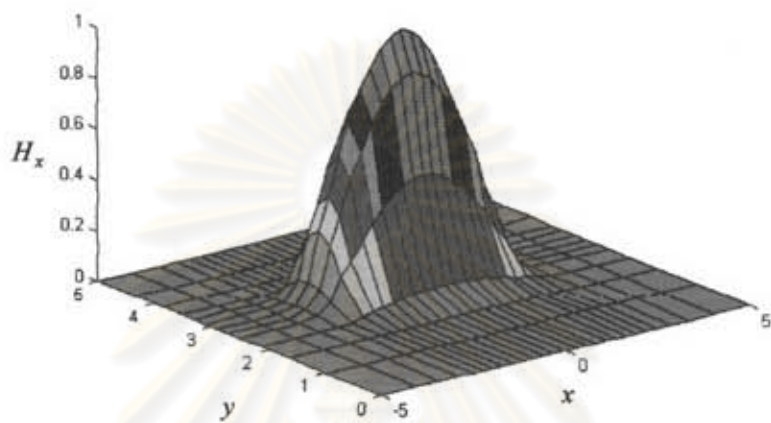


(ก) แบบรูปของสนามแม่เหล็กในโมด  $E_{11}^y$

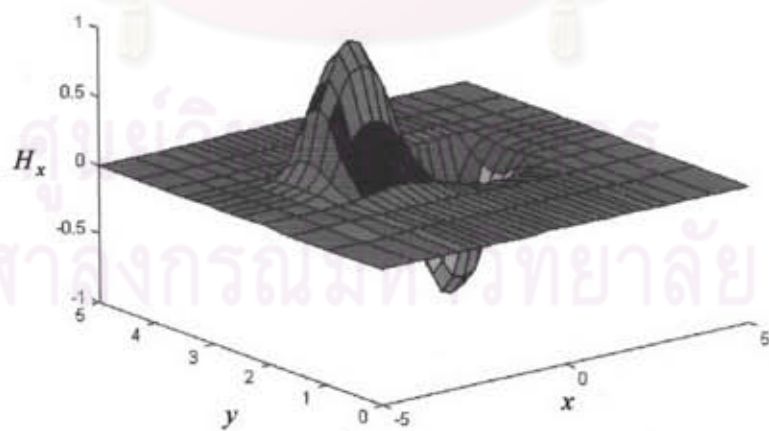


(ข) แบบรูปของสนามแม่เหล็กในโหมด  $E_{21}^y$ (ค) แบบรูปของสนามแม่เหล็กในโหมด  $E_{31}^y$ 

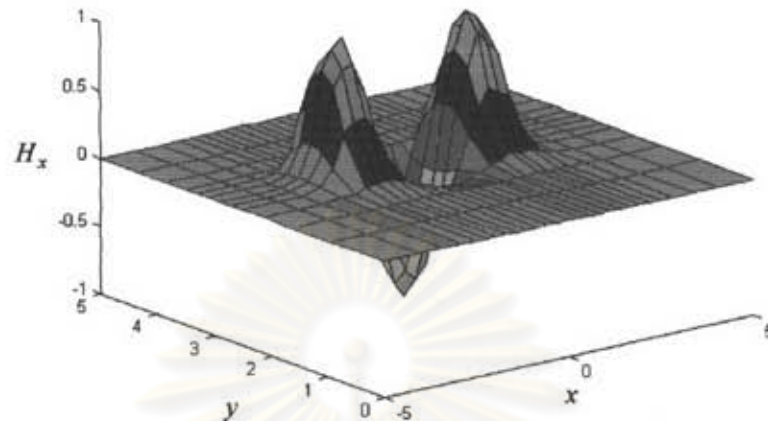
รูป 4.13 แบบรูปของสนามแม่เหล็กที่  $k_0 t = 16.0$  ใน (ก) โหมด  $E_{11}^y$  (ข) โหมด  $E_{21}^y$  (ค) โหมด  $E_{31}^y$  ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่แกนและชั้นสเตรทเป็นเนกาทิฟยูนิแอกเซียล โดยให้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1



(ก) การกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ในโหมด  $E_{11}^y$



(ข) การกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ในโหมด  $E_{21}^y$



(ค) การกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ในโหมด  $E_{31}^y$

รูป 4.14 การกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ที่  $k_0 t = 16.0$  ใน (ก) โหมด  $E_{11}^y$  (ข) โหมด  $E_{21}^y$

(ค) โหมด  $E_{31}^y$  ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่แกนและชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิเอกเซียล โดยให้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1

จากผลการวิเคราะห์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ที่เสนอโดย Hayata และคณะ (1986) สามารถวิเคราะห์ท่อนำแสงที่เป็นแอนไอโซทรอปิกแนวขวางได้

#### 4.2 กรณีที่แกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง

พิจารณาท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่มีภาคตัดขวางดังแสดงในรูป 4.9 แกนของท่อนำคลื่นนี้เป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง โดยที่แกนทางแสงอยู่ในระนาบ  $xy$  และทำมุม  $-\pi/8$  เรเดียนกับแกน  $x$  เทนเซอร์สภาพยอมสัมพันธ์และความซาบซึมได้สัมพันธ์ของแกนคือ

$$[\epsilon_r] = \begin{bmatrix} \epsilon_{r,xx} & \epsilon_{r,xy} & 0 \\ \epsilon_{r,yx} & \epsilon_{r,yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{r,zz} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$\mu_r = 1.0 \quad (4.35)$$

เมื่อบรรจุประกอบของ  $[\epsilon_r]$  มีค่าดังสมการต่อไปนี้

$$\epsilon_{r,xx} = n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta \quad (4.36a)$$

$$\epsilon_{r,yy} = n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta \quad (4.36b)$$

$$\epsilon_{r,zz} = n_o^2 \quad (4.36c)$$

$$\epsilon_{r,xy} = \epsilon_{r,yx} = (n_e^2 - n_o^2) \sin \theta \cos \theta \quad (4.36d)$$

$$n_o = 2.3129 \quad (4.36e)$$

$$n_e = 2.222 \quad (4.36f)$$

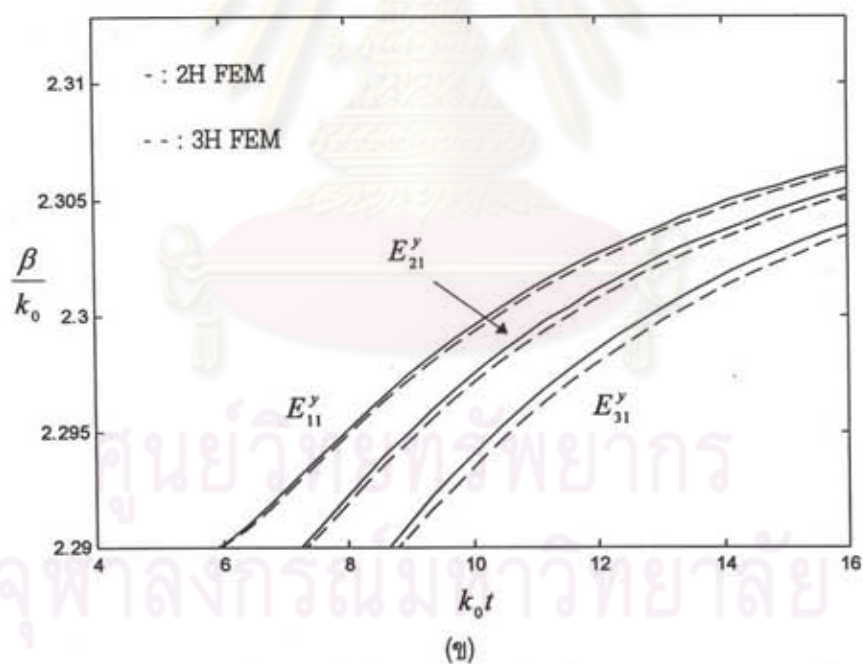
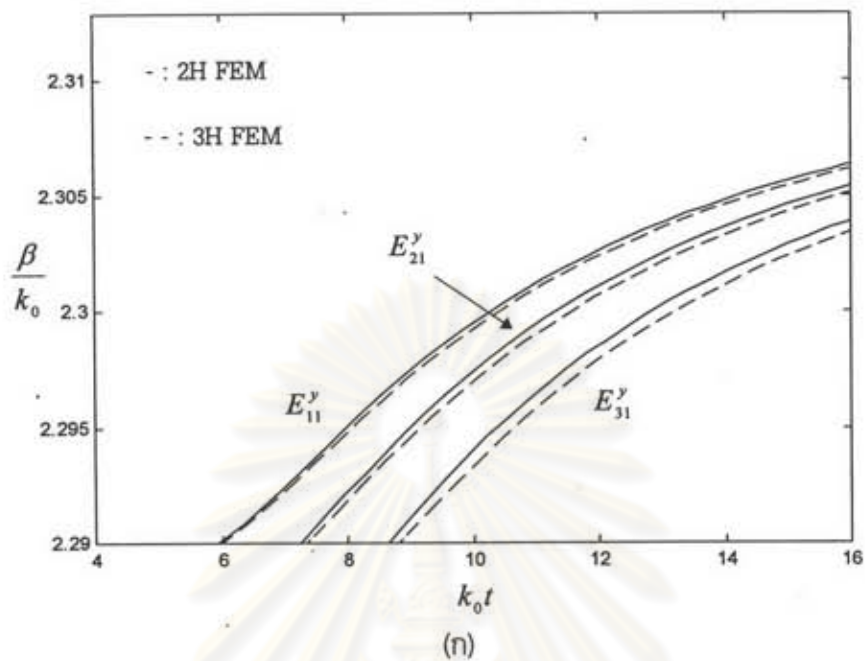
เมื่อ  $n$  คือดัชนีหักเห,  $\theta$  คือมุมระหว่างของแกนทางแสงและแกน  $x$  ในที่นี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับ  $-\pi/8$  เรเดียน ชั้นสเตรทของท่อนำคลื่นนี้เป็นแอนไอโซทรอปิกเนกาทีฟยูนิแอกเซียลที่แกนทางแสงขนานกับแกน  $x$  สภาพยอมสัมพันธ์และความขบขี้มได้สัมพันธ์ของชั้นสเตรทคือ

$$[\epsilon_r] = \begin{bmatrix} 2.20^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2.29^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2.29^2 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$\mu_r = 1.0 \quad (4.38)$$

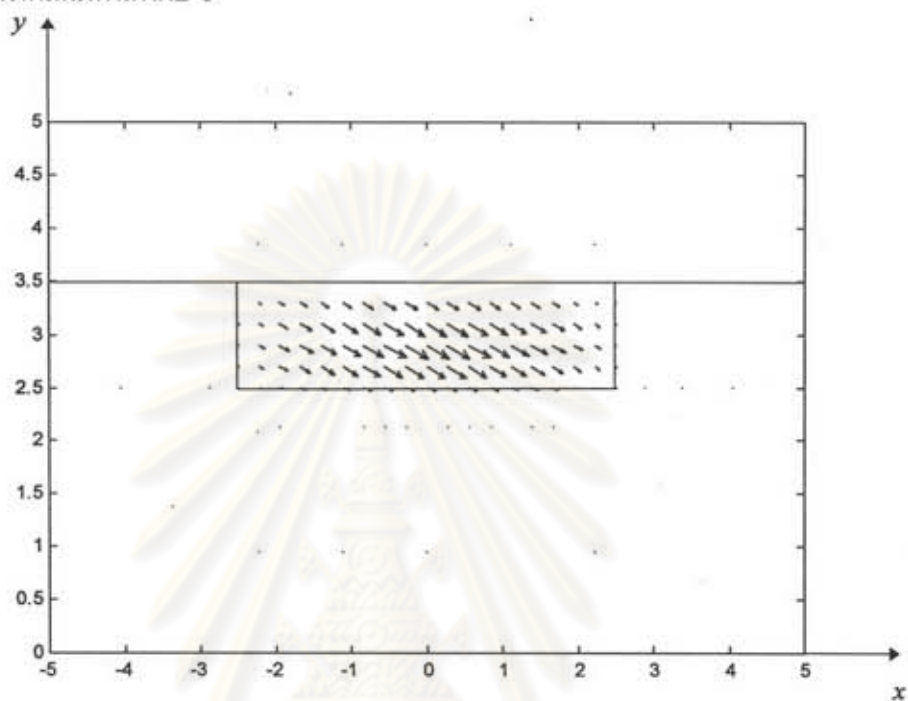
รูป 4.15(ก) และ 4.15(ข) แสดงผลการคำนวณกราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เมื่อใช้การแบ่งอีลิเมนต์ในแบบที่ 1 ดังในรูป 4.10 และในแบบที่ 2 ดังในรูป 4.11 ตามลำดับ เส้นทึบแสดงผลการคำนวณที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์กรประกอบ เส้นประแสดงผลการคำนวณที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์กรประกอบเมื่อสัมพันธ์พินอลดีเท่ากับ  $1/2.289$  ( $p = 1/2.289$ )

จากรูป 4.15 โมด 3 อันดับแรกที่เลือกมาแสดงคือโมด  $E_{11}'$ ,  $E_{21}'$  และ  $E_{31}'$  จะเห็นได้ว่าโมด  $E_{11}'$  ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์กรประกอบ และวิธีที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์กรประกอบ ให้ผลเฉลยที่สอดคล้องกัน ส่วนผลการคำนวณที่ได้ในโมด  $E_{21}'$  และ  $E_{31}'$  ยังไม่สอดคล้องกันมากนัก แต่อย่างไรก็ตามโมด  $E_{21}'$  และ  $E_{31}'$  ที่ได้จากทั้งสองวิธีนี้จะมีค่าสอดคล้องกันมากขึ้น เมื่อใช้จำนวนอีลิเมนต์ที่สูงขึ้น จากรูป 4.15 พบว่าไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียมแต่อย่างใด

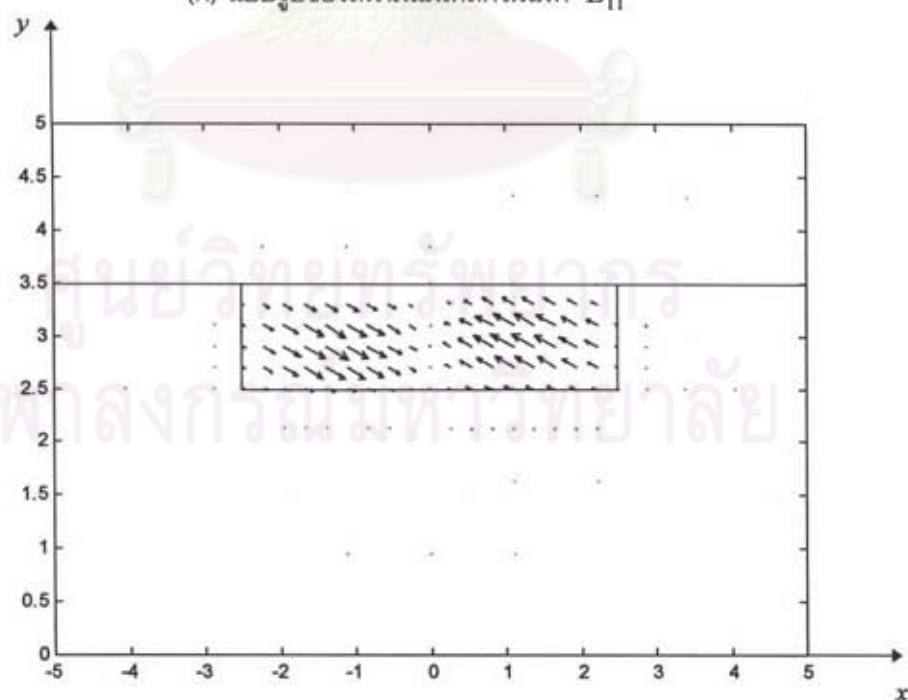


รูป 4.15 กราฟดิสเพอร์ชันที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์กรประกอบ และที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์กรประกอบ เมื่อสัมพันธ์ที่พื้นลวดตีเท่ากับ  $1/2.289$  ( $p = 1/2.289$ ) ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่มีแกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล เมื่อใช้ (ก) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1 (ข) การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 2

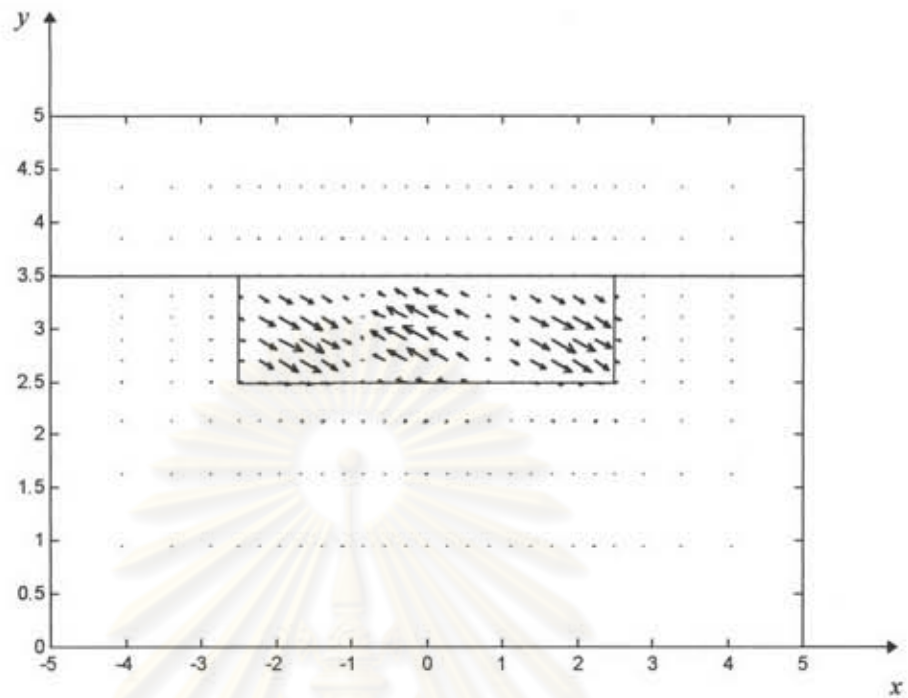
รูป 4.16 และ 4.17 แสดงแบบรูปของสนามแม่เหล็ก และการกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ตามลำดับ ที่  $k_0 t = 16.0$  ในโหมด  $E_{11}'$ ,  $E_{21}'$  และ  $E_{31}'$  โดยกำหนดให้ขนาดสูงสุดของสนามแม่เหล็กบนภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีค่าเท่ากับ 1



(ก) แบบรูปของสนามแม่เหล็กในโหมด  $E_{11}'$

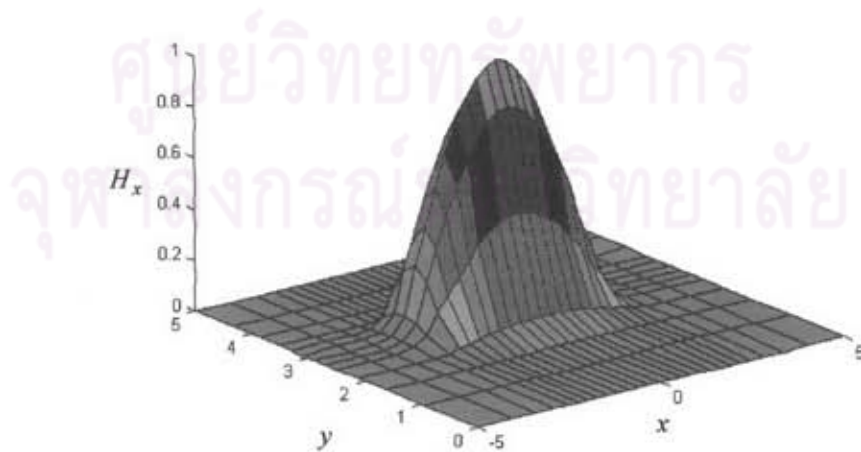


(ข) แบบรูปของสนามแม่เหล็กในโหมด  $E_{21}'$

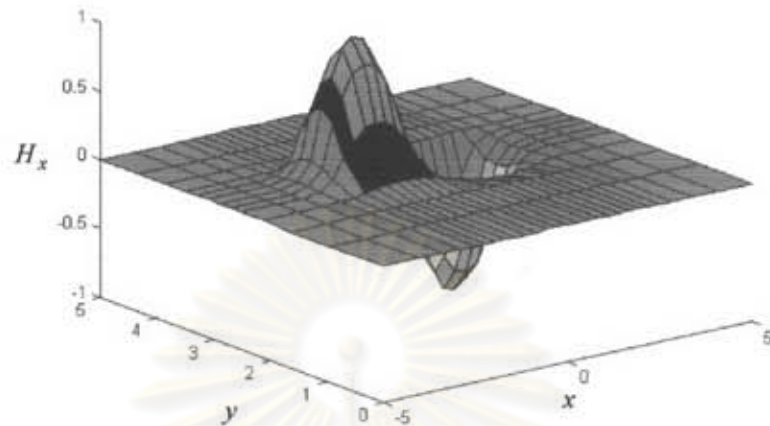


(ค) แบบรูปของสนามแม่เหล็กในโหมด  $E_{31}^y$

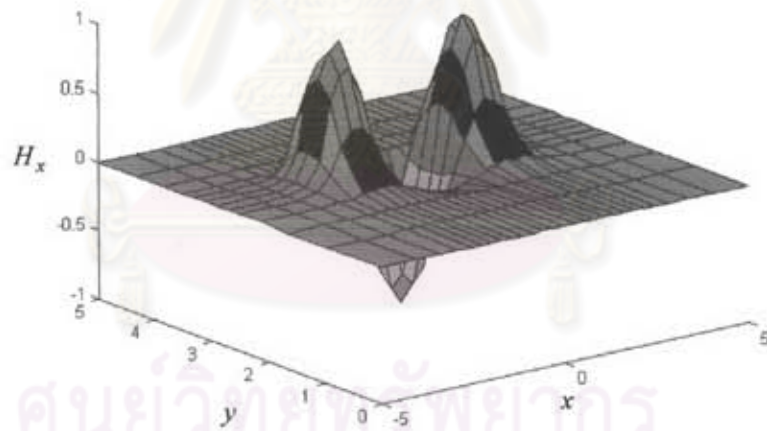
รูป 4.16 แบบรูปสนามแม่เหล็กที่  $k_0 r = 16.0$  ใน (ก) โหมด  $E_{11}^x$  (ข) โหมด  $E_{21}^x$  (ค) โหมด  $E_{31}^x$  ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ของท่อนำแสงแบบฝังในฉนวนที่แกนเป็นไอโซทรอปิกตามขวาง และฉนวนเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยการใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1



(ก) การกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ในโหมด  $E_{11}^x$



(ข) การกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ในโหมด  $E_{21}^y$



(ค) การกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ในโหมด  $E_{31}^y$

รูป 4.17 การกระจายในลักษณะ 3 มิติของ  $H_x$  ที่  $k_0 t = 16.0$  ใน (ก) โหมด  $E_{11}^y$  (ข) โหมด  $E_{21}^y$

(ค) โหมด  $E_{31}^y$  ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบของท่อนำแสงแบบฝังในชั้นสเตรทที่แกนเป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวางและชั้นสเตรทเป็นเนกาทีฟยูนิแอกเซียล โดยใช้การแบ่งอีลิเมนต์แบบที่ 1

จากผลการวิเคราะห์ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ที่เสนอโดย Hayata และคณะ (1986) สามารถวิเคราะห์ท่อนำแสงที่เป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวางได้



## สรุป

ผลจากการตรวจสอบความสามารถในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ ที่เสนอโดย Hayata และคณะ (1986) สามารถสรุปได้ดังนี้

1. ในปัญหาท่อนำคลื่นไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์ ซึ่งตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ ท่อนำคลื่นบรรจุด้วยไดอิเล็กตริกพบว่า วิธีนี้สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธ์ได้
2. ในปัญหาท่อนำคลื่นที่มีขอบเขตเป็นผิวโค้ง ซึ่งตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ ท่อนำคลื่นกลางที่มีภาคตัดขวางรูปวงกลม พบว่าวิธีนี้สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีขอบเขตเป็นผิวโค้งได้
3. ในปัญหาท่อนำคลื่นแบบดิสเพอร์ซีฟแอนไอโซทรอปิกแม่เหล็กที่แทนเซอร์ความซามซิมได้  $[\mu]$  อยู่ในรูปของ

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & \mu_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ \mu_{zx} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}$$

ซึ่งตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ ท่อนำคลื่นบรรจุด้วยเฟอร์ไรต์ที่มีการไบแอสสนามแม่เหล็กสถิตในแนวตามขวางของท่อนำคลื่น พบว่าวิธีนี้ไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวนี้ได้

4. จากการศึกษาในปัญหาท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้าที่แทนเซอร์สภาพยอม  $[\varepsilon]$  อยู่ในรูปของ

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \text{ และ } [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

ซึ่งตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ ท่อนำแสงแบบฝังในฉัษสเตอร์ที่เป็นแอนไอโซทรอปิกแนวทแยง และกรณีที่เป็นแอนไอโซทรอปิกตามขวาง พบว่าวิธีนี้สามารถวิเคราะห์ท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้าที่แทนเซอร์  $[\varepsilon]$  อยู่ในรูปดังที่กล่าวมาข้างต้นได้