บทที่ 2

การออปติไมซ์ในระบบไฟฟ้ากำลัง

1 บทนำ

ในบทนี้เป็นการรายงานเกี่ยวกับวิธีการออปติไมซ์ (Optimization methodology) ที่ใช้ในงานทั่วไป และการออปติไมซ์ในระบบไฟฟ้ากำลัง (Energy System Optimization) ซึ่งเกี่ยวข้องกับการจ่ายโหลดในระบบไฟฟ้ากำลังอย่างประหยัด

ในตอนท้ายของบทนี้ได้รายงานถึง ความสัมพันธ์ระหว่างการจ่ายโหลดอย่าง ประหยัด (Economic Load Dispatch) และการจัดสรรกำลังผลิตอย่างประหยัด (Unit Commitment Problem) ซึ่งเป็นการจัดสรรกำลังผลิตที่เลือกเครื่องกำเนิดไฟฟ้าให้จ่ายโหลด โดยที่ต้นทุนการผลิตรวม (Total Production Cost) ของระบบไฟฟ้ากำลังมีค่าต่ำที่สุด ซึ่งจะได้รายงานโดยละเอียดในหัวข้อต่อไป

2 วิธีการออปติไมซ์ (Optimization Methodology)

2.1 ปัญหาการออปติไมซ์ไม่เชิงเส้นแบบมีข้อจำกัด (Nonlinear Constrainted Optimization Problem)

ปัญหาการออปติไมซ์เกี่ยวข้องกับการหาค่าที่ดีที่สุด นั่นคือค่าที่มากที่สุด หรือน้อยที่สุดของดัชนีสมรรถนะ (Performance Index) f (เช่น Objective Function) ซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับเซ็ทของพารามิเตอร์ x (เช่น ตัวแปรสถานะ (State Variables)) โดยการปรับเซ็ทของพารามิเตอร์ u (เช่นตัวแปรควบคุม (Control Variables)) โดยทั่วไปค่าของตัวแปรต่างๆ จะต้องเป็นไปตามข้อจำกัดต่าง ๆ (Constraints) ในการพิจารณา เพื่อให้ได้คำตอบตามที่ต้องการ

ในระบบไฟฟ้ากำลัง การเลือกค่าฟังก์ชั่น f ขึ้นกับการประยุกต์ใช้งานเป็นสำคัญ ดังนั้นในการศึกษาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด (Economic Load Dispatch) ฟังก์ชั่น f จะเป็นต้นทุนการผลิต (Production Cost) และ/หรือ กำลังสูญเสีย (Power Loss) ของระบบไฟฟ้ากำลัง ตัวแปรควบคุมประกอบด้วยกำลังไฟฟ้าที่ผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และ/หรือ ขนาดของแรงดันที่บัสของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และแหล่งกำเนิดกำลังรีแอคตีฟต่าง ๆ ตัวแปรสถานะประกอบด้วยมุมของแรงดัน และขนาดของแรงดันที่โหลดบัสต่าง ๆ

พิจารณา Objective Function (f) ที่จะหาค่าที่น้อยที่สุด ซึ่งเป็นฟังชั่นของตัวแปรควบคุม u และตัวแปรสถานะ x

นั่นคือ

$$f = f(u,x) \qquad \text{...(2.1)}$$

โดยสอดคล้องกับข้อจำกัดชนิดสมการ (Equality Constraint) ของระบบ เช่น สมการโหลดโฟลว์ในระบบไฟฟ้ากำลัง

$$g(u,x) = 0 \qquad \text{...(2.2)}$$

ในทางปฏิบัติ ข้อจำกัดเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่ใช้ จะอยู่ในรูปข้อจำกัดชนิดอสมการ (Inequality Constraint) ของตัวแปรควบคุม

นั่นคือ

$$u_{min} <= u <= u_{max} \qquad \text{...(2.3)}$$

ตัวอย่างเช่น ขีดจำกัดของแรงดันที่บัสของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า สำหรับข้อจำกัดชนิดอสมการเชิงฟังก์ชั่น (Functional Inequality Constraint) จะอยู่ในรูปของ

$$h(u,x) <= 0 \qquad ...(2.4)$$

และข้อจำกัดบนตัวแปรสถานะ
นั่นคือ

$$x_{min} <= x <= x_{max} \qquad ...(2.5)$$

ก็เป็นข้อจำกัดชนิดอสมการเชิงฟังก์ชัน (Functional Inequality Constraint) ตัวอย่าง เช่น ขีดจำกัดของแรงดันที่โหลดบัสต่าง ๆ

ดังนั้นปัญหาการออปติไมซ์ไม่เชิงเส้นแบบมีข้อจำกัด (Nonlinear Constrainted Optimization)[1,2,12,13] อาจสรุปได้ดังนี้

หาค่าที่น้อยที่สุดของ f(u,x)
และสอดคล้องกับ

$$\left.\begin{array}{l} g(u,x) = 0 \\ u_{min} <= u <= u_{max} \\ h(u,x) = 0 \\ x_{min} <= x <= x_{max} \end{array}\right] \quad ...(2.6)$$

ปัญหาดังกล่าวข้างต้น อาจเรียกว่า Multi-variable Nonlinear with Nonlinear Constraints ถ้าสมมติว่าฟังชั่นในสมการ (2.2).(2.5) มีคุณสมบัติเป็นแบบ Convexity จากทฤษฎีของ Kuhn-Tucker[14] จะให้เงื่อนไขจำเป็น (Necessary Conditions) สำหรับการหาค่าที่น้อยที่สุด โดยการแปลงปัญหาแบบมีข้อจำกัด (Constraint) เป็นแบบไม่มีข้อจำกัด (Unconstraint) โดยใช้เทคนิคของ Penalty Function Method นั่นคือแปลง Objective Function ใหม่ให้เป็น Augmented Objective Function (F)

ตามสมการ

$$F(x,u,\lambda) \triangleq f(u,x)+\lambda^{T}g(u,x)+W(u,x) \qquad ...(2.7)$$

โดยที่ λ_i คือตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange Multiplier) สำหรับข้อจำกัดชนิดสมการต่าง ๆ (Equality Constraints) ซึ่งเป็นสมาชิกของ λ เวกเตอร์

และ

$$\lambda^{T} = [\lambda_1,\lambda_2,...]$$

W(u,x) เรียกว่า Penalty Function สำหรับข้อจำกัดชนิดอสมการ (Inequality Constraints) ซึ่งจะได้กล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

สภาวะที่จุดต่ำที่สุด (Minimum Condition)[12,14] เป็นไปตามสมการ

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^{T} \lambda + \frac{\partial W}{\partial x} = [0] \qquad ...(2.8)$$

$$\frac{\partial F}{\partial u} = \frac{\partial f}{\partial u} + \left[\frac{\partial g}{\partial u}\right]^{T} \lambda + \frac{\partial W}{\partial u} = [0] \qquad ...(2.9)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = g(u,x) = [0] \qquad ...(2.10)$$

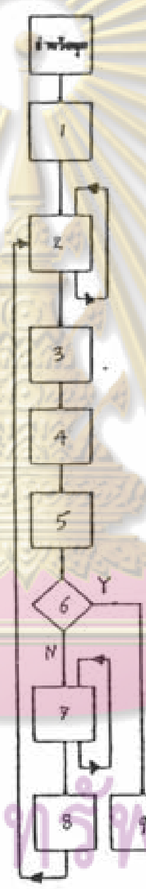
โดยที่ จาโคเบียนเมตริกซ์ (Jacobian Matrix) คือ

$$\frac{\partial f}{\partial x} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \cdots \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

2.2 การหาค่าตอบของปัญหาการออปติไมซ์ไม่เชิงเส้นแบบมีข้อจำกัด (Nonlinear Constrainted Optimization Problem)

ขั้นตอนการหาค่าน้อยที่สุด (Minimization)[1,2,12,13] อาจแสดงได้ด้วยโฟลว์ชาร์ตในรูปที่ 2.1 โดยมีรายละเอียดดังนี้



รูปที่ 2.1 โฟลว์ชาร์ตสำหรับการคำนวณการหาค่าตอบของปัญหาการออปติไมซ์

จากรูปที่ 2.1 มีขั้นตอนดังนี้

1. สมมติค่าแรกเริ่มของตัวแปรควบคุม $u^{(k)}$
2. แก้สมการโหลดโฟลว์ (2.10) จะได้ค่าตัวแปรสถานะ $x^{(k)}$
3. คำนวณค่า Patial Derivative ต่างๆ ของสมการ (2.8) และ (2.9) สำหรับ $u = u^{(k)}$ และ $x = x^{(k)}$

4. แก้สมการที่ (2.8) เพื่อหาค่า Lagrange Multiplier, λ นั่นคือ

$$\lambda^{(k)} = - \left[\left[\frac{\partial g}{\partial x^{(k)}} \right]^{T} \right]^{-1} \left[\frac{\partial f}{\partial x^{(k)}} + \frac{\partial W}{\partial x^{(k)}} \right]$$

5. คำนวณค่าเกรเดียนต์เวกเตอร์ $\nabla f^{(k)}$ จากสมการ (2.9) นั่นคือ

$$\nabla\lambda^{(k)} = \frac{\partial f}{\partial u^{(k)}} + \left[\frac{\partial g}{\partial u^{(k)}} \right]^{T} \lambda^{(k)} + \frac{\partial W}{\partial u^{(k)}}$$

6. ตรวจสอบการเข้าสู่ค่าตอบ (Convergence) ค่า $\nabla f^{(k)} <= \varepsilon$ แสดงว่าได้ค่าตอบที่ต้องการ ไปยังขั้นที่ 9 ถ้าไม่ใช่ ให้ทำในขั้นที่ 7 ต่อไป
7. คำนวณค่า Update Vector ของตัวแปรควบคุม $\Delta u^{(k)}$
8. ปรับค่าตัวแปรควบคุมโดยใช้สมการ

   $u_{new} = u_{old} + \Delta u$
9. ได้ค่า Optimum ตามต้องการ และหยุดการคำนวณ

<u>หมายเหตุ</u> k คือจำนวนรอบของการทำอิทเทอร์เรชัน

2.3 การปรับปรุงการหาค่าตอบของปัญหาการออปติไมซ์ไม่เชิงเส้นแบบมีข้อจำกัด (Nonlinear Constrainted Optimized Problem)

การหาค่าตอบของ ปัญหาการออปติไมซ์ไม่เชิงเส้นแบบมีข้อจำกัด มีอยู่หลายวิธี วิธีที่ง่ายที่สุดคือ วิธี Steepest Descent[1,2] ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าตอบที่ก้าวไปสู่จุดต่ำสุดของ Objective Function f ตามทิศที่ชันที่สุด (หรือทิศของ $-\nabla f$) โดยมีค่า Update Vector ตามสมการ

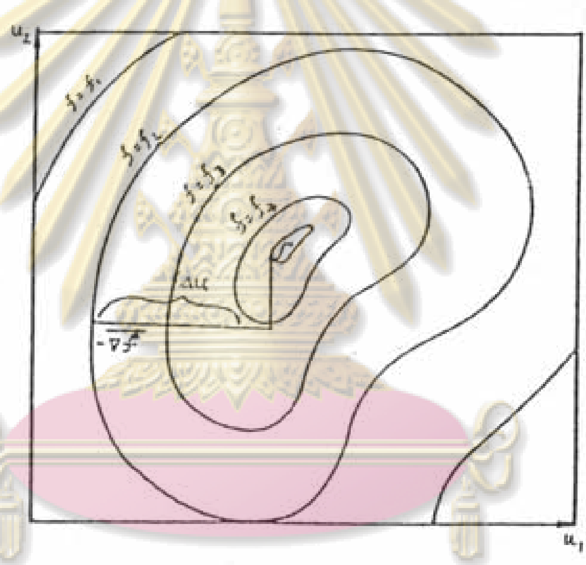
$$\Delta u = -c\nabla f \tag{2.11}$$

โดยที่ Δu คือ Update Vecter

c คือ ระยะของการก้าว (Step Length)

และ ∇f คือ เกรเดียนต์ เวกเตอร์

การเข้าสู่ค่าตอบโดยใช้วิธี Steepest Descent สำหรับเวกเตอร์ควบคุม (Control Vecter) 2 มิติ, u_1 และ u_2 อาจแสดงได้โดยใช้รูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 การหาค่าตอบโดยวิธี Steepest Descent

โดยทั่วไปวิธี Steepest Descent เข้าสู่ค่าตอบในลักษณะเชิงเส้น แต่ในบางกรณีค่อนข้างช้า โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ Objective Function Contour มีรูปทรงเป็นแบบ Irregular[1,14]

ทิศทางการเข้าสู่ค่าตอบอาจปรับปรุงให้การเข้าสู่ค่าตอบก้าวตรงไปยังจุดต่ำสุด โดย

การรวมคำตอบในทิศทางที่ชันที่สุด ตามสมการ

$$\left.\begin{aligned} r^{(k)} &= -\nabla f^{(k)} + \beta^{(k)} r^{(k-1)} \\ \text{และ}\quad \beta^{(0)} &= 0 \end{aligned}\right] \qquad (2.12)$$

โดยที่ k เป็นหมายเลขของการทำอิทเทอร์เรชัน

$\beta^{(k)}$ เป็นค่าคงที่ใดๆ

ค่าของ Update Vecter, Δu , จะกลายเป็น

$$\Delta u = c r^{(k)} \qquad (2.13)$$

การหาค่าตอบโดยวิธีนี้นิยมเรียกว่า วิธีคอนจูเกตเกรเดียนต์ (Conjugate Gradient) ค่าของ $\beta^{(k)}$ ขึ้นอยู่กับเทคนิคที่ใช้ในการควบคุมทิศทางของ คอนจูเกตเกรเดียนต์ วิธีที่นิยมกันในปัจจุบัน และเลือกใช้ในงานวิจัยนี้คือ วิธีของ Flecher-Reeves[15] นั่นคือ

$$\beta^{(k)} = \left\| \frac{\nabla f^{(k)}}{\nabla f^{(k-1)}} \right\|^{2} \qquad (2.14)$$

โดยที่ k เป็นหมายเลขของการทำอิทเทอร์เรชัน

การหาค่าตอบโดยวิธีคอนจูเกตเกรเดียนต์นี้ จะเข้าสู่ค่าตอบแบบกำลังสอง (Quadiratic Convergent) สำหรับ Objective Function ที่อยู่ในรูปของสมการกำลังสอง (Quadiratic Convergent) และการเข้าสู่ค่าตอบค่อนข้างรวดเร็ว จึงเหมาะสำหรับการประยุกต์ใช้งานในระบบไฟฟ้ากำลังทั่วไป

2.4 การหาคำตอบของสมการโหลดโฟลว์ในระบบไฟฟ้ากำลังและข้อพิจารณาต่างๆ

การวิเคราะห์โหลดโฟลว์ในระบบไฟฟ้ากำลังในสมการที่ (2.10) นั้นอาจใช้วิธีใดๆ ก็ได้ อย่างไรก็ดี การวิเคราะห์โหลดโฟลว์ที่ได้รับความนิยมในปัจจุบันคือการวิเคราะห์โหลดโฟลว์ โดยใช้วิธีของ นิวตัน-ราฟสัน ซึ่งได้มีรายละเอียดตามที่ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก ในการวิจัยครั้งนี้ได้เลือกใช้การวิเคราะห์โหลดโฟลว์โดยใช้ของวิธี นิวตัน-ราฟสัน และฟาสต์ดีคับเปิลโหลดโฟลว์ (Fast Decouple Load Flow) ซึ่งจะให้ความรวดเร็วในการคำนวนสูง และใช้หน่วยความจำน้อย เมื่อเทียบกับการวิเคราะห์โหลดโฟลว์ โดยวิธี นิวตัน-ราฟสัน ตามปกติซึ่งเหมาะกับการวิเคราะห์การจัดสรรกำลังผลิตอย่างประหยัด สมการฟาสต์ดีคับเปิลโหลดโฟลว์ [1,2,7,8] ที่ใช้คือ

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta P}{|V|} &= -B\Delta\delta \\ \text{และ} \quad \frac{\Delta Q}{|V|} &= -B\Delta|V| \end{aligned}\right\} \qquad (2.15)$$

2.5 Penalty Function W

วิธี Penalty Function เป็นเทคนิคที่ใช้รวมผลของ ข้อจำกัดชนิดอสมการเชิงฟังก์ชัน (Function Inequality Constraints) ของตัวแปรสถานะ โดยที่ Penalty Function จะมี Augmented Objective Function ทำให้คำตอบของการหาค่าน้อยที่สุด (Minimization) สอดคล้องกับข้อจำกัด (Constraints) ที่กำหนด และ Penalty Function[1,12] มีรูปฟอร์มดังนี้

$$W(u,x) = \sum_{i=1}^{M} W_i$$

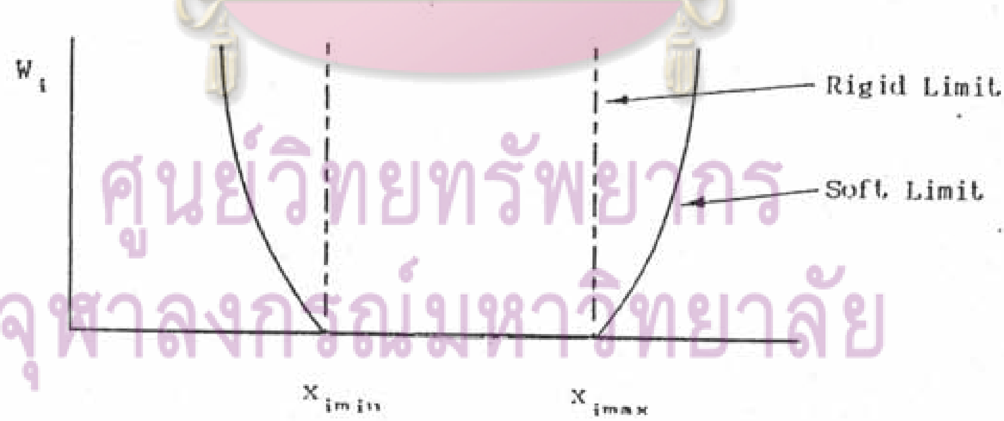
$$W_i = \begin{cases} W_i(X_i - X_{imin})^2 & \text{เมื่อ } X_i <= X_{imin} \\ 0 & \text{เมื่อ } X_{imin} <= X_i <= X_{imax} \\ W_i(X_i - X_{imax})^2 & \text{เมื่อ } X_i > X_{imin} \end{cases} \quad (2.16)$$

โดยที่ W_i คือ ค่าคงที่ เรียกว่า ค่าคงที่ถ่วงน้ำหนัก (Weighting Constrant)

M คือ จำนวนของขีดจำกัดของตัวแปรสถานะ

X_i คือ ข้อจำกัดชนิดอสมการเชิงฟังก์ชั่น (Functional Inequlity Constraint)

Penalty Function เป็นการดำเนินการเกี่ยวกับข้อจำกัด (Constraint) ของตัวแปรชนิดอ่อน (Soft Variable) เมื่อใช้ Penalty Function W คำตอบของการหาค่าน้อยที่สุด (Minimization) จะยอมให้ตัวแปรสถานะเกินขีดจำกัดได้เล็กน้อย โดยที่คำตอบสามารถยอมรับได้ในทางปฏิบัติ ตามที่แสดงในรูปที่ 2.3 นั่นคือค่าของฟังก์ชั่นจะเป็นศูนย์ ถ้าตัวแปรสถานะอยู่ในขีดจำกัดที่กำหนด และนอกขีดจำกัดดังกล่าว ค่าของฟังก์ชั่นจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยที่ค่า W_i ควบคุมระดับของ Penalty



รูปที่ 2.3 Penalty Function

2.6 การคำนวนระยะของการก้าวเข้าสู่คำตอบ (Step Length) c

การปรับค่าตัวแปรควบคุมในแต่ละรอบของการทำอิทเทอร์เรชัน (k) สามารถทำได้โดยใช้สมการ

$$u^{(k+1)} = u^{(k)} + c^{(k)} r^{(k)} \qquad (2.17)$$

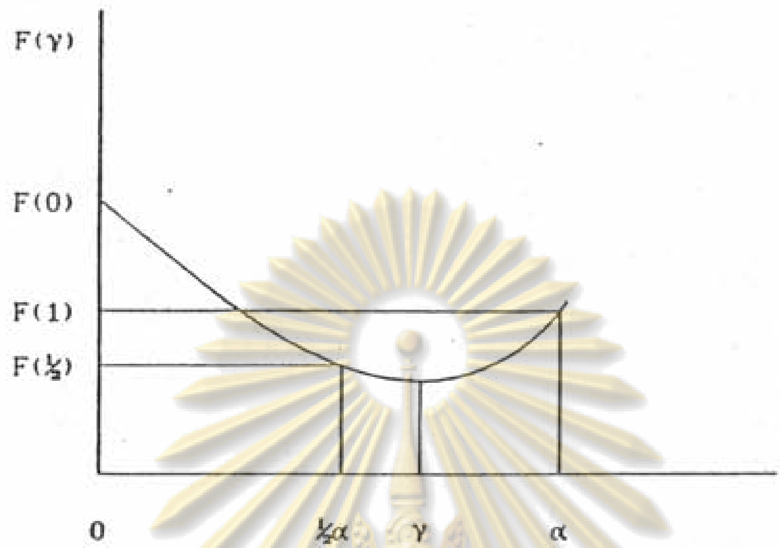
โดยที่ $c^{(k)}$ คือ ระยะของการก้าวเข้าสู่คำตอบ (Step Length)

ระยะของการก้าว (Step Length) จะต้องมีขนาดที่เหมาะสม เพื่อให้การก้าวเข้าสู่คำตอบเร็วที่สุด และไม่เกิดการแกว่ง (Oscillation) ของการเข้าหาคำตอบ การหาระยะของการก้าวเข้าสู่คำตอบที่ดีที่สุด[1,2,4] อาจทำได้โดยที่ตัวแปรควบคุมอยู่ภายในขีดจำกัดที่ต้องการ และมีรายละเอียดดังนี้

2.6.1) หาค่าแฟกเตอร์ α จากค่าต่ำสุดในเซ็ทของ Step-sizeที่ใช้ในการก้าวไปตามทิศของ Steepest Descent, $-\nabla f$ นั่นคือ

$$\Delta u_{max} = -\alpha \nabla f \qquad (2.18)$$

2.6.2) หาค่าแฟกเตอร์ ɜ จากการประมาณเส้นโค้ง ด้วยฟังก์ชันอันดับสอง (Quadratic Curve Fitting) F(ɜ) ตามที่แสดงในรูป 2.4



รูปที่ 2.4 Augmented Objective Function F(γ)

นั่นคือ

$$\gamma = \frac{F(1) - 4F(1/2) + 3F(0)}{4[F(1) - 2F(1/2) + F(0)]} \qquad (2.19)$$

โดยที่ F(0) คือค่า f(γ) ที่จุดปัจจุบัน

F(1/2) คือค่า f(γ) เมื่อก้าวค่าตอบไปตามทิศ $-\nabla f$ เป็นระยะทาง 1/2(α)

F(1) คือค่า f(γ) เมื่อก้าวค่าตอบไปตามทิศ $-\nabla f$ เป็นระยะทาง α

3) หาค่าระยะของการก้าวเข้าสู่ค่าตอบ (Step Length) c จากสมการ

$$c = \alpha\gamma \qquad (2.20)$$

3 การออปติไมซ์ในระบบไฟฟ้ากำลัง (Energy System Optimization)

3.1 ตัวแปรและฟังก์ชั่นในระบบไฟฟ้ากำลัง [1,2,4,12,16]

ในระบบไฟฟ้ากำลัง การจ่ายโหลดอย่างประหยัด ประกอบด้วยตัวแปร และ ฟังก์ชั่นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

3.1.1) Objective Function f(u,x) คือต้นทุนการผลิตรวมของระบบ หรือ

$$f(u,x) = C = \sum_{i=1}^{N} C_i \qquad (2.21)$$

3.1.2) ตัวแปรควบคุม u คือ

u = { กำลังไฟฟ้าที่ผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่โหลดบัส และบัสควบคุมแรงดัน (P_{Gi} , i = PQ+PV BUS)
ขนาดของแรงดันที่บัสอ้างอิงและบัสควบคุมแรงดัน ($|V_i|$, i = SW+PV BUS)

3.1.3) พารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่ (Fixed Parameter) p คือ

p = { มุมของแรงดันที่บัสอ้างอิง (δ_i , i = SW BUS)
กำลังรีแอคตีฟที่ผลิตจากโหลดบัส (Q_{Gi} , i = PQ BUS)

3.1.4) ตัวแปรสถานะ x คือ

x = { มุมของแรงดันที่บัส ที่โหลดบัส และที่บัสควบคุมแรงดัน (δ_i , i = PQ+PV BUS)
ขนาดของแรงดันโหลดบัส ($|V_i|$, i = PQ BUS)

3.1.5) ข้อจำกัดชนิดสมการ (Equality Constraint) g(u,x) คือสมการความผิดพลาดของกำลังจริง และกำลังรีแอคตีฟที่บัส (Bus Real and Reactive Power Mismatch Equations) ตามสมการ

$$g(u,x) = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i - (P_{Gi}-P_{Di}) \\ Q_i - (Q_{Gi}-Q_{Di}) \end{bmatrix} \qquad (2.22)$$

3.1.6) ข้อจำกัดชนิดอสมการเชิงฟังก์ชัน (Functional Inequality Constraint) h(u,x) คือขีดจำกัด (limit) ของตัวแปรควบคุมและตัวแปรสถานะต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้ากำลัง ได้แก่

$$P_{Gimin} <= P_{Gi} <= P_{Gimax} \qquad (2.23)$$

$$Q_{Gimin} <= Q_{Gi} <= Q_{Gimax} \qquad (2.24)$$

$$\left|V_i\right|_{min} <= \left|V_i\right| <= \left|V_i\right|_{max} \qquad (2.25)$$

3.2 การจ่ายโหลดในระบบไฟฟ้ากำลังอย่างประหยัด

(Economic Load Dispatch)

ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยใช้การจัดสรรกำลังจริง (P-Problem)

เป็นการหาค่าที่น้อยที่สุด (Minimization) โดยที่ Objective Function เป็นต้นทุนการผลิตรวมของระบบ หรือ

$$f_p(u_p,x) = C \qquad (2.26)$$

ตัวแปรควบคุมของการจัดสรรกำลังจริง u_p คือ กำลังไฟฟ้าที่ผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่

โหลดบัส และบัสควบคุมแรงดัน (P_{Gi} , i = PQ+PV BUS)

ตัวแปรสถานะของการจัดสรรกำลังจริง x คือ มุมของแรงดันที่โหลดบัส และบัสควบคุมแรงดัน (δ_i , i = PQ+PV BUS) และขนาดของแรงดันที่โหลดบัส ($|V_i|$, i = PQ BUS)

ข้อจำกัดชนิดอสมการ (Inequality Constraint) g(u,x) จะอยู่ในรูปของ ΔP_i และ ΔQ_i โดยที่ ΔP_i คิดที่โหลดบัส และบัสควบคุมแรงดัน สำหรับ ΔQ_i คิดเฉพาะโหลดบัสเท่านั้น
นั่นคือ

$$g(u,x) = \begin{bmatrix} \Delta P_i & (i = PQ+PV\ BUS) \\ \Delta Q_i & (i = PQ\ BUS) \end{bmatrix} \qquad (2.27)$$

ข้อจำกัดชนิดอสมการ (Inequality Constraint) ของตัวแปรควบคุมของการจ่ายโหลดอย่างประหยัด โดยใช้การจัดสรรกำลังจริง คือ ขีดจำกัดเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่ผลิตกำลังไฟฟ้า นั่นคือขีดจำกัดของกำลังไฟฟ้าที่ผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่โหลดบัส และบัสควบคุมแรงดัน

$$P_{Gimin} <= P_{Gi} <= P_{Gimax} , \ i = PQ+PV\ BUS \qquad (2.28)$$

นอกจากนั้น จำเป็นต้องพิจารณาถึง ขีดจำกัดของกำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้จากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัสอ้างอิงด้วย นั่นคือ

$$P_{Gswmin} <= P_{Gsw} <= P_{Gswmax} \qquad (2.29)$$

ข้อจำกัดชนิดอสมการ (Inequality Constraint) ของตัวแปรสถานะของการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยใช้การจัดสรรกำลังจริง คือมุมของแรงดันที่โหลดบัส และบัสควบคุมแรงดัน และขนาดของแรงดันที่โหลดบัส อย่างไรก็ดีเนื่องจากมุมของแรงดัน โดยทั่วไปไม่มีปัญหาทางด้านขีดจำกัดมากนัก นอกจากนั้นการเปลี่ยนแปลงกำลังจริงมีผลต่อขนาดของแรงดันน้อยมาก ดังนั้นข้อจำกัดในส่วนนี้ โดยทั่วไปอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้

Augmented Objective Function $f_p(u_p,x)$ ของการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยใช้การจัดสรรกำลังจริงเป็นไปตามสมการ

$$f_p(u_p,x) = C(u_p,x) + \lambda^T g(u,x) + W_p(u_p,x) \qquad (2.30)$$

โดยที่ $W_p(u_p,x)$ คือ Penalty Function ของการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยใช้การจัดสรรกำลังจริง

สภาวะที่จุดต่ำสุด[1,2,14] ของการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยใช้การจัดสรรกำลังจริงเป็นไปตามสมการ

$$\frac{\partial F_p}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^T \lambda + \frac{\partial W_p}{\partial x} = 0 \qquad (2.31)$$

$$\frac{\partial F_p}{\partial u_p} = \frac{\partial C}{\partial u_p} + \left[\frac{\partial g}{\partial u_p}\right]^T \lambda + \frac{\partial W_p}{\partial u_p} = 0 \qquad (2.32)$$

$$\frac{\partial F_p}{\partial \lambda} = g(u,x) = 0 \qquad (2.33)$$

การหาคำตอบของการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยใช้การจัดสรรกำลังจริง อาจใช้โฟลว์ชาร์ตตามที่แสดงในรูปที่ 2.1 และ/หรือ โฟลว์ชาร์ตตามที่แสดงในรูปที่ ข.4 ในภาคผนวก ข.