# การใช้วิธีบาวดารีอินทิกรัลวิเคราะห์แผ่นพื้นรูปเหลี่ยมไร้คาน

นาย ธนัญญ์ จารุภูมิ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2535

ISBN 974-581-324-9

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

018501

# BOUNDARY INTEGRAL METHOD APPLIED TO RECTILINEAR FLAT PLATES

Mr. Thanan Jarupoom

ศูนย์วิทยทรัพยากร

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department of Civil Engineering

Graduate School

Chulalongkorn University

1992

ISBN 974-581-324-9

| | |
|---|---|
| Thesis Title | Boundary Integral Method Applied to Rectilinear Flat Plates |
| By | Mr. Thanan Jarupoom |
| Department | Civil Engineering |
| Thesis Advisor | Professor Thaksin Thepchatri, Ph.D. |

---

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree.

Thavorn Vajrabhaya
..... Dean of Graduate School
(Professor Thavorn Vajrabhaya, Ph.D.)

Thesis Committee

..... Chairman
(Professor Ekasit Limsuwan, Ph.D.)

Thaksin Thepchatri
..... Thesis Advisor
(Professor Thaksin Thepchatri, Ph.D.)

..... Member
(Associate Professor Sutham Suriyamongkol, D.Eng.)

..... Member
(Assistant Professor Roengdeja Rajatabhothi, Ph.D.)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## C015395 : MAJOR CIVIL ENGINEERING
KEY WORD : BOUNDARY INTEGRAL METHOD/RECTILINEAR FLATE PLATES/LINE SUPPORT
THANAN JARUPOOM : BOUNDARY INTEGRAL METHOD APPLIED TO RECTILINEAR FLAT PLATES. THESIS ADVISOR : PROF.THAKSIN THEPCHATRI, Ph.D., 82 PP. ISBN 974-581-324-9

The analysis of rectilinear thin isotropic elastic plates of arbitary shapes on plan subjected to transverse forces and supported on columns and shear walls is presented. Shear walls are treated as a combination of linear line supports. Axial and rotational stiffnesses of a line support are included herein to facilitate the analysis as of a point support. In the formation of boundary integral equations, line supports are discretized into a finite number of interval and the usual boundary equations are supplemented by three additional conditions, an axial deformation and two rotational deformations in both normal and tangential directions, for each elements. A computer program has been adapted for practical use. The numerical results obtained are found to be in fairly good agreement with those of other investigators and with the finite element method. However, inconsistencies of results may occur if boundary of plate and line support are subdivided into too many intervals.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่อนิสิต .....
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....
ปีการศึกษา 2534 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ธนัญญ์ จารุภูมิ : การใช้วิธีบาวดารีอินทิกรัลวิเคราะห์แผ่นพื้นรูปเหลี่ยมไร้คาน (BOUNDARY INTEGRAL METHOS APPLIED TO RECTILINEAR FLAT PLATES) อ.ที่ปรึกษา : ศ.ดร. กักษิณ เทพชาตรี, 82 หน้า. ISBN 974-581-324-9

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาเพิ่มเติมการประยุกต์วิธีบาวดารีอินทิกรัลกับทฤษฎีผกผันของเบตติ เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นรูปเหลี่ยมไร้คานที่มีสภาพขอบอิสระ ภายใต้แรงกระทำในแบบใด ๆ โดยมีที่รองรับซึ่งอยู่ภายในแผ่นพื้นมีลักษณะเป็นจุดรองรับเท่านั้น เพื่อให้สามารถวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นนี้ในกรณีมีที่รองรับเป็นแบบเส้นตรงอยู่ภายในแผ่นพื้นได้อีกด้วย อันเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นเสมอในการวิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างแผ่นพื้น ซึ่งที่รองรับแบบเส้นตรงนี้สามารถกำหนดให้มีได้ทั้งสติฟเนสแนวแกนและสติฟเนสการดัดเช่นเดียวกับที่รองรับแบบจุด นอกจากนี้ยังได้ปรับปรุงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ให้สามารถคำนวณหาคำตอบที่มีความละเอียดเพียงพอสำหรับใช้ในทางปฏิบัติได้ ผลลัพธ์จากการศึกษานี้ ได้เปรียบเทียบกับผลของผู้วิจัยอื่นและผลจากวิธีไฟไนท์เอเลเมนต์พบว่า ให้ค่าที่สอดคล้องกันเป็นอย่างดี อย่างไรก็ดีหากแบ่งขอบเขตของแผ่นพื้นและที่รองรับแบบเส้นตรงออกเป็นจำนวนที่มากเกินไป อาจเกิดสภาพผันแปรของผลลัพธ์ขึ้นได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่อนิสิต .....
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....
ปีการศึกษา 2534 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his great appreciation to his advisor, Professor Dr. Thaksin Thepchatri, for his helpful suggestions and careful supervision throughout this study. Acknowledgement is also due to the author's thesis committee, Professor Dr. Ekasit Limsuwan, Associate Professor Dr. Sutham Suriyamongkol and Assistant Professor Dr. Roengdeja Rajatabhothi. Special thanks are extended to everyone who had involved directly and indirectly to the preparation of this thesis.

Finally, the author would like to express his gratitude and indebtedness to his parents for their supports and encouragements.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TABLE OF CONTENTS


Title Page in Thai ..... i

Title Page in English ..... ii

Thesis Approval ..... iii

Abstract in English ..... iv

Abstract in Thai ..... v

Acknowledgements ..... vi

Table of Contents ..... vii

List of Figures ..... ix

List of Symbols ..... x

CHAPTER

I INTRODUCTION ..... 1

1.1 Background ..... 1

1.2 Scope of Study ..... 2

II FUNDAMENTAL CONSIDERATION ..... 4

2.1 Theory of Thin, Isotropic Elastic Plates ..... 4

2.2 Betti's Reciprocal Theorem ..... 7

2.3 Method of Analysis ..... 7

III NUMERICAL SCHEME ..... 20

3.1 Discretization of Boundary and Line Support ..... 20

3.2 Evaluation of Domain Integrals ..... 30

3.3 Treatment of Singularities ..... 30

3.4 Domain Solution ..... 31

IV EXAMPLES AND CONCLUSION ..... 33

REFERENCES ..... 38



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

APPENDICES ..... 55
APPENDIX A Transformation of Co-ordinates ..... 56
APPENDIX B Influence Functions ..... 59
APPENDIX C Coefficient Matrix Components ..... 61
APPENDIX D Evaluation of the Domain Integrals ..... 63
APPENDIX E Treatment of Singularities ..... 65
APPENDIX F User's Guide, Input Data and Output Results ..... 70
VITA ..... 82

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

LIST OF FIGURES


| Figure | Title | Page |
|---|---|---|
| 1 | Element of plate | 40 |
| 2 | Sign convention of stress resultants | 40 |
| 3 | Normal co-ordinates | 41 |
| 4 | Representation of corner forces | 41 |
| 5 | Force and displacement systems in Betti's theorem | 42 |
| 6 | Subdivision of boundary and line support | 43 |
| 7 | Force system of the free-body circular sector element | 44 |
| 8 | Simply supported square plate , Example 1 | 45 |
| 9 | Deflection along line of symmetry and diagonal | 46 |
| 10 | Normal bending moment along line of symmetry and diagonal | 47 |
| 11 | Square plate with four line supports, Example 2 | 48 |
| 12 | Deflection along the line of symmetry and diagonal | 49 |
| 13 | Normal bending moment and twisting moment along horizontal line (y = 0.5) | 50 |
| 14 | Normal bending moment along the diagonal | 51 |
| 15 | Flate plate, Example 3 | 52 |
| 16 | Deflection along x-axis, y-axis and line y = 4.0, x = 4.0 | 53 |
| 17 | Normal bending moment along line y = 0.5, x = 0.5 and line y = 2.5 and x = 4.5 | 54 |


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# LIST OF SYMBOLS

| | |
|---|---|
| A | cross-sectional area |
| D | flexural rigidity of plate |
| E | modulus of elasticity |
| f | influence function |
| h | plate thickness |
| I | moment of inertia , domain integrals |
| i,j,k,l,m,t | running indices |
| K | number of side of plate |
| $K_a$ | axial stiffness of interior support |
| $K_r$ | rotational stiffness of interior support |
| L | number of column supports inside the plate domain, length of member |
| M | number of line supports inside the plate domain |
| $M_n$ | normal bending moment per unit length of sections perpendicular to n-axis |
| $M_{nt}$ | twisting momenet per unit length of sections perpendicular to n-axis |
| $M_x$ | normal bending moment per unit length of sections perpendicular to x-axis |
| $M_y$ | normal bending moment per unit length of sections perpendicular to y-axis |
| $M_{xy}$ | twisting momenet per unit length of sections perpendicular to x-axis |
| N | number of divided intervals of boundary |

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

| | |
|---|---|
| $(n,t)$ | normal co-ordinates |
| $P$ | magnitude of singular load |
| $Q_n$ | shear force per unit length of sections of plate perpendicular to n-axis |
| $Q_x$ | shear force per unit length of sections of plate perpendicular to x-axis |
| $Q_y$ | shear force per unit length of sections of plate perpendicular to y-axis |
| $q$ | intensity of distributed load |
| $R$ | corner force |
| $S$ | number of divided intervals of line support |
| $T$ | number of loading strips |
| $V_n$ | supplemented shear force per unit length of sections of plate perpendicular to n-axis |
| $V_x$ | supplemented shear force per unit length of sections of plate perpendicular to x-axis |
| $V_y$ | supplemented shear force per unit length of sections of plate perpendicular to y-axis |
| $w$ | deflection function |
| $(x,y)$ | Cartesian co-ordinates |
| $(r,\theta)$ | Polar co-ordinates |
| $\alpha$ | angle |
| $\beta$ | angle |
| $\Gamma$ | boundary of plate |
| $\psi$ | range of line supports |
| $\Delta$ | radius of semi-circular element of plate |
| $\delta$ | Dirac delta function |

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

| | |
|---|---|
| $\epsilon$ | radius of circular sector element of plate |
| $\theta$ | angle |
| $\nu$ | Poisson's ratio |
| $(\xi,\eta)$ | co-ordinates |
| $\emptyset$ | included angle at plate boundary or corner |
| $\Omega$ | domain of plate |

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย