



การวิเคราะห์การลัดวงจร

ในบทนี้แสดงรายละเอียดเกี่ยวกับอธิบายถึงทฤษฎีและวิธีการวิเคราะห์การลัดวงจร โดยวิธีบัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ (Bus Impedance Matrix) โดยเริ่มอธิบายถึง องค์ประกอบสมมาตร (Symmetrical Component) ของระบบไฟฟ้ากำลัง การสร้างบัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ และการลัดวงจรชนิดต่าง ๆ รวมถึงเทคนิคการวิเคราะห์การลัดวงจรชนิดต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นบนเฟสอื่น (Change In Symmetry)

2.1 องค์ประกอบสมมาตร (Symmetrical Components) [1].[3]

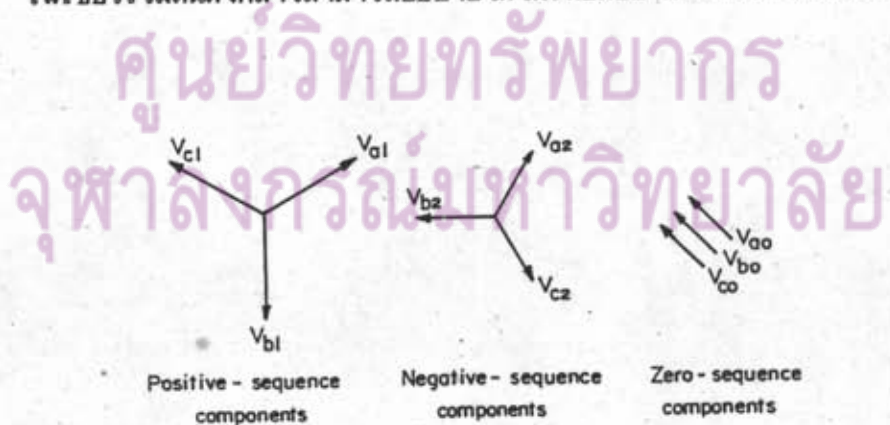
Dr. C.L. Fortescue ได้ศึกษาเกี่ยวกับ เฟเซอร์ของระบบไฟฟ้าสามเฟสที่ไม่สมดุลย์ สามารถแทนได้ด้วย เฟเซอร์ของระบบไฟฟ้าสามเฟสที่สมดุลย์ตามที่แสดงในรูปที่ 2.1 องค์ประกอบของเฟเซอร์ ทั้งสามนี้ประกอบด้วย

• องค์ประกอบที่เคาน์ซีก (Positive-Sequence Components) ประกอบด้วย เฟเซอร์สามชุดที่มีขนาดเท่ากัน มุมต่างกัน 120 องศา และมีลำดับเฟสเหมือนกันกับเฟเซอร์เริ่มต้น

• องค์ประกอบที่เคาน์ซัลลบ (Negative-Sequence Components) ประกอบด้วย เฟเซอร์สามชุดที่มีขนาดเท่ากัน มุมต่างกัน 120 องศา และมีลำดับเฟสตรงข้ามกับเฟเซอร์เริ่มต้น

• องค์ประกอบที่เคาน์ศูนย์ (Zero-Sequence Components) ประกอบด้วย เฟเซอร์สามชุดที่มีขนาดเท่ากัน มุมระหว่างเฟเซอร์เป็นศูนย์

ถ้าแต่ละชุดของค่าเริ่มต้นของเฟเซอร์ที่ไม่สมดุลย์ เป็นผลรวมขององค์ประกอบทั้งสามข้างต้น เฟเซอร์เริ่มต้นดังกล่าวสามารถอธิบายได้ในเทอมขององค์ประกอบบนแกนที่เคาน์นี้ได้ดังนี้



รูปที่ 2.1 องค์ประกอบสมมาตร

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \quad (2.1)$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0} \quad (2.2)$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0} \quad (2.3)$$

จากสมการ (2.1)-(2.3) สังเกตได้ว่าองค์ประกอบที่ความถี่ทั้งสามในแต่ละกลุ่มของเฟเซอร์เริ่มต้นมีลักษณะสมมาตรในการจัดลำดับ นั่นคือมีการวางตัวด้วยมุม $2\pi/3$ radian ซึ่งกันและกัน การวางตัวแยกของเฟเซอร์แบบนี้ สามารถใช้โอเปอเรเตอร์ (a-operator) ของระบบสามเฟสได้ดังนี้

$$a = 1 \angle 2\pi/3 = 1 \angle 120^\circ = 1e^{j2\pi/3}$$

$$a^2 = 1 \angle 4\pi/3 = 1 \angle 240^\circ = 1e^{j4\pi/3}$$

ดังนั้นสามารถสร้าง Linear Transformation สำหรับองค์ประกอบทั้งสาม ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

โดยที่เรากำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

จะได้

$$V_{abc} = A V_{012} \quad (2.5)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

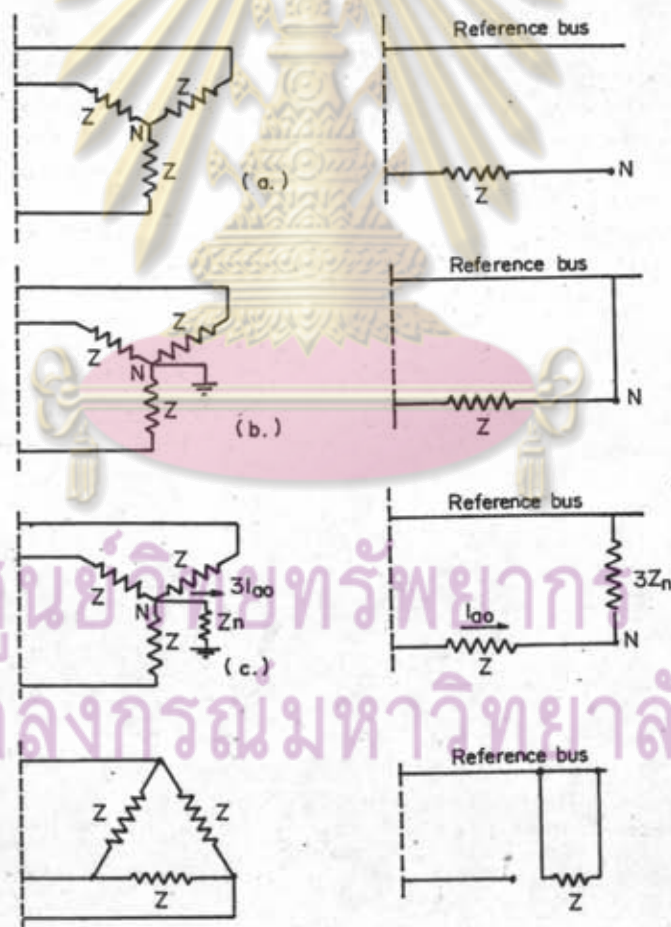
$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

จะได้

$$I_{abc} = A I_{012} \quad (2.7)$$

การวิเคราะห์การลัดวงจรชนิดไม่สมมาตร (Unsymmetrical Fault) ของระบบไฟฟ้ากำลัง ประกอบด้วย การหาค่าองค์ประกอบสมมาตรของกระแสที่ไม่สมดุล (Unbalance) ที่ไหลในระบบ จากเหตุผลดังกล่าวจะเห็นได้ว่าจำเป็นต้องหาค่าอิมพีแดนซ์ในซีเคอร์นซ์ต่าง ๆ และจัดให้อยู่ในข่ายวงจรของแต่ละซีเคอร์นซ์

อิมพีแดนซ์ในซีเคอร์นซ์บวก และลบของข่ายวงจรที่สมมาตรจะมีค่าเท่ากัน แต่จะต่างกับอิมพีแดนซ์ในซีเคอร์นซ์ศูนย์ จะเห็นได้ว่าในข่ายวงจรต่าง ๆ ค่าอิมพีแดนซ์ในซีเคอร์นซ์บวกและลบของสายส่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้า และหม้อแปลงในข่ายวงจรจะมีค่าตรงตามค่าอิมพีแดนซ์ในซีเคอร์นซ์นั้น ๆ ส่วนค่าอิมพีแดนซ์ในซีเคอร์นซ์ศูนย์ของ เครื่องกำเนิดไฟฟ้า และหม้อแปลง ในข่ายวงจรจะมีค่าต่าง ๆ แปรตามชนิดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และหม้อแปลงนั้น ๆ สรุปได้ดังรูปที่ 2.2 และ 2.3



รูปที่ 2.2 วงจรเสมือนซีเคอร์นซ์ศูนย์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

SYMBOLS	CONNECTION DIAGRAMS	ZERO-SEQUENCE EQUIVALENT CCT.

รูปที่ 2.3 ตารางเสมือนที่ความถี่ศูนย์ของหม้อแปลงไฟฟ้า

2.2 การวิเคราะห์การลัดวงจรด้วยบัสสมิแทนซ์เมตริกซ์⁽²⁾

วิธีสร้างบัสสมิแทนซ์เมตริกซ์อาจจำแนกออกได้เป็น 2 วิธีคือ

1) TRANSFORMATION METHOD โดยใช้ Incidence Matrix วิธีนี้จะใช้เนื้อที่ในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์มาก ทำให้ไม่เป็นที่นิยมใช้กัน

2) Z-BUS METHOD โดยสร้างบัสสมิแทนซ์เมตริกซ์ขึ้นทีละชั้น ใช้การจำลองข่ายวงจร (Network) ขึ้นมาโดยเพิ่มอีลิเมนต์ (Element) ต่าง ๆ เข้าไปที่ละเส้นโดยอาศัยหมายเลขของแต่ละบัสเป็นหมายเลขอ้างอิง ขั้นตอนและวิธีการสร้างบัสสมิแทนซ์เมตริกซ์ โดยวิธีบัสสมิแทนซ์เมตริกซ์ สรุปได้ดังตาราง 2.1

การใช้บัสสมิแทนซ์เมตริกซ์ในการวิเคราะห์การลัดวงจรของระบบไฟฟ้าทั่วไป ทำให้สามารถคำนวณกระแส และแรงดันในส่วนต่าง ๆ ของระบบไฟฟ้าในขณะเกิดลัดวงจรขึ้น ปริมาณเหล่านี้เป็นสิ่งที่ต้องการและจำเป็นในการออกแบบการป้องกันระบบไฟฟ้าด้วยรีเลย์ และใช้ในการกำหนดความสามารถในการตัดของเซอร์กิตเบรกเกอร์ โดยคำนวณค่าต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- 1) กระแสลัดวงจรที่บัสต่าง ๆ
- 2) แรงดันภายหลังการลัดวงจรที่บัสต่าง ๆ

3) ภาวะสภาวะหลังการลัดวงจรที่ลายันต่าง ๆ

ในการวิเคราะห์การลัดวงจร ปกตินิยมแทนอุปกรณ์ต่าง ๆ ในระบบไฟฟ้าให้อยู่ในรูปแบบที่เหมาะสม ซึ่งจะลดการคำนวณที่ไม่จำเป็นลง โดยคำตอบที่ได้มีความแม่นยำ และสามารถยอมรับได้นั้นคือ

- แทนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยแรงเคลื่อนไฟฟ้าหลังรีแอกแตนซ์
- ตัดชั้นที่โหลดต่าง ๆ (เช่น โหลดทั่วไป Line Charging etc.)
- ปรับ Tap ของหม้อแปลงไว้ที่ Nominal Tap

นอกจากนี้ ในการวิเคราะห์การลัดวงจรจำเป็นต้องแยกให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างภาวะเกิดลัดวงจร ภาวะหลังเกิดลัดวงจร ภาวะส/แรงดันในเฟสต่าง ๆ และภาวะส/แรงดัน ในเทอมของค่าส่วนประกอบสมมาตร (Symmetrical Components) จึงควรมีข้อตกลงเกี่ยวกับเครื่องหมายต่าง ๆ ดังนี้

- ภาวะก่อนเกิดลัดวงจรใช้ Subscript 0
- ภาวะหลังเกิดลัดวงจรใช้ Subscript F
- ภาวะส/แรงดันในเฟสต่าง ๆ ใช้ Subscript A, B, C
- ภาวะส/แรงดันในรีแอกแตนซ์ต่าง ๆ ใช้ Subscript 0, 1, 2
- ตำแหน่งของบัสต่าง ๆ ใช้ Subscript เป็นตัวเลข เช่น 0, 1, 2, ..., n
- ตำแหน่งของลายันต่าง ๆ ใช้ Subscript เป็นตัวเลข เช่น 1, 2, ..., m เป็นต้น

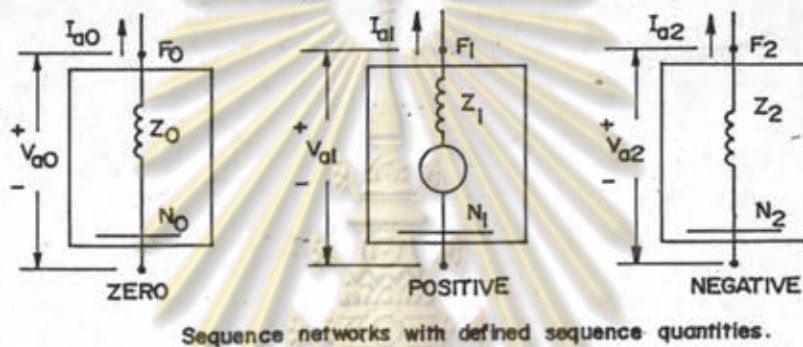
Add p-q	Mutual coupling		No mutual coupling	
	p is not the reference bus	p is the reference bus	p is not the reference bus	p is the reference bus
Branch	$Z_{pq} = Z_{pq} + \frac{Y_{pq,rs}(Z_{rs}-Z_{\delta 1})}{Y_{pq,pq}}$ $i=1,2,\dots,m$ $i \neq q$	$Z_{pq} = \frac{Y_{pq,rs}(Z_{rs}-Z_{\delta 1})}{Y_{pq,pq}}$ $i=1,2,\dots,m$ $i \neq q$	$Z_{pq} = Z_{pq}$ $i=1,2,\dots,m$ $i \neq q$	$Z_{pq} = 0$ $i=1,2,\dots,m$ $i \neq q$
	$Z_{qq} = Z_{pq} + \frac{1+Y_{pq,rs}(Z_{rs}-Z_{\delta q})}{Y_{pq,pq}}$	$Z_{qq} = \frac{1+Y_{pq,rs}(Z_{rs}-Z_{\delta q})}{Y_{pq,pq}}$	$Z_{qq} = Z_{pq} + Z_{pq,pq}$	$Z_{qq} = Z_{pq,pq}$
Link	$Z_{il} = Z_{pq} - Z_{ql} + \frac{Y_{pq,rs}(Z_{rs}-Z_{\delta 1})}{Y_{pq,pq}}$ $i=1,2,\dots,m$ $i \neq 1$	$Z_{il} = -Z_{ql} + \frac{Y_{pq,rs}(Z_{rs}-Z_{\delta 1})}{Y_{pq,pq}}$ $i=1,2,\dots,m$ $i \neq 1$	$Z_{il} = Z_{pq} - Z_{ql}$ $i=1,2,\dots,m$ $i \neq 1$	$Z_{il} = -Z_{ql}$ $i=1,2,\dots,m$ $i \neq 1$
	$Z_{il} = Z_{pq} - Z_{ql} + \frac{1+Y_{pq,rs}(Z_{rs}-Z_{\delta 1})}{Y_{pq,pq}}$	$Z_{il} = -Z_{ql} + \frac{1+Y_{pq,rs}(Z_{rs}-Z_{\delta 1})}{Y_{pq,pq}}$	$Z_{il} = Z_{pq} - Z_{ql} + Z_{pq,pq}$	$Z_{il} = -Z_{ql} + Z_{pq,pq}$
Modification of the element for elimination of ith node				
$Z_{ij}(\text{modified}) = Z_{ij}(\text{before elimination}) - \frac{Z_{ij}Z_{ij}}{Z_{ii}}$ $i, j = 1, 2, \dots, m$				

ตารางที่ 2.1 สมการการสร้างบัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์

2.3 การคำนวณการลัดวงจร และสมการของการเกิดลัดวงจรแบบต่าง ๆ ^{[1],[2],[3]}

วิธีการคำนวณ กระแส/แรงดัน ของการเกิดลัดวงจรนั้น พื้นฐานหลักของการคำนวณค่าต่างๆ อาศัยองค์ประกอบที่เกี่ยวเนื่องกัน (Sequence Co-ordination) ในสภาวะของข่ายวงจร (Characters of Network) ในสภาวะการเกิดลัดวงจร การวิเคราะห์ของการลัดวงจร อาจใช้ทฤษฎี " Superposition pre-fault voltage source " ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1) ระบบไฟฟ้าทั่วไปเป็นระบบที่สมดุลและสมมาตร (Balance and Symmetrical System) ถ้าสมมติให้เกิดลัดวงจรที่จุด F สามารถเขียนข่ายวงจรที่เกี่ยวเนื่องกัน (Sequence Network) ได้ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 ข่ายวงจรที่เกี่ยวเนื่องกัน

ซึ่งจากรูปที่ 2.4 สามารถเขียนสมการของแรงดันได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ hV_f \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

หรือ

$$V_{o12} = E - Z_{o12} I_{o12} \quad (2.9)$$

2) ค่าอิมพีแดนซ์ของระบบ (System Impedance) เป็นค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งและอุปกรณ์ต่าง ๆ ในระบบ ค่าเหล่านี้จะเป็นค่าปริมาตรที่เกี่ยวเนื่องกันที่จะนำมาสร้างสมการ (Linear Equation) สำหรับการวิเคราะห์

3) เงื่อนไขและขอบเขตของชนิดของการลัดวงจร (Boundary Condition) แต่ละประเภท เป็นจุดสำคัญที่บอกให้ทราบว่า เกิดความไม่สมดุลอย่างไรในระบบ ที่ตำแหน่งบัสใดและ

เฟสใด (ปกติการวิเคราะห์การลัดวงจรจะกำหนดให้เฟส a เป็นเฟสอ้างอิง)

องค์ประกอบทั้งสามนี้ จะต้องนำมาพิจารณาาร่วมกันในการคำนวณหาค่ากระแส/แรงดันที่เกิดจากการลัดวงจร ไม่ว่าจะเป็นการลัดวงจรแบบใด (Shunt and Series Fault) ดังที่จะกล่าวถึงตามลำดับ

2.3.1 การลัดวงจรแบบขนาน (Shunt Fault)

Shunt Fault เป็นการลัดวงจรแบบสมดุลและไม่สมดุล (Balance and Unbalance Fault) ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับบัสอ้างอิง (Reference Bus) Shunt Fault ยังสามารถแบ่งออกเป็นการลัดวงจรชนิดต่าง ๆ ได้ดังนี้

2.3.1.1 การลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดิน (Single Line-to-Ground Fault)

การลัดวงจรชนิดนี้อาจเกิดบนเฟสใดเฟสหนึ่ง โดยปกติจะให้เฟส A เป็นเฟสอ้างอิง รูปที่ 2.5 แสดงการเกิดลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดิน รูปที่ 2.6 และ 2.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข่ายวงจรซีควเอนซ์ (Sequence Network Connection) ต่างๆ

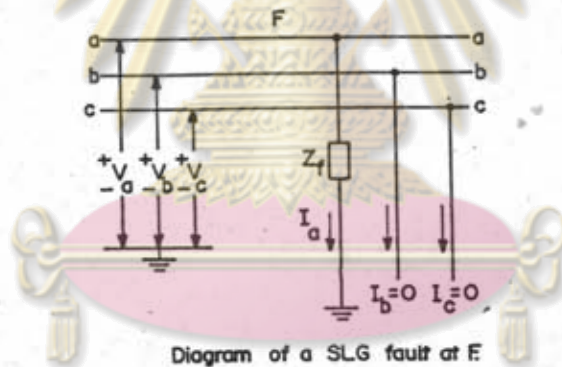
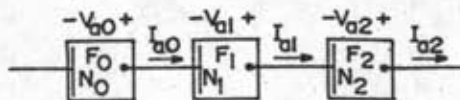


Diagram of a SLG fault at F

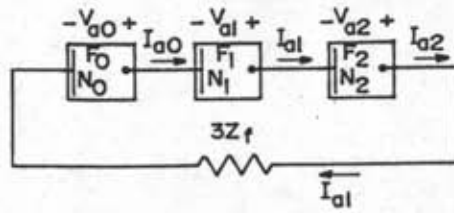
รูปที่ 2.5 ไดอะแกรมแสดงการเกิดลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดิน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Sequence network partial connection specified by the current equation

รูปที่ 2.6 ข่ายวงจรซีควเอนซ์ในส่วนที่แสดงความสัมพันธ์ของกระแส



Sequence network connection for a SLG fault.

รูปที่ 2.7 ข่ายวงจรที่เคาน์สำหรับในการลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดิน

จากรูปที่ 2.5 - 2.7 สามารถสรุปสมการหลักของการเกิดลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดินได้

ดังนี้

Boundary Condition $I_b = I_c = 0$

$$V_a = Z_f I_a$$

Solution $I_{a0} = I_{a1} = I_{a2} = \frac{hV_f}{(Z_0 + 2Z_1 + 3Z_f)}$ (2.10)

$$I_a = 3I_{a1}/h$$
 (2.11)

2.3.1.2 การลัดวงจรชนิดสองสาย (Line-to-Line Fault)

การลัดวงจรชนิดนี้เกิดขึ้นระหว่างสายเฟสกับสายเฟส โดยปกติให้เกิดขึ้นระหว่างเฟส B กับเฟส C (เฟส A เป็นเฟสอ้างอิง) รูปที่ 2.8 แสดงการเกิดลัดวงจรชนิดสองสาย รูปที่ 2.9 และ 2.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข่ายวงจรบนแกนซีเคาน์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

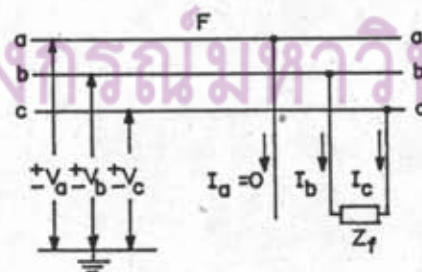
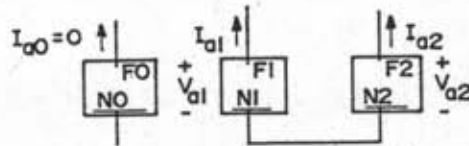


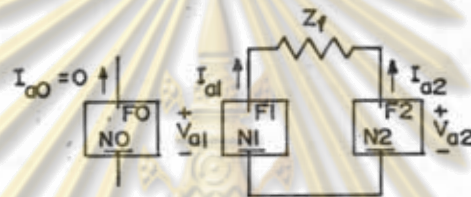
Diagram of a LL fault at F

รูปที่ 2.8 ไต่อแกรมแสดงการเกิดลัดวงจรชนิดสองสาย



Sequence network parallel connection specified by the current equation.

รูปที่ 2.9 ข่ายวงจรซีควเอนซ์ในส่วนที่แสดงความสัมพันธ์ของกระแส



Sequence network connection for a LL fault.

รูปที่ 2.10 ข่ายวงจรซีควเอนซ์สำหรับการลัดวงจรชนิดสองสาย

จากรูปที่ 2.8 - 2.10 สามารถสรุปสมการหลักของการเกิดลัดวงจรชนิดสองสายได้ดังนี้

Boundary Condition

$$I_a = 0$$

$$I_b = -I_c$$

$$V_b - V_c = I_b Z_f$$

Solution

$$I_{a0} = 0 \tag{2.12}$$

$$I_{a1} = -I_{a2} = \frac{hV_f}{(2Z_1 + Z_f)} \tag{2.13}$$

ศูนย์วิทยุพยากรณ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.3.1.3 การลัดวงจรชนิดสองสายลงดิน (Double Line-to-Ground Fault)

การลัดวงจรชนิดนี้เกิดขึ้นระหว่างสายเฟสกับเฟสลงดิน โดยปกติให้เกิดระหว่างเฟส B กับเฟส C ลงดิน (เฟส A เป็นเฟสอ้างอิง) รูปที่ 2.11 แสดงการเกิดลัดวงจรชนิดสองสายลงดิน รูปที่ 2.12 และ 2.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข่ายวงจรซีควเอนซ์ต่าง ๆ

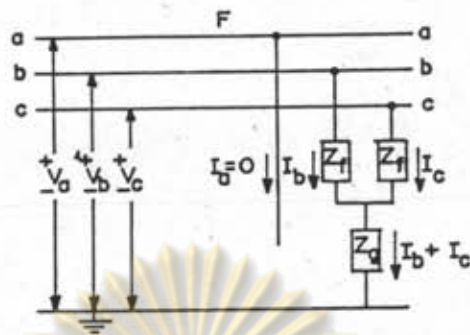


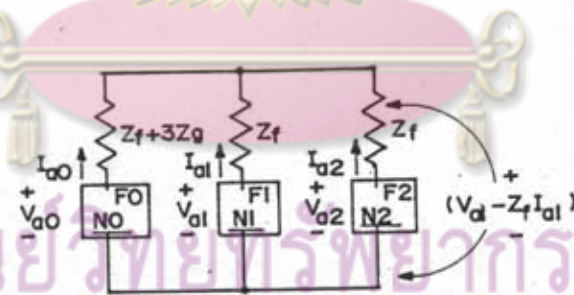
Diagram of a 2LG fault at F

รูปที่ 2.11 โค้ดแกรมแสดงการเกิดลัดวงจรชนิดสองสายลงดิน



Sequence network partial connection specified by the current equation.

รูปที่ 2.12 ข่ายวงจรซีเคอร์นซ์ในส่วนที่แสดงความสัมพันธ์ของกระแส



Sequence network connection for a 2LG fault.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 2.13 ข่ายวงจรซีเคอร์นซ์สำหรับการลัดวงจรชนิดสองสายลงดิน

จากรูปที่ 2.11 - 2.13 สามารถสรุปสมการหลักของการเกิดลัดวงจรชนิดสองสายลงดิน

ได้ดังนี้

Boundary Condition

$$\begin{aligned}
 I_a &= 0 \\
 V_b &= (Z_f + Z_g) I_b + Z_g I_c \\
 V_c &= (Z_f + Z_g) I_c + Z_g I_b
 \end{aligned}$$

Solution

$$I_{a1} = \frac{hV_f}{Z_1 + Z_f + \frac{(Z_1 + Z_f)(Z_0 + Z_f + 3Z_g)}{Z_0 + Z_1 + 2Z_f + 3Z_g}} \quad (2.14)$$

$$I_{a2} = - \frac{Z_0 + Z_f + 3Z_g}{Z_0 + Z_1 + 2Z_f + 3Z_g} I_{a1} \quad (2.15)$$

$$I_{a0} = - \frac{Z_1 + Z_f}{Z_0 + Z_1 + 2Z_f + 3Z_g} I_{a1} \quad (2.16)$$

2.3.1.4 การลัดวงจรชนิดสามสาย (Three-Phase Fault)

การลัดวงจรชนิดสามสายลงดิน เป็นการลัดวงจรแบบสมดุล (Balance) โดยทั่วไป เป็นการลัดวงจรที่รุนแรงที่สุดเมื่อเทียบกับการลัดวงจรชนิดอื่น (การลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดินอาจรุนแรงกว่าชนิดสามสายลงดินในกรณีที่ (1) เครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีนิวตรอลต่อลงดินโดยตรง หรือมีอิมพีแดนซ์ค่าต่ำ ๆ ต่อกันระหว่างนิวตรอลลงดิน และ (2) เกิดบนด้านวายกราวนด์ (Y-grounded) ของแบงค์หม้อแปลงชนิดเดลต้า-วายกราวนด์ (D-Y-grounded Transformer banks))^[11] การวิเคราะห์การลัดวงจรทั่วไป จำเป็นต้องวิเคราะห์การลัดวงจรชนิดสามสายลงดินเพื่อพิจารณาหาค่า Interrupting Capacity ของเซอร์กิตเบรกเกอร์ รูปที่ 2.14 แสดงการเกิดลัดวงจรชนิดสามสายลงดิน รูปที่ 2.15 แสดงความสัมพันธ์ของขั้วสายวงจรที่เคาน์

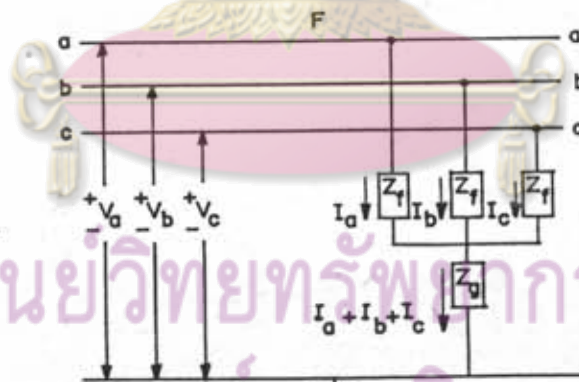
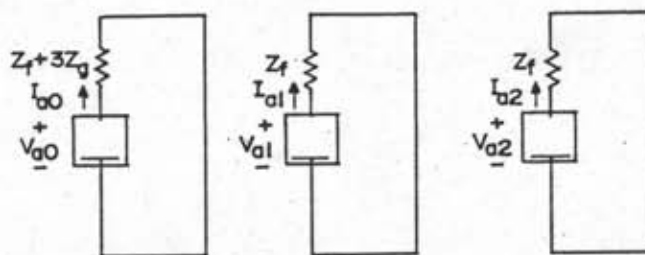


Diagram of a 3φ fault at F

รูปที่ 2.14 โดอะแกรมแสดงการเกิดลัดวงจรชนิดสามสาย



Sequence network connections for a 3ϕ fault.

รูปที่ 2.15 ข่ายวงจรบนแกนซีเคอร์นสำหรับการลัดวงจรชนิดสามสาย

จากรูปที่ 2.14 และ 2.15 สามารถสรุปสมการหลักของการเกิดลัดวงจรชนิดสามสายลงดิน ได้ดังนี้

Boundary Condition

$$V_a = Z_f I_a + Z_g (I_a + I_b + I_c)$$

$$V_b = Z_f I_b + Z_g (I_a + I_b + I_c)$$

$$V_c = Z_f I_c + Z_g (I_a + I_b + I_c)$$

Solution

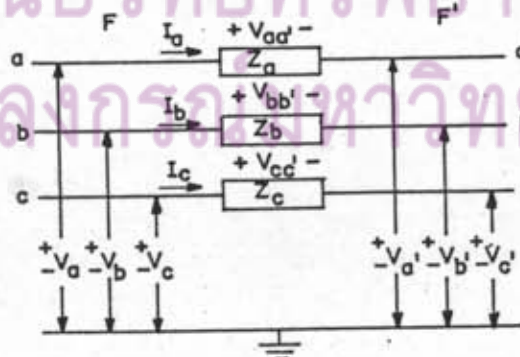
$$I_{a1} = 3V_f / (Z_1 + Z_f) \tag{2.17}$$

$$I_{a2} = I_{a0} = 0 \tag{2.18}$$

2.3.2 การลัดวงจรแบบยกแอม (Series Faults)

Series Faults เป็นการลัดวงจรแบบไม่สมดุล (Unbalanced) ภายในสายส่งไม่ยุ่งเกี่ยวกับ Reference Bus ได้แก่ การขาดของสายส่ง (Line-Open) การวิเคราะห์จะใช้ค่าต่าง ๆ ซึ่งอยู่ในรูปของ Node-to-Node Value และกำหนดเงื่อนไขขอบเขตตามไดอะแกรม (Circuit Diagram) นอกจากนี้แล้ว ที่ไม่ได้กล่าวรวมไว้อีกแบบหนึ่งของการลัดวงจรแบบไม่สมดุลคือ การที่ค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งในแต่ละเฟสไม่เท่ากัน ดังแสดงในรูปที่ 2.16

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Circuit diagram for unequal series impedances at F-F'

รูปที่ 2.16 ไดอะแกรมแสดงค่าอิมพีแดนซ์ของสายส่งในแต่ละเฟสที่ไม่เท่ากัน

2.4 การวิเคราะห์การลัดวงจรที่เกิดบนเฟสอื่น โดยใช้เทคนิคของ Kron (Change In Symmetry)

ในบางกรณีเราอาจจะต้องวิเคราะห์ Unbalance Fault โดยที่เฟส A ไม่ใช่เฟสอ้างอิง ซึ่งมีอยู่อย่างน้อย 2 วิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ได้ วิธีแรกเป็นของ Atabekov โดยใช้พื้นฐานโครงสร้างของ Generalized Fault Diagram วิธีที่สองเป็นของ Kron โดยใช้ทฤษฎีการแปลงเมตริกซ์ (Matrix Transformation) ซึ่งในวิชานี้มักจะใช้เฉพาะทฤษฎีการแปลงเมตริกซ์ ซึ่งง่ายและสะดวกในการวิเคราะห์

2.4.1 เมตริกซ์ K

สมมติเรามีขั้ววงจรไฟฟ้า ซึ่งสามารถเขียนสมการของกระแสและแรงดันในรูปแบบเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$V = ZI \quad (2.19)$$

โดยที่กระแสในสมการ (2.19) อาจเขียนให้อยู่ในรูปสถานะใหม่ (I') ได้ดังนี้

$$I = KI' \quad (2.20)$$

ซึ่งเมตริกซ์ K เรียกว่า เมตริกซ์เชื่อมต่อระบบ (Connection Matrix) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของกระแสในสถานะเดิมเทียบกับกระแสในสถานะใหม่ จากสมการ (2.20) สามารถเขียนความสัมพันธ์ของแรงดันในสถานะใหม่ได้ดังนี้

$$V' = Z'I' \quad (2.21)$$

โดยอาศัยหลักการของกำลังไฟฟ้างที่ (Power Invariant) จะได้

$$P + jQ = V^t I^* = V'^t I'^* \quad (2.22)$$

แทนค่าสมการ (2.20) ลงในสมการ (2.22) จะได้

$$(V^t K^* - V'^t) I'^* = 0 \quad (2.23)$$

$$V^t K^* - V'^t = 0 \quad (2.24)$$

$$V' = K^{**} V \quad (2.25)$$

แทนค่าสมการ (2.19), (2.20) ลงในสมการ (2.25) จะได้

$$V' = K^{**} ZKI' \quad (2.26)$$

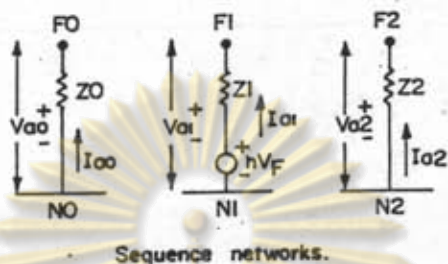
ซึ่งจะได้

$$Z' = K^{**} ZK \quad (2.27)$$

2.4.2 การแปลงการลัดวงจรจากเฟสอื่น (Fault Transformation)

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาถึงการนำเทคนิคของ Kron มาหาผลของขั้ววงจรไฟฟ้าที่เกิดลัดวงจร สมมติว่าขั้ววงจรไฟฟ้าเกิดลัดวงจรที่จุด F และวงจรเทวินินของส่วนประกอบสมมาตรของซีควเอนซ์บวก, ลบ, ศูนย์ (Positive, Negative, Zero Sequence Thevenin Equivalent)

สามารถเขียนได้ดังรูปที่ 2.17



รูปที่ 2.17 วงจรซีควเอนซ์

กรณีเกิดลัดวงจรขึ้นบนเฟสอื่นที่ไม่ใช่เฟส A เราจะใช้เมตริกซ์ K ในการแปลงค่าต่างๆ จากการเกิดลัดวงจรที่เฟสอื่นมาเป็นค่าที่เฟส A โดยมีเครื่องหมาย "′" หมายถึงค่าที่แปลงมายังเฟส A ตารางที่ 2.2 และ 2.3 เป็นตารางที่สรุปกรณีต่างๆของการเกิดลัดวงจรและค่าเมตริกซ์ K ที่ใช้ในการแปลง โดยที่การลัดวงจรที่จะวิเคราะห์อาจจำแนกได้ดังนี้

1. การลัดวงจรแบบหนึ่งสายลงดิน (Single Line-to-ground Fault ,SLG)
2. การลัดวงจรแบบสองสายลงดิน (Line-to-line-to-ground Fault ,2LG)
3. การลัดวงจรระหว่างสาย (Line-to-line Fault ,LL)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Type Fault	Solution Equation	Symmetrical Phase	Current System	Constraints Sequence	Constraint Matrix K
SLG or two lines open	$I = KI'_{a0}$	a	$I_b = 0$ $I_c = 0$	$I'_{a0} = I'_{a1} = I'_{a2}$	$0'$ $0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
		b	$I_a = 0$ $I_c = 0$	$I'_{a0} = a^2 I'_{a1} = a I'_{a2}$	$0'$ $0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{bmatrix}$ $1 \begin{bmatrix} a \\ a^2 \end{bmatrix}$ $2 \begin{bmatrix} a^2 \end{bmatrix}$
		c	$I_a = 0$ $I_b = 0$	$I'_{a0} = a I'_{a1} = a^2 I'_{a2}$	$0'$ $0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ a^2 \end{bmatrix}$ $1 \begin{bmatrix} a^2 \end{bmatrix}$ $2 \begin{bmatrix} a \end{bmatrix}$
2LG or one line open	$I = K \begin{bmatrix} I'_{a0} \\ I'_{a1} \end{bmatrix}$	a (b-c fault)	$I_a = 0$	$I'_{a0} + I'_{a1} + I'_{a2} = 0$	$0' \quad 1'$ $0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ $1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $2 \begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}$
		b (a-c fault)	$I_b = 0$	$I'_{a0} + a^2 I'_{a1} + a I'_{a2} = 0$	$0' \quad 1'$ $0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & -a^2 \end{bmatrix}$ $1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $2 \begin{bmatrix} -a^2 & -a \end{bmatrix}$
		c (a-b fault)	$I_c = 0$	$I'_{a0} + a I'_{a1} + a^2 I'_{a2} = 0$	$0' \quad 1'$ $0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & -a \end{bmatrix}$ $1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $2 \begin{bmatrix} -a & -a^2 \end{bmatrix}$
LL	$I = KI'_{a1}$	same as 2LG but with $I'_{a0} = 0$	use 2nd column of 2LG results

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2.2 ค่าเมตริกซ์ K ในเทอมของ I_{a0} และ I_{a1}

Type Fault	Symmetrical Phase	$V' = K^{*f} hE$	$Z' = K^{*f} ZK +$	k
SLG or two lines open	a	$V'_{a0} = hV_F$	$Z = Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_{gg}$	does not apply
	b	$V'_{a0} = a^2 hV_F$	same	
	c	$V'_{a0} = ahV_F$	same	
2LG or one line open	a (b-c fault)	$\begin{bmatrix} V'_{a0} \\ V'_{a1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ hV_F \end{bmatrix}$	$Z' = \begin{bmatrix} Z_{00} & kZ_{22} \\ k^2 Z_{22} & Z_{11} \end{bmatrix}$	1
	b (a-c fault)	same	change k only	a^2
	c (a-b fault)	same	change k only	a
LL	any	$V'_{a1} = hV_F$	$Z' = Z_{11}$	

*Values for V' and Z' in this table correspond to solution for currents I_{a0} and I_{a1}
 †Z' components are defined as $Z_{00} = Z_0 + Z_2 + 3Z_g + 2Z$, $Z_{11} = Z_1 + Z_2 + 2Z$, $Z_{22} = Z_2 + Z$, and $Z_{gg} = Z_g$ (SLG) = Z (2LG)

ตารางที่ 2.3 ค่าแรงดันและอิมพีแดนซ์ที่ถูกแปลงให้สอดคล้องกับเมตริกซ์ K ในตารางที่ 2.2*

2.4.2.1 ตัวอย่างการหาผลลัพธ์

ก) การเกิดลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดินบนเฟส A จากตาราง 2.2 จะได้

$$K = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

และ จากตาราง 2.3 จะได้

$$V' = \begin{bmatrix} I'_{a0} \\ V' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_{a0} \\ hV_F \end{bmatrix} \text{ และ } Z' = \begin{bmatrix} Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g \\ Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g \end{bmatrix}$$

จากสมการ (2.21) จะได้

$$V' = Z' I'$$

$$hV_F = (Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g) I'_{a0}$$

$$I'_{a0} = \frac{hV_F}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g} \tag{2.28}$$

(กรณีที่ $Z_1 = Z_2$)

$$I'_{a0} = \frac{hV_F}{Z_0 + 2Z_1 + 3Z_g}$$

ซึ่งได้ผลลัพธ์ตรงกับสมการ (2.10)

ส่วนการเกิดลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดินบนเฟส B จะได้ผลลัพธ์ทำงานองเดียวกับการเกิดบนเฟส A ยกเว้นค่าซีเควนซ์ จะหมุนไป -120 องศา (หรือ $+240$ องศา) ซึ่งผลลัพธ์ดังกล่าวเราสามารถหาได้จากตาราง 2.2 และ 2.3 ข้างต้น

จากตาราง 2.2

$$K = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix}$$

และจากตาราง 2.3

$$V' = a^2 hV_F, \quad Z' = Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g$$

จากสมการ (2.21)

$$V' = Z' I'$$

จะได้ $a^2 hV_F = (Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g) I_{a0}'$

$$I_{a0}' = \frac{a^2 hV_F}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g} \quad (2.29)$$

จากตาราง 2.2

$$I_{a0}' = a^2 I_{a1}' = a I_{a2}'$$

จะได้ $I_{a1}' = \frac{hV_F}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g} \quad (2.30)$

$$I_{a2}' = \frac{ahV_F}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g} \quad (2.31)$$

ในการทำงานเดียวกัน การเกิดลัดวงจรชนิดหนึ่งสายลงดินบนเฟส C สามารถหาค่าได้ดังผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$I_{a0}' = \frac{ahV_F}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g} \quad (2.32)$$

$$I_{a1}' = \frac{hV_F}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g} \quad (2.33)$$

$$I_{a2}' = \frac{a2hV_F}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_g} \quad (2.34)$$

๗) การเกิดลัดวงจรชนิดสองสายลงดิน ระหว่างเฟส B-C จากตาราง 2.2 จะได้

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

และ

$$I = \begin{bmatrix} I_{a0}' \\ I_{a1}' \end{bmatrix}$$

จากตาราง 2.3 จะได้

$$V' = \begin{bmatrix} 0 \\ hV_F \end{bmatrix}$$

และ

$$Z' = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{22} \\ Z_{22} & Z_{11} \end{bmatrix}$$

จากสมการ (2.21) $V' = Z'I'$

จะได้

$$\begin{bmatrix} 0 \\ hV_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{22} \\ Z_{22} & Z_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0}' \\ I_{a1}' \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

$$I_{a1}' = \frac{\det \begin{bmatrix} Z_{00} & 0 \\ Z_{22} & hV_F \end{bmatrix}}{\det Z'} = \frac{Z_{00}hV_F}{Z_{00}Z_{11} - Z_{22}^2}$$

จากตาราง 2.3 $Z_{00} = Z_0 + Z_2 + 3Z_g + 2Z$

$$Z_{11} = Z_1 + Z_2 + 2Z$$

$$Z_{22} = Z_2 + Z$$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } I_{a1}' &= \frac{h\nu_F}{Z_{11} - Z_{22}^2/Z_{00}} \\
 &= \frac{h\nu_F}{(Z_1 + Z_2 + 2Z) - Z_{22}^2/(Z_0 + Z_2 + 3Z_1 + 2Z)}
 \end{aligned}$$

ถ้า $z = z_s = 0$ จะได้

$$I_{a1}' = \frac{h\nu_F}{Z_1 + Z_0 Z_2 / (Z_0 + Z_2)} \quad (2.36)$$

จากสมการ (2.35) จะได้

$$\begin{aligned}
 I_{a0}' &= - \frac{Z_{22} h\nu_F}{Z_{00} Z_{11} - Z_{22}^2} \\
 &= - \frac{h\nu_F}{Z_{00} Z_{11} / Z_{22} - Z_{22}^2}
 \end{aligned}$$

สมมติ $z = z_s = 0$ จะได้

$$\begin{aligned}
 I_{a0}' &= - \frac{h\nu_F}{(Z_0 + Z_2)(Z_1 + Z_2) - Z_{22}^2} \\
 &= - \frac{h\nu_F}{(Z_0 + Z_1) + Z_0 Z_1 / Z_2}
 \end{aligned} \quad (2.37)$$

จากตาราง 2.2

$$\begin{aligned}
 I_{a0}' + I_{a1}' + I_{a2}' &= 0 \\
 \text{จะได้ } I_{a2}' &= -I_{a0}' - I_{a1}' \\
 &= \frac{h\nu_F}{(Z_0 + Z_1) + Z_0 Z_1 / Z_2} - \frac{h\nu_F}{Z_1 + Z_0 Z_2 / (Z_0 + Z_2)} \\
 &= \frac{(-Z_0 - Z_2 + Z_2) h\nu_F}{Z_0 Z_1 + Z_0 Z_2 + Z_1 Z_2} \\
 &= - \frac{Z_0 h\nu_F}{Z_0 Z_1 + Z_0 Z_2 + Z_1 Z_2} \\
 &= - \frac{h\nu_F}{(Z_1 + Z_2) + Z_1 Z_2 / Z_0}
 \end{aligned} \quad (2.38)$$



ในทำนองเดียวกันการเกิดลัดวงจรชนิดสองสายดินระหว่างเฟส A-C และ A-B สามารถหาค่าได้ตั้งวิธีข้างต้น สรุปได้ดังนี้

ระหว่างเฟส A-C

$$I_{a1}' = \frac{hV_F}{Z_1 + Z_0 Z_2 / (Z_0 + Z_2)} \quad (2.39)$$

$$I_{a0}' = - \frac{a^2 hV_F}{(Z_0 + Z_1) + Z_0 Z_1 / Z_2} \quad (2.40)$$

$$I_{a2}' = - a^2 I_{a0}' - I_{a1}' \quad (2.41)$$

ระหว่างเฟส A-B

$$I_{a1}' = \frac{hV_F}{Z_1 + Z_0 Z_2 / (Z_0 + Z_2)} \quad (2.42)$$

$$I_{a0}' = - \frac{a hV_F}{(Z_0 + Z_1) + Z_0 Z_1 / Z_2} \quad (2.43)$$

$$I_{a2}' = - a I_{a0}' - I_{a1}' \quad (2.44)$$

ค) การเกิดลัดวงจรชนิดสองสาย ระหว่างเฟส B-C จากตาราง 2.2 จะได้

$$K = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

และ

$$I = K I_{a1}'$$

จากตาราง 2.3 จะได้

$$V_{a1}' = hV_F$$

และ

$$Z' = Z_{11}$$

จากสมการ (2.21)

$$V' = Z' I'$$

จะได้

$$hV_F = Z_{11} I_{a1}'$$

$$I_{a1}' = \frac{hV_F}{Z_1 + Z_2 + 2z}$$

ถ้าได้ $z = 0$ จะได้

$$I_{a1}' = \frac{hV_F}{Z_1 + Z_2} \quad (2.45)$$

จากตาราง 2.2
จะได้

$$\begin{aligned} I_{a1}' + I_{a2}' &= 0 \\ I_{a2}' &= - \frac{h\nu_F}{Z_1 + Z_2} \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$I_{a0}' = 0 \quad (2.47)$$

ในการทำงานเดียวกันการเกิดคลื่นจรรยาณีสองสาย ระหว่างเฟส A-C และ A-B สามารถหาค่าได้ตั้งวิธีข้างต้น สรุปได้ดังนี้
ระหว่างเฟส A-C

$$I_{a1}' = \frac{h\nu_F}{Z_1 + Z_2} \quad (2.48)$$

$$I_{a2}' = - \frac{ah\nu_F}{Z_1 + Z_2} \quad (2.49)$$

$$I_{a0}' = 0 \quad (2.50)$$

ระหว่างเฟส A-B

$$I_{a1}' = \frac{h\nu_F}{Z_1 + Z_2} \quad (2.51)$$

$$I_{a2}' = - \frac{a^2 h\nu_F}{Z_1 + Z_2} \quad (2.52)$$

$$I_{a0}' = 0 \quad (2.53)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย