

## รายการอ้างอิง

- ACI Committee 318. *Building Code Requirement for reinforced Concrete (ACI318-819)*.  
Detroit, 1989.
- Anderson, L.R., Dunn, I.S. and Keifer, F.W. (1980). *Fundamentals of Geotechnical Analysis*,  
Department of Civil Engineering, Utah State University. John Wiley & Sons, New York.
- Armand, J.L. (1975), *Applications of Optimal Control Theory to Structural Optimization :  
Analytical and Numerical Approach*, in Proceedings of IUTAM Symposium on Optimization  
in Structural Design, Warsaw 1973, Springer-Verlag, Berlin, 1975, pp15-39.
- Athans, M., and Falb, P.L. (1966). *Optimal Control - An Introduction to The Theory and its  
Application*, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Banichuk, N.V., (1975). "Optimal Elastic Plate Shapes in Bending Problems", *Izv. AN SSSR.  
MTT*, Vol 10, No.5 ,pp180-188.
- \_\_\_\_\_. (1983). *Problems and Methods of Optimal Structural Design*., Plenum Press, New York.
- \_\_\_\_\_. and Karihaloo, B.L., (1977). "On The Solution of Optimization Problems with  
singularities", *Int.J.Solids Structure*, 1977, Vol 13, pp725-733.
- \_\_\_\_\_. Karihaloo, B.L., and Mironov, A.A., (1977) "Numerical Solution of Two-Dimensional  
Optimization Problem for Elastic Plates", *Izv. AN SSSR. MTT*., Vol 12, No 1, pp66-78.
- Carmichael, D.G. (1981). "Structural Modelling and Optimization : A General Methodology for  
Engineering and Control ", Ellis Horwood Limited, Chichester, West Sussex, England,  
177-182.
- Churchill, R.V. (1941), *Fourier Series and Boundary Value Problems*, McGraw-Hill Book  
Company, Inc., New York and London.
- Cornelius, L. (1970). *The Variational Principles of Mechanics*, University of Toronto Press.,  
Fourth Edition, Canada.

- Levy, R. (1990). "Buckling Optimization of Beams and Plates on Elastic Foundation", *J. Engrg. Mech., ASCE*, 116(1), 18-34.
- \_\_\_\_\_, and Spillers, W.R. (1989). "Optimal Design for Axisymmetric Cylindrical Shell Buckling", *J. Engrg. Mech., ASCE*, 115(8), 1683-1690.
- Miner, D.F., and Seastone, J.B., eds. *Handbook of Engineering Materials*, 1st ed., New York, John Wiley and Sons, Inc, 1955.
- Olhoff, N., (1975). "On Singularities, Local Optima, and Formation of Stiffness in Optimal Design of Plate". in *Proceeding of IUTAM Symposium on Optimization in Structural Design, Warsaw 1973*, Springer-Verlag, Berlin 1975, pp15-39.
- Park, R. and Paulay, T. *Reinforced Concrete Structures*. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand. John Wiley & Sons, New York.
- Plaut, R.H., Johnson, L.W., and Olhoff, N. (1986). "Bimodal Optimization of Compressed Columns on Elastic Foundations", *J. Appl. Mech., ASME*, 53, 130-134.
- Whitman, V. Robert and William Lambe, T. (1980). *Soil Mechanics, SI Version*. Massachusetts Institute of Technology. John Wiley & Sons, New York.
- Szilar, R. (1974), *Theory and Analysis of Plates, Classical and Numerical methods.*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Tadjbakhsh, I., and Killer, J.B. (1962). "Strongest Columns and Isoperimetric in Equalitys for Eigenvalues", *J. Appl. Mech., ASME.*, 29, 159-164.
- Timoshenko, S.P. (1976). *Strength of Materials Part II - Advanced Theory and Problems*. 3rd Ed., Robert E. Krieger Publishing Company., Huntington, N.Y.
- \_\_\_\_\_, and Gere, J.M. (1961). *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill Book Company, New York.
- \_\_\_\_\_, and Krieger, S.W. (1959), *Theory of Plates and Shells*, 2nd Ed., McGraw-Hill Book company, New York.

Vlasov, V.Z., and Leont'Ev, U.N.(1966). *Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations*, S. Monson Binding, Wienet Bindery Ltd., Jerusalem.



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

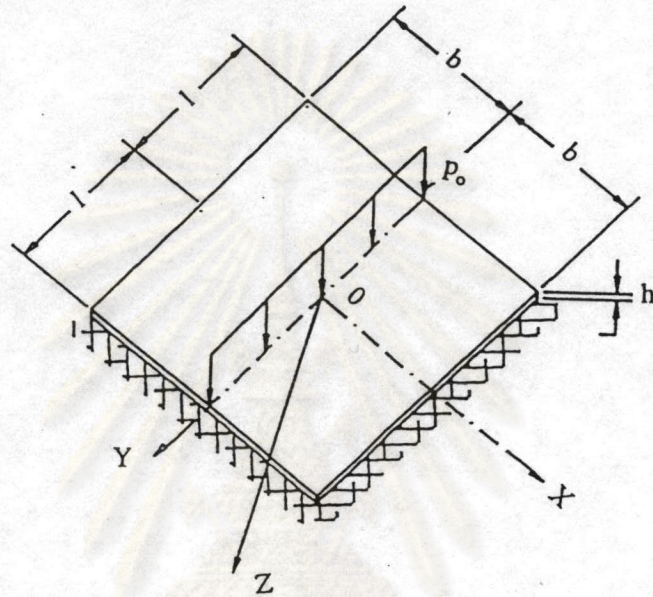


ภาคผนวก

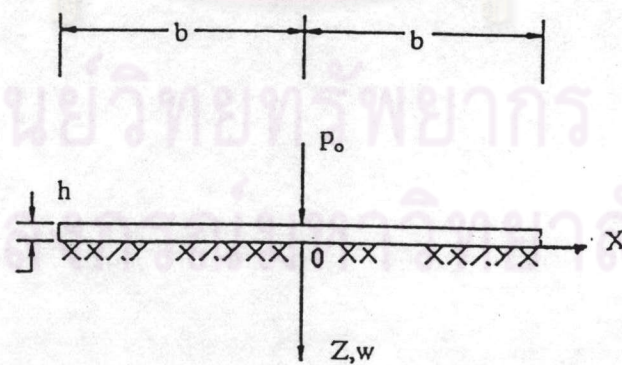
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

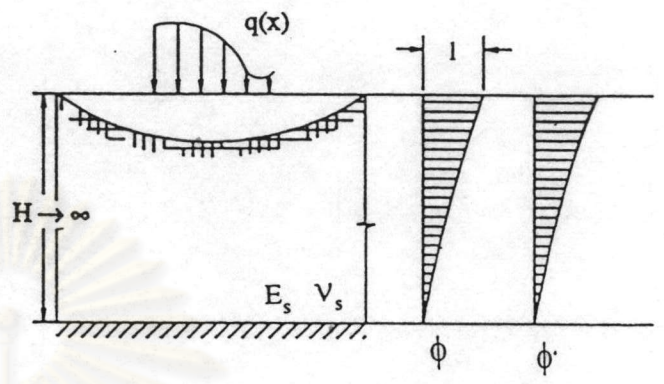
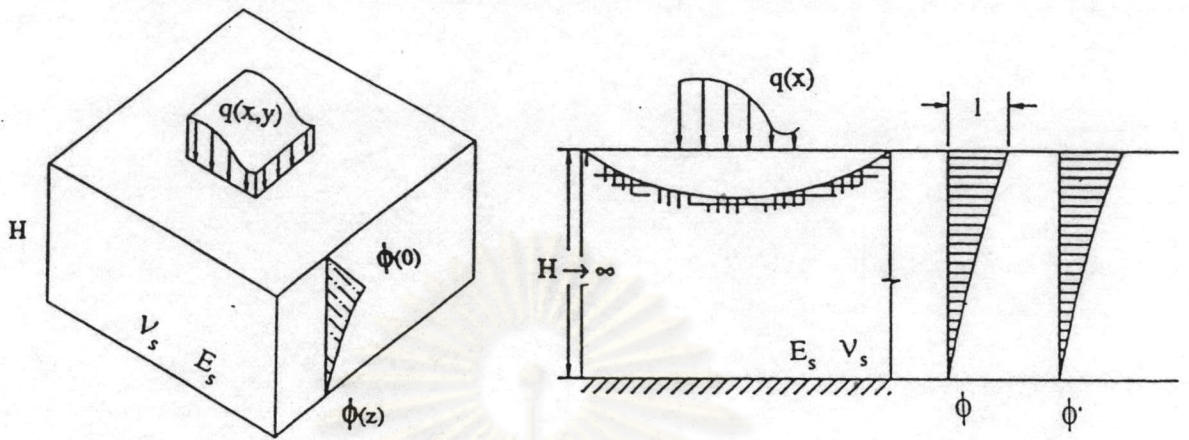
รูปภาพประกอบ



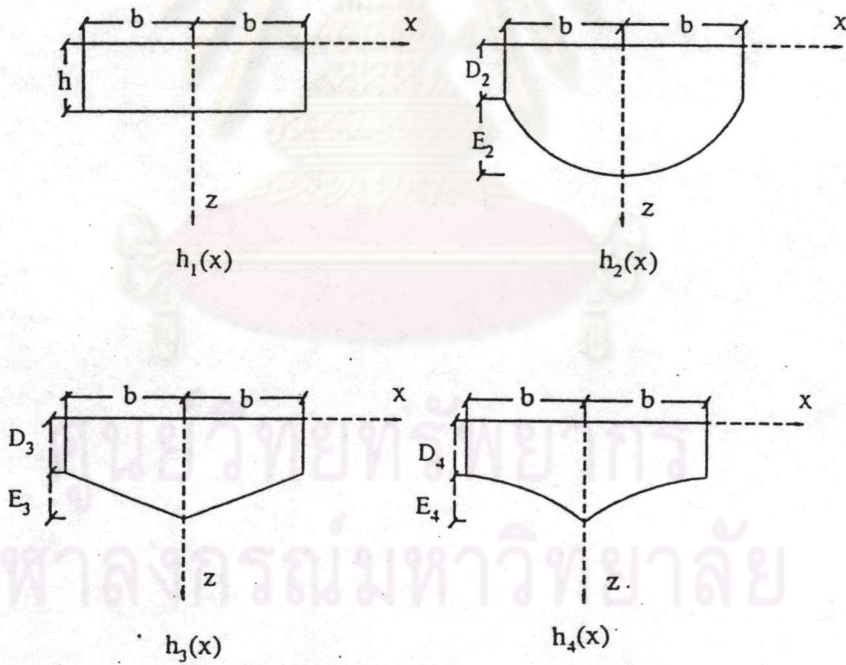
รูปที่ 2.1.1 การตั้งแกนวิเคราะห์แผ่นพื้นสี่เหลี่ยมผืนผ้า



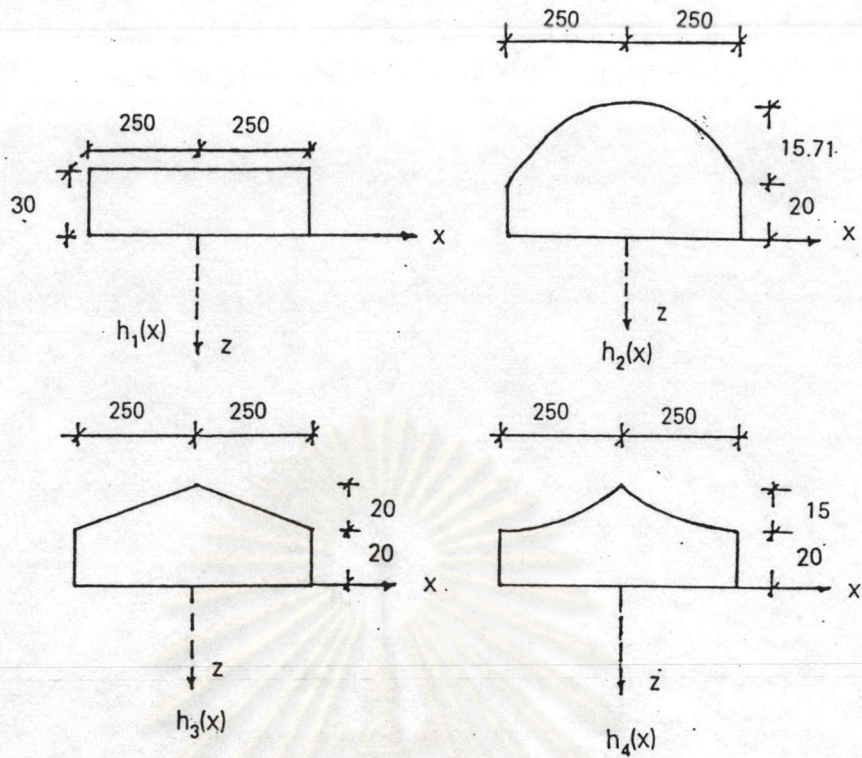
รูปที่ 2.2.1 แผ่นพื้นรับน้ำหนักแนวเส้นใน 1 มิติ



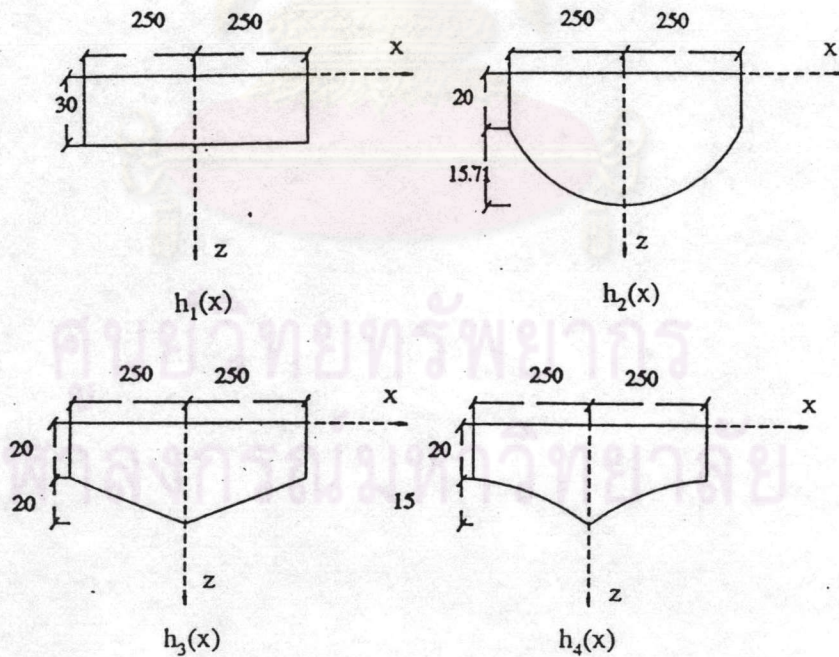
รูปที่ 2.2.2 ฟังก์ชันการลดของการเปลี่ยนตำแหน่งของฐานยึดหยุ่น



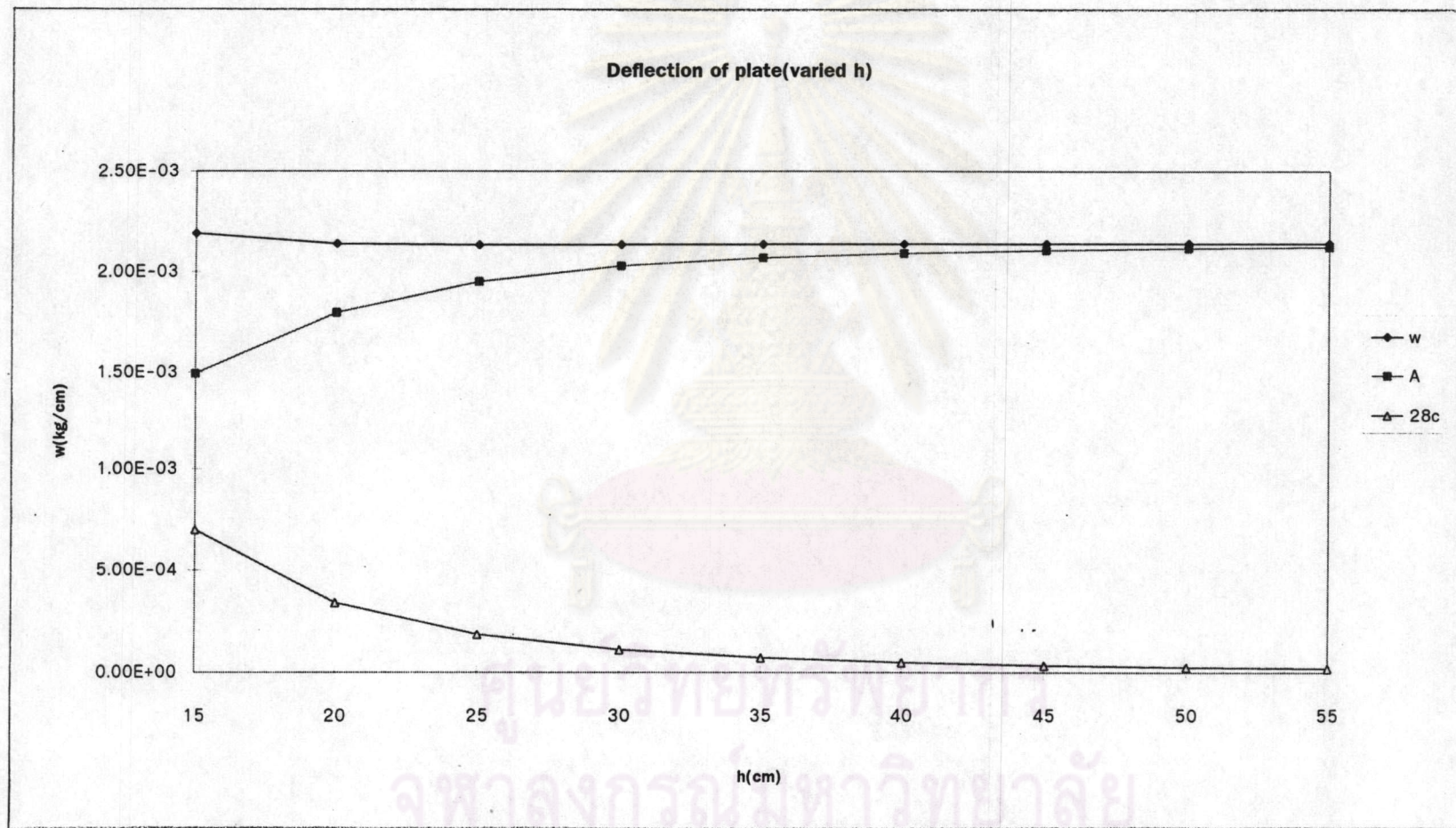
รูปที่ 2.3.1 ลักษณะหน้าตัดของแผ่นพื้นของแต่ละฟังก์ชันความหนา



รูปที่ 2.3.2 ลักษณะหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ทำการคำนวณเปรียบเทียบ

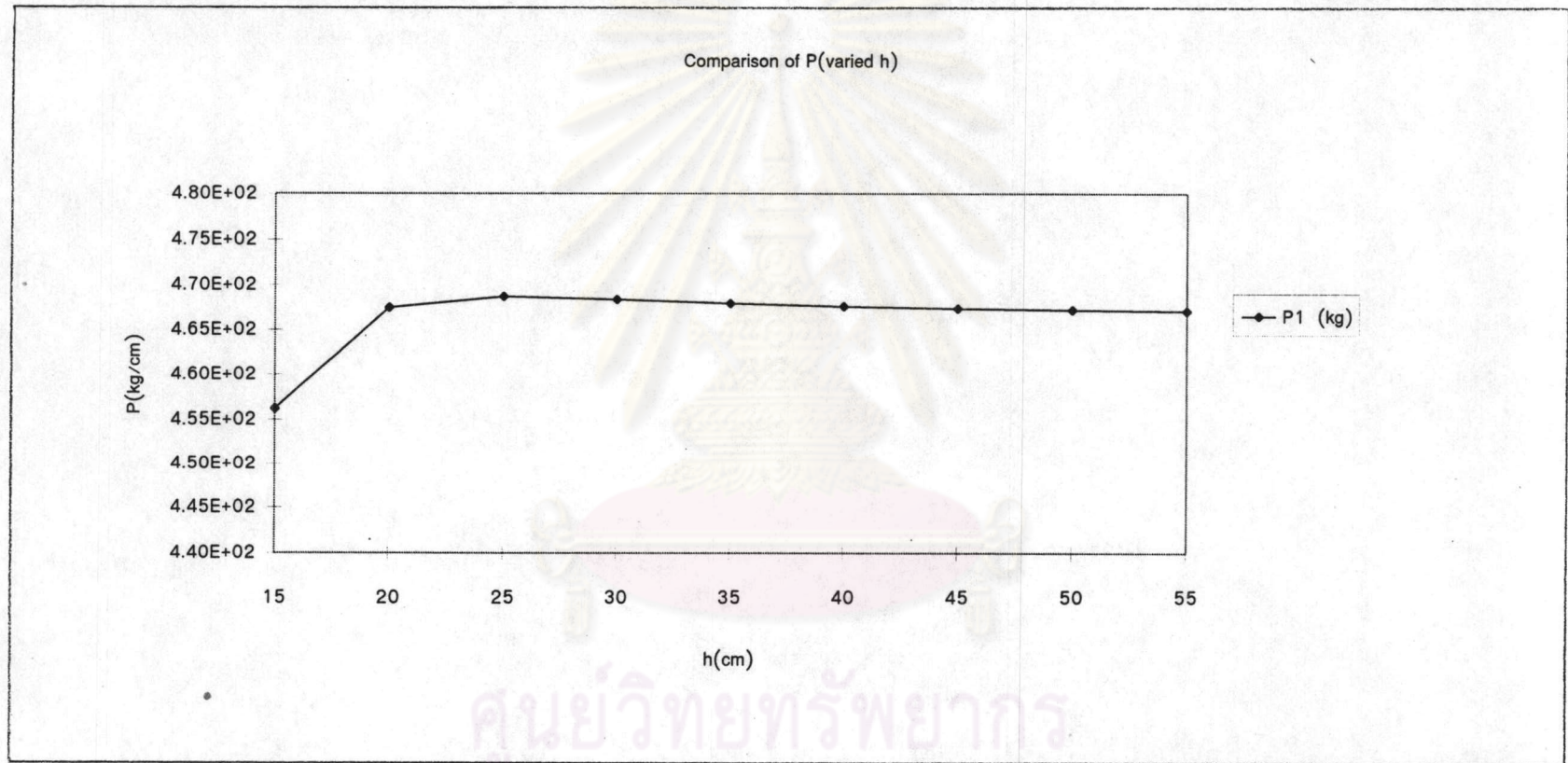


รูปที่ 2.3.3 ลักษณะหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ในทิศทางลบของ  $z$

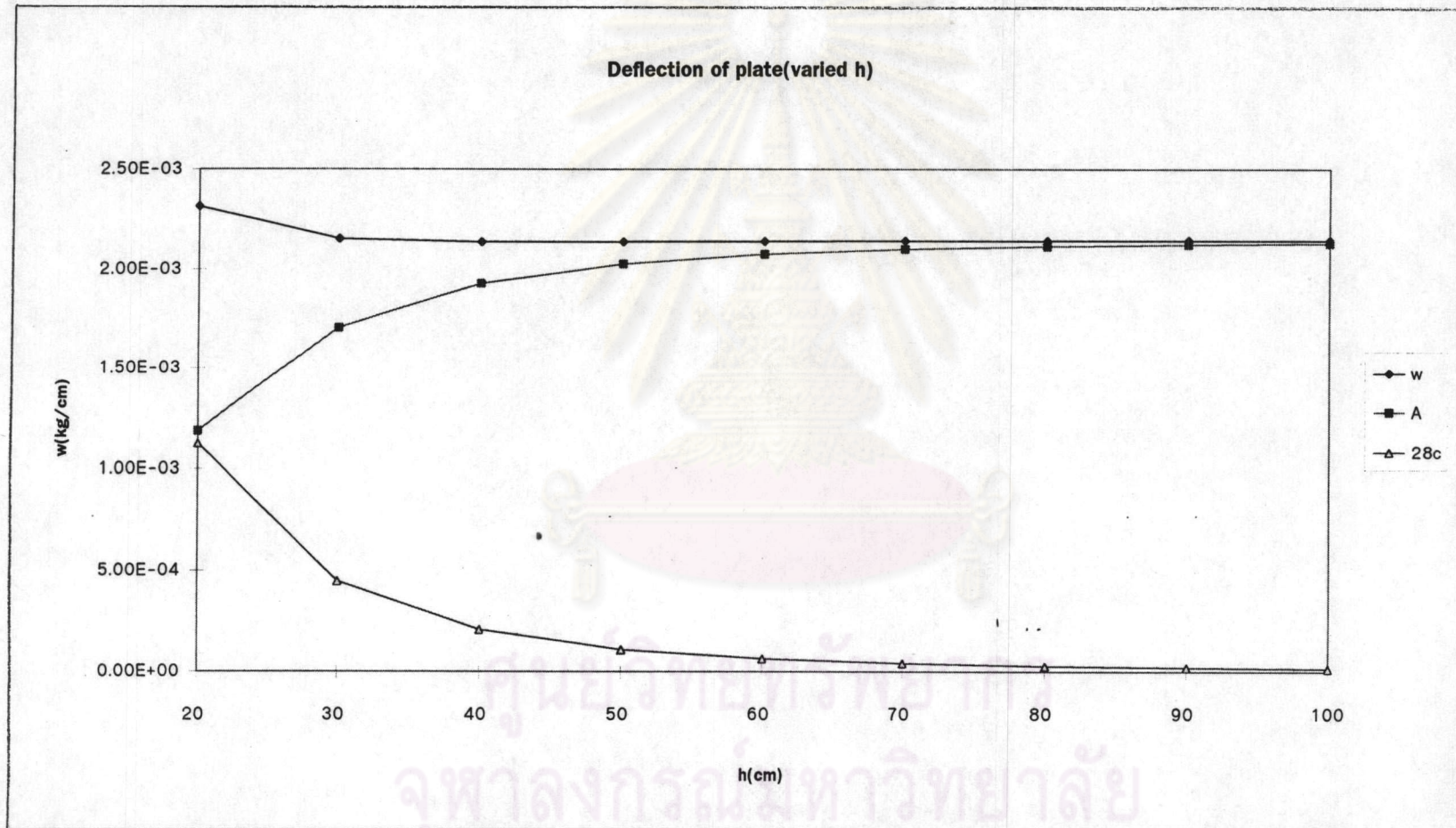


รูปที่ 3.2.1 ก กราฟแสดงค่าการโก่งตัวของแผ่นพื้น ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 300 เซนติเมตร

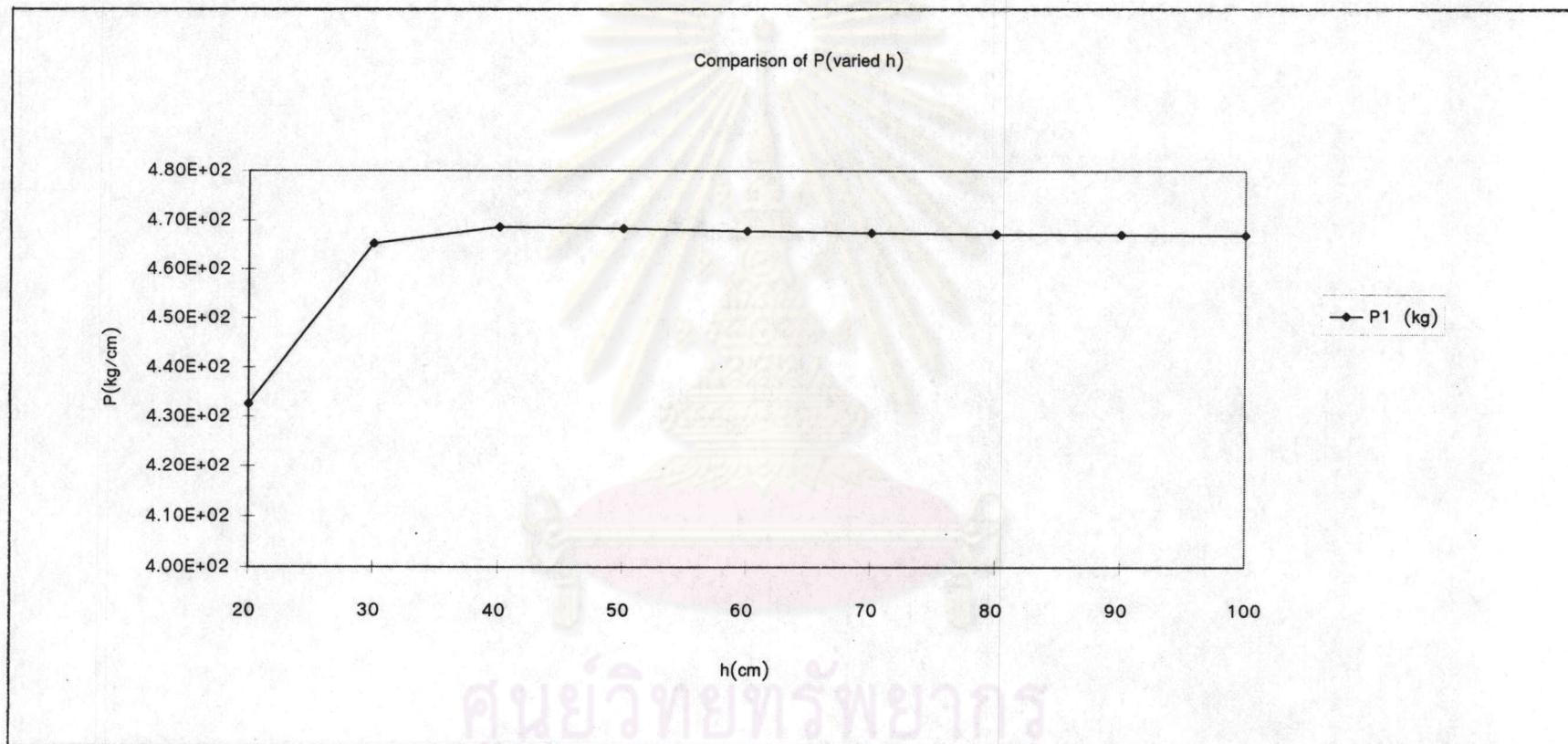




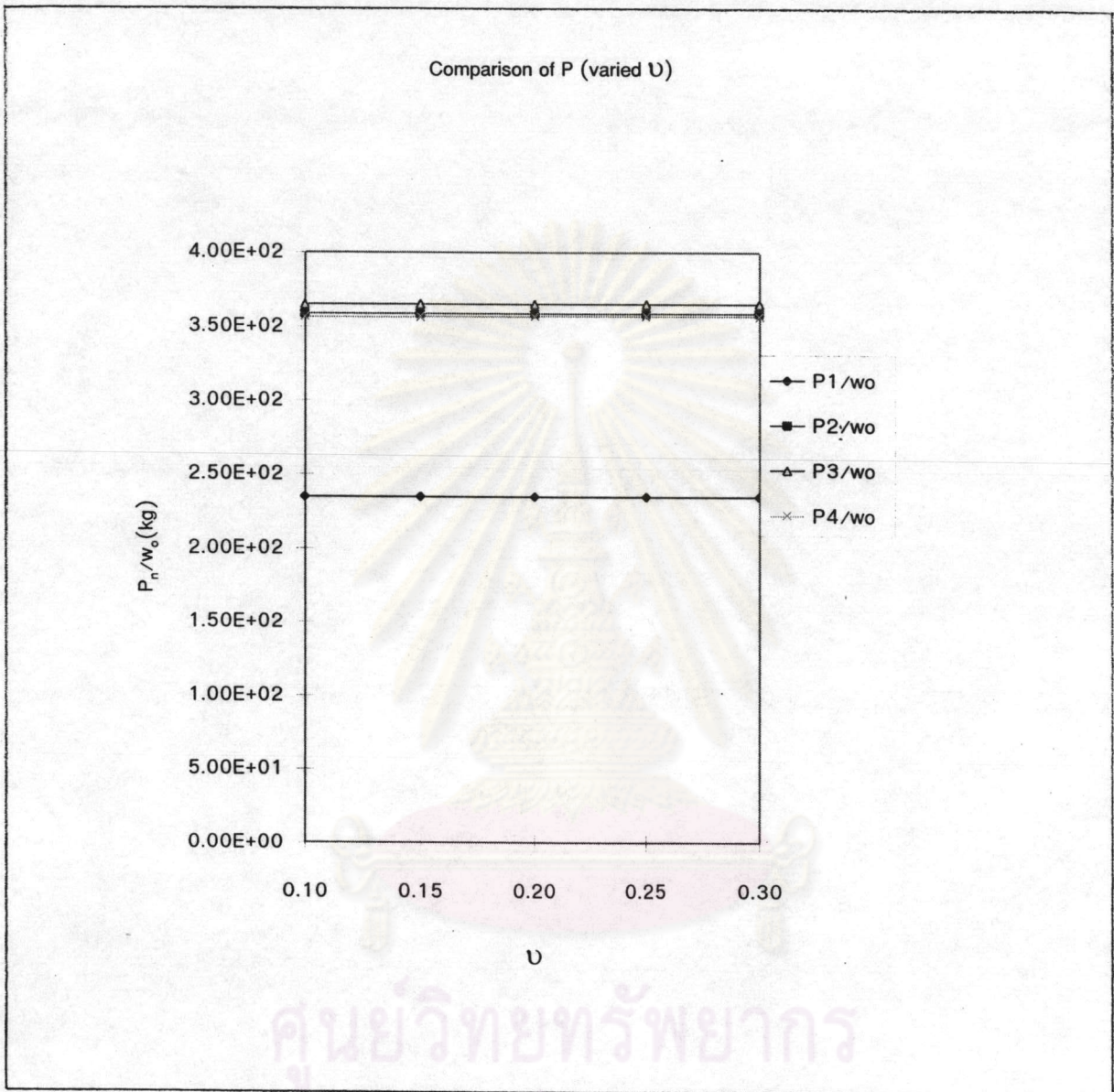
รูปที่ 3.2.1 ข กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 300 เซนติเมตร



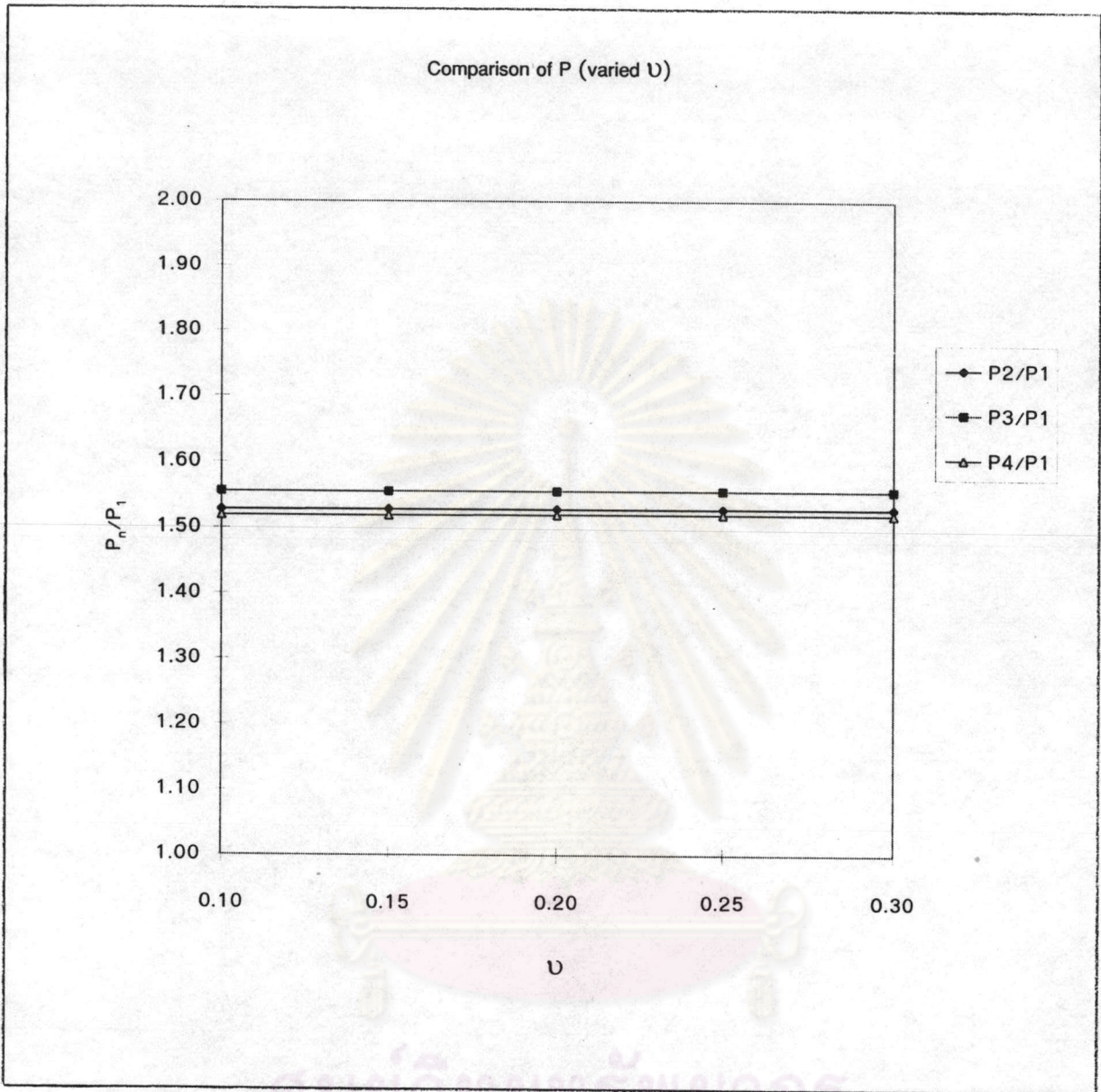
รูปที่ 3.2.2 ก กราฟแสดงค่าการโก่งตัวของแผ่นพื้น ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 500 เซนติเมตร



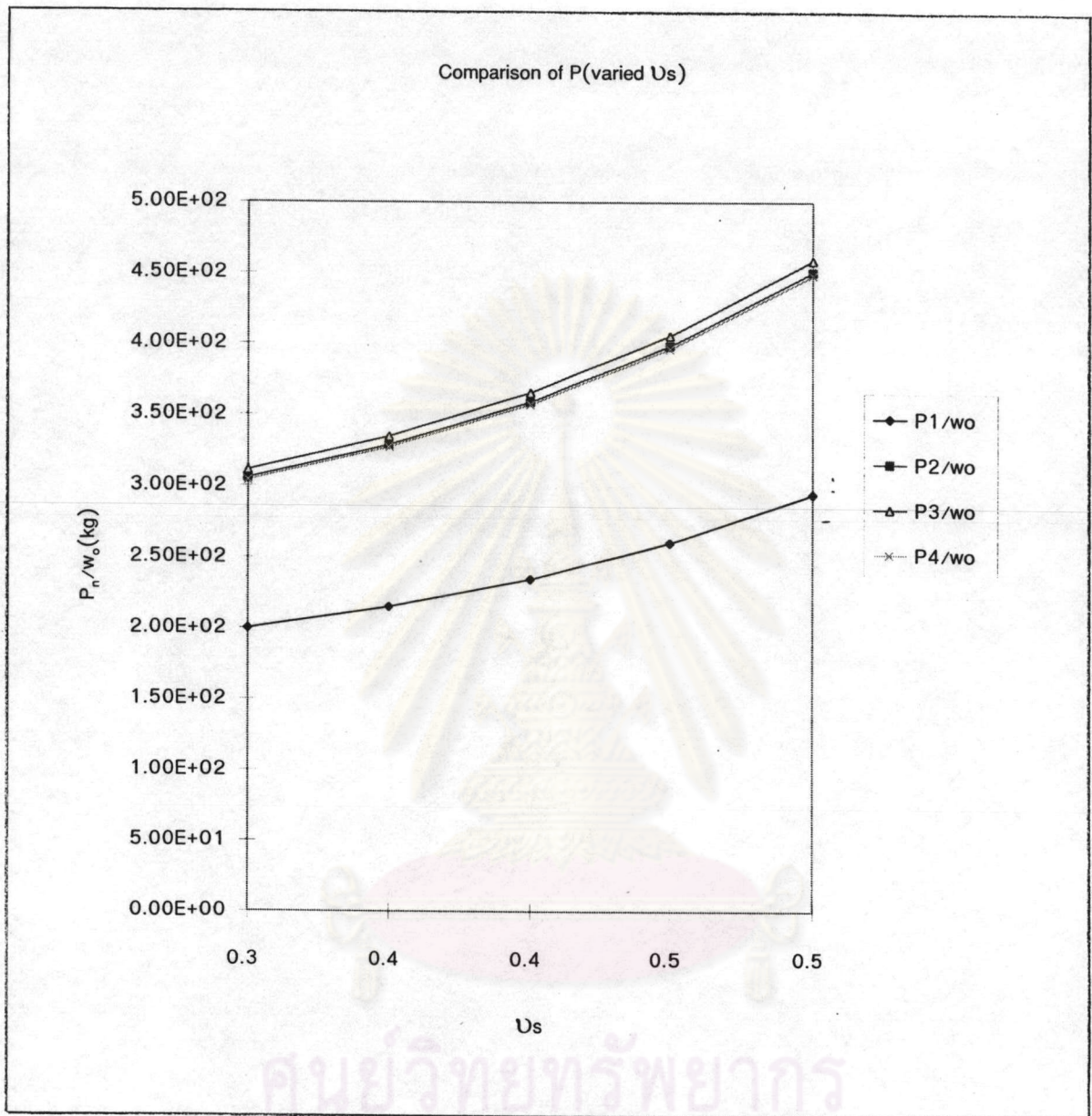
รูปที่ 3.2.2 ข กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 500 เซนติเมตร



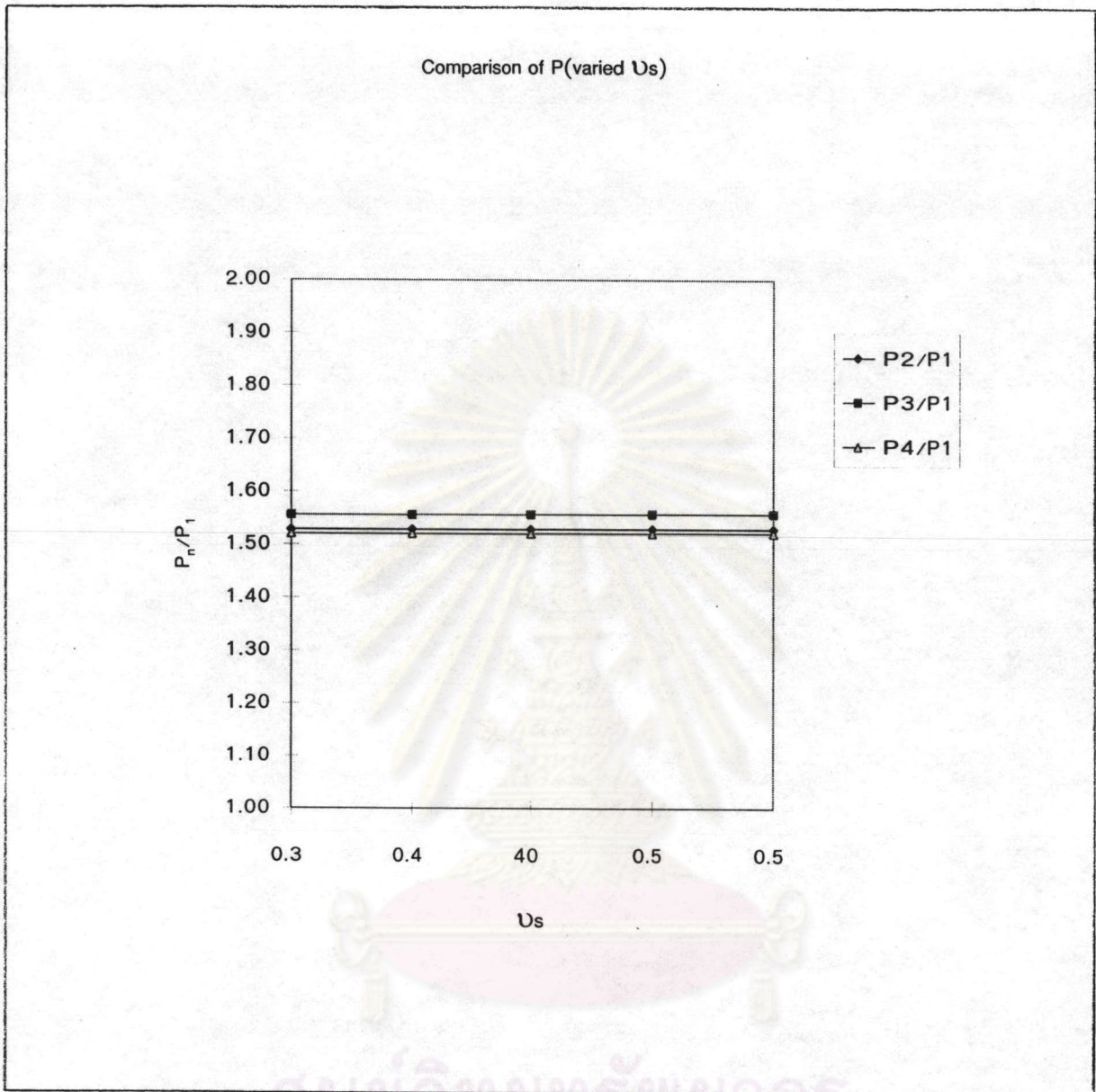
รูปที่ 3.2.3 ก กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าอัตราส่วนปัวซองของของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน



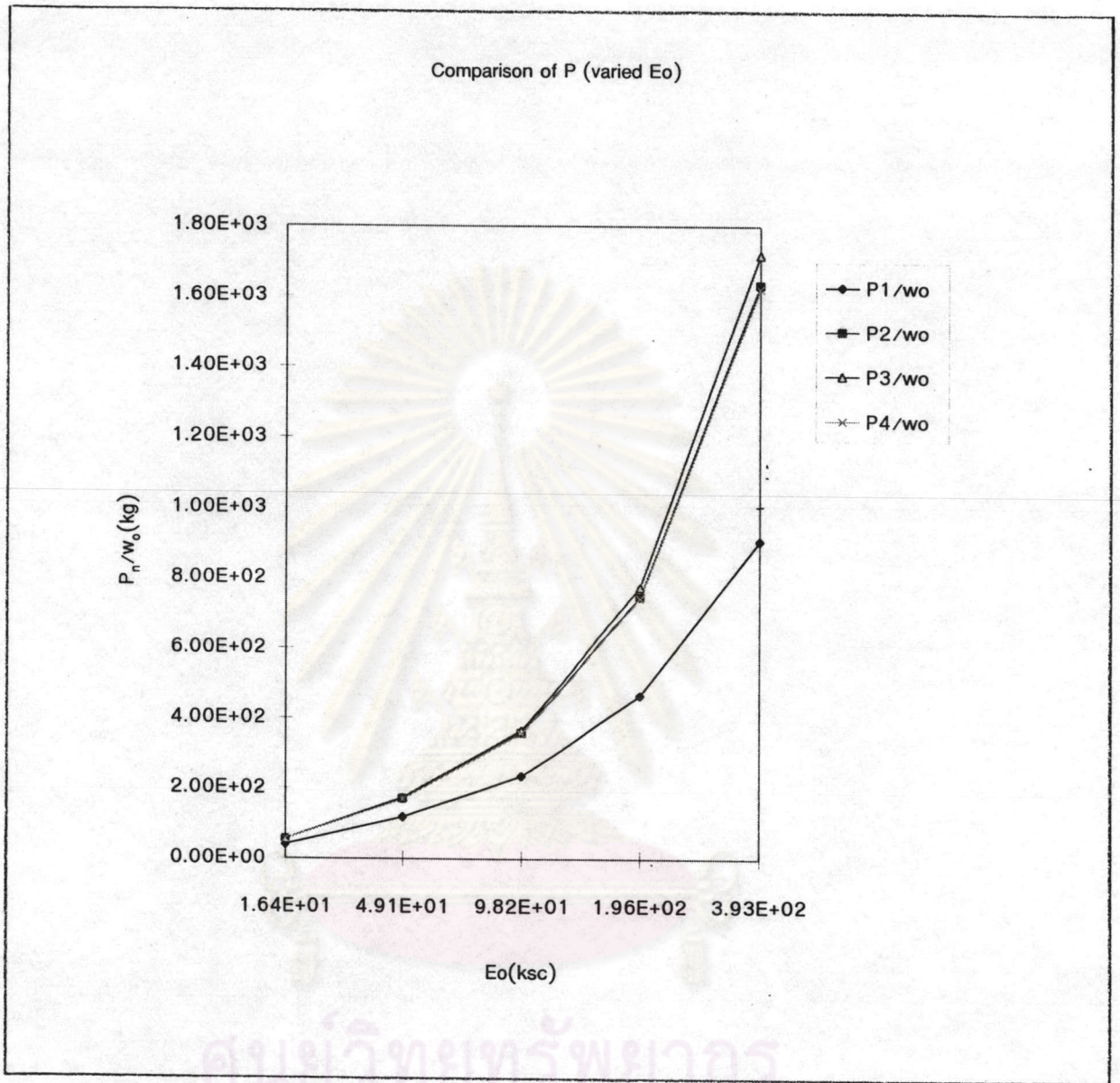
รูปที่ 3.2.3 ข กราฟแสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าอัตราส่วนบิวของของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน



รูปที่ 3.2.4 ก กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค้ำอัตราส่วนบัวของของฐานยึดหุ่นต่าง ๆ กัน

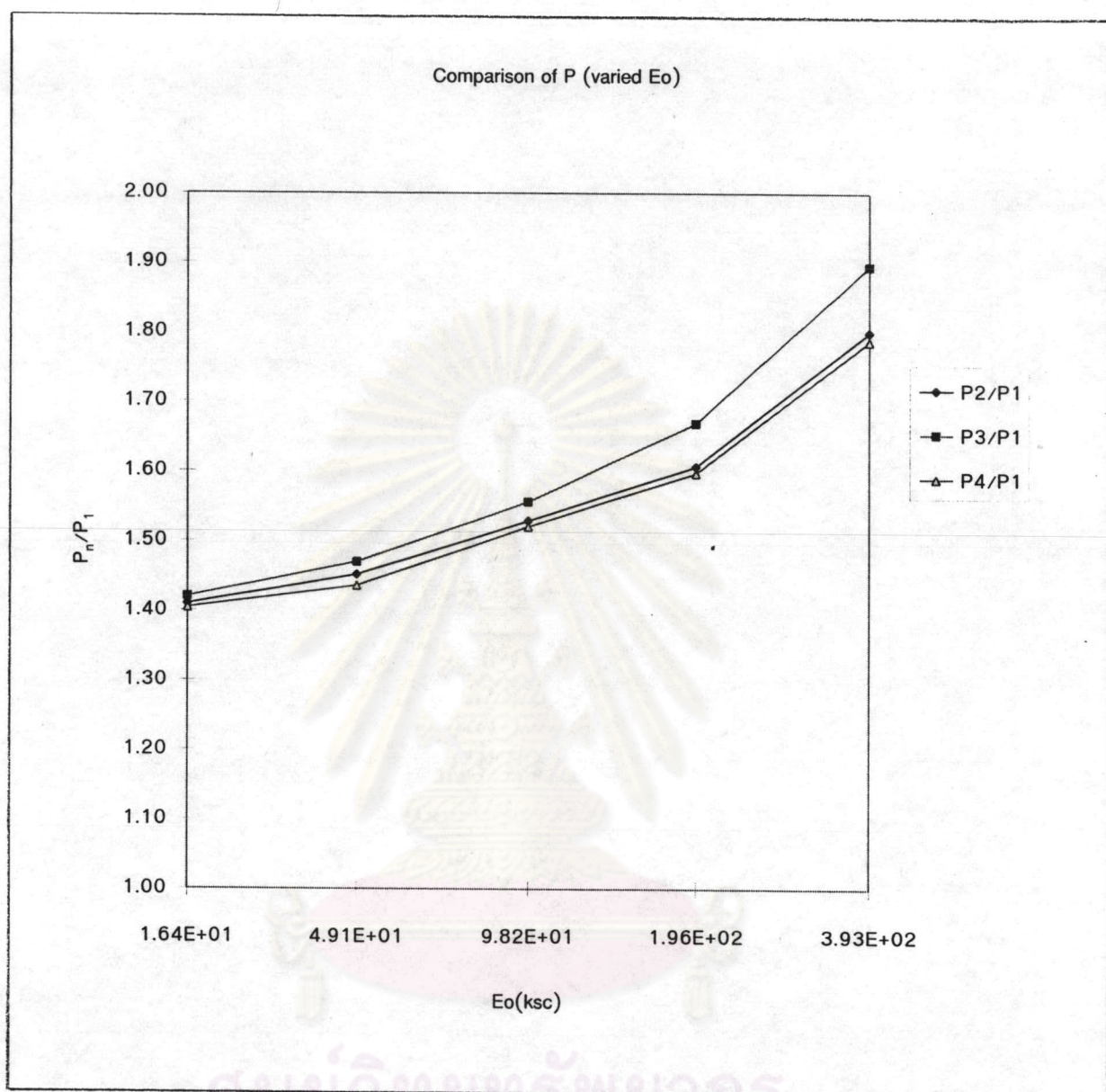


รูปที่ 3.2.4 ข กราฟแสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าอัตราส่วนปัวซองของฐานยึดหยุ่นต่าง ๆ กัน

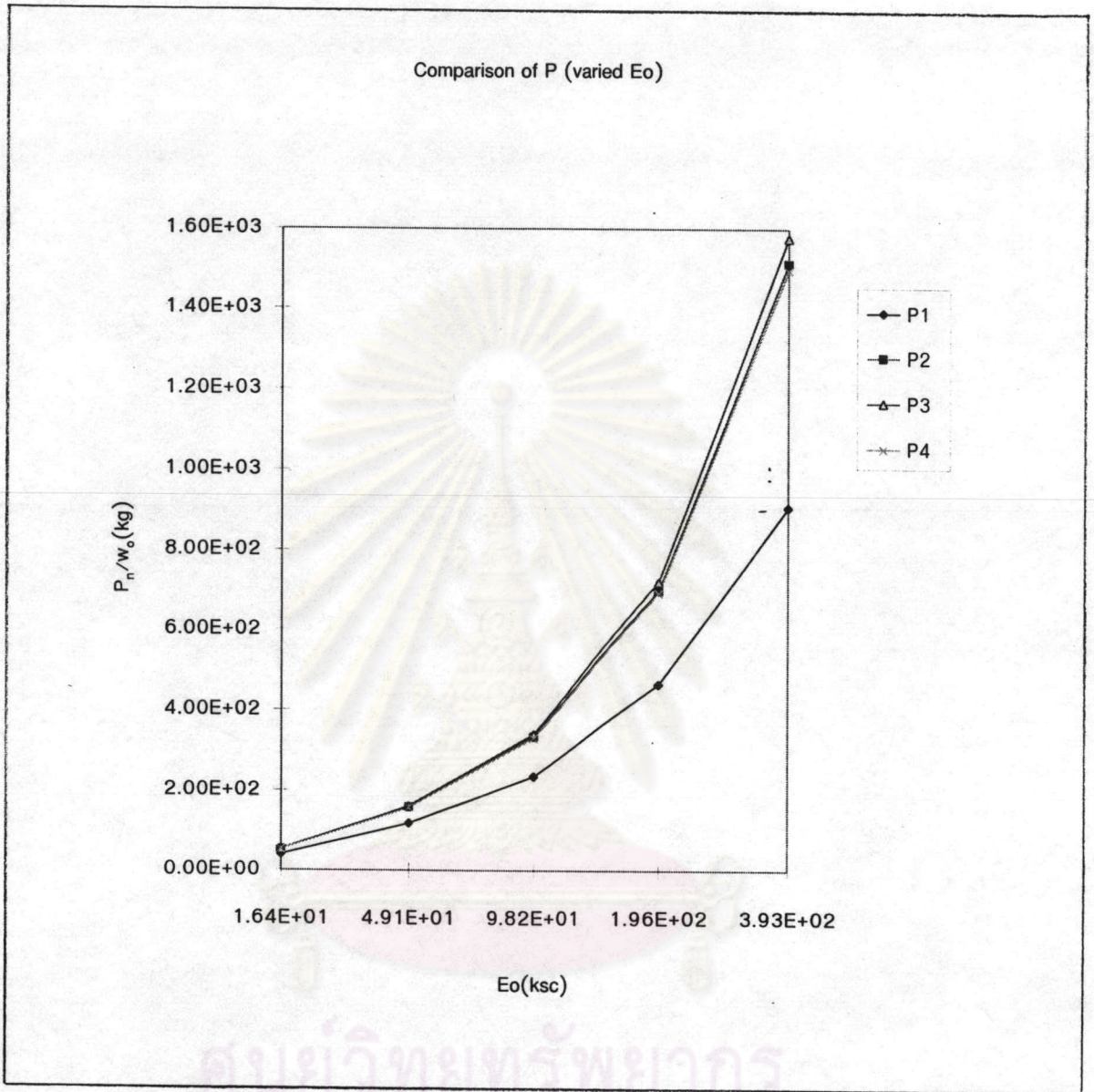


รูปที่ 3.2.5 ก กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าโมดูลัสของฐานยึดหยุ่นต่าง ๆ กัน ความหนาที่ขอบ 20 เซนติเมตร

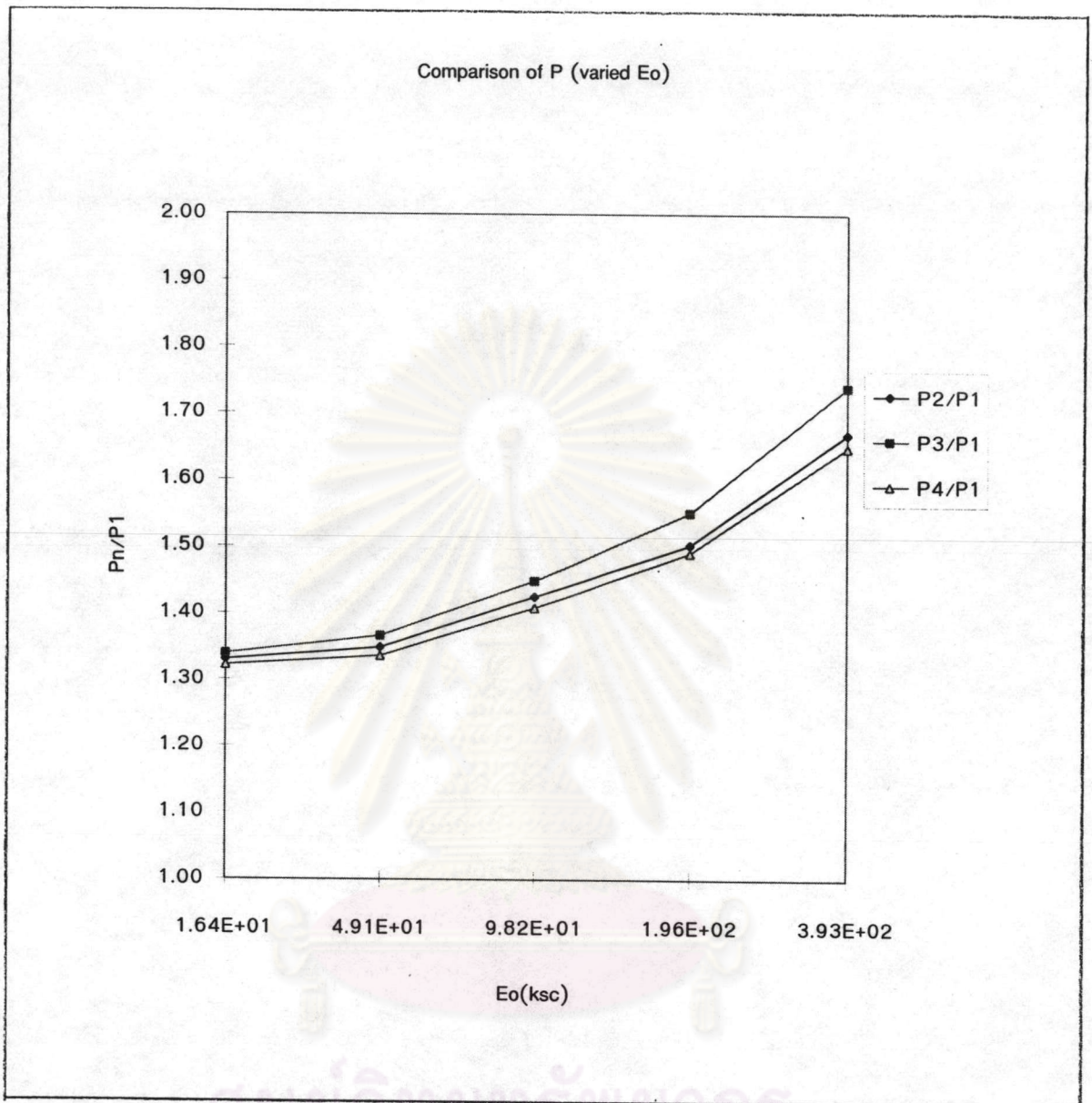




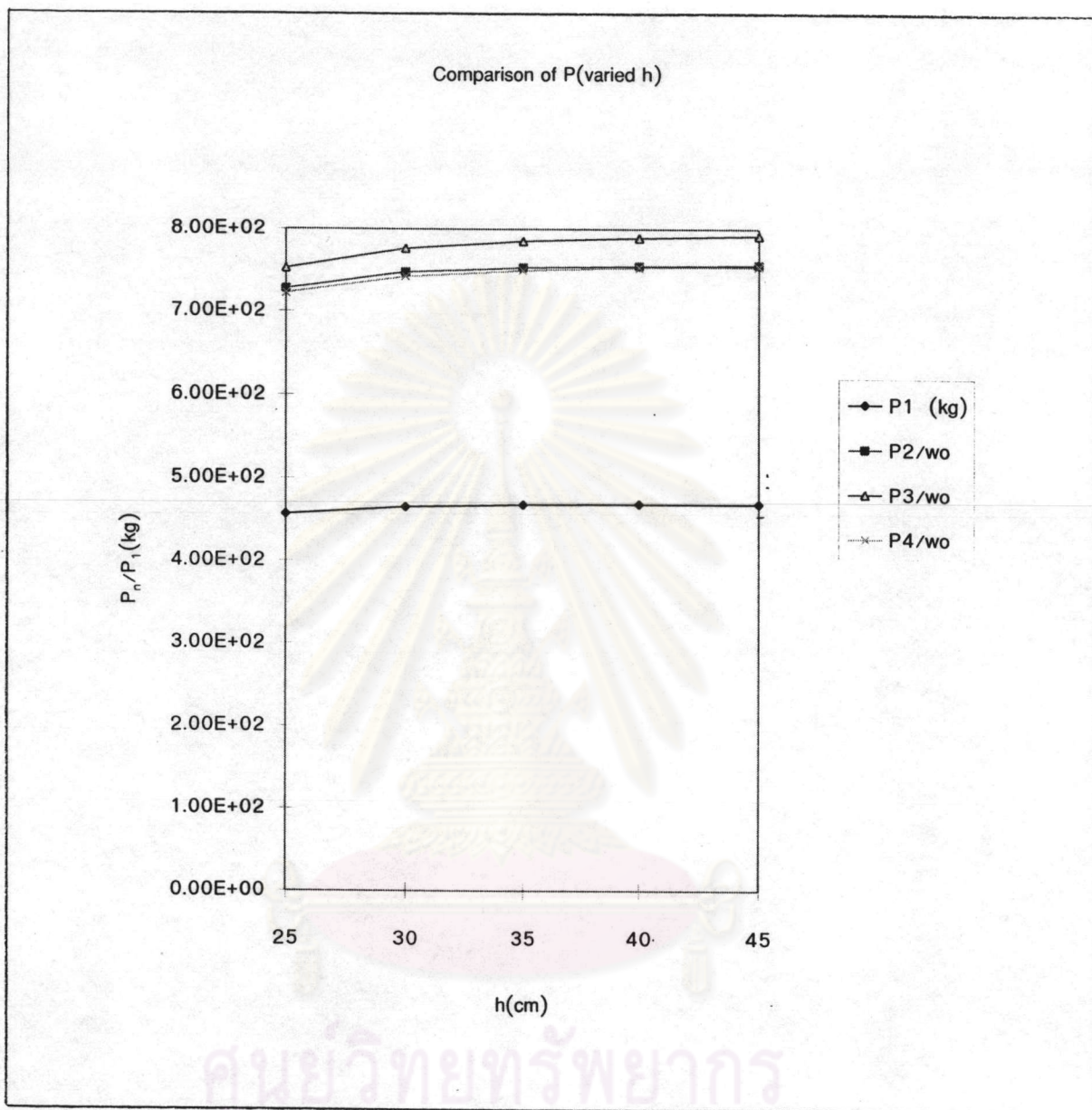
รูปที่ 3.2.5 ข กราฟแสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าโมดูลัสของฐานยึดหยุ่นต่าง ๆ กัน ความหนาที่ขอบ 20 เซนติเมตร



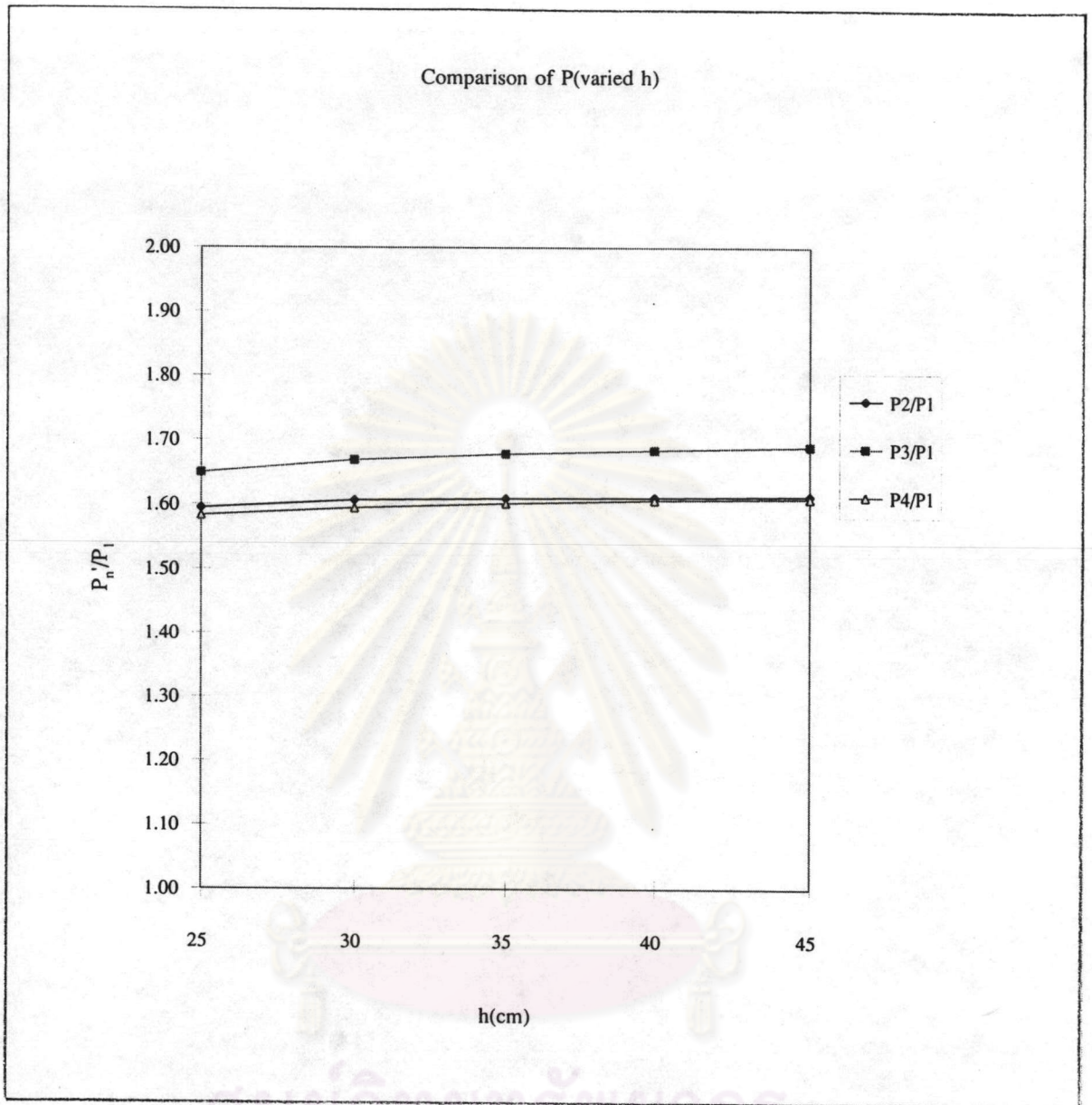
รูปที่ 3.2.6 ก กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าโมดูลัสของฐานยึดหยุ่นต่าง ๆ กัน ความหนาที่ขอบ 25 เซนติเมตร



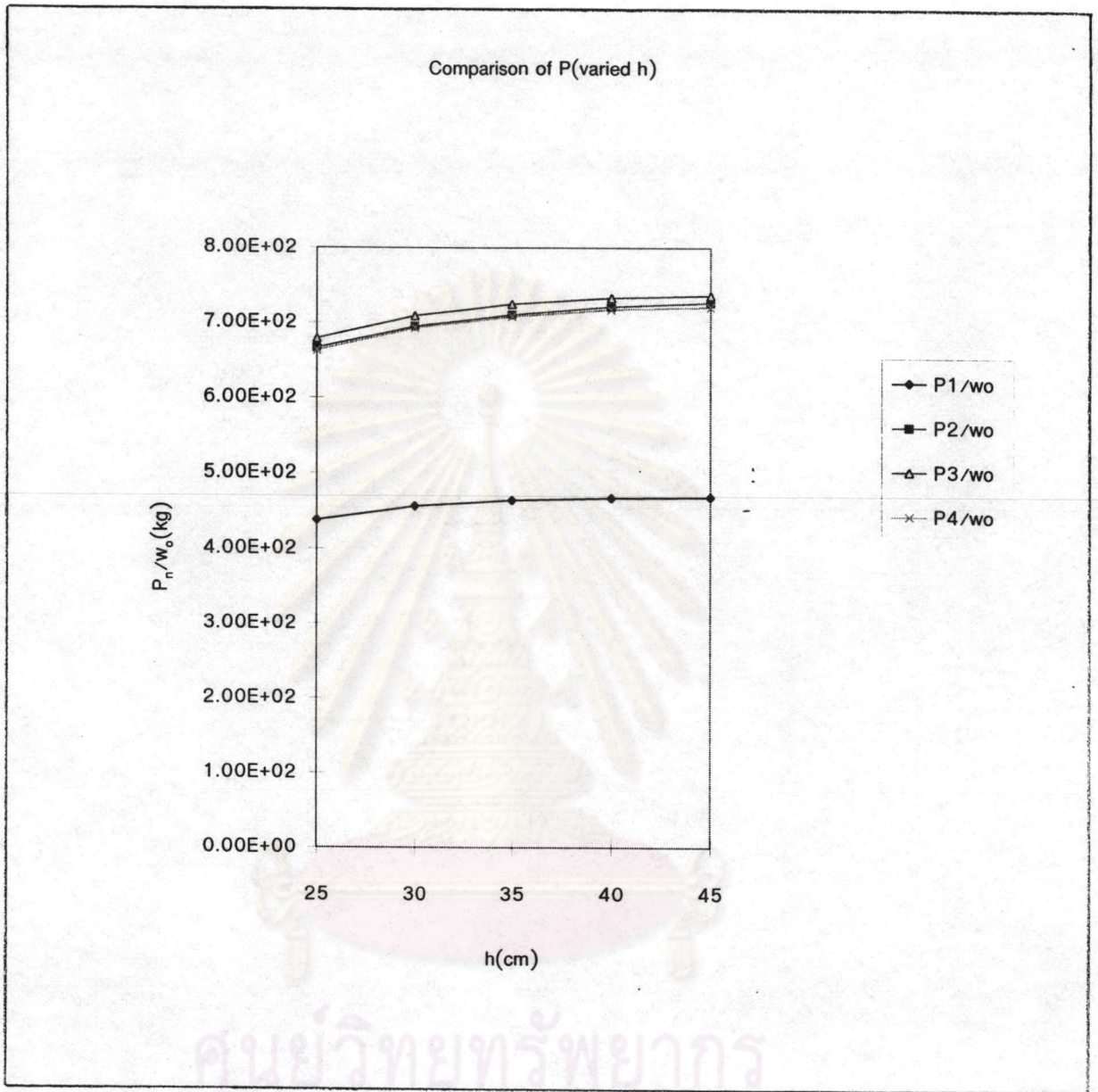
รูปที่ 3.2.6 ข กราฟแสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าโมดูลัสของฐานยึดหยุ่นต่าง ๆ กัน ความหนาที่ขอบ 25 เซนติเมตร



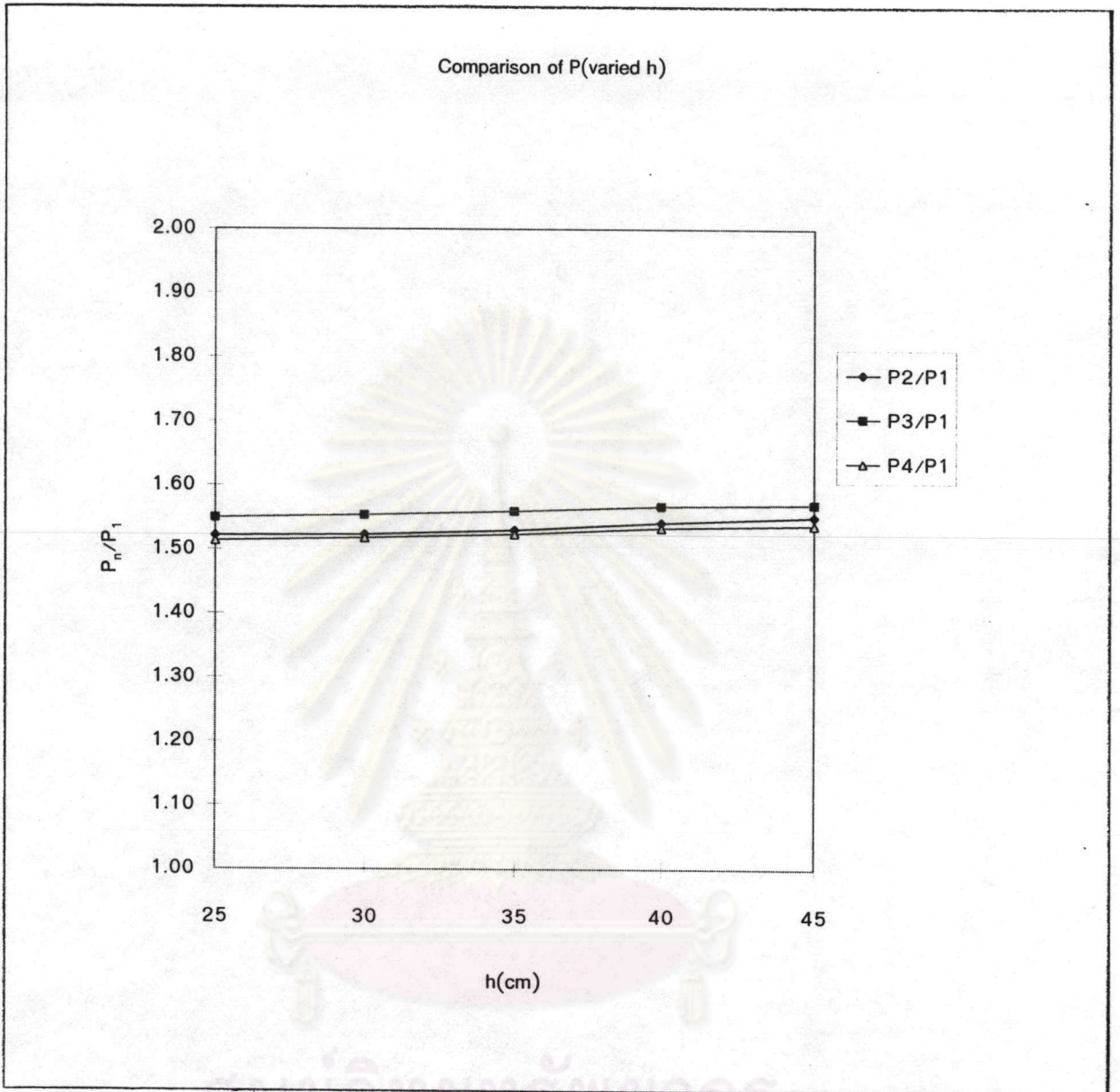
รูปที่ 3.2.7 ก กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 500 เซนติเมตร



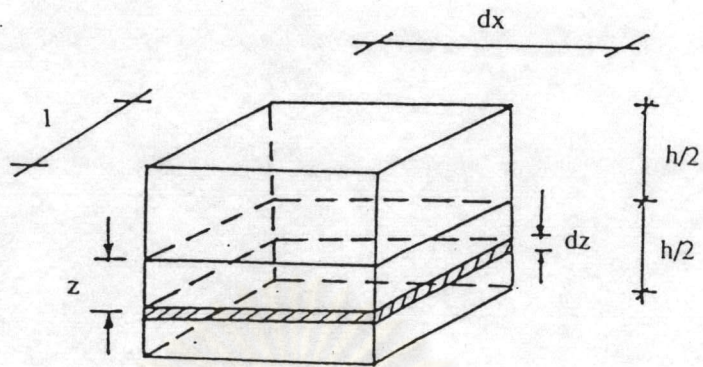
รูปที่ 3.2.7 ข กราฟแสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 500 เซนติเมตร



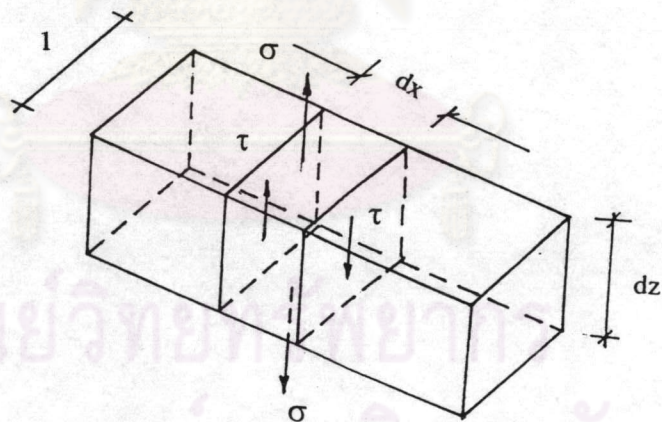
รูปที่ 3.2.8 ก กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 600 เซนติเมตร



รูปที่ 3.28 ข กราฟแสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 600 เซนติเมตร



รูปที่ ค.1 ชั้นส่วนย่อยของแผ่นพื้น



รูปที่ ค.2 ชั้นส่วนย่อยของฐานยึดหุ่น



ภาคผนวก ข

ตารางการคำนวณ



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2.3.1 ค่าโมดูลัสของฐานยึดหยุ่น [2]

Consistency	Unconfined Compressive Strength ( $\text{kN/m}^2$ ), $c$	Modulus of elasticity ( $\text{kN/m}^2$ )		$E_o$ (ksc)
		$E_s$	$E_s$	
Very soft	< 25	< 2750	1375	16.37
Soft	25-50	2750-5500	4125	49.10
Medium	50-100	5500-11000	8250	98.21
Stiff	100-200	11000-22000	16500	196.4
Very stiff	200-400	22000-44000	33000	392.9
Hard	> 400	> 44000	44000	523.8

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.2.1 ตารางการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้นในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 300 เซนติเมตร

	Eo(ksc)	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02
	v <sub>o</sub>	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
	E(ksc)	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05
	v	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	h (cm)	15	20	25	30	35	40	45	50	55
	b (cm)	150	150	150	150	150	150	150	150	150
	γ	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	v <sub>s</sub>	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	k (ksc/cm)	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
	t (kg/cm)	2625.00	2625.00	2625.00	2625.00	2625.00	2625.00	2625.00	2625.00	2625.00
	K (ksc)	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04
การ รับ น้ำหนัก	2b/h	20.0	15.0	12.0	10.0	8.6	7.5	6.7	6.0	5.5
	E1	15.00	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00	45.00	50.00	55.00
	Aw1	1.49E-03	1.80E-03	1.95E-03	2.03E-03	2.07E-03	2.09E-03	2.11E-03	2.12E-03	2.12E-03
	Cw1	2.50E-05	1.21E-05	6.55E-06	3.89E-06	2.48E-06	1.67E-06	1.18E-06	8.64E-07	6.50E-07
	w <sub>o</sub> (cm)	2.1921E-03	2.1394E-03	2.1337E-03	2.1353E-03	2.1373E-03	2.1388E-03	2.1398E-03	2.1406E-03	2.1411E-03
	P1 (kg)	4.5618E+02	4.6743E+02	4.6866E+02	4.6833E+02	4.6789E+02	4.6756E+02	4.6732E+02	4.6716E+02	4.6704E+02

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.2.2 ตารางการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้นในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 500 เซนติเมตร

	Eo(ksc)	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02
	v <sub>o</sub>	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
	E(ksc)	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05
	v	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	h (cm)	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	b (cm)	250	250	250	250	250	250	250	250	250
	γ	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	v <sub>s</sub>	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	k (ksc/cm)	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
	t (kg/cm)	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00
	K (ksc)	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04
กรณี ความหนาคงที่	2b/h	25.0	16.7	12.5	10.0	8.3	7.1	6.3	5.6	5.0
	E1	20.00	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00	80.00	90.00	100.00
	Aw1	1.19E-03	1.70E-03	1.93E-03	2.03E-03	2.07E-03	2.10E-03	2.11E-03	2.12E-03	2.13E-03
	Cw1	4.01E-05	1.60E-05	7.35E-06	3.89E-06	2.28E-06	1.45E-06	9.75E-07	6.87E-07	5.02E-07
	w <sub>o</sub> (cm)	2.3121E-03	2.1497E-03	2.1338E-03	2.1353E-03	2.1376E-03	2.1393E-03	2.1403E-03	2.1410E-03	2.1415E-03
	P1 (kg)	4.3250E+02	4.6518E+02	4.6864E+02	4.6833E+02	4.6781E+02	4.6745E+02	4.6722E+02	4.6706E+02	4.6696E+02

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 3.2.4 ตารางการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ไม้อัดค่าอัตราส่วนปริมาตรของฐานยึดหมื่นต่าง ๆ กัน

	Eo(ksc)	9.06E+01	9.40E+01	9.82E+01	1.03E+02	1.10E+02
	v <sub>o</sub>	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
	E(ksc)	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05
	v	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	h (cm)	30	30	30	30	30
	b (cm)	250	250	250	250	250
	γ	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	v <sub>s</sub>	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	k (ksc/cm)	0.20	0.21	0.23	0.26	0.29
	t (kg/cm)	2178.99	2176.01	2191.96	2229.16	2291.33
	K (ksc)	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04
	E <sub>1</sub>	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00
	Aw <sub>1</sub>	4.517E-03	4.167E-03	3.778E-03	3.360E-03	2.919E-03
	Cw <sub>1</sub>	1.728E-05	1.725E-05	1.721E-05	1.714E-05	1.705E-05
	w <sub>o</sub> /P <sub>1</sub> (cm)	5.001E-03	4.650E-03	4.260E-03	3.840E-03	3.396E-03
	P <sub>1</sub> /w <sub>o</sub> (kg)	2.000E+02	2.151E+02	2.347E+02	2.604E+02	2.944E+02
	E <sub>2</sub>	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71
	Aw <sub>2</sub>	4.339E-03	3.988E-03	3.600E-03	3.181E-03	2.740E-03
	Cw <sub>2</sub>	2.660E-05	2.653E-05	2.642E-05	2.626E-05	2.605E-05
	w <sub>o</sub> /P <sub>2</sub> (cm)	3.274E-03	3.043E-03	2.787E-03	2.511E-03	2.221E-03
	P <sub>2</sub> /w <sub>o</sub> (kg)	3.055E+02	3.287E+02	3.587E+02	3.982E+02	4.503E+02
	P <sub>2</sub> /P <sub>1</sub>	1.5277	1.5282	1.5284	1.5289	1.5292
	D <sub>3</sub>	40.00	40.00	40.00	40.00	40.00
	Aw <sub>3</sub>	4.272E-03	3.921E-03	3.532E-03	3.114E-03	2.672E-03
	Cw <sub>3</sub>	2.413E-05	2.407E-05	2.398E-05	2.385E-05	2.367E-05
	w <sub>o</sub> /P <sub>3</sub> (cm)	3.214E-03	2.988E-03	2.737E-03	2.467E-03	2.181E-03
	P <sub>3</sub> /w <sub>o</sub> (kg)	3.111E+02	3.346E+02	3.653E+02	4.054E+02	4.585E+02
	P <sub>3</sub> /P <sub>1</sub>	1.5558	1.5560	1.5564	1.5567	1.5572
	D <sub>4</sub>	35.00	35.00	35.00	35.00	35.00
	Aw <sub>4</sub>	4.271E-03	3.921E-03	3.533E-03	3.115E-03	2.674E-03
	Cw <sub>4</sub>	1.200E-05	1.198E-05	1.196E-05	1.193E-05	1.188E-05
	w <sub>o</sub> /P <sub>4</sub> (cm)	3.290E-03	3.058E-03	2.802E-03	2.525E-03	2.232E-03
	P <sub>4</sub> /w <sub>o</sub> (kg)	3.040E+02	3.270E+02	3.569E+02	3.961E+02	4.479E+02
	P <sub>4</sub> /P <sub>1</sub>	1.5202	1.5203	1.5204	1.5208	1.5213
ฟังก์ชันที่ 4						
ฟังก์ชันที่ 3						
ฟังก์ชันที่ 2						
กรณี ความหนาคงที่						

ตารางที่ 3.2.5 ตารางการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในการใส่ค่าโมดูลัสของฐานยึดขยู่ย่นต่าง ๆ กัน ความหนาที่ขอบ 20 เซนติเมตร

การฉีก ความหนาคงที่	EO(ksc)	1.64E+01	4.91E+01	9.82E+01	1.96E+02	3.93E+02
	V <sub>o</sub>	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
	E(ksc)	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05
	v	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	h (cm)	30	30	30	30	30
	b (cm)	250	250	250	250	250
	γ	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	V <sub>s</sub>	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	K (ksc/cm)	0.04	0.12	0.23	0.47	0.94
	t (kg/cm)	366.07	1095.98	2191.96	4375.00	8772.32
	K (ksc)	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04
ฟังก์ชันที่ 2	E <sub>1</sub>	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00
	AW <sub>1</sub>	2.505E-02	8.020E-03	3.778E-03	1.703E-03	7.123E-04
	CW <sub>1</sub>	1.840E-05	1.791E-05	1.721E-05	1.597E-05	1.395E-05
	W <sub>o</sub> (cm)	2.556E-02	8.521E-03	4.260E-03	2.150E-03	1.103E-03
	P <sub>1</sub> (kg)	3.912E+01	1.174E+02	2.347E+02	4.652E+02	9.067E+02
	E <sub>2</sub>	15.71	15.71	15.71	15.71	15.71
	AW <sub>2</sub>	2.488E-02	7.845E-03	3.600E-03	1.522E-03	5.360E-04
	CW <sub>2</sub>	2.935E-05	2.810E-05	2.642E-05	2.361E-05	1.944E-05
	W <sub>o</sub> /P <sub>2</sub> (cm)	1.814E-02	5.872E-03	2.787E-03	1.338E-03	6.128E-04
	P <sub>2</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	5.514E+01	1.703E+02	3.588E+02	7.472E+02	1.632E+03
	P <sub>2</sub> /P <sub>1</sub>	1.410	1.451	1.528	1.606	1.800
ฟังก์ชันที่ 3	D <sub>3</sub>	40.00	40.00	40.00	40.00	40.00
	AW <sub>3</sub>	2.481E-02	7.779E-03	3.532E-03	1.453E-03	4.674E-04
	CW <sub>3</sub>	2.636E-05	2.535E-05	2.398E-05	2.164E-05	1.809E-05
	W <sub>o</sub> /P <sub>3</sub> (cm)	1.801E-02	5.798E-03	2.739E-03	1.288E-03	5.821E-04
	P <sub>3</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	5.554E+01	1.725E+02	3.651E+02	7.762E+02	1.718E+03
	P <sub>3</sub> /P <sub>1</sub>	1.420	1.470	1.556	1.669	1.895
	D <sub>4</sub>	35.00	35.00	35.00	35.00	35.00
	AW <sub>4</sub>	2.480E-02	7.771E-03	3.533E-03	1.466E-03	4.954E-04
	CW <sub>4</sub>	1.253E-05	1.229E-05	1.196E-05	1.135E-05	1.029E-05
	W <sub>o</sub> /P <sub>4</sub> (cm)	1.821E-02	5.937E-03	2.803E-03	1.346E-03	6.172E-04
	P <sub>4</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	5.491E+01	1.684E+02	3.568E+02	7.429E+02	1.620E+03
P <sub>4</sub> /P <sub>1</sub>	1.404	1.435	1.520	1.597	1.787	
ฟังก์ชันที่ 4						

ตารางที่ 2.3.6 ตารางการเปรียบเทียบความสามารรถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในการศึกษาโมดูลสาธิตของฐานยึดหุ่นต่าง ๆ กัน ความหนาที่ขอบ 25 เซนติเมตร

กรณี ความหนาคงที่	EO(ksc)	1.64E+01	4.91E+01	9.82E+01	1.96E+02	3.93E+02
	$v_o$	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
	E(ksc)	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05
	v	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	h (cm)	30	30	30	30	30
	b (cm)	250	250	250	250	250
	y	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	$v_s$	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	k (ksc/cm)	0.04	0.12	0.23	0.47	0.94
	t (kg/cm)	366.07	1095.98	2191.96	4375.00	8772.32
	K (ksc)	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04
	E <sub>1</sub>	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00
	AW <sub>1</sub>	2.50E-02	8.02E-03	3.78E-03	1.70E-03	7.12E-04
CW <sub>1</sub>	1.84E-05	1.79E-05	1.72E-05	1.60E-05	1.39E-05	
$w_o/P_1$ (cm) /	2.5564E-02	8.5213E-03	4.2602E-03	2.1497E-03	1.1028E-03	
$P_1/w_o$ (kg)	3.9117E+01	1.1735E+02	2.3473E+02	4.6518E+02	9.0674E+02	
E <sub>2</sub>	7.86	7.86	7.86	7.86	7.86	
AW <sub>2</sub>	2.47E-02	7.69E-03	3.46E-03	1.40E-03	4.52E-04	
CW <sub>2</sub>	3.17E-05	3.02E-05	2.83E-05	2.51E-05	2.04E-05	
$w_o/P_2$ (cm)	1.9217E-02	6.3176E-03	2.9895E-03	1.4307E-03	6.6100E-04	
$P_2/w_o$ (kg)	5.2038E+01	1.58829E+02	3.3451E+02	6.9895E+02	1.5129E+03	
$P_2/P_1$	1.330	1.349	1.425	1.503	1.668	
D <sub>3</sub>	35.00	35.00	35.00	35.00	35.00	
AW <sub>3</sub>	2.46E-02	7.54E-03	3.32E-03	1.27E-03	3.35E-04	
CW <sub>3</sub>	3.47E-05	3.30E-05	3.07E-05	2.70E-05	2.17E-05	
$w_o/P_3$ (cm)	1.9084E-02	6.2356E-03	2.9404E-03	1.3863E-03	6.3428E-04	
$P_3/w_o$ (kg)	5.2400E+01	1.6037E+02	3.4009E+02	7.2134E+02	1.5766E+03	
$P_3/P_1$	1.340	1.367	1.449	1.551	1.739	
D <sub>4</sub>	32.50	32.50	32.50	32.50	32.50	
AW <sub>4</sub>	2.4611E-02	7.5979E-03	3.3782E-03	1.3398E-03	4.0764E-04	
CW <sub>4</sub>	1.3895E-05	1.3610E-05	1.3204E-05	1.2462E-05	1.1195E-05	
$w_o/P_4$ (cm)	1.9335E-02	6.3781E-03	3.0249E-03	1.4422E-03	6.6893E-04	
$P_4/w_o$ (kg)	5.1719E+01	1.5679E+02	3.3059E+02	6.9340E+02	1.4949E+03	
$P_4/P_1$	1.322	1.336	1.408	1.491	1.649	
ฟังก์ชันที่ 4						
ฟังก์ชันที่ 3						
ฟังก์ชันที่ 2						



ตารางที่ 3.2.7 ตารางการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 500 เซนติเมตร

	EO(ksc)	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02
	V <sub>o</sub>	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667
	E(ksc)	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05
	v	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	h (cm)	25	30	35	40	45			
	b (cm)	250	250	250	250	250	250	250	250
	γ	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	V <sub>s</sub>	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	K (ksc/cm)	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
	t (kg/cm)	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00	4375.00
	K (ksc)	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04
	E <sub>1</sub>	25.00	30.00	35.00	40.00	45.00			
	AW <sub>1</sub>	1.49E-03	1.70E-03	1.84E-03	1.93E-03	1.99E-03			
	CW <sub>1</sub>	2.50E-05	1.60E-05	1.06E-05	7.35E-06	5.27E-06			
	W <sub>o</sub> /P <sub>1</sub> (cm)	2.1921E-03	2.1497E-03	2.1367E-03	2.1338E-03	2.1341E-03			
	P <sub>1</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	4.5618E+02	4.6518E+02	4.6801E+02	4.6864E+02	4.6858E+02			
	E <sub>2</sub>	7.86	15.71	23.57	31.43	39.29			
	AW <sub>2</sub>	1.06E-03	1.52E-03	1.77E-03	1.90E-03	1.98E-03			
	CW <sub>2</sub>	3.69E-05	2.36E-05	1.53E-05	1.03E-05	7.14E-06			
	W <sub>o</sub> /P <sub>2</sub> (cm)	1.3748E-03	1.3383E-03	1.3280E-03	1.3249E-03	1.3232E-03			
	P <sub>2</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	7.2737E+02	7.4722E+02	7.5304E+02	7.5478E+02	7.5576E+02			
	P <sub>2</sub> /P <sub>1</sub>	1.594	1.606	1.609	1.611	1.613			
	D <sub>3</sub>	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00			
	AW <sub>3</sub>	8.71E-04	1.45E-03	1.74E-03	1.89E-03	1.98E-03			
	CW <sub>3</sub>	3.82E-05	2.16E-05	1.28E-05	8.04E-06	5.31E-06			
	W <sub>o</sub> /P <sub>3</sub> (cm)	1.3294E-03	1.2883E-03	1.2733E-03	1.2672E-03	1.2633E-03			
	P <sub>3</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	7.5219E+02	7.7621E+02	7.8535E+02	7.8917E+02	7.9157E+02			
	P <sub>3</sub> /P <sub>1</sub>	1.649	1.669	1.678	1.684	1.689			
	D <sub>4</sub>	27.50	35.00	42.50	50.00	57.50			
	AW <sub>4</sub>	9.7741E-04	1.4658E-03	1.7301E-03	1.8773E-03	1.9635E-03			
	CW <sub>4</sub>	1.9569E-05	1.1350E-05	7.0151E-06	4.5904E-06	3.1505E-06			
	W <sub>o</sub> /P <sub>4</sub> (cm)	1.3848E-03	1.3483E-03	1.3342E-03	1.3284E-03	1.3262E-03			
	P <sub>4</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	7.2213E+02	7.4166E+02	7.4952E+02	7.5280E+02	7.5401E+02			
	P <sub>4</sub> /P <sub>1</sub>	1.583	1.594	1.602	1.606	1.609			

ตารางที่ 3.2.8 ตารางการเปรียบเทียบความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้น  
ในกรณีค่าความหนาของแผ่นพื้นต่าง ๆ กัน ความกว้าง 600 เซนติเมตร

	EO(ksc)	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	1.96E+02	
	V <sub>o</sub>	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	0.667	
	E(ksc)	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	2.20E+05	
	v	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	
	h (cm)	25	30	35	40	45			
	b (cm)	300	300	300	300	300			
	γ	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00			
	V <sub>s</sub>	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4			
	k (ksc/cm)	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39			
	t (kg/cm)	5250.00	5250.00	5250.00	5250.00	5250.00			
	K (ksc)	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04	1.91E+04			
	E <sub>1</sub>	25.00	30.00	35.00	40.00	45.00			
	AW <sub>1</sub>	1.246E-03	1.493E-03	1.673E-03	1.800E-03	1.888E-03			
	CW <sub>1</sub>	3.707E-05	2.497E-05	1.716E-05	1.212E-05	8.795E-06			
	W <sub>o</sub> (cm)	2.283E-03	2.192E-03	2.154E-03	2.139E-03	2.135E-03			
	P <sub>1</sub> (kg)	4.379E+02	4.562E+02	4.643E+02	4.674E+02	4.685E+02			
	E <sub>2</sub>	7.86	15.71	23.57	31.43	39.29			
	AW <sub>2</sub>	5.963E-04	1.185E-03	1.537E-03	1.745E-03	1.871E-03			
	CW <sub>2</sub>	5.133E-05	3.532E-05	2.408E-05	1.665E-05	1.179E-05			
	W <sub>o</sub> /P <sub>2</sub> (cm)	1.501E-03	1.439E-03	1.408E-03	1.387E-03	1.377E-03			
	P <sub>2</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	6.661E+02	6.947E+02	7.104E+02	7.208E+02	7.265E+02			
	P <sub>2</sub> /P <sub>1</sub>	1.521	1.523	1.530	1.542	1.551			
	D <sub>3</sub>	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00			
	AW <sub>3</sub>	3.073E-04	1.066E-03	1.491E-03	1.728E-03	1.866E-03			
	CW <sub>3</sub>	5.271E-05	3.273E-05	2.042E-05	1.319E-05	8.871E-06			
	W <sub>o</sub> /P <sub>3</sub> (cm)	1.474E-03	1.411E-03	1.381E-03	1.365E-03	1.359E-03			
	P <sub>3</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	6.783E+02	7.088E+02	7.243E+02	7.327E+02	7.359E+02			
	P <sub>3</sub> /P <sub>1</sub>	1.549	1.554	1.560	1.568	1.571			
	D <sub>4</sub>	27.50	35.00	42.50	50.00	57.50			
	AW <sub>4</sub>	4.998E-04	1.108E-03	1.482E-03	1.706E-03	1.843E-03			
	CW <sub>4</sub>	2.996E-05	1.825E-05	1.159E-05	7.700E-06	5.334E-06			
	W <sub>o</sub> /P <sub>4</sub> (cm)	1.509E-03	1.445E-03	1.413E-03	1.395E-03	1.388E-03			
	P <sub>4</sub> /W <sub>o</sub> (kg)	6.626E+02	6.922E+02	7.076E+02	7.169E+02	7.206E+02			
	P <sub>4</sub> /P <sub>1</sub>	1.513	1.517	1.524	1.534	1.538			
	ฟังก์ชันที่ 4								
	ฟังก์ชันที่ 3								
	ฟังก์ชันที่ 2								
	กรณี ความหนาคงที่								

## ภาคผนวก ค

### การวิเคราะห์สมการของแผ่นพื้นใน 1 มิติ

แผ่นพื้นบนฐานยึดหยุ่นใน 1 มิติ ดังรูปที่ 2.2.1 พลังงานของระบบ จะประกอบด้วย พลังงานที่เกิดจากงานภายนอก พลังงานความเครียดภายในแผ่นพื้น และพลังงานความเครียดในฐานยึดหยุ่น

พลังงานเนื่องจากแรงภายนอก  $p_0$

$$V_p = p_0 w_0 \quad (\text{ค.1})$$

เมื่อ  $w_0$  เป็นค่าการโก่งตัวของแผ่นพื้นที่จุดที่น้ำหนักกระทำ

พลังงานความเครียดภายในของแผ่นพื้น คำนวณได้จากงานของโมเมนต์ บนชิ้นส่วนในระหว่างรับโมเมนต์ตัดของแผ่นพื้น โดยพิจารณาชิ้นส่วนของแผ่นพื้น ดังรูปที่ ค.1 ค่างานที่กระทำ หาได้จากค่าครึ่งหนึ่งของผลคูณระหว่างโมเมนต์ กับมุมที่เปลี่ยนแปลงเนื่องจากการดัด และใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น ความเครียด และการเปลี่ยนตำแหน่ง จะได้ความสัมพันธ์ ระหว่างความเค้นกับการเปลี่ยนตำแหน่ง ดังสมการที่ ค.2 และโมเมนต์ตัด ดังสมการที่ ค.3

$$\sigma = -\frac{E}{1-\nu^2} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (\text{ค.2})$$

$$\begin{aligned} M &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma z dz = -\frac{E}{12(1-\nu^2)} h^3(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ &= -K_3 h^3(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (\text{ค.3})$$

$$\text{โดยที่ } K_3 = \frac{E}{12(1-\nu^2)}$$

ดังนั้น พลังงานความเครียดในแผ่นพื้นที่เกิดจากแรงดัด จะได้ดังสมการที่ ค.4

$$\begin{aligned}
 V_m &= -\frac{1}{2} \int_{-b}^b M \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \\
 &= K_3 \int_0^b h^3(x) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx
 \end{aligned} \tag{ค.4}$$

พลังงานความเครียดในฐานยึดหยุ่น จะพิจารณาฐานยึดหยุ่นตามแบบจำลองสามมิติของ ฐานยึดหยุ่น ของ Vlasov (1966) ซึ่งเขียนการโก่งตัวของแผ่นพื้นในรูปของซีรีส์ ดังสมการที่ ค.5

$$w(x) = \sum w(x) \cdot \phi(z) \tag{ค.5}$$

โดยที่  $w(x)$  คือการโก่งตัวทั่วไป (generalized displacement) และฟังก์ชัน  $\phi(x)$  เป็นฟังก์ชันการแปรเปลี่ยนของการโก่งตัวต่อความลึก ดังรูปที่ 2.2.2 ซึ่ง Vlasov (1966) เสนอให้อยู่ในรูปไซน์ไฮเปอร์โบลิก ดังสมการที่ ค.6

$$\phi(z) = \frac{\sinh \gamma(H-z)}{\sinh \gamma H} \tag{ค.6}$$

โดยที่  $\gamma$  เป็นค่าคงที่ที่แสดงถึงอัตราการลดของการโก่งตัวต่อความลึก ของฐานยึดหยุ่น ( a coefficient determining the variation with depth of the displacements )

$H$  เป็นค่าความหนาของฐานยึดหยุ่น

พิจารณาแท่งชิ้นส่วนของฐานยึดหยุ่นดังรูปที่ ค.2 และ ความสัมพันธ์ของ ความเค้น แรงเฉือน ความเครียด และการเปลี่ยนตำแหน่ง จะได้ ความสัมพันธ์ ความเค้นและแรงเฉือน ดังสมการที่ ค.7

$$\sigma = \frac{E_o}{1-\nu_o^2} \frac{\partial w}{\partial z} \tag{ค.7}$$

$$\tau = \frac{E_o}{2(1+\nu_o)} \frac{\partial w}{\partial x}$$

โดยที่  $E_o = \frac{E_s}{1-\nu_s^2}$  และ  $\nu_o = \frac{\nu_s}{1-\nu_s}$

เมื่อ  $E_s$  หมายถึง โมดูลัสยืดหยุ่นของฐานยึดหยุ่น  
 $\nu_s$  หมายถึง อัตราส่วนปัวซองของฐานยึดหยุ่น

พลังงานความเครียดเฉือน และพลังงานความเครียดอัด จะเขียนได้ดังสมการที่ ค.8

$$\begin{aligned} V_k &= \frac{1}{2} \int_{-b}^b \int_0^H \sigma \frac{\partial w}{\partial z} dx dz \\ &= \frac{1}{2} \int_{-b}^b \int_0^H \sigma w(x) \phi'(z) dx dz \\ &= k \int_0^b w^2(x) dx \end{aligned} \quad (\text{ค.8})$$

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{1}{2} \int_{-b}^b \int_0^H \tau \frac{\partial w}{\partial x} dx dz \\ &= \frac{1}{2} \int_{-b}^b \int_0^H \tau \frac{\partial w(x)}{\partial x} \phi(z) dx dz \\ &= t \int_0^b \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า ความเค้น และแรงเฉือน จากสมการที่ ค.7 ลงในสมการที่ ค.8 จะได้พลังงานความเครียดรวมของฐานยึดหยุ่น ดังสมการที่ ค.9

$$V_k + V_t = k \int_0^b w^2 dx + t \int_0^b \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (\text{ค.9})$$

โดยที่  $k$  หมายถึง ความเครียดอัด (compressive strain)

$$= \frac{E_o}{1 - \nu_o^2} \int_0^H \phi'^2 dz$$

$t$  หมายถึง ความเครียดเฉือน (shearing strain)

$$= \frac{E_o}{2(1 + \nu_o)} \int_0^H \phi^2 dz$$

เมื่อแทนค่า  $\phi$  จากสมการที่ ค.6 และพิจารณาสำหรับการวิจัยนี้ที่ให้ความหนาของฐาน ยึดหยุ่นมีค่าอนันต์ ( $H \rightarrow \infty$ ) จะได้

$$k = \frac{E_o \gamma}{2b(1-\nu_o^2)}$$

(ค.10)

$$t = \frac{E_o b}{4\gamma(1+\nu_o)}$$

ดังนั้น พลังงานรวมของระบบ จะเขียนได้ดังสมการที่ ค.11

$$V = -p_o w_o + K_3 \int_0^b h(x)^3 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + k \int_0^b w^2 dx + t \int_0^b \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (\text{ค.11})$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ประวัติ

นางสาวอาภา กวีชัย เกิดเมื่อวันที่ 4 พฤศจิกายน พ.ศ.2514 ที่ จ. กรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมปลาย จากโรงเรียนสตรีวัดอัมพวันสวรรค์ จ.กรุงเทพฯ ปีการศึกษา 2531 และ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมโยธา จาก มหาวิทยาลัยขอนแก่น จ.ขอนแก่น ปีการศึกษา 2535 แล้วเข้าศึกษาต่อ ระดับปริญญาโท สาขา วิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2536

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย