

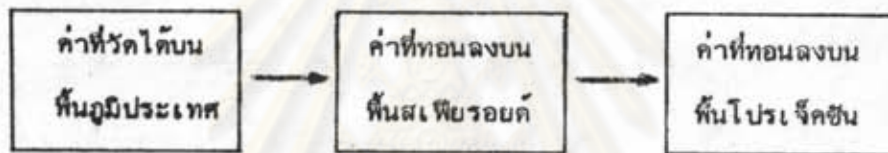


บทที่ 4

การจัดเตรียมข้อมูลและการคำนวณปรับแก้

4.1 การทอนค่าวัดลงพื้นโปรเจกชัน

ค่าแห่งศักตมุมหลักฐานหรือจุดควบคุมในระบบที่กหนดแผนที่ซึ่งเป็นระนาบ เป็นค่าที่คำนวณได้และแสดงบนพื้นผิวโปรเจกชัน ในขณะที่ข้อมูลที่วัดได้จากงานวงรอบคือ มุมหรือทิศทางและระยะนั้น ทำการวัดบนพื้นภูมิประเทศ (Topographic Terrain) ที่มีผิวโค้งของโลกเข้ามาเกี่ยวข้อง จึงต้องทอนค่าที่วัดได้ลงบนพื้นโปรเจกชัน



รูปที่ 4.1 ขั้นตอนการทอนค่า

รายละเอียดของการทอนค่ามีดังนี้

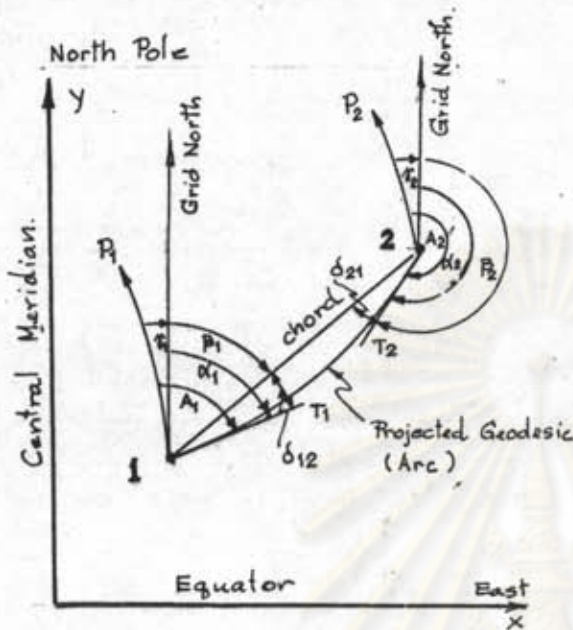
4.1.1 ทิศทาง (Direction or Azimuth)

ก. การทอนค่าจากพื้นที่ทำการลงสู่พื้นสเฟียรอยด์ มีจำนวนแก้ดังนี้ (Rapp., 1974)

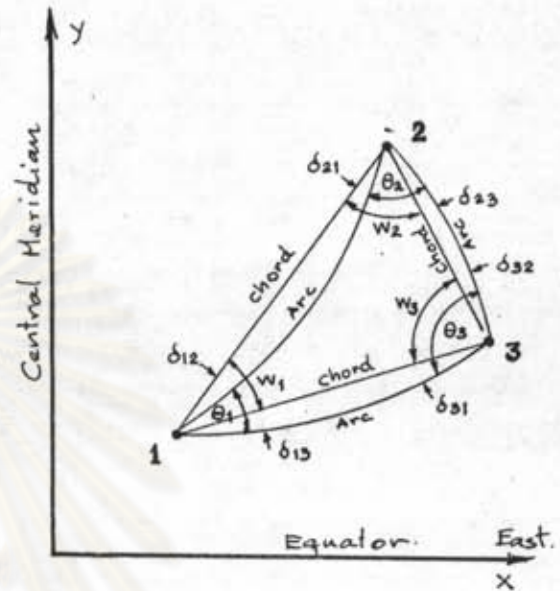
- เนื่องจาก Deflection of Vertical
- เนื่องจาก Skew Normal
- เพื่อให้ Normal Section Azimuth เป็น Geodetic Azimuth (ไม่ต้องแก้เมื่อระยะน้อยกว่า 100 กม.)

ข. การทอนจากพื้นสเฟียรอยด์ลงสู่พื้นโปรเจกชัน

- แก้ Convergence of Meridian
- Arc to Chord Correction หรือ (t-T) Correction



4.2 (ก)



4.2 (ข)

รูปที่ 4.2 การแก้ค่ามุมที่วัดได้

- γ_i คือ Convergence of Meridian
- α_i คือ Projected Geodetic Azimuth ที่นับจาก Grid North
- A_i คือ Geodetic Azimuth
- β_i คือ Plane Azimuth
- δ_{ij} คือ ความต่างระหว่าง α_i กับ β_i
- θ_i คือ มุมที่สถานี i บนพื้นผิวสเฟียรอบคัต
- w_i คือ มุมบน Projection

จากรูป 4.2 จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \alpha_1 + \gamma_1 \\
 &= \beta_1 - (\beta_1 - \alpha_1) + \gamma_1 \\
 A_2 &= \alpha_2 + \gamma_2 \\
 &= \beta_2 - (\beta_2 - \alpha_2) + \gamma_2
 \end{aligned}$$

(4-1)

$$(\beta_1 - \alpha_1)^* = -\frac{1}{6R_m^2 \sin 1''} (Y_2 - Y_1) (X_2 + 2X_1) \quad (4-2)$$

$$(\beta_2 - \alpha_2)^* = -\frac{1}{6R_m^2 \sin 1''} (Y_1 - Y_2) (X_1 + 2X_2)$$

$$(\beta_1 - \alpha_1)^{**} = -\frac{(X_2^2 + X_1 X_2 + X_1^2)}{6R_m^2 \sin 1''} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \frac{(Y_2 - Y_1) (X_2 + 2X_1)}{6R_m^2 \sin 1''} \quad (4-3)$$

$$(\beta_2 - \alpha_2)^{**} = -\frac{(X_1^2 + X_1 X_2 + X_2^2)}{6R_m^2 \sin 1''} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 - \frac{(Y_1 - Y_2) (X_1 + 2X_2)}{6R_m^2 \sin 1''}$$

$$W_1 = \theta_1 + |\delta_{12}| - |\delta_{13}|$$

$$W_2 = \theta_2 + |\delta_{21}| - |\delta_{23}|$$

$$W_3 = \theta_3 - |\delta_{31}| - |\delta_{32}|$$

(4-4)

* สำหรับ TM Projection

** สำหรับ Cassini Projection

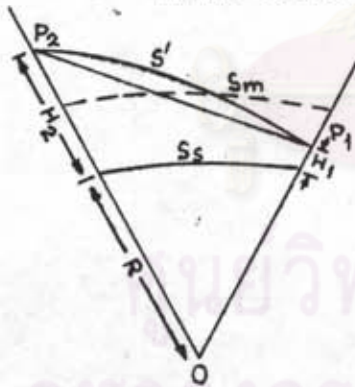
4.1.2 ระยะ (Distance) ในการวัดระยะด้วย EDM รายละเอียดของการทอนค่าใน Blacnut (1979) สรุปได้ดังนี้

ก. จากพื้นภูมิประเทศสู่พื้นสเฟียร์รอยด์

- จำนวนแก้ไขเนื่องจากความโค้งของโลก (ระยะมากกว่า 20 กม.)
- แก้ด้วย Slope Correction เนื่องจากความสูงต่างของสถานีจะได้ระยะในระดับความสูงเฉลี่ย S_m
- แก้ด้วย Sea Level Factor จะได้ระยะบนผิวหน้าทะเลปานกลาง (พื้นอ้างอิง) S_s
- ทอนลงสู่ผิวสเฟียร์รอยด์จะได้ S_o

ข. จากพื้นสเฟียร์รอยด์สู่พื้นโปรเจกชัน

- แก้ด้วย Scale Factor จะได้ระยะ S



R = Radius of Curvature

hm = Mean Altitude

S' = Geodetic Slope Length

S_s = Horizontal Distance

N = Geoidal Undulation

รูปที่ 4.3 การทอนระยะ

$$hm = \frac{H_1 + H_2}{2} - \frac{(H_2 - H_1)^2}{3R} \quad (4-5)$$

$$S_m = [S'^2 - (H_2 - H_1)^2]^{1/2} \quad (4-6)$$

$$S_s = \left(\frac{R}{R + Hm} \right)^* S_m \quad (4-7)$$

$$S_o = S_s + (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha) (H_2 - H_1) - \frac{(\bar{n} S_s)}{R} \quad (4-8)$$

$$S^{**} = S_o \left(1 + \frac{X^2}{2Rm^2} + \frac{X^4}{24Rm^2} + \dots \right) \quad (4-9) \text{ ก.}$$

$$S^{***} = S_o \left[1 + \frac{(X_1^2 + X_1 X_2 + X_2^2)}{6Rm^2} \cos^2 \alpha \right] \quad (4-9) \text{ ข.}$$

ในกรณีที่ไม่วาดค่า \bar{n} , ξ , η ก็ถือว่าพื้นป๊ออดักกับพื้นสเฟียร์รอยค้เป็นพื้นผิวเดียวกัน นั่นคือ $S_o = S_s$

สำหรับในงานโครงการข่าวยางรอบพิศญโลกเป็นงานชั้นที่ 3 และการคำนวณขึ้นอยู่กับข้อสมมุติฐานที่ด้งไว้มีการทอนค่าด้งนี้

ก. ในระบบพิกัดฉากระนาบราบธรรมดาใช้สมมุติฐานว่า พื้นที่เป็นระนาบราบจึงไม่มี การทอนค่าใด ๆ

- มุมที่วัดได้บนพื้นภูมิประเทศถือ เป็นมุมบนพื้นระนาบ
- ระยะที่วัดได้บนพื้นภูมิประเทศถือ เป็นระยะบนพื้นระนาบ

ข. ในระบบทรานสเวอร์สเมอร์เคเตอร์

- มุมแก้ (t-T) Correction ตามสูตร (4-2)

* Sea Level Factor

** ระบบทรานสเวอร์สเมอร์เคเตอร์โปรเจคชัน

*** ระบบคาลินีโปรเจคชัน

- ระยะแก้ Slope Correction ตามสูตร (4-6)
- แก้ด้วย Sea Level Factor ตามสูตร (4-7) และแก้ Scale Factor ตามสูตร (4-9) ก.

4.2 การคำนวณเบื้องต้น

การคำนวณขั้นแรกใช้วิธีกฎเข็มทิศ โดยแยกวงรอบแต่ละวงรอบ (Individual Traverse) คำนวณเป็นอิสระ ค่าหักตรงออก ค่าหักเข้าบรรจุ ค่าอะซิมูทที่ใช้ควบคุมทิศทางถือเป็นค่าคงตัว

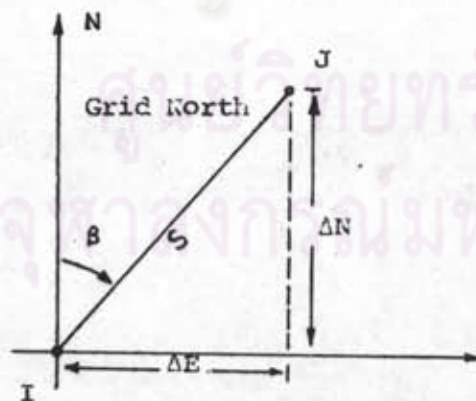
ขั้นตอนการคำนวณมีดังนี้

1. คำนวณหาความคลาดครบรอบทางมุม (Angular Error of Closure) และกระจายไปตลอดทั้งเส้นหรือทุกช่วงที่มีอะซิมูทควบคุมทิศทาง แล้วจึงคำนวณกริดอะซิมูทของทุกแนวในเส้นวงรอบนั้น

2. คำนวณหาความต่างทางละติจูดและดีพาร์ทเจอร์ ในรูปที่ 4.4 ในแนว IJ ของเส้นวงรอบค่าความต่างคำนวณได้จาก

$$\Delta N = S \cos \beta \quad \dots \quad (4-10)$$

$$\Delta E = S \sin \beta \quad \dots \quad (4-11)$$



β = Grid Azimuth

S = Grid Distance

รูปที่ 4.4 การคำนวณ ΔN , ΔE

3. คำนวณค่าพิกัดประมาณเบื้องต้น (Preliminary Grid Coordinates) ของทุก ๆ จุดตามลำดับจนถึงจุดสุดท้ายที่เข้าบรรจบ ก็สามารถทราบความคลาดเข้าบรรจบ (Error of Closure) และตรวจความละเอียดของวงรอบเส้นนั้นได้

4. ปรับแก้ค่าพิกัดในเส้นวงรอบโดยวิธีกฎเข็มทิศ

ผลของการคำนวณเบื้องต้นของโครงข่ายวงรอบโครงการศึกษาโลกฝั่งขวาทั้งในระบบพิกัดฉากธรรมดา และระบบทรานส์เวอร์สเมอร์เคเตอร์ แสดงในตารางที่ ค.1 และ ค.2 ตามลำดับ

4.3 การจัดเตรียมข้อมูลเพื่อการปรับแก้

เนื่องจากข้อมูลที่วัดได้มีจำนวนมาก เฉพาะส่วนที่นำมาปรับแก้มีจำนวนถึง 1,352 มุม การจะปรับแก้พร้อมกันเพื่อหาพิกัดของทุกจุดย่อมเป็นการสิ้นเปลืองเวลาค่าใช้จ่าย และเกินความจำเป็นของงานขั้นที่ 3 จึงเลือกวิธีปรับแก้ตามวิธีที่ 2 ในข้อ 2.1.4 คือจะคำนวณค่าปรับแก้ของจุดร่วมออกมาก่อน ส่วนจุดอื่น ๆ ในเส้นวงรอบ (Route) หรือตอน (Section) ของเส้นวงรอบก็แยกคำนวณต่อไปอีกชั้นหนึ่ง โดยใช้ค่าของจุดร่วมที่ได้เป็นตัวบังคับ

ค่าวัดหรือค่าสังเกตที่นำไปใช้ในแบบจำลองก็คือ ค่าความต่างในแนวแกนตั้ง (ΔN หรือ ΔY) กับค่าความต่างในแนวแกนนอน (ΔE หรือ ΔX) ระหว่างจุดร่วมที่อยู่ต่อเนื่องกัน ในการปรับแก้ค่า ΔN และ ΔE จะแยกคำนวณทีละจุดและสมมติว่าไม่มีสหสัมพันธ์กัน ทั้งนี้เพื่อลดหน่วยความจำในเครื่องสมองกล ในรูปที่ 4.5 เป็นการกำหนดทิศทางลำดับที่ของค่าสังเกต และลำดับที่ของจุดร่วม (พารามิเตอร์)

ค่า ΔN และ ΔE จะได้จากผลต่างของค่าพิกัดประมาณเบื้องต้นของจุดร่วม 2 จุด ที่อยู่ต่อกัน

ตัวอย่างเช่นในเส้นวงรอบ F ตามรูปที่ 4.6 เริ่มออกงานจากหมุด RID 729-RID 728 (Jc) ของวงรอบเส้น B และเข้าบรรจบหมุด AZ.6-BMP.77 (Fixed Positions) ในเส้น

วงรอบนี้ มีจุดที่แยกวงรอบเส้นอื่นออกไป หรือวงรอบเส้นอื่นมาเข้าบรรจบ 4 จุด คือ F5(J9), F8(J10), F10(J11), F13(J12) สำหรับการควบคุมทิศทาง อะซิมุทแรกออก (729-728) กับ อะซิมุทเข้าบรรจบ (AZ6-BMP.77) ถือเป็นค่าคงตัว ค่าสังเกตแบ่งได้เป็น 2 จุด คือ

$$\text{จุดที่ 1 มี } \Delta N_{14}, \Delta N_{15}, \Delta N_{17}, \Delta N_{18}, \Delta N_{19}$$

$$\text{จุดที่ 2 มี } \Delta E_{14}, \Delta E_{15}, \Delta E_{17}, \Delta E_{18}, \Delta E_{19}$$

ค่าสังเกตแต่ละค่ามีวิธีคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \Delta N_{14} &= N_{J9}^* - N_{J6}^* \\ &= S_1 \cos \beta_1 + S_2 \cos \beta_2 + S_3 \cos \beta_3 + \dots + S_5 \cos \beta_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{14} &= E_{J9}^* - E_{J6}^* \\ &= S_1 \sin \beta_1 + S_2 \sin \beta_2 + S_3 \sin \beta_3 + \dots + S_5 \sin \beta_5 \end{aligned}$$

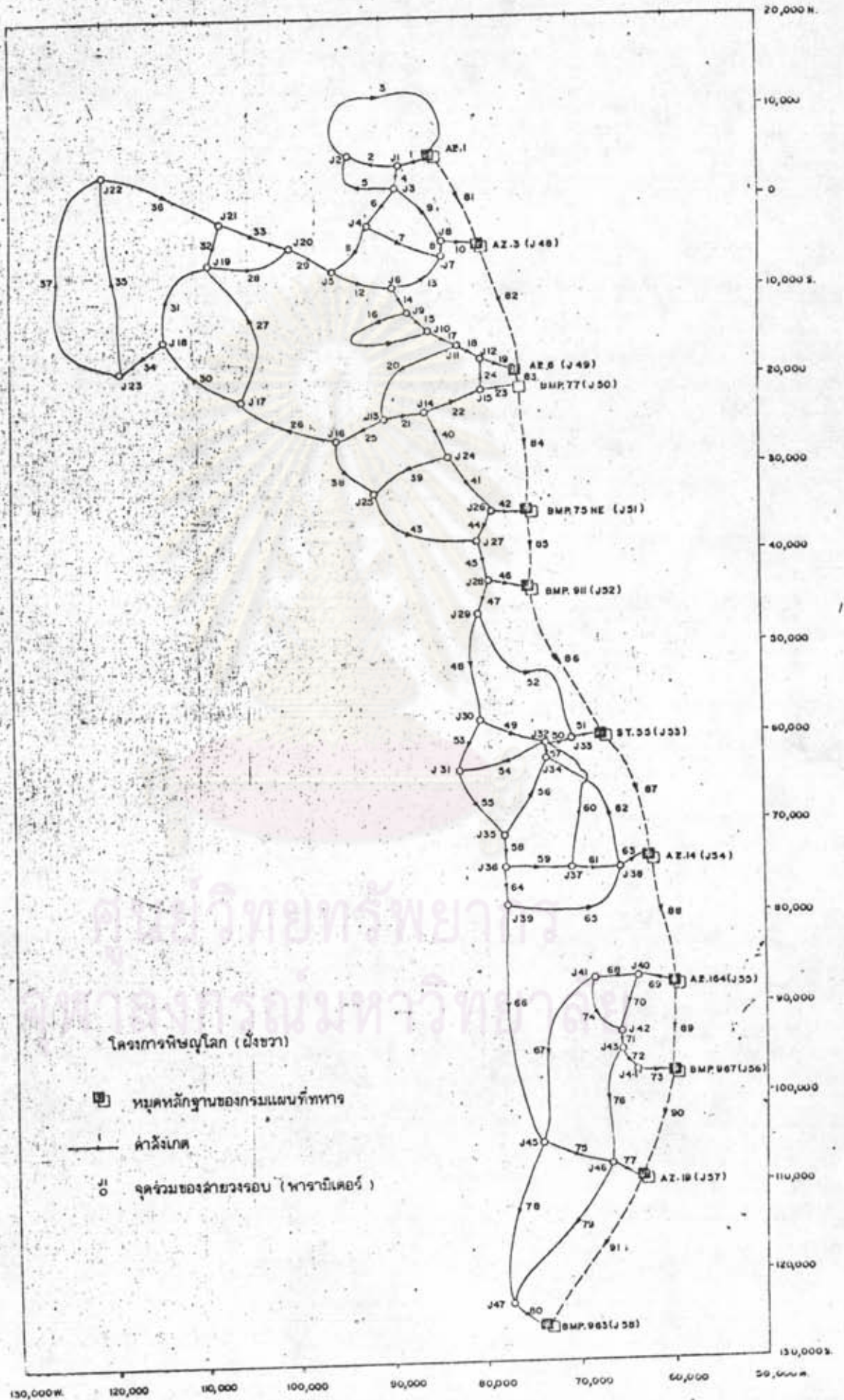
$$\begin{aligned} \Delta N_{15} &= N_{J10}^* - N_{J9}^* \\ &= S_6 \cos \beta_6 + S_7 \cos \beta_7 + S_8 \cos \beta_8 + \dots + S_{10} \cos \beta_{10} \end{aligned}$$

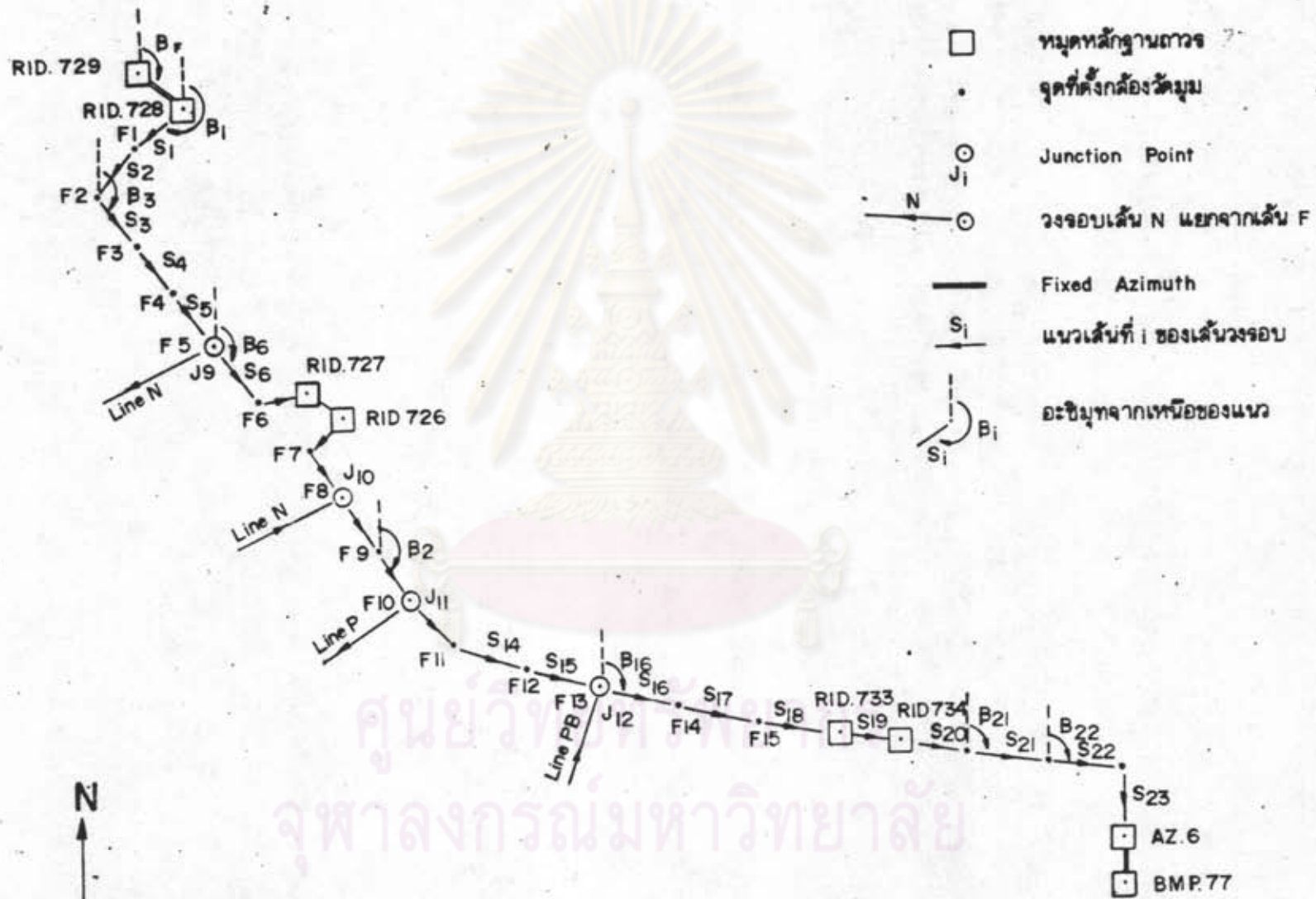
$$\Delta E_{15} = S_6 \sin \beta_6 + S_7 \sin \beta_7 + \dots + S_{10} \sin \beta_{10}$$

ค่าสังเกตอื่นในเส้นเดียวกันหรือต่างเส้นกันก็มีวิธีคำนวณหาทำนองเดียวกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

* ค่าหักัดประมาณเบื้องต้น





รูปที่ 4.6 วงรอบเส้น F และดงการคำนวณ
 ทาค่าสังเกตุที่ใช้ในการปรับแก้

4.4 การกำหนดค่าน้ำหนักของค่าสังเกต

ค่า ΔN , ΔE ที่นำมาใช้เป็นค่าสังเกตในแบบจำลอง มิได้เป็นค่าที่วัดมาโดยตรง การกำหนดค่าน้ำหนักให้แก่ค่าสังเกตแต่ละค่าต้องอาศัยกฎการแพร่ของความคลาดเคลื่อนทางมุม (Propagation of Angular Errors) และการแพร่ของความคลาดเคลื่อนทางตำแหน่ง (Propagation of Errors of Position) ในเส้นวงรอบ

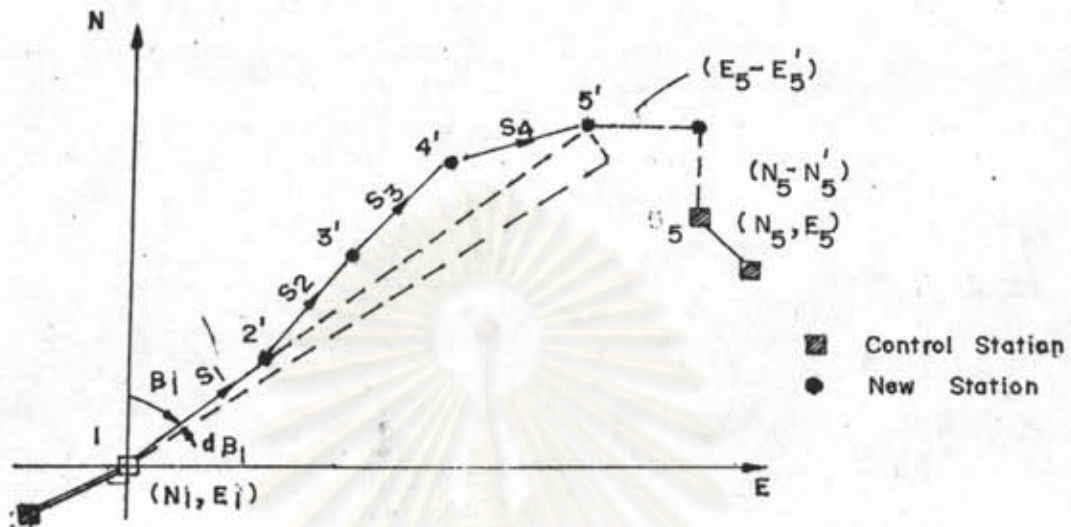
Clark (1963), Vol.1, PP.234-237 ได้สรุปว่า

- ความคลาดเคลื่อนในการวัดระยะแต่ละระยะจะเป็นอิสระไม่ขึ้นกับระยะอื่น
- ความคลาดเคลื่อนทางมุม (หรือทิศทาง) ณ สถานีหนึ่งจะมีผลกระทบต่อมุมอะซิมุทของทุกแนวเส้นที่ต่อเนื่องจากสถานีนั้น

ตามปกติในสายวงรอบหนึ่งจะถือเอาว่า จุดออกงานและจุดเข้าบรรจบจะมีค่าหักคเป็นค่าคงตัว (Fixed Position) ในกรณีของโครงข่ายวงรอบที่มีวงรอบหลายเส้นเชื่อมโยงกันทำให้เกิดจุดร่วมระหว่างวงรอบเส้นต่าง ๆ นั้น บ่อ้มจะมีความยุ่งยากในการกำหนดค่าคงตัว เพื่อให้ง่ายขึ้นจึงสมมุติว่า จุดร่วมแต่ละจุดมีค่าหักคประมาณเบื้องต้นเป็นค่าคงตัว

ในที่นี้ต้องการหาค่าน้ำหนักของค่าสังเกต ΔN , ΔE ระหว่างจุดร่วม ซึ่งไม่อาจหาได้โดยตรง จึงถือว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเข้าบรรจบในแต่ละ Section ระหว่างจุดร่วมเป็นความแปรปรวนของค่าสังเกต** วิธีพิสูจน์ปรากฏใน Clark (1963), Vol.2, Wolf (1980) และ Blachut (1979) สรุปสาระสำคัญได้ดังนี้

** Clark (1963), Vol.2, P.383



รูปที่ 4.7 ความคลาดบรรจบของเส้นวงรอบ

พิจารณาเส้นวงรอบในรูปที่ 4.7 ให้จุด 1 และจุด 5 เป็นจุดควบคุม (Control Points) มีค่าพิกัดเป็นค่าคงตัว ความคลาดเคลื่อนทางมุมของมุมอะซิมุต ณ จุด 1 จะแพร่กระจายไปตลอดเส้นวงรอบ ส่วนความคลาดเคลื่อนทางระยะจะมีผลเฉพาะแต่ละระยะเท่านั้น เมื่อ $d\beta_1$, ds_1 เป็น True Error และ (N'_5, E'_5) เป็นค่าพิกัดประมาณเบื้องต้นที่ได้จากการคำนวณจะได้

$$\begin{aligned}
 d(E_5 - E'_5) &= (N'_5 - N_1) d\beta_1 + (N'_5 - N'_2) d\beta_2 + (N'_5 - N'_3) d\beta_3 \\
 &\quad + (N'_5 - N'_4) d\beta_4 + (E'_2 - E_1) \frac{ds_1}{S_1} + (E'_3 - E'_2) \frac{ds_2}{S_2} \\
 &\quad + (E'_4 - E'_3) \frac{ds_3}{S_3} + (E'_5 - E'_4) \frac{ds_4}{S_4} \\
 d(N_5 - N'_5) &= (E'_5 - E_1) d\beta_1 + (E'_5 - E'_2) d\beta_2 + (E'_5 - E'_3) d\beta_3 \\
 &\quad + (E'_5 - E'_4) d\beta_4 + (N'_2 - N_1) \frac{ds_1}{S_1} + (N'_3 - N'_2) \frac{ds_2}{S_2} \\
 &\quad + (N'_4 - N'_3) \frac{ds_3}{S_3} + (N'_5 - N'_4) \frac{ds_4}{S_4}
 \end{aligned}$$



$$\text{เมื่อยอมให้ } d(E_5 - E'_5) = d\Delta E$$

$$d(N_5 - N'_5) = d\Delta N$$

และแทนค่า True Errors $d\beta_i$, ds_i , $d\Delta E$, $d\Delta N$ ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_{β_i} , σ_{S_i} , $\sigma_{\Delta E}$, $\sigma_{\Delta N}$ ตามลำดับ เมื่อแทนแล้วใช้กฎการแพร่จะหาค่าความแปรปรวน (Variance) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta E}^2 &= (N'_5 - N_1)^2 \sigma_{\beta_1}^2 + (N'_5 - N'_2)^2 \sigma_{\beta_2}^2 + \dots + (N'_5 - N'_4)^2 \sigma_{\beta_4}^2 \\ &\quad + (E'_2 - E_1)^2 \frac{\sigma_{S_1}^2}{S_1^2} + (E'_3 - E'_2)^2 \frac{\sigma_{S_2}^2}{S_2^2} + \dots + (E'_5 - E'_4)^2 \frac{\sigma_{S_4}^2}{S_4^2} \end{aligned} \quad (4-12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta N}^2 &= (E'_5 - E_1)^2 \sigma_{\beta_1}^2 + (E'_5 - E'_2)^2 \sigma_{\beta_2}^2 + \dots + (E'_5 - E'_4)^2 \sigma_{\beta_4}^2 \\ &\quad + (N'_2 - N_1)^2 \frac{\sigma_{S_1}^2}{S_1^2} + \dots + (N'_5 - N'_4)^2 \frac{\sigma_{S_4}^2}{S_4^2} \end{aligned} \quad (4-13)$$

นำสูตร (4-12), (4-13) ไป Simplified จะได้

$$\sigma_{\Delta E}^2 = \sum_{i=1}^{n-1} (N'_n - N_i)^2 \sigma_{\beta_i}^2 + \sum_{i=1}^{n-1} (E_{i+1} - E_i)^2 \left| \frac{\sigma_{S_i}}{S_i} \right|^2 \quad (4-14)$$

$$\sigma_{\Delta N}^2 = \sum_{i=1}^{n-1} (E_n - E_i)^2 \sigma_{\beta_i}^2 + \sum_{i=1}^{n-1} (N_{i+1} - N_i)^2 \left| \frac{\sigma_{S_i}}{S_i} \right|^2 \quad (4-15)$$

ต่อไปพิจารณาถึงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการวัดมุมและการวัดระยะที่นำมาใช้

ในการวิจัยนี้

ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการวัดมุม (σ_{β_1})

1. ความคลาดเคลื่อนของการวัดมุม เกณฑ์งานชั้นที่ 3 ในหัวข้อ 2.1.1 การวัดมุม ด้วยกล้องที่มีแบ่งค่าละเขียบนจานองศา 1" ผลต่างของค่ามุมในแต่ละศูนย์กับค่าเฉลี่ยต้องไม่เกิน 10" ในการวัดมุมมุมหนึ่งจำนวน n ศูนย์ จะคำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้จาก

$$\sigma_{\beta_1} = \sqrt{\frac{\Sigma V^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ σ_{β_1} เป็นค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย

V คือค่าเศษคงเหลือซึ่งเท่ากับผลต่างระหว่างค่าที่วัดได้กับค่าเฉลี่ย

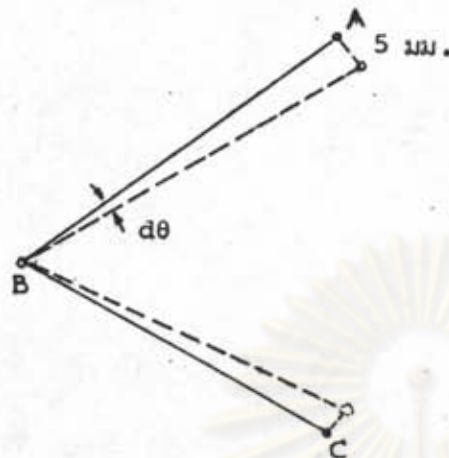
n คือจำนวนศูนย์ที่ทำกรวัด

ตารางที่ 4.1 การคำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่ามุมเฉลี่ย

ศูนย์ที่	มุมที่วัดได้	มุมเฉลี่ย	V	V^2	σ_{β_1}
1	156 18 18.0	156 18 27.0	- 9.0	81.0	$\sigma_{\beta_1} = \frac{\Sigma V^2}{n(n-1)}$ $= \frac{158}{4(3-1)}$ $= 3''.6$ $= 4''$
2	156 18 25.0		- 2.0	4.0	
3	156 18 35.0		+ 8.0	64.0	
4	156 18 30.0		+ 3.0	9.0	
			$\Sigma V=0$	$\Sigma V^2=158$	

$$\sigma_{\beta_1} = 4''$$

2. ความคลาดเคลื่อนจากการตั้งกล้อง ตั้งที่หมายเล็งไม่ตรงหัวมุมหรือจากสาเหตุอื่น ในโครงข่ายวงรอบระยะระหว่างหมุดทางรอบโดยเฉลี่ยประมาณ 500 เมตร ความคลาดเคลื่อนสูงสุดในการตั้งกล้องหรือที่หมายเล็งไม่เกิน 5 มม. ในการวัดมุม ABC ดังในรูปที่ 4.8 ระยะ $AI = BC = 500$ เมตร ตั้งที่หมายเล็งคลาดเคลื่อนจากหัวมุม 5 มม. ดังนั้น



$$\sigma_{EA} = \sigma_{BC} = d\theta$$

$$d\theta = \frac{5}{500,000} \times 206265''$$

$$= 2''.06$$

$$\sigma_{\beta_2} = \sqrt{\sigma_{EA}^2 + \sigma_{BC}^2}$$

$$= 2''.92$$

$$\approx 3''$$

รูปที่ 4.8

ผลรวมของความคลาดเคลื่อนในการวัดมุม

$$\sigma_{\beta_i} = \sqrt{\sigma_{\beta_1}^2 + \sigma_{\beta_2}^2}$$

$$= 5''$$

ในการวิจัยนี้จะไม่นำความคลาดเคลื่อนของการวัดอะซิมูทมาพิจารณา เพราะไม่ได้วัดอะซิมูทที่จุดร่วม และสมมุติว่าในการวัดมุมทุกมุมมีความละเอียดเท่า ๆ กัน

$$\sigma_{\beta_i} = 5'' = \frac{5}{206265} \text{ Radians}$$

(4-16)

ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการวัดระยะ (σ_{S_i})

ความละเอียดของระยะที่วัดได้ขึ้นอยู่กับ

1. ความละเอียดของเครื่องมือ การวัดระยะในโครงการใช้เครื่อง Geodimeter Model GA ซึ่งมีค่า Root Mean Squares (RMS)

$$\sigma_{S_1} = (5 \text{ mm.} + 5 \text{ ppm.})$$

2. ความคลาดเคลื่อนจากบุคคลผู้ปฏิบัติงาน ซึ่งเกิดจากการตั้งเครื่องมือไม่ตรงหัวมุม

$$\sigma_{S_2} = 5 \text{ mm.}$$

3. ความคลาดเคลื่อนจากสาเหตุอื่น

$$\sigma_{S_3} = 3 \text{ mm.}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการวัดระยะ จะเท่ากับ

$$\sigma_{S_i} = \sqrt{\sigma_{S_1}^2 + \sigma_{S_2}^2 + \sigma_{S_3}^2} \quad (4-1)$$

น้ำหนักของค่าสังเกตเป็นการเปรียบเทียบค่าสังเกตนั้น ๆ กับค่าอื่น ๆ ในเชิงสัมพัทธ์ ถ้ามีค่าของความแปรปรวนน้อยแสดงว่า ค่าสังเกตนั้นดีคือ มีน้ำหนักของค่าสังเกตมาก แต่ถ้าความแปรปรวนของค่าสังเกตมีมากจะทำให้ให้น้ำหนักของค่าสังเกตมีน้อย จึงสรุปได้ว่าน้ำหนักของค่าสังเกตเป็นส่วนกลับกับความแปรปรวนของค่าสังเกต

ในงานวิศวกรรมส่วนใหญ่มักจะถือว่า ค่าที่วัดได้แต่ละครั้งเป็นอิสระแก่กัน * ดังนั้นค่าสังเกต ΔN , ΔE ในที่นี้จึงไม่มีสหสัมพันธ์กัน จะได้เมทริกซ์ของความแปรปรวนของค่าสังเกต (Σ_{LL}) เป็นเมทริกซ์ทแยงมุม (Diagonal Matrix) นั่นคือ

$$\Sigma_{LL(n)} = \begin{pmatrix} \sigma_{\Delta N_1}^2 & & & & \\ & \sigma_{\Delta N_2}^2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \phi & \\ & & & & \sigma_{\Delta N_n}^2 \end{pmatrix}$$

* วิชา (2524) หน้า 1-7 ถึง 1-8



n = จำนวนค่าสังเกต (ΔN หรือ ΔE)

u = จำนวนจุดรวม

x = $n-u$ = จำนวนสมการ

	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 3
จำนวนค่าสังเกต	80	91	91
จำนวนจุดรวม	47	57	58
จำนวนสมการ	33	34	33

ตารางที่ 4.2 แสดงจำนวนค่าสังเกต, จุดรวมและจำนวนสมการ

ในการปรับแก้นี้ได้ตกลงใจที่จะแยกปรับแก้ระหว่างค่า N และ E ดังนั้นขั้นตอนในการปรับแก้ค่าทั้งสองชุดนี้จะเหมือนกันทุกอย่าง ส่วนที่ต่างกันก็คือ ค่าของแมทริกซ์น้ำหนัก P และ ข้อมูล Δ ที่ใช้ในการคำนวณ

การสร้างสมการเงื่อนไขที่เป็นอิสระให้ได้ครบ x สมการให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้น $3La + C = 0$ พิจารณาจากรูปที่ 4.5 จะได้ตัวอย่างของสมการดังนี้

$$\begin{aligned}
 F1 ; & \quad -\Delta N_1 - \Delta N_2 - \Delta N_3 - (FIXN_1 - FIXN_2) & = 0 \\
 & \quad -\Delta E_1 - \Delta E_2 - \Delta E_3 - (FIXE_1 - FIXE_2) & = 0 \\
 F2 ; & \quad \Delta N_2 - \Delta N_4 - \Delta N_5 & = 0 \\
 & \quad \Delta E_2 - \Delta E_4 - \Delta E_5 & = 0 \\
 F3 ; & \quad \Delta N_1 + \Delta N_4 - \Delta N_9 + \Delta N_{10} - (FIXN_3 - FIXN_1) & = 0 \quad (4-20) \\
 & \quad \Delta E_1 + \Delta E_4 - \Delta E_9 + \Delta E_{10} - (FIXE_3 - FIXE_1) & = 0 \\
 F4 ; & \quad \Delta N_6 + \Delta N_7 + \Delta N_8 + \Delta N_9 & = 0 \\
 & \quad \Delta E_6 + \Delta E_7 + \Delta E_8 + \Delta E_9 & = 0
 \end{aligned}$$

.....

$$F33 ; \quad - \Delta N_{77} + \Delta N_{79} + \Delta N_{80} - (FIXN_{13} - FIXN_{12}) = 0$$

$$- \Delta E_{77} + \Delta E_{79} + \Delta E_{80} - (FIXE_{13} - FIXE_{12}) = 0$$

ชุดของสมการที่ยกตัวอย่างนี้เป็นกรณีที่ 1 ถ้าเป็นกรณีที่ 2 และกรณีที่ 3 จำนวนค่าสังเกต จะเพิ่มขึ้นและค่าคงตัวจะลดลงไป จุดที่เคยเป็นตำแหน่งบังคับในกรณีที่ 1 จะเป็นจุดร่วมที่จะต้อง คำนวณหาค่าปรับแก้ ตามรูปที่ 4.5 ค่าสังเกตที่เพิ่มขึ้นในกรณีที่ 2 และกรณีที่ 3 คือแนวเส้นประ หมายเลข 81, 82, ..., 91 และตำแหน่งคงตัวจะกลายเป็นจุดร่วม (J48), (J49), ..., (J57) ในกรณีที่ 2 สำหรับกรณีที่ 3 จะมี (J58) เพิ่มขึ้นด้วย

4.5.2 การจัดแมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของค่าสังเกต (r_{pn})

จากแบบจำลองเชิงคณิต

$$F(La) = 0$$

หรือแบบจำลองในรูปสมการเชิงเส้น

$$BV + W = 0 \tag{4-21}$$

แมทริกซ์ r_{pn} = $\frac{\partial F}{\partial La}$ เมื่อแบบจำลองเป็นสมการเชิงเส้น ดังนั้นองค์ (Element) ของแมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของค่าสังเกตในแต่ละแถว (Row) จะมีเฉพาะค่า 1, - 1 และ 0 เท่านั้น

เวกเตอร์ r_{p1} = Disclosure = $F(La)$ หือได้จากการแทนค่า สังเกตในสมการ (4-20)

เมื่อแทนค่าแมทริกซ์ B, เวกเตอร์ W ลงในสมการ (4-21) ก็จะได้สมการเงื่อนไข ซึ่งสามารถนำไปสร้างสมการปกติ และคำนวณหาค่า La ได้ในที่สุดตามขั้นตอนในหัวข้อ 3.5

จากรูปที่ 4.5 และสมการ (4-20) สมมุติว่า

$$n = 10, \quad u = 6 \quad r = n - u = 4$$

และแทนค่าหา Disclosure W จะได้สมการในรูปแมทริกซ์ดังนี้ (ชุดของ ΔN หรือ ΔE แมทริกซ์ B จะเหมือนกัน

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & +1 & +1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{\Delta N_1} \\ V_{\Delta N_2} \\ V_{\Delta N_3} \\ V_{\Delta N_4} \\ V_{\Delta N_5} \\ V_{\Delta N_6} \\ V_{\Delta N_7} \\ V_{\Delta N_8} \\ V_{\Delta N_9} \\ V_{\Delta N_{10}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.050 \\ -0.280 \\ -0.516 \\ +0.727 \end{bmatrix} = 0$$

การคำนวณจะดำเนินตามขั้นตอนในข้อ 3.5 จนกระทั่งได้ค่าปรับแก้ของค่าสังเกต (La) พร้อมด้วย Cofactor Matrix ของค่าสังเกต (C_{La})

4.5.3 การคำนวณค่าพิสัยของจุดร่วม

โดยวิธีสมการเงื่อนไขการหาค่าปรับแก้ของพารามิเตอร์และ Cofactor Matrix ของพารามิเตอร์ จะต้องคำนวณอีกต่างหากโดยนำค่าที่ปรับแก้แล้วของค่าสังเกตไปใช้* โดยทฤษฎีของการแพร่

* Mikhail (1976), PP. 142-143

หลังจากที่ได้ค่าปรับแก้ \hat{L}_a และ Q_{La} แล้วเขียนสมการเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ (ค่า F หรือ E ของจุดร่วม) ความยากง่ายในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ขึ้นอยู่กับลักษณะเรขาคณิตของปัญหา สำหรับในโครงข่ายนี้ค่าพารามิเตอร์หรือค่าฟังก์ชันของจุดร่วมสามารถเขียนสมการได้ง่าย โดยใช้ตำแหน่งที่มีค่าคงตัวเป็นหลักบวกด้วยค่าปรับแก้ ตัวอย่างเช่น ในกรณีที่ 1

$$\begin{array}{l}
 \hat{x}_{a_1} \\
 \hat{x}_{a_2} \\
 \hat{x}_{a_3} \\
 \hat{x}_{a_4} \\
 \vdots \\
 \hat{x}_{a_{47}}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{l}
 = \\
 = \\
 = \\
 = \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 =
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{FIX}_{11} + \hat{L}_{a_1} \\
 \text{FIX}_{11} + \hat{L}_{a_1} + \hat{L}_{a_2} \\
 \text{FIX}_{11} + \hat{L}_{a_1} + \hat{L}_{a_4} \\
 \text{FIX}_{11} + \hat{L}_{a_1} + \hat{L}_{a_4} + \hat{L}_{a_6} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \text{FIX}_{13} - \hat{L}_{a_{80}}
 \end{array}
 \quad (4-22)$$

เมื่อ $J = \frac{\partial x^a}{\partial L_a}$ และอยู่ในรูปสมการเชิงเส้น ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์ของค่าปรับแก้ของค่าสังเกตจะเป็น 1, -1 และ 0 ในแต่ละแถว

โดยกฎของ Propagation จะได้ว่า

$$Q_{x_a u}^{\hat{x}_a} = J_{u n}^J \cdot Q_{L_a n} \cdot J_{n u}^{J'} \quad (4-23)$$

จากการคำนวณในขั้นตอนนี้ จะได้ค่าฟังก์ชันของจุดร่วมและค่า Cofactor Matrix ของจุดร่วมตามลำดับ

ในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณลำดับขั้นตอนที่สำคัญดังนี้

1. อ่านข้อมูล $\Delta N_i, \Delta E_i$ ค่าคงตัวและจำนวนมุม, ระยะ
2. อ่านค่า $P(N)_i, P(E)_i$, แมทริกซ์ B
3. คำนวณหาค่าปรับแก้ของค่าสังเกต \hat{L}_a
4. อ่านแมทริกซ์ J
5. คำนวณหาค่าปรับแก้ของฟังก์ชันของจุดร่วมและค่า Cofactor Matrix ของพาราเมเตอร์
6. พิมพ์ผลลัพธ์

4.5.4 การคำนวณ เปรียบเทียบค่าฟังก์ชันของจุดร่วม

ค่าฟังก์ชันของจุดร่วมที่คำนวณได้จากข้อ 4.5.3 ทั้ง 3 กรณี จะนำไปคำนวณหาค่าผลต่าง เปรียบเทียบกับค่าฟังก์ชันเดิมที่คำนวณโดยวิธีกฎเข็มทิศ ทั้งในระบบพิกัดฉากธรรมดาและระบบทรานสเวอร์สเมอริเคเตอร์ การเปรียบเทียบก็เพื่อให้เห็นขนาดความต่างระหว่างกรณีต่าง ๆ

ระบบพิกัดฉากระนาบราบธรรมดา

ให้ NcO_i, EcO_i เป็นค่าฟังก์ชันของจุดร่วมที่คำนวณโดยวิธีกฎเข็มทิศ

$Nc1_i, Ec1_i$ เป็นค่าฟังก์ชันของจุดร่วมในกรณีที่ 1

$Nc2_i, Ec2_i$ เป็นค่าฟังก์ชันของจุดร่วมในกรณีที่ 2

$Nc3_i, Ec3_i$ เป็นค่าฟังก์ชันของจุดร่วมในกรณีที่ 3

$$d Nc (1-0)_i = Nc1_i - NcO_i$$

$$d Ec (1-0)_i = Ec1_i - EcO_i$$

$$d Nc (2-1)_i = Nc2_i - Nc1_i$$

$$d Ec (2-1)_i = Ec2_i - Ec1_i$$

$$d Nc (3-1)_i = Nc3_i - Nc1_i$$

$$d Ec (3-1)_i = Ec3_i - Ec1_i$$

ระบบทรานสเวอร์สเมอร์เคเตอร์

ให้ Nt_{0_i}, Et_{0_i} เป็นค่าพิภคของจุดร่วมที่คำนวณโดยวิธีกฎเข็มทิศ

Nt_{1_i}, Et_{1_i} เป็นค่าพิภคของจุดร่วมในกรณีที่ 1

Nt_{2_i}, Et_{2_i} เป็นค่าพิภคของจุดร่วมในกรณีที่ 2

Nt_{3_i}, Et_{3_i} เป็นค่าพิภคของจุดร่วมในกรณีที่ 3

$$d Nt (1-0)_i = Nt_{1_i} - Nt_{0_i}$$

$$d Et (1-0)_i = Et_{1_i} - Et_{0_i}$$

$$d Nt (2-1)_i = Nt_{2_i} - Nt_{1_i}$$

$$d Et (2-1)_i = Et_{2_i} - Et_{1_i}$$

$$d Nt (3-1)_i = Nt_{3_i} - Nt_{1_i}$$

$$d Et (3-1)_i = Et_{3_i} - Et_{1_i}$$

ผลความต่างในกรณีต่าง ๆ ทั้ง 2 ระบบ แสดงด้วยสารพล็อต ดังรูปที่ 4.1-4.8

ในภาคผนวก จ.

การคำนวณที่กล่าวมาแล้วเขียนเป็น Diagram ตามลำดับขั้นตอนได้ ดังในรูปที่ 4.8

4.6 การคำนวณค่าพิภคของหมุดหลักฐาน

ค่าของหมุดหลักฐานจะคำนวณเฉพาะในระบบทรานสเวอร์สเมอร์เคเตอร์ ด้วยวิธีกฎเข็มทิศโดยใช้จุดร่วมที่ได้จากการคำนวณปรับแก้ในกรณีที่ 1 เป็นค่าบังคับ (Constraint) ส่วนมุมไข่มุมอะซิมุมที่แก้แล้วของแนวเริ่มต้นและแนวสุดท้ายเป็นตัวบังคับทิศทาง

การที่คำนวณเฉพาะในระบบทรานสเวอร์สเมอร์เคเตอร์ เพราะข้อมูลได้จากการทอนค่าตามหลักทฤษฎี ค่าที่ได้จากการปรับแก้ควรจะมีค่าน่าเชื่อถือมากกว่า เมื่อได้ค่าพิภคแล้วก็สามารถแปลงเป็นค่าพิภคภูมิศาสตร์ และถ้าต้องการแปลงเป็นพิภคอื่น อาทิเช่น พิกัด UTM ก็สามารถทำได้เมื่อรู้ความสัมพันธ์ที่แน่นอนและแปลงกลับไปกลับมาได้



ในภาคผนวก ข. ได้กล่าวถึงการแปลงพิกัดและรายละเอียดในการคำนวณ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.9 ลำดับขั้นตอนการคำนวณและการวิเคราะห์

