บทที่ 3

วิธีการวิเคราะห์ไม่เชิงเส้น

3.1 ความนำ

งานวิจัยนี้ เริ่มต้นจากการสร้างสติฟเนสของชิ้นส่วนที่เกิดการเคลื่อนที่แล้ว โดยจะคำนึงถึงผลของการเปลี่ยนรูปร่างต่อสติฟเนส แล้วนำมาวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธี Direct Stiffness พร้อมทั้งใช้วิธีเชิงตัวเลข Numerical Method เพื่อหาค่าน้ำหนักบรรทุกประลัยของโครงสร้าง แล้วนำหลักการดังกล่าวมาเขียนแผนภูมิ จากนั้นจึงทำการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อสนับสนุนการวิจัย โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้พัฒนาขึ้นมานี้สามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างสามมิติโดยคำนึงถึงผลของความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตและความไม่เชิงเส้นทางวัสดุได้

3.2 การวิเคราะห์ไม่เชิงเส้น

เป็นการวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อหาการเคลื่อนที่และหน่วยแรงภายในชิ้นส่วนที่แน่นอนเมื่อมีน้ำหนักบรรทุกมากระทำ โดยจะใช้วิธีการกระทำแรงลงไปเพื่อวิเคราะห์หาค่าการเคลื่อนที่และแรงภายใน แล้วเอาผลดังกล่าวมาหาค่าสติฟเนสของโครงสร้าง ณ จุดที่โครงสร้างเกิดการเคลื่อนที่ไปแล้วซึ่งตามปกติจะมีแรงคงค้างเหลืออยู่ และจะทำการลองผิดลองถูก (trial & error) ไปจนกระทั่งถึงสมดุลย์แต่อาจจะเกิดความผิดพลาดได้บ้าง โดยที่ค่ายูคลีเดียนนอร์มจะต้องไม่เกิน 1% สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\frac{\sum \Delta F_i^2}{\sum F_i^2} \leq 10^{-3}$$

โดยที่

$\sum \Delta F_i^2$ = ผลรวมกำลังสองของแรงคงค้างที่จุดต่อ

$\sum F_i^2$ = ผลรวมกำลังสองของแรงกระทำที่จุดต่อ

สมการพื้นฐานในการวิเคราะห์โครงสร้าง

$$[K]\{D\} = \{F\} \tag{3.1}$$

โดยที่

[K] = สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้าง

{D} = เวคเตอร์ของการเคลื่อนที่ของโครงสร้าง

{F} = เวคเตอร์ของแรงที่กระทำต่อโครงสร้าง

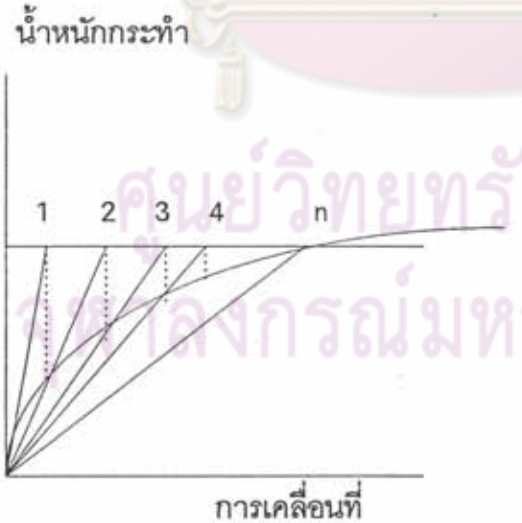
สำหรับการพิจารณาการวิเคราะห์ไม่เชิงเส้นจะพิจารณาค่าสติฟเนสที่เปลี่ยนไป จึงทำให้สมการที่ 3.1 ไม่สมดุลย์ เนื่องจากว่ามีแรงกระทำเป็นค่าคงที่ ค่าที่จะต้องเปลี่ยนไปคือค่าการเคลื่อนที่ ส่วนวิธีการหาค่าการเคลื่อนที่นั้นจะมี 2 วิธีใหญ่ ๆ คือ

1 วิธีทำซ้ำโดยตรง (Direct Increment Method)

2 วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method)

1 วิธีทำซ้ำโดยตรง (Direct Increment Method)

วิธีทำซ้ำโดยตรงเป็นวิธีที่ใช้สติฟเนสเส้นคอร์ด (Secant Stiffness) เป็นหลัก ในการหาค่าการเคลื่อนที่ทีละขั้นตอน จนเกิดความสมดุลย์ของแรงที่กระทำกับแรงภายใน ดังรูป 3.1



รูปที่ 3.1 วิธีทำซ้ำโดยตรง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากรูปที่ 3.1 เริ่มต้นจะวิเคราะห์หาค่าการเคลื่อนที่ตามสติฟเนสเส้นคอร์ดที่ 1 จะได้การเคลื่อนที่ที่จุดนั้นเพื่อนำไปหาสติฟเนสเส้นคอร์ดที่ 2 จะกระทำวนไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งเส้นประที่ลากลงมาหรือแรงคงค้างมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับน้ำหนักกระทำ สามารถเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\left[K_s\right]_i \{D\}_{i+1} = \{F\} \tag{3.2}$$

โดยที่

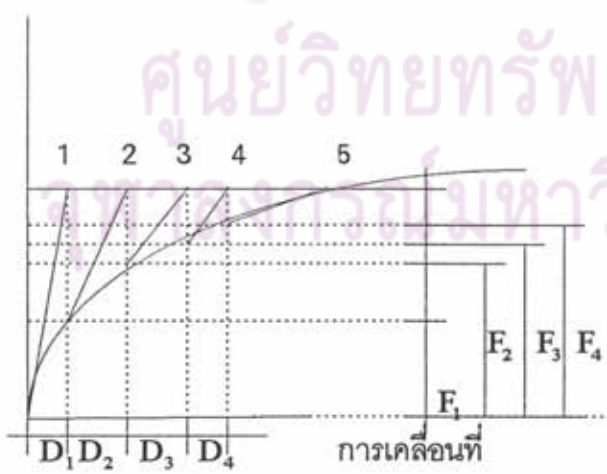
$\left[K_s\right]_i$ เป็นค่าสติฟเนสเส้นคอร์ดรอบที่ i

$\{D\}_{i+1}$ เป็นค่าการเคลื่อนที่รอบที่ i+1

$\{F\}$ เป็นเวคเตอร์ของแรงที่กระทำต่อโครงสร้าง

2 วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method)

เป็นวิธีทำซ้ำที่อาศัยสติฟเนสสัมผัส (Tangent Stiffness) เป็นหลัก แรงที่กระทำแต่ละขั้นตอนจะเปลี่ยนเป็นแรงคงค้าง ผลรวมของการเคลื่อนทั้งหมดในแต่ละขั้นตอนจะเป็นคำตอบ วิธีนี้จะต้องนำสมการที่13 มาใช้ในการวิเคราะห์เนื่องจาก $[B]^T \neq 0$



รูปที่ 3.2 การวิเคราะห์นิวตัน-ราฟสัน

จากรูปที่ 3.2 เริ่มต้นวิเคราะห์จากสติฟเนสสัมผัส (Tangent Stiffness) ที่จุดเริ่มต้น จะหาค่าการเคลื่อนที่ D_1 และหน่วยแรงคงค้าง $\{F\}-\{F_1\}$ นำไปคิดหาการเคลื่อนที่ $\{D_2\}$ โดยการหา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค่าสติฟเนสสัมผัส (Tangent Stiffness) ที่จุด 1 โปรเจคลงมาที่เส้นกราฟและนำหน่วยแรงคงค้าง $\{F\}-\{F_1\}$ มากระทำจะได้การเคลื่อนที่ $\{D_2\}$ แล้วทำซ้ำไปเรื่อยๆจนกระทั่งค่าหน่วยแรงคงค้างเข้าใกล้ศูนย์ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$[K_t]_i\{dD\}_{i+1} = \{dF\}_i \qquad (3.3)$$

โดยที่

$[K_t]_i$ เป็นค่าสติฟเนสเส้นสัมผัส (Tangent Stiffness) รอบที่ i

$\{D\}_{i+1}$ เป็นเวคเตอร์การเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่รอบที่ i+1

$\{dF\}_i$ เป็นเวคเตอร์ของการเปลี่ยนแปลงของแรงที่กระทำต่อโครงสร้างรอบที่ i+1

ในงานวิจัยฉบับนี้จะใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method) วิเคราะห์

3.3 ขั้นตอนของโปรแกรม

โดยทั่วไปโปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้างจะมีองค์ประกอบสำคัญ 3 ส่วนใหญ่ๆ

1 ส่วนการจัดเก็บข้อมูล

2 ส่วนวิเคราะห์หรือประมวลผล

3 ส่วนการแสดงผล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายละเอียดของตัวโปรแกรมในงานวิจัยนี้ ได้แก่

1 ส่วนการจัดเก็บข้อมูล

1.1 เก็บข้อมูลโคออร์ดิเนตของจุดต่อพร้อมทั้งเงื่อนไขการยึดรั้ง

1.2 เก็บข้อมูลเกี่ยวกับคุณสมบัติของแต่ละชิ้นส่วนและเงื่อนไขการหมุนที่ปลายชิ้นส่วน

1.3 เก็บข้อมูลเกี่ยวกับน้ำหนักกระทำ

2 ส่วนวิเคราะห์หรือประมวลผล

2.1 ส่วนวิเคราะห์เชิงเส้นธรรมดา

2.2 ส่วนวิเคราะห์ไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต

2.3 ส่วนวิเคราะห์ไม่เชิงเส้นทางวัสดุ

2.4 ส่วนวิเคราะห์ไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตและทางวัสดุ

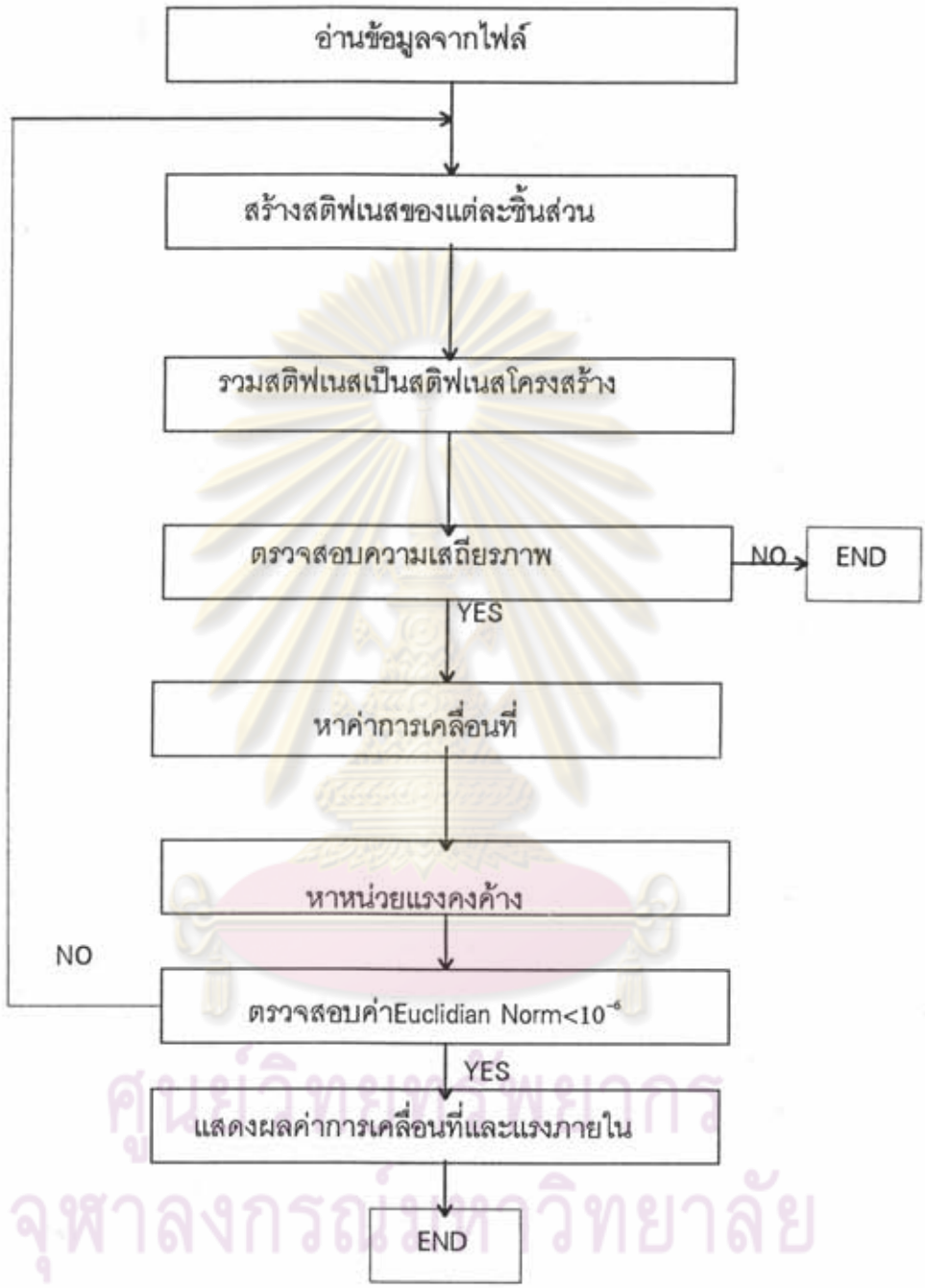
3 ส่วนการแสดงผล

3.1 แสดงผลแรงภายในชิ้นส่วน

3.2 แสดงผลการเคลื่อนที่ของข้อต่อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

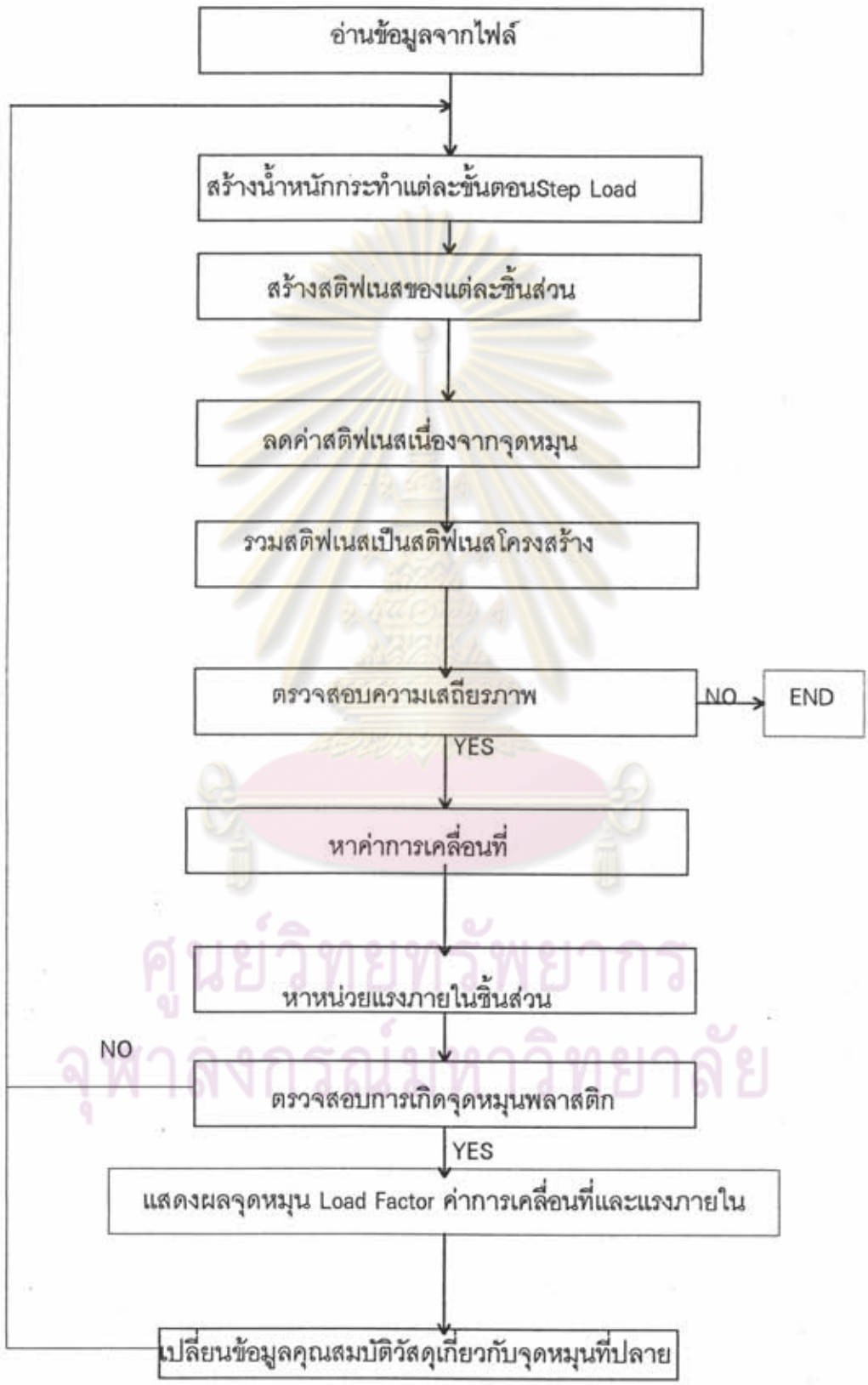
แผนภูมิขั้นตอนการประมวลผลของความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตโดยสังเขป



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 3.3 แผนภูมิขั้นตอนการประมวลผลของความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต

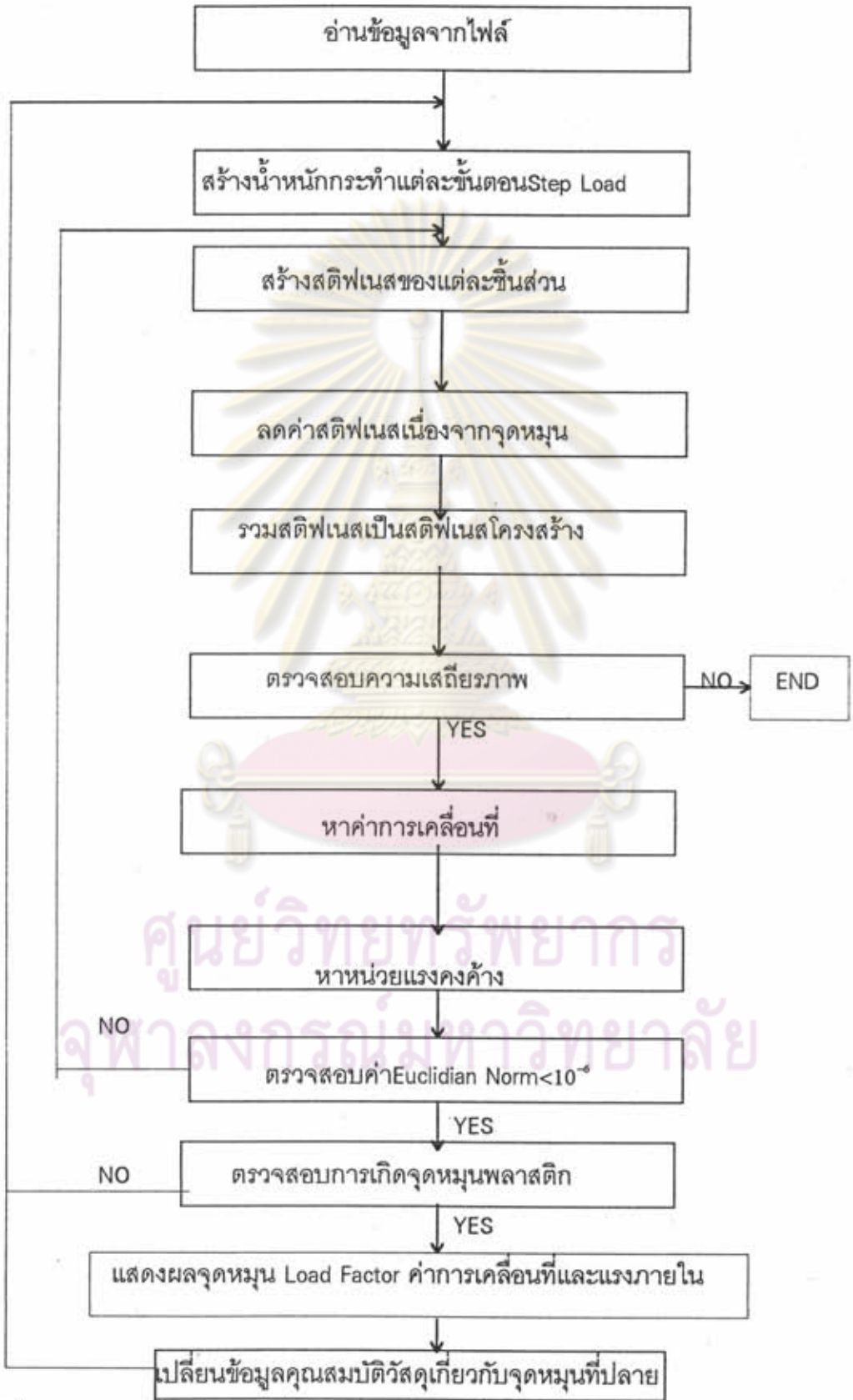
แผนภูมิขั้นตอนการประมวลผลของความไม่เชิงเส้นทางวัสดุโดยสังเขป



รูปที่ 3.4 แผนภูมิขั้นตอนการประมวลผลของความไม่เชิงเส้นทางวัสดุ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนภูมิขั้นตอนการประมวลผลของความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตและทางวัสดุโดยสังเขป



รูปที่ 3.5 แผนภูมิขั้นตอนการประมวลผลของความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตและทางวัสดุ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย