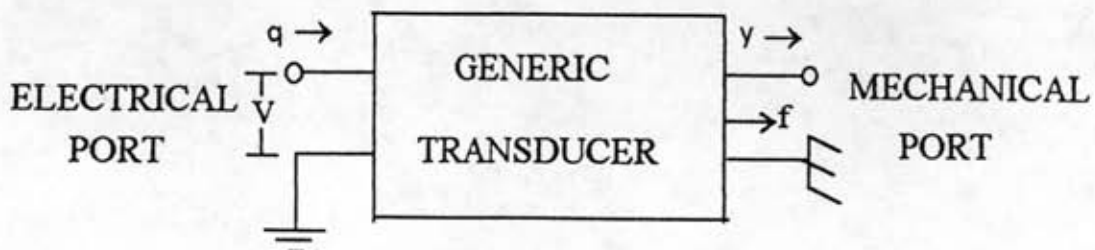


บทที่ 4

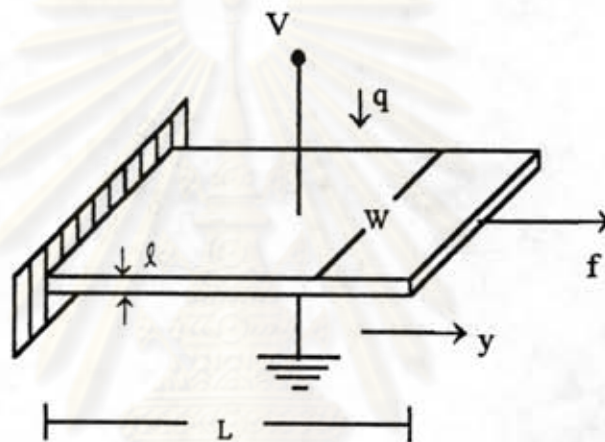
แบบจำลองของเพียสโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์

นับตั้งแต่มีการค้นพบว่า PVDF ที่ผ่านกระบวนการทางกายภาพที่เหมาะสมแล้วนั้น จะแสดงสภาพเพียสโซอิเล็กทริก ก็ได้มีการนำ PVDF ไปใช้เป็นทรานสดิวเซอร์กันมาก ดังนั้น ในบทนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองของ PVDF ในการใช้เป็นตัวทรานสดิวเซอร์ แต่ก่อนอื่นจะมา พิจารณาทรานสดิวเซอร์แบบหนึ่งกันก่อนคือ generic transducer ซึ่งมีด้านหนึ่งเป็นพอร์ตทาง ไฟฟ้า (electrical port) และอีกด้านหนึ่งเป็นพอร์ตทางกล (mechanical port) ดังแสดงใน รูป (4.1) และสามารถจะกระทำหรือกระตุ้นทางพอร์ตด้านหนึ่งด้านใดก็ได้ โดยพอร์ตที่เหลือ จะต่อกับโหลด (load) ถ้าพิจารณาในรูปแบบของโครงแบบมอเตอร์ (motor configuration) เมื่อนำแหล่งกำเนิดทางไฟฟ้าต่อเข้ากับพอร์ตทางด้านซ้ายมือ (รูป 4.1) จะทำให้พอร์ตทางขวา มือมีกำลังที่จะไปขับโหลดทางกลได้ ในทางกลับกัน ถ้าพิจารณาในรูปแบบของโครงแบบ เจเนอเรเตอร์ (generator configuration) เมื่อต่อแหล่งกำเนิดทางกลเข้าทางพอร์ตด้านขวา มือก็จะส่งผลให้ทรานสดิวเซอร์นี้ สามารถขับเคลื่อนโหลดทางไฟฟ้าทางด้านซ้ายมือได้เช่นกัน จากที่กล่าวมาทั้งหมดนั้นจะพบว่าสารเพียสโซอิเล็กทริก สามารถนำมาทำเป็นทรานสดิวเซอร์ ได้ ซึ่งในการทดลองที่จะกล่าวถึงในบทต่อไป นี้ ก็ใช้หลักการเดียวกันกับโครงแบบเจเนอเรเตอร์ กล่าวคือจะให้แรงกระทำกับแผ่นฟิล์ม PVDF แล้ววัดค่าความต่างศักย์ที่แผ่น PVDF ให้ออกมา สำหรับแบบจำลองของ PVDF จะกล่าวถึงโดยละเอียดในหัวข้อต่อไป



รูป 4.1 แสดง generic transducer

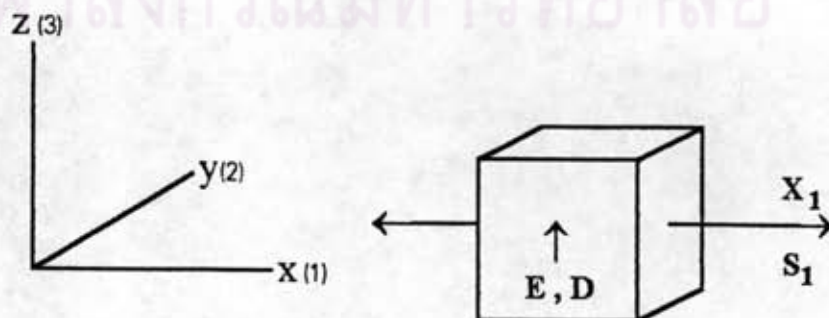
ในบทนี้จะพิจารณาแบบจำลองของแผ่นฟิล์ม PVDF ที่ใช้เกี่ยวข้องกับทดลอง ในบทต่อไป กล่าวคือจะพิจารณาเฉพาะในกรณีที่กระตุ้นแผ่นฟิล์ม PVDF ในโหมดตามขวาง (transducer mode) นั่นคือ เมื่อให้แรงดึง f กระทำกับแผ่นฟิล์ม PVDF ในแนวเดียวกันกับแนวการยืดตัวของฟิล์ม จะทำให้แผ่นฟิล์ม PVDF ยืดออกเป็นระยะ y และมีความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างผิวบนและผิวล่างของ PVDF ทรานสดิวเซอร์เกิดขึ้นมีค่าเท่ากับ V และมีประจุ q ที่ผิวทั้งสองดังรูป (4.2)



รูป 4.2 แสดง PVDF ทรานสดิวเซอร์ในโหมดตามขวาง

4.1 สมการทรานสดิวเซอร์สำหรับสารอนุพันธ์

(transducer equation for differential element)



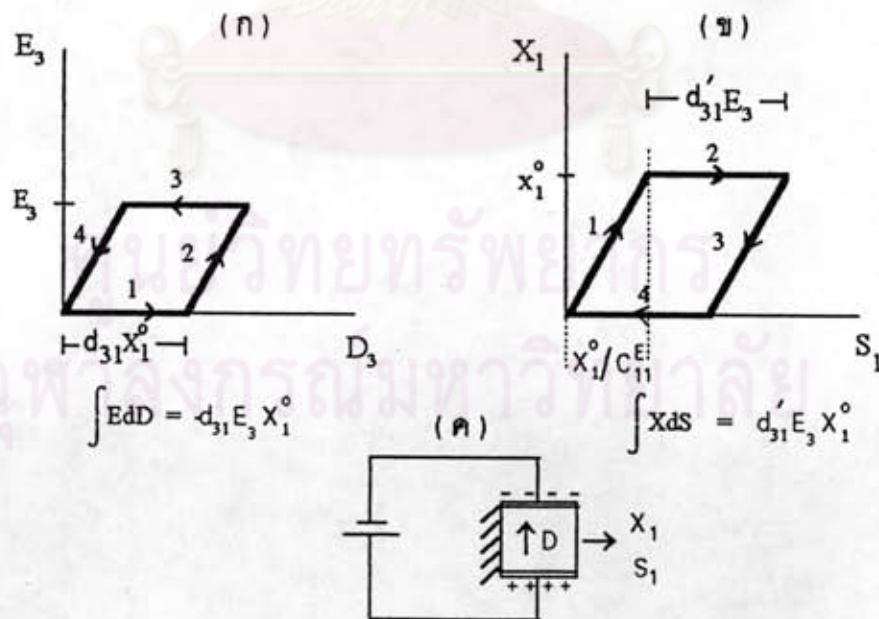
รูป 4.3 แสดงลูกบาศก์ของสารซึ่งมีแรงและสนามไฟฟ้ามากระทำ

ในแบบจำลองนี้จะพิจารณาเมื่อสารในลักษณะเป็นก้อนลูกบาศก์ ซึ่งมีความดัน X_1 กระทำในแนว x (แนว 1) และมีความเครียด S_1 เกิดขึ้นในแนวเดียวกัน (ในกรณีของแผ่นฟิล์ม PVDF ที่ถูกยึดแล้ว แนว x (แนว 1) คือแนวเดียวกันกับแนวการยึดตัวของแผ่นฟิล์ม) ซึ่งจะมีสนามไฟฟ้า E และการขจัดทางไฟฟ้า D เกิดขึ้นในแนว z หรือแนว 3 (รูป 4.3) สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าต่าง ๆ ได้ดังนี้

$$D_3 = \epsilon_{33}^X E_3 + d_{31} X_1 \quad (4.1)$$

$$S_1 = d'_{31} E_3 + X_1 / C_{11}^E \quad (4.2)$$

จะเห็นว่าสมการที่ (4.1) และ (4.2) ก็เคยปรากฏมาแล้วในบทที่ 2 แต่ไม่ได้มีการพิสูจน์ว่าค่า d_{31} ในสมการที่ (4.1) เท่ากับค่า d'_{31} ในสมการที่ (4.2) ในที่นี้จะทำการพิสูจน์ว่าค่า d_{31} จะเท่ากับค่า d'_{31} โดยจะพิจารณาจากระนาบ $D_3 - E_3$ ($D_3 - E_3$ plane) และระนาบ $X_1 - S_1$ ($X_1 - S_1$ plane) ในรูป (4.4)



รูป 4.4 (ก) แสดงพลังงานที่เซลล์ไฟฟ้าได้รับ $= - \int EdD = d_{31} X_1^\circ E_3$

(ข) แสดงงานของแรงภายนอกที่กระทำต่อแผ่นฟิล์ม $= d'_{31} X_1^\circ E_3$

(ค) แสดงเซลล์ไฟฟ้าที่ต่อกับแผ่นฟิล์มที่ถูกตรึงและมีแรงมากกระทำ

ในขั้นที่ 1 เมื่อมีความเค้น X_1^0 (สนามไฟฟ้า $E_3 = 0$) กระทำอย่างเดียว จะได้ว่าค่าการขจัดทางไฟฟ้า D_3 จะเท่ากับ $d_{31}X_1^0$ และค่าความเครียด S_1 จะเท่ากับ X_1^0/C_{11}^E ต่อมาขั้นที่ 2 ให้ความเค้น X_1^0 คงที่ แต่ค่อย ๆ เพิ่มสนามไฟฟ้า E_3 ขึ้น ค่าความเครียดจะเพิ่มขึ้น $d'_{31}E_3$ ในขณะที่ค่าการขจัดทางไฟฟ้า D_3 จะเพิ่มขึ้น $\epsilon_{33}^X E_3$ ขั้นที่ 3 ลดความเค้นลงเป็นศูนย์ ให้เหลือไว้แต่สนามไฟฟ้า E_3 เท่านั้น การเปลี่ยนแปลงของค่าความเครียด S_1 จะเป็น $-X_1^0/C_{11}^E$ ในขณะที่ค่าการขจัดทางไฟฟ้า D_3 จะลดลง $-d_{31}X_1^0$ ในขั้นที่ 4 ลดสนามไฟฟ้าลงเป็นศูนย์

จากรูป (4.4) จะได้ว่าทั้งค่า D_3 และ S_1 จะกลับมาที่จุดเริ่มต้น ซึ่งจะคำนวณหาค่าพลังงานทางไฟฟ้าอินพุต (electrical energy input) สำหรับเส้นทางปิดได้เท่ากับ $-d_{31}E_3X_1^0$ และค่าพลังงานทางกลอินพุต (mechanical energy input) ได้เท่ากับ $d'_{31}E_3X_1^0$ แต่ในระบบอนุรักษ์ (conservative system) จะได้ว่าผลรวมของพลังงานทั้งหมดจะเท่ากับศูนย์ นั่นคือจะได้ว่า

$$-d_{31}E_3X_1^0 + d'_{31}E_3X_1^0 = 0$$

$$d'_{31} = d_{31} \quad (4.3)$$

นั่นคือค่า d_{31} ในสมการที่ (4.1) จะต้องเท่ากับค่า d'_{31} ในสมการ (4.2)

ในสมการที่ (4.1) และ (4.2) E_3 และ X_1 จะเป็นตัวแปรอิสระในขณะที่ D_3 และ S_1 จะเป็นตัวแปรตาม สำหรับแบบจำลองบางแบบ จะเป็นการสะดวกกว่าถ้าจะพิจารณา E_3 และ S_1 เป็นตัวแปรอิสระ และให้ D_3 และ X_1 เป็นตัวแปรตาม ซึ่งจะทำให้โดยแทน X_1 ในสมการ (4.2) ลงในสมการ (4.1) ซึ่งจะได้สมการใหม่ดังนี้

$$D_3 = \epsilon_{33}^X (1 - d_{31}^2 C_{11}^E / \epsilon_{33}^X) E_3 + d_{31} C_{11}^E S_1 \quad (4.4)$$

$$X_1 = -d_{31} C_{11}^E E_3 + C_{11}^E S_1 \quad (4.5)$$

โดยที่เทอม $d_{31}^2 C_{11}^E / \epsilon_{33}^X$ มักจะแทนค่าด้วย k_{31}^2 ซึ่งค่า k_{31}^2 นี้ คือค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบไฟฟ้าเชิงกล (electromechanical coupling coefficient) และค่าสัมประสิทธิ์ของ E_3 ในสมการ (4.4) คือค่าสภาพยอมของ PVDF ที่ความเครียดคงที่ (ถูกตรึง) และแทนด้วย ϵ_{33}^S จะเห็นว่าค่าสภาพยอมของสารเพียโซอิเล็กทริกที่ถูกตรึง (clamped piezoelectric) จะมีค่าน้อยกว่าค่าสภาพยอมของสารเพียโซอิเล็กทริกอิสระ (free piezoelectric) ซึ่งสามารถเปรียบเทียบได้จากสมการที่ (4.1) และ (4.4)

$$\epsilon_{33}^S / \epsilon_{33}^X = 1 - k_{31}^2 \quad (4.6)$$

ซึ่งสามารถวัดได้โดยใช้ค่าความจุทางไฟฟ้า (capacitance , C) แทนได้ เนื่องจากค่าความจุทางไฟฟ้าจะเป็นสัดส่วนกับค่าสภาพยอมของสาร ซึ่งอัตราส่วนของค่าความจุทางไฟฟ้าทั้งสองจะแสดงดังสมการ

$$C_{\text{clamped}} / C_{\text{free}} = 1 - k_{31}^2 \quad (4.7)$$

ค่าคงตัวความแข็งตึง C_{11}^E จะบอกถึงความแข็งตึงที่สนามไฟฟ้า E_3 คงที่ ซึ่งตัวอย่างก็คือ ค่าความแข็งตึงที่วัดได้เมื่อลัดวงจรระหว่างผิวบนและผิวล่างของสารเพียโซอิเล็กทริก C_{11}^E (short circuit) ในทำนองเดียวกันก็วัดค่าความแข็งตึงเมื่อเปิดวงจร (open circuit) C_{11}^D ได้ ซึ่งจะสามารถหาอัตราส่วน C_{11}^E / C_{11}^D ได้ โดยพิจารณาจากสมการ (4.1)

$$\Delta D_3 = \epsilon_{33}^X E_3 + d_{31} X_1 \quad (4.1)$$

เขียนใหม่ได้เป็น

$$E_3 = (\Delta D_3 - d_{31} X_1) / \epsilon_{33}^X \quad (4.8)$$

นำไปแทนในสมการ (4.2)

$$S_1 = d_{31}(\Delta D_3 - d_{31}X_1)/\epsilon_{33}^X + X_1/C_{11}^E \quad (4.9)$$

เมื่อ $\Delta D = 0$ (open circuit) จะได้

$$\begin{aligned} S_1 &= X_1(1/C_{11}^E - d_{31}^2/\epsilon_{33}^X) \\ &= X_1(1 - d_{31}^2 C_{11}^E/\epsilon_{33}^X)/C_{11}^E \\ &= X_1(1 - k_{31}^2)/C_{11}^E \end{aligned}$$

$$X_1/S_1 = C_{11}^E/(1 - k_{31}^2) = C_{11}^D$$

นั่นคือ

$$C_{11}^E/C_{11}^D = 1 - k_{31}^2 \quad (4.10)$$

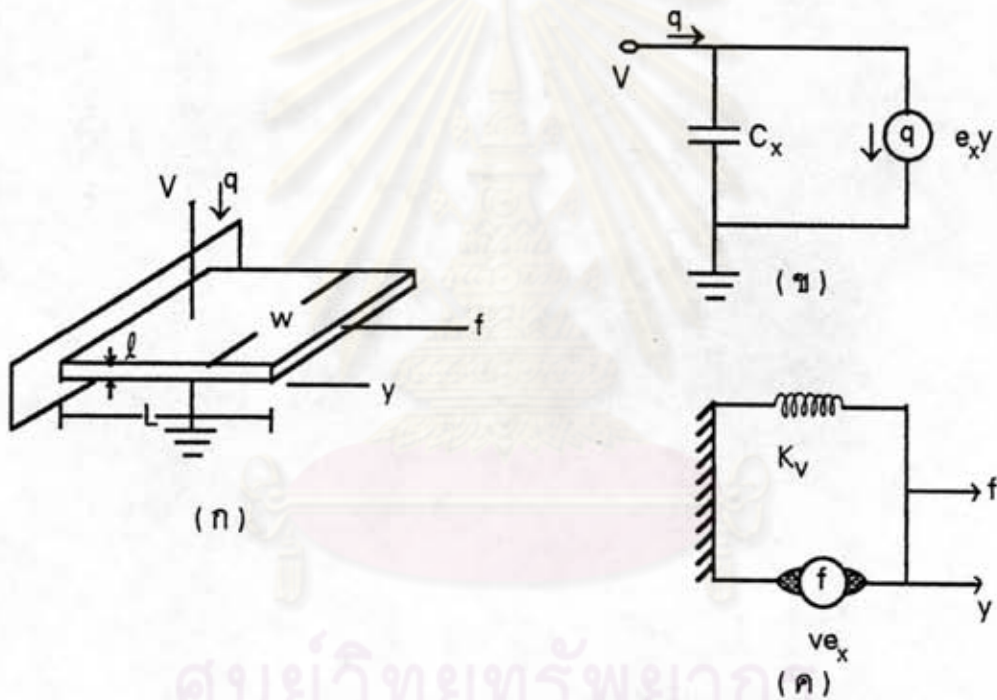
จากสมการที่ได้ จะสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบทางไฟฟ้าจากอัตราส่วนของค่าคงตัวความแข็งตึง C_{11}^E และ C_{11}^D ได้ สำหรับรายละเอียดของค่าสัมประสิทธิ์คู่ควบทางไฟฟ้า จะได้กล่าวถึงในภายหลัง

4.2 แบบจำลองไฟฟ้าเชิงกลสำหรับแผ่นฟิล์มทรานสดิวเซอร์ที่มีความถี่ต่ำ

ในแบบจำลองนี้จะพิจารณาแผ่นฟิล์มทรานสดิวเซอร์ที่มีความถี่ต่ำ โดยคิดว่าค่าความเค้น, ความเครียด, การขจัดทางไฟฟ้า และสนามไฟฟ้าจะสม่ำเสมอทั่วทั้งแผ่น สำหรับรูปแบบของแบบจำลองจะได้กล่าวถึงต่อไป

4.2.1 สมภาพของการถ่ายโอนพารามิเตอร์ในมอเตอร์และเจนเนอเรเตอร์โหมด
 (Equality of transfer paramiter in the motor and generator mode)

ในหัวข้อที่แล้วได้กล่าวถึง สารอนุพันธ์ซึ่งแสดงด้วยลูกบาศก์หน่วยที่มีความดันและความเครียด (เป็นตัวแปรเหมือนกันกับค่าการขจัดทางไฟฟ้าและสนามไฟฟ้า) กระทำผ่านเนื้อสารอย่างสม่ำเสมอ สำหรับแผ่นฟิล์มซึ่งแสดงในรูป (4.2) ที่ความถี่ต่ำ สามารถคิดในเชิงอุดมคติได้ว่า ค่าความดัน , ความเครียด , การขจัดทางไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าจะสม่ำเสมอและสารเพียโซอิเล็กทริกซึ่งถูกตรึงที่ขอบด้านหนึ่ง โดยผิวด้านล่างจะต่อลงกราวด์ ($V = 0$) สามารถแทนได้ด้วยวงจรทางไฟฟ้าเชิงกล (eletromechanical circuit) ได้ดังรูปที่ (4.5)



รูป 4.5 (ก) แผ่นฟิล์มเพียโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์
 (ข) แบบจำลองคู่ควบทางไฟฟ้า
 (ค) แบบจำลองคู่ควบทางกล

สมการของประจุ q และความดัน f ในเทอมของความต่างศักย์ไฟฟ้าและแรงสำหรับแผ่นฟิล์ม แสดงดังนี้

$$q = C_x v + e_{xy} f \tag{4.11}$$

$$f = -e_x v + K_v y \quad (4.12)$$

ซึ่งสามารถเปรียบเทียบได้กับสมการ

$$\Delta D_3 = \epsilon_{33}^x E_3 + e_{31} S_1 \quad (4.13)$$

$$X_1 = -e_{31} E_3 + C_{11}^E S_1 \quad (4.14)$$

อาจแสดงได้ว่า ปริมาณ C_x , K_v และ e_x ในสมการ (4.11) และ (4.12) อาจเขียนในเทอมของขนาดและค่าคงตัวของสารได้ดังนี้

$$C_x = L W \epsilon_{33}^x / l \quad (\text{มีหน่วยเป็น F}) \quad (4.15)$$

$$K_v = C_{11}^E W l / L \quad (\text{มีหน่วยเป็น N/m}) \quad (4.16)$$

$$e_x = e_{31} L W / L \quad \text{or} \quad e_{31} W l / l \quad (\text{มีหน่วยเป็น NV}) \quad (4.17)$$

โดยในตารางที่ (4.1) จะแสดงค่าคงตัวต่าง ๆ ของสาร PVDF [Wang, 1988]

C_{11}^E	=	3.6×10^9	N/m ²
ϵ_{33}^x	=	$12 \epsilon_0$	= 1.06×10^{-10} F/m
d_{31}	=	27×10^9	C/N or m/V
$d_{31}^2 C_{11}^E / \epsilon_{33}^x$	=	0.0249	= k_{31}^2
$d_{31} C_{11}^E$	=	0.0972	= e_{31}
ρ	=	1.8×10^3	kg/m ³

ตาราง 4.1 ค่าคงตัวต่าง ๆ ของ PVDF ในทางการค้า [Wang, 1988]

4.2.2 นัยสำคัญของสัมประสิทธิ์คู่ควบไฟฟ้าเชิงกล

(Significance of the electromechanical coupling coefficient)

พิจารณาแบบจำลองวงจรทางไฟฟ้า และแบบจำลองวงจรทางกลในรูป (4.5) จะเห็นได้ว่าในแบบจำลองวงจรทางไฟฟ้านั้น สารเพียสโซอิเล็กทริกจะแทนด้วยความจุไฟฟ้าที่มีขนาด C_x ฟารัด ต่อขนานกับแหล่งกำเนิดประจุ ซึ่งเกิดจากความเครียด y ของแผ่นสาร ซึ่งจะมีค่า e_{xy} คูლობบ ส่วนสารเพียสโซอิเล็กทริกที่แทนด้วยแบบจำลองทางกลจะประกอบไปด้วยสปริงที่มีค่าความแข็งตึง (หรือค่าคงที่ของสปริง) เท่ากับ K_y นิวตันต่อเมตร ต่อขนานกับแหล่งกำเนิดแรงที่เกิดจากความต่างศักย์ที่ใส่เข้าไป ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ $e_x V$ นิวตัน ดังนั้นจะได้ว่าความจุไฟฟ้าของสารเพียสโซอิเล็กทริกที่ถูกตรึง จะมีค่าเท่ากับ C_x ฟารัด และความแข็งตึงของสารเมื่อมีการลัดวงจรจะมีค่าเท่ากับ K_y นิวตันต่อเมตร

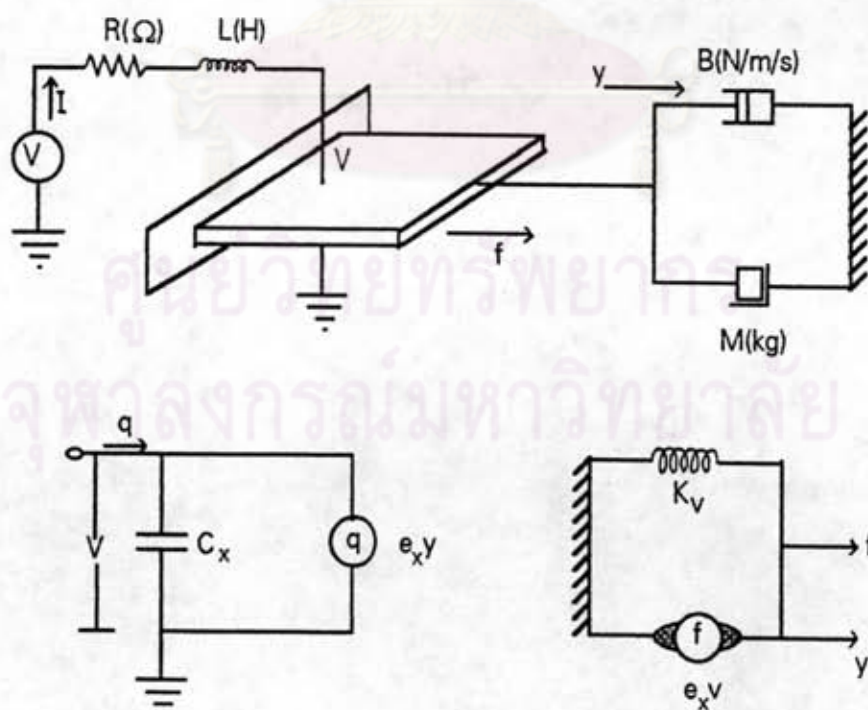
ต่อไปจะมาพิจารณาถึงความสัมพันธ์ของแหล่งกำเนิดควบคุม (controlled source) การเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยของแหล่งกำเนิดประจุควบคุม (controlled charge source) จะให้พลังงานออกมาทางเทอร์มินัลไฟฟ้า (electrical terminal) เท่ากับ Vdq หรือ $Ve_x dy$ ในขณะที่พลังงานที่ได้จากแหล่งกำเนิดแรงควบคุม (controlled force source) คือ fdy หรือ $Ve_x dy$ นั่นคือ ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงานหรือมีการสะสมพลังงานเกิดขึ้น แหล่งควบคุมแหล่งหนึ่ง จะให้พลังงานค่าเดียวกันกับที่แหล่งกำเนิดควบคุมอีกแหล่งได้รับ แต่ในความเป็นจริงแล้วจะมีการสะสมพลังงานเกิดขึ้น กล่าวคือถ้าให้ความต่างศักย์ไฟฟ้า V กับสารเพียสโซอิเล็กทริกอิสระ ประจุไฟฟ้าและพลังงานทางไฟฟ้าจะถูกเก็บสะสมในตัวเก็บประจุ ในขณะเดียวกันก็จะมี การเปลี่ยนแปลงขนาดของ PVDF (มีความเครียด) พลังงานทางกลก็จะถูกเก็บสะสมอยู่ในสปริง โดยที่พลังงานไฟฟ้าที่เก็บสะสมอยู่ในตัวเก็บประจุจะมีค่าเท่ากับ $C_x V^2/2$ ส่วนพลังงานทางกลที่สะสมอยู่ในสปริงจะมีค่าเท่ากับ $K_y y^2/2$ โดยใช้สมการ (4.14) - (4.16) และข้อมูลในตาราง (4.1) เมื่อหาอัตราส่วนระหว่างพลังงานไฟฟ้าสะสมต่องานทางกลสะสมในกรณี $X = 0$ จะได้ว่า

$$(\text{พลังงานสะสมเชิงกล}) / (\text{พลังงานสะสมทั้งหมด}) = k_{31}^2 \quad (4.18)$$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อให้พลังงานกับเทอร์มินัลทางกล (mechanical terminal) ก็จะได้อัตราส่วนของพลังงานที่สะสมในตัวเก็บประจุ (พลังงานสะสมทางไฟฟ้า) ต่อพลังงานทั้งหมดที่ใส่เข้าไปคือ k_{31}^2 จากค่า k_{31}^2 ในตาราง (4.1) แสดงว่าเมื่อให้ความต่างศักย์ไฟฟ้ากับ PVDF จะมีเพียง 2.5 เปอร์เซ็นต์ของพลังงานที่ได้รับเท่านั้น ที่จะเป็นพลังงานสะสมทางกล และจากสมการที่ (4.7) จะพบว่าค่าความจุไฟฟ้าของสาร PVDF ที่ถูกต้องจริง จะน้อยกว่าค่าความจุไฟฟ้าของสาร PVDF ที่ปล่อยอิสระ 2.5 % ในทำนองเดียวกันค่า ความแข็งดึงของสาร PVDF เมื่อเปิดวงจรและลัดวงจรก็จะมีค่าต่างกัน 2.5 % ด้วย

4.1.3 ตัวอย่างการใช้แบบจำลอง

เพื่อที่จะแสดงตัวอย่างของการใช้แบบจำลองของสารเพียโซอิเล็กทริก ก็จะมาพิจารณาว่าเมื่อให้แหล่งกำเนิดไฟฟ้า ซึ่งประกอบด้วยแหล่งกำเนิดแรงดัน , ความต้านทาน และความเหนี่ยวนำไฟฟ้า กระทำกับสารเพียโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์ ซึ่งจะมีผลทำให้สารเพียโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์นี้ ไปกระทำกับไหลคทางกลที่มีความหนืดและมีก้อนมวล ดังแสดงในรูป (4.6)



รูป 4.6 เพียโซอิเล็กทริกทรานสดิวเซอร์เมื่อให้แหล่งกำเนิดไฟฟ้า และจะไปขับไหลคทางกล

จะสามารถเขียนค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่สถานะคงตัว ในรูปของเฟสได้ดังสมการ

$$v = \operatorname{Re}(Ve^{j\omega t}) \quad (4.19)$$

$$y = \operatorname{Re}(Ye^{j\omega t}) \quad (4.20)$$

$$i = \operatorname{Re}(Ie^{j\omega t}) \quad (4.21)$$

$$dy/dt = \operatorname{Re}(j\omega Ye^{j\omega t}) \quad (4.22)$$

จากรูป 4.6 จะได้ว่า

$$V_s = I(R + j\omega L) + V \quad (4.22)$$

และจากสมการ (4.11)

$$q = C_x v + e_x y$$

จะได้

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d(C_x \operatorname{Re}(Ve^{j\omega t}) + e_x \operatorname{Re}(Ye^{j\omega t}))}{dt}$$

หรือ

$$i = C_x \operatorname{Re}(j\omega Ve^{j\omega t}) + e_x \operatorname{Re}(j\omega Ye^{j\omega t})$$

และ

$$I = j\omega C_x V + e_x(j\omega Y) \quad (4.23)$$



และจากสมการ (4.12)

$$f = -e_x v + K_v y$$

$$e_x v = K_v y - f \quad (4.24)$$

จากรูป 4.6 จะได้ว่า

$$f = -M d^2 y / dt^2 - B dy / dt \quad (4.25)$$

นำสมการที่ (4.25) แทนในสมการ (4.24)

$$\begin{aligned} e_x v &= K_v y + M d^2 y / dt^2 + B dy / dt \\ &= K_v \operatorname{Re}(Y e^{j\omega t}) + M \operatorname{Re}(-\omega^2 Y e^{j\omega t}) + B \operatorname{Re}(j\omega Y e^{j\omega t}) \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$e_x v = K_v Y + M(-\omega^2 Y) + B j\omega Y$$

หรือ
$$e_x v = (j\omega M + B + K_v / (j\omega)) j\omega Y \quad (4.26)$$

ซึ่งสมการที่หามาได้นี้ จะพบว่าสามารถหาคำตอบได้ไม่ยาก ใช้สมการ (4.26) , (4.23) เมื่อทราบความต่างศักย์ V ก็สามารถหากระแส I และขนาดของ Y ได้

4.3 แบบจำลองของสารในกรณีที่เกิดความเฉื่อยและความหนืด

ในบางแบบจำลองของแผ่นสารเพียโซอิเล็กทริกในรูปที่ (4.5) จะไม่คำนึงถึงแรงเฉื่อยและความหนืดที่หน่วงในแผ่นฟิล์ม แต่ในบางครั้งก็จำเป็นต้องคิดถึงค่าต่าง ๆ เหล่านี้ด้วย ในตอนนี้จะพิจารณาเพียงผลเนื่องจากความเฉื่อยอย่างเดียวก่อน โดยจะพิจารณาที่ความถี่ต่ำ ในกรณีที่ความเครียดของแผ่นสารคงที่ ซึ่งในกรณีเช่นนี้ การเลื่อนตำแหน่งของแผ่นสารจะเป็นสัดส่วนกับความยาวของแผ่นสารเมื่อไม่มีความเครียด ความยาวตามแนวของแผ่นสารที่ยังไม่มีความเครียดจะกำหนดด้วยค่า x การเลื่อนตำแหน่งตามแนวของแผ่นสารจะกำหนดด้วย y หรือถ้าจะเขียนให้สมบูรณ์ ก็เป็น $y(x)$ ดังนั้น $y(0)$ จะเท่ากับศูนย์ (ที่ $x = 0$ คือจุดที่ตรงแผ่นสารเอาไว้ เพราะฉะนั้นค่าการเลื่อนตำแหน่ง y จะเท่ากับศูนย์) , การเลื่อนตำแหน่งที่จุดปลายคือ $y(L)$ และการเลื่อนตำแหน่งที่กึ่งกลางของแผ่นสาร ($x = L/2$) คือ $y(L/2) = y(L)/2$ ดังนั้นจะเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของการเบนที่ ตำแหน่ง x ไต ๆ ได้ดังนี้

$$y(x) = xy(L)/L \quad (4.27)$$

นอกจากนั้นยังพบว่าอนุพันธ์ของ y เทียบกับเวลา จะเป็นสัดส่วนกับ x/L ดังสมการ

$$\frac{dy(x)}{dt} = \frac{x}{L} \frac{dy(L)}{dt} \quad (4.28)$$

โดยการพิจารณาว่า พลังงานที่สะสมในเนื้อสารจะเท่ากับพลังงานจลน์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากแผ่นสารที่มีความหนาแน่น ρ เคลื่อนที่ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{1}{2} \int \rho w l x^2 \left[\frac{dy(L)}{dt} \right]^2 dx = \frac{M}{2} \left[\frac{dy(L)}{dt} \right]^2 \quad (4.29)$$

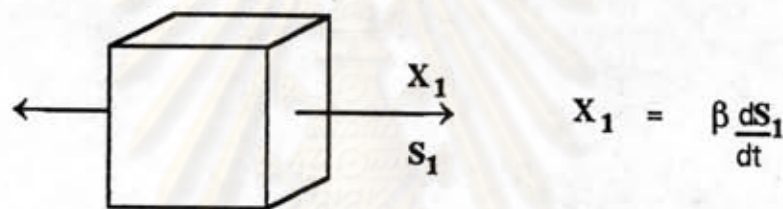
โดย M คือมวลสมมูล (equivalent mass) ซึ่งเปรียบเสมือนกับเป็นมวลที่คิดแทนแผ่นสาร

จากสมการ (4.31) จะหาค่า M ได้ดังนี้

$$M = \frac{1}{3} \rho w l L \quad (4.30)$$

ซึ่งจะเห็นว่าค่า M มีค่าเพียง 1 ส่วน 3 ของมวลทั้งหมดในแผ่นสาร

ต่อไปจะพิจารณา ผลของการหน่วงที่เกิดจากความหนืดในแผ่นสารเพียสโซอิเล็กทริก ก่อนอื่นจะมาพิจารณาก่อนสี่เหลี่ยมลูกบาศก์สารที่จำลองขึ้นมา ซึ่งไม่มีความแข็งตึงและมวล จะมีแต่ความหน่วงเนื่องจากความหนืดเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ดังแสดงในรูป (4.7)



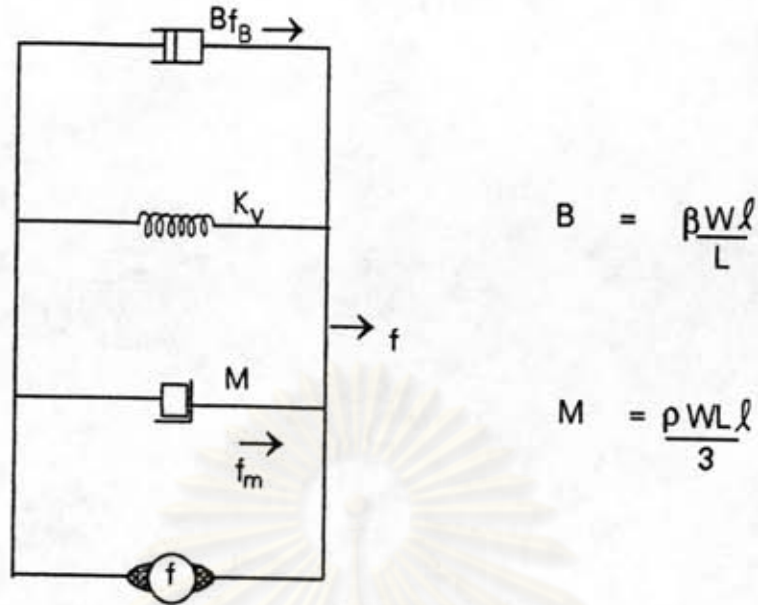
รูป 4.7 สี่เหลี่ยมลูกบาศก์ซึ่งไม่มีมวลและความแข็งตึงโดยมีแต่ความหนืด

เมื่อมีความเครียดที่สม่ำเสมอกระทำกับก้อนลูกบาศก์สารนี้ จะได้ว่า ค่าความดันที่เกิดขึ้นจะเป็นสัดส่วนกับอนุพันธ์ของความเครียดเทียบกับเวลา และสัมประสิทธิ์การหน่วง β โดยจะเขียนสมการจากรูป (4.7) ได้ดังนี้

$$X_1 = \beta \frac{dS_1}{dt} \quad (4.31)$$

โดยที่ β คือสัมประสิทธิ์การหน่วง มีหน่วย Ns/m^2

เมื่อรวมผลจากมวลเฉื่อย และการหน่วงเนื่องจากความหนืดเข้าไปในแบบจำลองของสารเพียสโซอิเล็กทริก ในรูป (4.5) ก็จะสามารถเขียนวงจรทางกลของแผ่นสารเพียสโซอิเล็กทริก ได้ใหม่ดังรูป (4.8)



รูป 4.8 วงจรทางกลของสารเพียโซอิเล็กทริกเมื่อรวมมวลและความหนืด

จะเขียนสมการแสดงสมการแสดงค่าความหนืด และแรงเนื่องจากความหนืดได้ดังนี้

$$B = \frac{\beta W l}{L} \tag{4.32}$$

$$f_B = B \frac{dy(L)}{dt} \tag{4.33}$$

โดย B คือค่าความหน่วงมีหน่วย Ns/m

จากสมการที่ได้มานี้ ถ้าใช้ค่า M จากสมการ (4.30) และ B จากสมการ (4.32) แทนลงในสมการ (4.26) เมื่อทราบค่าความต่างศักย์ V ก็สามารถหาค่า Y ได้

ในแบบจำลองที่พิจารณามาแล้วนี้ จะคิดว่าค่าความเค้นจะสม่ำเสมอทั่วทั้งแผ่น แต่ถ้าความถี่สูงขึ้นมาก ๆ จะทำให้ค่าความเครียดไม่คงที่ทั่วทั้งแผ่น เพราะฉะนั้นแบบจำลองนี้ จึงมีข้อจำกัด กล่าวคือจะใช้ได้ถูกต้องเฉพาะในช่วงความถี่ต่ำ ๆ เท่านั้น