

ปัญหาค่าปลายสุดเกี่ยวกับกราฟที่มีเส้นกราฟสมบูรณ์

นาย บุญส่ง โกเมศนราธร



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2536

ISBN 974-582-782-7

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

AN EXTREMAL PROBLEM RELATED TO GRAPHS HAVING  
COMPLETE SUBGRAPHS

Mr. Boonsong Gomasnaratorn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science  
Department of Mathematics  
Graduate School  
Chulalongkorn University  
1993  
ISBN 974-582-782-7



Thesis Title      An Extremal Problem Related To Graphs Having Complete Subgraphs  
By                    Mr. Boonsong Gomasnaratorn  
Department        Mathematics  
Thesis Advisor    Associate Professor Virol Boonyasombat Ph.D.

---

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of  
the Requirements for the Master's Degree.

*Thavorn Vajrabhaya*

..... Dean of Graduate School

(Professor Thavorn Vajrabhaya Ph.D.)

Thesis Committee

*Yupaporn Kemprasit* ..... Chairman

(Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.)

*Virol Boonyasombat* ..... Thesis Advisor

(Associate Professor Virol Boonyasombat Ph.D.)

*Wanida Hemakul* ..... Member

(Associate Professor Wanida Hemakul Ph.D.)

พิมพ์ต้นฉบับบทความวิจัยวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

บุญส่ง โภเมศนราธร : ปัญหาค่าปลายสุดเกี่ยวกับกราฟที่มีสับกราฟสมบูรณ์ (AN EXTREMAL PROBLEM RELATED TO GRAPHS HAVING COMPLETE SUBGRAPHS) อ.ที่ปรึกษา :  
รศ.ดร. วิรุฬห์ บุญสมบัติ, 54 หน้า. ISBN 974-582-782-7

เรากล่าวว่ากราฟ  $G$  มีคุณสมบัติ  $P(r, n)$  ก็ต่อเมื่อ  $G$  มีสับกราฟสมบูรณ์ขนาด  $r$  ที่แยกจากกันอย่างน้อยเชิงอยู่  $n$  สับกราฟพอดี ผลลัพธ์หลักของการวิจัยนี้คือทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท กำหนดให้  $p, r$  เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่ง  $p \geq r \geq 2$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มซึ่ง  $n \geq 0$  และ  $p \geq rn$  ถ้า  $G$  เป็นกราฟที่มีขนาด  $p$  ซึ่งมีคุณสมบัติ  $P(r, n)$  โดยมีจำนวนเส้นมากที่สุด แล้วจะได้ว่า

$$|X(G)| = \frac{m^2 - km - s(k+1) + 2mn(r-2) + rn(n(r-2)+1)}{2}$$

โดยที่  $m = p - rn$ ,  $k = \lfloor \frac{m}{r-1} \rfloor$  และ  $s = m - k(r-1)$



ภาควิชา คณิตศาสตร์  
สาขาวิชา คณิตศาสตร์  
ปีการศึกษา 2535

ลายมือชื่อนิสิต  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

## C325034 : MAJOR MATHEMATICS

KEY WORD: EXTREMAL PROBLEMS / COMPLETE SUBGRAPHS

BOONSONG GOMASNARATORN : AN EXTREMAL PROBLEM RELATED TO  
GRAPHS HAVING COMPLETE SUBGRAPHS. THESIS ADVISOR : ASSO. PROF.  
VIROOL BOONYASOMBAT, Ph.D. 54 pp. ISBN 974-582-782-7

Any graph  $G$  is said to have the property  $P(r, n)$  if it contains exactly  $n$  disjoint complete subgraphs of order  $r$ . Our main result is the following theorem.

**Theorem** Let  $p, r$  be any positive integers such that  $p \geq r \geq 2$  and  $n$  be an integer such that  $n \geq 0$  and  $p \geq rn$ . If  $G$  is a graph of order  $p$  with the property  $P(r, n)$  that has the maximum number of lines then

$$|X(G)| = \frac{m^2 - km - s(k+1) + 2mn(r-2) + rn(n(r-2)+1)}{2}$$

where  $m = p - rn$ ,  $k = \lfloor \frac{m}{r-1} \rfloor$  and  $s = m - k(r-1)$ .

ภาควิชา คณิตศาสตร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา 2535

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา *Virool Boonyasombat*

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

## ACKNOWLEDGMENT

I am greatly indebted to Assoc. Prof. Dr. Virool Boonyasombat, my thesis advisor, for his untried offering me some thoughtful and helpful advice in preparing and writing my thesis. Also, I would like to thank all of the lecturers for their previous valuable lectures while studying. In particular, I would like to express my gratitude to my father, mother and friends for their encouragement throughout my graduate study.





## CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI.....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH.....	v
ACKNOWLEDGMENT.....	vi
INTRODUCTION.....	1
CHAPTER	
I PRELIMINARIES.....	2
II STRUCTURES OF CERTAIN EXTREMAL GRAPHS.....	9
III EXTREMAL GRAPHS RELATED TO COMPLETE GRAPHS.....	16
REFERENCE.....	47
APPENDIX A.....	48
APPENDIX B.....	50
VITA.....	54