บทที่ 4

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน จากข้อมูลผลตอบความถี่

การทดลองเพื่อหาทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer Function) หรือผลตอบความถี่ของระบบ เช่น การทดสอบโดยใช้อินพุทแบบอิมพัลส์ (Impulse) หรือแบบแรนดอม (Random) ในบทที่ 2 นั้น ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันหรือผลตอบความถี่ที่ได้ แสดงอยู่ในรูปของข้อมูลจำนวนเชิงซ้อนหรือในรูปกราฟของแมกนิจูด (Magnitude) และเฟส (Phase) ตัวกราฟก็มีความหมายของมันอยู่เอง แต่ในการออกแบบระบบควบคุมสิ่งที่ต้องการคือ ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันในรูปฟอร์มอะนาไลติก (Analytic) (บทที่ 2) ซึ่งการหาโดยตรงจากการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์โดยส่วนใหญ่จะมีปัญหาที่ค่าพารามิเตอร์ดังได้กล่าวในบทที่ 1 ในบทนี้จะแสดงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทรานสเฟอร์ฟังก์ชันจากข้อมูลผลตอบความถี่ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือการปรับเทียบ (Fit) ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันแบบอะนาไลติกเข้ากับข้อมูลผลตอบความถี่ที่ได้จากการทดลอง

4.1 <u>วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์</u> จากสมการ (2-8) สามารถหาสมการผลตอบความถี่ได้โดยการแทน s ด้วย jw และจัดรูปใหม่เป็นส่วนจริงและจินตภาพได้

$$H(jw) = (b_0 - b_2w^2 + b_4w^4 - \dots) + j(b_1w - b_3w^3 + b_5w^5 - \dots)$$
$$/ \ (a_0 - a_2w^2 + a_4w^4 - \dots) + j(a_1w - a_3w^3 + a_5w^5 - \dots)$$

$$= M(jw) \ / \ N(jw)$$

$$= (M_R + jM_I) \ / \ (N_R + jN_I) \qquad (4-1)$$

ให้ข้อมูลผลตอบความถี่ที่ได้จากการทดลองเป็น

$$Y(jw_k) = R_k + jI_k \tag{4-2}$$

เมื่อ R_k และ I_k เป็นส่วนจริงและส่วนจินตภาพ ที่ความถี่ w_k ตามลำดับ จากสมการ (4-1) และ (4-2) นำมาสร้างสมการความผิดพลาด (error equation) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ b_0, b_1, ..., b_m, a_0, ..., a_{n-1} โดยใช้โมเดลแบบทั่วไป (generalized model) (รูป 4-1) เพื่อให้ได้สมการความผิดพลาดเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของพารามิเตอร์ (linear-in-the-parameters) ซึ่งจะง่ายต่อการหาค่าต่ำสุด จากรูป (4-1) จะได้

$$e_k = N(jw_k) \cdot Y(jw_k) - M(jw_k) \cdot U(jw_k)$$

$$= N(jw_k) \cdot Y(jw_k) - M(jw_k) \quad \text{, เมื่อ } U(jw_k) = 1 \text{ ทุก } k$$

หรือ

$$e_k = Y(jw_k) \cdot (jw_k)^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot (jw_k)^i \cdot Y(jw_k) - \sum_{i=0}^{m} b_i \cdot (jw_k)^i \tag{4-3}$$

แยกเป็นส่วนจริง Re[ ] และส่วนจินตภาพ Im[ ]

$$Re[e_k] = Re[Y(jw_k) \cdot (jw_k)^n] + Re[\sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot (jw_k)^i \cdot Y(jw_k)] - Re[\sum_{i=0}^{m} b_i \cdot (jw_k)^i]$$

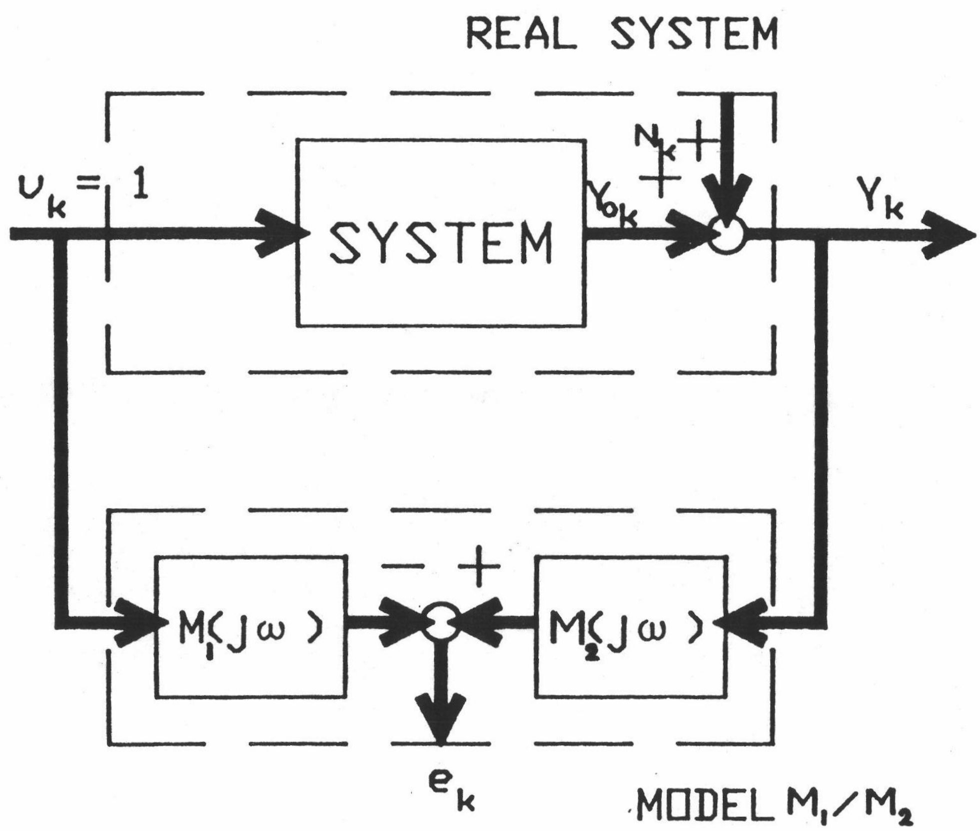
$$Im[e_k] = Im[Y(jw_k) \cdot (jw_k)^n] + Im[\sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot (jw_k)^i \cdot Y(jw_k)] - Im[\sum_{i=0}^{m} b_i \cdot (jw_k)^i] \tag{4-4}$$

การให้ $U(jw_k) = 1$ เป็นผลเนื่องมาจากเราใช้ข้อมูลผลตอบความถี่ซึ่งเป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของระบบอยู่แล้ว มาเป็นเอ้าพุท Y_k ในรูป (4-1) ถ้ามีข้อมูลผลตอบความถี่จำนวน t ค่า ที่ความถี่ w ต่างๆ จาก (11) จะได้

$$\underline{e} = \underline{Y} + Y'\underline{a} - \underline{b}$$

$$= \underline{Y} - [U \mid Y] \begin{matrix} \underline{b} \\ \underline{a} \end{matrix} \qquad , \; Y = -Y'$$

$$= \underline{Y} - A\,\underline{p} \qquad (4-5)$$



รูป 4-1 โมเดลแบบทั่วไป (Generalized Model)

เมื่อเวคเตอร์ $\underline{e}$, $\underline{Y}$ และ $\underline{p}$ มีขนาด 2t, 2t และ m + n + 1 ตามลำดับและเมตริก[U ¦ Y] มีขนาด 2t x (m + n + 1) โดยที่ส่วน U และ Y มีขนาด 2t x (m + 1) และ 2t x n ดังนี้

$$A = \left[\begin{array}{cccccc|ccccc}
1 & 0 & -w_1^2 & 0 & w_1^4 & \ldots & -R_1 & I_1w_1 & R_1w_1^2 & -I_1w_1^3 & -R_1w_1^4\ldots \\
0 & w_1 & 0 & -w_1^3 & 0 & \ldots & -I_1 & -R_1w_1 & I_1w_1^2 & R_1w_1^3 & -I_1w_1^4\ldots \\
1 & 0 & -w_2^2 & 0 & w_2^4 & \ldots & -R_2 & I_2w_2 & R_2w_2^2 & -I_2w_2^3 & -R_2w_2^4\ldots \\
0 & w_2 & 0 & -w_2^3 & 0 & \ldots & -I_2 & -R_2w_2 & I_2w_2^2 & R_2w_2^3 & -I_2w_2^4\ldots \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
1 & 0 & -w_k^2 & 0 & w_k^4 & \ldots & -R_k & I_kw_k & R_kw_k^2 & -I_kw_k^3 & -R_kw_k^4\ldots \\
0 & w_k & 0 & -w_k^3 & 0 & \ldots & -I_k & -R_kw_k & I_kw_k^2 & R_kw_k^3 & -I_kw_k^4\ldots \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
1 & 0 & -w_t^2 & 0 & w_t^4 & \ldots & -R_t & I_tw_t & R_tw_t^2 & -I_tw_t^3 & -R_tw_t^4\ldots \\
0 & w_t & 0 & -w_t^3 & 0 & \ldots & -I_t & -R_tw_t & I_tw_t^2 & R_tw_t^3 & -I_tw_t^4\ldots
\end{array}\right] \qquad (4\text{-}6)$$

$$\underline{p} = [b_o \;\; b_1 \;\ldots\; b_m \;\; a_o \;\; a_2 \;\ldots\; a_{n-1}]^T \qquad (4\text{-}7)$$

$$\underline{Y} = [-I_1w_1^n \;\; R_1w_1^n \;\; -I_2w_2^n \;\; {}_2w_2^n \;\ldots -I_tw_t^n \;\; R_tw_t^n]^T$$

เมื่อ $n = 1, 5, 9, \ldots$ (4-8)

$$\underline{Y} = [I_1 w_1^{\,n} \;\; -R_1 w_1^{\,n} \;\; I_2 w_2^{\,n} \;\; -R_2 w_2^{\,n} \;\; \ldots \;\; I_t w_t^{\,n} \;\; -R_t w_t^{\,n}]^T$$

เมื่อ n = 3, 7, 11, ... (4-9)

$$\underline{Y} = [-R_1 w_1^{\,n} \;\; -I_1 w_1^{\,n} \;\; -R_2 w_2^{\,n} \;\; -I_2 w_2^{\,n} \;\; \ldots -R_t w_t^{\,n} \;\; -I_t w_t^{\,n}]^T$$

เมื่อ n = 2, 6, 10, ... (4-10)

$$\underline{Y} = [R_1 w_1^{\,n} \;\; I_1 w_1^{\,n} \;\; R_2 w_2^{\,n} \;\; I_2 w_2^{\,n} \;\; \ldots \;\; R_t w_t^{\,n} \;\; I_t w_t^{\,n}]^T$$

เมื่อ n = 4, 8, 12, ... (4-11)

$$\underline{e} = [Re[e_1] \;\; Im[e_1] \;\; Re[e_2] \;\; Im[e_2] \;\ldots\; Re[e_t] \;\; Im[e_t]]^T \tag{4-12}$$

จากสมการ (4-5) เวคเตอร์พารามิเตอร์ $\underline{p}$ จะเป็นคำตอบที่ต้องการเมื่อเวคเตอร์ความผิดพลาด, $\underline{e}$ มีค่าต่ำสุด โดยทั่วไปสามารถใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) กับสมการ (4-5) ได้โดยตรง โดยการกำหนดฟังก์ชันความผิดพลาด (Loss Function) $J = e^T e$ และทำให้ J มีค่าน้อยที่สุด (Minimization)

$$\min[J] = \min[e^T] \tag{4-13}$$

จะได้สมการนอร์มอล (normal equation)

$$A^T A \, \underline{p} = A^T \underline{Y} \tag{4-14}$$

ซึ่งจะได้ค่าประมาณของเวคเตอร์พารามิเตอร์, $\underline{p}$ เป็น

$$\hat{\underline{p}} = [A^T A]^{-1} A^T \underline{Y} \tag{4-15}$$

เมื่อ $\hat{\underline{p}}$ เป็นค่าประมาณของเวคเตอร์พารามิเตอร์, $\underline{p}$ และ $[A^T A]$ เป็นเมตริกนอนซิงกูลาร์ (non-singular matrix)

4.2 <u>ปัญหาไบแอส</u> (Bias) การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) กับแบบโมเดลแบบทั่วไป (generalized model, ดูรูป 4-1) ซึ่งได้คำตอบคือเวคเตอร์ $\underline{p}$ ในสมการ (4-15) นั้น จะก่อให้เกิดค่าไบแอสขึ้น โดยค่าไบแอส

$$\Delta\underline{p} = E\{\hat{\underline{p}} - \underline{p}_o\} = E\{\hat{\underline{p}}\} - \underline{p}_o = 0 \qquad (4\text{-}16)$$

เมื่อ $\hat{\underline{p}}$ เป็นพารามิเตอร์การประมาณ, $\underline{p}_o$ เป็นพารามิเตอร์จริง และ $E\{.\}$ เป็นโอเปอเรเตอร์ของการคาดคะเน (expectation operator) ซึ่งถ้าเป็นการประมาณที่ไม่มีไบแอส จะได้

$$E(\hat{\underline{p}}) = \underline{p}_o \qquad (4\text{-}17)$$

ปัญหาไบแอสที่เกิดขึ้นเป็นผลเนื่องมาจาก มีค่ารบกวนปนอยู่ในข้อมูลผลตอบความถี่ R_k และ I_k ค่ารบกวนเหล่านี้มาจากการรบกวนของสัญญาณต่างๆในเครื่องมือทดลองหรือเครื่องมือวัด (Measurement Noise) ดังนั้นเขียน R_k และ I_k ใหม่ได้

$$\begin{aligned} R_k &= R_{ok} + N_{Rk} \\ I_k &= I_{ok} + N_{Ik} \end{aligned} \qquad (4\text{-}18)$$

เมื่อ R_{ok} และ I_{ok} เป็นข้อมูลผลตอบความถี่ที่ไม่มีการรบกวนที่ความถี่ $w = w_k$ ส่วน N_{Rk} และ N_{Ik} เป็นค่ารบกวนที่ความถี่ w_k เดียวกัน เขียนเมตริก A ใหม่เป็น

$$A = [U \mid Y] = [U \mid Y_o] + \begin{bmatrix} & \mid & -N_{R1} & N_{I1}w_1 & N_{R1}w_1^2 & \ldots \\ & \mid & -N_{I1} & -N_{R1}w_1 & N_{I1}w_1^2 & \ldots \\ O & \mid & . & . & . & \\ & \mid & -N_{Rt} & N_{It}w_t & N_{Rt}w_t^2 & \ldots \\ & \mid & -N_{It} & -N_{Rt}w_t & N_{It}w_t^2 & \ldots \end{bmatrix}$$

หรือ

$$A = A_{U,Y} = A_{U,YO} + A_{O,N} \qquad (4\text{-}19)$$

เมื่อ $A_{U,Y}$ คือเมตริก A $A_{U,YO}$ คือส่วนของเมตริก A ที่ไม่มีการรบกวน $A_{O,N}$ คือเมตริกค่ารบกวน จะเห็นว่าเมตริก A มีการรบกวนเฉพาะในส่วน Y เท่านั้น ถ้าให้

$$A_{U,YO} = A_{U,Y} - A_{O,N} \qquad (4\text{-}20)$$

และ

$$\underline{Y} = A_{U,YO}\underline{p}_o + \underline{N} \qquad (4\text{-}21)$$

เมื่อ $\underline{p}_o$ คือเวคเตอร์พารามิเตอร์จริง และ $\underline{N}$ คือเวคเตอร์ค่ารบกวน แทนสมการ (4-20), (4-21) ในสมการ (4-15) ได้

$$\hat{\underline{p}} = [A^T_{U,Y}A_{U,Y}]^{-1}A^T_{U,Y}\underline{Y}$$

$$= [A^T_{U,Y}A_{U,Y}]^{-1}A^T_{U,Y}[A_{U,Y}\underline{p}_o - A_{O,N}\underline{p}_o + \underline{N}] \qquad (4\text{-}22)$$

ใช้โอเปอเรเตอร์ของการคาดคะเน (Expectation Operator) E{.}

$$E\{\underline{p}\} = \hat{\underline{p}}_o - E\{[A^T_{U,Y}A_{U,Y}]^{-1}[A^T_{U,Y}A_{O,N}\underline{p}_o - A^T_{U,Y}\underline{N}]\} \qquad (4\text{-}23)$$

จะเห็นว่าเทอมที่สองทางขวามือของสมการนี้ คือไบแอส $\Delta \underline{p}$ และมีเพียงข้อยกเว้นเดียวเท่านั้นที่จะทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์นี้ไม่เกิดไบแอส (Unbiased Estimation) คือเกิดกรณีที่

$$E\{[A^T_{U,Y}A_{U,Y}]^{-1}[A^T_{U,Y}A_{O,N}\underline{p}_O - A^T_{U,Y}\underline{N}]\} = \{0\} \qquad (4\text{-}24)$$

ให้เมตริก $[A^T_{U,Y}A_{U,Y}]$ เป็นเมตริกนอนซิงกูลาร์ (non-singular matrix) ดังนั้น

$$E\{[A^T_{U,Y}A_{O,N}\underline{p}_O - A^T_{U,Y}\underline{N}]\} = \{0\}$$

หรือ

$$E\{[A^T_{U,Y_r}A_{O,N}\underline{p}_O - \underline{N}]\} = \{0\} \qquad (4\text{-}25)$$

ซึ่งจะเป็นจริงได้ต่อเมื่อ

$$[A_{O,N}\underline{p}_O - \underline{N}] = \underline{r} \qquad (4\text{-}26)$$

เมื่อ $\underline{r}$ เป็นเวคเตอร์การรบกวนแบบ <u>White Noise</u>* แทนสมการ (4-7) $A_{O,N}$ จากสมการ (4-19) และ $\underline{N} = [N_{R1}, N_{I1}, N_{R2}, N_{I2}, \ldots, N_{Rt}, N_{It}]^T$ ในสมการ (4-26) ได้

$$\begin{Bmatrix} -N_{R1} - a_0N_{R1} + a_1N_{I1}w_1 + a_2N_{R1}w_1^2 - \ldots \\ -N_{I1} - a_0N_{I1} - a_1N_{R1}w_1 + a_2N_{I1}w_1^2 + \ldots \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ -N_{Rt} - a_0N_{Rt} + a_1N_{It}w_t + a_2N_{Rt}w_t^2 - \ldots \\ -N_{It} - a_0N_{It} - a_1N_{Rt}w_t + a_2N_{It}w_t^2 + \ldots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_{R1} \\ r_{I1} \\ \cdot \\ r_{Rt} \\ r_{Rt} \end{Bmatrix} \qquad (4\text{-}27)$$

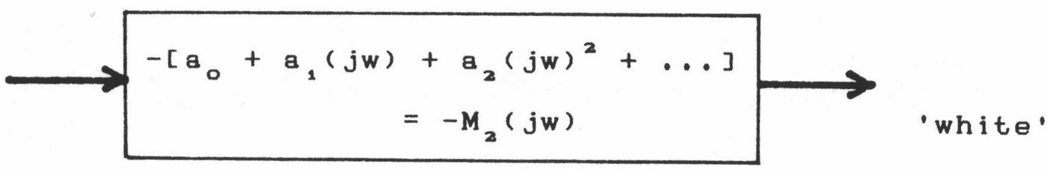
แทนสมการ (4-19) และ (4-26) ในสมการ (4-25) $A^{T}_{U,YO}$ ไม่ขึ้น (Independent) กับ $\underline{r}$ และจากสมการ (4-27) และ (4-19) จะเห็นว่า $A^{T}_{O,N}$ ไม่ขึ้นกับ $\underline{r}$ เช่นกัน ดังนั้น

$$E\{A^{T}_{U,YO}\underline{r}\} + E\{A^{T}_{O,N}\underline{r}\} = E\{A^{T}_{U,YO}\}E\{\underline{r}\} + E\{A^{T}_{O,N}\}E\{\underline{r}\}$$

$$= \{0\} + \{0\} \qquad (4\text{-}28)$$

จากสมการ (4-27) ถ้าให้อินพุทเป็น $N_k = N_{Rk} + jN_{Ik}$ และเอ้าพุทเป็น $r_k = r_{Rk} + jr_{Rk}$ เขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมได้ดังรูป 4-2 แสดงว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดกับโมเดลแบบทั่วไปที่มีการรบกวนของข้อมูล จะไม่มีไบแอสในที่สุด (Asymtotically Unbiased Estimation)ได้ในกรณีเดียวเมื่อส่วน -N(jw) ของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน (สมการ 4-1) สร้างเวคเตอร์ $\underline{r}$ ที่เป็น White Noise จากค่ารบกวน $\underline{N}$ ได้เท่านั้น

$N_k = N_{Rk} + jN_{Ik}$ $\qquad$ $r_k = r_{Rk} + jw_{Ik}$



รูป 4-2 แสดงบล็อกไดอะแกรมของทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่สร้าง White Noise $\underline{r}$ จากค่ารบกวน $\underline{N}$

---

* ค่ารบกวนแบบแรนดอม (Random) ที่มีค่าเฉลี่ยของการรบกวนเป็นศูนย์ตั้งแต่เวลาศูนย์ไปถึงอนันต์ และมีรูปเสปคตรัมแบน (Flat) ตลอดทุกย่านความถี่ตั้งแต่ศูนย์ไปถึงอนันต์

ในทางปฏิบัติกรณีที่จะเกิดขึ้นนี้เป็นไปได้ยาก ดังนั้นการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยการใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดกับโมเดลแบบทั่วไปนั้น กล่าวได้ว่าจะเกิดไบแอสขึ้นอย่างแน่นอน การแก้ปัญหาไบแอสที่จะใช้ในการวิจัยนี้จะใช้วิธีตัวแปรอินทรูเมนทอล (Instrumental Variable) โดยอาศัยข้อเขียนของ Fritzen [7] เป็นหลัก

4.3 <u>วิธีตัวแปรอินสทรูเมนทอล</u> (Instrumental Variable Method, IV) วิธีตัวแปรอินสทรูเมนทอล เป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาไบแอสในการประมาณค่าพารามิเตอร์ อันเนื่องมาจากเมตริกของระบบ (System Matrix) A (สมการ 4-6) ถูกรบกวน วิธีนี้ใช้การสร้างเมตริก W ที่มีขนาดเท่ากันกับเมตริก A และมีคุณสมบัติ

$$\lim_{k \to \infty} 1/k \; W^T \underline{e} = 0 \tag{4-29}$$

และ

$$\lim_{k \to \infty} 1/k \; W^T = Q \tag{4-30}$$

เมื่อ Q เป็นเมตริกนอนซิงกูลาร์ (Non-Singular Matrix) k เป็นจำนวนข้อมูล

คูณสมการ (4-5) ด้วย W^T

$$W^T \underline{e} = W^T \underline{Y} - W^T A \underline{p}$$

$$\underline{p} = (W^T A)^{-1} W^T \underline{Y} - (W^T A)^{-1} W^T \underline{e} \tag{4-31}$$

จากคุณสมบัติตามสมการ (4-29) และ (4-30) ได้เวคเตอร์การประมาณของวิธีตัวแปรอินสทรูเมนทอล (IV)

$$\hat{\underline{p}}_{IV} = (W^T A)^{-1} W^T \underline{Y} \tag{4-32}$$

ซึ่งมีรูปแบบเดียวกับสมการนอร์มอลของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด แทนสมการ (4-32) ในสมการ (4-31) ได้

$$\underline{p} = \hat{\underline{p}}_{IV} - (W^T A)^{-1} W^T \underline{e}$$

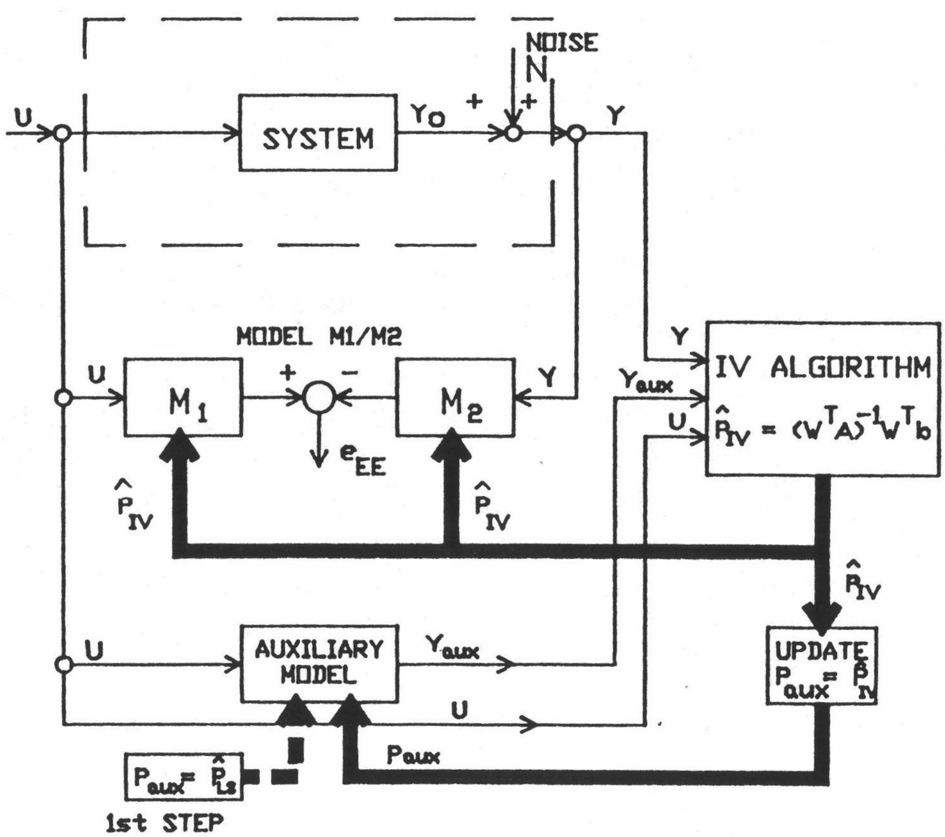
ใช้ $\lim_{k \to \infty}$

$$\lim_{k \to \infty} \hat{\underline{p}}_{IV} = \underline{p} + \lim_{k \to \infty} (W^T A/k)^{-1} \lim_{k \to \infty} (W^T \underline{e}/k) \qquad (4-33)$$

จากคุณสมบัติของสมการ (4-29) และ (4-30) จะได้

$$\lim \hat{\underline{p}}_{IV} = \underline{p} \qquad (4-34)$$

นั่นคือ เมื่อ $k \to \infty$, $\hat{\underline{p}}_{IV}$ จะเป็นค่าประมาณที่ไม่มีไบแอสในที่สุด (Asymtotic Unbiasness)



รูป 4-3 อัลกอริทึมของวิธีตัวแปรอินสทรูเมนทอล (IV Algorithm)

การนำวิธีตัวแปรอินสทรูเมนทอลไปใช้งานนั้น จะต้องสร้างเมตริก W ให้มีคุณสมบัติตามสมการ (2-49) และ (2-30) ในบทความนี้จะสร้างเมตริก W ตามวิธีการที่แสดงโดย Fritzen [3] ซึ่งใช้แนวทางของ Young* ในการสร้างเมตริก W จากเอ้าพุทของระบบที่ไม่ถูกรบกวน แต่ระบบที่ว่านี้ไม่มีจริง จึงต้องอาศัยการประมาณโดยการใช้โมเดลช่วย (Auxiliary Model) สร้างเอ้าพุทที่ไม่ถูกรบกวนนี้ออกมา เรียกว่าตัวแปรอินสทรูเมนทอล (Y_{aux} ในรูป 4-3)

รูป 4-3 แสดงอัลกอริทึมของวิธีตัวแปรอินสทรูเมนทอลในทางปฏิบัติ ซึ่งมีลักษณะการทำงานเป็นลำดับขั้น (Iteration) ดังนี้

a. หาค่าเวคเตอร์พารามิเตอร์ $\underline{p}$ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) เพื่อนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้ไปเป็นค่าเริ่มต้นสำหรับสร้างโมเดลช่วย (Auxiliary Model)

b. คำนวนหาเอ้าพุท Y_{aux} ของโมเดลช่วย (ข้อมูลผลตอบความถี่) เป็นค่าจริงและจินตภาพ $R_{aux\ k}$ และ $I_{aux\ k}$ โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากข้อ a.

c. สร้างเมตริก W โดยวิธีเดียวกันกับการสร้างเมตริก A ตามรูปแบบในสมการ (4-6) แต่ใช้ข้อมูลผลตอบความถี่ $R_{aux\ k}$ และ $I_{aux\ k}$ ที่คำนวณได้จากข้อ b. แทนข้อมูลผลตอบความถี่ R_k และ I_k จากการทดลอง

d. คำนวณหาเวคเตอร์พารามิเตอร์ $\underline{p}_{IV}$ จากสมการ (4-32)

e. เช็คการคอนเวอร์จ (convergence) ของเวคเตอร์พารามิเตอร์ $\hat{\underline{p}}_{IV}$ ถ้ายังไม่คอนเวอร์จไปอยู่ในระดับที่ต้องการ กลับไปทำข้อ b. ใหม่โดยใช้ค่าพารามิเตอร์จากลำดับขั้นครั้งล่าสุด

---

* Young, P. C., "An Instrumental Variable Method for Real-time Identification of a Noisy Process", Automatica, Vol. 6, 1970, pp. 271-287.

จะเห็นว่าวิธีตัวแปรอินสทรูเมนทอลที่ใช้การคำนวณหาเมตริก W โดยวิธีนี้สามารถทำได้โดยง่ายตามขั้นตอนที่ได้แสดงเอาไว้ คำตอบค่าประมาณจะไม่มีไบแอสในที่สุดเมื่อจำนวนลำดับขั้นไปถึงอนันต์ [7] ตามปกติค่าซึ่งคอนเวอร์จที่ลำดับขั้นประมาณ 5 ก็เพียงพอที่จะนำไปใช้งาน การทดสอบวิธีการได้แสดงในภาคผนวก ก

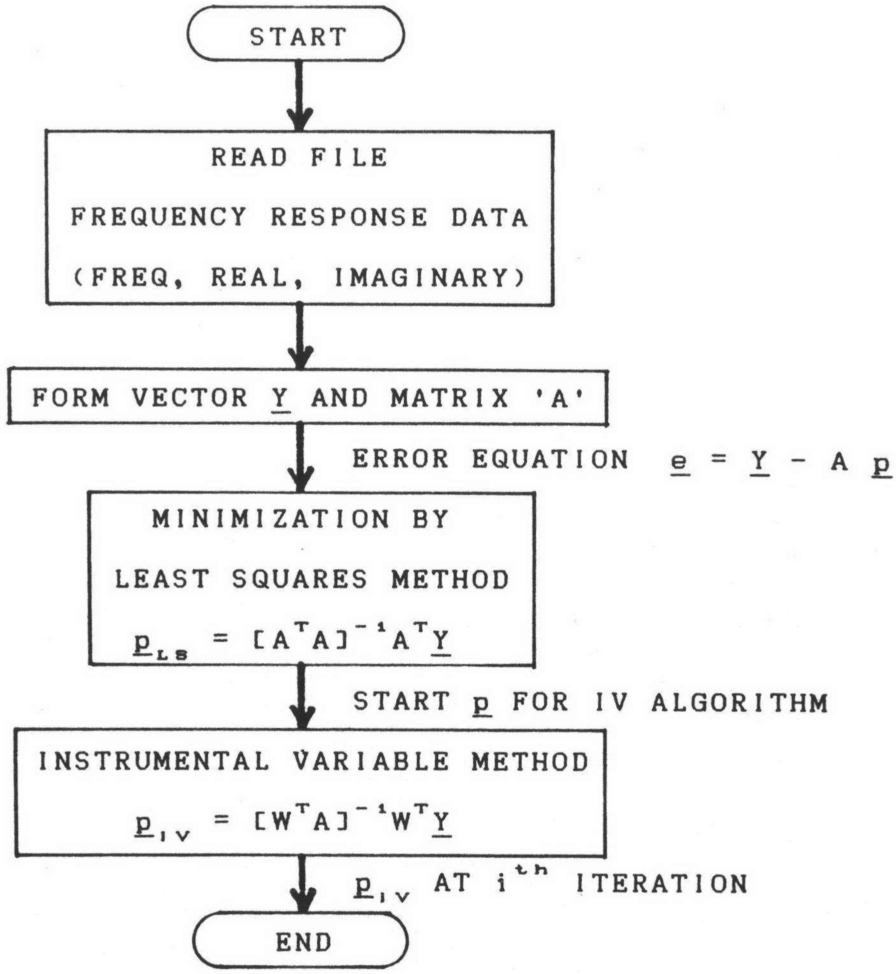
4.4 <u>โปรแกรมประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เขียนขึ้นใช้ในการวิจัย</u> โปรแกรมที่เขียนขึ้นประกอบด้วยรูทีน (Routine) ต่างๆ ที่สำคัญดังนี้

4.4.1 การจัดรูปเมตริกจากข้อมูลผลตอบความถี่ ตามสมการ (4-6), (4-7), (4-8), (4-9), (4-10) และ (4-11)

4.4.2 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน (Minimization) โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) ตามสมการนอร์มอล (Normal Equation) (4-15) ซึ่งอาศัยการคำนวณแบบเมตริก (Matrrix Operation) ประกอบด้วยการคูณ ทรานสโพส (Transpose, ^{T}) และการหาอินเวอร์สของเมตริก (Matrix Inversion) การหาอินเวอร์สใช้วิธีของเก๊า (Gauss Elimination Method) ซึ่งง่ายต่อการเขียนโปรแกรม

4.4.3 การสร้างข้อมูลผลตอบความถี่จากค่าพารามิเตอร์ เพื่อหาเอ้าพุทให้กับโมเดลช่วย (Auxiliary Model) เพื่อทำงานตามวิธีการในรูป 4-3

การทำงานของโปรแกรมทำตามอัลกอริทึมของวิธีตัวแปรอินสทรูเมนทอล ในหัวข้อ 4.3 โดยใช้รูทีนข้างต้น รูป 4-4 แสดงโฟล์วชาร์ทการทำงานของโปรแกรม



รูป 4-4 แสดงโฟล์วชาร์ตการทำงานของโปรแกรมประมาณค่าพารามิเตอร์