

เทคนิคการสับทิศทางไหลของลมร้อนในเครื่องอบแห้งแบบไหลผ่านเพื่อผลผลิตสูงสุด



นายกมลรัตน์ พันธุ์อารยะ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเคมี

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2528

ISBN 974-564-142-1

008924

T15014188

ALTERNATING HOT AIR CURRENT TECHNIQUE TO MAXIMIZE
PRODUCTIVITY OF A THROUGH-FLOW DRYER

Mr. Kamonrat Phanaraya

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering
Department of Chemical Engineering
Graduate School
Chulalongkorn University

1985

หัวข้อวิทยานิพนธ์

เทคนิคการสลับทิศทางไหลของลมร้อนในเครื่องอบแห้ง
แบบไหลผ่านเพื่อผลผลิตสูงสุด

โดย

นายกมลรัตน์ พันธุ์อารยะ

ภาควิชา

วิศวกรรมเคมี

อาจารย์ที่ปรึกษา

รองศาสตราจารย์ ดร. วิวัฒน์ ตัณฑะพานิชกุล

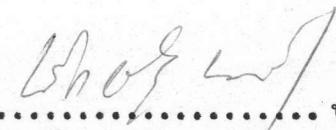
อาจารย์ ทักษิณา ลอยจิรากุล



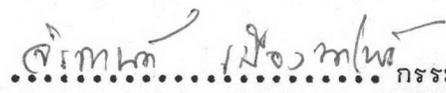
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

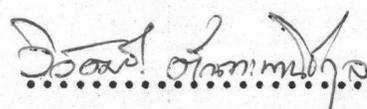
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุประดิษฐ์ บุนนาค)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

 ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. เกริกชัย ลุกาญจน์จทิ)

 กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตนา กัตรานนท์)

 กรรมการ
(ดร. จิรกานต์ เมืองนาโพธิ์)

 กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. วิวัฒน์ ตัณฑะพานิชกุล)

 กรรมการ
(อาจารย์ ทักษิณา ลอยจิรากุล)

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Thesis Title Alternating hot air current technique to
maximize productivity of a through-flow dryer
Name Mr. Kamonrat Phanaraya
Thesis Advisor Associate Professor Wiwut Tanthapanichakoon Ph.D.
Miss Tucsina Loychirakul
Department Chemical Engineering
Academic Year 1984

ABSTRACT

The present work investigated the drying of both thin (5 cm) and thick (40 cm) of tapioca chips (average size 3 mm x 5 mm x 5 mm) in a through-flow dryer to understand the effects of hot air velocity and temperature on the drying characteristic curve and developed a mathematical model to calculate the profile of moisture content in the bed and the required drying time. From the experiments, on 3 cases of tapioca drying, i.e. the case of normal drying (No periodic mixing of material or alternating the hot air current), the case of mixing the material periodically and the case of alternating the hot air current periodically, it was found that the mathematical model was able to predict required drying times that were close to the experimental results with maximum error of 5.3 %, 3.2 % and 7.7 % for the case of normal drying, of mixing the material periodically (every 150 minutes) and of alternating the hot air current periodically (every 30 minutes), respectively.

When the required drying times were compared, it was found that periodic mixing invariably took less (up to 14.8 % less) than or

equal to the case of normal drying. On the other hand, the case of drying with periodic alternating of the hot air current hardly had any effect on the drying time and in some instances might take longer than the case of normal drying.

In case of drying with periodic mixing, the optimal time interval θ_m (between mixing operation) that minimized the drying time was such a value of θ_m that could exactly or almost exactly divide $\bar{\theta}_f$ (the drying time required to reduce the average moisture content down to a desired value) of the case of normal drying.



วิทยาลัยพัฒนศาสตร์สุโขทัยสำเร็จลงได้โดยได้รับความช่วยเหลือจากหลายฝ่าย ข้าพเจ้า
ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. วิวัฒน์ ตัณฑะพานิชกุล อาจารย์ ทักษิณา ลอยจิรากุล
ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางการแก้ปัญหาในขณะทำงานวิจัยและให้ข้อคิดเห็นต่าง ๆ
ที่เป็นประโยชน์ยิ่งตลอดจนการตรวจทานแก้ไขวิทยาลัยพัฒนศาสตร์สุโขทัยเป็นรูปเล่มที่สมบูรณ์

นอกจากนี้ข้าพเจ้าขอขอบคุณ นายพูนลาภ ภู น่าน นายกลศ พุฒิชีมา ตลอดจน
เพื่อน ๆ อีกหลายท่าน ซึ่งให้กำลังใจและมีส่วนช่วยให้งานวิจัยนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี



	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	๔
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	๘
กิตติกรรมประกาศ.....	๗
สารบัญตาราง	๘
สารบัญรูป	๙
สัญลักษณ์	๙
บทที่	
1 บทนำ	1
2 สรุปผลการวิจัยในอดีต	5
3 ทฤษฎีการอบแห้งแบบไหลผ่าน	11
4 วิธีการทดลองและผลการทดลอง.....	27
5 การประยุกต์ใช้แบบจำลองในงานวิศวกรรมอบแห้ง.....	๖5
6 บทสรุป	83
บรรณานุกรม	85
ภาคผนวก	88
ประวัติ ^{๑๑}	123

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	ปริมาณและมูลค่าของผลิตภัณฑ์เกษตรที่สำคัญของประเทศไทย ปี 1982/1983.....	1
2	ปริมาณและมูลค่าการส่งออกมันสำปะหลังของประเทศไทย.....	2
4.1	เงื่อนไขที่ใช้ในการอบแห้งกับลักษณะสมบัติของขึ้นมันสำปะหลัง	.50
4.2	ค่า C_c ที่หาได้และการเปรียบเทียบอัตราการอบแห้งที่ได้จากการ คำนวณโดยใช้ค่า C_c ดังกล่าวกับผลการทดลอง, C_c ที่เหมาะสม $= 3.85$ กก.น้ำ/กก.วัสดุแห้ง $S(C_c) = 0.04747$	51
4.3	ผลการเปรียบเทียบเวลา (θ'_F) ที่ต้องใช้ในการอบแห้ง ระหว่างผลการคำนวณกับผลการทดลองสำหรับการอบแห้งขึ้น มันสำปะหลังหนา 40 ซม. เพื่อให้วัสดุที่ด้านทางออกของลมร้อน มีความชื้นเท่ากับความชื้นที่ต้องการ (กรณีการอบแห้งแบบปกติ)	59
4.4	ผลการเปรียบเทียบเวลา (θ'_F) ที่ต้องใช้ในการอบแห้ง ระหว่างผลการคำนวณกับผลการทดลองสำหรับการอบแห้งขึ้น มันสำปะหลังหนา 40 ซม. เพื่อให้วัสดุที่ด้านทางออกของลมร้อน มีความชื้นเท่ากับความชื้นที่ต้องการ (กรณีลมวัสดุทุก ๆ 150 นาที).....	60
4.5	ผลการเปรียบเทียบเวลา (θ'_F) ที่ต้องใช้ในการอบแห้ง ระหว่างผลการคำนวณกับผลการทดลองสำหรับการอบแห้งขึ้น มันสำปะหลังหนา 40 ซม. เพื่อให้ได้ตำแหน่งความชื้นสูงสุดใน ชั้นวัสดุเหลือค่าเท่ากับความชื้นที่ต้องการ (กรณีลมสับทิศทางลม ทุก ๆ 30 นาที).....	60

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
5.1	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรก เริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก.วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.336 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง สำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณี การอบแห้งโดยผลมวัสดุเป็นครั้งคราวทุก θ_m นาที).....	66
5.2	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรก เริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก.วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.252 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง สำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณี การอบแห้งโดยผลมวัสดุเป็นครั้งคราวทุก θ_m นาที).....	67
5.3	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรก เริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก.วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.168 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง สำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณี การอบแห้งโดยผลมวัสดุเป็นครั้งคราวทุก θ_m นาที).....	68
5.4	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรก เริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก.วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.084 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง สำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณี การอบแห้งโดยผลมวัสดุเป็นครั้งคราวทุก θ_m นาที).....	69
5.5	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรก เริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.336 กก.น้ำ/ กก. วัสดุแห้งสำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณี การอบแห้งแบบปกติกับการอบแห้งโดยผลมวัสดุเป็นครั้งคราวทุก θ_m นาที แต่เสียเวลาในการผลมวัสดุครั้งละ $\theta_x = 10$ นาที)	72

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
5.6	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรกเริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.252 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งสำหรับการอบแห้งขึ้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีการอบแห้งแบบปกติกับการอบแห้งโดยผสมวัสดุเป็นครั้งคราวทุก ๆ θ_m นาที แต่เสียเวลาในการผสมวัสดุครั้งละ $\theta_x = 10$ นาที)	73
5.7	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรกเริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.168 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งสำหรับการอบแห้งขึ้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีการอบแห้งแบบปกติกับการอบแห้งโดยผสมวัสดุเป็นครั้งคราวทุก ๆ θ_m นาที แต่เสียเวลาในการผสมวัสดุครั้งละ $\theta_x = 10$ นาที)	74
5.8	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรกเริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.084 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งสำหรับการอบแห้งขึ้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีการอบแห้งแบบปกติกับการอบแห้งโดยผสมวัสดุเป็นครั้งคราวทุก ๆ θ_m นาที แต่เสียเวลาในการผสมวัสดุครั้งละ $\theta_x = 10$ นาที)	75
5.9	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรกเริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.336 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งสำหรับการอบแห้งขึ้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีการอบแห้งแบบปกติกับการอบแห้งโดยสลับทิศทางลมร้อนทุก θ_m' นาที).....	78
5.10	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรกเริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งจนเหลือความชื้น 0.252 กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้งสำหรับการอบแห้งขึ้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีการอบแห้งแบบปกติกับการอบแห้งโดยสลับทิศทางลมร้อนทุก θ_m' นาที).....	78

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
5.11	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรก เริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก.วัสดุแห้ง จนเหลือความชื้น 0.168 กก.น้ำ/ กก.วัสดุแห้ง สำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม. (กรณี การอบแห้งแบบปกติกับการอบแห้งโดยสลับทิศทางลมร้อนทุก θ_m^i นาที)	79
5.12	ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ต้องใช้ในการอบแห้งวัสดุจากความชื้นแรก เริ่ม 1.68 กก.น้ำ/กก.วัสดุแห้ง จนเหลือความชื้น 0.084 กก.น้ำ/ กก.วัสดุแห้ง สำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม. (กรณี การอบแห้งแบบปกติกับการอบแห้งโดยสลับทิศทางลมร้อนทุก θ_m^i นาที)	79

ลํารับรูป

รูปที่		หน้า
3.1	แสดงตัวอย่างทั่วไปของการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นเมื่ออบแห้งวัสดุภายในกระแผลมร้อนปริมาณมากที่มีอุณหภูมิความชื้นและความเร็วลมคงที่.....	11
3.2	แสดงเส้นลักษณะเฉพาะของการอบแห้งที่ได้มาจากรูปที่ 3.1.....	12
3.3.ก.	แสดงการไหลของอากาศร้อนที่อุณหภูมิ t_1 , ความชื้น H_1 และออกจากชั้นวัสดุที่อุณหภูมิ t_L , ความชื้น H_L โดยที่ชั้นวัสดุมีความสูง L .	13
3.3 ข	แสดงเส้นลักษณะเฉพาะของการอบแห้งเม็ดวัสดุเดี่ยวภายในเงื่อนไขการอบแห้งคงที่.....	13
3.4	แสดงการแบ่งช่วงการอบแห้งภายในชั้นวัสดุโดยที่ระยะ 0 ถึง ξ_C และ ξ_C ถึง ξ_L คือช่วงการอบแห้งที่ความเร็วลดลงและช่วงการอบแห้งที่ความเร็วคงที่ตามลำดับ	18
4.1	แสดงลักษณะของเครื่องอบแห้งแบบไหลผ่านที่ใช้ในการทดลอง...	28
4.2	การเปลี่ยนแปลงความชื้นกับเวลาสำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลัง (หน้า 5 ขม.)	37
4.3	การเปลี่ยนแปลงความชื้นกับเวลาสำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลัง (หน้า 5 ขม).....	38
4.4	การเปลี่ยนแปลงความชื้นกับเวลาสำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลัง (หน้า 5 ขม)	39
4.5	การเปลี่ยนแปลงความชื้นกับเวลาสำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลัง (หน้า 5 ขม).....	40
4.6	การเปลี่ยนแปลงความชื้นกับเวลาสำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลัง (หน้า 5 ขม)	41

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.7	การกระจายความชื้นภายในชั้นวัสดุกับเวลาสำหรับการอบแห้ง ชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีปกติ)	42
4.8	การกระจายความชื้นภายในชั้นวัสดุกับเวลาสำหรับการอบแห้งชั้น มันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีผลมวัสดุทุก ๆ 150 นาที)	43
4.9	การกระจายความชื้นภายในชั้นวัสดุกับเวลาสำหรับการอบแห้ง ชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีลึกลับทิศทางลมร้อนทุก ๆ 30 นาที)	44
4.10	อัตราการอบแห้งกับความชื้นที่ 50°ซ และ 70°ซ สำหรับมันสำปะหลัง	45
4.11	อัตราการอบแห้งกับความชื้นที่ 50°ซ และ 70°ซ สำหรับมันสำปะหลัง	46
4.12	อัตราการอบแห้งกับความชื้นที่ความเร็วลมต่าง ๆ กันสำหรับ มันสำปะหลัง	47
4.13	อัตราการอบแห้งกับความชื้นที่ความเร็วลมต่าง ๆ กันสำหรับมันสำปะหลัง	48
4.14	เส้นลักษณะเฉพาะของการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 5 ซม	49
4.15	การเปรียบเทียบเส้นลักษณะเฉพาะเชิงทฤษฎีกับผลการทดลองอบแห้ง ชั้นมันสำปะหลังหนา 5 ซม	52
4.16	ผลการคำนวณกับผลการทดลองหาการกระจายความชื้นในชั้นวัสดุกับ เวลาสำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีปกติ)..	54
4.17	ผลการคำนวณกับผลการทดลองหาการกระจายความชื้นในชั้นวัสดุ กับเวลาสำหรับการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม) (กรณี ผลมวัสดุทุก ๆ 150 นาที)	55
4.18	ผลการคำนวณกับผลการทดลองหาการกระจายความชื้นในชั้นวัสดุ กับเวลา (เฉพาะเวลาที่ลมร้อนเข้าทางด้านล่าง) สำหรับการ อบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีลึกลับทิศทางลมร้อนทุก ๆ 30 นาที)	56

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4_19	ผลการคำนวณกับผลการทดลองหาการกระจายความชื้นในชั้นวัสดุ กับเวลา (เฉพาะเวลาที่ลมร้อนเข้าทางด้านบน) สำหรับการอบแห้ง ชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม (กรณีลัดสับทิศทางลมร้อนทุก ๆ 30 นาที)	57
4_20	เส้นลักษณะเฉพาะของการอบแห้งชั้นมันสำปะหลังหนา 40 ซม ที่ได้จากการคำนวณและการทดลอง.....	58
5.1	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตที่เพิ่มขึ้น (%) กับ θ_m^{-1} (กรณีไม่เสีย เวลาในการผลัมวัสดุแต่ละครั้ง).....	71
5.2	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตที่เพิ่มขึ้น (%) กับ θ_m^{-1} (กรณีเสีย เวลาในการผลัมวัสดุครั้งละ 10 นาที).....	77
ข.1	รูปกราฟความชื้นในหน่วยมวล (มาตรฐานความดันรวม 760mmHg, อากาศแห้ง 1 Kg).....	116

สัญลักษณ์

\dot{c}	:	ความชื้นของ วัสดุ (กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง)
\dot{c}_c	:	ความชื้นวิกฤตของ วัสดุ (กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง)
c_e	:	ความชื้นสมดุลของ วัสดุ (กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง)
D_p	:	เส้นผ่าศูนย์กลางของ วัสดุ (ม.)
$f(\phi)$:	<u>อัตราการอบแห้งต่อน้ำหนัก วัสดุแห้ง (R)</u> อัตราการอบแห้งที่ความเร็วคงที่ (R_c)
G	:	อัตราการไหลเชิงมวลของอากาศชื้น (กก./ชม.ตร.ม.ภาคตัดของชื้น)
G_o	:	อัตราการไหลเชิงมวลของอากาศแห้ง (กก.อากาศแห้ง/ชม.ตร.ม.ภาคตัดของชื้น)
H	:	ความชื้นของอากาศ (กก.น้ำ/กก.อากาศแห้ง)
H_w	:	ความชื้นของอากาศที่อุณหภูมิระเปาะเป็ยก (กก.น้ำ/กก.อากาศแห้ง)
ka	:	สัมประสิทธิ์การถ่ายเทมวลโดยปริมาตร (กก./ชม.ลบ.ม. ΔH)
R	:	อัตราการอบแห้ง (กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง. ชม.)
R_c	:	อัตราการอบแห้งที่ความเร็วคงที่ (กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง. ชม.)
RH	:	ความชื้นสัมพัทธ์ -
T	:	อุณหภูมิสมร้อน ($^{\circ}C$)
V	:	ความเร็วลมร้อน (ม./วินาที)
v_H	:	ปริมาตรจำเพาะของอากาศ (ลบ.ม./กก.อากาศแห้ง)
W	:	ความชื้นเฉลี่ย (กก.น้ำ/กก. วัสดุแห้ง)
ϵ	:	อัตราส่วนว่างของ วัสดุ -
ρ_s	:	ความหนาแน่นของ วัสดุแห้ง (กก./ลบ.ม.)
μ	:	ความหนืด (กก./ม.วินาที)
θ	:	เวลา (ชม.)
θ'_F	:	เวลาที่ต้องใช้เพื่อให้ความชื้นสุดท้าย (ชม.) ของ วัสดุที่ปลายทางออกของสมร้อน เท่ากับค่าที่ต้องการ

$\bar{\theta}_f$:	เวลาที่ต้งใช้เพื่อให้ความชื้นเฉลี่ยสุดท้ายของชั้นวัสดุเท่ากับค่าที่ต้องการ	(ขม.)
θ_f	:	เวลาที่ต้งใช้เพื่อทำให้ตำแหน่งที่มีความชื้นสูงสุดในชั้นวัสดุมีความชื้นเท่ากับค่าที่ต้องการ	(ขม.)
θ_m	:	ช่วงเวลาก่อนการผสมวัสดุแต่ละครั้ง	(ขม.)
θ_m	:	ช่วงเวลาก่อนการสลับทิศทางลมร้อนแต่ละครั้ง	(ขม.)
θ_x	:	ช่วงเวลาที่ใช้ในการผสมวัสดุแต่ละครั้ง	(ขม.)
π	:	$H_w - H$ (กก.น้ำ/กก.อากาศแห้ง)	

ตัวแปรไร้มิติ

$$\tau = ka \theta / (1-\epsilon) \rho_s (C_c - C_e)$$

$$\xi = kaZ / G_o$$

$$\pi = H_w - H$$

$$\phi = (c - c_e) / (c_c - c_e)$$

$$\omega = (W - C_e) / (C_c - C_e)$$

$$\text{Rep} = \frac{GD_p}{\mu}$$