บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

การวิจัยเกี่ยวกับการวางแผนการซ่อมเรือกวาดทุ่นระเบิดชายฝั่งโดยใช้เวลาน้อยที่สุด และประหยัดที่สุด ในด้านค่าแรงของคนงานนั้น จะเกี่ยวข้องกับการหาสายงานวิกฤติ (Critical Path) และทฤษฎีอื่น ๆ ที่สัมพันธ์กัน พอสรุปได้ย่อ ๆ ดังนี้

2.1 ตัวแปรเชิงสุ่ม (Random Variable)

ตัวแปรเชิงสุ่ม หมายถึง ค่าฟังก์ชั่นที่เป็นค่าใด ๆ ในกลุ่มสภาวะ (Sample space) ตัวอย่าง เช่น ให้ X เป็นแต้มที่เกิดจากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ดังนั้น X จะมีค่าได้ 6 ค่า ดังนั้น X ก็คือ ตัวแปรเชิงสุ่มนั่นเอง ซึ่งอาจแสดงค่า X ได้โดยเซท (Set) ดังนี้

$$X = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

ในทางปฏิบัตินั้นเหตุการณ์ในกลุ่มสภาวะเกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็นไม่เท่ากัน ฟังก์ชั่นซึ่งแสดงตัวแปรเชิงสุ่มจะเป็นค่าใด ด้วยความน่าจะเป็นเท่าไร เราเรียกว่า ฟังก์ชั่นการแผ่กระจายความน่าจะเป็น (Probability distribution function) ของตัวแปรเชิงสุ่มนั้น ซึ่งแบบอย่างของการแผ่กระจายสามารถเป็นไปได้หลายแบบ เช่น การแผ่กระจายแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) การแผ่กระจายแบบปกติ (Normal distribution) การแผ่กระจายแบบปัวซอง (Poisson distribution) เป็นต้น

2.2 การแผ่กระจายแบบปกติ (Normal Distribution)

การแผ่กระจายแบบปกติมีรูปแบบของฟังก์ชันการแผ่กระจาย ดังสมการข้างล่างนี้

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad 1$$

ซึ่ง X มีค่าอยู่ระหว่าง $-\infty$ หรือ $+\infty$ และฟังก์ชันการแผ่กระจายความน่าจะเป็นสะสม (Cumulative probability distribution function) จะเป็นดังนี้

$$F(X) = \int_{-\infty}^{Z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}Z^2} dZ$$

ซึ่ง Z คือค่านอร์มอลมาตรฐาน (Standard normal)

$$= \frac{X-\mu}{\sigma} \quad 2$$

---

[1]Donald L. Harnett, Introduction to Statistical Methods, 2d ed. (New York : Addison-Wesley Publishing Company, 1975),p.161.

[2]Ronald E. Walpole, Introduction to Statistics. (New York: The Macmillan Company, 1968), p. 125.

ฟังก์ชั่นการแผ่กระจายความน่าจะเป็นแบบปกติ จะมีค่าพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ μ และ σ โดยที่

μ = ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

σ^2 = ค่าความแปรเปลี่ยน (Variance) ของข้อมูล

σ = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) ของข้อมูล

e = 2.71828

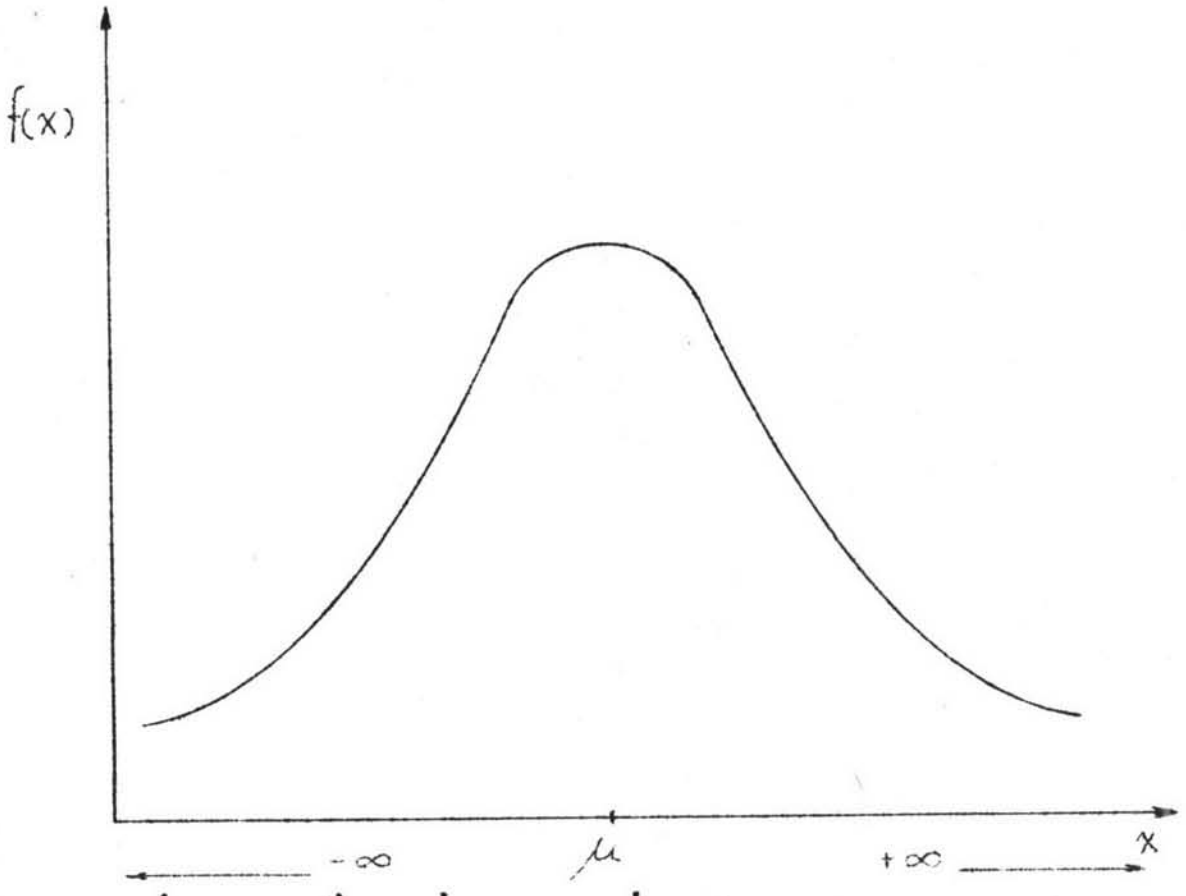
π = 3.14159

เส้นโค้งของการแผ่กระจายแบบปกติ มีลักษณะเป็นรูประฆัง ปลายเส้นโค้งทั้งสองค่อย ๆ ลดลงไปยังแกนนอน โดยโค้งจะสมมาตร (Symmetry) ที่ค่าเฉลี่ย μ ดังรูปที่ 2.1 ส่วนโค้งจะมีลักษณะโค้งมาก หรือน้อย ขึ้นอยู่กับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน กล่าวคือ ถ้าค่า σ น้อย เส้นโค้งจะมีลักษณะเรียวเล็ก และสูงตรงค่าเฉลี่ยมากกว่าโค้งที่มีค่า σ มาก

2.3 <u>การแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ</u> (Uniform Distribution)

การแผ่กระจายของตัวแปรสุ่ม ซึ่งค่าของตัวแปรเปลี่ยน (Variable) แต่ละค่าจะมีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน เรียกว่าการแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ ลักษณะทั่ว ๆ ไปของการแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ มีดังนี้

ถ้าค่าต่าง ๆ ของตัวแปรสุ่ม X ประกอบด้วย $X_1, X_2, \ldots\ldots X_k$ ซึ่งต่างก็มีความน่าจะเป็นที่จะเกิดขึ้นมาได้เท่า ๆ กันแล้ว รูปแบบของฟังก์ชั่นการแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ จะเป็น



รูปที่ 2.1 ฟังก์ชันการแผ่กระจายความน่าจะเป็นแบบปกติ

$$f(X) = \begin{cases} \frac{1}{B - A}, & \text{if } A \leq X \leq B \\ 0, & \text{for all other value of } X \end{cases}$$ [1]

ฟังก์ชั่นการแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ แสดงไว้ในรูปที่ 2.2 ค่าเฉลี่ยของค่าความแปรเปลี่ยนของการแผ่กระจายความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอหาได้ดังนี้

$$\mu = \frac{1}{B - A} \int_A^B x dx = \frac{1}{2} (B + A)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{B - A} \int_A^B x^2 dx - \frac{1}{4} (B + A)^2 = \frac{1}{12} (B - A)^2$$

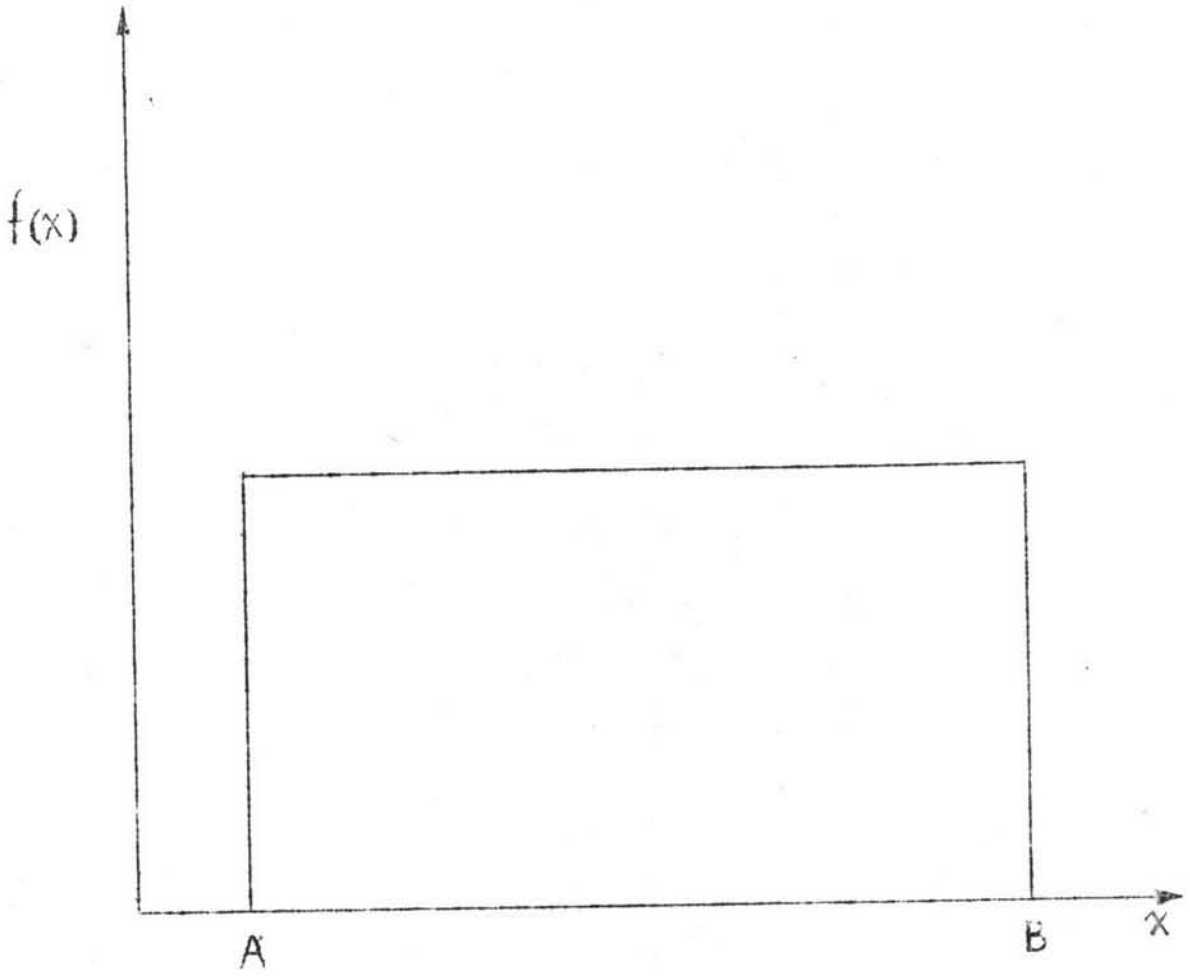
2.4 Kolmogorov-Smirnov goodness of fit test

Kolmogorov-Smirnov one sample test เป็นวิธีการทดสอบว่าข้อมูลมีการแผ่กระจายตามสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นหรือไม่ โดยใช้ฟังก์ชั่นการแผ่กระจายความน่าจะเป็นแบบสะสม (Cumulative distribution function) ของความถี่ของข้อมูลจริง กับความถี่ตามทฤษฎีของสมมุติฐานนั้น มาเปรียบเทียบกัน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

---

[1] Charles T. Clark and Lawrense L. Schkade, Statistical Methods for Bussiness Decisions. (Ohio : South-Western Publishing Co., 1969), p. 227.

000272



รูปที่ 2.2 ฟังก์ชันการแผ่กระจายความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ

2.4.1 สร้างฟังก์ชันการแผ่กระจายความน่าจะเป็นแบบสะสมขึ้นตามลักษณะของเส้นโค้ง (Curve) ที่เราตั้งสมมุติฐานขึ้นมา เช่น เราตั้งสมมุติฐานว่าข้อมูลของเราที่เก็บมาเป็นลักษณะเส้นโค้งของการแผ่กระจายแบบปกติ (Normal distribution curve) ซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันการแผ่กระจาย ดังนี้

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

ซึ่งความน่าจะเป็นแบบสะสมของฟังก์ชันนี้ จะเป็น

$$F(X) = \int_{-\infty}^{Z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}Z^2} \, dZ$$

ซึ่ง $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

โดยทางปฏิบัติแล้วเราไม่สามารถหาค่า μ และ σ ของประชากร (Population) ได้ เพราะเสียทั้งเงินและเวลามาก ดังนั้นจึงนิยมสุ่มตัวอย่าง (Sampling) แทน เมื่อสุ่มตัวอย่างมาได้กลุ่มหนึ่ง ค่าพารามิเตอร์ของกลุ่มที่สุ่มมาได้ซึ่งจะเป็นตัวแทนของประชากร ก็จะใช้ค่า $\bar{X}$ และ s แทน μ และ σ

ค่า $\bar{X}$ และ s เราหาได้จากข้อมูล โดยที่

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$ [1]

---

[1]Ronald E. Walpole, Introduction to Statistics, p. 59.

และ $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2}{N-1}}$ [1]

ดังนั้นค่า F(X) หาได้จากตารางความน่าจะเป็นแบบสะสมของการแผ่กระจายแบบปกติ

2.4.2 สร้างช่วงแห่งความมั่นใจ (Confidence band) โดยใช้หลักที่ว่า ความน่าจะเป็นที่เกิดขึ้นของข้อมูลทุก ๆ อันจะมีค่าเท่ากัน ดังนั้นค่าความน่าจะเป็นแบบสะสมของข้อมูลที่เกิดขึ้น จะเป็น [2]

$$S_n(X) = \begin{cases} 0 , & X < X_1 \\ \frac{k}{n} , & X_k \leq X \leq X_{k+1} \\ 1 , & X \geq X_n \end{cases}$$

เมื่อ n คือ จำนวน Sample size

และ k คือ ข้อมูลที่เกิดขึ้นตามลำดับที่ k โดยค่า k นี้จะเรียงจากค่าน้อยไปหาค่ามาก

2.4.3 นำค่าของ $\left| F(X) - S_n(X) \right|$ ที่มีค่ามากที่สุดมาเปรียบเทียบกับค่าที่กำหนดไว้ในตารางของการตรวจสอบแบบโกลโมโกรอฟสะไมรนอฟ

---

[1] Ibid., p. 66.

[2] Paul G. Hoel, Introduction to Mathematical Statistics. (New York : John Wiley & Sons, Inc., 1971), p. 324.

ถ้า $\max \left| F(X)-S_n(X) \right| > D_n^{\alpha}$

แสดงว่าไม่ยอมรับ (Reject) สมมุติฐานที่ตั้งขึ้นด้วยระดับนัยสำคัญ α

ถ้า $\max \left| F(X)-S_n(X) \right| < D_n^{\alpha}$

แสดงว่ายอมรับ (Accept) สมมุติฐานที่ตั้งขึ้นมา ในที่นี้กำ

α คือระดับนัยสำคัญ (Level of significance) หรือความน่า จะเป็นที่จะไม่ยอมรับสมมุติฐาน ซึ่งในทางปฏิบัติมักใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05

n คือ ขนาดของตัวอย่าง (Sample size)

รูปแบบของการเปรียบเทียบระหว่าง $F(X)$ และ $S_n(X)$ แสดงไว้ตามรูปที่ 2.3

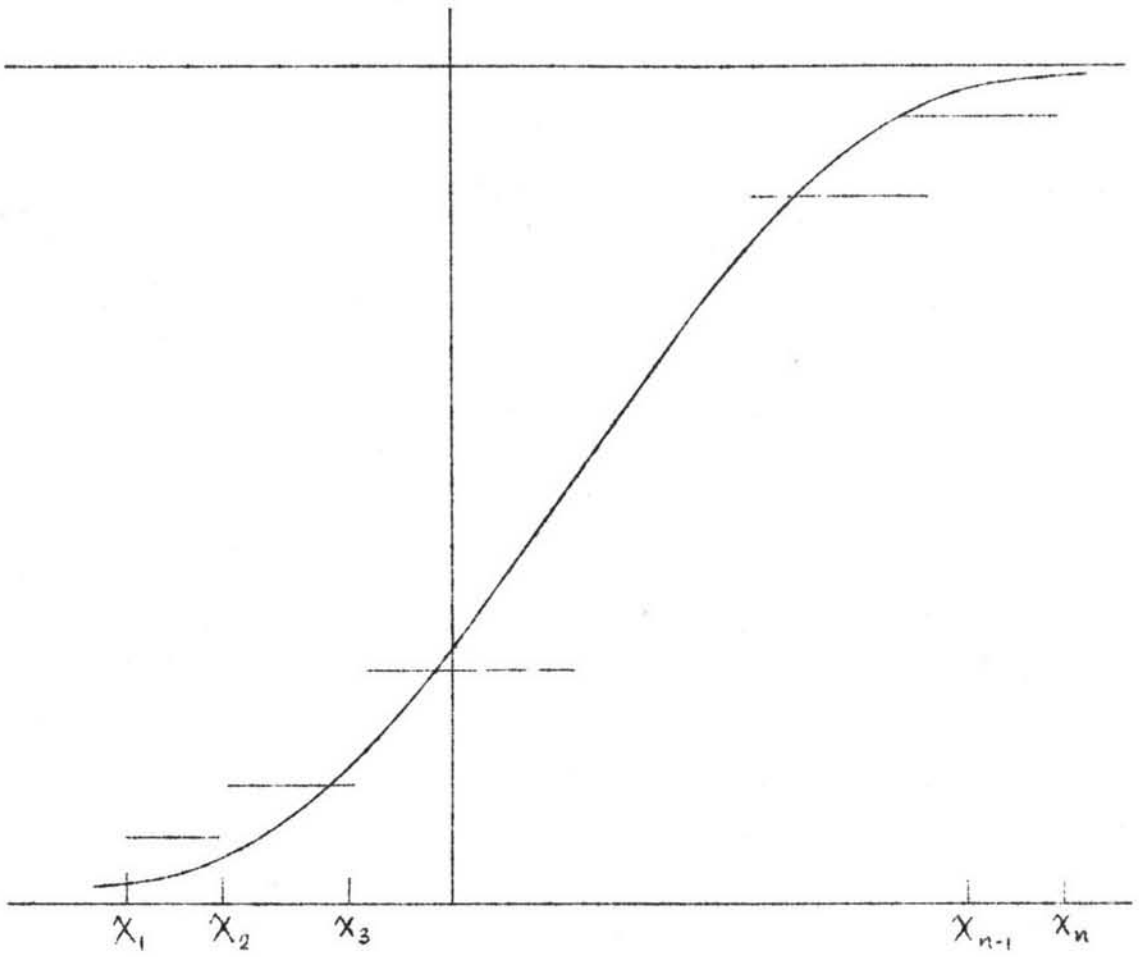
2.5 Chi-Square goodness of fit test

การทดสอบแบบไค-สแควร์ (Chi-Square test) เป็นวิธีการทดสอบว่า ข้อมูลมีการแผ่กระจายตามสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นหรือไม่ โดยการเปรียบเทียบความถี่ของข้อมูลจริง กับความถี่ตามทฤษฎีของสมมุติฐานนั้น ถ้ากำหนดให้

f_o = ความถี่ของข้อมูลจริง

f_e = ความถี่ตามทฤษฎี

χ^2 = ค่าไคสแควร์



รูปที่ 2.3 ค่าความน่าจะเป็นแบบสะสมของข้อมูลตามทฤษฎี ซึ่งเป็นแบบต่อเนื่อง กับทางปฏิบัติ ซึ่งเป็นแบบช่วง (Discrete)

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_o} \quad [1]$$

ขั้นตอนของการทดสอบข้อมูลโดยวิธีแบบ ไค-สแควร์ พอสรุปได้ดังนี้

2.5.1 ตั้งสมมุติฐานของข้อมูล โดยการสังเกตจากกราฟต่าง ๆ ของข้อมูล หรือจากลักษณะของเส้นโค้ง

2.5.2 คำนวณหาค่าไค-สแควร์ (χ^2)

2.5.3 เลือกค่าวิกฤติ (Critical value) จากการแผ่กระจายแบบ ไค-สแควร์ $\chi^2_{\alpha,\gamma}$ ตามตารางของค่าไค-แควร์ โดยที่

α คือ ระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) หรือความน่าจะเป็นที่จะไม่ยอมรับสมมุติฐาน ซึ่งในทางปฏิบัติมักใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05

γ คือ Degree of freedom ซึ่งมีค่าเท่ากับ จำนวนข้อมูลที่สุ่มมาได้ ลบด้วยจำนวนตัวพารามิเตอร์ที่มีอยู่ในฟังก์ชันของการกระจายความน่าจะเป็นที่ศึกษาอยู่

2.5.4 เปรียบเทียบค่า χ^2_{test} กับ $\chi^2_{\alpha,\gamma}$

ถ้า $\chi^2_{test} > \chi^2_{\alpha,\gamma}$

แสดงว่า ไม่ยอมรับ (Reject) สมมุติฐานที่ตั้งขึ้นด้วยระดับนัยสำคัญ α

ถ้า $\chi^2_{test} < \chi^2_{\alpha,\gamma}$

แสดงว่า ยอมรับ (Accept) สมมุติฐานที่ตั้งขึ้นมา

---

[1] Charles T. Clark and Lawrence L. Schkade, Statistical Methods for Bussiness Decisions, p. 427.

หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

2.6 Critical Path Method (CPM) [1]

CPM เป็นวิธีควบคุมโครงงาน ด้วยการกำหนดเวลาสำหรับโครงงานให้ทำเสร็จสิ้นภายในเวลาที่กำหนด แต่ข้อมูลซึ่งใช้ในการวิเคราะห์โครงงานเพื่อการวางแผนเป็นข้อมูลที่ แน่นอน หลังจากนั้นจึงจะกำหนดสายงานวิกฤติ (Critical path) ซึ่งสายงานวิกฤตินี้จะเป็นส่วนกำหนด และควบคุมการเสร็จสิ้นของการดำเนินงานทั้งสิ้น ถ้ากิจกรรมในสายงานวิกฤติเสร็จล่าช้าไป หมายถึงโครงงานทั้งโครงงานจะต้องล่าช้าไปด้วย ดังนั้นเวลาทำงานรวมของงานทุกงานที่เป็นกิจกรรมวิกฤติ จะเป็นเวลาทั้งสิ้น ซึ่งโครงงานต้องใช้เพื่อให้โครงงานเสร็จสิ้น

วิธีการคำนวณหาสายงานวิกฤติของ CPM มีดังนี้ คือ

2.6.1 กำหนดเวลาเริ่มต้นไปหาเวลาสิ้นสุดแบบไปข้างหน้าของโครงงาน (Forward pass) โดยหาเวลาเริ่มต้นเร็วสุดของจุดเชื่อม (Node) ทุกจุดในโครงข่าย (Net work) ของโครงงาน ซึ่งจะใช้สัญญลักษณ์ $\square$ แทนความหมายของการเริ่มต้นเร็วสุดของแต่ละจุด จะคำนวณได้จาก

$$ES_j = \max_i \left\{ ES_i + D_{ij} \right\}$$

ES_j คือ เวลาเริ่มต้นเร็วสุดของจุดเชื่อม (Node) j

ES_i คือ เวลาเริ่มต้นเร็วสุดของจุดเชื่อม (Node) i ใด ๆ

D_{ij} คือ เวลาทำงานของกิจกรรม (Activity) i-j ใด ๆ

---

[1] วิจิตร ศัณฑสุทธิ์, วันชัย ริจิรวนิช และ กิริจันทร์ ทองประเสริฐ, การวิจัยดำเนินงาน เล่มที่ 1 ภาค Deterministic (กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520), หน้า 163.

2.6.2 กำหนดเวลาสิ้นสุดของโครงงาน ย้อนกลับมาถึงเวลาเริ่มต้น (Backward pass) โดยใช้สัญลักษณ์ $\triangle$ แทนความหมายเวลาสิ้นสุดที่ช้าที่สุดของแต่ละจุดเชื่อม (Node) จะคำนวณได้จาก

$$LF_i = \min_j \left\{ LF_j - D_{ij} \right\}$$

LF_i คือ เวลาสิ้นสุดที่ช้าที่สุดของจุดเชื่อม i

LF_j คือ เวลาสิ้นสุดที่ช้าที่สุดของจุดเชื่อม j ใด ๆ

ดังนั้น กิจกรรมวิกฤติที่จะได้จะต้องประกอบไปด้วย

ก. ค่า $ES_i = LF_i$

ข. ค่า $ES_j = LF_j$

ค. ผลต่างระหว่างจุดยอดวิกฤติ (Critical node) ทั้งสองที่อยู่เรียงกันจะเท่ากัน เวลาที่ใช้ทำงานนั้นจริง ๆ

สายงานรองวิกฤติ (Subcritical Path) เป็นสายงานซึ่งจะเปลี่ยนเป็นสายงานวิกฤติได้ เมื่อกิจกรรมวิกฤติเดิมได้รับการปรับปรุงให้เสร็จเร็วขึ้น และกลายเป็นกิจกรรมซึ่งไม่วิกฤติ (Noncritical)

2.7 การลดเวลาโครงงาน (Reducing the Project Time)

เนื่องจากเวลาวิกฤติ (Critical Time) เป็นเวลาที่นำมาใช้ในการควบคุมโครงงาน กล่าวคือไม่ให้กิจกรรมต่าง ๆ เสียเวลามากไปกว่าเวลาวิกฤติ ดังนั้นการที่จะลดเวลาโครงงานก็จำเป็นที่จะต้องลดเวลาวิกฤติลง ซึ่งจะมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี ได้แก่

1. เพิ่มแรงงาน และเครื่องจักรของส่วนงานที่ไม่ใช่กิจกรรมวิกฤติ มาใช้ในส่วนงานที่เป็นกิจกรรมวิกฤติ

2. แบ่งกิจกรรมวิกฤติออกให้สามารถเริ่มงานและทำงานได้พร้อมกัน

3. เพิ่มแรงงานและเครื่องจักรของส่วนงานที่เป็นกิจกรรมวิกฤติ ให้สามารถดำเนินงานได้เร็วขึ้น

4. เพิ่มเวลาพิเศษ เช่น จัดทำงานล่วงเวลาสำหรับกิจกรรมซึ่งเป็นกิจกรรมวิกฤติ

5. ว่าจ้างหน่วยงานอื่นสำหรับส่วนของกิจกรรมวิกฤติ

การที่จะลดเวลาโครงงานลงได้ จำเป็นจะต้องเสียค่าใช้จ่าย 2 ประเภท คือ

1. ค่าใช้จ่ายทางตรง (Direct cost) เป็นค่าใช้จ่ายที่กำหนดได้อย่างแน่ชัด เช่น ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ชิ้นส่วนอะไหล่ รวมทั้งค่าแรงของคนงาน

2. ค่าใช้จ่ายทางอ้อม (Indirect cost) เป็นค่าใช้จ่ายที่ไม่อาจกำหนดได้อย่างแน่นอน เช่น ค่าที่ดิน ค่าไฟ ค่าน้ำ ตลอดจนค่าดอกเบี้ย เป็นต้น

เนื่องจากกรมอู่ทหารเรือ เป็นหน่วยงานของรัฐบาล ที่รัฐบาลจัดสรรเงินงบประมาณมาให้กองทัพเรือ และมีงบประมาณสำหรับซ่อมเรือแต่ละลำ ซึ่งจะนำมาใช้เป็นค่าใช้จ่ายทางตรงเป็นส่วนใหญ่ ดังนั้นรายงานการวิจัยนี้จะกล่าวถึงผลของการลดเวลาโครงงานโดยการเพิ่มแรงงานมากขึ้นเท่านั้น