

บทที่ 2

ทฤษฎี



2.1 ทฤษฎีเบื้องต้น

เมื่อเอาสารตัวอย่างไปอาบรังสีด้วยอนุภาคนิวตรอน ซึ่งมีนิวตรอนฟลักซ์ (neutron flux) ϕ ไอโซโทป (isotope) ของธาตุซึ่งอยู่ในสารตัวอย่าง จะทำปฏิกิริยานิวเคลียร์ (nuclear reaction) กับอนุภาคนิวตรอน ดังสมการ 2.1

$$R = \frac{\phi \sigma m N_0 f}{M} \dots \dots \dots 2.1$$

เมื่อ R = อัตราการเกิดปฏิกิริยา (rate of reaction)

ϕ = นิวตรอนฟลักซ์ ซึ่งหมายถึง จำนวนนิวตรอนต่อพื้นที่ที่อาบรังสีต่อวินาที มีหน่วยเป็นจำนวนนิวตรอนต่อตารางเซนติเมตรต่อวินาที

σ = ค่าภาคตัดขวาง (cross section) ของนิวตรอนในการแอกติเวชัน มีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร หรือบาร์น (barn)

$$(1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2)$$

m = น้ำหนักของธาตุที่ต้องการหาในสารตัวอย่างที่อาบรังสี

M = น้ำหนักอะตอม (atomic weight) ของธาตุนั้น

f = เปอร์เซ็นต์ของไอโซโทปของธาตุนั้น (abundance)

N_0 = เลขอะโวกาโดร (Avogadro number) มีค่าเท่ากับ

$$6.02 \times 10^{23} \text{ อะตอมต่อกรัม-อะตอม.}$$

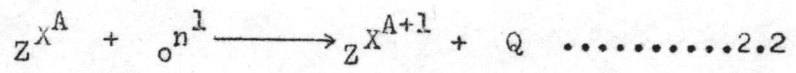
2.2 ปฏิกิริยาของนิวตรอน

เมื่อให้นิวตรอนเขาทำปฏิกิริยากับนิวเคลียสของสารต่าง ๆ อนุภาคนิวตรอนจะวิ่งเข้าไปในนิวเคลียส หรือเพียงวิ่งเฉียดเขาไปไกล ๆ ก็ได้ ทั้งนี้เป็นเพราะนิวตรอนไม่มีประจุ ทำให้ไม่เกิดผลจากแรงคูลอมบ์ (Coulomb force) มาเกี่ยวข้องของ

ปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นอาจจะเป็นแบบการกระเจิง (scattering) หรือแบบดักจับ (capture)

2.2.1 ปฏิกิริยาของนิวตรอนช้า

ปฏิกิริยาที่นิวเคลียสของธาตุทำกับนิวตรอนช้า (นิวตรอนที่มีพลังงานประมาณ 0.025 eV.) ส่วนมากเป็นชนิดนิวตรอนถูกจับ (n, γ) ซึ่งเรียกว่า radiative capture และหลังจากที่เกิดนิวตรอนถูกจับ นิวเคลียสของธาตุนั้นจะกลายเป็น compound nucleus เลขอะตอมของนิวเคลียสจะไม่เปลี่ยนแปลง แต่เลขมวลจะเพิ่มขึ้นหนึ่งหน่วย ดังสมการ 2.2



เมื่อ ${}_Z X^A$ = นิวเคลียสของธาตุที่อาบรังสี มีมวล A และประจุ Z
 ${}_Z X^{A+1}$ = นิวเคลียสใหม่ที่เกิดขึ้น มีมวล A+1 และประจุ Z เท่าเดิม

γ = พลังงานที่เกิดขึ้นในปฏิกิริยา ส่วนมากจะเป็นพลังงานของรังสีแกมมา

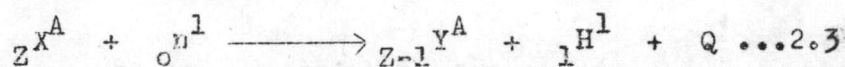
compound nucleus ที่เกิดขึ้น อาจจะ เป็นไอโซโทปที่เสถียรภาพ (stable-isotope) หรืออาจจะ เป็นไอโซโทปกัมมันตรังสี (radioisotope) ก็ได้ ไอโซโทปกัมมันตรังสีจะปล่อยรังสีออกมา อาจจะเป็นรังสีแกมมาอย่างเดียว หรือมีทั้งรังสีแกมมาและรังสีเบตา หรือรังสีเบตาอย่างเดียวก็ได้ ตัวอย่างเช่น ไทเทเนียม มีไอโซโทปที่เสถียรภาพในธรรมชาติ 5 ตัว คือ 7.93 % Ti^{46} , 7.28 % Ti^{47} , 73.94 % Ti^{48} , 5.51 % Ti^{49} , 5.34 % Ti^{50} และมีค่าภาคตัดขวางเทอร์มอลนิวตรอน (thermal neutron cross section) 0.6, 1.7, 8.3, 1.9, และ 0.14 บารน์ตามลำดับ เมื่อเอาไทเทเนียมอาบรังสี Ti^{46} จะกลายเป็น Ti^{47} ซึ่งเป็นไอโซโทปที่เสถียรภาพ, Ti^{47} กลายเป็น Ti^{48} ซึ่งเป็นไอโซโทปที่เสถียรภาพ, Ti^{48} กลายเป็น Ti^{49} ซึ่งเป็นไอโซโทปที่เสถียรภาพ, Ti^{49} กลายเป็น Ti^{50} ซึ่งเป็นไอโซโทปที่เสถียรภาพ, และ Ti^{50} กลายเป็น Ti^{51} ซึ่งเป็น

ไอโซโทปกัมมันตรังสี Ti^{51} จะสลายตัวให้รังสีเบตา และรังสีแกมมา ด้วยเวลาครึ่งชีวิต (half-life) 5.8 นาที

2.2.2 ปฏิกริยาของนิวตรอนเร็ว

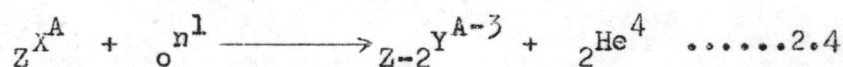
นิวตรอนเร็วหมายถึงนิวตรอนที่มีพลังงานมากกว่า 1 Mev. ถ้าอาบรังสีสารควบนิวตรอนเร็ว จะเกิดปฏิกริยา (n, p) , (n, α) และ $(n, 2n)$

ในปฏิกริยา (n, p) นิวตรอนเร็วที่วิ่งชนจะถูกจับ แล้วเกิด compound nucleus ใหม่ พร้อมทั้งปล่อยโปรตอนออกมา 1 ตัวทันที ดังสมการ 2.3



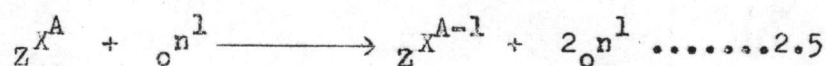
นิวเคลียสที่เกิดใหม่จะมีเลขอะตอมลดลง 1 หน่วย แต่เลขมวลเท่าเดิม นั่นคือ จะเป็นไอโซโทปของธาตุใหม่ ถ้าธาตุที่เกิดใหม่เป็นธาตุกัมมันตรังสี มันจะสลายตัวให้รังสีออกมา อาจจะเป็นเบตาบวก (β^+) เบตาลบ (β^-) หรือแกมมา (γ) ก็ได้

ปฏิกริยา (n, α) มีสมการดังนี้



เมื่อเกิดปฏิกริยาระหว่างนิวตรอนและนิวเคลียส ได้ compound nucleus ซึ่งมีเลขอะตอมลดลง 2 หน่วย และเลขมวลลดลง 3 หน่วย กลายเป็นธาตุใหม่ พร้อมทั้งได้อนภาคอัลฟาออกมา 1 ตัว

ปฏิกริยา $(n, 2n)$ คือ นิวตรอนเข้าไป 1 ตัว ได้นิวตรอนใหม่ออกมา 2 ตัว ดังสมการ 2.5



นิวเคลียสที่เกิดใหม่จะมีเลขอะตอมเท่าเดิม แต่เลขมวลลดลง 1 หน่วย

ในปฏิกริยาทั้ง 3 ชนิดนี้ โอกาส (probability) ที่ธาตุจะทำปฏิกริยากับอนุภาคนิวตรอนหรือกัมมาที่ตกขวางนิวตรอนของแต่ละธาตุก็แตกต่างกันไป และค่าภาคตัดขวางเหล่านั้น ยังขึ้นอยู่กับพลังงานของนิวตรอนอีกด้วย

ปฏิกิริยาที่สำคัญในการวิเคราะห์แบบนิวตรอนแอคติเวชันคือ ปฏิกิริยา (n, γ) เพราะปฏิกิริยานี้มักจะมีค่าภาคตัดขวางสูง

2.3 การวิเคราะห์แบบนิวตรอนแอคติเวชัน

สารกัมมันตรังสีทุกชนิดจะมีการสลายตัวอยู่ตลอดเวลา อัตราการสลายตัวเขียนเป็นสูตรได้ว่า

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \dots\dots\dots 2.6$$

$$\text{หรือ } N = N_0 e^{-\lambda t} \dots\dots\dots 2.7$$

เมื่อ N = จำนวนนิวเคลียสของสารกัมมันตรังสี เมื่อเวลา t ใด ๆ

N_0 = จำนวนนิวเคลียสของสารกัมมันตรังสี เมื่อเวลา $t = 0$

λ = ค่าคงที่ของการสลายตัว (decay constant) มีค่าเท่ากับ

$$\frac{0.693}{T_{1/2}} \text{ เมื่อ } T_{1/2} \text{ คือ เวลาครึ่งชีวิต}$$

ในขณะที่กำลังอบนิวตรอนแก่สารตัวอย่าง เพื่อให้กลายเป็นไอโซโทปกัมมันตรังสี อะตอมบางส่วนของสารนั้นที่กลายเป็นไอโซโทปกัมมันตรังสีแล้ว จะเริ่มสลายตัวทันที ในขณะที่เดียวกันอะตอมบางส่วนจะกลายเป็นไอโซโทปกัมมันตรังสีเพิ่มขึ้น ดังนั้นอาจเขียนได้ว่า

อัตราการเปลี่ยนแปลงของสารกัมมันตรังสี = อัตราการเกิดขึ้น - อัตราการสลายตัว

$$\frac{dN}{dt} = R - \lambda N \dots\dots\dots 2.8$$

$$\text{หรือ } N = R(1 - e^{-\lambda t}) \dots\dots\dots 2.9$$

นั่นคือ อัตราการสลายตัว $A = \lambda N$

$$A = R(1 - e^{-\lambda t}) \dots\dots\dots 2.10$$

เมื่อ t เป็นเวลาที่ใช้อาบน้ำนิวตรอน (irradiation time) ดังนั้นเมื่อเวลาที่ใช้อาบน้ำนิวตรอนนานมากพอแล้ว จะทำให้เกิดภาวะสมดุล (steady state) ทำให้อัตราการเกิดไอโซโทปกัมมันตรังสี เท่ากับอัตราการสลายตัวของมัน และอัตราการสลายตัวของสารที่ได้เรียกว่า "อัตราการสลายอิ่มตัว" (saturation activity) เมื่อเกิดการอิ่มตัวแล้วถึงจะอาบรังสีต่อไปอีกนานเท่าใดก็ตาม ก็ไม่ทำให้อัตราการสลายตัวเพิ่มขึ้นอีกเลย ถ้านิวตรอนฟลักซ์มีค่าคงเดิม

ถ้าเอาสารตัวอย่างอาบน้ำนิวตรอนด้วยเวลาสั้นไม่ถึงกับเกิดการอิ่มตัว อัตราการสลายตัวของไอโซโทปกัมมันตรังสี ก็จะน้อยกว่าอัตราการสลายอิ่มตัว ดังสมการ 2.10 หรือ

$$A = \frac{\phi \sigma_{mn} N_0 f}{M} [1 - \exp(-0.693t/T_{1/2})] \dots \dots 2.11$$

เทอม $1 - \exp(-0.693t/T_{1/2})$ ในสมการ 2.11 มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เมื่อ t มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง ∞

ถ้า $t = T_{1/2}$	ค่าของ $1 - \exp(-0.693t/T_{1/2})$	=	$\frac{1}{2}$
$t = 2T_{1/2}$	"	"	$\frac{3}{4}$
$t = 3T_{1/2}$	"	"	$\frac{7}{8}$
$t = 4T_{1/2}$	"	"	$\frac{15}{16}$

จะเห็นว่า ถ้า t มาก จะทำให้ $1 - \exp(-0.693t/T_{1/2})$ เข้าใกล้ 1 ทุกที นั่นคืออัตราการสลายตัวของสารตัวอย่าง เข้าใกล้อัตราการสลายอิ่มตัว เพราะฉะนั้นในการนำสารตัวอย่างไปอาบน้ำนิวตรอน ต้องใช้เวลาอาบน้ำนิวตรอนให้พอเหมาะ กล่าวคือถ้าไอโซโทปของธาตุใดมีเวลาครึ่งชีวิตสั้นก็ใช้เวลาอาบน้ำนิวตรอนน้อย ๆ และถ้ามีเวลาครึ่งชีวิตยาวก็ใช้เวลาอาบน้ำนิวตรอนนาน ๆ ทั้งนี้ต้องขึ้นกับนิวตรอนฟลักซ์ และค่าภาคตัดขวางของไอโซโทปนั้น ๆ ด้วย

2.4 การสลายตัวของธาตุหลังการอาบรังสี

เนื่องจากค่าอัตราการสลายตัวที่ได้จากสมการ 2.11 เป็นค่าที่วัดได้เมื่อเสร็จสิ้นการอาบรังสี ซึ่งโดยทางปฏิบัติการวัดไม่สามารถกระทำทันทีเมื่อเอาสารออกมาจากการอาบรังสีได้ จำเป็นต้องมีเวลารอคอย (decay time) ซึ่งอาจจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของสารกัมมันตรังสีนั้น ฉะนั้นจึงต้องแก้ไขเนื่องจากการสลายตัวไปก่อนของสารกัมมันตรังสีนั้น ด้วยแฟคเตอร์ $e^{-\lambda t_d}$ สมการ 2.11 กลายเป็น:

$$A_t = A e^{-\lambda t_d} \dots\dots\dots 2.12$$

หรือ $A_t = \frac{0.603 \lambda}{M} (1 - e^{-\lambda t}) e^{-\lambda t_d} \dots\dots\dots 2.13$

เมื่อ $A_t =$ อัตราการสลายตัว ณ เวลาใด ๆ

$t_d =$ เวลาที่ไอโซโทปกัมมันตรังสีสลายตัว ตั้งแต่การอาบนิวตรอนโดยยุติลง จนกระทั่งถึงเวลาเริ่มนับ

ในระหว่างที่วัดสารตัวอย่างที่อาบรังสีแล้วนั้น อัตราการสลายตัวของสารตัวอย่างลดลง ถ้าเวลาที่ไชนับ (t_c) น้อยกว่าเวลาครึ่งชีวิตของไอโซโทปกัมมันตรังสีนั้นมาก ๆ จำนวนนับต่อนาที (counts per minute) ที่ได้ ก็ถือว่าเป็นอัตรานับที่นับที่จุดตั้งต้นของการนับได้ ถ้าเวลาที่ไชนับประมาณ 1 เวลาครึ่งชีวิตของไอโซโทปกัมมันตรังสี เวลาเขียนกราฟของอัตรานับกับเวลาให้เขียนที่จุดกึ่งกลางของเวลาที่ไชนับ แต่สำหรับการนับที่นานกว่า 1 เวลาครึ่งชีวิตของไอโซโทปกัมมันตรังสี จะต้องมี การแก้ไขโดยสมการที่ 2.14

$$\int_0^{t_c} C_0 e^{-\lambda t} dt = C_x \dots\dots\dots 2.14$$

หรือ $C_0 = \frac{\lambda C_x}{1 - e^{-\lambda t_c}}$

เมื่อ $C_0 =$ อัตรานับเมื่อเวลาเริ่มต้น ($t = 0$)

$C_x =$ จำนวนที่นับได้ทั้งหมดในช่วงเวลา t_c

2.5 การใช้วิธีเปรียบเทียบ (comparison technique) เพื่อหาปริมาณของธาตุ
ในสารตัวอย่าง

เพื่อหลีกเลี่ยงค่าต่าง ๆ เช่น abundance ค่าภาคตัดขวาง นิวตรอน พลิกซ์ และเวลาที่ใช้อย่างดี ซึ่งมีค่าไม่แน่นอน จึงนิยมใช้วิธีเปรียบเทียบ โดยการเอาสารตัวอย่างที่ต้องการจะหาปริมาณของธาตุ อย่างดีพร้อมกับสารมาตรฐานที่รู้น้ำหนักแน่นอน ภายใต้ภาวะอย่างเดียวกัน แล้วเอาออกมานับด้วยเวลาเท่ากัน ค่าของอัตรานับที่นับได้ เมื่อนำมาเปรียบเทียบกัน ก็สามารถหาปริมาณของธาตุในสารตัวอย่างนั้นได้

จากสมการ 2.13 ให้

A_s เป็นอัตราการสลายตัวของไอโซโทปกัมมันตรังสีที่ใช้เป็นสารมาตรฐาน

A_x เป็นอัตราการสลายตัวของไอโซโทปกัมมันตรังสีที่ต้องการหาปริมาณ

m_s เป็นน้ำหนักของไอโซโทปมาตรฐาน

m_x เป็นน้ำหนักของไอโซโทปที่ต้องการหาปริมาณ

$$A_s = \frac{\phi \sigma m_s N_0 f (1 - e^{-\lambda t}) e^{-\lambda t_d}}{M}$$

$$A_x = \frac{\phi \sigma m_x N_0 f (1 - e^{-\lambda t}) e^{-\lambda t_d}}{M}$$

เมื่อใช้เวลาอย่างดี และเวลาถอนนับเท่ากัน ในที่สุดจะได้

$$\frac{A_s}{A_x} = \frac{m_s}{m_x}$$

หรือ $\frac{C_0}{C_x} = \frac{m_s}{m_x} \dots \dots \dots 2.15$

ในเมื่อ C_s, C_x เป็นอัตรานับของสารมาตรฐาน และสารที่ต้องการหาปริมาณ

จากสมการ 2.15 จะเห็นว่าอัตราการสลายตัวของสารไม่ขึ้นกับนิวตรอนฟลักซ์ (ϕ) หรือค่าภาคตัดขวาง (σ) หรือประสิทธิภาพของเครื่องวัด แต่จะขึ้นกับน้ำหนักไอโซโทปของธาตุมาตรฐาน และที่เรากำลังหา.