หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 สมมติฐานเบื้องต้นสำหรับการวิเคราะห์คานอิฐโปร่งอัดแรง

ในการคำนวณออกแบบคานอิฐโปร่งอัดแรง ใช้สมมติฐานดังต่อไปนี้

2.1.1 หน้าตัดซึ่งเป็นระนาบก่อนรับแรงดัด ยังคงเป็นระนาบอยู่หลังจากรับแรงดัดแล้ว

2.1.2 ความเค้น (Strain) ผันแปรเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความลึกขององค์อาคาร

2.1.3 โมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุก่อ และของเหล็กเสริมอัดแรงมีค่าคงที่ โดยที่ โมดูลัสยืดหยุ่นของคานอิฐโปร่งอัดแรงมีค่าดังนี้คือ $E_m^{(1)} = 2.7 \times 10^5$ กก./ซม^2 และโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรง มีค่าดังนี้คือ $E_s = 2.04 \times 10^6$ กก./ซม^2 ซึ่งได้จากหนังสือรับรองของผู้ผลิต

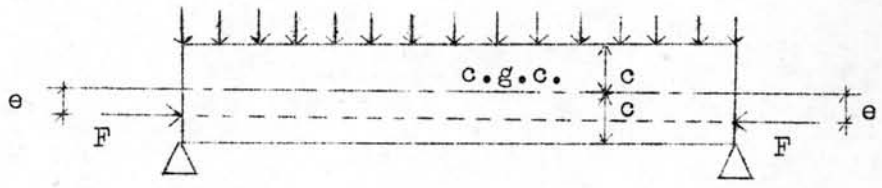
2.2 การคำนวณหน่วยแรงที่หน้าตัดคาน

การคำนวณหาหน่วยแรงที่เกิดขึ้น ณ. หน้าตัดใด ๆ ของคานอิฐโปร่งอัดแรง ก็พิจารณาเช่นเดียวกันกับของคานคอนกรีตอัดแรง ซึ่งเนื่องมาจากการอัดแรง น้ำหนักตัวมันเอง และน้ำหนักจรจะกระทำได้โดยคำนวณหาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นที่หน้าตัดนั้น ๆ เนื่องจากสาเหตุต่าง ๆ ทีละอย่าง ผลลัพธ์ของหน่วยแรงจะได้จากการรวมหน่วยแรงเหล่านั้น

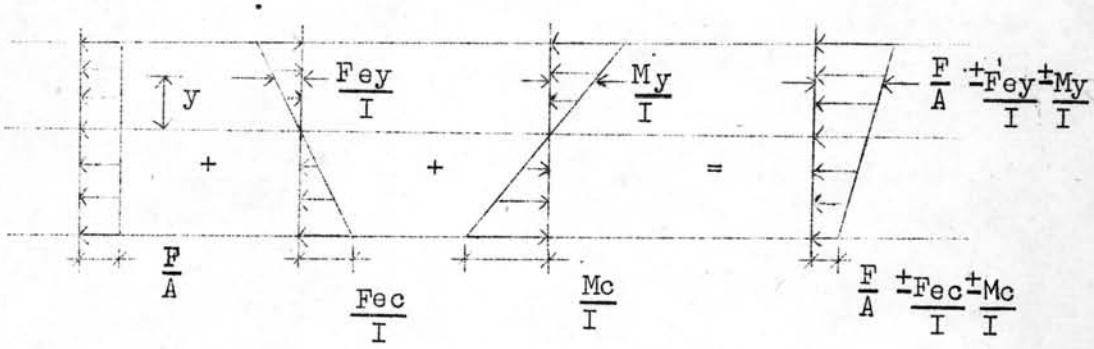
---

(1) ค่าเฉลี่ยจากผลการทดลอง

พิจารณาของคานอัดแรง ซึ่งมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม มีแรงอัดเยื้องศูนย์และรับน้ำหนักตามรูปที่ 2-1



(ก) คานอัดแรงมีแรงอัดเยื้องศูนย์ และรับน้ำหนักบรรทุก



(ข) เนื่องจากการอัดแรง (แรงแนวแกน) (ค) เนื่องจากการอัดแรง (แรงเยื้องศูนย์) (ง) เนื่องจากน้ำหนัก (แรงดัด M) (จ) ผลลัพธ์

รูปที่ 2-1 การกระจายหน่วยแรงบนหน้าตัดคานอัดแรง

เมื่อแรงอัด F ซึ่งกระทำเยื้องจากศูนย์ถ่วงของคานเป็นระยะ e จะทำให้เกิดหน่วยแรง f ที่หน้าตัดใด ๆ มีค่าเท่ากับ

$$f = \frac{F}{A} \pm \frac{Fey}{I} \qquad (2.2\text{-}1)$$

ในเมื่อ:

A = เนื้อที่หน้าตัดของคานอัดแรง

e = ระยะเยื้องศูนย์ของเหล็กเสริมอัดแรง

y = ระยะซึ่งห่างจากศูนย์ถ่วงของคาน (c.g.c.)

I = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัด

ถ้า M เป็นแรงดัดที่หน้าตัด เนื่องจากแรงหรือน้ำหนักภายนอก หน่วยแรงที่หน้าตัดนั้นจะเป็น

$$f = \frac{F}{A} \pm \frac{Fey}{I} \pm \frac{My}{I} \qquad (2.2\text{-}2)$$

จากสมการข้างต้น ถ้าเกิดรอยแตกร้าว (crack) ที่หน้าตัด ระยะเยื้องศูนย์ และคุณสมบัติของหน้าตัดจะต้องคำนวณ จากหน้าตัดร้าว (crack section)

2.3 การเสื่อมสูญของการอัดแรง

แรงอัดในคานอิฐโปร่งอัดแรงมีค่าไม่คงที่จะลดลงเป็นปฏิภาคกับเวลา ทั้งนี้เนื่องจากสาเหตุหลายประการ การเสื่อมสูญของการอัดแรงจะมีค่ามากในระยะแรกเมื่อเริ่มอัดแรงในคานอิฐโปร่ง และจะค่อย ๆ ลดลงจนถึงค่า ๆ หนึ่ง ในทางปฏิบัติจะพิจารณาเฉพาะค่าแรงอัดในคานอิฐโปร่งระยะแรก และแรงอัดใช้งานที่แท้จริงเท่านั้น

สาเหตุของการเสื่อมสูญของการอัดแรง เนื่องจากดังนี้คือ

(1) การหดตัวในช่วงอีลาสติกของอิฐโปร่ง

จากสูตร $\triangle f_s = \frac{E_s F_i}{A E_m + A_s E_s}$ (2.3-1)

ในที่นี้

$\triangle f_s$ = หน่วยแรงเสื่อมสูญเนื่องจากการหดตัวในช่วงอีลาสติกของอิฐโปร่ง (กก./ซม^2)

E_s = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรง (กก./ซม^2)

F_i = แรงอัดเมื่อเวลาเริ่มอัดแรงก่อนการถ่ายแรง (กก.)

A = พื้นที่หน้าตัดสุทธิของอิฐโปร่ง (ซม^2)

E_m = โมดูลัสยืดหยุ่นของคานอิฐโปร่งอัดแรง (กก./ซม^2)

A_s = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรง (ซม^2)

แทนค่า $\triangle f_s$ ของเส้นแรก $= \frac{(2.04\text{x}10^6) \text{ x } (3394)}{(247.91)\text{x}(2.7\text{x}10^5)+(0.2514)\text{x}(2.04\text{x}10^6)}$

$= \frac{69,237.6}{674.49} = 102.65$ กก./ซม^2

$\triangle f_s$ เฉลี่ย $= \frac{102.65}{2} = 51.33$ กก./ซม^2

∴ การเสื่อมสูญเนื่องจากการหดตัวในช่วงอีลาสติกของอิฐโปร่ง $= \frac{51.33 \text{ x } 100}{13,500} = 0.38$ %

(2) การล้าของเหล็กเสริมอัดแรง

การล้าของเหล็กเสริมอัดแรง เกิดจากการดึงเหล็กด้วยหน่วยการยืดตัวคงที่ในช่วงระยะเวลาหนึ่ง การสูญเสียแรงอัดในเหล็ก จะคำนวณได้จาก

$$\frac{f_s}{f_{si}} = 1 - \frac{\log t}{10}\left(\frac{f_{si}}{f_y} - 0.55\right) \qquad (2.3\text{-}2)^{(2)}$$

ในเมื่อ t = เวลา (ชั่วโมง) = 4 x 24 = 96 ชั่วโมง

f_{si} = หน่วยแรงดึงเริ่มแรกในเหล็กเสริมอัดแรง (กก./ซม^2)

f_y = กำลังจุดคลากของเหล็กเสริมอัดแรง (กก./ซม^2)

f_s = หน่วยแรงดึงประสิทธิผล (กก./ซม^2)

แทนค่า

$$\frac{f_s}{13,500} = 1 - \frac{\log 96}{10}\left(\frac{13,500}{16,000} - 0.55\right)$$

$$= 1 - \frac{1.982}{10}\left(0.84 - 0.55\right)$$

004906

$$= 0.943$$

$$f_s = 12,730.50 \text{ กก./ซม}^2$$

$$\therefore \triangle f_s = 13,500 - 12,730.50 = 769.50 \text{ กก./ซม}^2$$

นั่นคือ การเสื่อมสูญเนื่องจากการล้าของเหล็กเสริมอัดแรง

$$= \frac{769.50 \times 100}{13,500} = 5.7\ \%$$

(3) การลื่นที่ปลายยึดของเหล็กเสริมอัดแรง

ในขณะที่ถ่ายแรงสู่ปลายยึดในคานอิฐโปร่งอัดแรงแบบดึงทีหลัง การลื่นหรือเลื่อนไถลจะเกิดขึ้นที่ลิ่มและตรงปลายยึด พลอยทำให้เหล็กเสริมอัดแรงเลื่อนไถลไปด้วยเป็นเหตุให้มีการสูญเสียแรงอัดในเหล็ก ถ้าลวดเหล็กยาว ค่าการสูญเสียแรงอัดจะมีค่าน้อย แต่จะมีค่ามากถ้าลวดเหล็กสั้น

---

(2) จากหนังสือคอนกรีตเสริมเหล็ก โดย สนั่น เจริญเผ่า และ วินิต ช่อวิเชียร

17A09573

จากสูตร $\Delta f_s = \frac{\Delta a}{L} \cdot E_s$ (2.3-3)

ในเมื่อ Δa = เป็นระยะเลื่อนไถลของปลายยึด = 0.1 ซม.

L = ความยาวของคานอิฐโปร่งอัดแรง (ซม.)

E_s = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรง (กก./ซม^2)

แทนค่า $\Delta f_s = (\frac{0.1}{300})(2.04 \times 10^6)$

$= 680$ กก./ซม^2

∴ การเสื่อมสูญเนื่องจากการลื่นที่ปลายยึดของเหล็กเสริมอัดแรง

$= \frac{680 \times 100}{13,500} = 5.04$ %

นั่นคือ:-

การเสื่อมสูญขณะถ่ายแรง = 51.33 + 680 = 731.33 กก/ซม^2

= 5.42 %

การเสื่อมสูญขณะใช้งาน = 51.33+769.50+680 = 1500.83 กก/ซม^2

= 11.12 %

หมายเหตุ : การเสื่อมสูญเนื่องจากการคืบ (Creep) ของอิฐไม่ได้นำมารวม เพราะจากผลการทดลองที่ได้ทำมาแล้ว การคืบของอิฐในเวลา 50 วัน เท่ากับ 7.42×10^{-5} นิ้ว/นิ้ว. เรื่องที่ 34 ในหนังสือ Designing, Engineering, and Constructing with Masonry Products โดย F.B. Johnson.

2.4 การคำนวณออกแบบคานอิฐโปร่งอัดแรง

ในการออกแบบคานอิฐโปร่งอัดแรง เพื่อนำไปใช้เป็นระบบพื้นชนิดหนึ่งที่ใช้กับอาคารทั่วไป เช่น บ้านพักอาศัย หรือแฟลต จึงได้เลือกหน้าตัดของอิฐโปร่งดังแสดงไว้ในรูปที่ 3-1 และรูปที่ 3-2 นำมาประกอบเป็นคานอิฐโปร่งแล้วเสริมเหล็กอัดแรงขนาด 4 มม. จำนวน 2 เส้น

การคำนวณออกแบบคานอิฐโปร่งอัดแรง ทำตามลำดับดังต่อไปนี้

ก) เลือกหน้าตัดของอิฐโปร่ง และขนาดกับจำนวนเหล็กเสริมอัดแรง

ข) พิจารณาหน่วยแรงที่ยอมให้ได้ของอิฐโปร่งและเหล็กเสริมอัดแรง

ค) ตรวจสอบหน่วยแรงที่เกิดขึ้น เนื่องจากการอัดแรงและขณะรับน้ำหนักบรรทุก

ง) คำนวณออกแบบแผ่นเหล็กยึด

2.4.1 ตรวจสอบหน่วยแรงเนื่องจากการอัดแรง

จากคุณสมบัติของหน้าตัดเฉลี่ยของอิฐโปร่ง แสดงไว้ในหัวข้อที่ 4 (ภาคผนวก ข.) จะได้ดังนี้

(Section Modulus) $S_1 = \frac{I}{c_1} = \frac{4,510.76}{6.71} = 672.24$ ซม.^{3}

$S_2 = \frac{I}{c_2} = \frac{4,510.76}{7.49} = 602.24$ ซม.^{3}

$k_2 = \frac{r^2}{c_1} = \frac{I}{Ac_1} = \frac{4,510.76}{247.91 \times 6.71}$ ซม.

$= 2.71$ ซม.

ระยะช่วงคานเฉลี่ย $= 2.87$ ม.

น้ำหนักของคานเฉลี่ย(3) $= 71.74$ กก./ม.

แรงดัดเนื่องจากน้ำหนักคาน $= \frac{1}{8} \times 71.74 \times (2.87)^2$ กก.-ม.

$= 73.86$ กก.-ม.

กำลังดึงประลัยของเหล็กเสริมอัดแรง (f'_s) $= 180$ กก./มม.^{2}

กำลังดึงที่ 75 % ของ $f'_s = 0.75\ f'_s$ $= 135$ กก./มม.^{2}

---

(3) จากตารางที่ 6-1

พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมขนาด 4 มม. 2 เส้น = 25.14 มม.^{2}

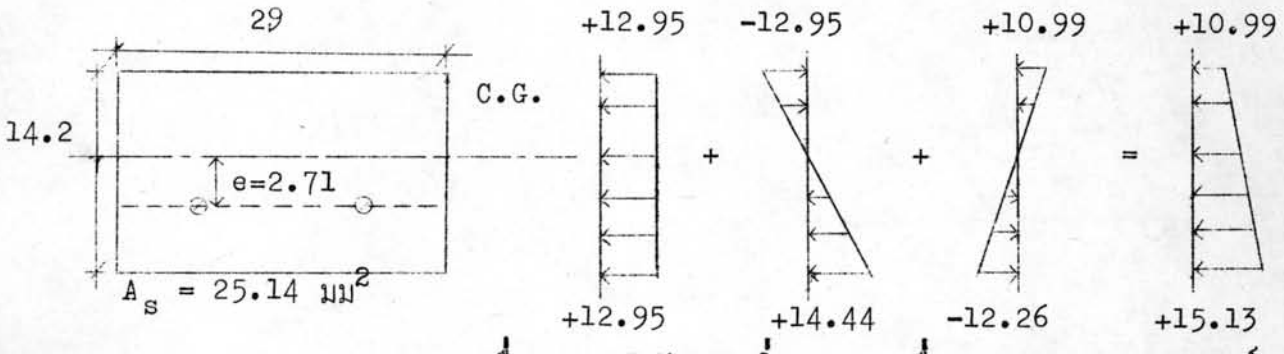
พื้นที่หน้าตัดสุทธิของอิฐโปร่ง = 247.91 ซม.^{2}

แรงดึงขณะดึง = (135) A_s = 3394 กก.

แรงดึงขณะถ่ายแรง = (135-7.31) A_s = 3210 กก.

แรงดึงขณะใช้งาน = (135-15.01) A_s = 3016 กก.

ระยะเยื้องศูนย์ (e) = 2.71 ซม.



รูปที่ 2-2 หน่วยแรงเนื่องจากการอัดแรงและ นน. คาน

จากสูตร $f = \frac{F}{A}\left(1 \pm \frac{e}{r^2/y}\right)$

ก) หน่วยแรงเนื่องจากแรงอัด $f_t = \frac{3210}{247.91}\left(1 - \frac{2.71}{2.71}\right) = 0$ กก./ซม^2

$f_b = \frac{3210}{247.91}\left(1 + \frac{2.71}{2.43}\right) = +27.39$ กก/ซม^2 (แรงอัด)

ข) หน่วยแรงเนื่องจาก นน.คาน $f_t = +\frac{7386}{672.24} = +10.99$ กก/ซม^2

$f_b = -\frac{7386}{602.24} = -12.26$ กก/ซม^2 (แรงดึง)

รวมหน่วยแรงชั่วคราวในคานอิฐโปร่งอัดแรง

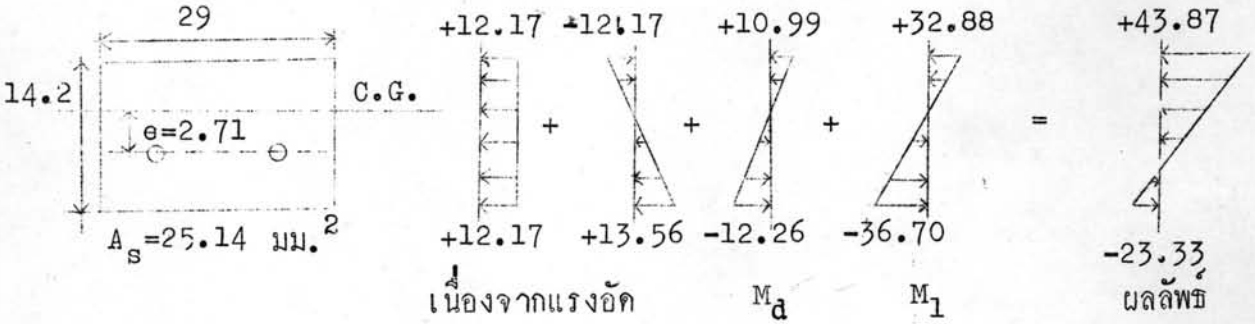
หน่วยแรงที่ขอบบน = 0 + 10.99 = +10.99 กก/ซม^2 (แรงอัด)

หน่วยแรงที่ขอบล่าง = +27.39-12.26 = 15.13 กก/ซม^2 (แรงอัด)

2.4.2 ตรวจสอบหน่วยแรงขณะรับน้ำหนักบรรทุกที่ P.L.

แรงดึงขณะใช้งาน = (135-15.01)(25.14) = 3016 กก.

แรงดัดจรเฉลี่ย(4) = 221 กก.-ม.



รูปที่ 2-3 หน่วยแรงขณะรับน้ำหนักบรรทุกที่ P.L.

ก) หน่วยแรงเนื่องจากแรงอัด

$$f_t = \frac{3016}{247.91}\left(1 - \frac{2.71}{2.71}\right) = 0 \quad \text{กก/ซม}^2$$

$$f_b = \frac{3016}{247.91}\left(1 + \frac{2.71}{2.43}\right) = +25.73 \quad \text{กก/ซม}^2$$

ข) หน่วยแรงเนื่องจากน้ำหนักตัวคาน

$$f_t = +\frac{7386}{672.24} = +10.99 \quad \text{กก/ซม}^2$$

$$f_b = -\frac{7386}{602.24} = -12.26 \quad \text{กก/ซม}^2$$

ค) หน่วยแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุก

$$f_t = +\frac{22100}{672.24} = +32.88 \quad \text{กก/ซม}^2$$

$$f_b = -\frac{22100}{602.24} = -36.70 \quad \text{กก/ซม}^2$$

รวมหน่วยแรงในคานอิฐโปร่งขณะรับน้ำหนักที่ P.L.

หน่วยแรงที่ขอบบน = 0+10.99+32.88 = +43.87 กก/ซม^2 (แรงอัด)

หน่วยแรงที่ขอบล่าง = +25.73-12.26-36.70 = -23.23 กก/ซม^2 (แรงดึง)

---

(4) ผลจากตารางที่ 6-1.

2.5 การคำนวณออกแบบแผ่นเหล็กยึด

ในคานที่ 1 และคานที่ 2 ได้ออกแบบแผ่นเหล็กยึด มีขนาดกว้าง 7.5 ซม. ยาว 29 ซม. และหนา 9 มม. เจาะรู 2 รู ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 9 มม. รายละเอียดแสดงในรูปที่ 3–2 (ข) และ รูปที่ 4–2 (ข). ซึ่งแผ่นเหล็กยึดนี้สะดวกต่อการประกอบคาน

สำหรับในคานที่ 3 และคานที่ 4 ได้พิจารณาเกี่ยวกับแผ่นเหล็กยึด และคำนวณออกแบบใหม่เพื่อให้ประหยัดราคาค่าก่อสร้าง

กำลังอัดประลัยของอิฐก่อนปลายสุดของคาน = 188 กก./ซม^2

ในตารางที่ 5 (ภาคผนวก ก.)

ข้อกำหนดมาตรฐาน ว.ส.ท. สำหรับหน่วยแรงแบกทานของวัสดุก่อ

$$f_m = 0.375\ f'_m$$

ฉะนั้น หน่วยแรงแบกทานที่ยอมให้ = (0.375)(188) กก./ซม^2

= 70.5 กก./ซม^2

แรงดึงประลัยของลวดเหล็กอัดแรงขนาด 4 มม. = 2263 กก.

แรงดึง 75 % ของแรงดึงประลัย=(0.75)(2263) = 1700 กก.

∴ พื้นที่อย่างน้อยที่สุดของแผ่นเหล็กยึด $= \frac{1700}{70.5}$ ซม^2

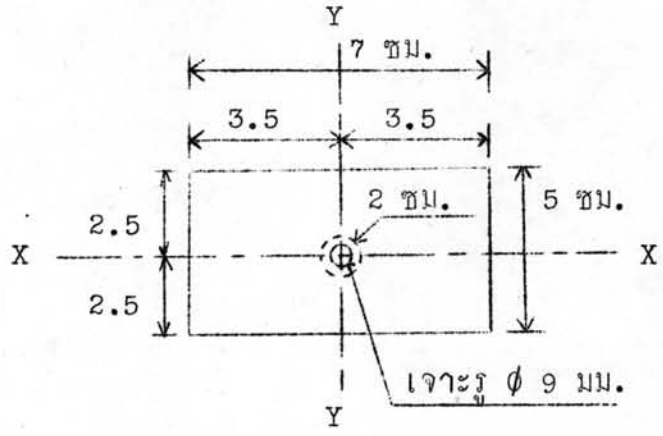
= 24.1 ซม^2

นั่นคือ ใช้แผ่นเหล็กยึดขนาด = 5 ซม. x 7 ซม. (35 ซม^2)

∴ หน่วยแรงแบกทานที่เกิดขึ้นจริง $= \frac{1700}{35}$ กก./ซม^2

= 48.57 กก./ซม^2

(ซึ่งน้อยกว่า 70.5 กก./ซม^2) ใช้ได้



รูปที่ 2–4 รายละเอียดของแผ่นเหล็กยึด

โดยการสมมติให้แรงที่เกิดขึ้นกระทำต่อแผ่นเหล็กยึดอย่างสม่ำเสมอ

แรงดัดที่เกิดขึ้นรอบแกน y-y $= (\frac{1615}{2})(\frac{3.5}{2} - 0.424 \times 1)$ กก.-ซม.(ก)

$= 1071$ กก.-ซม.

Section Modulus รอบแกน y-y, สำหรับความกว้างสุทธิ = 4.1 ซม.

$Z = \frac{bd^2}{6} = \frac{4.1\ d^2}{6}$

$\therefore \quad f = \frac{M}{Z}$

หน่วยแรงของแผ่นเหล็กใช้ = 2,000 กก./ซม^2 ซึ่งกำลังจุดคลาก (f_y) ของแผ่นเหล็ก เท่ากับ 2,400 กก./ซม^2

$$2{,}000 = (1071)\ (\frac{6}{4.1d^2})$$

$$d^2 = 0.78$$

$$\therefore \quad d = 0.88 \text{ ซม.}$$

$\therefore$ ใช้ความหนาของแผ่นเหล็กยึด = 9 มม.

นั่นคือ :-

ขนาดของแผ่นเหล็กยึด = กว้าง 5 ซม. x ยาว 7 ซม. x หนา 9 มม.

(ก) แรงดึงที่ลดการเสื่อมสูญเนื่องจากการลื่นที่ปลายยึดของเหล็กเสริมอัดแรง

2.6 ความสัมพันธ์ของมุมเปลี่ยน (ϕ) กับระยะโก่ง ($\triangle$)

จากความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในทฤษฎีของ Moment - Area สามารถหามุมเปลี่ยน (ϕ) และระยะโก่ง($\triangle$) เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจร ซึ่งแสดงไว้ในหัวข้อที่ 5 (ภาคผนวก ข.) ดังนี้

$$\phi = \frac{2}{9}\frac{PL^2}{EI} \qquad (2.6\text{-}1)$$

$$\triangle = 0.0355\frac{PL^3}{EI} \qquad (2.6\text{-}2)$$

ในที่นี้:- ϕ = มุมเปลี่ยน (เรเดียน)

$\triangle$ = ระยะโก่งที่สุดกึ่งกลางคาน (ซม.)

P = น้ำหนักบรรทุกจร (กก.)

L = ระยะช่วงคาน (ซม.)

E = โมดูลัสยืดหยุ่นของคาน (กก./ซม^2)

I = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดคาน (ซม^4)

จากสมการ (2.6-1) จะได้ $EI = \frac{2}{9}\frac{PL^2}{\phi}$ (2.6-3)

จากสมการ (2.6-2) จะได้ $EI = 0.0355\frac{PL^3}{\triangle}$ (2.6-4)

เมื่อเทียบสมการ (2.6-3) และ (2.6-4) เท่ากันจะได้ว่า

$$\frac{2}{9}\frac{PL^2}{\phi} = 0.0355\frac{PL^3}{\triangle}$$

$$\therefore \phi = \left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{1}{0.0355}\right)\left(\frac{\triangle}{L}\right)$$

นั่นคือ จะได้ความสัมพันธ์ของมุมเปลี่ยนกับระยะโก่งดังนี้ คือ

$$\phi = 6.26\left(\frac{\triangle}{L}\right) \qquad (2.6\text{-}5)$$