หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

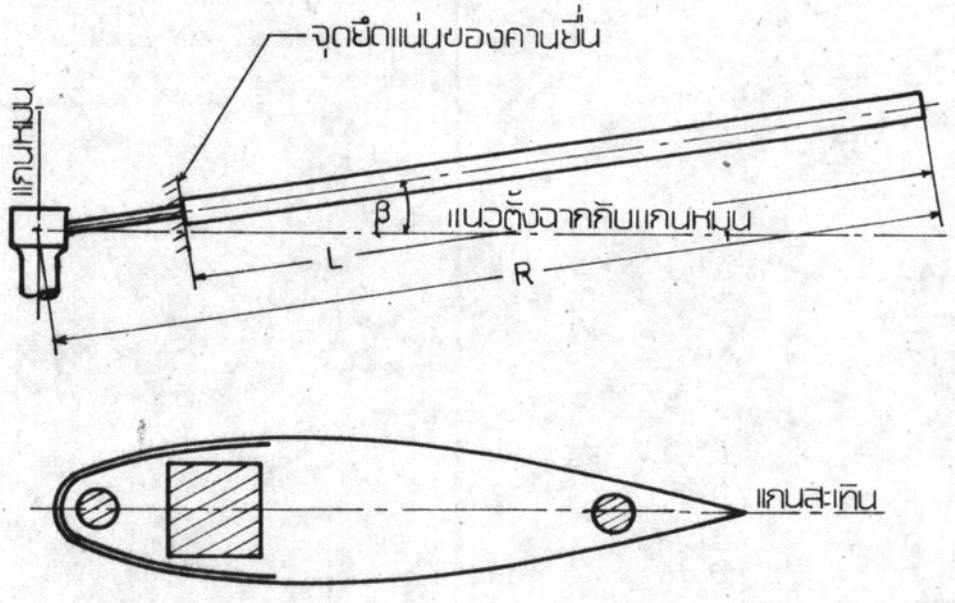
บทที่ 4.

การหาค่าโมเมนต์ดัดและระยะโก่งของปีกเฮลิคอปเตอร์

<u>สมมติฐาน</u>

ในการหาค่าโมเมนต์ดัดและระยะโก่งของปีกเฮลิคอปเตอร์นั้น จะใช้สมมติฐานดังนี้

ให้ปีกเฮลิคอปเตอร์เป็นคานยื่น ซึ่งประกอบกันเป็น Composite beam ชิ้นส่วนเหล่านี้มีแกนสะเทินร่วมกัน ดังรูปที่ 22.



<u>รูปที่ 22.</u> แสดงลักษณะของปีกเฮลิคอปเตอร์เป็นแบบคานยื่น และหน้าตัดของปีกเฮลิคอปเตอร์ (มุม β เป็นมุมยกของปีก ซึ่งมีค่าเท่ากับ 3 องศา)

ละเว้นผลเนื่องจากการยึดขึ้นส่วนต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น สกรู, หมุดย้ำ, รอยเชื่อม ซึ่งจะทำให้การกระจายของความเค้นไม่สม่ำเสมอ ให้ถือว่าปีกมีวัสดุแต่ละชนิดประกอบเป็นผิวเรียบ และวัสดุแต่ละชนิดมีการกระจายความเค้นสม่ำเสมอ

ปีกเฮลิคอปเตอร์ได้รับแรงกระทำ 3 ชนิดด้วยกัน คือ แรงยก ซึ่งแปรผันตามกำลังสองของรัศมีปีก ($K_l r^2$), แรงหนีศูนย์กลางของปีกซึ่งแปรผันตามรัศมีของปีก ($K_c r$) และน้ำหนักของปีกที่กระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดความยาวปีก

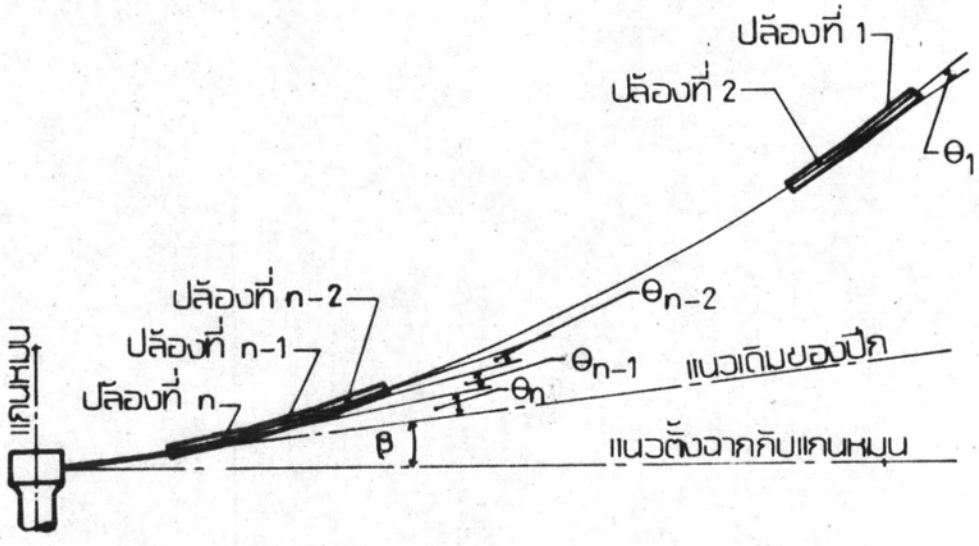
แรงยกที่กระทำต่อปีกเฮลิคอปเตอร์จะไม่คิดความเร็วเดินหน้าของเฮลิคอปเตอร์

ในการคำนวณหาโมเมนต์ดัดและระยะโก่งของปีก จะแบ่งความยาวของปีกออกเป็นปล้อง ๆ และให้แรงยก, แรงหนีศูนย์กลาง และน้ำหนักของปีกกระทำที่จุดศูนย์ถ่วงของแต่ละปล้อง

การเปลี่ยนแปลงความลาดของปีกแต่ละปล้อง มีค่าน้อยมาก โดยให้ถือว่าความลาดของปีกแต่ละปล้องมีค่าเฉลี่ยค่าหนึ่งเท่ากันตลอด

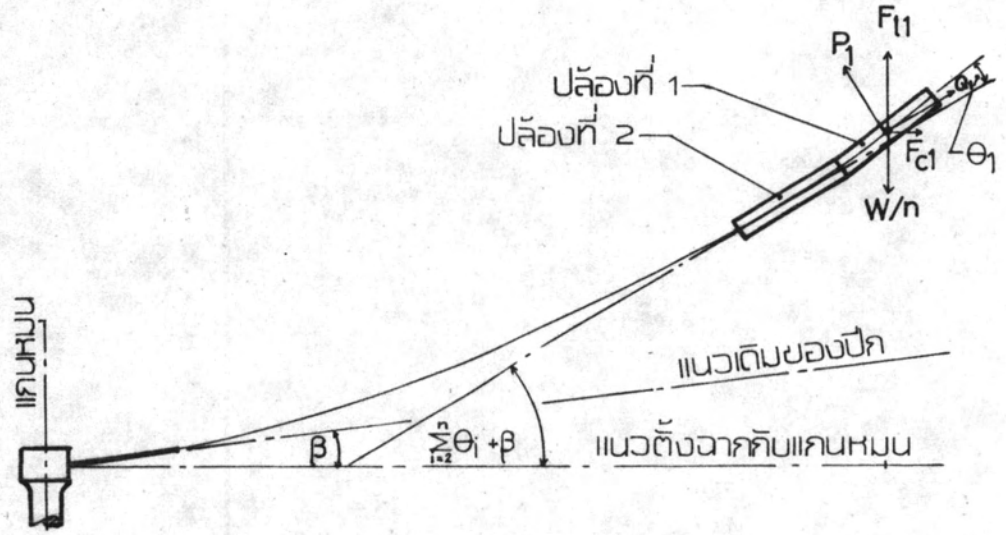
<u>สมการโมเมนต์ดัดและระยะโก่งของปีก</u>

การหาสมการโมเมนต์ดัดและระยะโก่งของปีกนั้น จะทำให้อยู่ในรูปของการเปลี่ยนแปลงความลาดของแต่ละปล้องเทียบกับปล้องถัดไป โดยคิดจากปล้องปลายสุดของปีกไปหาปล้องโคนปีก ดังรูปที่ 23.



<u>รูปที่ 23.</u> แสดงการเปลี่ยนแปลงความลาดของแต่ละปล้อง

ในการคิดหาค่าการเปลี่ยนแปลงของความลาดแต่ละปล้องเทียบกับปล้องถัดไปทางด้านโคนนั้น จะทำการแตกแรงทั้ง 3 ชนิดที่กระทำที่จุดศูนย์ถ่วงของแต่ละปล้อง ให้อยู่ในแนวตั้งฉากและขนานกับความลาดของปล้องถัดไป และเปรียบเสมือนว่าปล้องที่กำลังคำนวณอยู่นั้นเป็นคานยื่นเมื่อคิดเทียบกับปล้องถัดไป



รูปที่ 24. แสดงการแตกแรงที่กระทำกับปล้องที่ 1 ให้อยู่ในแนวตั้งฉากและขนานกับความลาดของปล้องที่ 2

ปล้องที่ 1: แรงที่กระทำกับปล้องที่ 1 คือ แรงยก F_{l1}, แรงหนีศูนย์กลาง F_{c1} และน้ำหนักของปีก W/n กระทำที่จุดศูนย์ถ่วงของปล้องที่ 1 แรงทั้ง 3 นี้จะแตกให้อยู่ในแนวตั้งฉาก และขนานกับแนวความลาดของปล้องที่ 2 คือ แรง P_1 และ Q_1 ดังรูปที่ 24. และแยกเขียน Free body diagram ของปล้องที่ 1 ได้ดังรูปที่ 25. จากรูปที่ 24. และรูปที่ 25.

$$P_1 = F_{l1}\cos\left(\sum_{i=2}^{n}\theta_i+\beta\right) - F_{c1}\sin\left(\sum_{i=2}^{n}\theta_i+\beta\right) - \frac{W}{n}\cos\left(\sum_{i=2}^{n}\theta_i+\beta\right)$$

$$Q_1 = F_{c1}\cos\left(\sum_{i=2}^{n}\theta_i+\beta\right) + F_{l1}\sin\left(\sum_{i=2}^{n}\theta_i+\beta\right) - \frac{W}{n}\sin\left(\sum_{i=2}^{n}\theta_i+\beta\right)$$

เมื่อ W = น้ำหนักของปีกทั้งหมด

n = จำนวนปล้อง

มุม $\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta$ มีค่าน้อยมาก ซึ่งทำให้ค่า $\cos(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) \approx 1$ และ $\sin(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) \approx (\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta)$ ดังนั้น

$$P_1 = F_{l1} - F_{c1}(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) - \frac{W}{n}$$

$$Q_1 = F_{c1} - F_{l1}(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) - \frac{W}{n}(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta)$$

$$M_1 = P_1\frac{L}{2n} - Q_1\frac{L}{2n}\theta_1 \qquad (\text{มุม } \theta_1 \text{ น้อยมาก})$$

$$V_1 = P_1$$

$$N_1 = Q_1$$

แทนค่า P_1 และ Q_1 ลงในสมการของ M_1, V_1 และ N_1 โดยที่ตัดเทอมที่มีมุม θ_i ตั้งแต่กำลังสองขึ้นไปออก เพราะมีค่าน้อยมาก จะได้สมการดังนี้

$$M_1 = \frac{L}{2n}F_{l1} - \frac{WL}{2n^2} - \frac{L}{2n}F_{c1}(\sum_{i=1}^{n}\theta_i + \beta)$$

$$V_1 = F_{l1} - \frac{W}{n} - F_{c1}(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta)$$

$$N_1 = F_{c1} + (F_{l1} - \frac{W}{n}(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta)$$

สมการโมเมนต์ดัดที่ x ใด ๆ เมื่อ $0 < x < \frac{L}{2n}$ คือ

$$M_x = M_1 + N_1\theta_1 x - V_1 x = M_1 + (N_1\theta_1 - V_1)x$$

จากสมการ[9] $EI\,d^2y/dx^2 = M_x$ แทนค่า M_x จะได้

$$EI\,d^2y/dx^2 = M_1 + (N_1\theta_1 - V_1)x$$

$$EI\,dy/dx = M_1x + (N_1\theta_1 - V_1)x^2/2 + c_1 \qquad (\text{ก})$$

ค่าคงที่ c_1 หาได้จากเงื่อนไขที่ว่า ที่ $x = 0$, $dy/dx = 0$ จะได้ค่า $c_1 = 0$

แทนค่า c_1 ลงในสมการ (ก)

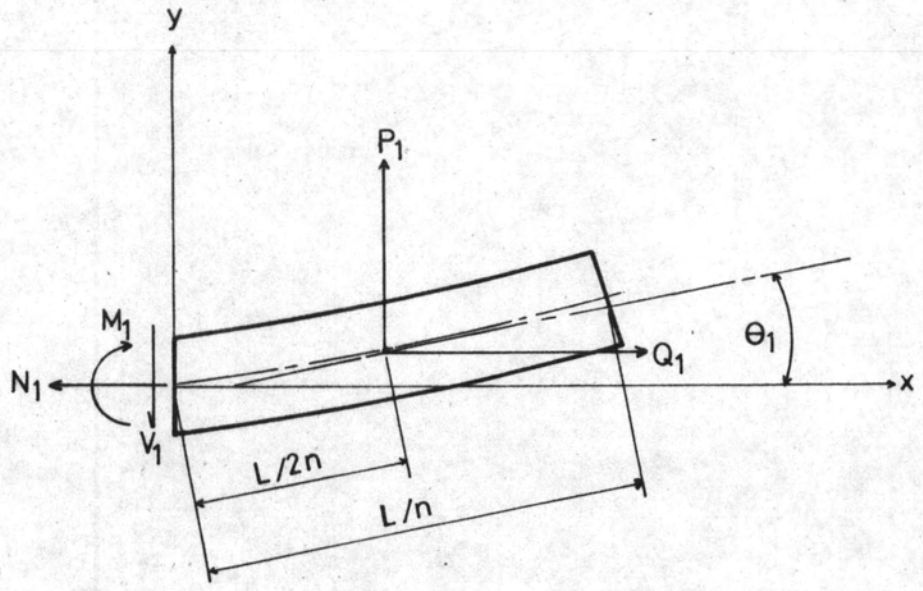
$$EI\,dy/dx = M_1x + (N_1\theta_1 - V_1)x^2/2 \qquad (\text{ข})$$

ที่ $x = L/2n$, $dy/dx = \theta_1$ ลงในสมการ (ข) จะได้

$$EI\theta_1 = L/2nM_1 + L^2/8n^2(N_1\theta_1 - V_1) \qquad (\text{ค})$$

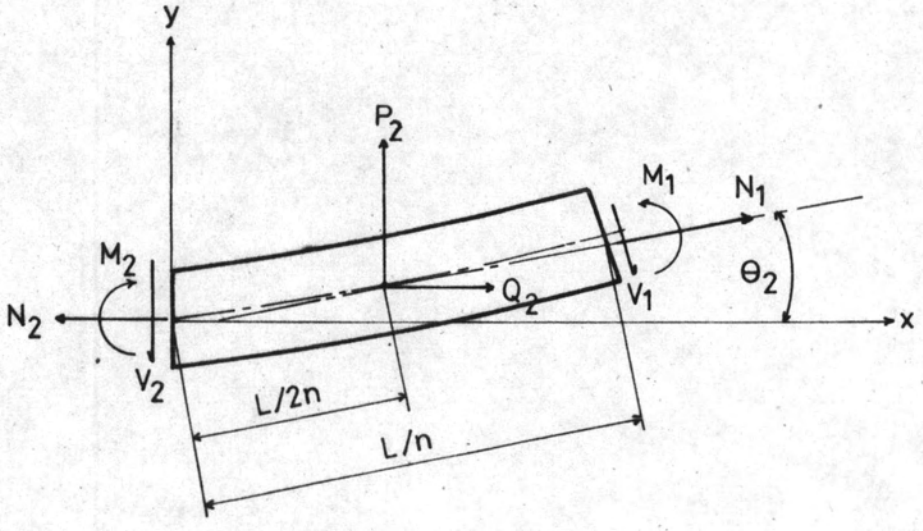
แทนค่า M_1, N_1 และ V_1 ลงในสมการ (ค) จะได้สมการการเปลี่ยนแปลงความลาดของปล้องที่ 1 ดังนี้

$$8n^2/L^2\,EI\theta_1 = F_{l1} - W/n - F_{c1}(\sum_{i=1}^{n}\theta_i + \beta) \qquad (\text{ง})$$



รูปที่ 25. แสดง Free body diagram ของปีกปล้องที่ 1

ปล้องที่ 2 : รูป Free body diagram ของปล้องที่ 2 แสดงดังในรูปที่ 26.



รูปที่ 26. แสดง Free body diagram ของปีกปล้องที่ 2.

จากรูปที่ 26.

$$P_2 = F_{l2} - F_{c2}(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta) - W/n$$

$$Q_2 = F_{c2} - F_{l2}(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta) - W/n(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta)$$

$$M_2 = M_1 + L/2n P_2 - L/2n Q_2\theta_2 + L/n V_1$$

$$N_2 = Q_2 + N_2 - V_1\theta_2$$

$$V_2 = P_2 + N_1\theta_2 + V_1$$

แทนค่า P_2, Q_2 ลงในสมการ M_2, N_2 และ V_2 จะได้

$$M_2 = 3L/2n F_{l1} + L/2n F_{l2} - 2WL/n^2 - L/2n F_{c1}\theta_1 - L/2n(3F_{c1}+F_{c2})(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta)$$

$$N_2 = F_{c1} + F_{c2} + (F_{l1} + F_{l2} - 2W/n(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta)$$

$$V_2 = F_{l1} + F_{l2} - 2W/n + F_{c1}\theta_2 - F_{c1}(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) - F_{c2}(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta)$$

สมการโมเมนต์ตัดที่ x ใด ๆ เมื่อ $0<x<L/2n$ คือ

$$M_x = M_2 + (N_2\theta_2 - V_2)x$$

$$EI\, d^2y/dx^2 = M_x = M_2 + (N_2\theta_2 - V_2)x$$

$$EI\, dy/dx = M_2x + (N_2\theta_2 - V_2)x^2/2 + c_2$$

ใช้เงื่อนไข $x=0$, $dy/dx=0$ ได้ $c_2 = 0$ ดังนั้น

$$EI\, dy/dx = M_2x + (N_2\theta_2 - V_2)x^2/2 \qquad (จ)$$

ใช้เงื่อนไข $x = L/2n$, $dy/dx=\theta_2$ แทนลงในสมการ (จ) จะได้

$$EI\,\theta_2 = L/2nM_2 + L^2/8n^2(N_2\theta_2 - V_2) \qquad (ฉ)$$

แทนค่า M_2, N_2 และ V_2 ลงในสมการ (ฉ) จะได้สมการการเปลี่ยนแปลงความลาดของปีกปล้องที่ 2 ดังนี้

$$8n^2/L^2\, EI\,\theta_2 = 5F_{l1} + F_{l2} - 6W/n - 2F_{c1}\theta_1 - (5F_{c1} + F_{c2})(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) \qquad (ช)$$

สำหรับสมการต่าง ๆ ของปล้องอื่น ๆ ก็ทำในทำนองเดียวกันกับปล้องที่ 1 และปล้องที่ 2 ซึ่งสามารถแยกเขียนได้ดังนี้

1756962x

ก. สมการการเปลี่ยนแปลงความลาด

ปล้องที่ 1.

$$A\theta_1 = B_1 - W/n - D_1(\sum_{i=1}^{n}\theta_i + \beta) \quad (37)$$

ปล้องที่ 2.

$$A\theta_2 = B_2 - 6W/n - C_1\theta_1 - D_2(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) \quad (38)$$

ปล้องที่ 3.

$$A\theta_3 = B_3 - 15W/n - C_1\theta_1 - C_2\theta_2 - D_3(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta) \quad (39)$$

ปล้องที่ 4.

$$A\theta_4 = B_4 - 28W/n - C_1\theta_1 - C_2\theta_2 - C_3\theta_3 - D_4(\sum_{i=4}^{n}\theta_i + \beta) \quad (40)$$

ปล้องที่ 5.

$$A\theta_5 = B_5 - 45W/n - C_1\theta_1 - C_2\theta_2 - C_3\theta_3 - C_4\theta_4 - D_5(\sum_{i=5}^{n}\theta_i + \beta) \quad (41)$$

ปล้องที่ 6.

$$A\theta_6 = B_6 - 66W/n - C_1\theta_1 - C_2\theta_2 - C_3\theta_3 - C_4\theta_4 - C_5\theta_5 - D_6(\sum_{i=6}^{n}\theta_i + \beta) \quad (42)$$

ปล้องที่ 7.

$$A\theta_7 = B_7 - 91W/n - C_1\theta_1 - C_2\theta_2 - C_3\theta_3 - C_4\theta_4 - C_5\theta_5 - C_6\theta_6 - D_7(\sum_{i=7}^{n}\theta_i + \beta) \quad (43)$$

ปล้องที่ 8.

$$A\theta_8 = B_8 - 120W/n - C_1\theta_1 - C_2\theta_2 - C_3\theta_3 - C_4\theta_4 - C_5\theta_5 - C_6\theta_6 - C_7\theta_7 - D_8(\sum_{i=8}^{n}\theta_i + \beta) \quad (44)$$

ปล้องที่ 9.

$$A\theta_9 = B_9 - 153W/n - C_1\theta_1 - C_2\theta_2 - C_3\theta_3 - C_4\theta_4 - C_5\theta_5 - C_6\theta_6 - C_7\theta_7 - C_8\theta_8 - D_9(\sum_{i=9}^{n}\theta_i + \beta) \quad (45)$$

ปล้องที่ 10.

$$A\Theta_{10} = B_{10} - {}^{190W}/_{n} - C_1\Theta_1 - C_2\Theta_2 - C_3\Theta_3 - C_4\Theta_4 - C_5\Theta_5 - C_6\Theta_6 - C_7\Theta_7 - C_8\Theta_8 - C_9\Theta_9 - D_{10}(\sum_{i=10}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (48)$$

ปล้องที่ 11.

$$A\Theta_{11} = B_{11} - {}^{231W}/_{n} - C_1\Theta_1 - C_2\Theta_2 - C_3\Theta_3 - C_4\Theta_4 - C_5\Theta_5 - C_6\Theta_6 - C_7\Theta_7 - C_8\Theta_8 - C_9\Theta_9 - C_{10}\Theta_{10} - D_{11}(\sum_{i=11}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (49)$$

ปล้องที่ 12.

$$A\Theta_{12} = B_{12} - {}^{276W}/_{n} - C_1\Theta_1 - C_2\Theta_2 - C_3\Theta_3 - C_4\Theta_4 - C_5\Theta_5 - C_6\Theta_6 - C_7\Theta_7 - C_8\Theta_8 - C_9\Theta_9 - C_{10}\Theta_{10} - C_{11}\Theta_{11} - D_{12}(\sum_{i=12}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (50)$$

เมื่อ A, B_i, C_i และ D_i เป็นค่าคงที่ ซึ่งมีค่าดังนี้

$$A = {}^{8n^2}/_{L^2}\,[(EI)_{al} + (EI)_{st}]$$

$$B_1 = F_{l1}$$

$$B_2 = 5F_{l1} + F_{l2}$$

$$B_3 = 9F_{l1} + 5F_{l2} + F_{l3}$$

$$B_4 = 13F_{l1} + 9F_{l2} + 5F_{l3} + F_{l4}$$

$$B_5 = 17F_{l1} + 13F_{l2} + 9F_{l3} + 5F_{l4} + F_{l5}$$

$$B_6 = 21F_{l1} + 17F_{l2} + 13F_{l3} + 9F_{l4} + 5F_{l5} + F_{l6}$$

$$B_7 = 25F_{l1} + 21F_{l2} + 17F_{l3} + 13F_{l4} + 9F_{l5} + 5F_{l6} + F_{l7}$$

$$B_8 = 29F_{l1} + 25F_{l2} + 21F_{l3} + 17F_{l4} + 13F_{l5} + 9F_{l6} + 5F_{l7} + F_{l8}$$

$$B_9 = 33F_{l1} + 29F_{l2} + 25F_{l3} + 21F_{l4} + 17F_{l5} + 13F_{l6} + 9F_{l7} + 5F_{l8} + F_{l9}$$

$$B_{10} = 37F_{l1} + 33F_{l2} + 29F_{l3} + 25F_{l4} + 21F_{l5} + 17F_{l6} + 13F_{l7} + 9F_{l8} + 5F_{l9} + F_{l10}$$

$$B_{11} = 41F_{l1} + 37F_{l2} + 33F_{l3} + 29F_{l4} + 25F_{l5} + 21F_{l6} + 17F_{l7} + 13F_{l8} + 9F_{l9} + 5F_{l10} + F_{l11}$$

$$B_{12} = 45F_{l1} + 41F_{l2} + 37F_{l3} + 33F_{l4} + 29F_{l5} + 25F_{l6} + 21F_{l7} + 17F_{l8} + 13F_{l9} + 9F_{l10} + 5F_{l11} + F_{l12}$$

$$C_1 = 2F_{c1}$$

$$C_2 = 6F_{c1} + 2F_{c2}$$

$$C_3 = 10F_{c1} + 6F_{c2} + 2F_{c3}$$

$$C_4 = 14F_{c1} + 10F_{c2} + 6F_{c3} + 2F_{c4}$$

$$C_5 = 18F_{c1} + 14F_{c2} + 10F_{c3} + 6F_{c4} + 2F_{c5}$$

$$C_6 = 22F_{c1} + 18F_{c2} + 14F_{c3} + 10F_{c4} + 6F_{c5} + 2F_{c6}$$

$$C_7 = 26F_{c1} + 22F_{c2} + 18F_{c3} + 14F_{c4} + 10F_{c5} + 6F_{c6} + 2F_{c7}$$

$$C_8 = 30F_{c1} + 26F_{c2} + 22F_{c3} + 18F_{c4} + 14F_{c5} + 10F_{c6} + 6F_{c7} + 2F_{c8}$$

$$C_9 = 34F_{c1} + 30F_{c2} + 26F_{c3} + 22F_{c4} + 18F_{c5} + 14F_{c6} + 10F_{c7} + 6F_{c8} + 2F_{c9}$$

$$C_{10} = 38F_{c1} + 34F_{c2} + 30F_{c3} + 26F_{c4} + 22F_{c5} + 18F_{c6} + 14F_{c7} + 10F_{c8} + 6F_{c9} + 2F_{c10}$$

$$C_{11} = 42F_{c1} + 38F_{c2} + 34F_{c3} + 30F_{c4} + 26F_{c5} + 22F_{c6} + 18F_{c7} + 14F_{c8} + 10F_{c9} + 6F_{c10} + 2F_{c11}$$

$$D_1 = F_{c1}$$

$$D_2 = 5F_{c1} + F_{c2}$$

$$D_3 = 9F_{c1} + 5F_{c2} + F_{c3}$$

$$D_4 = 13F_{c1} + 9F_{c2} + 5F_{c3} + F_{c4}$$

$$D_5 = 17F_{c1} + 13F_{c2} + 9F_{c3} + 5F_{c4} + F_{c5}$$

$$D_6 = 21F_{c1} + 17F_{c2} + 13F_{c3} + 9F_{c4} + 5F_{c5} + F_{c6}$$

$$D_7 = 25F_{c1} + 21F_{c2} + 17F_{c3} + 13F_{c4} + 9F_{c5} + 5F_{c6} + F_{c7}$$

$$D_8 = 29F_{c1} + 25F_{c2} + 21F_{c3} + 17F_{c4} + 13F_{c5} + 9F_{c6} + 5F_{c7} + F_{c8}$$

$$D_9 = 33F_{c1} + 29F_{c2} + 25F_{c3} + 21F_{c4} + 17F_{c5} + 13F_{c6} + 9F_{c7} + 5F_{c8} + F_{c9}$$

$$D_{10} = 37F_{c1} + 33F_{c2} + 29F_{c3} + 25F_{c4} + 21F_{c5} + 17F_{c6} + 13F_{c7} + 9F_{c8} + 5F_{c9} + F_{c10}$$

$$D_{11} = 41F_{c1} + 37F_{c2} + 33F_{c3} + 29F_{c4} + 25F_{c5} + 21F_{c6} + 17F_{c7} + 13F_{c8} + 9F_{c9} + 5F_{c10} + F_{c11}$$

$$D_{12} = 45F_{c1} + 41F_{c2} + 37F_{c3} + 33F_{c4} + 29F_{c5} + 25F_{c6} + 21F_{c7} + 17F_{c8} + 13F_{c9} + 9F_{c10} + 5F_{c11} + F_{c12}$$

ข. <u>สมการโมเมนต์คัด</u>

ปล้องที่ 1.

$$M_1 = E_1 - {}^{WL}/_{2n^2} - G_1\left(\sum_{i=1}^{n}\theta_i + \beta\right) \quad (51)$$

ปล้องที่ 2.

$$M_2 = E_2 - {}^{2WL}/_{n^2} - G_1\theta_1 - G_2\left(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta\right) \quad (52)$$

ปล้องที่ 3.

$$M_3 = E_3 - {}^{9WL}/_{2n^2} - G_1\theta_1 - G_2\theta_2 - G_3\left(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta\right) \quad (53)$$

ปล้องที่ 4.

$$M_4 = E_4 - {}^{8WL}/_{n^2} - G_1\theta_1 - G_2\theta_2 - G_3\theta_3 - G_4\left(\sum_{i=4}^{n}\theta_i + \beta\right) \quad (54)$$

ปล้องที่ 5.

$$M_5 = E_5 - {}^{25WL}/_{2n^2} - G_1\theta_1 - G_2\theta_2 - G_3\theta_3 - G_4\theta_4 - G_5\left(\sum_{i=5}^{n}\theta_i + \beta\right) \quad (55)$$

ปล้องที่ 6.

$$M_6 = E_6 - {}^{18WL}/_{n^2} - G_1\theta_1 - G_2\theta_2 - G_3\theta_3 - G_4\theta_4 - G_5\theta_5 - G_6\left(\sum_{i=6}^{n}\theta_i + \beta\right) \quad (56)$$

ปล้องที่ 7.

$$M_7 = E_7 - {}^{49WL}/_{2n^2} - G_1\theta_1 - G_2\theta_2 - G_3\theta_3 - G_4\theta_4 - G_5\theta_5 - G_6\theta_6 - G_7\left(\sum_{i=7}^{n}\theta_i + \beta\right) \quad (57)$$

ปล้องที่ 8.

$$M_8 = E_8 - {}^{32WL}/_{n^2} - G_1\theta_1 - G_2\theta_2 - G_3\theta_3 - G_4\theta_4 - G_5\theta_5 - G_6\theta_6 - G_7\theta_7 - G_8\left(\sum_{i=8}^{n}\theta_i + \beta\right) \quad (58)$$

ปล้องที่ 9.

$$M_9 = E_9 - {}^{81WL}/_{2n^2} - G_1\Theta_1 - G_2\Theta_2 - G_3\Theta_3 - G_4\Theta_4 - G_5\Theta_5 - G_6\Theta_6 - G_7\Theta_7 - G_8\Theta_8 - G_9(\sum_{i=9}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (59)$$

ปล้องที่ 10.

$$M_{10} = E_{10} - {}^{50WL}/_{n^2} - G_1\Theta_1 - G_2\Theta_2 - G_3\Theta_3 - G_4\Theta_4 - G_5\Theta_5 - G_6\Theta_6 - G_7\Theta_7 - G_8\Theta_8 - G_9\Theta_9 - G_{10}(\sum_{i=10}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (60)$$

ปล้องที่ 11.

$$M_{11} = E_{11} - {}^{121WL}/_{2n^2} - G_1\Theta_1 - G_2\Theta_2 - G_3\Theta_3 - G_4\Theta_4 - G_5\Theta_5 - G_6\Theta_6 - G_7\Theta_7 - G_8\Theta_8 - G_9\Theta_9 - G_{10}\Theta_{10} - G_{11}(\sum_{i=11}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (61)$$

ปล้องที่ 12.

$$M_{12} = E_{12} - {}^{72WL}/_{n^2} - G_1\Theta_1 - G_2\Theta_2 - G_3\Theta_3 - G_4\Theta_4 - G_5\Theta_5 - G_6\Theta_6 - G_7\Theta_7 - G_8\Theta_8 - G_9\Theta_9 - G_{10}\Theta_{10} - G_{11}\Theta_{11} - G_{12}(\sum_{i=12}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (62)$$

เมื่อ E_i และ G_i เป็นค่าคงที่ ซึ่งมีค่าดังนี้

$$E_1 = {}^{L}/_{2n}F_{l1}$$

$$E_2 = {}^{L}/_{2n}(3F_{l1} + F_{l2})$$

$$E_3 = {}^{L}/_{2n}(5F_{l1} + 3F_{l2} + F_{l3})$$

$$E_4 = {}^{L}/_{2n}(7F_{l1} + 5F_{l2} + 3F_{l3} + F_{l4})$$

$$E_5 = {}^{L}/_{2n}(9F_{l1} + 7F_{l2} + 5F_{l3} + 3F_{l4} + F_{l5})$$

$$E_6 = {}^{L}/_{2n}(11F_{l1} + 9F_{l2} + 7F_{l3} + 5F_{l4} + 3F_{l5} + F_{l6})$$

$$E_7 = {}^{L}/_{2n}(13F_{l1} + 11F_{l2} + 9F_{l3} + 7F_{l4} + 5F_{l5} + 3F_{l6} + F_{l7})$$

$$E_8 = {}^{L}/_{2n}(15F_{l1} + 13F_{l2} + 11F_{l3} + 9F_{l4} + 7F_{l5} + 5F_{l6} + 3F_{l7} + F_{l8})$$

$$E_9 = {}^{L}/_{2n}(17F_{l1} + 15F_{l2} + 13F_{l3} + 11F_{l4} + 9F_{l5} + 7F_{l6} + 5F_{l7} + 3F_{l8} + F_{l9})$$

$$E_{10} = {}^{L}/_{2n}(19F_{l1} + 17F_{l2} + 15F_{l3} + 13F_{l4} + 11F_{l5} + 9F_{l6} + 7F_{l7} + 5F_{l8} + 3F_{l9} + F_{l10})$$

$$E_{11} = {}^{L}/_{2n}(21F_{l1} + 19F_{l2} + 17F_{l3} + 15F_{l4} + 13F_{l5} + 11F_{l6} + 9F_{l7} + 7F_{l8} + 5F_{l9} + 3F_{l10} + F_{l11})$$

$$E_{12} = L/2n(23F_{l1}+21F_{l2}+19F_{l3}+17F_{l4}+15F_{l5}+13F_{l6}+11F_{l7}+9F_{l8}+7F_{l9} + 5F_{l10}+3F_{l11}+F_{l12})$$

$$G_1 = L/2nF_{c1}$$

$$G_2 = L/2n(3F_{c1}+F_{c2})$$

$$G_3 = L/2n(5F_{c1}+3F_{c2}+F_{c3})$$

$$G_4 = L/2n(7F_{c1}+5F_{c2}+3F_{c3}+F_{c4})$$

$$G_5 = L/2n(9F_{c1}+7F_{c2}+5F_{c3}+3F_{c4}+F_{c5})$$

$$G_6 = L/2n(11F_{c1}+9F_{c2}+7F_{c3}+5F_{c4}+3F_{c5}+F_{c6})$$

$$G_7 = L/2n(13F_{c1}+11F_{c2}+9F_{c3}+7F_{c4}+5F_{c5}+3F_{c6}+F_{c7})$$

$$G_8 = L/2n(15F_{c1}+13F_{c2}+11F_{c3}+9F_{c4}+7F_{c5}+5F_{c6}+3F_{c7}+F_{c8})$$

$$G_9 = L/2n(17F_{c1}+15F_{c2}+13F_{c3}+11F_{c4}+9F_{c5}+7F_{c6}+5F_{c7}+3F_{c8}+F_{c9})$$

$$G_{10} = L/2n(19F_{c1}+17F_{c2}+15F_{c3}+13F_{c4}+11F_{c5}+9F_{c6}+7F_{c7}+5F_{c8}+3F_{c9}+F_{c10})$$

$$G_{11} = L/2n(21F_{c1}+19F_{c2}+17F_{c3}+15F_{c4}+13F_{c5}+11F_{c6}+9F_{c7}+7F_{c8}+5F_{c9} + 3F_{c10}+F_{c11})$$

$$G_{12} = L/2n(23F_{c1}+21F_{c2}+19F_{c3}+17F_{c4}+15F_{c5}+13F_{c6}+11F_{c7}+9F_{c8}+7F_{c9} + 5F_{c10}+3F_{c11}+F_{c12})$$

ค. <u>สมการแรงดึงในแนวแกน</u>

ปล้องที่ 1.

$$N_1 = H_1 + J_1(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) \quad (63)$$

ปล้องที่ 2.

$$N_2 = H_2 + J_2(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta) \quad (64)$$

ปล้องที่ 3.

$$N_3 = H_3 + J_3(\sum_{i=4}^{n}\theta_i + \beta) \quad (65)$$

ปล้องที่ 4.

$$N_4 = H_4 + J_4(\sum_{i=5}^{n}\theta_i + \beta) \quad (66)$$

ปล้องที่ 5.

$$N_5 = H_5 + J_5(\sum_{i=6}^{n}\theta_i + \beta) \quad (67)$$

ปล้องที่ 6.

$$N_6 = H_6 + J_6(\sum_{i=7}^{n}\theta_i + \beta) \quad (68)$$

ปล้องที่ 7.

$$N_7 = H_7 + J_7(\sum_{i=8}^{n}\theta_i + \beta) \quad (69)$$

ปล้องที่ 8.

$$N_8 = H_8 + J_8(\sum_{i=9}^{n}\theta_i + \beta) \quad (70)$$

ปล้องที่ 9.

$$N_9 = H_9 + J_9(\sum_{i=10}^{n}\theta_i + \beta) \quad (71)$$

ปล้องที่ 10.

$$N_{10} = H_{10} + J_{10}(\sum_{i=11}^{n}\theta_i + \beta) \quad (72)$$

ปล้องที่ 11.

$$N_{11} = H_{11} + J_{11}(\sum_{i=12}^{n}\theta_i + \beta) \quad (73)$$

ปล้องที่ 12.

$$N_{12} = H_{12} + J_{12}(\sum_{i=13}^{n}\theta_i + \beta) \quad (74)$$

ง. <u>สมการแรงเฉือน</u>

ปล้องที่ 1.

$$V_1 = J_1 - H_1(\sum_{i=2}^{n}\theta_i + \beta) \quad (75)$$

ปล้องที่ 2.

$$V_2 = J_2 - H_2(\sum_{i=3}^{n}\theta_i + \beta) \quad (76)$$

ปล้องที่ 3.

$$V_3 = J_3 - H_3(\sum_{i=4}^{n}\theta_i + \beta) \quad (77)$$

ปล้องที่ 4.

$$V_4 = J_4 - H_4(\sum_{i=5}^{n}\theta_i + \beta) \quad (78)$$

ปล้องที่ 5.

$$V_5 = J_5 - H_5(\sum_{i=6}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (79)$$

ปล้องที่ 6.

$$V_6 = J_6 - H_6(\sum_{i=7}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (80)$$

ปล้องที่ 7.

$$V_7 = J_7 - H_7(\sum_{i=8}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (81)$$

ปล้องที่ 8.

$$V_8 = J_8 - H_8(\sum_{i=9}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (82)$$

ปล้องที่ 9.

$$V_9 = J_9 - H_9(\sum_{i=10}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (83)$$

ปล้องที่ 10.

$$V_{10} = J_{10} - H_{10}(\sum_{i=11}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (84)$$

ปล้องที่ 11.

$$V_{11} = J_{11} - H_{11}(\sum_{i=12}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (85)$$

ปล้องที่ 12.

$$V_{12} = J_{12} - H_{12}(\sum_{i=13}^{n}\Theta_i + \beta) \quad (86)$$

เมื่อ H_i และ J_i เป็นค่าคงที่ ซึ่งมีค่าดังนี้

$$H_1 = F_{c1}$$

$$H_2 = F_{c1} + F_{c2}$$

$$H_3 = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3}$$

$$H_4 = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4}$$

$$H_5 = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{c5}$$

$$H_6 = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{c5} + F_{c6}$$

$$H_7 = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{c5} + F_{c6} + F_{c7}$$

$$H_8 = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{c5} + F_{c6} + F_{c7} + F_{c8}$$

$$H_9 = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{c5} + F_{c6} + F_{c7} + F_{c8} + F_{c9}$$

$$H_{10} = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{c5} + F_{c6} + F_{c7} + F_{c8} + F_{c9} + F_{c10}$$

$$H_{11} = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{c5} + F_{c6} + F_{c7} + F_{c8} + F_{c9} + F_{c10} + F_{c11}$$

$$H_{12} = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{c5} + F_{c6} + F_{c7} + F_{c8} + F_{c9} + F_{c10} + F_{c11} + F_{c12}$$

$$J_1 = F_{l1} - W/n$$

$$J_2 = F_{l1} + F_{l2} - 2W/n$$

$$J_3 = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} - 3W/n$$

$$J_4 = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} - 4W/n$$

$$J_5 = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} + F_{l5} - 5W/n$$

$$J_6 = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} + F_{l5} + F_{l6} - 6W/n$$

$$J_7 = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} + F_{l5} + F_{l6} + F_{l7} - 7W/n$$

$$J_8 = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} + F_{l5} + F_{l6} + F_{l7} + F_{l8} - 8W/n$$

$$J_9 = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} + F_{l5} + F_{l6} + F_{l7} + F_{l8} + F_{l9} - 9W/n$$

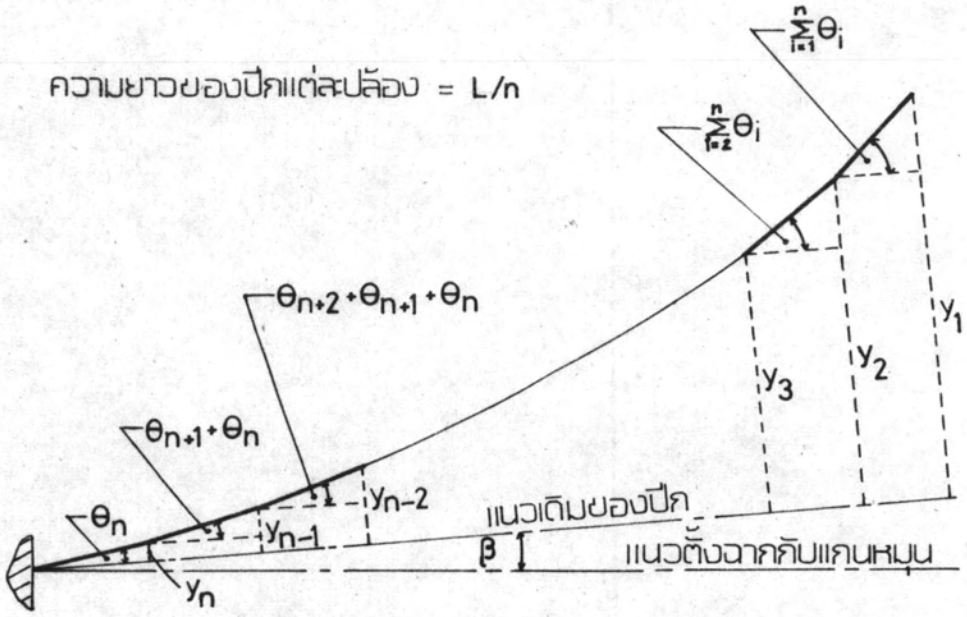
$$J_{10} = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} + F_{l5} + F_{l6} + F_{l7} + F_{l8} + F_{l9} + F_{l10} - 10W/n$$

$$J_{11} = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} + F_{l5} + F_{l6} + F_{l7} + F_{l8} + F_{l9} + F_{l10} + F_{l11} - 11W/n$$

$$J_{12} = F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} + F_{l4} + F_{l5} + F_{l6} + F_{l7} + F_{l8} + F_{l9} + F_{l10} + F_{l11} + F_{l12} - 12W/n$$

จ. <u>สมการระยะโก่งของปีก</u> สมการระยะโก่งของปลายแต่ละปล้อง เมื่อเทียบกับแนวเดิมของปีกหาได้จากรูปที่ 27. ซึ่งจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} y_n &= L/n \sin \theta_n \\ y_{n-1} &= L/n \sin(\theta_{n-1} + \theta_n) + y_n \\ y_{n-2} &= L/n \sin(\theta_{n-2} + \theta_{n-1} + \theta_n) + y_{n-1} \\ &\vdots \\ y_2 &= L/n \sin(\sum_{i=2}^{n} \theta_i) + y_3 \\ y_1 &= L/n \sin(\sum_{i=1}^{n} \theta_i) + y_2 \end{aligned} \qquad (87)$$



รูปที่ 27. แสดงระยะโก่งของปีก ณ จุดปลายของแต่ละปล้อง เทียบกับแนวเดิมของปีก

ค่าของโมเมนต์คัดและระยะโก่งของปีก

ในการคิดหาค่าโมเมนต์คัดและระยะโก่งของปีก จะแบ่งปีกเฮลิคอปเตอร์ออกเป็น 12 ปล้อง และมีรายละเอียดดังนี้

จำนวนปล้อง $n = 12$ ปล้อง

ความยาวปีก $L = 12$ ft.

น้ำหนักปีก $W = 42$ lbs.

มวลของแต่ละปล้อง $m = {}^{42}/_{32.2\times12} = 0.1087$ Slug

มุมยก $\beta = 3^\circ = 0.0523598$ rad.

แรงยกของปีก 1 ปีก คือ $F_l = \int_{R-L}^{R} K_l r^2 dr$ จะมีค่าเท่ากับน้ำหนักของเฮลิคอปเตอร์หารด้วยจำนวนปีก ดังนั้น

$$\int_{R-L}^{R} K_l r^2 dr = {}^{1980}/_{4}$$

$$\int_{2.13}^{14.13} K_l r^2 dr = {}^{1980}/_{4}$$

$$K_l/_3[(14.13)^2-(2.13)^2] = 1980/_4$$

$$K_l = 0.529152$$

แรงยกของปีกแต่ละปล้อง

$$F_{li} = \int_{r_i}^{r_i+L/n} K_l r^2 dr$$

$$= K_l/_3[(r_i+L/n)^3 - r_i^3]$$

$$= 0.539152/_3[(r_i+1)^3 - r_i^3]$$

$$= 0.17971733[(r_i+1)^3 - r_i^3] \quad (88)$$

แรงหนีศูนย์กลางของปีกแต่ละปล้อง

$$F_{ci} = m(r_i+L/_{2n})\Omega^2$$

$$= 0.1087[r_i+12/_{2(12)}][2\pi(300)/_{60}]^2$$

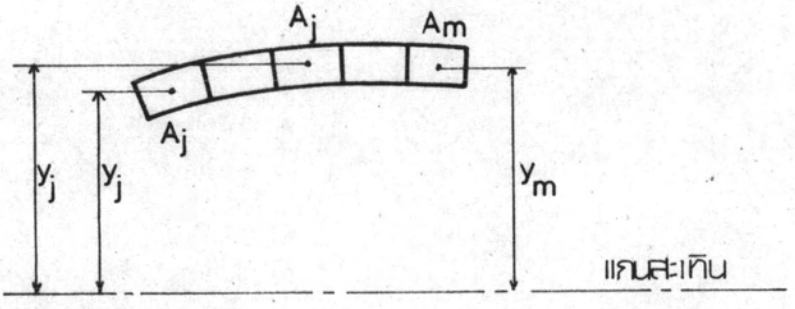
$$= 107.2826r_i + 53.6413 \quad (89)$$

แรงยกและแรงหนีศูนย์กลางของปีกแต่ละปล้อง หาจากสมการ (88) และ (89) ซึ่งจะได้ค่า ดังแสดงในตารางที่ 3.

ค่าโมเมนต์แห่งความเฉื่อยของหน้าตัดใด ๆ ของอลูมิเนียมและเหล็ก คือ I_{al} และ I_{st} จะหาได้จากสมการ[9]

$$I_x = \sum_{j=1}^{m} A_j y_j^2 \quad (90)$$

โดยสมมติให้หน้าตัด A_j เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ในกรณีที่พื้นที่หน้าตัดที่ต้องการหาโมเมนต์แห่งความเฉื่อยมีความสมมาตรกัน ให้คิดแต่เพียงซีกเดียวของแกนแล้วคูณด้วย 2 ดังรูปที่ 28.



รูปที่ 28. แสดงการหาโมเมนต์แห่งความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัดใด ๆ

ตารางที่ 3. แสดงค่าของแรงยกและแรงหนีศูนย์กลางของปีกแต่ละปล้อง

ปล้องที่ (i)	r_i (ft.)	F_{li} (lbs.)	F_{ci} (lbs.)
1	13.13	97.01	1462.26
2	12.13	83.30	1354.98
3	11.13	70.64	1247.69
4	10.13	59.02	1140.41
5	9.13	48.45	1033.13
6	8.13	38.92	925.85
7	7.13	30.43	818.57
8	6.13	22.98	711.28
9	5.13	19.59	604.00
10	4.13	11.39	496.72
11	3.13	7.02	389.43
12	2.13	3.70	282.15

โมเมนต์แห่งความเฉื่อยและพื้นที่หน้าตัดของคานอลูมิเนียมสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีค่าดังนี้

$$I_{al1} = bh^3/12 = (1)(1)^3/12 = 83.3\times10^{-3} \quad in^4$$

$$A_{al1} = 1 \quad in^2$$

โมเมนต์แห่งความเฉื่อยและพื้นที่หน้าตัดของแท่งอลูมิเนียมกลม มีค่าดังนี้

$$I_{al2} = \pi d^4/64$$

$$= \pi(27/64)^4/64 = 1.555\times10^{-3} \quad in^4$$

$$A_{al2} = \pi d^2/4$$

$$= \pi(27/64)^2/4 = 0.139784 \quad in^2$$

โมเมนต์แห่งความเฉื่อยและพื้นที่หน้าตัดของแผ่นอลูมิเนียม มีค่าดังนี้

$$I_{al3} = \sum_{j=1}^{m} A_j y_j^2$$

$$= 2[(9.36)(3.875)^2 + (6.103)(10)^2 + (10.77)(13.75)^2 + (10.198)(16.75)^2$$
$$+ (10.198)(18.75)^2 + (10.0499)(20.25)^2 + (10.0319)(21.19)^2$$
$$+ (10.01)(21.77)^2 + (10)(22)^2 + (10.0031)(21.78)^2 + (10)(21.65)^2$$
$$+ (10)(21.4)^2 + (10.0125)(21)^2 + (10.0319)(20.35)^2 + (10.02)(19.6)^2$$
$$+ (10.05)(18.75)^2 + (10.03)(17.85)^2 + (10.07)(16.85)^2 + (10)(15.75)^2$$
$$+ (10.08)(14.6)^2 + (10.07)(13.35)^2 + (10.3)(12)^2 + (10.05)(10.75)^2$$
$$+ (10.11)(9.5)^2 + (10.3)(8)^2 + (10.11)(6.5)^2 + (10.3)(5)^2 + (10.11)(3.5)^2$$
$$+ (10.32)(1.375)^2]$$

$$= 149942.5733 \text{ m.m.}^4 = 360.2388\times10^{-3} \text{ in.}^4$$

$$A_{al3} = 0.895257 \text{ in.}^2$$

โมเมนต์แห่งความเฉื่อยและพื้นที่หน้าตัดของแผ่นสแตนเลส มีค่าดังนี้

$$I_{st} = 2(1/4)[(10)(5)^2 + (11)(11)^2 + (10)(15)^2 + (10.5)(17)^2 + (10)(19)^2$$
$$+ (10)(20)^2 + (10)(20.8)^2 + (10)(21.25)^2 + (8)(21.25)^2]$$

$$= 13465.0125 \text{ m.m.}^4 = 32.3498\times10^{-3} \text{ in.}^4$$

$$A_{st} = 0.06936264 \text{ in.}^2$$

ดังนั้น ค่าโมเมนต์แห่งความเฉื่อยรวมของอลูมิเนียมรอบแกนสะเทิน คือ

$$I_{al} = I_{al1} + I_{al2} + I_{al3}$$
$$= 83.3\times10^{-3} + 2(1.555\times10^{-3}) + 360.2388\times10^{-3}$$
$$= 446.648\times10^{-3} \text{ in.}^4$$

ค่าคงที่ A, B_i, C_i, D_i, E_i, G_i, H_i และ J_i หาค่าได้โดยแทนค่า F_{li}, F_{ci}, W, n, E และ I ลงในสมการคงที่ ซึ่งจะได้ค่าดังนี้

$$A = 3.095\times10^{5}$$

$B_1 = 97.01$ $B_2 = 568.35$ $B_3 = 1360.23$

$B_4 = 2423.05$ $B_5 = 3711.4$ $B_6 = 5184.0$

$B_7 = 6803.8$ $B_8 = 8537.87$ $B_9 = 10360.5$

$B_{10} = 12253.26$ $B_{11} = 14187.22$ $B_{12} = 16145.93$

$C_1 = 2924.52$ $C_2 = 11483.52$ $C_3 = 25247.86$

$C_4 = 43788.4$ $C_5 = 66676.02$ $C_6 = 93481.5$

$C_7 = 123775.88$ $C_8 = 157129.96$ $C_9 = 191906.6$

$C_{10} = 231300.68$ $C_{11} = 264140.26$

$D_1 = 1462.26$ $D_2 = 8666.28$ $D_3 = 21182.93$

$D_4 = 38583.06$ $D_5 = 60437.55$ $D_6 = 86317.28$

$D_7 = 113941.43$ $D_8 = 144887.83$ $D_9 = 182394.09$

$D_{10} = 220298.05$ $D_{11} = 260081.6$ $D_{12} = 301315.61$

$E_1 = 48.505$ $E_2 = 187.16$ $E_3 = 402.79$

$E_4 = 683.25$ $E_5 = 1017.43$ $E_6 = 1395.33$

$E_7 = 1807.82$ $E_8 = 2247.16$ $E_9 = 2707.71$

$E_{10} = 3183.75$ $E_{11} = 3668.99$ $E_{12} = 4159.59$

$G_1 = 731.13$ $G_2 = 2870.88$ $G_3 = 6311.96$

$G_4 = 10947.1$ $G_5 = 16669.00$ $G_6 = 23370.4$

$G_7 = 30944.0$ $G_8 = 39282.53$ $G_9 = 48278.70$

$G_{10} = 57825.23$ $G_{11} = 67814.84$ $G_{12} = 78140.23$

$H_1 = 1462.26$ $H_2 = 2817.24$ $H_3 = 4064.93$

$H_4 = 5205.34$ $H_5 = 6238.47$ $H_6 = 7164.32$

$H_7 = 7982.89$ $H_8 = 8694.17$ $H_9 = 9298.17$

$H_{10} = 9794.89$ $H_{11} = 10184.32$ $H_{12} = 10466.47$

$J_1 = 92.93$ $J_2 = 172.14$ $J_3 = 238.7$

$J_4 = 293.64$ $J_5 = 338.0$ $J_6 = 372.84$

$J_7 = 399.2$ $J_8 = 418.1$ $J_9 = 433.6$

$J_{10} = 440.9$ $J_{11} = 443.84$ $J_{12} = 443.45$

แทนค่า A, B_i, C_i, D_i, W, n และ β ลงในสมการที่ (37) ถึง (50) และแก้สมการหาค่า Θ_1 ถึง Θ_{12} ได้ดังนี้

$\Theta_1 = 2.2763762 \times 10^{-3}$ deg.

$\Theta_2 = 0.012266195$ deg.

$\Theta_3 = 0.024814409$ deg.

$\Theta_4 = 0.036020207$ deg.

$\Theta_5 = 0.043525037$ deg.

$\Theta_6 = 0.045509318$ deg.

$\Theta_7 = 0.058609955$ deg.

$\Theta_8 = 0.063093293$ deg.

$\Theta_9 = 0.025609307$ deg.

$\Theta_{10} = -2.9698138 \times 10^{-4}$ deg

$\Theta_{11} = -0.0378407$ deg.

$\Theta_{12} = -0.091403727$ deg.

แทนค่า $E_i, G_i, H_i, J_i, W, L, n, \beta$ และ Θ_i ลงในสมการ (51) ถึง (87) สามารถหาค่าโมเมนต์ดัด M_i, แรงดึงในแนวแกน N_i, แรงเฉือน V_i และระยะโก่ง y_i ได้ดังแสดงในตารางที่ 4.

<u>การหาค่า M, N และ V ที่กระทำกับแต่ละชิ้นส่วนของปีก</u>

ในการหาค่าโมเมนต์ดัด M, แรงดึงในแนวแกน N และแรงเฉือน V ที่กระทำกับชิ้นส่วนที่ประกอบเป็นปีกแต่ละชิ้นนั้น จะใช้สมมติฐานที่ว่า การเปลี่ยนแปลงความลาดของชิ้นส่วนแต่ละชิ้นที่จุดเดียวกันจะมีค่าเท่ากัน

จากตารางที่ 4. ปล้องที่ได้รับโมเมนต์ดัดและแรงสูงสุด คือ ปล้องที่ 12 ซึ่งจะทำให้ส่วนของปีกปล้องที่ 12. เกิดการเสียหายก่อนปล้องอื่น ดังนั้นจึงทำการคิดโมเมนต์ดัดและแรงที่ปล้อง 12. เพียงปล้องเดียว โดยกำหนดให้

ตารางที่ 4. แสดงค่าโมเมนต์ดัด M_i, แรงดึงในแนวแกน N_i, แรงเฉือน V_i และระยะโก่ง y_i

ปล้องที่ (i)	M_i (ft-lbs.)	N_i (lbs.)	V_i (lbs.)	$y_i \times 10^3$ (ft.)
1	6.15	1467.42	11.77	6.3783
2	20.80	2826.75	16.40	3.1986
3	37.44	4078.02	15.73	0.0587
4	51.40	5221.26	11.38	- 2.8672
5	59.57	6256.54	4.47	- 5.3599
6	59.92	7183.95	- 4.50	- 7.2241
7	50.78	8003.50	-13.10	- 8.3285
8	33.20	8715.30	- 21.35	- 8.6387
9	9.30	9319.89	- 32.23	- 7.9259
10	- 26.18	9816.98	- 49.86	- 6.1119
11	- 78.20	10206.85	- 73.16	- 3.8510
12	-152.03	10489.69	-104.57	- 1.5953

θ_{12A}, M_{12A}, N_{12A} และ V_{12A} = การเปลี่ยนแปลงความลาด, โมเมนต์ดัด, แรงดึงในแนวแกนและแรงเฉือนของอลูมิเนียมแผ่นตามลำดับ

θ_{12B}, M_{12B}, N_{12B} และ V_{12B} = การเปลี่ยนแปลงความลาด, โมเมนต์ดัด, แรงดึงในแนวแกนและแรงเฉือนของแผ่นสเตนเลสตามลำดับ

Θ_{12C}, M_{12C}, N_{12C} และ V_{12C} = การเปลี่ยนแปลงความลาด, โมเมนต์ดัด, แรงดึงในแนวแกนและแรงเฉือนของคานอลูมิเนียมหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามลำดับ

Θ_{12D}, M_{12D}, N_{12D} และ V_{12D} = การเปลี่ยนแปลงความลาด, โมเมนต์ดัด, แรงดึงในแนวแกนและแรงเฉือนของแท่งอลูมิเนียมกลมตามลำดับ

จากสมมติฐานที่กล่าวมาแล้วจะได้ว่า

$$\Theta_{12A} = \Theta_{12B} = \Theta_{12C} = \Theta_{12D} \tag{91}$$

ในทำนองเดียวกับสมการ (ค) และ (ฉ) จะได้สมการการเปลี่ยนแปลงความลาดของปีกปล้องที่ 12. ดังนี้

$$EI\Theta_{12} = {}^{L}/_{2n} M_{12} + {}^{L^2}/_{8n^2} (N_{12}\Theta_{12} - V_{12})$$

$$\Theta_{12} = [(4n/L)M_{12} - V_{12}]/[(8n^2/L^2)EI - N_{12}]$$

$$= [(4\times12/12)M_{12} - V_{12}]/[(8\times12^2/12^2\times12^2)EI - N_{12}]$$

$$= (4M_{12} - V_{12})/(0.055EI - N_{12}) \tag{92}$$

จากตารางที่ 4.

$$N_{12}/M_{12} = 10489.69/(-152.03) = -68.99$$

$$N_{12} = -68.99M_{12} \tag{93}$$

$$V_{12}/M_{12} = (-104.57)/(-152.03) = 0.6878$$

$$V_{12} = 0.6878M_{12} \tag{94}$$

แทนค่า N_{12} และ V_{12} ลงในสมการ (92) จะได้

$$\Theta_{12} = (4M_{12} - 0.6878M_{12})/(0.055EI + 68.99M_{12})$$

$$= 3.3122M_{12}/(0.055EI + 68.99M_{12}) \tag{95}$$

จากสมการ (95) จะได้สมการการเปลี่ยนแปลงความลาดของปีกปล้องที่ 12. ของแต่ละชิ้นส่วน ดังนี้

$$\Theta_{12A} = 3.3122M_{12A}/(0.055E_{al}I_{al3} + 68.99M_{12A})$$

$$\theta_{12B} = 3.3122M_{12B}/(0.055E_{st.}I_{st.} + 68.99M_{12B})$$

$$\theta_{12C} = 3.3122M_{12C}/(0.055E_{al.}I_{al.1} + 68.99M_{12C})$$

$$\theta_{12D} = 3.3122M_{12D}/[0.055E_{al.}(2I_{al.2}) + 68.99M_{12D}]$$

แทนค่า θ_{12A}, θ_{12B}, θ_{12C} และ θ_{12D} ลงในสมการ (91) จะได้

$$M_{12B} = E_{st.}I_{st.}M_{12A}/E_{al.}I_{al3}$$

$$= (30\times10^{6})(32.3498\times10^{-3})M_{12A}/(10.3\times10^{6})(360.2388\times10^{-3})$$

$$= 0.26155\,M_{12A} \qquad (95\text{ก})$$

$$M_{12C} = I_{al.1}M_{12A}/I_{al3}$$

$$= (83.3\times10^{-3})M_{12A}/(360.2388\times10^{-3})$$

$$= 0.23123\,M_{12A} \qquad (95\text{ข})$$

$$M_{12D} = 2I_{al.2}M_{12A}/I_{al.3}$$

$$= 2(1.555\times10^{-3})M_{12A}/(360.2388\times10^{-3})$$

$$= 0.00863\,M_{12A} \qquad (95\text{ค})$$

แล้ว $$M_{12A} + M_{12B} + M_{12C} + M_{12D} = M_{12} \qquad (96)$$

แทนค่าความสัมพันธ์ของ M_{12B}, M_{12C}, M_{12D} กับ M_{12A} ลงในสมการ (96)

$$M_{12A} + 0.26155M_{12A} + 0.23123M_{12A} + 0.00863M_{12A} = M_{12}$$

$$1.50141M_{12A} = M_{12} \qquad (97)$$

แทนค่า M_{12} จากตารางที่ 4. ลงในสมการ (97) จะได้

$$M_{12A} = -101.26 \quad \text{ft.-lbs.}$$

ดังนั้น $$M_{12B} = 0.26155(-101.26) = -26.5 \quad \text{ft.-lbs.}$$

$$M_{12C} = 0.23123(-101.26) = -23.41 \quad \text{ft.-lbs.}$$

$$M_{12D} = 0.00863(-101.26) = -0.87 \quad \text{ft.-lbs.}$$

แทนค่า M_{12A}, M_{12B}, M_{12C} และ M_{12D} ลงในสมการ (93) และ (94) จะได้

$$N_{12A} = 6986.68 \quad \text{lbs.}$$

$$N_{12B} = 1828.43 \quad \text{lbs.}$$

N_{12C} = 1615.23 lbs.

N_{12D} = 60.03 lbs.

V_{12A} = - 69.65 lbs.

V_{12B} = - 18.23 lbs.

V_{12C} = -16.10 lbs.

V_{12D} = - 0.59 lbs.