บทที่ 2

วิธีการแก้ปัญหา

2.1 การปรับการขึ้น – ลงของอนุกรมเวลา (Smoothing of Time Series)

เราจะพิจารณาขบวนการซึ่งเป็นชนิดโมเดลคงที่ (constant model) เป็นอันดับแรก เนื่องจากเราเชื่อว่าข้อมูลที่เราเก็บได้นั้นจะประกอบไปด้วยส่วนที่คงที่ส่วนหนึ่งกับส่วนที่เป็นตัวแปรชนิดสุ่ม (random noise) นั้นคือ $y_t = a + \epsilon_t$
ซึ่ง $\left\{\epsilon_t\right\}$ มีค่าถัวเฉลี่ยเป็นศูนย์ เป็นไปได้ที่ในส่วนต่าง ๆ (segment) ของอนุกรมเวลาซึ่งแต่ละส่วนนั้นค่าของ a จะเปลี่ยนไป แต่ในส่วนเฉพาะแห่งแล้วโมเดลคงที่จะเป็นโมเดลที่ใช้ได้ดีโมเดลหนึ่ง ในที่นี้เราต้องการที่จะประมาณค่าคงที่นี้โดยการใช้วิธีเฉลี่ย เนื่องจากค่าที่เราต้องการประมาณนี้สามารถที่จะเปลี่ยนแปลงได้ตามเวลาที่เปลี่ยนไป ดังนั้นค่าถัวเฉลี่ยที่คำนวณขึ้นในเวลาใดเวลาหนึ่งก็ควรจะถ่วงน้ำหนักข้อมูลใหม่มากกว่าข้อมูลที่ได้มานานแล้ว วิธีการถัวเฉลี่ยเคลื่อนที่(Moving Average) เป็นวิธีการที่ใช้กันเสมอ ในการประมาณค่าคงที่นั้น ดังนั้นเราจะศึกษาวิธีการถัวเฉลี่ยเคลื่อนที่ก่อน จากนั้นจึงศึกษาถึงหลักของการ ปรับการขึ้น – ลงโดยเอกโพเนนเชียล (Exponential Smoothing) การปรับปรุงวิธีการนี้และรวมทั้งวิธีการพยากรณ์

2.1.1 วิธีถัวเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average)

วิธีนี้พยายาม ปรับการ– – – –ขึ้นลงซึ่งเกิดจากเหตุการณ์ไม่ปกติโดยค่อย ๆ เฉลี่ย (โดยใช้มัชฌิมชนิดใดชนิดหนึ่งส่วนมากใช้มัชฌิมเลขคณิต) ข้อมูลทีละหมู่ หมู่หนึ่ง ๆ จะมีกี่ ข้อมูลก็ได้ ในการเฉลี่ยจะค่อย ๆ ทิ้ง ข้อมูลต้นทีละ ข้อมูลแล้วใช้ ข้อมูลใหม่ถัดไปแทนที่

ตัวอย่าง สมมุติว่ามี ข้อมูลครั้งแรกอยู่ 6 ค่าด้วยกัน คือ $y_1 = 18$, $y_2 = 23$, $y_3 = 22$, $y_4 = 17$, $y_5 = 25$ และ $y_6 = 15$ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลเหล่านี้คือ $M_6 = 20.0$ นั้นคือค่าประมาณของตัวคงที่ ($\hat{a}_6$) ก็คือค่าเฉลี่ย $M_6 = 20.0$ และเนื่องจากเราสมมุติว่าค่าถัวเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์ ดังนั้นการพยากรณ์ข้อมูลในอนาคตในเวลาใดก็ตามจะได้เป็น

$$\hat{y}_{6+T} = 20.0$$

(ค่าตัวแปรใด ๆ ที่มี "หมวก" (hat,^) อยู่บนตัวนั้น ๆ หมายถึง เป็นเพียงค่าประมาณเท่านั้น)

ดังนั้น $$M_t = \frac{y_t + y_{t-1} + \ldots + y_{t-N+1}}{N} \qquad (1)$$

คือค่าถัวเฉลี่ยจริงของข้อมูลที่ใหม่ที่สุด N ค่าซึ่งคำนวณเมื่อเวลา t ความจริงแล้วค่า M_t ที่ได้เป็นค่าที่ใช้ประมาณค่า a_t ได้ดี แต่เราจะเห็นในภายหลังว่ายังมีวิธีอื่นอีกที่จะใช้ประมาณค่า a_t ได้

ต่อไปเราสมมุติว่ามี ข้อมูลใหม่ต่อมาอีกหนึ่ง ข้อมูลคือ ข้อมูลที่เจ็ด $y_7 = 22$ ถ้าเราคงเฉลี่ยข้อมูลที่ใหม่ที่สุดเพียงหก ข้อมูลเท่าเดิม นั่นคือ N = 6 เราจะได้ค่าถัวเฉลี่ยเป็น $M_7 = 20.666...$ สำหรับทางเลขคณิตวิธี เราสามารถที่จะเขียนสมการ (1) ได้หลายแบบ และแบบหนึ่งที่สามารถเขียนได้ก็คือบวก $\frac{1}{N}$ ของ ข้อมูลใหม่สุดและลบ $\frac{1}{N}$ ของ ข้อมูลในระยะเวลาที่ผ่านมาแล้ว N จากค่าถัวเฉลี่ยเมื่อคาบเวลาที่แล้วดังนี้

$$M_t = M_{t-1} + \frac{y_t}{N} - \frac{y_{t-N}}{N} = M_{t-1} + \frac{y_t - y_{t-N}}{N}$$

<u>ตัวอย่าง</u> สมมุติว่าข้อมูลที่เราได้มาใหม่คือ $y_8 = 18$

$$M_8 = \frac{18 + 22 + 15 + 25 + 17 + 22}{6} = \frac{119}{6} = 19.8333...$$

หรือ $$M_8 = \frac{62}{3} + \frac{18 - 23}{6} = \frac{62}{3} - \frac{5}{6} = 19.8333...$$

และด้วยข้อมูลตามลำดับก่อนหลังนี้ค่าประมาณของตัวคงที่ก็จะเป็น $\hat{a}_6 = 20.0$, $\hat{a}_7 = 20.667$, $\hat{a}_8 = 19.833...$

วิธีการของการคำนวณค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เป็นวิธีที่ง่ายและตรงไปตรงมา ค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความแตกต่างระหว่างข้อมูลที่ใหม่ที่สุด N ข้อมูลกับค่าประมาณตัวคงที่จะมีค่าน้อยที่สุด และอีกทั้งยังง่ายต่อการที่จะใช้เครื่องจักรช่วยในการคำนวณและไม่ใช้ แต่อย่างไรก็ตามเป็นการยากที่จะเปลี่ยนอัตราการตอบสนอง (rate of response) ในระบบนี้ซึ่งอัตราการตอบสนองได้แก่การเลือกจำนวน N ของข้อมูลที่จะนำมาถัวเฉลี่ย ถ้า N ใหญ่การประมาณก็จะคงที่มาก ถ้าสมมุติว่าความจริงข้อมูลมาจากขบวนการคงที่ (constant process) ซึ่งมีค่าคงที่เป็น a และ $\{\epsilon_t\}$ เป็นเซ็ทของตัวแปรชนิดสุ่มมาจากการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และค่าความแปรปรวนเป็น σ^2_ϵ เราจะได้ว่าค่าเฉลี่ยเป็นค่าประมาณที่ unbiased ของค่าคงที่ a และค่าความแปรปรวนจะเป็น $\sigma^2_M = \sigma^2_\epsilon/N$ เมื่อขบวนการเป็นขบวนการที่คงที่จะเป็นการดีถ้าเราใช้ค่า N ใหญ่เพื่อที่จะได้ค่าเฉลี่ยที่ดี เมื่อขบวนการ

เปลี่ยนไปจะเป็นการดีที่จะใช้ N ค่าเล็กเพื่อที่จะให้การตอบสนองต่อขบวนการที่กำลังเปลี่ยนนั้นอย่างรวดเร็ว

<u>ตัวอย่าง</u> การเฉลี่ยเคลื่อนที่ $N = 10$

เวลา t	ข้อมูล y_t	ข้อมูลล้าหลัง y_{t-10}	ค่าถัวเฉลี่ย $M_t = M_{t-1} + \frac{y_t - y_{t-10}}{10}$
1	0.390		
2	0.323		
3	0.371		
4	0.326		
5	0.358		
6	0.448		
7	0.444		
8	0.382		
9	0.276		
10	0.326	(ผลรวม = 3.644)	0.3644
11	0.204	0.390	0.3458
12	0.436	0.323	0.3571
13	0.305	0.371	0.3505
14	0.338	0.326	0.3517
15	0.362	0.358	0.3521

2.1.2 <u>การปรับการขึ้น – ลงแบบเอคโพเนนเชียล</u> (Exponential Smoothing)

ในตัวอย่างที่แล้วสมมุติว่าถ้าบันทึกของข้อมูลแปดข้อมูลได้บังเอิญหายไป แต่ค่าเฉลี่ย $M_8 = 19.833$ ยังคงอยู่ และถ้ามีข้อมูลใหม่คือ $y_9 = 21$ เรามีวิธีการอย่างไรที่จะเฉลี่ยข้อมูลใหม่นี้ได้

ถ้าเราทราบว่าค่า y_3 เท่ากับเท่าไร ค่าถัวเฉลี่ยใหม่จะเป็น

$$M_9 = M_8 + \frac{y_9 - y_3}{6}$$

แต่ตอนนี้เราไม่ทราบค่า y_3 เป็นเท่าไรแล้ว ค่าที่ดีที่สุดในการประมาณค่า y_3 จะเท่ากับค่าถัวเฉลี่ยของ ข้อมูลทั้งแปดนั้นเอง นั่นคือ $\hat{y}_3 = M_8 = 19.833$ ดังนั้นค่าประมาณใหม่ของค่าเฉลี่ยเป็น $\hat{M}_9 = M_8 + \frac{y_9 - M_8}{6} = \frac{1}{6}y_9 + (1-\frac{1}{6}) M_8$ เราต้องใส่ "หมวก" (hat) เหนือ M_9 เพราะว่าไม่ใช่ค่าถัวเฉลี่ยเคลื่อนที่ M_t ดังที่ได้ให้นิยามไว้ เราจะให้ S(smoothing) แทน M (moving average) ถ้าใช้ขบวนการนี้ต่อข้อมูลเป็นลำดับเราจะได้ฟังค์ชั่นที่ ปรับการขึ้น – ลงของข้อมูลเป็น

$$S_t(y) = Ay_t + (1-A)\ S_{t-1}(y) \tag{2}$$

ซึ่งตัวถ่วงน้ำหนัก (smoothing constant,A) เหมือนกันกับ 1/N ในวิธีการถัวเฉลี่ยเคลื่อนที่แต่ไม่เท่ากันทีเดียวนัก จากตัวอย่างถ้าเรากำหนดให้ $A = \frac{1}{6}$ คำตอบที่ได้ก็จะเป็น

$$S_9 = \frac{21}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{119}{6} = \frac{721}{36} = 20.03$$

ค่าที่ได้จากการ ปรับการขึ้น – ลงใหม่จะเท่ากับค่าที่ได้จากการ ปรับก่อนหน้านี้บวกด้วยผลคูณของ A กับผลต่างระหว่างข้อมูลใหม่กับค่าที่ได้จากการ ปรับก่อนหน้านี้นั่นคือจาก (2)

$$S_t(y) = A(y_t - S_{t-1}(y)) + S_{t-1}(y)$$

วิธีการอย่างนี้เราเรียกว่าการ ปรับการขึ้น – ลงแบบเอคโพเนนเชียล (Exponential Smoothing) หรือเอคโพเนนเชียลโมเดลอย่างง่าย (The Simplest Exponential Model) จากสมการ (2) เราสามารถเขียนได้เป็นผลบวกเชิงเส้น(linear combination) ของข้อมูลเก่าทั้งหมดดังนี้

$$\begin{aligned} S_t(y) &= Ay_t + (1-A)\left[Ay_{t-1} + (1-A)S_{t-2}(y)\right] \\ &= Ay_t + A(1-A)y_{t-1} + (1-A)^2\left[Ay_{t-2} + (1-A)\ S_{t-3}(y)\right] \\ &= Ay_t + A(1-A)y_{t-1} + A(1-A)^2 y_{t-2} + \ldots + A(1-A)^n y_{t-n} + \ldots + (1-A)^t y_0 \\ &= A\sum_{k=0}^{t-1}(1-A)^k y_{t-k} + (1-A)^t y_0 \end{aligned}$$

เมื่อเวลาผ่านไปน้ำหนักที่ให้ต่อข้อมูลก่อน ๆ จะลดลงอย่างเรขาคณิต ถ้าสมมุติ A=0.3 ข้อมูลใหม่จะมีน้ำหนัก 0.3 ข้อมูลก่อน ๆ จะมีน้ำหนักเป็น 0.21, 0.147, 0.1029, เรื่อย ๆ ลงไปตามลำดับ

ค่าที่คาดว่าจะเป็น (expected value) ของฟังค์ชั่นของข้อมูลคือ

$$E\left[S(y)\right] = A\sum_{0}^{\infty}\beta^{k}E\left[y_{t-k}\right]$$
$$= E(y)A\sum_{0}^{\infty}\beta^{k} = \frac{A}{1-\beta}E(y) = E(y)$$

ซึ่ง $\beta=(1-A)$ เนื่องจากค่าที่คาดว่าจะเป็นของฟังค์ชั่นเท่ากับค่าที่คาดว่าจะเป็นของข้อมูลซึ่งเราเรียกว่า การถัวเฉลี่ย นั่นคือตอนนี้เรามีวิธีใหม่ในการที่จะประมาณค่าคงที่ในโมเดลคงที่

$$\hat{a}_t = S_t(y)$$

การ ปรับการขึ้น – ลงแบบเอคโพเนนเชียลนี้เชื่อถือได้เพราะว่าฟังค์ชั่น $S(y)$ จะให้ผลรวมถ่วงน้ำหนักของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด[1] การคำนวณก็ง่ายกว่าวิธีถัวเฉลี่ยเคลื่อนที่และข้อมูลที่นำมาใช้ในการคำนวณจากจำนวน N-1 ของข้อมูลเก่ามาเป็นเพียง $S_{t-1}(y)$ เท่านั้น และประการสุดท้ายการปรับการขึ้น – ลงแบบเอคโพเนนเชียลปรับตัวเองได้ง่ายมาก เมื่อตัวถ่วงน้ำหนัก (smoothing constant) เล็ก ฟังค์ชั่น $S(y)$ จะมีลักษณะคล้ายกับการถัวเฉลี่ยข้อมูลเก่านั่นเอง และดังนั้นค่าของความแปรปรวนในการประมาณค่าคงที่ก็จะน้อย และเมื่อตัวถ่วงน้ำหนักใหญ่ $S(y)$ จะมีการตอบสนองต่อการเปลี่ยนของรูปแบบ (pattern) ของอนุกรมอย่างรวดเร็ว

2.1.3 <u>สภาวะเริ่มต้น</u> (Initial Conditions)

การ ปรับการขึ้น – ลงแบบเอคโพเนนเชียลต้องใช้ค่าเริ่มต้นเสมอ เมื่อขบวนการได้เริ่มขึ้นจะต้องมีค่าที่สามารถใช้เป็นค่าเริ่มต้น S_{t-1} ถ้ามีข้อมูลเก่าที่เวลาเริ่มต้นที่จะใช้ขบวนการนี้ค่าเริ่มต้น

---

1 จากข้อมูล x_t เราสามารถที่จะเขียนให้อยู่ในรูป Polynomial ได้ดังนี้

$$x_t = a+bt+ct^2+\ldots+gt^n+\epsilon_t$$

D'Esopo ได้พิสูจน์ว่า " For any sequence of observations, the polynomial P (of degree N) obtained by multiple exponential smoothing is the solution that minimizes the discounted square error criterion

$$\alpha\sum_{i=0}^{\infty}\beta^{i}(x_{t-i}-P_{t-i})^2 \text{ "}$$

ที่ดีที่สุดก็คือค่าถัวเฉลี่ยของข้อมูลที่ใหม่ที่สุด N ข้อมูล คือ $S_{t-1} = M_{t-1}$ และถ้าไม่มีเราจะต้องทำการประมาณค่าถัวเฉลี่ยนั้นขึ้นมา เช่น อาจจะเปรียบเทียบกับขบวนการอื่นที่คล้ายคลึงกันซึ่งได้ศึกษามาก่อนหน้านี้เป็นต้น

หลังจาก k ข้อมูลน้ำหนักที่ให้แก่ค่าเริ่มต้นเป็น β^k ถ้าเรามีความเชื่อมั่นในค่าเริ่มต้นมากก็ใช้ตัวถ่วงน้ำหนักเล็ก ๆ คือ A ใกล้ ๆ ศูนย์ ถ้ามีความเชื่อมั่นต่อค่าเริ่มต้นมากก็ใช้ตัวถ่วงน้ำหนักใหญ่เพื่อที่จะให้ค่าเริ่มต้นนั้นลดลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งข้อความที่ได้กล่าวมานี้ก็เหมือนกับข้อความที่ว่ามีการปรับตัวเองในการที่จะตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของขบวนการ ถ้าเราคิดว่ามีการเปลี่ยนแปลงระหว่างการพยากรณ์กับขบวนการที่แท้จริง เราก็ต้องการการตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงนั้นอย่างรวดเร็ว

<u>ตัวอย่าง</u>

$A = 0.2$, $S_{10}(y) = 0.3644$

เวลา t	ข้อมูล y_t	ค่าเฉลี่ย $S_t(y) = 0.2y_t + 0.8\ S_{t-1}(y)$
10	...	0.3644
11	0.204	0.3323
12	0.436	0.3530
13	0.305	0.3434
14	0.338	0.3428
15	0.362	0.3462
:	:	:

2.2 <u>การปรับปรุงระบบเอคโพเนนเชียล</u> (Development of the Exponential System)

เอคโพเนนเชียลโมเดลอย่างง่ายปรากฏว่าใช้ได้ดีกับอนุกรมที่ไม่มีแนวโน้มตามลำดับเวลาและการแปรผันตามฤดูกาลเท่านั้น โดยทั่วไปแล้วอนุกรมเวลามักจะมีส่วนประกอบ (factor) ปะปนอยู่เสมอไม่อย่างใดก็อย่างหนึ่ง ดังนั้น จึงต้องมีการปรับปรุงระบบนี้เพื่อให้ใช้ได้กับอนุกรมที่มีแนวโน้มตามลำดับเวลาและการผันแปรตามฤดูกาล สำหรับส่วนประกอบสองอย่างนี้ก็จะทำเหมือนกับระบบเอคโพเนนเชียล

อย่างง่ายทุกอย่าง ข้อมูลต้องการมากขึ้นสำหรับโมเดลที่สมบูรณ์มากขึ้นนี้ แต่ความถูกต้องในการพยากรณ์จะเพิ่มขึ้นอย่างมากด้วย เพื่อความเหมาะสมจะเปลี่ยนสัญลักษณ์ใน (2) ดังต่อไปนี้

$$\tilde{S}_t = AS_t + (1-A)\,\tilde{S}_{t-1}$$

ซึ่ง S_t = ค่าที่แท้จริงในระหว่างคาบเวลา t

$\tilde{S}_t$ = ค่าพยากรณ์ของค่าที่คาดว่าจะเป็นในคาบเวลา t และ $0 \leq A \leq 1$

2.2.1 การพยากรณ์โดยใช้เรโชของความแปรผันตามฤดูกาล (Forecasting with Ratio Seasonals)

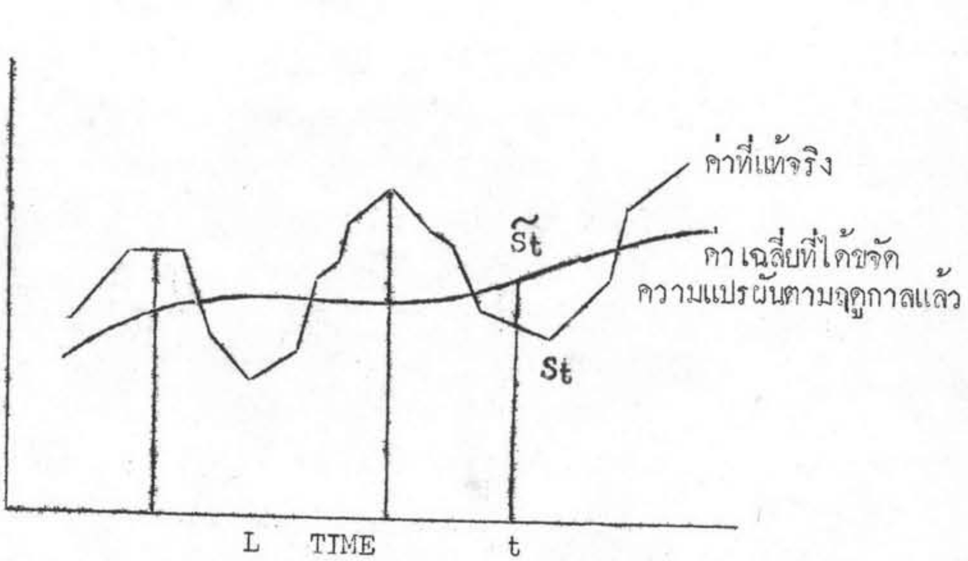
ถ้าเราให้ค่าที่แท้จริงในระยะเวลา t เป็น S_t ค่าประมาณที่ปรับค่าแปรผันตามฤดูกาลแล้วในระยะเวลา t เป็น $\tilde{S}_t$ คาบเวลาที่มีผลของความแปรผันตามฤดูกาลเป็น L ถ้าระยะเวลาเป็นเดือน L ก็จะมีค่าเป็น 12 เดือน โมเดลจะเป็นดังนี้

$$\tilde{S}_t = A\frac{S_t}{F_{t-L}} + (1-A)\,\tilde{S}_{t-1}, \quad 0 \leq A \leq 1 \tag{3}$$

สำหรับประมาณค่าคาดว่าจะเป็นที่ขจัดค่าความแปรผันตามฤดูกาลออกแล้วในระยะเวลา t และ

$$F_t = B\frac{S_t}{\tilde{S}_t} + (1-B)\,F_{t-L}, \quad 0 \leq B \leq 1 \tag{4}$$

สำหรับใช้ในการประมาณค่าความแปรผันตามฤดูกาลที่ระยะเวลา t



ในสมการ (3) $\tilde{S}_t$ เป็นค่าผลบวกถ่วงน้ำหนักของการประมาณซึ่งได้จากการขจัดความแปรผันตามฤดูกาลของข้อมูล S_t,กับค่าประมาณของคาบเวลาที่แล้ว $\tilde{S}_{t-1}$, ซึ่งเป็นค่าที่ได้ ปรับการขึ้น – ลง และขจัดความแปรผันตามฤดูกาลแล้วเช่นกัน (ในการขจัดความแปรผันตามฤดูกาลโดย S_t/F_{t-L}, เราจะใช้ค่าประมาณของความแปรผันตามฤดูกาลที่ใหม่ที่สุด ค่าความแปรผันตามฤดูกาลที่คำนวณในเดือนพฤษภาคมปีที่แล้วจะนำมาใช้ในการขจัดค่าความแปรผันตามฤดูกาลของข้อมูลในเดือนพฤษภาคมในปีนี้) ค่าของ $\tilde{S}_t$ จากสมการ (3) จะใช้ในการประมาณค่าใหม่ของความแปรผันตามฤดูกาลในสมการที่ (4) ค่าประมาณของ F_t ใหม่จะเท่ากับผลบวกถ่วงน้ำหนักของ $S_t/\tilde{S}_t$ และกับค่าที่ประมาณไว้ก่อนคือ F_{t-L}

การพยากรณ์ค่าคาดว่าจะเป็น (expected value)สำหรับคาบระยะเวลาต่อไปสามารถที่จะทำได้โดย

$$S_{t,1} = \tilde{S}_t \cdot F_{t-L+1}$$

ซึ่ง $S_{t,1}$ เป็นค่าพยากรณ์ที่ล่วงหน้าเมื่อสิ้นสุดอนุกรมหรือที่ระยะเวลาที่ t โดยทั่วไปการพยากรณ์ค่าคาดว่าจะเป็นล่วงหน้า T ระยะเวลาจะเป็น

$$S_{t,T} = \tilde{S}_t F_{t-L+T} \qquad T \leq L$$

ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักในสมการ (3) และ (4) สามารถที่จะเขียนในเทอมของข้อมูลเก่าและค่าเริ่มต้นดังนี้

$$\tilde{S}_t = A \sum_{n=0}^{M} (1-A)^{n} \frac{S_{t-n}}{F_{t-L-n}} + (1-A)^{M+1} \tilde{S}_b \qquad (5)$$

$$F_t = B \sum_{n=0}^{J} (1-B)^{n} \left(\frac{S_{t-nL}}{\tilde{S}_{t-nL}}\right) + (1-B)^{J+1} F_{bt} \qquad (6)$$

โดยที่ $\tilde{S}_b$ เป็นค่าเริ่มต้นของ $\tilde{S}$ และ F_{bt} เป็นค่าเริ่มต้นของ F ค่า J มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ M/L ดังนั้นการพยากรณ์ก็เป็นฟังค์ชั่นของข้อมูลเก่าทั้งหมดซึ่งมีน้ำหนักเป็น A และ B และค่าเริ่มต้น $\tilde{S}_b$ และเซ็ทของ F_{bt} ผลของค่าเริ่มต้นของการพยากรณ์จะขึ้นอยู่กับขนาดของน้ำหนักและความยาวของอนุกรมก่อนหน้าระยะเวลา t ผลของ $\tilde{S}_b$ จะถูกปรับให้เข้าที่เร็วกว่าผลของค่าเริ่มต้น F เพราะว่า $\tilde{S}_t$ ทำทบทวนทุก ๆ ระยะเวลา แต่ค่า F ต่าง ๆ จะมีการทบทวนปีละครั้งเท่านั้น

ถ้าโมเดลที่ใช้ในการพยากรณ์เป็นแบบที่มีการผันแปรตามเวลามาเกี่ยวข้องด้วย แต่ไม่เป็นแบบที่มีแนวโน้มอยู่ด้วยแล้ว ค่าความผันแปรตามฤดูกาลจะมีผลอันเกิดจากแนวโน้มอยู่ด้วย ตัวอย่างเช่น

ถ้าเราใช้โมเดลนี้กับอนุกรมที่มีแนวโน้มในทางเพิ่มขึ้น ผลบวกของค่า F ทั้งสิบสองค่าจะเกิน 12.0

2.2.2 การพยากรณ์โดยใช้เรโชของความแปรผันตามฤดูกาลและแนวโน้มชนิดเส้นตรง

(Forecasting with Ratio Seasonals and Linear Trend)

เป็นไปได้ที่จะปรับปรุงโมเดลในตอนก่อนด้วยเรโชของแนวโน้มเพิ่มค่าแนวโน้มหรือแนวโน้มชนิดเส้นตรง เนื่องจากแนวโน้มนี้เป็นการเปลี่ยนแปลงอย่างมีระเบียบและระยะยาว ดังนั้นใช้กรณีหลังจะดีกว่าโมเดล "สมบูรณ์แบบ" ในการพยากรณ์คล้ายกันกับสมการ (3) และ (4) คือสมการแรก

$$\tilde{S}_t = A \frac{S_t}{F_{t-L}} + (1-A)\,(\tilde{S}_{t-1}+R_{t-1}) \tag{7}$$

เพียงแต่เปลี่ยนคำจำกัดความของ $\tilde{S}_t$ เสียใหม่โดยเพิ่ม R_{t-1} ซึ่งเป็นค่าประมาณของแนวโน้มซึ่งเป็นค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงของ $\tilde{S}_t$ ต่อหนึ่งระยะเวลา สำหรับการประมาณค่าความแปรผันสมการก็เหมือนกันกับในตอนก่อนคือ

$$F_t = B \frac{S_t}{\tilde{S}_t} + (1-B)\,F_{t-L} \tag{8}$$

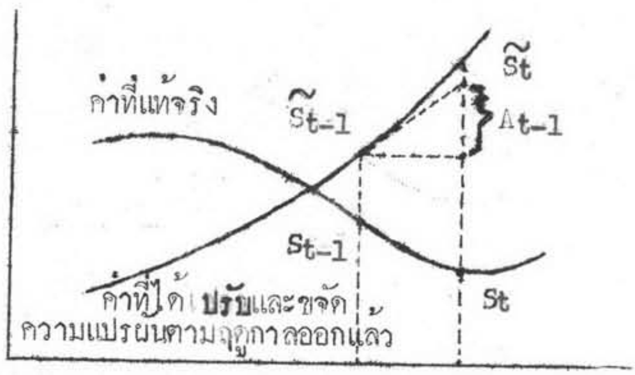
และสมการที่ใช้ในการประมาณค่าแนวโน้มมีลักษณะเดียวกันกับ (7) และ (8)

$$R_t = C\,(\tilde{S}_t-\tilde{S}_{t-1}) + (1-C)\,R_{t-1} \tag{9}$$

การถ่วงน้ำหนักในการประมาณค่าขึ้นอยู่กับข้อมูลกับการประมาณค่าที่แล้วมา การพยากรณ์ล่วงหน้า T ระยะเวลาจะได้จากสูตรดังต่อไปนี้

$$S_{t,T} = \left[\tilde{S}_t+TR_t\right] F_{t-L+T} \qquad T = 1,2\ldots L \tag{10}$$

(การที่จะพยากรณ์ล่วงหน้าเป็นระยะเวลามากกว่า L สามารถที่จะทำได้โดยการใช้ค่า F ต่าง ๆ ที่เหมาะสม)



ในทางปฏิบัติจะทำไปตามลำดับขั้นดังนี้คือ

1. เมื่อสิ้นสุดระยะเวลาที่ t ข้อมูล S_t จะถูกบันทึกไว้

2. ใช้สมการ (7) คำนวณค่า $\tilde{S}_t$ ด้วยการใช้ $\tilde{S}_{t-1}$ และ A_{t-1} จากระยะเวลาก่อนหน้านี้ และค่า F_{t-L} ที่เหมาะสมที่ได้ทำการคำนวณไว้แล้วในวัฏตะก่อน

3. ใช้สมการ (8) ในการคำนวณ F_t ซึ่งเราสามารถแทนค่า F_{t-L} ได้แล้ว

4. สมการที่ (9) ใช้สำหรับหาค่า R_t ซึ่งเราสามารถแทนค่า R_{t-1} ได้

5. ใช้สมการที่(10)พยากรณ์ล่วงหน้า

6. ใช้ค่า $\tilde{S}_t$ แทนค่า S_{t-1} และข้อมูลพร้อมที่จะใช้ในระยะเวลาที่จะมาถึง

ค่าพยากรณ์เป็นฟังก์ชั่นของข้อมูลทั้งใหม่และเก่าทั้งหมดของน้ำหนัก A, B, C และค่าเริ่มต้นของ $\tilde{S}$, F ต่าง ๆ และ R และคุณภาพหรือความถูกต้องของการพยากรณ์จะขึ้นอยู่กับสิ่งเหล่านี้ ในตอนต่อไปจะพูดถึงวิธีที่จะเลือกน้ำหนักและค่าเริ่มต้น และก็จะแสดงถึงวิธีการที่จะทำการพยากรณ์

2.3 การทดสอบการพยากรณ์

2.3.1 การเลือกน้ำหนักและค่าเริ่มต้น

ก่อนอื่นจะพูดถึงปัญหาในการเลือกค่าเริ่มต้นของ $\tilde{S}$,F ต่าง ๆ และ R และการหาน้ำหนัก A, B และ C เราจะให้เลขที่ระยะเวลาต่าง ๆ ของแต่ละอนุกรมคือ t=1,2,...D สำหรับในที่นี้ D = 60 แต่ละอนุกรมและถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกใช้สำหรับหาและปรับปรุง S เซ็ทของ F และ R ให้ความยาวของส่วนนี้เป็น H (ในที่นี้ H=36 หรือ 3 ปี) ในส่วนที่สองจะใช้สำหรับทดลองวิธีการพยากรณ์โดยทำเป็นว่าเป็นส่วนของอนาคตที่เราไม่ทราบด้วยการใช้ค่าจริงหนึ่งระยะเวลาแล้วทำการพยากรณ์ล่วงหน้าหนึ่งระยะเวลาเรื่อยไป วิธีการนี้เป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้ปฏิบัติกัน นอกจากเราจะมีประสบการณ์ในการทำมาหลาย ๆ ปีก็จะใช้เวลาสั้นกว่าวิธีการที่ทำนี้มาก ปัญหาที่สำคัญก็คือว่าเราจะเปรียบเทียบเซ็ทหนึ่งของการพยากรณ์กับเซ็ทอื่นได้อย่างไร หรือผลที่เกิดจากการใช้เซ็ทหนึ่งของพารามิเตอร์กับผลอันเกิดจากการใช้เซ็ทอื่นหรือวิธีการพยากรณ์วิธีนี้กับวิธีอื่น เพราะว่าการพยากรณ์เป็นการทำนายค่าคาดว่าจะเป็น (expected value) ดังนั้นดูเหมือนว่าวิธีการที่เหมาะสมที่จะใช้เป็นเครื่องเปรียบเทียบคือความเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์

ถ้าการพยากรณ์ unbiased และในที่นี้เราก็จะมีข้อสมมุติเช่นนี้ ดังนั้นการประมาณค่าของความเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์จะทำโดยผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อน และความคลาดเคลื่อนมีนิยามดังนี้

$$e_t = S_{t+T} - S_{t,T}$$

โดยที่ S_{t+T} เป็นค่าที่แท้จริงที่ระยะเวลา $(t + T)$ และ $S_{t,T}$ เป็นค่าจากการพยากรณ์ที่ระยะเวลานั้นและถ้าเราในใจการพยากรณ์ล่วงหน้าเพียงหนึ่งระยะเวลา ดังนั้นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความผิดพลาดของการพยากรณ์เป็น

$$\sigma_e = \left\{ \sum_t \frac{e_{t,1}^2}{N-1} \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (11)$$

ซึ่ง t จะบวกถึง N ข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า

ตารางต่อไปนี้ทำขึ้นจากการสลับค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 ค่าต่าง ๆ ของ σ_e ของแต่ละเซ็ทในตารางต่อไปนี้แสดงถึงค่ารอบ ๆ ค่าน้อยที่สุดของ σ_e ของแต่ละอนุกรม คือยอดคงเหลือของเงินฝากทุกประเภท, ตั๋วแลกเงินเพื่อเดินทาง, รับจ่ายและโอนเงินและสลากออมสิน หน่วยทศนิยมของน้ำหนักเราใช้เพียงหน่วยเดียว เช่น (0.1, 0.3, 0.2) ไม่ใช่ (0.13, 0.28, 0.24)

ตารางที่ 1 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ยอดรวมของเงินฝากทุกประเภท

B	C											
	0	.2	.4	.6	.8	1.0	0	.2	.4	.6	.8	1.0
	A = 0						A = .6					
0	637.2	637.2	637.2	637.2	637.2	637.2	52.9	41.5	40.9	39.2	38.5	39.0
.2	387.5	387.5	387.5	387.5	387.5	387.5	58.3	51.1	52.2	51.4	53.5	58.0
.4	270.6	270.6	270.6	270.6	270.6	270.6	61.9	58.2	61.1	60.3	64.9	74.7
.6	227.2	227.2	227.2	227.2	227.2	227.2	63.9	63.5	68.8	68.2	76.3	93.8
.8	212.9	212.9	212.9	212.9	212.9	212.9	64.7	68.1	77.1	77.9	92.8	121.4
1.0	205.7	205.7	205.7	205.7	205.7	205.7	65.1	73.0	87.7	92.2	118.5	162.5
	A = .2						A = .8					
0	116.2	62.1	62.9	67.8	75.2	79.8	43.8	36.6	36.0	35.6	35.7	36.2
.2	117.9	70.9	77.0	93.9	131.0	175.0	47.1	41.8	42.2	42.9	44.2	45.6
.4	114.3	70.4	75.3	105.9	186.6	271.4	50.2	46.4	47.7	49.7	52.6	55.3
.6	107.7	63.9	62.2	140.2	292.0	402.4	52.6	50.1	52.3	55.6	60.1	64.5
.8	100.7	54.0	59.2	222.7	469.1	598.3	54.4	53.2	56.1	60.7	67.2	73.8
1.0	94.7	45.1	120.1	363.0	717.5	889.0	55.8	55.6	59.5	65.7	74.7	84.5
	A = .4						A = 1.0					
0	70.7	49.2	51.1	49.6	45.6	42.6	38.7	34.0	34.1	34.8	36.3	39.0
.2	76.6	62.8	73.8	75.5	66.5	59.9	38.7	34.0	34.1	34.8	36.3	39.0
.4	79.0	70.4	92.6	102.9	89.0	74.2	38.7	34.0	34.1	34.8	36.3	39.0
.6	78.7	74.7	111.0	135.6	119.2	96.1	38.7	34.0	34.1	34.8	36.3	39.0
.8	77.0	78.5	131.8	175.2	160.6	136.5	38.7	34.0	34.1	34.8	36.3	39.0
1.0	74.7	84.2	157.6	221.4	215.8	210.2	38.7	34.0	34.1	34.8	36.3	39.0

ตารางที่ 2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์เงินฝากประเภทรับจ่ายและโอนเงิน

B	C											
	0	.2	.4	.6	.8	1.0	0	.2	.4	.6	.8	1.0
	A = 0						A = .6					
0	39.7	39.7	39.7	39.7	39.7	39.7	16.8	15.6	16.7	17.2	17.4	17.4
.2	42.5	42.5	42.5	42.5	42.5	42.5	16.6	15.4	15.9	16.6	17.0	17.2
.4	45.1	45.1	45.1	45.1	45.1	45.1	16.4	15.2	15.7	16.4	16.8	17.0
.6	47.8	47.8	47.8	47.8	47.8	47.8	16.3	15.1	15.6	16.2	16.7	16.8
.8	50.4	50.4	50.4	50.4	50.4	50.4	16.2	15.1	15.6	16.3	16.7	16.8
1.0	52.3	52.3	52.3	52.3	52.3	52.3	16.3	15.3	15.8	16.7	17.2	17.1
	A = .2						A = .8					
0	28.6	25.2	20.0	19.3	19.9	20.7	15.0	14.6	15.1	15.6	16.1	16.5
.2	27.8	23.9	20.1	20.5	21.8	21.9	14.9	14.6	15.1	15.7	16.1	16.6
.4	27.2	23.6	21.7	24.4	27.6	26.8	14.9	14.6	15.1	15.7	16.2	16.9
.6	26.9	24.6	25.8	32.2	37.9	36.3	14.9	14.6	15.2	15.8	16.5	17.3
.8	27.0	27.6	34.4	46.0	53.5	49.8	14.9	14.6	15.3	16.0	16.8	17.9
1.0	27.9	34.2	51.0	70.7	77.8	68.6	14.9	14.7	15.4	16.2	17.2	18.7
	A = .4						A = 1.0					
0	20.5	17.6	17.1	18.0	18.9	19.4	14.0	14.1	14.7	15.5	16.3	17.4
.2	20.0	17.1	16.7	17.5	18.4	19.0	14.0	14.1	14.7	15.5	16.3	17.4
.4	19.6	16.8	16.5	17.2	17.9	18.6	14.0	14.1	14.7	15.5	16.3	17.4
.6	19.3	16.8	16.7	17.2	17.8	19.2	14.0	14.1	14.7	15.5	16.3	17.4
.8	19.2	17.1	17.5	17.9	18.9	22.0	14.0	14.1	14.7	15.5	16.3	17.4
1.0	19.1	18.1	19.3	19.9	22.2	28.8	14.0	14.1	14.7	15.5	16.3	17.4

ตารางที่ 3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์เงินฝากประเภทสลากออมสิน

B	C											
	0	.2	.4	.6	.8	1.0	0	.2	.4	.6	.8	1.0
			A = 0						A = .6			
0	126.9	126.9	126.9	126.9	126.9	126.9	8.0	4.1	3.9	3.8	3.9	4.0
.2	78.4	78.4	78.4	78.4	78.4	78.4	7.9	4.2	4.1	4.0	4.3	5.1
.4	54.1	54.1	54.1	54.1	54.1	54.1	8.3	5.3	5.6	5.7	6.3	7.7
.6	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8	8.6	6.4	7.4	7.6	8.8	11.3
.8	39.6	39.6	39.6	39.6	39.6	39.6	8.9	7.6	9.3	10.0	12.5	16.6
1.0	37.1	37.1	37.1	37.1	37.1	37.1	9.1	8.8	11.7	13.2	17.6	24.1
			A = .2						A = .8			
0	20.1	7.7	7.1	6.7	6.0	5.5	6.2	3.5	3.4	3.4	3.5	3.5
.2	19.7	7.9	7.2	8.5	14.0	21.0	6.2	3.4	3.4	3.6	4.0	4.4
.4	18.9	8.2	8.5	17.1	31.9	43.7	6.3	3.9	4.1	4.6	5.4	6.3
.6	17.9	8.3	13.3	34.2	62.1	76.3	6.6	4.5	4.9	5.6	6.8	8.2
.8	17.1	10.2	25.5	60.4	106.0	124.3	6.8	5.1	5.6	6.6	8.1	10.0
1.0	16.9	15.3	46.7	97.4	163.1	192.6	7.1	5.6	6.3	7.5	9.5	12.0
			A = .4						A = 1.0			
0	11.3	5.2	4.7	4.4	4.3	4.4	5.2	3.2	3.1	3.2	3.2	3.3
.2	11.4	5.6	6.4	6.8	6.0	5.1	5.2	3.2	3.1	3.2	3.2	3.3
.4	11.6	7.1	10.0	12.3	11.1	9.5	5.2	3.2	3.1	3.2	3.2	3.3
.6	11.7	8.5	14.1	19.0	17.4	14.8	5.2	3.2	3.1	3.2	3.2	3.3
.8	11.6	10.4	19.2	26.9	25.7	22.8	5.2	3.2	3.1	3.2	3.2	3.3
1.0	11.5	13.3	26.0	36.2	36.3	36.1	5.2	3.2	3.1	3.2	3.2	3.3

ตารางที่ 4 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์เงินฝากประเภทตั๋วแลกเงินเพื่อเดินทาง

B	C											
	0	.2	.4	.6	.8	1.0	0	.2	.4	.6	.8	1.0
			A = 0						A = .6			
0	3.371	3.371	3.371	3.371	3.371	3.371	1.010	1.070	1.156	1.252	1.353	1.454
.2	2.685	2.685	2.685	2.685	2.685	2.685	1.014	1.072	1.159	1.255	1.356	1.455
.4	2.273	2.273	2.273	2.273	2.273	2.273	1.034	1.095	1.184	1.283	1.384	1.482
.6	2.029	2.029	2.029	2.029	2.029	2.029	1.067	1.135	1.230	1.334	1.440	1.540
.8	1.878	1.878	1.878	1.878	1.878	1.878	1.113	1.188	1.294	1.410	1.528	1.637
1.0	1.773	1.773	1.773	1.773	1.773	1.773	1.169	1.256	1.376	1.512	1.653	1.783
			A = .2						A = .8			
0	1.035	.880	.893	.919	.944	.984	1.088	1.182	1.294	1.414	1.540	1.672
.2	1.022	.894	.919	.936	.966	1.009	1.086	1.179	1.290	1.408	1.530	1.659
.4	1.045	.939	.966	.979	1.055	1.144	1.090	1.183	1.294	1.413	1.536	1.667
.6	1.094	1.005	1.035	1.077	1.233	1.413	1.101	1.195	1.308	1.430	1.558	1.696
.8	1.162	1.096	1.163	1.320	1.566	1.874	1.117	1.214	1.331	1.458	1.595	1.749
1.0	1.247	1.224	1.402	1.804	2.106	2.545	1.138	1.240	1.362	1.497	1.648	1.827
			A = .4						A = 1.0			
0	.959	.964	1.018	1.086	1.162	1.242	1.185	1.313	1.461	1.626	1.815	2.036
.2	.966	.974	1.028	1.095	1.173	1,262	1.185	1.313	1.461	1.626	1.815	2.036
.4	.999	1.014	1.077	1.150	1.237	1.342	1.185	1.313	1.461	1.626	1.815	2.036
.6	1.051	1.074	1.151	1.237	1.344	1.482	1.185	1.313	1.461	1.626	1.815	2.036
.8	1.117	1.148	1.245	1.351	1.491	1.690	1.185	1.313	1.461	1.626	1.815	2.036
1.0	1.196	1.236	1.363	1.494	1.683	1.980	1.185	1.313	1.461	1.626	1.815	2.036