หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

ผลของการทดลองและการวิจารณ์

ในบทนี้เราจะกล่าวถึงผลของการทดลอง และปรากฏการณ์ที่เราสังเกตุเห็นขณะที่เมล็ดพืชไหลออกจากท่อทรงกระบอกหรือกรวย ตัวแปรที่ถูกนำมาใช้ในการพิจารณาหาอิทธิพลที่มีต่ออัตรามวลการไหล คือ ความสูงของเมล็ดพืชทั้งหมดที่ถูกบรรจุอยู่ภายในท่อ เส้นผ่าศูนย์กลางของรู มุมของรู และความขรุขระของผนังท่อ

หัวข้อ 5.1 เป็นการศึกษาอัตรามวลการไหลที่ได้จากท่อทรงกระบอก โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากสูตรของเบเวอร์ลู (1)

หัวข้อ 5.2 เป็นการศึกษาอัตรามวลการไหลที่ได้จากกรวยโดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้จากสูตรของทฤษฎีนาฬิกาทราย (2)

5.1 ท่อทรงกระบอก

5.1.1 ลักษณะการไหลของเมล็ดพืชผ่านรูกลมของท่อทรงกระบอก

จากการสังเกตุการไหลของเมล็ดพืชที่อยู่ในท่อ เราพบว่าเมื่อเราเปิดรูเมล็ดพืชที่อยู่บริเวณรูจะไหลออกมาก่อน แต่เมล็ดพืชที่อยู่ระดับบนสุดของท่อ ยังคงหยุดนิ่งเป็นระยะเวลาหนึ่ง หลังจากนั้นเมล็ดพืชที่อยู่ระดับบนสุดจึงค่อย ๆ เคลื่อนที่ลงมา เราสามารถอธิบายปรากฏการณ์อันนี้โดยใช้กฎของการขยายตัวของช่องว่างระหว่างเม็ดของแข็งของเรย์โนลด์ (Reynold's Principle of dilatancy) ซึ่งกล่าวว่าการไหลของเม็ดของแข็งจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีการขยายตัวของช่องว่างระหว่างเม็ดของแข็ง (6) นั่นคือเมื่อเราเปิดรูเมล็ดพืชที่อยู่บริเวณรูจะไหลออกมาก่อน จึงทำให้บริเวณรูเกิดเป็นที่ว่างขึ้น เมล็ดพืชที่อยู่เหนือรูขึ้นไปจะไหลลงมาแทนที่ ดังนั้นช่องว่างระหว่างเมล็ดพืชที่อยู่ในท่อจะค่อย ๆ แผ่ขยายจากระดับของรูขึ้นสู่ระดับบนสุดของเมล็ดพืชที่อยู่ในท่อ ในขณะเดียวกัน เมล็ดพืชที่อยู่ในท่อจะเคลื่อนที่ลงสู่ระดับที่ต่ำกว่า

เมื่อเมล็ดพืชไหลออกจากท่อ ระดับบนสุดของเมล็ดพืชก็ยังคงรักษาระนาบในแนวราบเอา

ไว้ได้ (รูป 5.1.1.1) จนกระทั่งความสูงของเมล็ดพืชทั้งหมดที่อยู่ในท่อเหลือประมาณสองเท่าของเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ ระนาบในแนวราบนี้จะเปลี่ยนเป็นรูปกรวยที่มีมุมของกรวยหงายลง สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะบริเวณใกล้ ๆ กับรูจะมีส่วนที่หยุดนิ่งของเมล็ดพืช (stagnant zone) ซึ่งทำให้เมล็ดพืชมีความเร็วในแนวราบและมีความเร่งเกิดขึ้น (รูป 2.1.2)

5.1.2 อิทธิพลของความสูงของเมล็ดพืชทั้งหมดที่อยู่ภายในท่อ

จากบทที่ 1 หัวข้อ 1.2 เรารู้ว่าเมื่อเราบรรจุเมล็ดพืชลงในท่อ ผนังของท่อจะรับน้ำหนักทั้งหมดของเมล็ดพืชเอาไว้ ทำให้ความดันของเมล็ดพืชที่บรรจุอยู่ในท่อไม่ขึ้นกับความสูงของเมล็ดพืชทั้งหมดในท่อ (passive state)

จากการทดลองโดยให้เมล็ดพืชในท่อเกิดการไหล แล้วทำการวัดอัตรามวลการไหลเมื่อความสูงของเมล็ดพืชทั้งหมดอยู่ในพิสัย 40–100 ซ.ม เราพบว่าความสูงของเมล็ดพืชทั้งหมดที่อยู่ในท่อไม่มีอิทธิพลต่ออัตรามวลการไหล (รูป 5.1.2.1) นั่นคือความสูงของเมล็ดพืชทั้งหมดที่อยู่ในท่อไม่มีอิทธิพลต่อความดันของเมล็ดพืช ทั้งในกรณีที่เมล็ดพืชเริ่มไหลหรือกำลังไหล ด้วยสาเหตุนี้เองที่ทำให้เราไม่สามารถนำเอาทฤษฎีของของเหลวที่กำลังไหลมาใช้อธิบายการไหลของเมล็ดพืชได้

5.1.3 อิทธิพลของเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ

เบเวอร์ลู[1] ได้ทำการศึกษาอิทธิพลของเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อที่มีต่ออัตรามวลการไหลของเมล็ดพืช โดยใช้ท่อที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 5,10 ซ.ม. สำหรับรูกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.2–1.5 ซ.ม. 0.5–3.0 ซ.ม. ตามลำดับ เบเวอร์ลูสรุปผลที่ได้จากการทดลองว่าเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อไม่มีอิทธิพลต่ออัตรามวลการไหล ถ้า D_o/T น้อยกว่าค่าหนึ่ง ๆ

การทดลองครั้งนี้ เราใช้ท่อที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 5.3 –15.4 ซ.ม. รูกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.5–5.1 ซ.ม. เมล็ดพืชที่ใช้ในการทดลองคือข้าวสารและถั่วเขียวที่มีคุณสมบัติดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 3

จากผลการทดลอง (รูป 5.1.3.1–5.1.3.2) เราไม่สามารถสรุปได้ว่าเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อไม่มีอิทธิพลต่ออัตรามวลการไหล เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อไม่มีอิทธิพลต่ออัตรามวลการไหลเมื่อ

เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อมีค่ามากเมื่อเทียบกับเส้นผ่าศูนย์กลางของรู

รูป 5.1.3.3 แสดงกราฟของอัตรามวลการไหลและ D_o/T เราพบว่าที่ D_o/T มีค่าน้อยกว่า 0.4 อัตรามวลการไหลของข้าวสารมีค่ามากกว่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว ที่ D_c/Tมีค่ามากกว่า 0.4 อัตรามวลการไหลของข้าวสารมีค่าน้อยกว่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว ที่D_o/T มีค่าประมาณ 0.9 อัตรามวลการไหลของข้าวสารมีค่าเท่ากับอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว

จากหัวข้อ 5.1.1 เราพบว่าขณะที่เมล็ดพืชไหลออกจากรู เมล็ดพืชบางส่วนที่ค้างอยู่บริเวณรอบ ๆ ของรูทางออก ทำให้เกิดมีส่วนที่หยุดนิ่งของเมล็ดพืช (รูป 2.1.2)

มุมที่ส่วนหยุดนิ่งกระทำกับขอบของรูมีค่าเป็น γ° มุม β (angle of approach) คือ$(90^\circ - \gamma^\circ)$

จากหัวข้อ 5.2.5 เรารู้ว่า β ของข้าวสารมีค่าน้อยกว่า β ของถั่วเขียว ดังนั้น อัตรามวลการไหลของข้าวสารจึงมีค่ามากกว่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว

จากรูป 5.1.3.3, อัตรามวลการไหลของข้าวสารมีค่ามากกว่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียวที่ D_o/T มีค่าน้อยกว่า 0.4 แต่อัตรามวลการไหลของข้าวสารมีค่าน้อยกว่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว ที่ D_o/Tมีค่ามากกว่า 0.4 ทั้ง ๆ ที่ β ของข้าวสารมีค่าน้อยกว่า β ของถั่วเขียว

สาเหตุที่เป็นไปได้คือ อิทธิพลของรูปร่างของเมล็ดพืช[23] เนื่องจากข้าวสารมีรูปร่างยาวกว่าถั่วเขียว จึงทำให้การขัดกันระหว่างเมล็ดข้าวเกิดได้ง่ายกว่าการขัดกันระหว่างเมล็ดถั่วเขียว ในอาณาเขตของแรงเฉือน

อาณาเขตของแรงเฉือนนี้อยู่ใกล้ ๆ กับของผนังท่อ การขัดกันของเมล็ดข้าวทำให้อัตรามวลการไหลของข้าวลดลงอย่างรวดเร็วที่ D_o/T มีค่าประมาณ 0.4 ขึ้นไป

สาเหตุอื่นที่เป็นไปได้คือ คุณสมบัติประจำตัวของเมล็ดพืช และความขรุขระของผนังท่อ ซึ่งเราจะกล่าวไว้ในหัวข้อต่อไป

จากผลของการทดลองครั้งนี้เราสรุปได้ว่า กรณีที่เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อมีค่ามากเมื่อเปรียบเทียบกับเส้นผ่าศูนย์กลางของรู ซึ่งเป็นกรณีที่ทำให้ไม่มีอิทธิพลของผนังท่อเข้ามาเกี่ยวข้อง

ดังนั้นอิทธิพลของ β จึงมีบทบาทสำคัญต่ออัตรามวลการไหล. β ของข้าวที่มีค่าน้อยกว่า β ของถั่วเขียวทำให้อัตรามวลการไหลของข้าวมากกว่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว

กรณีที่เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อมีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับเส้นผ่าศูนย์กลางของรู อิทธิพลของผนังท่อและรูปร่างของเมล็ดพืชจะมีบทบาทสำคัญที่ทำให้อัตรามวลการไหลของเมล็ดพืชมีค่าลดลง

5.1.4 <u>อิทธิพลของความขรุขระของผนังท่อ</u>

ในการศึกษาเรื่องนี้ เราทำผนังท่อให้ขรุขระโดยใช้กระดาษทรายบุไว้รอบท่อ รูป 5.1.4.1.-5.1.4.2 คือกราฟของอัตรามวลการไหลของเมล็ดพืชและ D_o/T ในกรณีที่ผนังของท่อเรียบและผนังของท่อขรุขระ

จากรูป 5.1.4.1 เราพบว่าความขรุขระของผนังท่อทำให้อัตรามวลการไหลของข้าวมีค่ามากขึ้นที่ D_o/T มีค่ามากกว่า 0.4 ความขรุขระของผนังท่อไม่มีอิทธิพลต่ออัตรามวลการไหลที่ D_o/T มีค่าน้อยกว่า 0.4

จากรูป 5.1.4.2 เราพบว่าความขรุขระของผนังท่อทำให้อัตรามวลการไหลของถั่วเขียวมีค่ามากขึ้นเล็กน้อยเมื่อ D_o/T มีค่ามากขึ้น

รูป 5.1.4.3 แสดงการเปรียบเทียบของอัตรามวลการไหลของข้าวที่วัดได้จากท่อที่มีผนังขรุขระและอัตรามวลการไหลของถั่วเขียวที่วัดได้จากท่อที่มีผนังเรียบ จากรูป 5.1.4.3 เราพบว่าอัตรามวลการไหลของข้าวสาร (กรณีผนังของท่อขรุขระ) เริ่มน้อยกว่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว (กรณีที่ผนังของท่อเรียบ) ที่ $D_o/T > 0.6$ ปกติอัตรามวลการไหลของข้าวสาร (กรณีที่ผนังของท่อเรียบ) เริ่มน้อยกว่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว (กรณีที่ผนังของท่อเรียบ) ที่ $D_o/T > 0.4$

จากผลการทดลองเราสรุปได้ว่า –กรณีที่เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อมีค่ามากเมื่อเปรียบเทียบกับเส้นผ่าศูนย์กลางของรู ความขรุขระของผนังท่อไม่มีอิทธิพลต่ออัตรามวลการไหลของเมล็ดพืช

–กรณีที่เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อมีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับเส้นผ่าศูนย์กลางของรู ความขรุขระของผนังท่อทำให้อัตรามวลการไหลของเมล็ดพืชมีค่ามากขึ้น ทั้ง ๆ ที่สัมประสิทธิ์แห่งความเสียดทานระหว่างเมล็ดพืชกับผนังขรุขระมีค่ามากขึ้น (ตารางที่ 3.2.5)

5.1.5 <u>อัตรามวลการไหลของเมล็ดพืชจากท่อทรงกระบอก</u>

เบเวอร์ลู[1] ได้สร้างสูตรสำหรับคำนวณหาอัตรามวลการไหลของเมล็ดพืชผ่านรูกลมของท่อรูปทรงกระบอก และได้แสดงสูตรไว้ดังนี้คือ

$$W = C\rho_b g^{1/2} (D_o - kd)^{5/2} \qquad (5.1.5.1)$$

W = อัตรามวลการไหลของเมล็ดพืช

g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

D_o = เส้นผ่าศูนย์กลางของรู

d = เส้นผ่าศูนย์กลางของเมล็ดพืช

ρ_b = ความหนาแน่นเฉลี่ยของเมล็ดพืชที่ถูกบรรจุอยู่ภายในภาชนะ

C = ค่าคงที่

k = ค่าคงที่ของช่องว่างรูปวงแหวน

รูป 5.1.5.1-2 แสดงกราฟของ $W^{0.4}$ และ D_o เมื่อเรานำข้อมูลที่ได้จากการทดลองกับข้าวสารมาสร้างกราฟของ $W^{0.4}$ และ D_o (รูป 5.1.5.1) เราพบว่าทุกจุดบนกราฟที่มีค่า D_o/T น้อยกว่า 0.4 ทำให้เกิดเส้นตรงที่มีความลาดและจุดตัดอันเดียวกัน

จากสมการ(5.1.5.1) เราได้สูตรสำหรับคำนวณหาอัตรามวลการไหลของข้าวสารดังนี้คือ

$$W = 0.50\rho_f g^{1/2} (D_o - 2.04d)^{5/2} ; \quad D_o/T \leq 0.4 \qquad (5.1.5.2)$$

เนื่องจากเมล็ดข้าวมีลักษณะเป็นรูปทรงกระบอกที่ท่อนข้างยาว ขณะที่เมล็ดข้าวไหลออกจากรู ช่องว่างระหว่างเมล็ดพืชที่บริเวณรูจะทำให้เมล็ดข้าวมีการเรียงตัวใกล้ ๆ กับรูทางออกเพื่อให้พลังงานที่ใช้ในการไหลมีค่าน้อยที่สุด ดังนั้นค่า d ที่ใช้ในการคำนวณคือเส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ยของข้าวที่ข้าวสารใช้ไปในการไหลผ่านรู (รูป 2.1.1)

รูป 5.1.5.2 คือกราฟของ $W^{0.4}$ และ D_o ของถั่วเขียว เราพบว่าทุก ๆ จุดบนกราฟที่มีค่า D_o/T น้อยกว่า 0.6 จะทำให้เกิดเส้นตรงที่มีความลาดและจุดตัดอันเดียวกัน

จากสมการ (5.1.5.1) เราได้สูตรสำหรับคำนวณหาอัตรามวลการไหลของถั่วเขียว ดังนี้คือ

$$W = 0.42\rho_f g^{1/2} (D_o - 1.02d)^{5/2} ; D_o/T \leq 0.6 \quad (5.1.5.3)$$

จากผลของการทดลองของเบเวอร์ลู[1] เมล็ดพืชที่เขาใช้มีลักษณะค่อนข้างกลม k มีค่าประมาณ 1.4 ถ้าเมล็ดพืชมีลักษณะกลม k มีค่าประมาณ 1.2[23] ในการทดลองครั้งนี้ข้าวสารมีรูปร่างยาวกว่าถั่วเขียว ดังนั้น k ของข้าวสารจึงมีค่ามากกว่า k ของถั่วเขียว นั่นคือรูปร่างของเมล็ดพืชมีอิทธิพลต่อค่าของ k[5]

รูป 5.1.5.3-6 แสดงกราฟของ $W^{0.4}$ และ D_o กรณีผนังท่อขรุขระและผนังท่อเรียบ

จากรูป 5.1.5.3-4 เราพบว่าเราสามารถใช้สมการ (5.1.5.2) สำหรับคำนวณค่าอัตรามวลการไหลของข้าวสารที่ได้จากท่อที่มีผนังขรุขระ เมื่อ $D_o/T < 0.6$ จากรูป 5.1.5.5-6 เราพบว่าเราสามารถใช้สมการ (5.1.5.3) สำหรับคำนวณค่าอัตรามวลการไหลของถั่วเขียวที่ได้จากท่อที่มีผนังขรุขระ เมื่อ $D_o/T < 0.6$

5.2 กรวย

5.2.1 ลักษณะการไหลของเมล็ดพืชผ่านรูกลมของกรวย

จากการสังเกตุการไหลของเมล็ดพืชในกรวย เราพบว่าเมล็ดพืชไหลในแนวรัศมี (radial flow) ทำให้เมล็ดพืชมีการเรียงตัวในแนวรัศมี (รูป 5.2.1.1) ลักษณะของการไหลในแนวรัศมีของเมล็ดพืชเปลี่ยนไปตามตำแหน่งของ r และ θ ตลอดเวลา (unsymmetry flow) (รูป 5.2.1.2) เราไม่สามารถวัดปริมาตรที่เปลี่ยนไปของเมล็ดพืชที่อยู่ภายในกรวยดังนั้นเราจึงไม่สามารถคำนวณหาค่า ρ_f ของเมล็ดพืชที่กำลังไหลออกจากกรวยได้ เนื่องจาก ρ_f ที่ได้จากการทดลองกับกรวยมีค่าไม่แตกต่างจาก ρ_f ที่ได้จากการทดลองกับท่อทรงกระบอก[24] ดังนั้นเราจึงสมมุติให้ ρ_f ที่ได้จากการทดลองกับเครื่องมือสองชนิดนี้มีค่าเท่ากัน และมีค่าดังนี้คือ :

ข้าวสาร ; $\rho_f = (0.58 \pm 0.02)\ \rho_p$ กรัม /ซ.ม^3

ถั่วเขียว ; $\rho_f = (0.64 \pm 0.02)\ \rho_p$ กรัม /ซ.ม^3

5.2.2 อิทธิพลของ y

$y = r_1/r_0$ (รูป 1.5.1)

เนื่องจากเป็นที่ยอมรับกันว่า $W^{0.4}$ มีค่าแปรตามค่าของ D_o (1)

รูป 5.2.2.1-2 แสดงกราฟของ $W^{0.4}$ และ D_o จากรูป 5.2.2.1-2 เราพบว่า y ไม่มีอิทธิพลต่ออัตรามวลการไหล ($y = 5-10$)

การทดลองครั้งนี้ให้ผลตรงกับทฤษฎีนาฬิกาทราย[2] ที่กล่าวว่าอัตรามวลการไหลคงที่ที่ y มีค่ามากกว่า 4

5.2.3 อิทธิพลของความขรุขระของผนังกรวย

รูป 5 .2.3.1-2 แสดงกราฟของ $W^{0.4}$ และ D_o จากสองรูปนี้เราพบว่าความขรุขระของผนังท่อมีอิทธิพลต่ออัตรามวลการไหลน้อยมาก

5.2.4 อิทธิพลของมุม α

$\alpha =$ มุมครึ่งของกรวย (รูป 1.5.1)

รูป 5.2.4.1-2 แสดงกราฟของ $W^{0.4}$ และ D_o โดยเปลี่ยนค่า α เราพบว่าเมื่อ α มีค่าน้อยลง อัตรามวลการไหลของเมล็ดพืชมีค่ามากขึ้น อัตรามวลการไหลของแต่ละ α มีค่าต่างกันน้อยถ้าขนาดของรูเล็ก และอัตรามวลการไหลมีค่าต่างกันมากขึ้นถ้าขนาดของรูใหญ่ขึ้น

อัตรามวลการไหลมีค่ามากขึ้นถ้า α มีค่าน้อยลงยกเว้นที่ $\alpha = 13.3^{\circ}$ ซึ่งเป็นมุมที่ทำให้อัตรามวลการไหลมีค่าน้อยกว่าอัตรามวลการไหลที่ $\alpha = 18.1^{\circ}$ เมื่อเส้นผ่าศูนย์กลางของรูเป็น 2.4 ซ.ม

รูป 5.2.4.3-4 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างอัตรามวลการไหลของข้าวสารและถั่วเขียว

เราพบว่าที่ α เท่ากันอัตรามวลการไหลของถั่วเขียวมีค่ามากกว่าอัตรามวลการไหลของข้าวสาร ที่ $\alpha = 13.3^0$ อัตรามวลการไหลของถั่วเขียวและข้าวสารมีค่าเกือบเท่ากัน

5.2.5 อัตรามวลการไหลของเมล็ดพืชจากกรวย

จากสูตรของทฤษฎีนาคิกาทรายสำหรับคำนวณหาอัตรามวลการไหลของเม็ดของแข็งผ่านรูกลมของกรวย เราจะได้ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้คือ

$$W \propto D_o^{5/2} / \sin\alpha^{1/2} \qquad (5.2.5.1)$$

รูป 5.2.5.1–5 แสดงกราฟของ $(W\sin\alpha^{1/2})^{0.4}$ และ D_o ทุกจุดบนกราฟแต่ละรูปทำให้เกิดเส้นตรงซึ่งมีความลาด และจุดตัด ต่างกัน เมื่อ α มีค่าต่างกัน

เนื่องจากขณะที่เมล็ดพืชไหลผ่านรู จะมีช่องว่างระหว่างเมล็ดพืชเกิดขึ้นรอบรู เราแทนค่าของช่องว่างนี้ด้วย k (empty annulus) และสร้างสมการซึ่งแทนกราฟเส้นตรงของรูป 5.2.5.1–5 ดังนี้คือ

$$W = \frac{C\rho_f g^{1/2}}{\sin\alpha^{1/2}} (D_o - kd)^{5/2} \qquad (5.2.5.2)$$

ข้าวสาร ;

$$\alpha = 9.3^0 \; ; \quad W = \frac{0.46\rho_f g^{1/2}}{\sin\alpha^{1/2}} (D_o - 2.57d)^{5/2} \qquad (5.2.5.3)$$

$$\alpha = 13.3^0 \; ; \quad W = \frac{0.27\rho_f g^{1/2}}{\sin\alpha^{1/2}} (D_o - 0.88d)^{5/2} \qquad (5.2.5.4)$$

$$\alpha = 18.1^0 \; ; \quad W = \frac{0.39\rho_f g^{1/2}}{\sin\alpha^{1/2}} (D_o - 2.04d)^{5/2} \qquad (5.2.5.5)$$

$$\alpha = 22.2^0 \; ; \quad W = \frac{0.29\rho_f g^{1/2}}{\sin\alpha^{1/2}} (D_o - 0.99d)^{5/2} \qquad (5.2.5.6)$$

$$\alpha = 27.6^0 \; ; \quad W = \frac{0.27\rho_f g^{1/2}}{\sin\alpha^{1/2}} (D_o - 0.86d)^{5/2} \qquad (5.2.5.7)$$

ถั่วเขียว

$$\alpha = 9.3^{0} \; ; \quad W = \frac{0.50\rho_f g^{1/2}}{\sin\frac{1}{2}\alpha}(D_o - 1.39d)^{5/2} \quad (5.2.5.8)$$

$$\alpha = 13.3^{0} \; ; \quad W = \frac{0.27\rho_f g^{1/2}}{\sin\frac{1}{2}\alpha}(D_o - 0.46d)^{5/2} \quad (5.2.5.9)$$

$$\alpha = 18.1^{0} \; ; \quad W = \frac{0.47\rho_f g^{1/2}}{\sin\frac{1}{2}\alpha}(D_o - 1.24d)^{5/2} \quad (5.2.5.10)$$

$$\alpha = 22.2^{0} \; ; \quad W = \frac{0.35\rho_f g^{1/2}}{\sin\frac{1}{2}\alpha}(D_o - 0.82d)^{5/2} \quad (5.2.5.11)$$

$$\alpha = 27.6^{0} \; ; \quad W = \frac{0.38\rho_f g^{1/2}}{\sin\frac{1}{2}\alpha}(D_o - 0.91d)^{5/2} \quad (5.2.5.12)$$

โดย

α = มุมครึ่งของกรวย

W = อัตรามวลการไหล

ρ_f = ความหนาแน่นเฉลี่ยขณะไหล

g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

D_o = เส้นผ่าศูนย์กลางของรู

d = เส้นผ่าศูนย์กลางของเมล็ดพืช

C, k = ค่าคงที่

รูป 5.2.5.6 แสดงกราฟของ k และ α จากกราฟเราพบว่า

1. k มีค่าน้อยลงเมื่อ α มีค่ามากขึ้น ยกเว้นที่ $\alpha = 13.3^{0}$ ซึ่งเป็นมุมที่ k มีค่าน้อยผิดปกติ
2. k ของข้าวสารมีค่ามากกว่า k ของถั่วเขียว
3. k ของข้าวสารและถั่วเขียวมีค่าต่างกันน้อยมากเมื่อ α มีค่ามากขึ้น ที่มุมประมาณ 27.6^{0} k ของข้าวสารมีค่าเกือบเท่า k ของถั่วเขียว

รูป 5.2.5.7 แสดงกราฟของ C และ α จากกราฟเราพบว่า

1. C มีค่าน้อยลงเมื่อ α มีค่ามากขึ้น ยกเว้นที่ $\alpha = 13.3^{0}$ ซึ่งเป็นมุมที่ C มีค่า

น้อยผิดปกติ และ C ของข้าวสารมีค่าเท่ากับ C ของถั่วเขียว

2. C ของถั่วเขียวมีค่ามากกว่า C ของข้าวสาร ยกเว้นที่ $\alpha = 13.3^{0}$

จากการทดลองเราสรุปได้ว่า k และ C ซึ่งเป็นค่าคงที่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามค่าของ α และมีค่าน้อยลงเมื่อ α มีค่ามากขึ้น

จากการนำกราฟของ $(W\sin\alpha)^{1/2\ 0.4}$ และ D_o ของทุก ๆ มุม มารวมไว้ในรูปเดียวกัน (5.2.5.8-9) เราพบว่าทุก ๆ จุดในกราฟสามารถทำให้เกิดเส้นตรงเส้นเดียวกัน กราฟเส้นตรงเส้นนี้แสดงความสัมพันธ์ของสมการ (5.2.5.2) ดังนี้คือ

ข้าวสาร ; $W = 0.35\rho_f g^{1/2}(D_o - 1.72d)^{5/2}/\sin^{1/2}\alpha$ (5.2.5.13)

ถั่วเขียว ; $W = 0.41\rho_f g^{1/2}(D_o - 1.04d)^{5/2}/\sin^{1/2}\alpha$ (5.2.5.14)

จากสมการ 5.2.5.3-12 เราพบว่า α มีอิทธิพลต่อ C และ k แต่เราไม่ได้พิจารณาอิทธิพลของ α ที่มีต่อ C และ k ในสมการ 5.2.5.13-14 เลย สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะ

1. ถึงแม้ว่า kd จะมีค่าต่างกันเมื่อ α มีค่าต่างกัน แต่ kd มีค่าน้อยมาก และเส้นผ่าศูนย์กลางของรู Do มีค่ามาก ดังนั้น $(D_o - kd)$ จึงต่างกันน้อยมากเมื่อ α มีค่าต่างกัน

2. ถึงแม้ว่าอัตรามวลการไหล W จะต่างกันมากเมื่อ α ต่างกัน แต่ค่าของ $(W\sin\alpha)^{1/2\ 0.4}$ จะทำให้ความแตกต่างอันนี้น้อยลง

3. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองมีความละเอียดไม่พอที่จะวัดอัตรามวลการไหลที่ถูกต้องแน่นอนได้

เนื่องจากในการทดลองเราใช้ท่อทึบ ทำให้เราไม่สามารถวัด β ที่แท้จริงได้แต่เราสามารถคำนวณ β ของเมล็ดพืชได้จากสมการ 5.2.5.13-14 โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการทดลองกับท่อทรงกระบอกดังนี้คือ

$$(W\sin\beta)^{1/2\ 0.4} = \left(C\rho_f g^{1/2}\right)(D_o - kd)$$

$$\beta = \arcsin\left[\frac{(C\rho_f g)^{1/2}\,(D_o - kd)^{0.4}}{W^{0.4}}\right]^{5} \qquad (5.2.5.15)$$

จากรูป 5.2.5.10 -11 เราพบว่า β ของข้าวสาร $= 34.0 \pm 5$ องศา

β ของถั่วเขียว $= 64.2 \pm 8$ องศา

เมื่อเรานำเอาสูตรของทฤษฎีนาฬิกาทราย (สมการ 1.4.13) มาคำนวณหาอัตรามวลการไหล แล้วนำไปเปรียบเทียบกับสมการที่เราได้มาจากการทดลอง เราพบว่า

ข้าวสาร; $\frac{W \text{ (จากการทดลอง สมการ 5.2.5.13)}}{W \text{ (จากทฤษฎีนาฬิกาทราย สมการ 1.5.13)}} = 0.38 \pm 0.05$

ถั่วเขียว; $\frac{W \text{ (จากการทดลอง สมการ 5.2.5.14)}}{W \text{ (จากทฤษฎีนาฬิกาทราย สมการ 1.5.13)}} = 0.34 \pm 0.05$

ถ้าเรานำเอาสูตรของทฤษฎีนาฬิกาทรายมาใช้โดยพิจารณาช่องว่างที่เกิดขึ้นรอบๆ k เข้าไปด้วย เราจะได้สมการดังนี้คือ

$$W = \frac{\pi \rho_f (D_o - kd)^{5/2}}{4 \sin^{1/2}\alpha} \sqrt{\frac{(1+K)g}{2(2K-3)}} \qquad (5.2.5.16)$$

เนื่องจาก k (ข้าวสาร) คือ 1.72 (จากสมการ (5.2.5.13)) และ k (ถั่วเขียว) คือ 1.04 (จากสมการ (5.2.5.11))

ดังนั้นเมื่อเรานำสมการ (5.2.5.16) มาเปรียบเทียบกับสมการที่เราได้มาจากการทดลอง เราพบว่า

ข้าวสาร ; $\frac{W \text{ (จากการทดลอง สมการ 5.2.5.13)}}{W \text{ (จากสมการ 5.2.5.16)}} = 0.56 \pm 0.05$

ถั่วเขียว ; $\frac{W \text{ (จากการทดลอง สมการ 5.2.5.14)}}{W \text{ (จากสมการ 5.2.5.16)}} = 0.55 \pm 0.05$

เราสรุปได้ว่า อัตรามวลการไหลที่ถูกคำนวณโดยใช้สมการ (5.2.5.16) จะให้ผลของการคำนวณใกล้เคียงผลที่ได้จากการทดลอง มากกว่าอัตรามวลการไหลที่ถูกคำนวณโดยใช้สูตรของทฤษฎีนาฬิกาหรายโดยตรง

อย่างไรก็ตาม สมการ (5.2.5.16) ก็ยังให้ผลการคำนวณที่ผิดจากความเป็นจริงประมาณ 45 %

ในบทต่อไป เราจะกล่าวถึงการปรับปรุงทฤษฎีนาฬิกาหรายโดยเปลี่ยนแปลงข้อสมมุติฐานบางประการ เราจะพบว่าทฤษฎีนาฬิกาหรายที่ได้รับการปรับปรุงแล้วนี้จะมีสูตรคล้ายคลึงกับสมการที่ได้มาจากการทดลอง (สมการ (5.2.5.13) และสมการ (5.2.5.14))