หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีบทและวิธีการต่าง ๆ ที่ใช้ในระบบการรวมสัญญาณโดยการแบ่งเวลา

บทที่ 2 นี้เป็นบทที่ว่าด้วยการศึกษาและหาข้อมูลจากทฤษฎีบทและวิธีการต่าง ๆ ที่ใช้ในระบบการรวมสัญญาณโดยการแบ่งเวลา เพื่อนำไปใช้ในการออกแบบและสร้างเครื่องส่ง เครื่องรับในระบบนี้ ทฤษฎีบทและวิธีการสำคัญ ๆ ที่นำมาศึกษาได้แก่ ทฤษฎีการสุ่มตัวอย่าง วิธีการ การผสมสัญญาณข่าวสารกับพัลส์ในยบวนคลื่น วิธีการรวมสัญญาณโดยการแบ่งเวลา วิธีการอินโครไนซ์ สัญญาณระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับ วิธีการผสมสัญญาณแบบความสูงของพัลส์ในยบวนคลื่นแปรตามตัวอย่างของสัญญาณข่าวสาร และวงจรสุ่มสัญญาณ ทฤษฎีและวิธีการที่ศึกษาทั้งหมดจะกล่าวโดยละเอียดในหัวข้อต่อไปนี้

2.1 ทฤษฎีการสุ่มตัวอย่าง[4] (Sampling Theorem)

"ถ้าสัญญาณข่าวสารมีย่วงความสูงเป็นฟังก์ชั่นกับเวลา และถ้าเราแบ่งเวลาออกเป็นส่วนย่อย ๆ T วินาทีเท่า ๆ กัน โดยที่แต่ละส่วนย่อยมีค่าน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของคาบ (Period) ของสัญญาณข่าวสารที่มีความถี่สูงสุด ถ้าเราสุ่มตัวอย่างสัญญาณที่ใดที่หนึ่งออกจากแต่ละส่วนย่อยนั้นส่งไปยังเครื่องรับ เครื่องรับจะรับรู้สัญญาณข่าวสารที่ส่งมาได้จากตัวอย่างและเวลาที่สุ่มตัวอย่างจากแต่ละส่วนย่อยของเวลานั้น ๆ"

จากทฤษฎีการสุ่มตัวอย่างนี้ เราสามารถสุ่มตัวอย่างจากแต่ละส่วนย่อยของเวลาที่ใดที่หนึ่งก็ได้ส่งออกไป เครื่องรับสามารถรับข่าวสารได้เมื่อรู้ความสูงของสัญญาณตัวอย่าง และเวลาที่สัญญาณตัวอย่างนั้นถูกสุ่มออกไป

ในทางปฏิบัติ เราใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างอย่างสม่ำเสมอ (Uniform Sampling) มากกว่า เพราะอุปกรณ์ที่ใช้ในการรับ-ส่งข่าวสารสร้างได้สะดวก ประหยัดทั้งเวลาและค่าใช้จ่ายในการสร้างอุปกรณ์ อีกประการหนึ่งการสุ่มสัญญาณอย่างไม่สม่ำเสมอส่งออกไปยังเครื่องรับนั้นเป็นการ

ทำให้ความกว้างของย่านความถี่ของระบบเพิ่มขึ้นโดยไม่จำเป็น

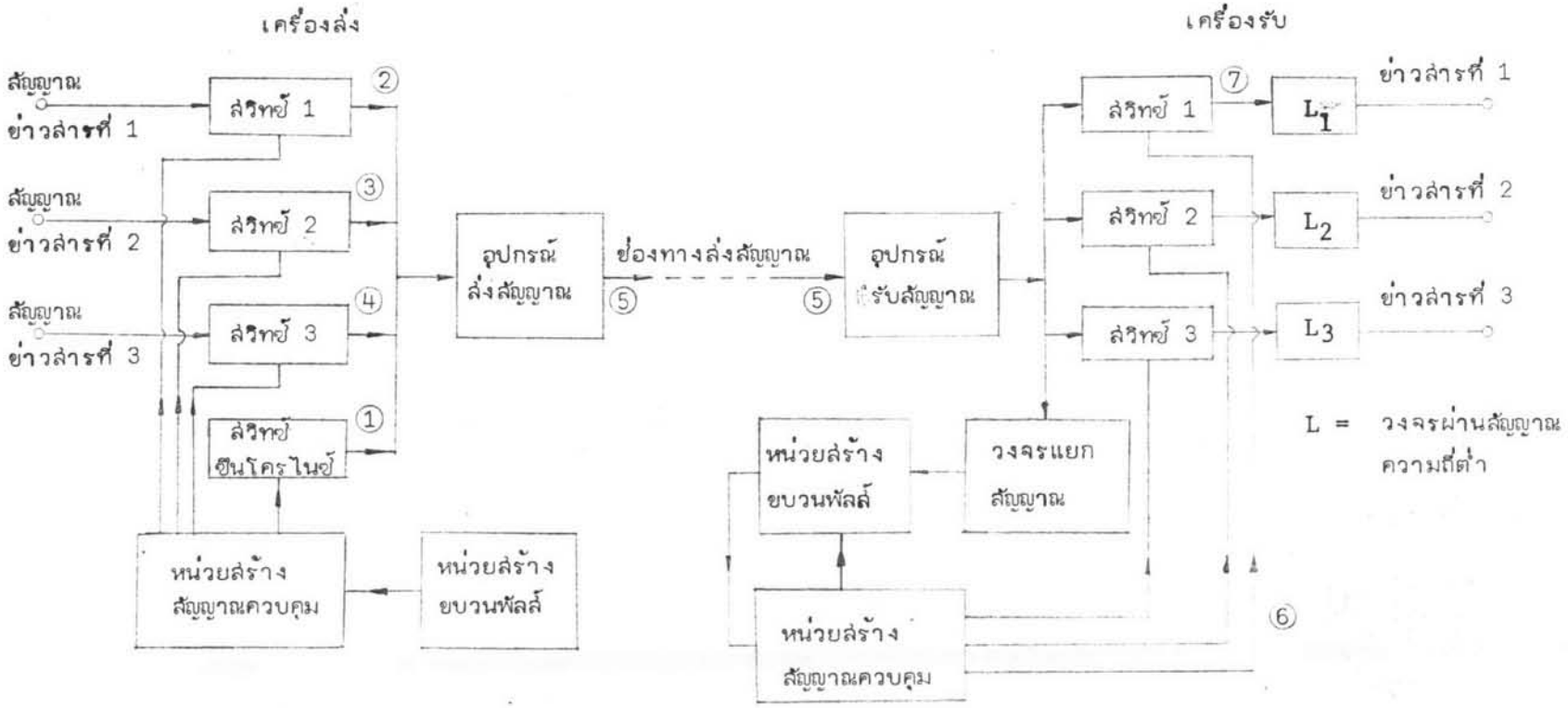
2.2 การผสมสัญญาณข่าวสารกับพัลส์ในขบวนคลื่น (Pulse Modulation)

จากทฤษฎีของการสุ่มตัวอย่างจะเห็นได้ว่า เราไม่จำเป็นต้องส่งสัญญาณข่าวสารไปทั้งหมด เราส่งเพียงตัวอย่างของสัญญาณข่าวสารที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างด้วยความถี่ของการสุ่มตัวอย่างที่มีค่าสูงพอไปยังเครื่องรับเท่านั้น เครื่องรับจะสามารถรู้ข่าวสารที่เราส่งไปได้เสมือนกับว่าเราส่งข่าวสารนั้นไปทั้งหมด

ในการส่งเฉพาะตัวอย่างของสัญญาณข่าวสารไปนี้ เราสามารถดำเนินการได้โดยการส่งขบวนพัลส์ที่บรรจุข่าวสารไป การที่ขบวนพัลส์จะนำพาข่าวสารไปได้นั้น สัญญาณตัวอย่างจะต้องทำให้ลักษณะสมบัติ (Characteristic) ของพัลส์ในขบวนคลื่น (Pulse Train) เปลี่ยนแปลงไป การทำให้ลักษณะสมบัติของพัลส์ในขบวนคลื่นเปลี่ยนแปลงไปโดยสัญญาณตัวอย่างนี้เรียกว่า การผสมสัญญาณข่าวสารกับพัลส์ในขบวนคลื่น ซึ่งกระทำได้หลายวิธี เช่น ทำให้ความสูงของพัลส์เปลี่ยนแปลงไปตามตัวอย่างของสัญญาณข่าวสาร (Pulse Amplitude Modulation, P.A.M.) ทำให้ความกว้างของพัลส์เปลี่ยนแปลงไปตามตัวอย่างของสัญญาณข่าวสาร (Pulse Duration Modulation, P.D.M.) ทำให้ตำแหน่งของพัลส์เปลี่ยนแปลงไปตามตัวอย่างของสัญญาณข่าวสาร (Pulse Position Modulation, P.P.M.) การที่จะเลือกใช้วิธีการผสมสัญญาณแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับความเหมาะสมในแต่ละกรณี

2.3 การรวมสัญญาณโดยการแบ่งเวลา (Time Division Multiplexing)

ด้วยคุณสมบัติของการผสมตัวอย่างของสัญญาณข่าวสารกับพัลส์ในขบวนคลื่นนี้ จึงทำให้สะดวกในการนำตัวอย่างสัญญาณข่าวสารหลาย ๆ สัญญาณมารวมกันส่งออกไปในช่องทางส่งสัญญาณเดียวกัน โดยการจัดเวลาของสัญญาณผสมแต่ละช่องสัญญาณไม่ให้ตรงกัน ดังที่แสดงเอาไว้ในรูป 2.1a, b, และ c

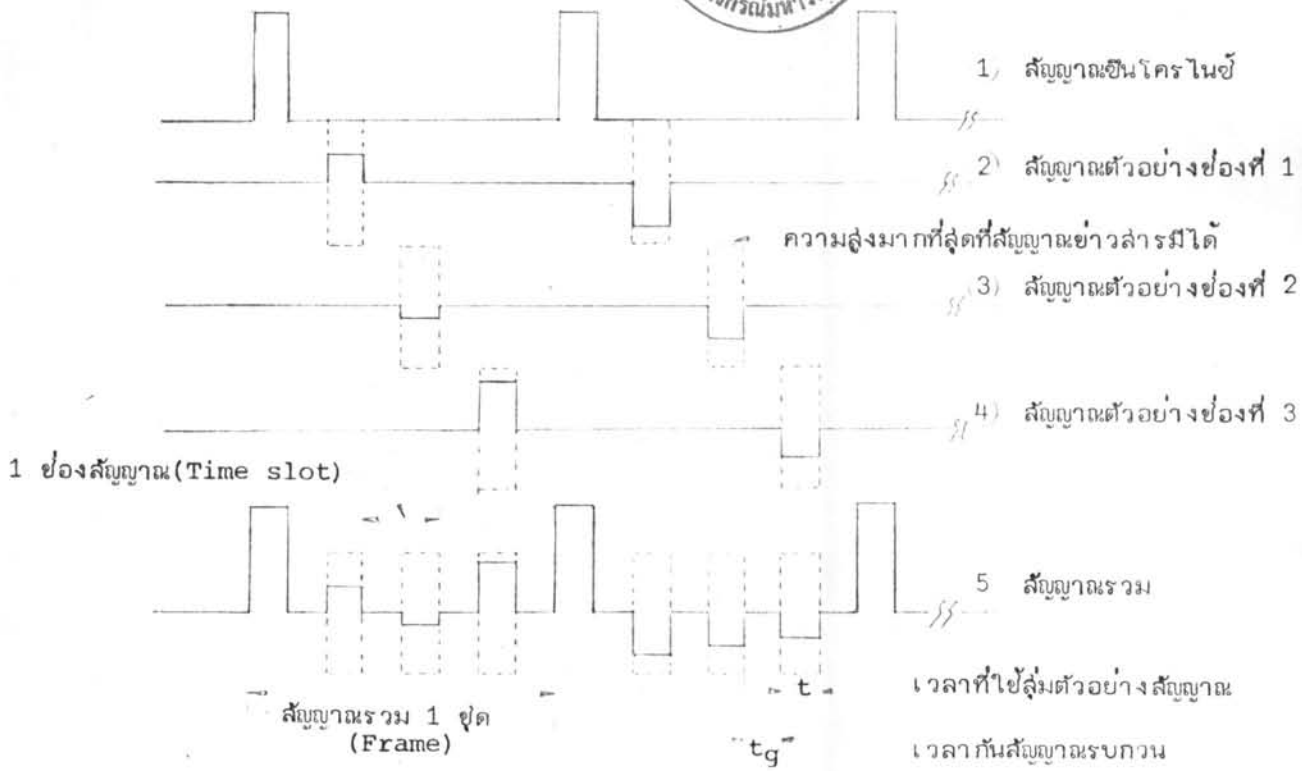


รูปที่ 2.1 a) แสดงระบบการรวมสัญญาณข่าวสาร 3 ช่องสัญญาณโดยการแบ่งเวลา

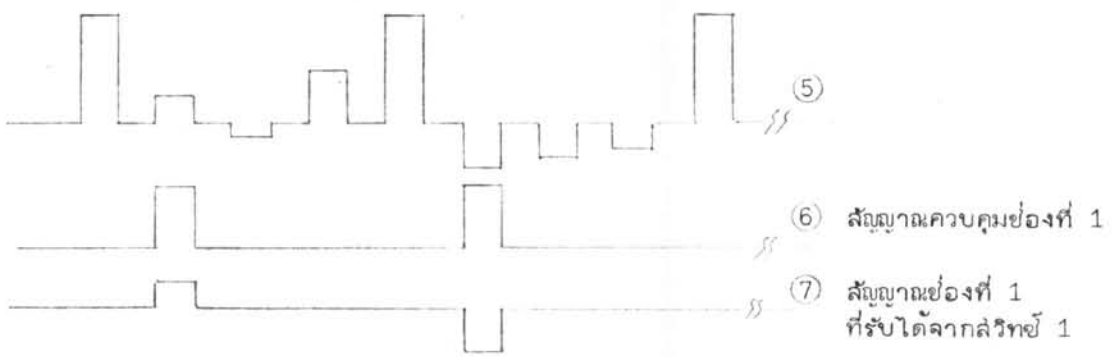
หมายเหตุ สวิทช์ในวงจรทางด้านเครื่องส่ง คือวงจรรวมสัญญาณ

สวิทช์ในวงจรทางด้านเครื่องรับ คือวงจรแยกสัญญาณ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



b) แสดงสัญญาณทางด้านเครื่องส่งที่จุดต่าง ๆ



c) แสดงสัญญาณที่รับได้ทางเครื่องรับเฉพาะช่อง 1

ในรูปที่ 2.1a แสดงถึงวิธีการอย่างหนึ่งที่ใช้ในระบบการรวมสัญญาณโดยการแบ่งเวลา ในที่นี้กำหนดให้ย่วงความสูงของพัลส์แปรตามตัวอย่างของสัญญาณย่าวสาร

รูป 2.1b แสดงความสัมพันธ์ของเวลาที่เกิดพัลส์ในแต่ละย่องสัญญาณ และเมื่อรวมสัญญาณเข้าด้วยกันแล้ว ย่วงความสูงสูงสุดของสัญญาณย่าวสารซึ่งแสดงไว้ด้วยเส้นประ จะต้องต่ำกว่าย่วงความสูงของสัญญาณซินโครไนซ์ สัญญาณซินโครไนซ์เป็นสัญญาณที่จำเป็นต้องมีไว้เพื่อเป็นตัวกระตุ้นให้เครื่องส่งและเครื่องรับทำงานสัมพันธ์กัน ในวิทยานิพนธ์นี้ ได้กำหนดให้สัญญาณรวมหนึ่งฟุต (Frame) ประกอบด้วย 1 พัลส์ของสัญญาณซินโครไนซ์ และ 3 พัลส์ ของสัญญาณตัวอย่างจาก 3 ย่องสัญญาณย่าวสาร

รูปที่ 2.1c แสดงสัญญาณรวมที่รับได้ทางเครื่องรับ สัญญาณควบคุมวงจรส่วิทซ์ย่องที่ 1 และสัญญาณย่องที่ 1 ที่แยกออกจากสัญญาณรวม

ทางด้านเครื่องส่ง การจัดเวลาของแต่ละย่องสัญญาณถูกกำหนดโดยสัญญาณควบคุม (Control Pulse) ซึ่งส่ร้างจากหน่วยส่ร้างสัญญาณควบคุม (Control Unit) ในขณะเดียวกันจะส่ร้างสัญญาณซินโครไนซ์ส่งร่วมไปกับสัญญาณย่าวสารด้วยเมื่อถึงเวลาที่กำหนดให้ เพื่อเป็นการส่ะดวกในการส่ร้างเครื่องส่งและเครื่องรับสัญญาณ จึงนิยมแบ่งเวลาในแต่ละฟุตของสัญญาณรวมออกเป็นเวลาของแต่ละย่องสัญญาณเท่า ๆ กัน ในแต่ละย่องสัญญาณจะต้องแบ่งเวลาคั่นเอาไว้ย่วงหนึ่งเพื่อใช้ป้องกันการรบกวนจากสัญญาณในย่องข้างเคียง ในวิทยานิพนธ์นี้ได้แบ่งย่วงเวลาที่ใช้กันสัญญาณรบกวนให้เท่ากับย่วงเวลาที่ใช้บรรจุย่าวสารของแต่ละย่อง

ตัวอย่างการแบ่งเวลาในหนึ่งฟุต เป็นดังนี้ ส่มมุติในหนึ่งฟุตของสัญญาณใช้เวลา T วินาที ซึ่งค่า T นี้ ถูกกำหนดโดยความถี่สูงสุดของสัญญาณย่าวสาร ตามทฤษฎีการสุ่มตัวอย่าง ค่า T ต้องมีค่าน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของคาบของสัญญาณย่าวสารที่มีความถี่สูงสุด

ถ้าหนึ่งฟุตของสัญญาณรวมประกอบด้วยสัญญาณย่าวสาร N ย่อง และให้เวลาที่ใช้กันการรบกวนระหว่างย่องสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ τ_g วินาที

ดังนั้นเวลาที่ใช้บรรจุข่าวสารจริง ๆ มีค่าเท่ากับ τ วินาที

$$\tau = \frac{T}{N+1} - \tau_g \text{ วินาที} \qquad \ldots.(2.1)$$

โดยถือว่าสัญญาณซินโครไนซ์เป็นเล่มือนตัวอย่างหนึ่งของสัญญาณข่าวสารช่องหนึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ กำหนดให้ $\tau_g = \tau$ ดังนั้น

$$\tau = \frac{T}{2(N+1)} \text{ วินาที} \qquad \ldots.(2.2)$$

ทางด้านเครื่องรับสัญญาณซินโครไนซ์ ถูกแยกไปทำหน้าที่ควบคุมวงจรกำเนิดสัญญาณพัลส์ และวงจรกำเนิดสัญญาณควบคุม เพื่อสร้างสัญญาณควบคุมให้ถูกต้องตามจังหวะเวลาในการ ปิด-เปิด สวิทช์ ของแต่ละช่องสัญญาณ ขณะใดที่สวิทช์สำหรับสัญญาณข่าวสารช่องใดได้รับสัญญาณควบคุม สัญญาณข่าวสารช่องนั้นก็จะสามารถผ่านไปได้ เมื่อนำสัญญาณที่รับได้ในแต่ละช่องสัญญาณไปผ่านวงจรผ่านย่านความถี่ต่ำ ก็จะได้สัญญาณที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันกับสัญญาณข่าวสารที่ส่งมาทางช่องนั้น

2.4 วงจร สุ่มสัญญาณ (Sampling Circuit)

การทำงานของวงจรสุ่มสัญญาณคล้ายกับการปิด-เปิดสวิทช์ไฟฟ้า โดยมีสัญญาณควบคุมทำหน้าที่เป็นผู้ปิด-เปิดสวิทช์ ขณะใดที่สวิทช์ได้รับสัญญาณควบคุม สวิทช์จะเปิด (ON) ยอมให้สัญญาณผ่านไปได้เฉพาะในช่วงเวลานั้น ถ้าไม่มีสัญญาณควบคุมมาบังคับสวิทช์จะปิด (OFF) และสัญญาณข่าวสารจะผ่านไปไม่ได้ ตัวอย่างเช่น แอนาลอก สวิทช์ (Analog switch) เมื่อมีแรงดันลบ (แรงดัน bias) ค่าหนึ่งที่ขั้วแรงดันควบคุมสวิทช์จะปิด สัญญาณข่าวสารที่ป้อนให้แก่ขั้วแรงดันทางเข้า (input) จะผ่านไปยังขั้วทางออก (output) ไม่ได้ แต่เมื่อขั้วแรงดันควบคุมได้รับแรงดันบวกที่มีค่ามากกว่าค่าแรงดันลบที่เป็นแรงดันไบอัส (bias) เดิมสวิทช์จะเปิด สัญญาณข่าวสารที่ป้อนให้กับขั้วแรงดันทางเข้าจะผ่านไปยังขั้วทางออกได้เฉพาะในช่วงเวลาที่ได้รับสัญญาณควบคุมเป็นบวกนั้น

2.5 การซินโครไนซ์ (Synchronization)

ในระบบการรวมสัญญาณโดยการแบ่งเวลานั้น เครื่องส่งและเครื่องรับจำเป็นต้องทำงานตามช่วงเวลาที่ล็อคคล้องกัน ถ้าวงจรใดทำงานคลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อยจะทำให้สัญญาณข่าวสารที่รับได้ผิดพลาด เพื่อเป็นหลักประกันไม่ให้การทำงานของระบบคลาดเคลื่อนมากไปกว่าค่าที่จะยอมให้ได้ จึงจำเป็นต้องส่งสัญญาณพิเศษซึ่งเรียกว่า สัญญาณซินโครไนซ์ร่วมไปกับสัญญาณข่าวสารด้วย โดยอาศัยสัญญาณซินโครไนซ์นี้ เครื่องรับสามารถที่จะรู้จุดเริ่มต้นของรอบการทำงาน และสามารถตรวจสอบได้ว่าการทำงานของเครื่องรับสัมพันธ์ถูกต้องกับเครื่องส่งหรือไม่

สัญญาณซินโครไนซ์นี้ต้องมีรูปลักษณะแตกต่างไปจากรูปลักษณะของสัญญาณข่าวสาร เครื่องรับจึงจะสามารถรับรู้ได้ ส่วนสัญญาณซินโครไนซ์จะมีรูปลักษณะอย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยต่อไปนี้

1. การสื่อสารในระบบการรวมสัญญาณโดยการแบ่งเวลานั้น ถ้าต้องส่งไปเป็นระยะทางไกล ๆ จำเป็นต้องใช้อุปกรณ์ทวนสัญญาณ (Repeater) เพื่อเพิ่มความแรงของสัญญาณข่าวสาร ณ จุดที่รับซึ่งอยู่ห่างไกล ดังนั้นสัญญาณซินโครไนซ์ที่ส่งร่วมไปกับสัญญาณข่าวสาร ต้องอยู่ในรูปลักษณะที่เครื่องทวนสัญญาณสามารถสร้างขึ้นใหม่ได้ดีพอกับสัญญาณข่าวสาร

2. สัญญาณซินโครไนซ์ ต้องมีความกว้างของพัลส์ไม่น้อยกว่าความกว้างของพัลส์ของสัญญาณข่าวสาร มิฉะนั้นจะทำให้ความกว้างของย่านความถี่ของระบบเพิ่มขึ้นโดยไม่จำเป็น ทั้งนี้เนื่องจากเมื่อความถี่ของการเกิดพัลส์มีค่าคงที่และความกว้างของพัลส์มีค่าลดลงนั้นย่อมหมายถึงการกระจายกำลังงานของพัลส์ออกไปยังฮาร์โมนิค (Harmonic) ต่าง ๆ มากขึ้น ดังนั้นถ้าต้องการให้รูปร่างของสัญญาณซินโครไนซ์คงเดิม จึงต้องขยายความกว้างของย่านความถี่ของระบบออกไปให้คลุมถึงฮาร์โมนิค (Harmonic) ที่เราไม่สามารถละทิ้งพลังงานที่มีอยู่ได้ จึงทำให้ความกว้างของย่านความถี่ของระบบเพิ่มขึ้น

3. เพื่อให้สามารถสร้างอุปกรณ์ในการรับ-ส่งสัญญาณได้ง่ายขึ้น จึงกำหนดให้สัญญาณซินโครไนซ์มีความกว้างเท่ากับความกว้างของพัลส์สัญญาณข่าวสาร

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นอกจากนี้ยังต้องพิจารณาถึงระบบที่ใช้ด้วย เช่น ถ้าเป็นระบบ P.A.M. ดังที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ หากให้ช่วงความสูงของสัญญาณอินโครไนซ์สูงกว่าความสูงสูงสุดของสัญญาณข่าวสาร แล้วเครื่องรับจะสามารถรับรู้สัญญาณอินโครไนซ์ได้โดยการตรวจหาช่วงความสูงของพัลส์ในสัญญาณรวม ส่วนในกรณีของระบบ P.P.M. การกำหนดช่วงเวลาของการเปลี่ยนตำแหน่งของสัญญาณอินโครไนซ์ให้กว้างกว่าช่วงเวลาที่กว้างที่สุดของการเปลี่ยนตำแหน่งพัลส์ของสัญญาณข่าวสาร จะทำให้เครื่องรับสามารถรับรู้สัญญาณอินโครไนซ์ได้โดยการตรวจหาช่วงเวลาสูงสุดของการเปลี่ยนตำแหน่งของพัลส์ในสัญญาณรวม เช่นนี้เป็นต้น

2.5.1 วิธีการอินโครไนเซชั่นในการส่งสัญญาณข่าวสารแบ่งออกเป็น 2 วิธีคือ[5]

1. การส่งสัญญาณข่าวสารด้วยวิธีอะซินโครนัส (Asynchronous Transmission)

การส่งสัญญาณข่าวสารโดยวิธีนี้ คือการส่งข่าวสารเป็นชุด ๆ โดยแต่ละชุดมีสัญญาณอินโครไนซ์ในตัวเอง วิธีนี้ส่วนมากใช้ในการส่งโทรเลขหรือโทรพิมพ์ ซึ่งสัญญาณข่าวสารจะถูกส่งต่อเนื่องกันไปเป็นชุด ๆ โดยแต่ละชุดมีสัญญาณพิเศษกำหนดจุดเริ่มต้นและจุดหยุดของชุดนั้น ๆ เมื่อเครื่องรับได้รับสัญญาณบอกจุดเริ่มต้น เครื่องรับจะเริ่มรับสัญญาณข่าวสารที่ส่งมา และจะหยุดรับเมื่อได้รับสัญญาณหยุดและเตรียมรับสัญญาณข่าวสารชุดต่อไป ซึ่งหวะเวลาว่างของสัญญาณแต่ละชุดไม่เท่ากัน ส่วนมากจำกัดเวลาต่ำสุดเอาไว้ เพื่อให้เครื่องรับเตรียมตัวได้ทันในการรับสัญญาณชุดใหม่เท่านั้น สัญญาณข่าวสารแต่ละชุดประกอบด้วยสัญญาณ 5, 7, 8 บิท (bits) แล้วแต่ความมากน้อยของจำนวนข่าวสาร ช่วงเวลาระหว่างบิท เป็นตัวกำหนดความเร็วในการรับส่งข่าวสาร การส่งข่าวสารโดยวิธีนี้ไม่ต้องส่งสัญญาณคลอคพัลส์ (clock pulse) ร่วมไปด้วย เครื่องรับสามารถรับรู้สัญญาณแต่ละชุดได้โดยการนับตำแหน่งศูนย์กลางของบิทด้วยเครื่องนับบิท เมื่อนับครบชุดแล้วเครื่องนับบิทจะเตรียมพร้อมเพื่อนับชุดต่อไป เครื่องส่งและเครื่องรับสัญญาณแบบอะซินโครนัสนี้มีราคาถูก ค่าใช้จ่ายในการติดตั้งและบำรุงรักษาน้อย แต่มีข้อเสียคือทำงานค่อนข้างช้า อัตราเร็วสูงสุดทำได้เพียง 1200 บิท ต่อนาทีเท่านั้น

2. การส่งสัญญาณแบบซินโครนัส (Synchronous Transmission)

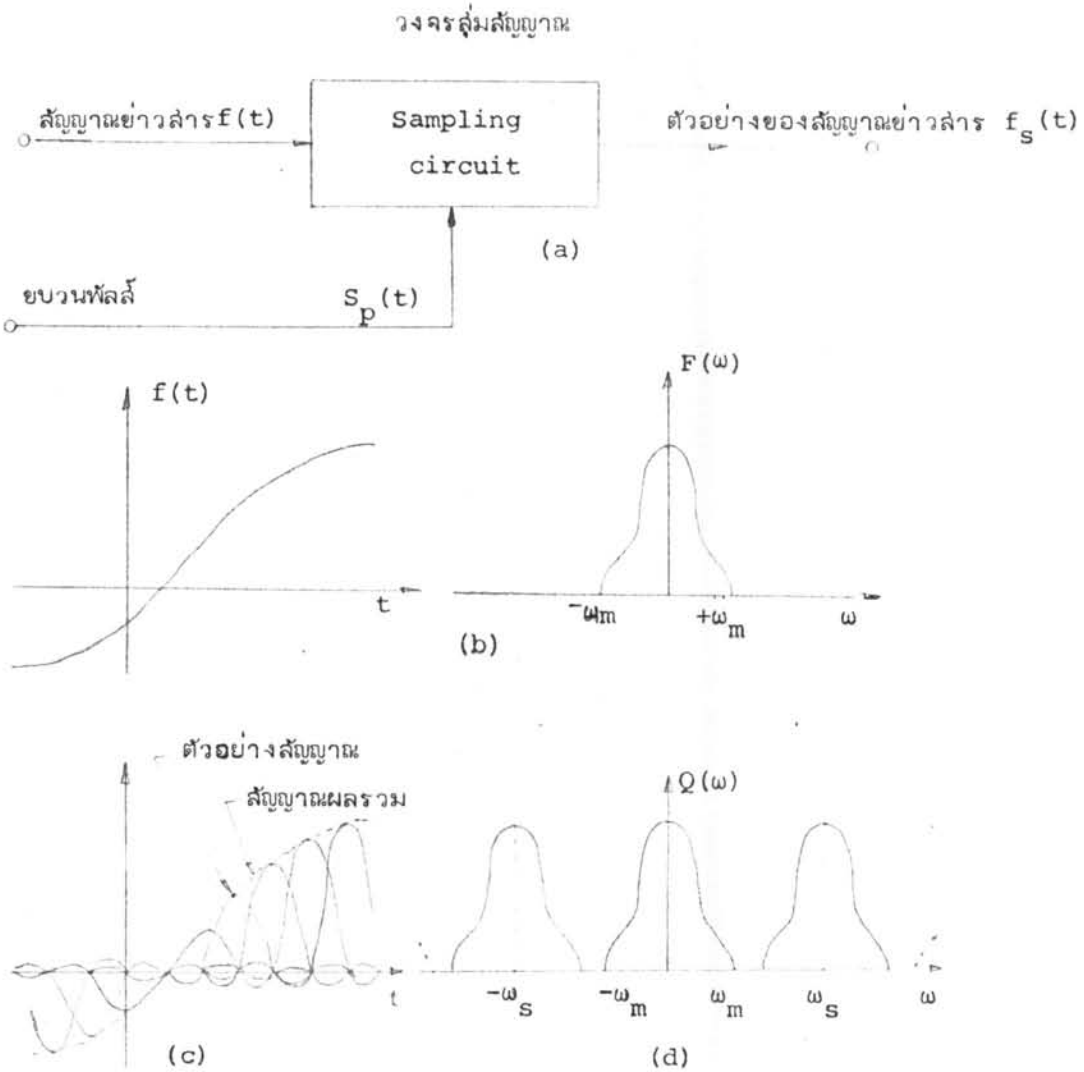
การส่งสัญญาณแบบซินโครนัส หมายถึง การส่งสัญญาณไปตามสายส่งด้วยอัตราความเร็วของการส่งคงที่ โดยมีสัญญาณคลอคพัลส์ที่กำเนิดขึ้นจากเครื่องส่ง ส่งกำกับไปกับสัญญาณข่าวสารไปยังเครื่องรับด้วย เพื่อใช้เป็นตัวกำหนดเวลาให้เครื่องส่งและเครื่องรับทำงานตรงกัน

การส่งสัญญาณแบบซินโครนัสนี้สามารถส่งได้รวดเร็วกว่าแบบอะซินโครนัส จึงทำให้อัตราของการส่งข่าวสารต่อเวลาสูงขึ้น และเนื่องจากมีสัญญาณนาฬิกาเป็นตัวกำหนดเวลาทั้งทางเครื่องส่งและเครื่องรับ จึงทำให้ระบบนี้สามารถทำงานได้เที่ยงตรง มีความคลาดเคลื่อนในการรับข่าวสารน้อยมาก สัญญาณที่ส่งไปในการส่งแบบซินโครนัสนี้เป็นชุด ๆ แน่นอนเช่นเดียวกับการส่งแบบอะซินโครนัส ต่างกันแต่ว่าการส่งแต่ละชุดดำเนินไปอย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอ ในแต่ละชุดของสัญญาณมีข่าวสารหลาย ๆ ข่าวสารส่งร่วมกันไป โดยจะมี 1 บิทเอาไว้ส่งสัญญาณซินโครไนซ์ เพื่อให้เครื่องรับสามารถแยกสัญญาณออกได้ถูกตามช่องสัญญาณที่ส่งมา

2.6 การผสมสัญญาณแบบความสูงของพัลส์แปรตามตัวอย่างของสัญญาณข่าวสาร, PAM

ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้การผสมสัญญาณแบบความสูงของพัลส์แปรตามตัวอย่างของสัญญาณข่าวสาร ในที่นี้ใช้การสุ่มตัวอย่างแบบช่วงเวลาสม่ำเสมอ ดังแสดงในรูป 2.2

i 18062015



รูปที่ 2.2

รูปที่ 2.2 a) แสดงการสุ่มสัญญาณ f(t) ด้วย ขบวนพัลส์ (Impulse Train)

รูปที่ 2.2 b) แสดงรูปร่างของสัญญาณข่าวสารและสเปคตรัมของสัญญาณข่าวสาร

รูปที่ 2.2 c) แสดงการสร้างสัญญาณข่าวสารขึ้นมาจากตัวอย่างของสัญญาณข่าวสารนั้น

รูปที่ 2.2 d) แสดงคาบของสเปคตรัมของสัญญาณข่าวสารในรูป 2.2 (b)

ให้สัญญาณย่านความถี่ f (t) ซึ่งมีความถี่สูงสุดได้ไม่เกิน ω_m ดังแสดงเอาไว้ในรูป 2.2 (b) ถ้าเราสมมุติว่า สเปคตรัมของ f (t) นั้นเป็นคาบต่อเนื่องกันไปโดยมีค่าของคาบเท่ากับ $\omega_s \geq 2\omega_m$ ดังแสดงในรูปที่ 2.2 (d) เราสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสเปคตรัมในรูป 2.2 (d) ได้ดังนี้

$$Q(\omega) = F(\omega) \quad , \quad |\omega| \leq \omega_m \qquad \ldots\ (2.1)$$

อาศัยทฤษฎีของ Fourier Series เราสามารถเขียนสมการ (2.1) ได้ใหม่ดังนี้

$$Q(\omega) = \sum_{n=\infty}^{\infty} c_n e^{jn\, 2\pi\omega/\omega_s} \qquad \ldots\ (2.2)$$

โดยที่ $$C_n = \frac{1}{\omega_s} \int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{+\frac{\omega_s}{2}} Q(\omega) e^{-jn\, 2\pi\omega/\omega_s} d\omega \qquad \ldots\ (2.3)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

เนื่องจากคาบตรงกลางของ Q (ω) มีค่าเท่ากับ F (ω) เราสามารถหาค่า c_n ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$C_n = \frac{2\pi}{\omega_s} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_m}^{+\omega_m} F(\omega) e^{-jn\, 2\pi\omega/\omega_s} \, d\omega$$

$$= \frac{2\pi}{\omega_s} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) \qquad \ldots\ldots\ (2.4)$$

จากสมการที่ (2.4) จะเห็นได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ C_n มีค่าเป็นสัดส่วนกับตัวอย่างของสัญญาณ f (t) ที่เวลา $-n2\pi/\omega_s = -nT_s$ ซึ่ง T_s คือเวลาที่คั่นระหว่างตัวอย่างสัญญาณ

$$T_s = 2\pi/\omega_s \qquad \ldots\ldots\ (2.5)$$

จากสมการที่ 2.2 สเปคตรัมของสัญญาณข่าวสารที่เป็นคาบ , Q (ω) สามารถเขียนได้ใหม่กลายเป็น

$$Q(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{\omega_s} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) e^{jn\,2\pi\omega/\omega_s} \qquad \ldots\ (2.6)$$

จากสมการที่ 2.1 สมการที่ (2.6) สามารถเขียนได้เป็น

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{\omega_s} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) e^{jn\,2\pi\omega/\omega_s} \qquad \ldots\ (2.7)$$

โดยการทำ **Inverse Fourier Transform** สมการที่ (2.7) จะได้

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\omega_m}^{\omega_m} \frac{2\pi}{\omega_s} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) e^{jn\,2\pi\omega/\omega_s}\, e^{j\omega t}\, d\omega$$

$$= \frac{1}{\omega_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) \int_{-\omega_m}^{\omega_m} e^{j\omega(n2\pi\,\omega_s + t)}\, d\omega$$

$$= \frac{1}{\omega_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) \frac{e^{j\omega(n2\pi/\omega_s + t)}}{j\,(n2\pi/\omega_s + t)} \Bigg|_{-\omega_m}^{\omega_m}$$

$$= \frac{1}{\omega_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) \frac{e^{j\omega_m(n2\pi/\omega_s + t)} - e^{-j\omega_m(n2\pi/\omega_s + t)}}{j\,(n2\pi/\omega_s + t)}$$

$$= \frac{1}{\omega_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) 2\omega_m \left[\frac{e^{j\omega_m(n2\pi/\omega_s + t)} - e^{-j\omega_m(n2\pi/\omega_s + t)}}{j2\omega_m \left(\frac{n2\pi}{\omega_s} + t\right)} \right]$$

$$= \frac{1}{\omega_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{-n2\pi}{\omega_s}\right) 2\omega_m \left[\frac{\sin\{\omega_m(n2\pi/\omega_s + t)\}}{\omega_m \left(\frac{n2\pi}{\omega_s} + t\right)} \right] \qquad \ldots\ (2.8)$$

ให้ k = -n สมการ (2.8) สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{k2\pi}{\omega_s}\right) \cdot \frac{T_s \omega_m}{\pi} \left[\frac{\sin\{\omega_m(t-k2\pi/\omega_s)\}}{\omega_m(t-k2\pi/\omega_s)} \right] \quad \ldots\ldots (2.9)$$

เมื่อพิจารณาสมการ (2.9) แล้วพบว่าเราสามารถหาค่า f(t) ได้ตลอดเวลา ถ้ารู้ค่าตัวอย่างของสัญญาณ f(t) พจน์ $\frac{T_s \omega_m}{\pi} \left[\frac{\sin\{\omega_m(t-k2\pi/\omega_s)\}}{\omega_m(t-k2\pi/\omega_s)} \right]$ คือผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรผ่านย่านความถี่ต่ำ ซึ่งมีอัตราขยายเท่ากับ T_s และมีความกว้างของย่านความถี่เท่ากับ ω_m เมื่อป้อนสัญญาณอิมพัลส์เข้าไป นั่นคือเราสามารถสร้างสัญญาณ f(t) ขึ้นมาใหม่ได้โดยผ่านตัวอย่างของสัญญาณ $f(kT_s)$ ที่สุ่มได้จากสัญญาณ f(t) ที่เวลาห่างกันไม่มากกว่า T_s เข้าไปในวงจรผ่านย่านความถี่ต่ำที่มีความกว้างของย่านความถี่เท่ากับ ω_m