บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ต้องการทำการศึกษามูลค่าความเสี่ยง (Value at risk : VaR) ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อลูกค้ามีมูลค่าความสูญเสียเท่ากันทั้งหมด แต่มีความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียแต่ละรายไม่เท่ากันซึ่งการแจกแจงของความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) โดยที่ลูกค้าแต่ละรายเป็นอิสระต่อกัน (มูลค่าความเสี่ยงของลูกค้ามีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินาม (Poisson-Binomail distribution)) พร้อมทั้งประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง และการแจกแจงปกติมาตรฐาน และเปรียบเทียบการประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปัวส์ซองและการแจกแจงปกติมาตรฐาน

3.1 แผนการดำเนินการวิจัย

กำหนดขั้นตอนการศึกษา ดังนี้

1. ศึกษาฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม รวมถึงศึกษาการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง และการแจกแจงปกติมาตรฐานภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นว่า ความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียเป็นค่าที่คำนวณจากการวิเคราะห์ความถดถอย โลจิสติค การแจกแจงของความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ โดยที่ลูกค้าแต่ละรายเป็นอิสระต่อกัน และลูกค้าแต่ละรายขอสินเชื่อเป็นจำนวนเงิน 10,000 บาท

2. คำนวณมูลค่าความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จากการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินามและจากประมาณ พร้อมทั้งเปรียบเทียบการประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองและการประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน พร้อมกับค่าอื่นๆ ที่ใช้ในการร่วมวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าคาดหวัง ความแปรปรวน ความแตกต่างระหว่างจำนวนคนสำหรับการคำนวณมูลค่าความเสี่ยงจากฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณ ผลรวมค่าสัมบูรณ์ของค่าคลาดเคลื่อนของความน่าจะเป็นระหว่างการคำนวณมูลค่าความเสี่ยงจากฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณ และตรวจสอบความถูกต้องจากทฤษฎีบทของการลู่เข้าระหว่างการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณ เป็นต้น

3. ทำการประเมินมูลค่าความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จากการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม แ ละจากประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปัวส์ซอง และการแจกแจงปกติมาตรฐาน รวมถึงค่าอื่นๆ โดยใช้วิธีมอนติคาร์โล ในที่นี้จะทำการศึกษาในช่วงความน่าจะเป็นต่างๆ ดังนี้ 0.00 – 0.10, 0.50 – 0.60, 0.90 – 1.00, 0.00 – 1.00, 0.00 – 0.50, 0.25 – 0.75 และ0.50 – 1.00 สำหรับในแต่ละช่วงความน่าจะเป็นศึกษาจำนวนคนทั้งหมด ดังนี้ 200, 400, 600, 800 และ1000 คน

3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยมีขั้นตอน ดังนี้

1. คำนวณค่าที่ใช้ในการร่วมวิเคราะห์มูลค่าความเสี่ยงได้แก่ จำนวนของมูลค่าความเสี่ยง ค่าคาดหวัง และความแปรปรวน รวมถึงมูลค่าความเสี่ยงจากฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินามภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้

2. คำนวณค่าที่ใช้ในการร่วมวิเคราะห์มูลค่าความเสี่ยงได้แก่ กราฟ จำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยง ผลต่างมูลค่าความเสี่ยง เปอร์เซ็นต์ผลต่างมูลค่าความเสี่ยง เปอร์เซ็นต์ความตรงกันของมูลค่าความเสี่ยง ผลรวมความคลาดเคลื่อน และตรวจสอบความถูกต้องจากทฤษฎีบทของ Le Cam ระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง รวมถึงมูลค่าความเสี่ยงจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้

3. คำนวณค่าที่ใช้ในการร่วมวิเคราะห์มูลค่าความเสี่ยงได้แก่ กราฟ จำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยง ผลต่างมูลค่าความเสี่ยง เปอร์เซ็นต์ผลต่างมูลค่าความเสี่ยง เปอร์เซ็นต์ความตรงกันของมูลค่าความเสี่ยง ผลรวมความคลาดเคลื่อน และตรวจสอบความถูกต้องจากทฤษฎีบทของ K.Neammanee หรือทฤษฎีบทของ Volkova ระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน รวมถึงมูลค่าความเสี่ยงจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้

4. ทำการประเมินมูลค่าความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จากการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม และจากประมาณ รวมถึงค่าอื่นๆ จากการคำนวณเพื่อใช้ในการร่วมวิเคราะห์ข้อมูล โดยวิธีการมอนติคาร์โลในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด

5. เปรียบเทียบผลการคำนวณการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง และการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามแจกแจงปกติมาตรฐาน

6. สรุปผลการวิจัยพร้อมทั้งเสนอข้อเสนอแนะ

รายละเอียดในแต่ละขั้นตอนกล่าวเป็นหัวข้อใหญ่ ๆ ได้ดังนี้

3.3 การคำนวณค่าต่างๆ ในการร่วมวิเคราะห์มูลค่าความเสี่ยงและมูลค่าความเสี่ยงจากฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม

ประกอบด้วยค่าต่างๆ ดังนี้

3.3.1 จำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยง

จากสมติฐานเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นของลูกค้าภายหลังจากทางบริษัทได้อนุมัติการปล่อยสินเชื่อไปแล้วนั้นเป็นดังนี้

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{ถ้าลูกค้าไม่ชำระเงิน 10,000 บาท ด้วยความน่าจะเป็น } \mathrm{p} \\ 0, & \text{ถ้าลูกค้าชำระเงิน 10,000 บาท ด้วยความน่าจะเป็น } 1-\mathrm{p} \end{cases}$$

เมื่อทราบว่ามีจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนให้ทางบริษัทจำนวนกี่คน จะทำให้ทราบมูลค่าความเสี่ยงว่ามีค่าเท่าใด ด้วยการหาผลคูณของจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนและเงินจำนวน 10,000 บาท นั่นเอง ดังนั้นในการหามูลค่าความเสี่ยงในครั้งนี้จะอาศัยจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนให้ทางบริษัท สำหรับการวิจัยครั้งนี้จะเรียกจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนให้ทางบริษัทว่า จำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยง และในการหาจำนวนคนของมูลค่าเสี่ยงนี้ได้อาศัยการจำลองความน่าจะเป็น p ของลูกค้าแต่ละรายโดยวิธีมอนติคาร์โลในช่วงความน่าจะเป็นที่กำหนดสำหรับแต่ละจำนวนคน (ลูกค้า) ทั้งหมด โดยเขียนชุดคำสั่งของการสร้าง $R(k,C) = \sum_{B \subset C, |B|=k} \left(\prod_{i=B} w_i \right)$ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งสำหรับการคำนวณจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยง มีรูปแบบดังนี้

$$P(S_X = n) = R(n,S) \prod_{i \in S} (1+w_i)^{-1}, \ \ n = 0,1,\ldots,N$$

โดยที่ $w_i = \dfrac{p_i}{1-p_i}$

โดย Sean X. Chen และ Jun S. Liu (1997) ได้กล่าวถึงการเขียนชุดคำสั่งของการสร้าง $R(k,C) = \sum_{B \subset C, |B|=k} \left(\prod_{i=B} w_i \right)$ ไว้ดังนี้

วิธีที่ 1. (Chen, Dempster and Liu (1994))

กำหนด $T(i,C)=\sum_{j\in C} w_j^i$ สำหรับทุกๆ $i\geq 1$ และ $C\subset S$ จะได้ว่าสำหรับทุกๆ $1\leq k\leq |C|$

$$R(k,C)=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(-1)^{i+1}T(i,C)R(k-i,C)$$

<u>หมายเหตุ</u> เงื่อนไขของวิธีที่ 1 คือ $\dfrac{\max(w_i)}{\min(w_i)}\leq 6000$

แต่เมื่อนำชุดคำสั่งดังกล่าวไปใช้ในการคำนวณ พบว่า ค่าความน่าจะเป็นบางค่าไม่สอดคล้องกับคุณสมบัติความน่าจะเป็น $\left(p\in[0,1]\right)$ ถึงแม้ว่า w_i จะสอดคล้องตามเงื่อนไขของวิธีที่ 1 ก็ตาม

ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดอนุกรมที่สามารถใช้ในสำหรับคำนวณจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยง โดยการเขียนชุดคำสั่งของการสร้าง $R(k,C)=\sum_{B\subset C,|B|=k}\left(\prod_{i=B} w_i\right)$ ไว้ดังนี้

$$R(i,C)=\sum_{j=1}^{N-i+1} w_j\left(\sum_{k=j+1}^{N-i+2} A_k\right),\ i=2,\ldots,N$$

โดยที่ $A_k=w_k$ เมื่อ $R(1,C)=w_1+\cdots+w_N$

ซึ่งจากสมการดังกล่าว สามารถใช้ในการคำนวณค่าต่างๆ ได้เป็นอย่างดี

3.3.2 ค่าคาดหวังและความแปรปรวนจากฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม

จากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามดังกล่าว สามารถคำนวณหาค่าคาดหวังได้ดังนี้

$$E\left[S_X\,|\,p_i\right]=\mu=p_1+\cdots+p_N$$

และความแปรปรวนมีค่าดังนี้

$$Var\left[S_X\,|\,p_i\right]=\sigma^2=p_1q_1+\cdots+p_Nq_N$$

3.3.3 มูลค่าความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

สำหรับการหามูลค่าความเสี่ยงอาศัยนิยามในการคำนวณ ดังนี้

$$5\% = \mathrm{Pb}\left(\mathrm{R} \le \mathrm{VaR}\left(5\%\right)\right)$$

หรือจะได้ว่า

$$95\% = \mathrm{Pb}\left(\mathrm{R} > \mathrm{VaR}\left(5\%\right)\right)$$

เมื่อ R คือ ผลตอบแทนที่เกิดขึ้นจริง

3.4 การคำนวณค่าต่างๆ ในการร่วมวิเคราะห์มูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง และมูลค่าความเสี่ยงจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

ประกอบด้วยค่าต่างๆ ดังนี้

3.4.1 กราฟระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

ในการสร้างกราฟจากฟังก์ชันปัวส์ซอง-ทวินามอาศัยการเขียนชุดคำสั่งของการสร้าง $R\left(k,C\right) = \sum_{B\subset C,|B|=k}\left(\prod_{i=B} w_i\right)$ ไว้ดังนี้

$$R\left(i,C\right) = \sum_{j=1}^{N-i+1} w_j\left(\sum_{k=j+1}^{N-i+2} A_k\right),\quad i = 2,\ldots,N$$

โดยที่ $A_k = w_k$ เมื่อ $R\left(1,C\right) = w_1 + \cdots + w_N$

ซึ่งชุดคำสั่งดังกล่าวเป็นส่วนหนึ่งของการสร้างกราฟจากฟังก์ชันปัวส์ซอง-ทวินามจากทฤษฎีบท ดังนี้

$$P\left(S_X = n\right) = R\left(n,S\right)\prod_{i\in S}\left(1+w_i\right)^{-1},\quad n = 0,1,\ldots,N$$

เมื่อ $w_i = \dfrac{p_i}{1-p_i}$

สำหรับกราฟของการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปัวส์ซอง อาศัยทฤษฎีบทการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปัวส์ซอง ดังนี้

$$P\left(Y = k\right) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!},\ \text{x=0,1,2,...}\ \text{เมื่อ}\ Y \sim \mathrm{Poisson}\left(\lambda\right)$$

เมื่อ $\lambda = \sum_{i=1}^{N} p_i$

โดยที่ p_i อาศัยการจำลองโดยวิธีมอนติคาร์โลในช่วงความน่าจะเป็นที่กำหนดสำหรับแต่ละจำนวนคน (ลูกค้า) ทั้งหมด

3.4.2 จำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยงจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

สำหรับการคำนวณจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยงจากการประมาณฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองนั้นมีลักษณะเช่นเดียวกับการคำนวณจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยงจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรง กล่าวคือ จากสมมติฐานเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นของลูกค้าภายหลังจากทางบริษัทได้อนุมัติการปล่อยสินเชื่อไปแล้วนั้นเป็นดังนี้

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{ถ้าลูกค้าไม่ชำระเงิน 10,000 บาท ด้วยความน่าจะเป็น } \mathrm{p} \\ 0, & \text{ถ้าลูกค้าชำระเงิน 10,000 บาท ด้วยความน่าจะเป็น } 1-\mathrm{p} \end{cases}$$

เมื่อทราบว่ามีจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนให้ทางบริษัทจำนวนกี่คน จะทำให้ทราบมูลค่าความเสี่ยงว่ามีค่าเท่าใด ด้วยการหาผลคูณของจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนและ 10,000 นั่นเองซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$VaR = n_{Var} \times 10,000$$

เมื่อ VaR คือ มูลค่าความเสี่ยง

n_{Var} คือ จำนวนคนของมูลค่าเสี่ยง

ดังนั้นในการหามูลค่าความเสี่ยงในครั้งนี้จะอาศัยจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนให้ทางบริษัท และในการหาจำนวนคนของมูลค่าเสี่ยงนี้ได้อาศัยการจำลองความน่าจะเป็น p ของลูกค้าแต่ละราย โดยวิธีมอนติคาร์โลในช่วงความน่าจะเป็นที่กำหนดสำหรับแต่ละจำนวนคน (ลูกค้า) ทั้งหมด

3.4.3 ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

สำหรับการพิจารณาความแตกต่างของมูลค่าความเสี่ยงที่เกิดจากจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปัวส์ซองโดยอาศัยจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยง ดังนี้ เนื่องจากการคำนวณมูลค่าความเสี่ยงเท่ากับผลคูณของจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนและเงินจำนวน 10,000 บาท ดังนั้น การคำนวณผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองโดยหาผลคูณระหว่างผลต่างจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองและ10,000 ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\Delta VaR_{poisson} = \left(n_{VaR_1} - n_{VaR_2}\right) \times 10,000$$

เมื่อ $\Delta VaR_{poisson}$ คือ ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปัวส์ซอง

n_{VaR_1} คือ จำนวนคนของมูลค่าเสี่ยงโดยการคำนวณจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรง

n_{VaR_2} คือ จำนวนคนของมูลค่าเสี่ยงโดยการคำนวณจากจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

3.4.4 เปอร์เซ็นต์ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

เนื่องจากการพิจารณาผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองนั้นอาจจะทำให้ไม่สามารถมองภาพรวมความแตกต่างอันเนื่องมาจากผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองได้ไม่ชัดเจน ดังนั้น การคำนวณเปอร์เซ็นต์ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองจะทำให้ทราบถึงความแตกต่างทั้งหมดที่เกิดขึ้น ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\%\Delta VaR_{poisson} = \frac{\left(VaR_{MAXDIFF\cdot_{poisson}} - VaR_{MINDIFF\cdot_{poisson}}\right)\times 100}{N}$$

เมื่อ $\%\Delta VaR_{poisson}$ คือ เปอร์เซ็นต์ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

$VaR_{MAXDIFF\cdot_{poisson}}$ คือ ค่ามากที่สุดของผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

$VaR_{MINDIFF\cdot_{poisson}}$ คือ ค่าน้อยที่สุดของผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

N คือ จำนวนลูกค้าทั้งหมดที่ทางบริษัทอนุมัติการปล่อยสินเชื่อ

3.4.5 เปอร์เซ็นต์ความตรงกันของมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

เมื่อทำการจำลองข้อมูลสำหรับการพิจารณาจำนวนลูกค้าทั้งหมดเท่ากับ 200, 400, 600, 800 และ1000 ตามลำดับ ในแต่ช่วงความน่าจะเป็นที่กำหนดครั้งละ 1000 รอบ หากต้องการทราบว่ามูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองในแต่ละรอบตรงกันหรือไม่ มากหรือน้อยเพียงใดสามารถพิจารณาได้จากเปอร์เซ็นต์ความตรงกันของมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\%n_{VaR(Equal)_{poisson}} = \frac{Number_{(Equal)_{poisson}} \times 100}{Round}$$

เมื่อ $\%n_{VaR(Equal)_{poisson}}$ คือ เปอร์เซ็นต์ความตรงกันของมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

$Number_{(Equal)_{poisson}}$ คือ จำนวนมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม

โดยการแจกแจงปัวส์ซองในรอบที่ตรงกันทั้งหมด

Round คือ จำนวนรอบทั้งหมดสำหรับการจำลองข้อมูล

3.4.6 ผลรวมความคลาดเคลื่อนระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

เมื่อต้องการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนทั้งหมดที่เกิดขึ้นระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองว่ามีค่ามากน้อยเพียงใดสามารถพิจารณาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$Error_{poisson} = \sum_{k=1}^{N} \left| P(S_X = k) - P(Y = k) \right|$$

เมื่อ $Error_{poisson}$ คือ ผลรวมความคลาดเคลื่อนระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

$P(S_X = k)$ คือ ค่าความน่าจะเป็นจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรง

กล่าวคือ $P(S_X = k) = \left\{ \prod_{i=1}^{N} (1 - p_i) \right\} \sum_{i_1 < \cdots < i_k} w_{i_1} \cdots w_{i_k}, \; i = 1, 2, \ldots, N$

$P(Y = k)$ คือ ค่าความน่าจะเป็นจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง กล่าวคือ $P(Y = k) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}, \; i = 1, 2, \ldots, N$

3.4.7 ตรวจสอบความถูกต้องจากทฤษฎีบทของ Le Camระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

เนื่องจาก Le Cam พบว่า ผลรวมของค่าความแตกต่างระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองมีค่าขอบเขตบน ดังนี้

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left| P(S_x = k) - \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} \right| \le \frac{16}{\lambda} \sum_{i=1}^{n} p_i^2$$

สำหรับการวิจัยครั้งนี้การตรวจสอบความถูกต้องจากทฤษฎีบทของ Le Camระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจก

แจงปัวส์ซองสามารถตรวจสอบจากการเขียนชุดคำสั่งซึ่งจะให้แสดงค่าเป็น 1 เมื่อพบว่าไม่เป็นไปตามทฤษฎีบทของ Le Cam

3.5 การคำนวณค่าต่างๆ ในการร่วมวิเคราะห์มูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานและมูลค่าความเสี่ยงจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ประกอบด้วยค่าต่างๆ ดังนี้

3.5.1 กราฟระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ในการสร้างกราฟจากฟังก์ชันปัวส์ซอง-ทวินามอาศัยการเขียนชุดคำสั่งของการสร้าง $R(k,C) = \sum_{B\subset C,|B|=k}\left(\prod_{i=B} w_i\right)$ ไว้ดังนี้

$$R(i,C) = \sum_{j=1}^{N-i+1} w_j \left(\sum_{k=j+1}^{N-i+2} A_k\right), \quad i = 2,\ldots,N$$

โดยที่ $A_k = w_k$ เมื่อ $R(1,C) = w_1 + \cdots + w_N$

ซึ่งชุดคำสั่งดังกล่าวเป็นส่วนหนึ่งของการสร้างกราฟจากฟังก์ชันปัวส์ซอง-ทวินามจากทฤษฎีบท ดังนี้

$$P(S_X = n) = R(n,S)\prod_{i\in S}(1+w_i)^{-1}, \quad n = 0,1,\ldots,N$$

เมื่อ $w_i = \dfrac{p_i}{1-p_i}$

สำหรับกราฟของการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานอาศัยทฤษฎีบทการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน ดังนี้

$$Z = \frac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}}, \quad k = 0,1,2,\ldots$$

โดยที่ p_i อาศัยการจำลองโดยวิธีมอนติคาร์โลในช่วงความน่าจะเป็นที่กำหนดสำหรับแต่ละจำนวนคน (ลูกค้า) ทั้งหมด

3.5.2 จำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยงจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

สำหรับการคำนวณจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยงจากการประมาณฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานนั้นมีลักษณะเช่นเดียวกับการคำนวณจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยงจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยตรงและการประมาณฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปัวส์ซอง กล่าวคือ จากสมติฐานเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นของลูกค้าภายหลังจากทางบริษัทได้อนุมัติการปล่อยสินเชื่อไปแล้วนั้นเป็นดังนี้

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{ถ้าลูกค้าไม่ชำระเงิน 10,000 บาท ด้วยความน่าจะเป็น } p \\ 0, & \text{ถ้าลูกค้าชำระเงิน 10,000 บาท ด้วยความน่าจะเป็น } 1-p \end{cases}$$

เมื่อทราบว่ามีจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนให้ทางบริษัทจำนวนกี่คน จะทำให้ทราบมูลค่าความเสี่ยงว่ามีค่าเท่าใด ด้วยการหาผลคูณของจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนและ 10,000 นั่นเองซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$VaR = n_{Var} \times 10,000$$

เมื่อ VaR คือ มูลค่าความเสี่ยง

n_{Var} คือ จำนวนคนของมูลค่าเสี่ยง

ดังนั้นในการหามูลค่าความเสี่ยงในครั้งนี้จะอาศัยจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนให้ทางบริษัท และในการหาจำนวนคนของมูลค่าเสี่ยงนี้ได้อาศัยการจำลองความน่าจะเป็น p ของลูกค้าแต่ละรายโดยวิธีมอนติคาร์โลในช่วงความน่าจะเป็นที่กำหนดสำหรับแต่ละจำนวนคน (ลูกค้า) ทั้งหมด

3.5.3 ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

สำหรับการพิจารณาความแตกต่างของมูลค่าความเสี่ยงที่เกิดจากจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามการแจกแจงปกติมาตรฐาน โดยอาศัยจำนวนคนของมูลค่าความเสี่ยง ดังนี้ เนื่องจากการคำนวณมูลค่าความเสี่ยงเท่ากับผลคูณของจำนวนลูกค้าที่ไม่ชำระเงินคืนและเงินจำนวน 10,000 บาท ดังนั้น การคำนวณผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานโดยหาผลคูณระหว่างผลต่างจำนวน

คนของมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานและ10,000 ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\Delta VaR_{normal} = \left(n_{VaR_1} - n_{VaR_3}\right) \times 10,000$$

เมื่อ ΔVaR_{normal} คือ ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

n_{VaR_1} คือ จำนวนคนของมูลค่าเสี่ยงโดยการคำนวณจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรง

n_{VaR_3} คือ จำนวนคนของมูลค่าเสี่ยงโดยการคำนวณจากจากการประมาณการแจก-แจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

3.5.4 เปอร์เซ็นต์ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

เนื่องจากการพิจารณาผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานนั้น อาจจะทำให้ไม่สามารถมองภาพรวมความแตกต่างอันเนื่องมาจากผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานไม่ชัดเจน ดังนั้น การคำนวณเปอร์เซ็นต์ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานจะทำให้ทราบถึงความแตกต่างทั้งหมดที่เกิดขึ้น ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\%\Delta VaR_{normal} = \frac{\left(VaR_{MAXDIFF\cdot normal} - VaR_{MINDIFF\cdot normal}\right) \times 100}{N}$$

เมื่อ $\%\Delta VaR_{normal}$ คือ เปอร์เซ็นต์ผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

$VaR_{MAXDIFF\cdot normal}$ คือ ค่ามากที่สุดของผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการ

แจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

$VaR_{MINDIFF\cdot_{normal}}$ คือ ค่าน้อยที่สุดของผลต่างมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

N คือ จำนวนลูกค้าทั้งหมดที่ทางบริษัทอนุมัติการปล่อยสินเชื่อ

3.5.5 เปอร์เซ็นต์ความตรงกันของมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

เมื่อทำการจำลองข้อมูลสำหรับการพิจารณาจำนวนลูกค้าทั้งหมดเท่ากับ 200, 400, 600, 800 และ1000 ตามลำดับ ในแต่ช่วงความน่าจะเป็นที่กำหนดครั้งละ 1000 รอบ หากต้องการทราบว่ามูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานในแต่ละรอบตรงกันหรือไม่ มากหรือน้อยเพียงใดสามารถพิจารณาได้จากเปอร์เซ็นต์ความตรงกันของมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\%n_{VaR(Equal)_{normal}} = \frac{Number_{(Equal)_{normal}} \times 100}{Round}$$

เมื่อ $\%n_{VaR(Equal)_{normal}}$ คือ เปอร์เซ็นต์ความตรงกันของมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

$Number_{(Equal)_{normal}}$ คือ จำนวนมูลค่าความเสี่ยงระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานในรอบที่ตรงกันทั้งหมด

$Round$ คือ จำนวนรอบทั้งหมดสำหรับการจำลองข้อมูล

3.5.6 ผลรวมความคลาดเคลื่อนระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

เมื่อต้องการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนทั้งหมดที่เกิดขึ้นระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานว่ามีค่ามากน้อยเพียงใดสามารถพิจารณาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$Error_{normal} = \sum_{k=1}^{N} \left| P\left(S_X = k\right) - Z \right|$$

เมื่อ $Error_{normal}$ คือ ผลรวมความคลาดเคลื่อนระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจก-แจงปกติมาตรฐาน

$P\left(S_X = k\right)$ คือ ค่าความน่าจะเป็นจากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรง

กล่าวคือ $P\left(S_X = k\right) = \left\{ \prod_{i=1}^{N} \left(1 - p_i\right) \right\} \sum_{i_1 < \cdots < i_k} w_{i_1} \cdots w_{i_k}, \quad i = 1, 2, \ldots, N$

Z คือ ค่าความน่าจะเป็นจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจง

ปกติมาตรฐาน กล่าวคือ $Z = \dfrac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$

3.5.7 ตรวจสอบความถูกต้องจากทฤษฎีบทของ K.Neammanee หรือทฤษฎีบทของ Volkova ระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

สำหรับผลรวมของค่าความแตกต่างระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานมีค่าขอบเขตบน แยกพิจารณาออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> $Var\left(S_X\right) = \sigma^2 \geq 100$: K.Neammanee พบว่า ผลรวมของค่าความแตกต่างระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดการแจกแจงปกติมาตรฐานมีค่าขอบเขตบน ดังนี้

$$\Delta_n = \sum_{k=0}^{\infty} \left| P(S_X = k) - \frac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}} \right| \le \frac{0.1618}{\sigma^2}$$

<u>กรณีที่ 2</u> $0 < Var(S_x) = \sigma^2 < 100$: Volkova พบว่า ผลรวมของค่าความแตกต่างระหว่าง ฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปกติมาตรฐานมีค่าขอบเขตบน ดังนี้

$$\Delta_n = \sum_{k=0}^{\infty} \left| P(S_X = k) - \frac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}} \right| \le \frac{0.3056}{\sigma^2}$$

สำหรับการวิจัยครั้งนี้การตรวจสอบความถูกต้องจากทฤษฎีบทของ K.Neammanee และ Volkova ระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยตรงและจากการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดการแจกแจงปกติมาตรฐานสามารถตรวจสอบจากการเขียนชุดคำสั่งซึ่งจะให้แสดงค่าเป็น 1 เมื่อพบว่าไม่เป็นไปตามทฤษฎีบทของ K.Neammanee และ Volkova