ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางสาวนาเดีย กองเป็ง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES USING ABSTRACTION PROCESS ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Nadia Kongpeng

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2012

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางสาวนาเดีย กองเป็ง
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์)

นาเดีย กองเป็ง : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES USING ABSTRACTION PROCESS ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS)
อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ.ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน, 222 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

4. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชโอรสกรุงเทพมหานครภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 99 คนซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันจำนวน 50 คนและกลุ่มควบคุมซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติจำนวน 49 คนเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและแผนการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนและร้อยละในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.817และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและหลังการทดลองที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.63 และ 0.74ตามลำดับ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าร้อยละ ค่ามัชฌิมเลขคณิตส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบค่าที (t–test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการคือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการคือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2555

5283367627: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEY WORDS: ABSTRACTION PROCESS/ MATHEMATICAL CONCEPT/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY
NADIA KONGPENG : EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES USING ABSTRACTION PROCESS ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS
ADVISOR : SANSANEE NENTHIEN,PH.D., 222 pp.

The purposes of the research were

1. to study mathematical concepts of eighth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process.

2. to compare mathematical concepts of eighth grade students between groups being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process and using conventional approach.

3. tostudy mathematical reasoning abilities of eighth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process.

4. to compare mathematical reasoning abilities of eighth grade students between groups being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process and using conventional approach.

5. to compare mathematical reasoning abilities of eighth grade students before and after being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process.

The subjects were eighth grade students in the 2012 academic year at Watratcha-o-rosSchool. They were divided into two groups:an experimental group was taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process, which consisted of 50 students, and a control group was taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach, which consisted of 49 students.The instruments used in the experiment constructed by the researcher consisted of lesson plans being taught by using abstraction process and lesson plans being taught by conventional approach. The data collection instruments included test of mathematical concept with the reliability 0.817 and tests of mathematical reasoning ability pre-test and post-test with the reliability 0.63 and 0.74 respectively.The data were analyzed by means, arithmetic mean, standard deviation and t-test.

The results of the research revealed that :

1. Mathematical concepts of eighth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process were higher than minimum criteria of 50 percent.

2. Mathematical concepts of eighth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process were higher than those of students being taught by organizing mathematical instruction activity using conventional approach at .05 level of significance.

3. Mathematical reasoning abilities of eighth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process were higher than minimum criteria of 50 percent.

4. Mathematical reasoning abilities of eighth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process were higher than those of students being taught by organizing mathematical instruction activity using conventional approach at .05 level of significance.

5. Mathematical reasoning abilities of eighth grade students after being taught by organizing mathematics learning activities using abstraction process were higher than those of students before being taught at .05 level of significance.

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature .....
Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year: 2012

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจากอาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้สละเวลาให้คำปรึกษาคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ที่มีคุณค่ายิ่ง และตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และอาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ทำให้งานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ทรงคุณวุฒิทุกๆ ท่านที่เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์

ขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครู นักเรียนโรงเรียนวัดราชโอรส ที่ได้ให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกเป็นอย่างดีในการวิจัย ทั้งการทดลองใช้เครื่องมือ การทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ขอขอบพระคุณอาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยอบรมสั่งสอน ให้ความรู้ ให้คำแนะนำที่ดี และเป็นกำลังใจให้แก่ผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบคุณเพื่อนร่วมรุ่นทุกคนที่คอยช่วยเหลือกันมาตลอดระหว่างการศึกษาระดับปริญญามหาบัณฑิต และขอบคุณพี่ๆและน้อง ๆ สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกคนที่คอยให้คำปรึกษาและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยมาโดนตลอด

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่ให้การสนับสนุนทางการศึกษาแก่ผู้วิจัยและทุกคนในครอบครัวที่คอยช่วยเหลือ ให้คำปรึกษา และเป็นกำลังใจที่สำคัญยิ่งตลอดมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ญ

สารบัญภาพ ..... ฐ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 7

สมมติฐานของการวิจัย 7

ขอบเขตของการวิจัย 10

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 10

กรอบแนวคิดในการวิจัย 13

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 15

กระบวนการแอบสแตรกชัน 15

ความหมายของกระบวนการแอบสแตรกชัน 15

ประเภทของกระบวนการแอบสแตรกชัน 17

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยเน้นกระบวนการแอบสแตรกชัน 19

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 22

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 23

ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 26

ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 28

การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 31

การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 34

การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 39

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 40

หน้า

ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 40
ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 43
รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 44
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล 49
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 52
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนแอบสแตรกชัน
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 58
งานวิจัยในต่างประเทศ 58
งานวิจัยในประเทศ 61
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 64
การศึกษาเอกสารตำราและรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง 64
การออกแบบการวิจัย 65
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 66
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 67
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 71
การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล 79
วิธีวิเคราะห์ข้อมูล 80
สถิติที่ใช้ในการวิจัย 81
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 84
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 85
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 92
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 129
สรุปผลการวิจัย 131
อภิปรายผลการวิจัย 131
ข้อเสนอแนะ 136
รายการอ้างอิง 139

หน้า

ภาคผนวก 152

ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 154

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย 155

ภาคผนวก ข ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนสอบปลายภาค ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง 165

ภาคผนวก ค ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ฉบับก่อนการทดลอง 167

ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 169

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 170

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 177

ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 189

แผนการจัดการเรียนรู้ 190

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 222

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

1 เกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผล 57

2 เกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการวิจัย 57

3 แบบแผนการทดลอง 65

4 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 69

5 เกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยนี้ 75

6 ค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$)ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ($\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 85

7 จำนวนนักเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 86

8 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติและค่าที (t–test independent) 87

ตารางที่ หน้า

9 ค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}_{ร้อยละ}$) และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลองของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 88

10 จำนวนนักเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 50 ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้แบบปกติ 89

11 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) ของคะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบปกติและค่าที (t – test independent) 90

12 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความ สามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังการทดลอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและค่าที (t–test dependent) 91

13 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) ของคะแนนสอบ ปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและกลุ่มควบคุมที่ได้รับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) 166

ตารางที่ หน้า

14 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) 168

15 การวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ 170

16 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจำแนก(r) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ TAP 177

17 การวิเคราะห์ความสอดคล้องของลักษณะของการให้เหตุผลกับจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน (ฉบับก่อนการทดลอง) 178

18 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจำแนก(r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนการทดลอง) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index 700 178

19 การวิเคราะห์ความสอดคล้องของลักษณะของการให้เหตุผลกับจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน (ฉบับหลังการทดลอง) 179

20 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจำแนก(r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังการทดลอง) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index 700 179

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

1 ลำดับการคิดของ Krulik and Rudnick (1993: 3) 41

2 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 93

3 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 94

4 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 95

5 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 95

6 การทำแบบฝึกหัดเรื่องอัตราส่วนหลายจำนวน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 96

7 การทำเอกสารประกอบการเรียน ชุดที่ 8 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 97

8 การทำเอกสารประกอบการเรียน ชุดที่ 9 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 97

9 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 9 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 98

10 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 10 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 99

11 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 100

12 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 9 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 100

13 การทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มทดลอง 100

14 การทำใบงานเรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 102

15 การทำแบบฝึกหัดเรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 103

16 การทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 103

17 การทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 104

18 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงอุปนัย) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 106

19 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 108

20 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 109

21 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงนิรนัย) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 110

22 การทำใบงาน เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 111

23 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 112

ภาพที่ หน้า

24 การทำใบงาน เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 113
25 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 8 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 114
26 การทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 10 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 115
27 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงอุปนัย)
ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 116
28 การทำแบบฝึกหัด เกี่ยวกับการแก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนหลายจำนวน
ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 117
29 การทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละของนักเรียนกลุ่มทดลอง 117
30 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงนิรนัย)
ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 118
31 การทำแบบฝึกหัดของนักเรียนกลุ่มทดลอง เรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน 119
32 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน)
ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 120
33 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงอุปนัย)
ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 121
34 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงนิรนัย)
ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 122
35 การทำใบงาน เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 123
36 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน)
ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 124
37 การทำใบงาน เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม
38 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงอุปนัย)
ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 125
39 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงนิรนัย)
ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 126
40 การทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 127
41 การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน)
ฉบับหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มควบคุม 128

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษานั้นเป็นสิ่งที่สำคัญและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องมาโดยตลอด เนื่องจากการศึกษาเป็นการพัฒนาคน ทั้งด้านสติปัญญา ความคิด ความรู้สึก ตลอดจนทักษะต่างๆ ซึ่งเป็นรากฐานของการพัฒนาสังคมและประเทศชาติต่อไป แต่สำหรับประเทศไทยนั้นสถานะด้านการศึกษาของประเทศในปัจจุบันพบว่า มีการพัฒนาคุณภาพคนด้านการศึกษาขยายตัวเชิงปริมาณอย่างรวดเร็ว โดยจำนวนปีการศึกษาเฉลี่ยของคนไทยเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องเป็น 8.5 ปี ในปี 2548 และพบว่ามีการขยายโอกาสในการเรียนรู้ตลอดชีวิตมากขึ้น แต่ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้กับการนำไปใช้ของคนไทยยังอยู่ในระดับต่ำ คุณภาพของการศึกษาในทุกระดับลดลงอย่างต่อเนื่องและยังล้าหลังกว่าประเทศเพื่อนบ้าน จึงเป็นประเด็นที่ต้องเร่งให้ความสำคัญระยะต่อไป (สำนักงานคณะกรรมการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2550: น-ฮ) ดังนั้นจึงได้มีการกำหนดให้ทิศทางการพัฒนาประเทศในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 (2550–2554) ที่มุ่งพัฒนาคุณภาพคนและสังคมไทยสู่สังคมแห่งภูมิปัญญาและการเรียนรู้ ด้วยการพัฒนาคนในทุกมิติอย่างสมดุล ทั้งด้านร่างกาย สติปัญญา คุณธรรม จริยธรรม อารมณ์ และมีทักษะความสามารถในการแก้ปัญหา ทักษะในการประกอบอาชีพ มีความมั่นคงในการดำรงชีวิตอย่างมีศักดิ์ ศรี และอยู่ร่วมกันอย่างมีความสุขโดยมีการตั้งเป้าหมายในเชิงปริมาณ ที่มุ่งเน้นให้ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนในวิชาหลักซึ่งประกอบด้วย วิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ ของทุกระดับการเรียนรู้สูงกว่าร้อยละ 55 (สำนักงานคณะกรรมการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2550: 51)

จะเห็นได้ว่าวิชาคณิตศาสตร์ถูกจัดให้เป็นวิชาหลักที่มีความสำคัญในการพัฒนาด้านการศึกษามาโดยตลอด เนื่องจาก วิชาคณิตศาสตร์นั้นมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อ

การดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544: 1)

ถึงแม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญต่อในการพัฒนาคนและประเทศชาติ แต่ในปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากการประเมินแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์นานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Studyหรือ TIMSS) ที่จัดโดยสมาคมนานาชาติ เพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ ทางการศึกษา (The International Associationfor the Evaluation of Education Achievement หรือ IEA) ของนักเรียนในประเทศสมาชิก โดยมีการประเมินทุก 4 ปี สำหรับผลการประเมินล่าสุดในปี 2011 ของนักเรียนไทยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งตรงกับนักเรียนเกรด 8 ของนานาชาติ ซึ่งมีนักเรียนไทยที่เข้าร่วมประเมินจำนวน 6,124 คน ที่มาจาก 172 โรงเรียน พบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์อยู่ที่ 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติคือ 550 คะแนน โดยประเทศไทยจัดอยู่ในอันดับที่ 28 จากประเทศที่เข้าร่วมโครงการทั้งหมด 45 ประเทศกับ 14 รัฐ (Ina V.S.Mullis, Michael O. Martin, Pierre Foy, and Alka Arora., 2011: online) และจากสถิติผลการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการศึกษา(O-Net) วิชาคณิตศาสตร์ ในช่วงปีการศึกษา 2552–2554 ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 26.05 24.18 และ 32.08 ตามลำดับ ส่วนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายพบว่ามีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 28.56 14.99 และ 22.73 ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2555ก,2555ข) ซึ่งจะเห็นได้ว่าต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำของการประเมินผลสัมฤทธิ์ ที่กระทรวงศึกษาธิการตั้งไว้คือร้อยละ 50 (สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา, 2545: 126) นอกจากนี้สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติได้วิเคราะห์ความสามารถของนักเรียนระดับชั้น ป.6 ม.3 และ ม.6 จากคะแนน O-NET ในวิชาคณิตศาสตร์ ในช่วงปีการศึกษา 2550 – 2552 พบว่าผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของนักเรียนปลายช่วงชั้นที่2, 3, และ 4 ยังไม่น่าพอใจ ควรหาทางสนับสนุนให้เกิดพัฒนาการในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดศึกษาคณิตศาสตร์ทุกคน โดยเฉพาะครูคณิตศาสตร์จะต้องกลับมาทบทวนและทำการศึกษาเพื่อหาสาเหตุของปัญหาที่แท้จริงและนำมาปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น

จากการศึกษาของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ พบว่าปัญหาที่สำคัญที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยมีผลการเรียนต่ำกว่าประเทศอื่นๆ ได้แก่ จำนวนครูคณิตศาสตร์มีปริมาณน้อย และไม่ได้มาตรฐาน วิธีการสอนของครูมักเน้นแต่ความจำ ไม่เน้นความเข้าใจ เด็กไม่ได้รับการฝึกให้รู้จักคิด ค้นหาความรู้จากการสังเกต การปฏิบัติ

การทดลอง ทำให้เด็กขาดความคิดสร้างสรรค์ และขาดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งปัญหาด้านวิธีการประเมินผล โดยครูจะใช้วิธีการสอนโดยการบรรยายและทำแบบฝึกหัดเป็นหลัก และนิยมใช้แบบทดสอบที่ให้เลือกตอบมากกว่าให้นักเรียนแสดงวิธีทำ จึงทำให้นักเรียนขาดทักษะในการทำโจทย์ปัญหา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2541 อ้างถึงใน เฉลิมเกียรติ กฤษณะจันทร์, 2548: 24-25) ประกอบกับสาระสำคัญของคณิตศาสตร์ คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะเป็นนามธรรม จึงทำให้มีการเข้าใจผิดได้ง่าย (สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ, 2546: 33) จะเห็นได้ว่า องค์ประกอบที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จหรือไม่นั้นมีมากมาย ซึ่งพบว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสำคัญเป็นอันดับต้นๆ เนื่องจากการที่นักเรียนมีมโนทัศน์ในการเรียนที่ถูกต้องจะช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในหลักการหรือแนวคิดเบื้องต้นของการเรียนในแต่ละเรื่องได้ดียิ่งขึ้น (ชัยศักดิ์ ชั่งใจ, 2554: online) นอกจากนี้การที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะทำให้ผู้นั้นสามารถให้เหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์และสามารถสรุปหลักการทั่วไป รวมถึงการพบสมบัติหรือความรู้ใหม่ได้ (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 89 – 90 อ้างถึงใน ธีรนาถ ธงงาม, 2548: 15) ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจะต้องมีการวางแผนการสอนอย่างเป็นระบบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้อง เพราะการเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นๆ ถึงระดับสูงสุดได้ (งกะนภัทรขจรเวชฤทธิ์ อุ้ 2546: 1)

คนส่วนมากจะมองว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของนามธรรม แต่ในความเป็นจริงแล้วมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในบางเรื่อง เช่น จำนวนและการดำเนินการ อัตราส่วนและร้อยละ นั้นเกิดจากการศึกษาปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริงและมีการพัฒนาเป็นแบบจำลองของประสบการณ์อย่างเป็นระบบจากความคิดพื้นฐานนั้นๆ ต่อมาได้พัฒนาเป็นแนวคิดหรือองค์ความรู้ที่กว้างขว้างและซับซ้อนมากยิ่งขึ้น และมีการกำหนดไว้เป็นโครงสร้างที่เป็นนามธรรม เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ อย่างเป็นระบบ ดังนั้นในการสอนแนวคิดพื้นฐานบางเนื้อหานั้นครูสามารถที่จะสอนโดยการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ต่างๆ กับชีวิตจริงได้ (Mitchelmore and White, 2010) แต่วิธีการสอนในปัจจุบันไม่ส่งเสริมการค้นพบมโนทัศน์ด้วยตนเอง และเชื่อมโยงกับชีวิตจริงจึงทำให้ผู้เรียนส่วนใหญ่รับรู้เพียงบทนิยามที่เป็นนามธรรมของมโนทัศน์นั้นๆ แต่ไม่สามารถอธิบายความหมายและเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์กับชีวิตจริง รวมถึงไม่สามารถประยุกต์ใช้มโนทัศน์ที่เรียนกับการแก้ปัญหาได้ (Mitchelmore and White, 2004b)

รูปแบบการสอนที่ทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์นั้นมีหลากหลายรูปแบบ ในแต่ละรูปแบบก็จะขั้นตอนวิธีการสอนที่แตกต่างกันออกไป แต่ถ้าเรามองในหลักการสอนมโนทัศน์ของแต่ละรูปแบบ

จะพบว่ามีหลักการสำคัญที่คล้ายกัน คือการสอนจะต้องเน้นให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะและเห็นความแตกต่างของลักษณะสำคัญของมโนทัศน์กับสิ่งที่ไม่ใช่มโนทัศน์ รวมทั้งสามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ (ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534: 35) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Skemp (1986: 21) ที่กล่าวเกี่ยวกับการสร้างมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม สรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม (abstract concept) นั้นเป็นผลผลิตสุดท้ายของกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงความคล้ายคลึงของสิ่งต่างๆ ในบริบทที่หลากหลายผ่านประสบการณ์ของผู้เรียน

นอกจากแนวคิดการสร้างมโนทัศน์ข้างต้นแล้ว ยังมีแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการสร้างแนวคิดที่เป็น นามธรรม คือ กระบวนแอบสแตรกชัน (abstraction) ซึ่ง Pier Luigi Ferrari (2003: 1225) กล่าวว่า กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกระบวนทางความคิดที่เกิดขึ้นได้บ่อยครั้งในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์โดยเกิดขึ้นเมื่อคุณลักษณะทั่วไปของกลุ่มของวัตถุสามารถที่จะระบุได้ โดยผ่านการสังเกตโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม นำไปสู่มโนทัศน์ใหม่ผ่านการสังเกตและการอภิปราย นอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของกระบวนการแอบสแตรกชัน (abstraction) ไว้หลายคน เช่น Lovell (1966: 12-13) กล่าวว่า กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกระบวนการการแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจากลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุหรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้นจนสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้ และ Piaget (1977 อ้างถึงใน Mitchelmore and White, 2004a: 3-332) ที่กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการแอบสแตรกชัน สรุปได้ว่า กระบวนการแอบสแตรกชันนั้นมีจุดเน้นอยู่ที่การตระหนักในความคล้ายคลึงกันของสิ่งต่างๆ บนพื้นฐานของประสบการณ์ของผู้เรียน

จากการศึกษาพบว่ามีนักการศึกษาได้นำแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแอบสแตรกชันไปใช้ในการสร้างวิธีการสอนหรือโมเดลการสอนไว้หลากหลายวิธี หนึ่งในนั้นคือ Mitchelmore และ White ซึ่งได้พัฒนาโมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชันที่เรียกว่า “Teaching for abstraction” ขึ้นมาเพื่อใช้ในการสอนแนวคิดหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม โดย Mitchelmore และ White เชื่อว่าแนวคิดหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่สามารถสร้างขึ้นมาจากกระบวนการแอบสแตรกชันผ่านประสบการณ์ของผู้เรียน และการเชื่อมโยงแนวคิดที่เป็นนามธรรมกับบริบทที่อยู่ในโลกจริงผ่านประสบการณ์เดิมของผู้เรียนนั้นจะทำให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจแนวคิดนั้นๆ ได้อย่างแท้จริง (Mitchelmore and White, 2004b: 1 – 7, 2010: 205 – 206) โมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน ของ Mitchelmore และ White (2010) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

1. ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้สำรวจบริบทที่หลากหลายไม่ว่าจะเป็นสิ่งที่มีอยู่จริงหรือเป็นสิ่งจำลองที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ที่ต้องการ และให้นักเรียนร่วมอภิปราย หรือแก้ปัญหาบนพื้นฐานของประสบการณ์เดิม เพื่อให้นักเรียนได้เห็นความเชื่อมโยงของมโนทัศน์กับสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคยหรือพบเห็นได้ในโลกจริง

2. ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity)เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้สังเกต และค้นพบความคล้ายคลึงกันและความแตกต่างกันของลักษณะสำคัญในบริบทที่กำหนดให้

3. ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม (Reification) ในขั้นนี้ครูจะสนับสนุนให้ผู้เรียนนำลักษณะสำคัญที่สังเกตได้ที่มีความคล้ายคลึงมาสรุปเป็นมโนทัศน์ในแบบของตน โดยมีครูจะเป็นผู้ชี้แนะและปรับแต่งมโนทัศน์ของผู้เรียนให้ถูกต้อง

4. ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ฝึกนำมโนทัศน์ที่ค้นพบไปใช้ในปัญหาโจทย์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์รวมถึงการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ

จากการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน นั้นจะเน้นให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองผ่านการสังเกตความคล้ายคลึงกันของสิ่งที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น จากสถานการณ์ วัตถุ หรือการดำเนินการทั่วๆ ไปที่นักเรียนคุ้นเคย โดยการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายในประเด็นต่างๆ โดยใช้ภาษาอย่างไม่เป็นทางการ เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสิ่งรอบๆ ตัวกับมโนทัศน์ที่จะเรียน และให้นักเรียนได้แยกแยะความแตกต่างของมโนทัศน์กับสิ่งที่ไม่ใช่มโนทัศน์ และค้นพบลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากประสบการณ์ของตน ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ และทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในมโนทัศน์นั้นๆ นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนรับรู้ที่มาและความหมายของการคำนวณและการจัดการกับตัวแปรต่างๆ ทางคณิตศาสตร์รวมทั้งสามารถนำความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว สิ่งที่สำคัญอีกสิ่งหนึ่งที่ควรได้รับการพัฒนาในวิชาคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการให้เหตุผล เนื่องจากเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะที่เป็นนามธรรม ประกอบด้วยคำอนิยาม สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีต่างๆ ขึ้น (กระทรวงศึกษาธิการ 2544: 2) ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody, 1993:3) นอกจากนี้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆได้อย่างกว้างขวาง

(NCTM 2000: 29) แต่เมื่อพิจารณาผลการทดสอบจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ซึ่งเป็นโครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิกองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนที่จบหลักสูตรการศึกษาภาคบังคับมีความสามารถใช้ประโยชน์จากสิ่งที่ได้เรียนรู้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ในชีวิตจริงได้เพียงใด (สสวท., 2554: คำนำ) โดยข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์จะเน้นการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหา โดยโจทย์จะไม่ได้ถามเพื่อหาคำตอบตรง ๆ แต่ต้องการให้นักเรียนบอกเหตุผล (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 36, 2012: online) ซึ่งผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในปี 2009 พบว่านักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 419 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ คือ 496 คะแนน และเมื่อวิเคราะห์ผลการประเมินเป็นระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในภาพรวมทั้งประเทศชี้ว่านักเรียนมากกว่าครึ่ง (52.5%) รู้เรื่องคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐาน (สสวท., 2554: 112,121) จากผลการประเมินชี้ให้เห็นว่าการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของเด็กไทยยังอยู่ในระดับต่ำ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนสำหรับประเทศไทยที่ผ่านมายังไม่ประสบความสำเร็จในการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่ควร และเมื่อพิจารณาโมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชันที่เรียกว่า “teaching for abstraction” ของ Mitchelmore และ White (2010) จะพบว่าใน 3 ขั้นแรก คือ ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity) ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity) และขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม (Reification) นั้นมีลักษณะของการเรียนการสอนที่จะเน้นการเรียนรู้จากพื้นฐานประสบการณ์จริง โดยให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบความแตกต่างและแยกแยะประเภทของข้อมูลจากบริบทต่างๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปทั่วไปได้และในขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) เมื่อนักเรียนสามารถที่จะสรุปมโนทัศน์ได้แล้วจะมีการฝึกใช้มโนทัศน์ที่เรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวจัดเป็นการพัฒนาผู้เรียนในด้านการคิดและการให้เหตุผล ดังที่ Lappan and Schram (1989: 18 – 19 อ้างถึงในกุลนิดา วรสารนันท์ ,2552: 43) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่า ความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและต่อเนื่อง และควรสนับสนุนให้ผู้เรียนมีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิด มีส่วนร่วมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหา สังเกตแบบรูป และสร้างข้อความคาดการณ์ ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

4. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

สมมติฐานของการวิจัย

จากที่กระทรวงศึกษาธิการ ได้กำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำของการประเมินผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนไว้เท่ากับ ร้อยละ 50 (สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา, 2545: 126) ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

White and Mitchelmore (2003) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการสอนตามแนวคิดของกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ (the empirical abstraction) ที่มีต่อมโนทัศน์เรื่องมุม ของนักเรียนเกรด 3 และ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ มีมโนทัศน์เรื่องมุมสูงกว่าก่อนทดลอง และนักเรียนมีมโนทัศน์ที่ผิดพลาดเรื่องมุมลดลงกว่าก่อนการทดลอง

ต่อมา White and Mitchelmore (2005) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีการสอนที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการคูณในการคำนวณ เรื่อง อัตราเปอร์เซ็นต์ ของนักเรียน เกรด 6 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการคำนวณ เรื่อง อัตราเปอร์เซ็นต์ ของนักเรียนลดลงกว่าก่อนการเรียน และนักเรียนความสามารถในการคำนวณเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์ได้อย่างเหมาะสม และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องเปอร์เซ็นต์ได้อย่างมีความหมาย และเหมาะสมมากขึ้นในบริบทที่แตกต่างกัน

และในปี 2007 Mithchemore and White (2007a) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนที่เรียกว่า “การสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน (Teaching for Abstraction Approach)” ที่มีต่อมโนทัศน์ และการประยุกต์ เรื่อง อัตราและอัตราส่วน ของนักเรียนเกรด 8 โดยทำการศึกษานักเรียน 3 กลุ่ม คือ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง และกลุ่มต่ำ พบว่า นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม มีมโนทัศน์ เรื่อง อัตราและอัตราส่วน สูงกว่าก่อนการทดลอง และสามารถแก้ปัญหา เรื่อง อัตราและอัตราส่วน ได้อย่างเหมาะสม

จากงานวิจัยดังกล่าว จะเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการพัฒนามโนทัศน์ด้วยตนเองและสามารถลดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีรายละเอียดดังนี้

โนซานชุก (Nosanchuk, 1970: 12 – 19) ได้ศึกษา ผลของการวัดผลก่อนเรียนด้วยโมเดลการอุปนัย พบว่า โมเดลการอุปนัยทำให้เกิดการตัดสินใจอย่างมีวิจารณญาณมากขึ้น และธรรมชาติของโมเดลทำให้เกิดการดัดแปลงประสบการณ์ใหม่ๆ เพื่ออ้างอิงไปสู่พื้นฐานของการให้เหตุผลเดิมที่มีอยู่

กุลนิดา วรสารนันท์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

Norval (1976 อ้างถึงใน โสมรัศมิ์ ดาหลาย2551: 63) ที่ได้ศึกษาบทบาทของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ที่มีต่อการคิดแบบต่างๆ ของนักเรียนเกรด 5 ในเมืองดีทรอยด์ โดยใช้วิธีการสอนที่ปรับปรุงมาจากวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนของซัชแมน พบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 และมีการคิดแบบสรุปอ้างอิง สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

จากงานวิจัยดังกล่าว มีความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแอบสแตรกชันน่าจะส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากโมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชันเป็นโมเดลการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้สังเกตจากบริบทที่นักเรียนคุ้นเคย และใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรมด้วยตนเอง ซึ่งเป็นกระบวนการมีลักษณะคล้ายคลึงกับการสอนโดยใช้โมเดลการอุปนัยและกระบวนการสืบสอบ ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสอนเพื่อการสร้างกระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการทดลอง

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชโอรส ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 99 คน

3. เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ใช้เวลารวม 15 คาบ โดยสอนสัปดาห์ละ 3 คาบ จำนวน 5 สัปดาห์

5. ตัวแปรที่ศึกษา

5.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

5.2 ตัวแปรตาม คือ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **กระบวนการแอบสแตรกชัน หมายถึง** กระบวนสร้างแนวคิดที่เป็นนามธรรมผ่านการสังเกตจากวัตถุหรือสถานการณ์ต่างๆ ที่มีความคุ้นเคยกับประสบการณ์ของผู้เรียนและมีแนวคิดเหล่านั้นอยู่ โดยใช้การแยกแยะลักษณะร่วมกันที่มีความเกี่ยวข้องกับแนวคิดเหล่านั้นออกจากลักษณะอื่นๆ ซึ่งจะทำให้เห็นลักษณะที่สำคัญของแนวคิดนั้นๆ เพื่อนำไปสู่การสรุปแนวคิดนามธรรมตามความเข้าใจของตน

2. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม โดยอาศัยการเปลี่ยนผ่านจากความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ โดยใช้การสังเกตบริบทต่างๆ บนพื้นฐานของประสบการณ์เดิมของผู้เรียน และแยะแยกลักษณะสำคัญของแนวคิดนั้นๆ ออกจากลักษณะอื่นๆ จนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง โดยขั้นตอนการจัดกิจกรรมตามโมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน (Teaching for abstraction) ของ Mitchelmore and White (2010) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 **ขั้นสร้างความคุ้นเคย** (Familiarity)

เป็นขั้นที่ครูนำเสนอบริบทต่างๆ ที่หลากหลายที่มีลักษณะเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุจริง สิ่งของจำลอง การดำเนินการ หรือสถานการณ์ต่างๆ จากนั้นครูจะชี้แนะให้นักเรียนได้สังเกต วิเคราะห์บริบทต่างๆ ที่ให้มาโดยใช้การอภิปรายบนพื้นฐานความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน ในประเด็นต่างๆ

ขั้นที่ 2 **ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง** (Similarity)

ในขั้นนี้ครูจะชี้แนะให้นักเรียนแยกแยะข้อมูลเพื่อให้เห็นถึงความคล้ายคลึงกันและความแตกต่างกันในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากบริบทที่นำเสนอไปในขั้นที่ 1 ซึ่งอาจจะเป็นรูปร่างโครงสร้าง สถานการณ์ หรือการดำเนินการต่างๆ

ขั้นที่ 3 **ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม** (Reification)

ขั้นนี้ครูจะพยายามให้นักเรียนคาดเดาถึงคุณลักษณะ (attribute) ที่สำคัญของมโนทัศน์ รวมถึงหลักการในการคิดคำนวณตามความเข้าใจของผู้เรียน จากความคล้ายคลึงที่ได้จากขั้นที่ 2 ซึ่งอาจจะยังไม่ใช่ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนจะร่วมกันสรุปมโนทัศน์และครูจะนำเสนอมโนทัศน์ โดยใช้ภาษาที่เป็นทางการ หรือภาษาเฉพาะทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 **ขั้นการประยุกต์ใช้** (Application)

ครูให้นักเรียนฝึกนำมโนทัศน์ที่ค้นพบไปใช้ในโจทย์ปัญหา เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ รวมถึงการแก้ปัญหาที่ต้องใช้มโนทัศน์ โดยอาจจะเป็นปัญหาง่ายๆ ไปจนถึงสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน หรืออาจจะให้นักเรียนได้สร้างตัวอย่างของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ และ แก้ปัญหาที่ตนสร้างเพื่อฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้การนำมโนทัศน์ที่เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ

3. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดเชิงนามธรรม เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะ กฎเกณฑ์ ขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากความรู้ การสังเกต หรือได้รับจากประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ซึ่งทำให้บุคคลนั้นสามารถสรุปออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ออกจากสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น รวมทั้งสามารถนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้ หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ในงานวิจัยนี้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์พิจารณาจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนและร้อยละที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. **ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล หรือข้อเท็จจริงต่างๆ ที่กำหนด และเชื่อมโยงความรู้ในการหาข้อสรุป ตลอดจนสามารถแสดงแนวคิดในการยืนยันข้อสรุปที่

สมเหตุสมผล รวมทั้งการใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านข้อสรุปได้ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความสามารถในการให้เหตุผล 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive reasoning) หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ที่ได้จากการสังเกตสิ่งที่ร่วมกันหลายๆ ตัวอย่าง และนำสิ่งเหล่านั้นมาสรุปในรูปแบบทั่วไป

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) หมายถึง ความสามารถในการใช้กฎ ข้อตกลง บทนิยาม หรือสิ่งที่เคยรับทราบมาก่อนว่าเป็นจริง มาใช้ในการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความจริงเหล่านั้น และสามารถหาข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลได้

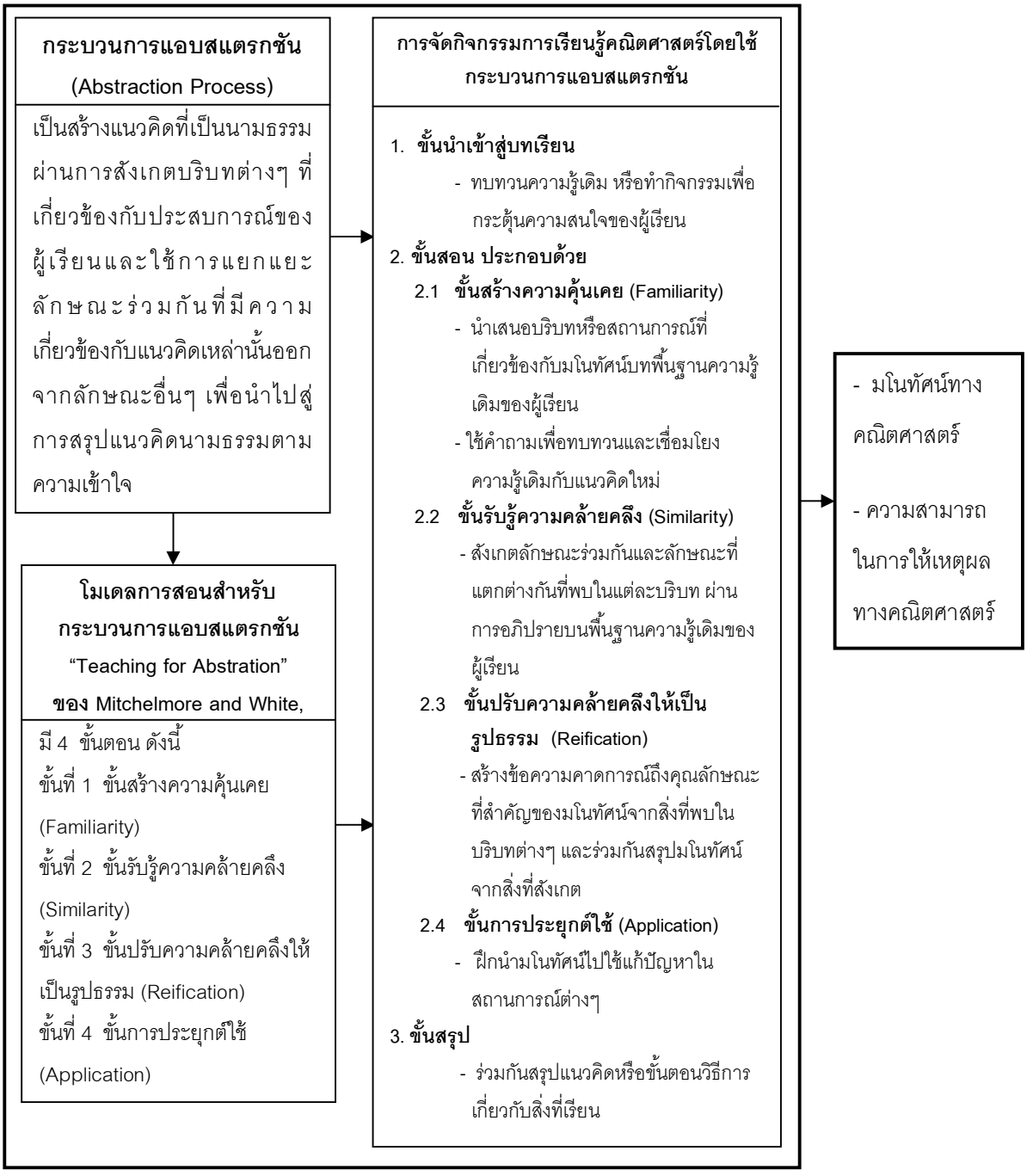
3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการหาคำตอบในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงได้

ในงานวิจัยนี้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พิจารณาจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามหลักการจัดกิจกรรมวิชาคณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

6. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กรอบแนวคิดในการวิจัย



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. กระบวนการแอบสแตรกชัน
    - 1.1 ความหมายของกระบวนการแอบสแตรกชัน
    - 1.2 ประเภทของกระบวนการแอบสแตรกชัน
    - 1.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยเน้นกระบวนการแอบสแตรกชัน
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.4 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.5 การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    - 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    - 3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    - 3.3 รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    - 3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
    - 3.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนแอบสแตรกชัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    - 4.1 งานวิจัยในต่างประเทศ
    - 4.2 งานวิจัยในประเทศ

1. กระบวนการแอบสแตรกชัน

กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแนวคิดต่างๆที่เป็นนามธรรม โดยเฉพาะการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนเพื่อนำไปสู่การคิดที่เป็นระบบและสามารถนำความรู้หรือแนวคิดนั้นๆ ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในที่นี้จะกล่าวถึงกระบวนการแอบสแตรกชัน ดังหัวข้อต่อไปนี้

1.1 ความหมายของกระบวนการแอบสแตรกชัน

กระบวนการแอบสแตรกชัน (abstraction process) เป็นกระบวนการที่มีความซับซ้อน มีผู้ให้ความหมายไว้หลากหลายรูปแบบและหลายมิติ แต่โดยรวมแล้วกระบวนการนี้มีความเกี่ยวข้องกับกระบวนการทางสติปัญญา (cognitive viewpoint) และมีงานวิจัยหลายชิ้นได้อธิบายถึงกระบวนการแอบสแตรกชันแต่ใช้คำที่แตกต่างกัน เช่น กรอบทฤษฎี APOS ของDubinsky ได้ใช้คำว่า การถอดออก (encapsulation) ในขณะที่ Sfrad and Lynsafsky ได้ใช้คำว่า การทำให้เป็นรูปธรรม (reification) (White and Mitchelmore, 2002: 1 – 6) และมีนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้กล่าวถึงความหมายของกระบวนการแอบสแตรกชัน ไว้ดังนี้

Davidov (1990: 13 อ้างถึงใน Mitchelmore, 2002: 2) กล่าวว่ากระบวนการแอบสแตรกชันนั้นเป็นกระบวนการที่แยกแยะลักษณะทั่วไปของวัตถุหรือสถานการณ์จากลักษณะอื่นๆ

Dienes (1963: 57- 59 อ้างถึงใน Mitchelmore and White,1995: 52) ได้กล่าวถึงกระบวนการแอบสแตรกชัน สรุปได้ว่า กระบวนการแอบสแตรกชัน เป็นกระบวนในการสกัดหรือดึงคุณลักษณะทั่วไปออกจากสถานการณ์ต่างๆ เป็นการสร้างกลุ่มของแนวคิดบางอย่างโดยการพิจารณาจากคุณสมบัติของวัตถุต่างๆ ว่ามีคุณสมบัติพอที่จะอยู่ในกลุ่มนั้นหรือไม่ และนำไปสู่การตระหนักถึงคุณลักษณะที่สำคัญของแนวคิดหรือองค์ประกอบของกลุ่มได้ โดยวัตถุในชีวิตประจำวันจะถูกแบ่งกลุ่มด้วยการมองเห็นหรือการดูหน้าที่ในการทำงาน แต่วัตถุหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะสามารถถูกแบ่งประเภทโดยการจำแนกโครงสร้างที่ลึกซึ้ง โดยกระบวนการแอบสแตรกชันจะเน้นการสร้างความคล้ายคลึงกันจากตัวตนของรูปร่างหรือโครงสร้างที่มีอยู่

Dreyfus, Sfard and Dubinsky (1991 อ้างถึงใน White and Mitchelmore, 2002: 2) ได้อธิบายว่า กระบวนการแอบสแตรกชัน คือ กระบวนการที่เปลี่ยนผ่านจากความเข้าในในรูปแบบเชิงกระบวนการหรือการนำไปใช้ไปสู่รูปแบบที่เป็นนามธรรมหรือเชิงโครงสร้าง ซึ่งเกิดจากการพิจารณาลักษณะทั่วไปในบริบทที่หลากหลายที่มีลักษณะสำคัญของแนวคิดนั้นๆ อยู่ และกระบวนการนี้จะนำมาซึ่งวัตถุที่เป็นความเข้าใจของตนเอง

Dreyfus (2012: online) กล่าวว่า กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกิจกรรมที่เกิดขึ้นในแนวตั้งหมายถึงการใช้โครงสร้างเดิมที่มีอยู่ไปสู่การสร้างโครงสร้างหรือความรู้ใหม่ผ่านการพิจารณาโครงสร้างของสิ่งที่เกิดขึ้นก่อนตามลำดับของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เช่นการจัดหลักสูตร สภาพแวดล้อม หรือบริบททางประวัติศาสตร์ เป็นต้น

Lovell (1966: 12-13) กล่าวว่า กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกระบวนการแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจากลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุหรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้นจนสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

Mason(1989: 2) กล่าวว่ากระบวนแอบสแตรกชันในวิชาคณิตศาสตร์คือการเปลี่ยนแปลงการรับรู้สูตรหรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ในแง่ของหลักการทั่วไปเป็นวัตถุหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ โดยผ่านประสบการณ์ทั่วๆไป ซึ่งวัตถุที่เกิดขึ้นใหม่นี้จะแยกโครงสร้างที่สัมพันธ์กันออกมาจากโครงสร้างอื่นๆ ที่พิจารณาแล้วว่าไม่สัมพันธ์กัน

Piaget (1977 อ้างถึงใน Mitchelmore and White 2004a: 3-332) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่า กระบวนการแอบสแตรกชัน มีจุดเน้นอยู่ที่การตระหนักในความคล้ายคลึงกันของสิ่งต่างๆ บนพื้นฐานของประสบการณ์ของผู้เรียน

Pier Luigi Ferrari (2003: 1225-1226) ได้กล่าวถึงกระบวนการแอบสแตรกชัน สรุปได้ว่า กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกระบวนการพื้นฐานในการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งมันเกิดขึ้นได้เมื่อคุณลักษณะทั่วไปของกลุ่มของวัตถุสามารถที่จะระบุได้ โดยผ่านการสังเกตโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม นำไปสู่มโนทัศน์ใหม่ผ่านการสังเกตและการอภิปราย

Skemp (1986: 21) กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการแอบสแตรกชันไว้ สรุปได้ว่า กระบวนการแอบสแตรกชัน เป็นกระบวนการที่ทำให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงความคล้ายคลึงของสิ่งต่างๆ ในบริบทที่หลากหลายผ่านประสบการณ์ของผู้เรียน ซึ่งผลผลิตสุดท้ายของกระบวนการนี้คือมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม (abstract concept) ซึ่งหน้าที่ของกระบวนการแอบสแตรกชัน คือการจัดประเภทของประสบการณ์อย่างมีประสิทธิภาพ และจะมีคุณภาพที่แตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับบริบทที่เกิดจากการระบุแนวคิดในชุดตัวอย่าง

White and Mitchelmore (2002: 2 - 6) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการแอบสแตรกชันไว้ สรุปได้ว่า เป็นกระบวนการสร้างมโนทัศน์โดยผ่านการสังเกตความคล้ายคลึงจากกระบวนการ หรือความสัมพันธ์ หรือวัตถุต่างๆ ที่มีความเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์และสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่ได้

จากความหมายของ กระบวนการแอบสแตรกชันที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ สรุปได้ว่า กระบวนการแอบสแตรกชัน หมายถึง กระบวนสร้างแนวคิดที่เป็นนามธรรมผ่านการสังเกตจากวัตถุ

หรือสถานการณ์ต่างๆ ที่มีความคุ้นเคยกับประสบการณ์ของผู้เรียนและมีแนวคิดเหล่านั้นอยู่ โดยใช้การแยกแยะลักษณะร่วมกันที่มีความเกี่ยวข้องกับแนวคิดเหล่านั้นออกจากลักษณะอื่นๆ ซึ่งจะทำให้เห็นลักษณะที่สำคัญของแนวคิดนั้นๆ เพื่อนำไปสู่การสรุปแนวคิดนามธรรมตามความเข้าใจของตน

1.2 ประเภทของกระบวนการแอบสแตรกชัน

Mitchelmore and White (2007b: 3 – 5) ได้แบ่งประเภทของกระบวนการแอบสแตรกชันตามแนวคิดของ Skemp ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. กระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ (Empirical Abstraction)

Skemp (1987) กล่าวถึง การสร้างมโนทัศน์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ว่าเป็นกระบวนการสร้างมโนทัศน์บนพื้นฐานของประสบการณ์และการรับรู้สิ่งที่มีความคล้ายคลึงกัน นำไปสู่การก่อตัวเป็นวัตถุใหม่ที่สร้างจากการสังเกตลักษณะร่วมกัน ซึ่งการวิเคราะห์คุณสมบัติทั่วไปของวัตถุไม่ใช่การพิจารณาแต่รูปร่าง หรือลักษณะผิวเผินภายนอก แต่ต้องพิจารณาไปถึงโครงสร้างพื้นฐานของวัตถุ นอกจากนี้การรับรู้สิ่งที่คล้ายคลึงสำหรับกระบวนการสร้างมโนทัศน์นั้นไม่ใช่การสุ่มเฉพาะตัวอย่างที่มีความคล้ายคลึงกับมโนทัศน์เพียงภายนอกเท่านั้น แต่ต้องเป็นตัวอย่างที่มีลักษณะหรือโครงสร้างที่มีลักษณะร่วมกันอย่างชัดเจน หรือมีศูนย์รวมของความคล้ายคลึงกัน

เนื่องจากกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ได้เน้นไปที่การระบุลักษณะร่วมกันของมโนทัศน์บนพื้นฐานของประสบการณ์ของผู้เรียน Mitchelmore และ White จึงเรียกมโนทัศน์ที่เกิดจากกระบวนการนี้ว่า มโนทัศน์เชิงประจักษ์ empirical concepts หรือ abstract-general ซึ่ง Mitchelmore และ White ได้นำแนวคิดของกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ไปพัฒนาเป็นโมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชันของเขาที่เรียกว่า “Teaching for abstraction” (Mitchelmore and White, 2000b, 2004a)

2. กระบวนการแอบสแตรกชันเชิงทฤษฎี (Theoretical Abstraction)

เป็นกระบวนการที่แตกต่างจากกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ ตรงที่เป็นกระบวนการสร้างมโนทัศน์นี้ที่เหมาะสมสำหรับมโนทัศน์บางมโนทัศน์ Davydov (1972,1990 :25 อ้างถึงใน Mitchelmore and White , 2007b: 3) ได้ให้ข้อสังเกตว่ากระบวนการแอบสแตรกชันเชิงทฤษฎี คือ กระบวนการสร้างมโนทัศน์บนพื้นฐานของการสังเกตเชิงเดี่ยว ในการหาความสัมพันธ์ หรือมโนทัศน์บางอย่าง จากแนวคิดพื้นฐานที่ถูกกำหนดขึ้นเพียงแนวคิดเดียว เช่น การอธิบาย หรือให้คำนิยาม ซึ่งถ้าหากแนวคิดพื้นฐานเหล่านี้ไม่มีความหมายที่ชัดเจนแล้วแนวคิด

ใหม่ก็จะไม่มีความหมายที่ชัดเจนเช่นกัน ซึ่งกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงทฤษฎีนี้อาจทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาบางอย่างในชั้นเรียนได้แต่อาจจะไม่มีความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นๆ อย่างแท้จริง เช่นนักเรียนอาจจะสามารถตอบได้ว่าในรูปหลายเหลี่ยมมีมุมกี่มุม แต่ไม่สามารถอธิบายได้ว่า มุมคืออะไร เป็นต้น

Piaget (1977 อ้างถึงใน Dubinsky, 1991: 3 – 5) ได้แบ่งกระบวนการแอบสแตรกชันออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. กระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ (empirical abstraction) เป็นกระบวนการนำไปสู่การสกัดหรือดึงคุณสมบัติทั่วไปของวัตถุออกจากคุณลักษณะอื่นๆ และขยายไปสู่หลักการทั่วไป (extensional generalizations) เป็นการเชื่อมโยงสิ่งที่มีลักษณะเฉพาะไปสู่หลักการทั่วไป เช่น การเรียนรู้เกี่ยวกับสี หรือน้ำหนักของวัตถุ จะต้องผ่านการพิจารณาในคุณสมบัติของสีที่มีอยู่ในตัววัตถุ หรือการยก เป็นการพิจารณาถึงคุณสมบัติภายในของวัตถุ ซึ่งการพิจารณาภายใต้เงื่อนไขที่แตกต่างกันนำไปสู่ความเข้าใจหรือผลลัพธ์ที่เกี่ยวกับคุณลักษณะของสิ่งนั้นที่แตกต่างกันไป

2. กระบวนการแอบสแตรกชันกึ่งเชิงประจักษ์ (Pseudo-empirical abstraction) เป็นกระบวนการที่อยู่ระหว่างกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์กับกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงสะท้อน เป็นกระบวนการแยกแยกและพิจารณาโครงสร้างของสิ่งที่สนใจในหลายๆ องค์ประกอบ เช่น การพิจารณาเซตสองเซตว่ามีสมบัติ 1-1 และทั่วถึงกันหรือไม่ เราสามารถพิจารณาได้จากโครงสร้างภายนอก เช่น สมาชิกในเซตทั้งสองว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ซึ่งเป็นลักษณะของข้อมูลเชิงประจักษ์ นอกจากนี้เราต้องพิจารณาที่โครงสร้างภายในของเซตด้วยว่ามีลักษณะหรือประเภทของเซตเป็นอย่างไร จึงจะได้ข้อสรุปหรือสิ่งที่สนใจได้ เป็นต้น

3. กระบวนการแอบสแตรกชันเชิงสะท้อน (Reflective abstraction หรือ General coordination of action) เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความตระหนักหรือการรับรู้(consciousness) ในการทบทวนกระบวนการที่เป็นผลผลิตจากความรู้ของตนเอง โดยผ่านการสร้างความสัมพันธ์ (coordination) ในโครงสร้างที่มีอยู่ที่ยังไม่ซับซ้อนมากนัก และสร้างความสัมพันธ์กับโครงสร้างใหม่ที่รับเข้ามา เป็นการคิดภายในหรือการสะท้อนโดยอาศัยความรู้ที่มีอยู่เดิม เช่นการอุปมาอุปมัยเปรียบเทียบความคล้ายคลึงเป็นตัวอย่างที่ดีในการศึกษาการสะท้อนเชิงนามธรรม เพราะการอุปมาอุปมัยเป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุและการเห็นความสัมพันธ์นั้นเกิดจากการสะท้อนเชิงนามธรรม ซึ่งทำให้เกิดโครงสร้างใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของกระบวนการแอบสแตรกชันที่กล่าวข้างต้นนี้ สรุปได้ว่า กระบวนการแอบสแตรกชันสมามารถแบ่งประเภทได้หลาหลายขึ้นอยู่กับแนวคิดและมุมมองในการแบ่งประเภทของแต่ละบุคคลที่แตกต่างกัน

1.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแนวคิด และการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นกระบวนการที่นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้ให้ความสนใจและนำไปพัฒนาเป็นรูปแบบการสอนหรือโมเดลการสอนที่มีการสอดแทรกแนวคิดของกระบวนการแอบสแตรกชันเข้าไปเกี่ยวข้อง ดังนี้

Harshkowitz, Schwarz, and Dyeyfus (2001) ได้พัฒนา The nested RBC model of abstraction ขึ้นมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเขาได้กล่าวถึงกระบวนการแอบสแตรกชันว่าเป็นกิจกรรมที่รวบรวมโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในแนวตั้ง คือการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อนไปยังโครงสร้างคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นใหม่ ลักษณะของแนวตั้ง หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นใหม่จะขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ที่มีมาก่อนเสมอ โมเดลนี้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างองค์ความรู้ 3 ขั้น คือ

1. ขั้นตระหนักรู้ (Recognition) เป็นขั้นของการรับรู้เกี่ยวกับโครงสร้างหนึ่งๆ และตระหนักถึงคุณลักษณะเฉพาะ แล้วมีการตั้งสมมติฐานในสถานการณ์ต่างๆ เพื่อจะนำไปสู่การสร้างหรือปรับเปลี่ยนโครงสร้างในปัจจุบัน ในขณะที่ผู้เชี่ยวชาญ ได้กล่าวว่า กระบวนการนี้คือการจำแนกได้หรือรับรู้อย่างเหมาะสม สำหรับการเตรียมในการสร้างโครงสร้างที่ลึกกว่า

2. ขั้นก่อตัว (Building- with) เป็นการรวบรวมองค์ประกอบต่าง ผ่านการพิจารณาและรวบรวมแนวคิดที่เป็นที่ยอมรับในการสร้างมโนทัศน์ใหม่เพื่อให้บรรลุเป้าหมายของการรับรู้

3. ขั้นการสร้างองค์ความรู้ (Construction) ได้ถูกระบุว่าเป็นขั้นที่สำคัญสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน ซึ่งโครงสร้างใหม่ได้ถูกสร้างขึ้นในความรู้สึก ทำให้สามารถที่เข้าใจและสามารถที่จะปะติดปะต่อโครงสร้างต่างๆ เข้าด้วยกันได้

ต่อมาในปี 2007 Harshkowitz, Schwarz, and Dyeyfus ได้พัฒนา The nested RBC model of abstraction เป็น RBC+C โดยเพิ่มขั้นที่ 4 คือ ขั้นรวบรวม (Consolidation) เป็นขั้นของการรวบรวมความรู้หลังจากโครงสร้างหรือความรู้ใหม่ได้เกิดขึ้นจากการสร้างของผู้เรียนในขั้นก่อนหน้านี้แล้วไปสู่การสร้างโครงสร้างใหม่ๆ ต่อไป

Sfard (1991 อ้างถึงใน White and Mitchelmore, 2002: 2) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน ดังนี้

1. ขั้นการรวมเข้าด้วยกันภายในความคิด (interiorisation) จะเกิดขึ้นเมื่อมีการแสดงหรือการกระทำบางอย่างกับวัตถุทางคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคย

2. ขั้นการควบแน่น (condensation) จะเกิดขึ้นเมื่อมีการรวมตัวของแนวคิดที่เป็นหน่วยที่สามารถจัดการได้มากขึ้น ทั้งสองขั้นแรกนี้กล่าวได้ว่าเป็นกระบวนการปรับแนวคิด (process–orientated)

3. ขั้นการทำให้เป็นรูปธรรม (reification) คือการเปลี่ยนจากการรูปแบบของการดำเนินการไปยังรูปแบบที่มีโครงสร้างซึ่งเป็นวัตถุในความคิดของตน

Mitchelmore and White (2000 อ้างถึงใน Mitchelmore and White 2004b: 10-11, 2010: 209) ได้เสนอขั้นตอนการสอนตามกระบวนการแอบสแตรกชัน (Instruction for Abstraction) ไว้ 3 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นการทำให้คุ้นเคย (Familiarisation) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะเริ่มการเรียนรู้จากบริบทที่คุ้นเคยและหลากหลาย จากหลักการที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้นๆ สถานการณ์เหล่านี้อาจจะเป็นวัตถุ (เช่น แผ่นกระดาษ, เฟอร์นิเจอร์, ภาพวาด) , การดำเนินการ (เช่น ผสม, การแบ่ง, การเพิ่ม), หรือแนวคิดที่เป็นนามธรรม (เช่น ราคา,ความสมดุล,ร้อยละ) ในแต่ละตัวอย่าง จะมีการอภิปรายโดยใช้ภาษาพูดทั่วๆ ไป ที่มีเฉพาะตัวในแต่ละบริบท (เช่น รส, รูปร่าง, หลากหลาย) ไม่ใช่แนวคิดที่จะแยกออก (เช่น อัตราส่วน) อย่างไรก็ตามครูจะคาดหวังว่า แนวคิดจะเกิดขึ้นตามมาในภายหลัง

2. ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity recognition) เป็นขั้นที่เน้นให้ผู้เรียนได้สังเกตและค้นหาความคล้ายคลึงกันของสิ่งที่พบเจอในบริบทที่ต่างกัน (เช่น ระหว่างลักษณะของวัตถุทรงกลมที่แตกต่างกัน) หรือโครงสร้าง (เช่น ระหว่างการเลี้ยวการหมุนหรือความชัน) ความสนใจของนักเรียนมุ่งไปสู่คุณลักษณะสำคัญที่กำหนดความคล้ายคลึงของสิ่งเหล่านี้ นำไปสู่การรวบรวมและทำให้เป็นรูปร่างในความคิดที่แยกออกมา (เช่น สมมติฐานที่เน้นเกี่ยวกับของแนวคิด) ต่อจากนั้นครูจึงแนะนำภาษาเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดและการใช้คำศัพท์นี้เพื่อที่จะให้คำจำกัดความแนวคิด (ทำให้ชัดเจนขึ้นในความรู้สึก) เพื่อแสดงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับความคล้ายคลึงที่เป็นพื้นฐานของแนวคิดนั้นๆ

3. ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม(Reification) เมื่อนักเรียนได้ศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมแนวคิดก็จะกลายเป็นวัตถุที่เกิดขึ้นจิตใจ และสามารถสร้างแนวคิดที่เป็น

ลักษณะทั่วไป (general concept) จากความคล้ายคลึงของบริบทต่างๆ ในความคิดของแต่ละคน ซึ่งถูกแยกออกจากบริบทที่เฉพาะเจาะจง การใช้แนวคิดทุกแนวคิดจะช่วยทำให้เห็นความเป็นจริงได้ เช่น การค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดนามธรรม และสามารถรักษาตัวอย่างที่คุ้นเคยของแนวคิดนั้น ตัวอย่างของแนวทางที่เป็นไปได้ ได้แก่ :

• หาวิธีการใช้แนวคิดในการปฏิบัติ (เช่น การประมาณพื้นที่ของโรงเรียนในแผนที่)

• ศึกษาวิธีการดำเนินการของแนวคิดนามธรรม แต่ควรเกี่ยวข้องเสมอกับบริบทที่คุ้นเคย (เช่น ทำนายขนาดของมุมที่เกิดจากการรวมมุม 30° และ มุม 60°

• มีการให้คำจำกัดความและการทำงานเฉพาะกรณี (เช่น การใช้อัตราการเปลี่ยนแปลงในแง่ของอัตราส่วน)

• การหาสูตร หลักการหรือกฎทั่วไป เกี่ยวกับแนวคิดต่างๆ

ต่อมาในปี 2007 Mitchelmore and White ได้พัฒนาขั้นตอนการสอนดังกล่าว เป็นรูปแบบการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน (Teaching for Abstraction Approach) โดยเพิ่มขั้นที่ 4 คือ ขั้นการประยุกต์ใช้

4. ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) โดยเน้นให้ผู้เรียนได้ใช้แนวคิดนามธรรมที่ได้เรียนรู้มาสู่การประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในบริบทต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง อาจจะแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายคลึงกับที่ได้เรียนรู้ไปแล้วหรือปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ต่อมาในปี 2010 Mitchelmore and White ได้พัฒนารูปแบบการสอนตามแนวคิดของกระบวนการแอบสแตรกชัน ขึ้นเป็นโมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน เรียกว่า “Teaching for Abstraction Model” โดยขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีแนวคิดดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity)
2. ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity)
3. ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม (Reification)
4. ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application)

จากการศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนโดนเน้นกระบวนการแอบสแตรกชัน สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน มีแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการเปลี่ยนผ่านจากความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ โดยใช้การสังเกตบริบทต่างๆ บนพื้นฐานของประสบการณ์เดิมของผู้เรียน และแยะแยกลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ออกจากลักษณะอื่นๆ จนสามารถสรุปมโนทัศน์

ได้ด้วยตนเอง ซึ่งในการวิจัยนี้ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันตามโมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชันที่เรียกว่า “Teaching for abstraction” ของ Mitchelmore and White (2010) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity)

เป็นขั้นที่ครูนำเสนอบริบทต่างๆ ที่หลากหลายที่มีลักษณะเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุจริง สิ่งของจำลอง การดำเนินการ หรือสถานการณ์ต่างๆ จากนั้นครูจะชี้แนะให้นักเรียนได้สังเกต วิเคราะห์บริบทต่างๆ ที่ให้มาโดยใช้การอภิปรายบนพื้นฐานความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน ในประเด็นต่างๆ

ขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity)

ในขั้นนี้ครูจะชี้แนะให้นักเรียนแยกแยะข้อมูลเพื่อให้เห็นถึงความคล้ายคลึงกันและความแตกต่างกันในลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากบริบทที่นำเสนอไปในขั้นที่ 1 ซึ่งอาจจะเป็นรูปร่าง โครงสร้าง สถานการณ์ หรือการดำเนินการต่างๆ

ขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม (Reification)

ขั้นนี้ครูจะพยายามให้นักเรียนคาดเดาถึงคุณลักษณะ (attribute) ที่สำคัญของมโนทัศน์ รวมถึงหลักการในการคิดคำนวณตามความเข้าใจของผู้เรียน จากความคล้ายคลึงที่ได้จากขั้นที่ 2 ซึ่งอาจจะยังไม่ใช่ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนจะร่วมกันสรุปมโนทัศน์ และครูจะนำเสนอมโนทัศน์ โดยใช้ภาษาที่เป็นทางการ หรือภาษาเฉพาะทางคณิตศาสตร์ ในขั้นนี้ทุกแนวคิดจะช่วยทำให้เห็นความเป็นจริงได้ ลักษณะที่แสดงให้เห็นในขั้นนี้ เช่น การให้คำจำกัดความและการทำงานเฉพาะกรณีหรือการหาสูตร หลักการหรือกฎทั่วไปเกี่ยวกับแนวคิดนั้นๆ

ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application)

ครูให้นักเรียนฝึกนำมโนทัศน์ที่ค้นพบไปใช้ในปัญหาโจทย์ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ รวมถึงการแก้ปัญหาที่ต้องใช้มโนทัศน์ โดยอาจจะเป็นปัญหาง่ายๆ ไปจนถึงสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน หรืออาจจะให้นักเรียนได้สร้างตัวอย่างของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ และแก้ปัญหาที่ตนสร้างเพื่อฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้การนำมโนทัศน์ที่เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คำว่า “มโนทัศน์” ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า “concept” มีความหมายเช่นเดียวกับคำว่า มโนทัศน์ มโนภาพ หรือ สังกัป (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 11) ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงมโนทัศน์ไว้หลายประเด็นดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านทั้งในและต่างประเทศได้ศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์และได้ให้ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

De Cecco (1968: 388) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่าเป็นกลุ่มของเหตุการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่มีลักษณะบางประการหรือหลายประการร่วมกันอยู่สิ่งแวดล้อมและเหตุการณ์ได้แก่ วัตถุสิ่งของสิ่งมีชีวิตเป็นต้น

Eggen and Kauchak (1992: 368 อ้างถึงใน ฐาปนี ตนัยอัชฌาวุฒิ, 2547: 7) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า เป็นความคิดที่มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับชั้นกลุ่มของวัตถุ เหตุการณ์ หรือความคิด

Goodwin and Klausmeier (1975: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่ามโนทัศน์คือความเข้าใจในคุณลักษณะต่างๆ เช่น วัตถุ สิ่งของ สถานการณ์ หรือกระบวนการต่างๆ ซึ่งจะทำให้เราสามารถจำแนกแยกแยะประเภทของสิ่งต่างๆ ออกจากกัน และสามารถที่จะจัดกลุ่มความสัมพันธ์ที่เป็นประเภทเดียวกันได้

Good (1973: 124 อ้างถึงใน ยลนภา พลชัย, 2548 : 14) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะคือ

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบ หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้

2. ความคิดทั่วไปเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์หรือวัตถุ

3. ความรู้สึกนึกคิดความเห็นความคิดหรือภาพของความคิด

Page (1977 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534: 103 - 104) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์หมายถึงลักษณะของสิ่งของหรือเหตุการณ์โดยกระบวนการรับรู้การจัดลำดับชั้นและการแยกประเภทโดยการแสดงออกทางภาษาที่เป็นสัญลักษณ์

Medin (1989 อ้างถึงใน เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ 2546: 2) กล่าวว่า มโนทัศน์หมายถึงภาพในความคิด ซึ่งเป็นตัวแทนของกลุ่มของวัตถุสิ่งของแนวคิดหรือปรากฏการณ์ต่างๆ ซึ่งมีลักษณะทั่วๆไปคล้ายกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุสิ่งของแนวคิด หรือปรากฏการณ์ซึ่งมีลักษณะทั่วๆไป

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2545: 240 - 241) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะมองถึงสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นสิ่งเดียวกันได้ นั่นคือการเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของการกระทำหรือความคิดออกเป็นประเภทต่างๆ เช่น เรียนมโนทัศน์สัตว์บกก็คือการเรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่นๆ

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 7) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า เป็นการสรุปความคิดของคนเป็นผลจากการรับรู้ของคนที่มีต่อสิ่งต่างๆ หรือเรื่องราวที่เกิดขึ้นกับคนในธรรมชาติและสังคม เป็นความคิดหลายขั้นหลายระดับตั้งแต่เรื่องธรรมดาไปสู่ความคิดที่ยุ่งยากสลับซับซ้อนมีลักษณะเป็นนามธรรม

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534: 103-104) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ของเราที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่างๆร่วมกันอยู่เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน เช่นหนังสือรวมตั้งแต่พจนานุกรมถึงหนังสือการ์ตูน เป็นต้น

ราชบัณฑิตยสถาน (2555: online) กล่าวว่า มโนทัศน์ ประกอบด้วยคำว่า “มโน” แปลว่า ใจ และ “ทัศน์” ซึ่งมาจาก ทัศนะ แปลว่า ความเห็น, การเห็น, สิ่งที่เห็น ดังนั้น มโนทัศน์จึงหมายถึง ภาพหรือสิ่งที่เห็นในใจ ซึ่งเป็นตัวแทนของสรรพสิ่งแต่ละชนิด เช่น ถ้าพูดถึงแมว คนก็จะคิดถึงมโนทัศน์ของแมวในใจ ซึ่งเป็นตัวแทนของภาพแมวทั้งหลาย ไม่เจาะจงว่าจะเป็นสีใด ขนาดใดหรือพันธุ์ใดและมโนทัศน์ของสิ่งที่เป็นนามธรรมจะมีความชัดเจนน้อยกว่ามโนทัศน์ของสิ่งที่เป็นรูปธรรม เช่น มโนทัศน์ของความดี อิสรภาพ ประชาธิปไตย จะอธิบายได้ยากกว่ามโนทัศน์ของสิ่งที่เป็นรูปธรรม เช่น บ้าน แมว รถ เด็ก เป็นต้น

จากความหมายของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาได้ให้ความหมาย ไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ ภาพของความคิดที่เป็นตัวแทนของกลุ่มของสิ่งต่างๆ ที่ทำให้บุคคลสามารถที่แยกแยะสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะแตกต่างกันออกจากกัน หรือรวมกลุ่มของสิ่งต่างๆ ที่เป็นประเภทเดียวกันเข้าไว้ด้วยกัน

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ต่างๆดังนี้

Cooney, Davis and Henderson (1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของสิ่งที่เรียนในเรื่องนั้นๆ ได้

Haylock and Thangata (2007: 27–28) กล่าวว่า การเรียนรู้มโนทัศน์เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนจะต้องมีการจัดการเกี่ยวกับประสบการณ์ของตนเอง และมีกระบวนการแยกแยะประเภทของตัวอย่างเพื่อพิจารณาสิ่งที่เรียนรู้ว่าคืออะไรและเขามีความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งนั้นอย่างไร และสามารถใช้มโนทัศน์หนึ่งไประบุมโนทัศน์ใหม่ มโนทัศน์จะสามารถเรียนรู้ได้ก็ต่อเมื่อผู้เรียนมีการสร้างสิ่งที่เป็นนามธรรม (abstraction) ซึ่งเป็นภาพที่มีอยู่ในความเข้าใจของแต่ละบุคคลโดยไม่ต้องยึดติดอยู่กับตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมอีกต่อไป

Skemp (1986: 10) ได้กล่าวว่า ความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้เรียนจะสามารถแบ่งประเภทของมโนทัศน์จากประสบการณ์โดยใช้ระบบประสาทสัมผัสและระบบประสาทอัตโนมัติ และ แต่มโนทัศน์ขั้นสูงทางคณิตศาสตร์จะเรียนรู้ได้จากมโนทัศน์พื้นฐานที่มีอยู่เดิม และยิ่งมโนทัศน์ขั้นสูงมีการเรียนรู้มากเท่าใดระยะห่างของประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรมกับนามธรรมก็จะมากขึ้นเท่านั้น

เมธี ลิมอักษร (2524: 4) ได้ให้ความหมายไว้สรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วโดยสามารถสรุปคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราพบเห็นแล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น “รูปสามเหลี่ยม” หมายถึง รูปปิดที่ประกอบด้วยด้านสามด้าน เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “Δ” เป็นต้น

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547: 26 – 27) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านจำนวน สัญลักษณ์ หรือการประยุกต์ใช้ทางคณิตศาสตร์ ผ่านประสบการณ์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แล้วสามารถนำมาสรุปให้อยู่ในรูปนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่างๆ

อัมพร ม้าคนอง (2547: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกวัตถุหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้นๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าวัตถุและเหตุการณ์ที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์เรื่องรูปสามเหลี่ยมก็จะสามารถจำแนกได้ว่ารูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมรูปใดไม่เป็นรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้นจึงสรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเชิงนามธรรม เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะ กฎเกณฑ์ ขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากความรู้ การสังเกต หรือได้รับจากประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ซึ่งทำให้บุคคลนั้นสามารถสรุปออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่าง

ของมโนทัศน์ออกจากสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น รวมทั้งสามารถนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การเรียนรู้มโนทัศน์เป็นสิ่งที่สำคัญต่อการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในหลายแขนงรวมทั้งการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่มีภาษาและสัญลักษณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ ซึ่งผู้เรียนจะสามารถเข้าใจภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เหล่านี้ได้จะต้องมีความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานเพื่อนำไปต่อยอดในการเรียนรู้มโนทัศน์ดังที่นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคมเนื่องจากพฤติกรรมต่างๆของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิดการสื่อความหมายระหว่างกันการแก้ปัญหาการตัดสินใจล้วนแล้วแต่ต้องผ่านความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์มาก่อน

De Cecco (1968: 402 - 416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมายการที่เราจะตอบสนองสิ่งเร้าที่ละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่างๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่างๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การที่แยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไรอยู่ในพวกใดแล้วใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่งๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ หรือการพบสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนมจากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ชนิดเดียวกันเราก็จะสามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหาทำให้เราทราบว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใดเหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใดแล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่กว้างขวางก็เท่ากับการทำให้เรารู้จักการแก้ปัญหาที่มากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูปการฟังการพูดการอ่านและการเขียน

Cooney, Davis and Handerson (1975: 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. ช่วยในการให้เหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น การที่นักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ ก็จะทำให้ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่าจำนวนนั้นเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด

2. ช่วยให้สามารถหาหลักการทั่วไป และสมบัติอื่นๆ ที่นอกเหนือจากมโนทัศน์ได้

3. ช่วยให้ค้นพบความรู้ใหม่

ชูชีพ อ่อนโคกสูง (2518: 10) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า

1. ลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมถ้าเราไปมัวจำหรือเข้าใจเฉพาะรายละเอียดจะก่อให้เกิดความยุ่งยากเป็นอย่างมากในการที่จะเข้าใจสิ่งแวดล้อมทั่วๆไป

2. ช่วยให้แยกวัตถุหรือสถานการณ์ออกจากกัน สามารถบอกได้ว่าวัตถุหรือสิ่งเร้าใดเป็นพวกเดียวกันหรือไม่

3. ประหยัดเวลาในการเรียนรู้ เมื่อมีมโนทัศน์เกี่ยวกับอะไรแล้วก็ไม่ต้องเสียเวลาไปเรียนมโนทัศน์นั้นซ้ำอีกหรือไม่ต้องเรียนตลอดเวลา

4. ทำให้การเรียนการสอนดำเนินไปได้ การเรียนสูงขึ้นไปจำเป็นต้องใช้มโนทัศน์เป็นรากฐานในการเรียนการสอน

5. ช่วยให้มีแนวทางที่จะจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2533: 206) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดมนุษย์จะคิดไม่ได้ ถ้าไม่มีมโนทัศน์เป็นพื้นฐานเพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์หลักการต่างๆและสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 125) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า การที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์นั้นทำให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบทำให้จำได้ง่ายและสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ และการสื่อสารทำให้เข้าใจร่วมกับผู้อื่นก็เป็นไปด้วยดี เพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่างๆ สอดคล้องกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 58 - 59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผลโดยทำหน้าที่ที่สำคัญ ดังนั้นสมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ เป็น “กรอบต้นแบบ”หรือโครงร่างคร่าวๆ ของสิ่งนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่างๆจะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า “ข้อสมมติ” หรือการคาดเดาว่า “น่าจะเป็น” สิ่งนั้น/สิ่งนี้เรื่องนั้น/เรื่องนี้ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจเพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 57) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่าการที่ผู้เรียนเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยผู้เรียนให้พัฒนาการเรียนรู้เรื่องนั้นได้ถึงระดับสูงสุด นอกจากนั้นยังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้นเพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลได้เรียบร้อยแล้วในสมองเมื่อปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็จะสามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เดิม

วีณา วโรตมะวิชญ (2535: 135) กล่าวว่ามโนทัศน์มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนเพราะว่าจะเป็นโครงสร้างพื้นฐานของความรู้สาขาหนึ่งๆ มโนทัศน์จะเป็นตัวที่จะไปใช้ในการสร้างทฤษฎีและข้อสรุปต่างๆ ในความรู้สาขาต่างๆ และยังเป็นกุญแจนำไปสู่ความเข้าใจกฎเกณฑ์และหลักการจะเห็นว่าหลักสูตรใหม่ไม่ว่าจะเป็นกลุ่มประสบการณ์ใดก็ตามพยายามที่จะให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ของสาขาวิชานั้นๆ

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพราะมโนทัศน์จะสามารถทำให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะประเภทของสิ่งต่างๆ ซึ่งจะช่วยในการทำความเข้าใจ การจัดระบบข้อมูล และการให้เหตุผล และยังเป็นสิ่งที่ส่งเสริมการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ๆ ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกันและสามารถนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาในเรื่องอื่นๆต่อไป

2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไปดังนี้

Bell (1981: 124 อ้างถึงใน วัชรสันต์ อินธิสาร, 2547: 26 – 27) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์มี 3 แบบ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทของจำนวนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทางสัญลักษณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ว่าตัวเลขแต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200 , 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง 200 + 70 + 5

3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ กับมโนทัศน์ทางสัญลักษณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาวพื้นที่และปริมาตร เป็นต้น

Russell (1956: 124–125 อ้างถึงใน วิมลรัตน์ ศรีสุข, 2551: 27) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภทดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน หรือฤดูต่างๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดความแน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่างๆที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ขอบเขตของสังคมบางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่งแต่อาจไม่ขบขันอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De cecco (1968: 390-398 อ้างถึงใน กุลนิดา วรสารนันท์, 2552: 32) ได้แบ่งประเภทมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะเฉพาะตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาว สีขาว หรือสิ่งที่เราพบเห็นโดยทั่วไปมีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวันมักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างรวมกันเช่นคำว่า “กา” อาจเป็นนกหรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (×) ก็ได้ ส่วนสัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) หรือวงกลมหรือตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไปสัมพันธ์กับบุหรี่เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้ เป็นต้น

Gagne (อ้างถึงใน รัตนะ บัวสนธ์, 2532: 29) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ไว้ 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์รูปธรรม (Concrete Concept) คือความสามารถของคนที่จะบอกว่าสิ่งใดเป็นอะไรจัดอยู่ในจำพวกไหน ประเภทใด โดยอาศัยคุณสมบัติหรือคุณลักษณะ

2. มโนทัศน์นามธรรม (Defined Concept) คือความสามารถในการบอกความหมายของสิ่งของใดๆ หรือบอกลักษณะของสิ่งของที่เป็นนามธรรม

Juhnke and Nowaczyk (1998 : 231 – 232 อ้างถึงใน วิมลรัตน์ ศรีสุข, 2551: 28) ได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์เป็น 2 ลักษณะคือ

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัดเจน (Welldefined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจัดความไม่เด่นชัด (Ildefined Concept) เป็นรายการสิ่งของวัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เราถือว่าเทียบเท่ากันเพื่อวัตถุประสงค์ในการจำแนก

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 235) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยง (Conjunctive Concept) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างร่วมกันมักเชื่อมโยงด้วยคำว่า “และ” เช่น สัตว์สี่เท้าหมายถึงอินทรีย์ที่มีขนยาวปกคลุมร่างกายและมีสี่เท้า ดังนั้นแมวสุนัขเสือ จึงจัดเป็นสัตว์สี่เท้า คนสวยหมายถึงคนที่หน้าตารูปร่างสมส่วน ดังนั้นอาภัสราจึงเป็นคนสวยเพราะหน้าตาดีและรูปร่างสมส่วน เป็นต้น

2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) หมายถึงการจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างแยกแยะกันออกไปตามความแตกต่างที่ปรากฏ มโนทัศน์ชนิดนี้มักใช้คำว่า”หรือ” เข้าไปเกี่ยวข้องกับการจัดประเภทของสิ่งนั้นด้วย เช่นคนที่เป็นอธิการบดีคือบุคคลที่จบปริญญาเอกหรือปริญญาโทแต่ทำงานด้านบริหารมาแล้ว 5 ปี คนเก่งหมายถึงคนที่เรียนเก่งหรือเล่นกีฬาเก่ง เป็นต้น

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549: 33) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะเก้าอี้ เป็นต้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ที่กล่าวข้างต้นนี้สรุปได้ว่ามโนทัศน์สามารถแบ่งประเภทได้หลากหลายตามแนวคิดของแต่ละบุคคล ซึ่งอาจแบ่งได้ตามลักษณะของมโนทัศน์ที่สามารถจัดประเภทร่วมกันหรือแยกแยะประเภทหรือแหล่งกำเนิดของมโนทัศน์ตามแนวคิดที่แตกต่างออกไป

2.4 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถเรียนรู้ได้ผ่านขั้นตอนหรือกระบวนการต่างๆ ซึ่งมีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Good (1959: 118) กล่าวไว้สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาคณิตศาสตร์ทั้งในเรื่องการคิดคำนวณความสัมพันธ์ของจำนวน การให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ หรือคุณลักษณะภายนอกของสิ่งต่างๆ แล้วนำลักษณะเหล่านั้นมาวิเคราะห์และสรุปเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์

Mc Donald (1959: 105) มีความคิดเห็นว่าการสร้างมโนทัศน์นั้นนักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้

1. กระบวนการแยกแยะ (Discrimination) คือนักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างได้ เช่น แยกอ่าวออกจากแม่น้ำมหาสมุทรหรืออื่นๆได้

2. การทำให้อยู่ในรูปหลักการทั่วไป (Generalization) คือนักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งนั้นและสามารถเชื่อมโยงให้เข้ากับสิ่งอื่นๆ ได้ เช่น เชื่อมโยงอ่าวที่เรียนกับอ่าวอื่นๆ ได้

Lovell (1966: 12-13) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่ากระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอนคือการรับรู้(Perception) การย่นย่อ(Abstraction)การสรุป (Generalization) การย่นย่อเป็นสิ่งที่สำคัญในการสร้างมโนทัศน์ได้แก่ลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุหรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้นๆนักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

Ausubel (1968: 509) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์สรุปได้ว่าการเรียนรู้มโนทัศน์เกิดขึ้นได้ 2 วิธีคือ

1. การสร้างมโนทัศน์ (Concept formation) หมายถึงกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์จากประสบการณ์การสังเกตเป็นการเรียนรู้โดยค้นพบหรือใช้วิธีอุปนัย (Inductive Process)

2. การแตกย่อยมโนทัศน์ (Concept assimilation) หมายถึงกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์แบบอุปนัย (Deductive Process) โดยรู้คำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมกับยกตัวอย่างของมโนทัศน์และคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ (Critical attributes) ของมโนทัศน์นั้นซึ่งเด็กโตจนถึงผู้ใหญ่จะใช้กระบวนการแตกย่อยมโนทัศน์นี้

Merrill and Tennyson (1977: 9 อ้างถึงใน ธีรนาถ ธงงาม, 2548: 18) กล่าวว่านักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ได้เมื่อได้แสดงพฤติกรรมการจัดกลุ่มซึ่งประกอบด้วยพฤติกรรม 2 พฤติกรรมคือ การจัดสิ่งเร้าต่างๆ เป็นกลุ่มเดียวกัน (Generalize within a class) คือการจัดสิ่งเร้าอยู่ในกลุ่มเดียวกันได้เมื่อพิจารณาคุณลักษณะของสิ่งเร้า และการจำแนกระหว่างกลุ่ม (Discriminate between classes) คือการจำแนกสิ่งเร้าต่างชนิดกันให้อยู่ต่างกลุ่มกันได้

ปราณี รามสูต (2528: 138) กล่าวว่ามโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์และกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์นั้นเกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าบุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเอาเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้นก็เกิดการคิดหาเหตุผลมีการประสมประสาน (Integration) กันระหว่างการรับรู้ความจำและความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้นการมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้นๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร (Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generalization) ลักษณะของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534: 111) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้เป็นลำดับขั้น 6 ขั้นดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็นได้ยินและได้สัมผัสมาก่อน

2. จากประสบการณ์เดิมของผู้เรียนจะนำความรู้นั้นมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ

3. ผู้เรียนจะเริ่มพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้น

4. ตั้งสมมติฐานว่ามโนทัศน์นั้นคืออะไร

5. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น

6. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้าซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกันหากปรากฏว่าถูกก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกตและคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้

ชัยพร วิชชาวุธ (2519: 6) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มมาจากผู้เรียนมีประสบการณ์ได้แก่การเห็นการได้ยิน

2. เมื่อเกิดประสบการณ์ขึ้นผู้เรียนจะเริ่มสังเกตรายละเอียดปลีกย่อยของประสบการณ์และคิดเปรียบเทียบเช่นรูปที่เห็นมีสีอะไรรูปร่างเป็นอย่างไรสิ่งของทั้งสองอย่างมีอะไรที่เหมือนกันและอะไรที่ต่างกัน

3. จากการสังเกตในข้อ 2 ผู้เรียนจะตั้งสมมติฐานว่ามโนทัศน์คืออะไร

4. ผู้เรียนทดสอบสมมติฐานถ้าผลปรากฏว่าถูกก็จะคงสมมติฐานไว้ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกตและตั้งสมมติฐานใหม่จนถูกต้อง

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 236) ได้อธิบายถึงขั้นตอนกระบวนการเกิดมโนทัศน์

1. เมื่อมีมโนทัศน์ที่ต้องการให้เรียนรู้ผู้เรียนต้องใช้สิ่งต่างๆที่ปรากฏแล้วนำไปคิดและจดจำประสบการณ์ต่างๆทั้งหมด

2. มีการตั้งสมมติฐานจากการสังเกตคิดจำและจากประสบการณ์เดิมที่เคยได้เรียนรู้มาก่อนหลายๆสมมติฐาน

3. ทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้จากข้อ 2 ทีละสมมติฐาน

4. ถ้าสมมติฐานใดถูกต้องให้คงไว้ถ้าผิดก็ทิ้งไปย้อนไปดูมโนทัศน์ใหม่เพื่อตั้งสมมติฐานใหม่แล้วทำการทดสอบต่อไป

5. เลือกสมมติฐานที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุดไปใช้ในการเรียนรู้มโนทัศน์นั้นตลอดจนเรียนรู้มโนทัศน์อื่นๆที่คล้ายมโนทัศน์นั้น

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55 – 56) กล่าวว่าคนเราจะเรียนรู้มโนทัศน์ไม่ได้เลยถ้าไม่มีประสบการณ์ดังนั้นบุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมีมโนทัศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน โดยการเรียนรู้มโนทัศน์จะเริ่มขึ้นเมื่ออินทรีย์ (Organism) ได้รับการกระตุ้นจากสิ่งเร้า(Stimuli) ก็จะเกิดการรับรู้ (Sensation) และการตีความ (Meaning) ในตอนนี้นักเรียนจะเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย(Perception) แล้วเก็บความรู้นี้ไว้ในความทรงจำ (Memory) ต่อมาเมื่อได้รับสิ่งเร้าใหม่ก็จะเกิดการรับรู้เปรียบเทียบภาพของสิ่งเร้าใหม่กับสิ่งเร้าเดิมซึ่งนักเรียนอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก แต่ถ้าครูบอกว่าสิ่งเร้าใหม่นี้คืออะไรนักเรียนอาจจะแยกแยะออก ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถแยกแยะความแตกต่าง (Discrimination) ระหว่างสิ่งเร้าเดิมกับสิ่งเร้าใหม่ได้ทันทีและยังได้เก็บการรับรู้ที่มีความหมายเกี่ยวกับสิ่งเร้าใหม่ไว้ในความทรงจำอีกด้วย ต่อมาเมื่อนักเรียนได้รับสิ่งเร้าอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรกแต่มีลักษณะแตกต่างออกไป เช่น อาจจะมีสีหรือขนาดรูปร่างต่างกัน เมื่อครูบอกว่าสิ่งเร้านี้เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรกนักเรียนก็จะสามารถสรุปมโนทัศน์ของสิ่งเร้าแรกได้

จากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่ากระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถเรียนรู้ได้ผ่านการได้รับประสบการณ์หรือสิ่งเร้าเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์จากนั้นผู้เรียนจะต้องมองเห็นความแตกต่างและสามารถแยกแยะของสิ่งที่เป็นมโนทัศน์และสิ่งที่ไม่ใช่มโนทัศน์จากตัวอย่างที่ให้มาแล้วนำมาสัมพันธ์กับความคิดเพื่อตั้งเป็นสมมติฐานของตนเองเพื่อนำไปสู่การสรุปรวมเป็นลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้นได้

2.5 การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นสิ่งที่สำคัญมากต่อการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ซึ่งขั้นตอนหรือแนวคิดเกี่ยวกับการสอนที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้เสนอแนะไว้หลากหลายรูปแบบ ดังนี้

De Cecco, 1968: 402-416) ได้เสนอขั้นตอนในการสอนมโนทัศน์ไว้เป็นขั้นๆ ดังนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่าหลังจากที่เรียนมโนทัศน์แล้วนักเรียนจะสามารถทำอะไรได้บ้าง

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะเรียนและเลือกลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น (Dominance of Attribute) ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะครูควรลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลงเน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญโดยการจัดลำดับเป็นหมวดหมู่ให้ผู้เรียนได้เข้าใจง่ายขึ้น

3. สื่อสารภาษาแทนมโนทัศน์นั้นๆ ให้ชัดเจน

4. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษาโดยตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวกต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้นและจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องของมโนทัศน์นั้นออกไปได้

5. เสนอตัวอย่างทางบวกอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนพิจารณาว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ เพื่อต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปจากความคิดทั่วไปและตอบสนองสิ่งเร้าใหม่ได้

7. เสนอตัวอย่างใหม่ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลายๆ ตัวอย่างมาให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกหรือเกี่ยวข้องเท่านั้น

8. ให้นักเรียนให้อธิบายลักษณะของมโนทัศน์นั้นและเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายและใช้มโนทัศน์นั้นๆ

9. ตรวจสอบผลงานของนักเรียน รายงานผลและให้การเสริมแรง

Klausmeier and Ripple (1971: 422-423 อ้างถึงใน ยลนภา พลชัย, 2548: 26) ได้แนะนำวิธีการสอนมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ครูควรชี้แนะให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะของสิ่งเร้านั้นเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น

2. การใช้คำที่เหมาะสมการสอนมโนทัศน์ต้องให้นักเรียนใช้คำที่ใช้แทนมโนทัศน์นั้นครูควรให้ผู้เรียนสามารถใช้คำที่เหมาะสมกับมโนทัศน์นั้นหรือมโนทัศน์อื่นด้วย

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียนการสอนมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนทราบพื้นฐานนิยามโครงสร้างของมโนทัศน์นั้นเสียก่อนตั้งแต่ต้น

4. การพิจารณาการจัดลำดับของการเสนอตัวอย่างครูควรเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบให้มากพอที่นักเรียนจะเห็นลักษณะเฉพาะเพื่อให้เขาสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ได้

5. ส่งเสริมให้นักเรียนต้องการค้นคว้าครูควรให้ผู้เรียนมีทั้งความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาพอๆกับการที่เขามีอิสระในการตัดสินใจและรับผิดชอบสิ่งที่ตนกระทำ

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ครูควรมีส่วนช่วยเหลือให้นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

7. ให้ผู้เรียนรู้จักวัดผลตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ถ้าไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

Klausmeier (1985: 278 – 279) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนมโนทัศน์แล้วพบว่าลำดับการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนพอสรุปลำดับขั้นได้เป็น 4 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นรูปธรรม (Concrete Level) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะสามารถจดจำวัตถุต่างๆ ได้และสามารถนึกถึงชื่อของสิ่งเหล่านั้นได้ เช่น เด็กๆ สามารถเรียนรู้คำว่า “สุนัข” ได้

2. ขั้นรวมกลุ่ม (Identity Level) เป็นระดับการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสามารถจดจำสิ่งใดสิ่งหนึ่งได้ในสถานการณ์ที่แตกต่างกันได้ ลักษณะที่แสดงว่าผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในขั้นนี้ได้คือสามารถที่จะสรุปความคล้ายคลึงและมองเห็นลักษณะของมโนทัศน์ในรูปทั่วไป (Generalization) ได้ เช่น เมื่อกล่าวถึง “สุนัข” ผู้เรียนก็สามารถที่จะเข้าใจว่าสุนัขเป็นอย่างไร ไม่ว่าจะอยู่ในสถานการณ์ใดก็ตาม

3. ขั้นจำแนกจำพวก (Classification Level) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะสามารถจัดประเภทสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันเข้าไว้ด้วยดัน เช่น ลักษณะของสุนัข นั้นจะไม่เกี่ยวข้องกับรูปร่าง ขนาด สายพันธุ์ เป็นต้น

4. ขั้นนามธรรม (Formal Level) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะสามารถสื่อสารมโนทัศน์ อธิบายความหมาย และจำแนกให้เห็นความแตกต่างของมโนทัศน์กับสิ่งที่ไม่ใช่มโนทัศน์ได้ ถือว่าเป็นระดับที่ผู้เรียนเรียนรู้มโนทัศน์ได้สมบูรณ์

Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547: 64) ได้นำเสนอโมเดลการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) ซึ่งเป็นโมเดลนี้เป็นโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โมเดลประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้างข้อมูลอาจมาจากผู้เรียนผู้สอนหรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอนผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่และเพียงพอหรือยังหรือสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติมสิ่งใดควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Groping) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเองผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่าใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่มซึ่งเกณฑ์ หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่มเพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทของข้อมูล (Expanding the Category) จากกลุ่มข้อมูลที่ผู้เรียนจัดได้ในขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนกโดยให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำผู้สอนและผู้เรียนคนอื่นๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้องการอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่างๆ ของข้อมูลผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ในขั้นนี้ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายว่าสิ่งต่างๆ ที่อยู่ประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไรหรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือสรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่างๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

Cooney, Davis and Henderson (1983: 92 อ้างถึงใน วัชรสันต์ อินธิสาร, 2547: 37 – 39) ได้นำเสนอขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้มูฟ (Moves) หมายถึงรูปแบบของภาษาที่ใช้ในการอธิบายหรือบอกความรู้ ซึ่งมีกระบวนการสอนอยู่ 3 ขั้นตอน คือ การสอน

มโนทัศน์ (Teaching) การนำเสนอมโนทัศน์ (Present) และการให้ความกระจ่างเกี่ยวกับมโนทัศน์ (Clarify) ในการสอนจะแยกเป็นขั้นตอนย่อยๆ ได้ดังนี้

1. การให้บทนิยาม (Defining) สำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณลักษณะที่เด่นชัดจำเป็นต้องให้บทนิยามแต่ในมโนทัศน์ที่มีคุณลักษณะไม่ชัดเจนอาจจะไม่ต้องแสดงก็ได้

2. การกล่าวถึงเงื่อนไขที่เพียงพอ (Stating a Sufficient Condition) การให้เงื่อนไขที่เพียงพอจะช่วยให้นักเรียนจะสามารถหาสิ่งที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ได้

3. การให้ตัวอย่างหนึ่งตัวอย่างหรือมากกว่าหนึ่งตัวอย่าง จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์มากขึ้น และชัดเจนขึ้น แต่ในมโนทัศน์ที่มีความเป็นนามธรรมมากอาจจะไม่สามารถใช้ได้

4. การยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผล (Giving an Example With a Reason) การให้นักเรียนอธิบายว่าเหตุใดสิ่งที่ยกมาจึงเป็นตัวอย่างของมโนทัศน์การให้เหตุผลเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอวิธีนี้เหมาะกับนักเรียนที่เรียนช้า

5. การเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่าง (Comparing and Contrasting) ให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งที่คุ้นเคยมาก่อนแล้วค่อยๆ ให้สิ่งที่คุ้นเคยน้อยลงจนนักเรียนมองเห็นสิ่งที่คล้ายคลึงกันและแตกต่างกันแล้วนำคุณลักษณะนั้นมาเปรียบเทียบกัน

6. การยกตัวอย่างค้าน (Giving a Counter examples) ให้ตัวอย่างที่แสดงการพิสูจน์แย้งนัยทั่วไปที่ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างค้านจะแสดงได้ในสองลักษณะคือ ยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง

7. การกล่าวถึงเงื่อนไขที่จำเป็น (Stating a Necessary Condition) การให้นักเรียนทราบเงื่อนไขที่จำเป็นเพื่อจะทำความเข้าใจในมโนทัศน์นั้น เช่นนักเรียนบอกว่ารูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านสองด้านขนานกันจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเป็นเพราะนักเรียนไม่เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นคือด้านที่อยู่ตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยมนั้นจะต้องขนานกันด้วย

8. การกล่าวถึงเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ (Stating a Necessary and Sufficient Condition) การให้นิยามของบางมโนทัศน์อาจจะต้องผ่านมโนทัศน์อื่นๆ จึงจะชัดเจนจึงจำเป็นต้องกล่าวถึงเงื่อนไขนั้นให้เพียงพอ

9. การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างหนึ่งตัวอย่างหรือมากกว่าหนึ่งตัวอย่าง (Giving One Non-example or More Non-examples) การเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะต้องใช้การวิเคราะห์สิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างควบคู่กันไปจนนักเรียนสรุปเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้การยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์นั้นได้กระจ่างชัดขึ้นควรใช้หลังจากให้บทนิยามแล้วหรือเมื่อนักเรียนมีมโนทัศน์ที่สับสนเกี่ยวกับเงื่อนไขที่จำเป็น

10. การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผล (Giving an Non-example With a Reason) การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผลว่าเหตุใดจึงไม่เป็นตัวอย่างจะช่วยให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงระหว่างเงื่อนไขที่จำเป็นกับสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง

11. การยกคุณลักษณะที่ไม่ใช่เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ (Giving a Characteristic With Is Neither Necessary Nor Sufficient Condition) บางครั้งในการสอนผู้สอนจำเป็นต้องยกสิ่งที่เป็นคุณลักษณะของมโนทัศน์แทนการยกสิ่งที่เป็นตัวอย่าง

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 50) ได้กล่าวถึงวิธีการสอนมโนทัศน์ไว้ 2 ลักษณะดังนี้

1. การสอนแบบนิรนัย (Deductive Method) หมายถึงกระบวนการที่ครูผู้สอนสอนจากกฎ ทฤษฎี หลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริง หรือข้อสรุป ตามวัตถุประสงค์ในบทเรียน จากนั้นจึงให้ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างหรืออาจให้ผู้เรียนฝึกนำทฤษฎี หลักการ หลักเกณฑ์ กฎ หรือข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย จนสามารถเข้าใจกฎเกณฑ์ ทฤษฎี ข้อสรุปเหล่านั้นอย่างลึกซึ้ง ซึ่งมีกระบวนการสอน ดังนี้

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนและบอกให้ผู้เรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่จะสอน
3. ผู้สอนนำเสนอสิ่งที่เป็นทั้งตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่จะสอน
4. ให้ผู้เรียนพิจารณาคัดเลือกสิ่งที่เป็นทั้งตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่สอน
5. ให้ผู้เรียนคิดและนำเสนอตัวอย่างใหม่ของความคิดรวยอดที่สอน
6. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์ที่สอนนี้เป็นอย่างไร

2. การสอนแบบอุปนัย (Inductive Method) หมายถึง กระบวนการที่ผู้สอนสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยหรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ หรือกฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริง หรือข้อสรุป โดยการนำเอาตัวอย่างข้อมูล เหตุการณ์ สถานการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่มีหลักการแฝงอยู่มาให้ผู้เรียนศึกษาสังเกตทดลองเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์จนสามารถสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเองซึ่งมีกระบวนการสอน ดังนี้

1. กำหนดมโนทัศน์ที่สอนแต่ยังไม่บอกให้ผู้เรียนทราบก่อน
2. ผู้เสนอตัวอย่างอาจจะเป็นคำวลีข้อความสั้นๆแล้วให้ผู้เรียนพิจารณาเลือกว่าตัวอย่างเหล่านี้มีอะไรบ้างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันได้และอะไรบ้างที่ไม่เข้ากลุ่มกัน
3. ให้ผู้เรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ร่วมกันในตัวอย่างอยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้น

4. ให้ผู้เรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านั้น

5. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบายความหมายของคำวลีหรือข้อความ

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสอนมโนทัศน์ที่นักการศึกษาได้เสนอไว้นั้น สรุปได้ว่า ขั้นตอนการสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์นั้นมีหลากหลายวิธีขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย เช่น วัยของผู้เรียน และประสบการณ์ของผู้เรียน การออกแบบการเรียนรู้ การสอน และการประเมินผลของครู เป็นต้น

2.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผลหลังจากที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์หนึ่งๆ แล้วเป็นสิ่งที่สำคัญที่จะทำให้ทราบได้ว่าผู้เรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้มากน้อยเพียงใด ซึ่งวิธีการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

Wilson (1971: 645 – 670 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 62) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นหมายถึงความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน เช่น

1. มุมต่อไปนี้ มุมใดเป็นมุมป้าน

ก. 45° ข. 90°

ค. 180° ง. 225°

2. ข้อใดมีการเรียงลำดับเศษส่วนที่มีค่าเข้าใกล้ 1 ได้ถูกต้อง

ก. $\frac{3}{4},\frac{3}{2},\frac{1}{3},\frac{7}{8},\frac{4}{3}$ ข. $\frac{7}{8},\frac{3}{4},\frac{4}{3},\frac{3}{2},\frac{1}{3}$

ค. $\frac{1}{3},\frac{3}{4},\frac{7}{8},\frac{4}{3},\frac{3}{2}$ ง. $\frac{3}{2},\frac{1}{3},\frac{3}{4},\frac{7}{8},\frac{4}{3}$

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวัดความคิดในเชิงนามธรรมคือความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์วิธีการในทางคณิตศาสตร์เพื่อดูว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้นข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา เช่น

1. ไก่ 50 ตัวราคา 600 บาทจะหาราคาไก่ 1 ตัวจะคิดโดยวิธีใดที่เร็วที่สุด

ก. วิธีบวก ข. วิธีลบ

ค. วิธีคูณ ง. วิธีหาร

2. ขายของอย่างหนึ่งได้กำไร ร้อยละ 5 หมายความว่าอย่างไร

ก. ทุน 95 ขายไป 100 ข. ทุน 100 ขายไป 105

ค. ทุน 100 ขายไป 95 ง. ทุน 105 ขายไป 100

จากแนวคิดข้างต้นจะเห็นได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจซึ่งเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

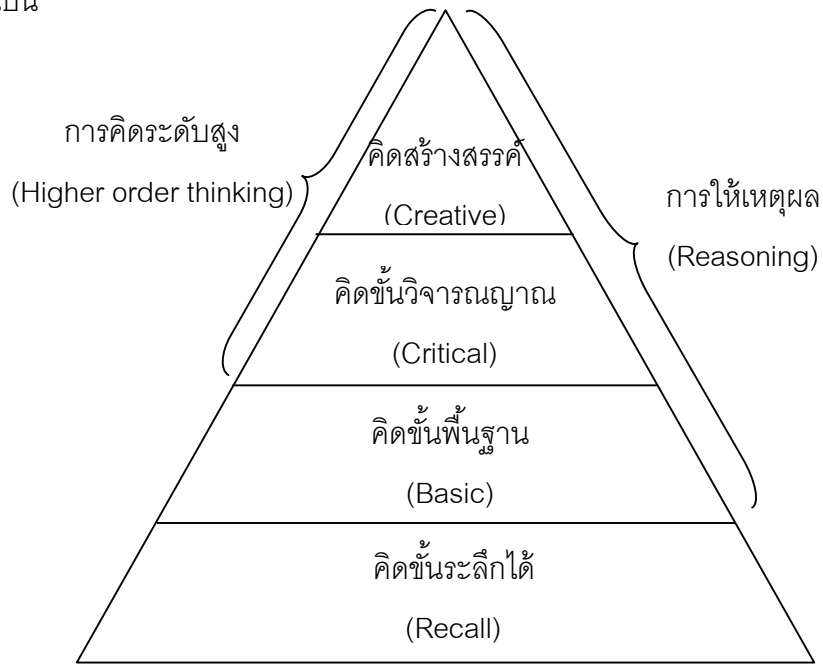
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญเนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยหลักของเหตุและผล ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาบางท่านได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความหมายเดียวกับ การคิดทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Greenwood (1993: 144) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูปหาสถานการณ์ร่วมของปัญหาระบุข้อผิดพลาดและสร้างยุทธวิธีใหม่การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ นอกจากนี้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้นแต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

Krulik and Rudnick (1993: 3 – 5) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้สรุปได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการคิดหาข้อสรุปจากการสังเกต และการดาดเดาจากข้อมูลที่กำหนดให้ เพื่อนำมาสร้างข้อความคาดการณ์และผู้เรียนต้องสามารถที่จะอธิบายและแสดงเหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้นซึ่งข้อสรุปข้างต้นนั้นก็จะมีความเกี่ยวข้องกับการสร้างความรู้ใหม่ต่อไป

Krulik and Rudnick (1993: 3 – 5) ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้นคือการคิดขั้นระลึกได้ (Recall) เป็นความสามารถในระลึกข้อเท็จจริงต่างๆ ได้ เป็นการคิดที่เกี่ยวกับพื้นฐานความรู้เดิมที่มีอยู่ ทำให้สามารถคิดได้โดยอัตโนมัติ เช่น $3 \times 2 = 6$ เป็นต้น การคิดขั้นพื้นฐาน(Basic) เป็นขั้นของความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานในชีวิตประจำวันเช่น การบวก ลบ คูณ หาร ซึ่งสามารถคิด

แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้การคิดขั้นวิจารณญาณ (Critical) เป็นการคิดที่ใช้ในเชื่อมโยง ตรวจสอบและประเมินค่าลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหาประกอบด้วยการจำการเรียนรู้การวิเคราะห์ข้อมูลเชื่อมโยงข้อมูลเพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้และการคิดสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ต้องอาศัยการปะติดปะต่อความรู้ และนำไปขยายต่อยังความคิดใหม่ๆ ซึ่งการให้เหตุผลนี้ Krulik and Rudnick กล่าวว่า เป็นระดับการคิดที่สูงกว่าขั้นระลึกได้ (recall) ขึ้นไป ดังแสดงให้เห็นในภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 1 แสดงลำดับการคิดของ Krulik and Rudnick (1993: 3)

O'Daffer and Thornquist (1993: 43) ได้กล่าวว่า การคิดให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด การสรุปแนวคิด และการค้นหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้นๆได้

NCTM (1989: 7) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการสำรวจ การสืบสอบ การนำเสนอ การอธิบายข้อคาดการณ์ และการตรวจสอบข้อคาดการณ์ได้

NCTM (2000: 56) ได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับผู้เรียนในระดับอนุบาล – ระดับ 12 ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลในการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543: 21) กล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นในเรื่องการให้เหตุผลและการสร้างความสามารถในการพิสูจน์เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. สามารถเข้าใจและตระหนักในคุณค่าของการเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการพิสูจน์สิ่งที่สำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป

2. สามารถที่จะคาดการณ์และสืบสวนการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. สามารถพัฒนาและประเมินข้อใต้แย้งทางคณิตศาสตร์และสามารถพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

4. สามารถเลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลต่างๆที่มีความเหมาะสมได้

ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544: 144) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่าเป็นการคิดอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยๆ ดังนี้

1) สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้

2) สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัยพิจารณาข้อเท็จจริงได้

3) สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัยพิจารณาข้อเท็จจริงได้

สถาบันส่งเสริมการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่าหมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และ/หรือความคิดสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ หาความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540: 42) กล่าวถึงการใช้เหตุผลไว้สรุปได้ว่าการใช้เหตุผลเป็นทักษะการคิดที่เป็นแกนหรือทักษะการคิดทั่วไป ที่ประกอบด้วยทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. การพิจารณาและระบุให้ชัดเจนได้ว่าผลที่เกิดขึ้นนั้นคืออะไร
2. การพิจารณาเหตุการณ์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นก่อนผลนั้นแล้วระบุได้ว่ามีเหตุการณ์หรือสิ่งใดที่ความสัมพันธ์กับผลที่เกิดขึ้น
3. พิจารณาแล้วตัดสินได้ว่าเหตุการณ์หรือสิ่งหนึ่งสิ่งใดที่เกิดขึ้นเป็นผลมาจากสิ่งใด

จากความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล หรือ

ข้อเท็จจริงต่างๆ ที่กำหนด และเชื่อมโยงความรู้ในการหาข้อสรุป รวมทั้งสามารถแสดงแนวคิดในการยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของตน

3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญต่อการดำรงชีวิตและการพัฒนาด้านต่างๆ อย่างมากมาย เป็นเครื่องมือสำคัญที่ช่วยให้มนุษย์สามารถคิดค้นสิ่งต่างๆ ทำให้คนเรามีความแตกต่างจากสัตว์ ซึ่งมีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้กล่าวเกี่ยวกับความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

Alice and Shirel (1999: 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผลกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Baroody (1993: 2-60) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้สรุปได้ว่าการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นเพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนานอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริงกฎและการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมายและทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่นๆได้

Kahney (1993: 103) ได้กล่าวเกี่ยวกับการให้เหตุผลว่าเป็นวิธีการที่คนเราจะสร้างตัวแทนหรือทำความเข้าใจปัญหา

Stiggins (1997: 6) ได้กล่าวว่าการทำความเข้าใจโดยใช้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดีในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่างๆ เข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

NCTM (2000: 29) ได้กำหนดให้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และกล่าวว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆได้อย่างกว้างขวางและได้กล่าวถึงวิชาคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลว่าจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ระดับดังนี้

ระดับอนุบาล-เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้สมบัติความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆในการอธิบายแนวคิด

3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ

4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5–8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์

3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง

5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9-12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผลโดยมุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา

2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้

3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล

5. อ้างเหตุผลอย่างง่ายได้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2548: 1) ได้กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เกิดความมั่นใจเชื่อว่าคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผลและนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้และเขายังสามารถที่จะค้นพบอะไรใหม่ๆได้เองด้วย นักเรียนที่เรียนด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลจะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมีระบบและจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของผู้เรียน

จากความสำคัญของการให้เหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การตัดสินใจและการหาข้อสรุป อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานการคิดในขั้นสูงเพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3.3 รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Heller; et al (1989: 209-211 อ้างถึงใน จิตติมา ชอบเอียด, 2551: 28-29) ได้แบ่งประเภทปัญหาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาการให้เหตุผลแบบบอกทิศทางเชิงคุณภาพ (Qualitative Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพปัญหาที่ใช้เป็นเหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้เรียกว่าคำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไรอาจเพิ่มลดลงหรือเท่าเดิมเมื่อกำหนดให้เศษและส่วนมีค่าเพิ่มขึ้นลดลงหรือเท่าเดิมโดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะดังนี้

1.1 เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้นค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

1.2 เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิมค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.3 เศษเพิ่มและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.4 เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้นค่าของอัตราส่วนลดลง

1.5 เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิมค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม

1.6 เศษเท่าเดิมและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.7 เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้นค่าอัตราส่วนลดลง

1.8 เศษลดลงและส่วนเท่าเดิมค่าอัตราส่วนลดลง

1.9 เศษลดลงและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

2. ปัญหาการให้เหตุผลแบบบอกทิศทางเชิงตัวเลข (Number Directional Reasoning Problems) คือเป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลขโดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปรการเปรียบเทียบเชิงตัวเลขเช่น $A=\frac{8}{24}$ เท่ากับ $B=\frac{x}{3}$ แล้วให้หาค่า x สามารถทำได้โดยหาค่า x ซึ่งในการหาค่าx สามารถทำได้โดยให้ $\frac{8}{24}=\frac{x}{3}$ จะได้ $x = 1$

O'Daffer (1990: 378) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่งๆเพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้วเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody (1993: 59) ได้จำแนกชนิดของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิดคือ

1. การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจจึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึกการให้เหตุผลแบบหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐานซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการใช้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไปมีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้ายๆ กันคือการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซตเป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะการให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกันหาแบบรูปกฎและข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้วหรือที่เรียกว่าเหตุสามารถกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยเพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไปในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้ามคือจะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหากรณีเฉพาะเชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุดเนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

Stiggins (1997: 6 – 7) ได้กล่าวถึงรูปแบบการให้เหตุผลไว้ 3 แบบได้แก่การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ และการให้เหตุผลในการประเมินโดย ได้อธิบายไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้นๆเป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อยๆเมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียดหรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาแล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่าสิ่งนั้นๆ มีอะไรที่เหมือนกันมีอะไรที่ต่างกันในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกันบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกันการใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้งมีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าอย่างไรที่ถือว่าเหมือนกันอย่างไรถือว่าต่างกันก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative Reasoning) เป็นการใช้เหตุผลประเมินเมื่อเราตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผลอาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน นอกจากนี้ Stiggins ยังได้กล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่นๆ อีกได้แก่

การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการนำข้อมูลต่างๆมาหลอมรวมเป็นข้อสรุปหรือเป็นการนำข้อมูลจากหลายๆแหล่งมาทำความเข้าใจและหาข้อสรุปเช่นการสอนแบบเป็นหัวเรื่อง (Thematic) ที่นำการให้เหตุผลและความรู้จากหลายๆสาขาวิชาเช่นคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์และภาษา มาบูรณาการ ใช้การให้เหตุผลมาแก้ปัญหาทางสังคมหรือทางวิทยาศาสตร์เป็นต้น

การจำแนก (Classifying) เป็นการจัดแบ่งประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืช ประเภทของสัตว์ ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องการจำแนกเป็นอย่างดีและอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก

การอนุมาน (Inferential) เป็นการให้เหตุผลให้ได้มาเป็นผลผลิต เช่น ได้หลักการข้อสรุปเป็นการหากรณีทั่วไปจากหลักฐานกล่าวคือใช้ความจริงจากกรณีหนึ่งๆนำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไปและในทางกลับกันการให้เหตุผลที่อ้างอิงกฎหรือกรณีทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาก็ถือเป็นการให้เหตุผลแบบอนุมาน

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2550: 10-11) ซึ่งได้ศึกษาการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาปลายเปิดโดยเน้นการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไว้ 3 แบบคือ

1. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (proportional reasoning) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงซึ่งผู้เรียนจะใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ

2. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (spatial reasoning) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิเกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงปริภูมิของบุคคลโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับการให้เหตุผลเกี่ยวกับคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปสองมิติและรูปทรงสามมิติ

3. การให้เหตุผลเชิงนามธรรม (abstracting reasoning) การให้เหตุผลเชิงนามธรรมเป็นลักษณะของการให้เหตุผลขั้นสูงที่สามารถอธิบายและให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นนามธรรมได้โดยที่ไม่ต้องอาศัยการอ้างอิงสิ่งที่เป็นรูปธรรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 39) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 3 แบบดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ (intuitive reasoning) การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ของคนเราไม่ได้เกิดขึ้นมาจากพิจารณาถึงข้อเท็จจริงหรือหลักฐานใดๆ แต่เกิดจากการที่คนเรานั้นรู้สึกถึงได้ว่าน่าจะเกิดเหตุการณ์ที่ตัวเองรู้สึกได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการมองหารูปแบบและสร้างรูปทั่วไปและข้อความคาดการณ์จากการสังเกตตัวอย่างเป็นจำนวนมากแล้วนำมาสร้างเป็นข้อสรุปลักษณะของการให้เหตุผลชนิดนี้มักจะเกิดในชีวิตประจำวันบ่อยๆ รวมถึงการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนด้วยครูมักจะให้นักเรียนใช้เหตุผลประเภทนี้หาคุณสมบัติของสิ่งต่างๆ ที่ครูต้องการ

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัยใช้เพื่อแสดงความถูกต้องของการให้เหตุผลชนิดต่างๆได้เป็นอย่างดีในแง่ของการตรวจสอบข้อสรุปและสร้างเหตุผลสนับสนุนที่น่าเชื่อถือลักษณะของการให้เหตุผลชนิดนี้จะมีความเป็นทางการมากกว่าแบบนิรนัยการพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะนำไปสู่การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีได้

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547: 48) ได้แบ่งการคิดเชิงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. การคิดเชิงเหตุผลแบบอุปนัย เป็นการสร้างข้อสรุปจากการปฏิบัติหลายๆ กรณี หรือพูดอีกนัยหนึ่งคือ การสรุปจากส่วนย่อยๆ ไปสู่ส่วนใหญ่ ซึ่งครูต้องระมัดระวังและทำความเข้าใจกับนักเรียนด้วยว่า การเปรียบเทียบ 2 – 3 กรณีแล้วมาสรุปเป็นหลักการเป็นเพียงแนวทางหนึ่งในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้มีการค้นพบไว้แล้วเท่านั้น

2. การคิดเชิงเหตุผลแบบนิรนัยเป็นไปในทางตรงกันข้ามกับการคิดเชิงเหตุผลแบบอุปนัย คือ เป็นการสรุปจากส่วนใหญ่ไปยังส่วนย่อย

จากการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาหลายท่าน ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สรุปรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ลักษณะคือ

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive reasoning) หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ที่ได้จากการสังเกตสิ่งที่ร่วมกันหลายๆ ตัวอย่าง และนำสิ่งเหล่านั้นมาสรุปในรูปแบบทั่วไป

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) หมายถึง ความสามารถในการใช้กฎ ข้อตกลง บทนิยาม หรือสิ่งที่เคยรับทราบมาก่อนว่าเป็นจริง มาใช้ในการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความจริงเหล่านั้น และสามารถหาข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลได้

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการหาคำตอบในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง

3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

จากที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นจะเห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเรียนรู้สิ่งต่างๆ จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่นักการศึกษาและครูควรให้ความสนใจและพยายามค้นหาวิธีการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน ซึ่งมีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้นำเสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

Brandt (1984: 3) ได้มีการกล่าวถึงการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลไว้ 3 ทางคือ

1. แนวการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for Thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชาโดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2. แนวทางการสอนการคิด (Teaching of Thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำไปใช้ในการคิดโดยเฉพาะโดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรงแนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทางตามความเชื่อพื้นฐานของผู้จัดสร้างแนวทางการสอน

3. แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระการสอนโดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเองโดยรู้ว่าตนกำลังทำอะไรต้องการรู้อะไรและในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไรซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเองแนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาเพิ่มขึ้นโดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเพื่อเป็นแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

NCTM (2000: 345-346 อ้างถึงใน พงศธร มหาวิจิตร, 2550: 51) กล่าวว่าในการพัฒนาความคิดและการให้เหตุผลของนักเรียนควรทำเป็นประจำครูต้องมีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีครูต้องจัดบรรยากาศในการเรียนคณิตศาสตร์ครูต้องแสดงให้เห็นความสำคัญของสิ่งที่รู้อย่างมีเหตุผลในเรื่องรูปแบบและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินความสมเหตุสมผลข้อเสนอที่ได้อภิปรายไว้นักเรียนต้องพัฒนาความเชื่อมั่นในความสามารถของการให้เหตุผลที่มีต่อคำถามที่มีเหตุผลทางคณิตศาสตร์อื่นๆวิธีนี้ทำให้นักเรียนเชื่อว่าตรรกศาสตร์สำคัญกว่าอำนาจภายนอกในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Rowan and Morrow (1993: 16 – 18) ได้กล่าวว่านอกจากการเตรียมกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแล้วยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมากครูต้องจัดบรรยากาศให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัวแต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 18) ได้ให้หลักการในการพัฒนาการให้เหตุผลว่ามีหลักการที่สำคัญดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น

2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผลควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน

4. การให้เหตุผลควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัยซึ่งควรจะปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

นอกจากจะต้องคำนึงถึงหลักการต่างๆ แล้วสิ่งที่ครูควรดำเนินการมีดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้างเช่นการให้เหตุผลการมีทักษะการนำไปใช้การตัดสินใจและสรุปผลได้มากน้อยเพียงใดครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญมีคุณค่าในชีวิตของนักเรียนและต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอนการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลสามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่องโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่นจัดให้มีการอภิปรายถามให้นักเรียนเล่าความคิดชี้แจงเหตุผลประกอบซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่ายๆเพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผลและการชี้แจงนี้จะเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเองทำความเข้าใจให้ชัดเจนขึ้นและปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผลตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผลครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียนปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุมเพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติมครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนปกติเช่นจัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ไม่ใช่เฉพาะโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้นให้มีการสร้างแบบรูปเองหรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆเป็นต้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 194–196) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่าการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ นอกจากนี้ยังได้เสนอแนะองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆโดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า“ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า…แล้วผู้เรียนคิดว่า…จะเป็นอย่างไร” ถ้าผู้เรียนที่ให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า“ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้องผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้างเพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้นในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลายโจทย์ปัญหาหรือ

สถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด(Open-Ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

อัครยา สังขจันทร์ (2543: 95-96) ได้กล่าวว่า การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้พัฒนาการคิดใช้เหตุผลวิเคราะห์แสดงความคิดเห็นและแสวงหาความรู้ด้วยตนเองดังนั้นบทบาทของผู้สอนจึงไม่ใช่การจัดบทเรียนโดยคำนึงว่า “จะสอนอะไร” แต่เป็นการจัดบทเรียนต่างๆโดยคำนึงว่า “ จะให้นักเรียนเรียนรู้อะไร ”

อัมพร ม้าคนอง (2547: 38) กล่าวว่าการฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Contexts) เช่นในขณะเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ หรือทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆ แยกจากสิ่งอื่น และผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายเหล่านั้นแต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้นและคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใดเป็นต้นการที่ให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ (NCTM, 1991)

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่าแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิดการวิเคราะห์และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกันโดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

3.6 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Cooney and Other (1999: 8 – 10 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2547: 143) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความสามารถการให้เหตุผลของผู้เรียนควรพิจารณาว่าผู้เรียนมีความสามารถดังนี้

1. การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เพื่อสร้างแบบรูปและข้อคาดการณ์
2. การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) ในการตรวจสอบข้อสรุปและสร้างเหตุสนับสนุนที่น่าเชื่อถือ
3. การใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) ในการแก้ปัญหา
4. การใช้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) ในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ พร้อมพรรณ อุดมสิน (2547: 143 – 146) ยังกล่าวเพิ่มเติมไว้สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนนั้นอาจประเมินได้จากการสังเกตจากการพูดคุย การเขียน หรือการกระทำทางคณิตศาสตร์ (Doing mathematics) โดยปกติแล้วผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อคาดการณ์จากตัวอย่างที่ผู้เรียนได้เห็นหรือได้แล้วมือทำ แล้วเกิดการพัฒนาข้อโต้แย้งซึ่งขึ้นอยู่กับความรู้ และข้อเท็จจริงที่นักเรียนมี ผู้เรียนอาจจะใช้สัญชาตญาณ (Intuition) เกี่ยวกับเหตุผลเชิงสัดส่วนและเชิงปริภูมิได้ในการแก้ปัญหา ซึ่งในการประเมินประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นทำได้หลายวิธี เช่น การอภิปราย หรือการอธิบายคำตอบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning)

ตัวอย่างที่ 1 นักเรียน 5 คนได้คะแนนจากการสอบเป็น 62, 75, 80, และ 92 จงหาคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้ง 5 คนและคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้ง 5 คนจะเพิ่มขึ้นเท่าใดเมื่อแต่ละคนได้คะแนนเพิ่มขึ้นเท่าๆ กันดังต่อไปนี้

1 คะแนน

5 คะแนน

8 คะแนน

x คะแนน

จงเขียนข้อสรุปในกรณีที่นักเรียนแต่ละคนได้คะแนนเพิ่มขึ้นเป็น x คะแนน และหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่แต่ละคนได้เพิ่มขึ้นกับคะแนนเฉลี่ยตัวใหม่

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้ แล้วเขียนสรุปสิ่งที่ค้นพบ พร้อมทั้งใช้เหตุผลว่าเป็นจริงได้อย่างไร โดยการพิสูจน์

$3^2 - 1 = 8$

$5^2 - 1 = 24$

$7^2 - 1 = 48$

$9^2 - 1 = 80$

$11^2 - 1 = 120$

2. การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning)

ตัวอย่างที่ 1 นักเรียนเชื่อหรือไม่ว่า ถ้าเพิ่มคะแนนให้นักเรียนแต่ละคนคนละเท่าๆ กันจะทำให้คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดเพิ่มขึ้นเท่ากับคะแนนที่นักเรียนแต่ละคนเพิ่มขึ้น จงเขียนข้อสนับสนุนหรือข้อคัดค้านที่น่าเชื่อถือ

ตัวอย่างที่ 2 ท่านเชื่อหรือไม่ว่าจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ (ยกเว้น 1) มีตัวประกอบ 3 ตัว ถ้าจริงจงพิสูจน์ หรือยกตัวอย่างค้านเมื่อไม่จริง

3. การใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning)

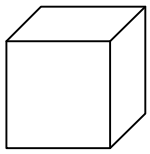
ตัวอย่างที่ 1 การเพิ่มเงินเดือน 10% ตามด้วยการตัดเงินเดือน 10% ทำให้เงินเดือนเพิ่มขึ้นหรือเงินเดือนลดลงหรือไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าเทียบกับการตัดเงินเดือน 10% ตามด้วยการเพิ่มเงินเดือน 10% และจงอธิบายว่าเมื่อใดที่ทั้งสองแบบได้รับผลเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 2 มีนักเรียนจำนวนเท่าใดในห้องเรียนที่ถนัดมือซ้าย ให้นักเรียนพิจารณาวิธีการตรวจสอบจำนวนนักเรียนที่ถนัดมือซ้าย และใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนหาจำนวนนักเรียนทั้งโรงเรียนที่ถนัดมือซ้าย

4. การใช้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning)

ตัวอย่างที่ 1 จะต้องตัดตามขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ดังภาพอย่างไรจึงจะได้รูปเหลี่ยม ดังต่อไปนี้

- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
- รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
- รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
- รูปสี่เหลี่ยมคางหมู



ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541: 106-136) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถด้านเหตุผลโดยเน้นความสามารถ 6 ด้านคือ

1. ด้านการจำแนกประเภท(Classification) เป็นความสามารถในการพิจารณาเปรียบเทียบกับสิ่งต่างๆว่าอะไรเหมือนกันมีอะไรต่างกันเพื่อนำมาสร้างกลุ่มหรือพวกขึ้นจะได้สามารถเปรียบเทียบว่าอะไรแตกต่างไปจากกลุ่มหรืออะไรมีคุณสมบัติเหมือนกันกลุ่มที่กำหนดให้ความสามารถด้านนี้เป็นความสามารถในการแยกแยะหรือวิเคราะห์คุณลักษณะของสิ่งต่างๆนั่นเอง

2. ด้านการอุปมาอุปไมย(Analogy) เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์หมายถึงความสามารถในการพิจารณาความเกี่ยวข้องกันของคำ 2 คำอ้างอิงไปยังความหมายของคำอีก 2 คำโดยผู้ที่จะมีความสามารถด้านอุปมาอุปไมยจะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการมองความหมายเหมือนหรือความหมายต่างของคำได้อย่างคล่องแคล่วและยังสามารถจัดกลุ่มพวกของคำหรือมโนภาพนั้นๆได้อย่างดีด้วยจึงจะสามารถเอามาเปรียบเทียบอุปมาอุปไมยได้เก่ง

3. ด้านอนุกรมภาพหรืออนุกรมมิติ เป็นความสามารถในการค้นหาระบบความสัมพันธ์กฎเกณฑ์ของรูปภาพซึ่งมีทั้งอนุกรมภาพธรรมดาจะเป็นไปในทิศทางเดียวกันส่วนอนุกรมที่มีทั้งแนวตั้งและแนวนอนจะมีความสัมพันธ์กันในหลายทิศทางเนื่องจากต้องคิดหลายทิศทางจึงเรียกอนุกรมนี้ว่าอนุกรมมิติ

4. ด้านสรุปความ เป็นแบบทดสอบที่อาศัยภาษาค่อนข้างมากแต่ก็เป็นการใช้ภาษาเพื่อไล่เลียงหาเหตุผลโดยโครงสร้างของตัวคำถามเป็นคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งคือตรรกวิทยา การเขียนข้อสอบแบบนี้จะประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อยเมื่อมีเหตุมาเป็นเครื่องพิจารณาแล้วก็สามารถประเมินลงสรุปได้ว่าเป็นอย่างไร

5. ด้านตัวร่วมหรือตัวต่างเป็นแบบทดสอบที่จะยกสิ่งต่างๆ มาให้พิจารณาส่วนใหญ่เป็นคำหรือจะใช้ภาพแทนก็ได้เมื่อยกมาแล้วให้ผู้สอบพิจารณาดูตัวร่วมของมันว่าน่าจะเป็นอย่างไรก่อนจะสามารถหาตัวร่วมหรือมโนทัศน์ซึ่งจะต้องวิเคราะห์ทุกๆ คำให้ดีอาจจะต้องใช้จินตนาการโยงความสัมพันธ์แต่ละสิ่งอย่างดีแล้วนำมาผสมกลมกลืนเป็นสิ่งใหม่ที่สามารถรับรู้และเข้าใจได้ตรงกันในทันที

6. ด้านการวิเคราะห์จุดประสงค์ของแบบทดสอบนี้จะให้ผู้ตอบคิดหาความสัมพันธ์เกี่ยวข้องของตัวแปรจากสถานการณ์ที่สมมติขึ้นมาซึ่งการสร้างสถานการณ์จะต้องเขียนให้มีความเกี่ยวพันกันอย่างซับซ้อน มิฉะนั้นผู้อ่านก็ไม่ได้ใช้ความสามารถด้านการวิเคราะห์

บุญชม ศรีสะอาด (2526: 44-51) กล่าวว่าความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลนั้นอาจเป็นทั้งแบบอนุมานอุปมานหรือเหตุผลทั่วๆไปโดยแบ่งลักษณะของข้อสอบวัดสมรรถภาพทางเหตุผลดังนี้

1. แบบอุปมาอุปมัย (Analogy) มี2 แบบใหญ่คือแบบที่เป็นภาษาและแบบที่เป็นรูปภาพหลักการก็คือจะให้หาความสัมพันธ์ในลักษณะเดียวกันกับความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

2. แบบจัดประเภทหรือจัดเข้าพวก(Classification) จะให้คิดพิจารณาดูว่ามีสิ่งใดที่เป็นประเภทเดียวกันกับสิ่งอื่นหรือมีสิ่งใดที่แตกต่างไม่เข้าพวกกับสิ่งอื่นๆ มีทั้งแบบที่เป็นรูปภาพกับแบบที่ถามเป็นภาษาแบบที่เป็นรูปภาพจะมีทั้งชนิดที่เป็นภาพที่มีความหมายและภาพที่ไม่มีความหมาย

3. แบบสรุปความ (Inference) จะกำหนดข้อความมาให้แล้วให้พิจารณาดูว่าจะต้องสรุปความอย่างไรจึงจะถูกต้องด้วยหลักเหตุผลมากที่สุด

4. แบบเรียงลำดับ (Series) มี 2 ประเภทคือประเภทที่เป็นตัวอักษรและที่เป็นรูปภาพ

5. แบบแผนภาพทางตรรกศาสตร์ (Logical Diagrams) จะมีแผนภาพ 5 ภาพแต่ละภาพแสดงความสัมพันธ์ในลักษณะต่างๆของ 3 พวกที่กำหนดให้โดยจะมีภาพหนึ่งที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง 3 พวกนั้นได้ถูกต้องที่สุด

6. แบบวิเคราะห์เหตุผล (Analytical Reasoning) จะมีข้อความหรือชุดของข้อความเป็นข้อๆ ให้พิจารณาแล้วตอบคำถามโดยยึดข้อความหรือชุดของข้อความดังกล่าวเป็นหลัก

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 50-52) ได้กล่าวว่าการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลนอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล

2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น

3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์

4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินผลควรจะคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไรเช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอนกล่าวคือเพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้นๆหรือไม่เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการประเมินเพื่อจุดประสงค์ในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่างๆตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลการประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวมโดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนนป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรมตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 121–123) ได้กล่าวเกี่ยวกับเกณฑ์การประเมินผู้เรียนด้านการให้เหตุผล ในการจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 และช่วงชั้นที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผลดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ดี	มีการอ้างอิงถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ควรแก้ไข	มีความพยายามในการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ต้องปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดความสามารถในการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุและผล ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบเป็นข้อสอบอัตนัยเพื่อวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยมุ่งให้นักเรียนได้เขียนเพื่อแสดงถึงแนวคิดสร้างข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนเกี่ยวกับแนวคิดของตนเองและเป็นการฝึกผู้เรียนให้รู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบิค ในการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในงานวิจัยครั้งนี้ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยนี้

คะแนน/ความหมาย	เกณฑ์การให้คะแนน
4 /ดีมาก	ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
3 /ดี	ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน
2 /พอใช้	ได้ข้อสรุปแต่ไม่ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปได้ชัดเจน
1 /ต้องปรับปรุง	ได้ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถหาข้อสรุปได้ แต่แสดงความพยายามในการอธิบายเหตุผล
0 /ไม่พยายาม	ไม่สามารถหาข้อสรุปได้ และไม่แสดงความพยายามในการอธิบายเหตุผล

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนแอบสแตรกชันมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

Bert van Oers and Mariëlle Poland (2007) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมที่เน้นโครงสร้างทางความคิด (schematising activities) ตามกระบวนการแอบสแตรกชัน ที่มีผลต่อการคิดเชิงนามธรรม (abstract thinking) ของเด็กนักเรียนชาวดัชต์อายุระหว่าง 5 – 7 ปี ซึ่งกิจกรรมที่เน้นโครงสร้างทางความคิดนั้นจะเน้นให้เด็กมีการคิดค้นรูปแบบหรือสัญลักษณ์ที่เป็นรูปธรรมเพื่อเป็นตัวแทนของสถานการณ์หรือแนวคิดต่างๆ โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันเข้ามามีบทบาทในส่วนของการการสื่อสาร การจดจำ การระลึกถึง และการจินตนาการ กับสถานการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของแนวคิดนั้นๆ ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมที่เน้นโครงสร้างทางความคิด (schematising activities)ตามกระบวนการแอบสแตรกชันจะทำให้เด็กสามารถลดความเป็นนามธรรมของสิ่งต่างๆ ลงได้ และแนวคิดที่เป็นนามธรรมจะเป็นสิ่งที่มีความหมายสำหรับเขา ซึ่งกระบวนการนี้จะทำให้เด็กเกิดการเชื่อมโยงแนวคิดที่เป็นรูปธรรมกับแนวคิดที่เป็นนามธรรม และช่วยเตรียมความพร้อมในการเรียนรู้แนวคิดที่เป็นนามธรรมต่อไปในอนาคต

Gray and Tall (อ้างถึงใน Mitchelmore and White, 2007b: 5) ได้ทำการสังเคราะห์และนำเสนอเกี่ยวกับกระบวนการแอบสแตรกชันในวิชาคณิตศาสตร์ในหลายหัวข้อเช่น จำนวนเต็ม เศษส่วน พีชคณิตและฟังก์ชัน จากหลากหลายประเทศ ได้แก่ อังกฤษ มาเลเซีย บราซิล และตุรกี พวกเขาอธิบายว่ากระบวนการแอบสแตรกชันทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นผ่านกลไกธรรมชาติของสมองมนุษย์ที่มีความซับซ้อน เกิดเป็นปรากฏการณ์ที่ถูกบีบอัด และกลายเป็นสิ่งที่พวกเขาเรียกว่ามโนทัศน์ที่สามารถคิดได้ (thinkable concepts)ข้อเสนอแนะจากงานวิจัยกล่าวว่าการพัฒนาการสอนมโนทัศน์ในระยะยาวนั้นควรจัดหลักสูตรที่ทำให้มีการผลิตมโนทัศน์ที่สามารถคิดได้ในทุกๆ ขั้นตอน ซึ่งสามารถทำได้ถ้านักการศึกษามีความตระหนักในกระบวนการแอบสแตรกชัน เช่น เมื่อนักเรียนต้องการเรียนสิ่งที่เรียกว่ามโนทัศน์แบบแยกส่วน (abstract-apart concepts) ควรได้รับการศึกษาจากแนวความคิดที่เป็นนามธรรมทั่วไป (abstract-general)

Hassan and Mitchelmore (2006) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับบทบาทของกระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อการเรียน เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง (Rate of change) ของนักเรียนอายุ 14 ปี จำนวน 11 คน เพื่อศึกษาความเหมาะสมของการโดยใช้โมเดลการสอนที่เน้นกระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์ของผู้เรียนเกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลง โดยศึกษา 2 โมเดลคือ โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ (the empirical abstraction model) ของ Mitchelmore and White ซึ่งจะเน้นการสร้างมโนทัศน์ผ่านการตระหนักรู้ถึงความคล้ายคลึงกันระหว่างบริบทที่มีรูปร่างภายนอกที่แตกต่างกันและ มีความใกล้ชิดกับประสบการณ์ของผู้เรียน (Mitchelmore and White 2004) กับ the nested RBC model ของ Hershkowitz, Schwarz, และ Dreyfus ซึ่งเน้นการสร้างมโนทัศน์ผ่านการปรับโครงสร้างความรู้เดิมที่มีมโนทัศน์นั้นอยู่ (Hershkowitz, Schwarz, and Dreyfus, 2001) โดยการประเมินมโนทัศน์ของผู้เรียนโดยใช้การสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า ในการเรียนรู้มโนทัศน์เกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงโดยใช้ the nested RBC model นั้นมีความเหมาะสมมากกว่าการใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ นอกจากนี้การสอนโดยใช้ the nested RBC model นั้นช่วยพัฒนาความเข้ามโนทัศน์เกี่ยวกับค่าเฉลี่ย และอัตราการเปลี่ยนแปลงอย่างทันที มากกว่าการสอนโดยใช้โมเดลการสอนของกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ แต่ผลการวิจัยพบว่าการสอนโดยใช้โมเดลการสอนของกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์จะมีส่วนช่วยในการเรียนรู้มโนทัศน์เกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของสิ่งรอบตัวในช่วงแรกของการเรียนเพื่อเชื่อมโยงความเข้าใจของเรื่องที่เรียนกับสถานการณ์จริง

Matino (1992: 1833-A อ้างถึงใน จรรยา ภูอุดม, 2544: 52) ได้ศึกษาว่านักเรียนสร้างความเข้าใจในแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์อย่างไร ในขณะที่ทำกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มย่อยในบรรยากาศที่ส่งเสริมการสนทนาเชิงคณิตศาสตร์และการแลกเปลี่ยนยุทธวิธีการแก้ปัญหาอย่างเปิดเผยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 3 คนของ Harding School ในรัฐนิวเจอซี ซึ่งครูได้เข้าร่วมโครงการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์ที่มุ่งส่งเสริมและพัฒนาศักยภาพครูให้เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับครูและเพื่อนๆ การศึกษารายกรณี (Case study) กับนักเรียน 3 คนติดต่อกันเป็นเวลา 3 ปี โดยเริ่มขึ้นขณะที่นักเรียนอยู่เกรด 2 ถึงเกรด 5 เก็บข้อมูลโดยใช้การอัดวีดีทัศน์กิจกรรมการแก้ปัญหากลุ่มย่อยของนักเรียนเฉพาะส่วนที่ต้องการพิจารณาอย่างเป็นระบบ และการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล มีการสร้างประวัติย่อของนักเรียนแต่ละคนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ผลการ

วิเคราะห์ข้อมูล พบว่านักเรียนจะมีการสร้างแนวคิดเริ่มต้นของตนเองก่อนที่แนวคิดของคนอื่นจะเข้ามา และเมื่อเวลาผ่านไปการแก้ปัญหาของนักเรียนจะเปลี่ยนจากผลลัพธ์ไปสู่กระบวนการพร้อมๆ กับการเริ่มให้ความสำคัญกับการติดตามกิจกรรมของตนเองมากขึ้น ยิ่งไปกว่านั้นการกลับมาสู่ปัญหาในสถานการณ์ที่เหมือนกันหรือปัญหาที่ขยายขึ้นในเวลาต่อมาทำให้นักเรียนมีโอกาสพัฒนาการหาเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์และแนวคิดที่สัมพันธ์กับการพิสูจน์มากขึ้น

White and Mitchelmore (2003) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการสอนตามแนวคิดของกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ (the empirical abstraction) ที่มีต่อมโนทัศน์เรื่องมุม ของนักเรียนเกรด 3 และ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ มีมโนทัศน์เรื่องมุมสูงกว่าก่อนทดลอง และนักเรียนมีมโนทัศน์ที่ผิดพลาดเรื่องมุมลดลงกว่าก่อนการทดลอง

ต่อมา White and Mitchelmore (2005) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีการสอนที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการคูณในการคำนวณเรื่อง อัตราเปอร์เซ็นต์ ของนักเรียน เกรด 6 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการคำนวณเรื่อง อัตราเปอร์เซ็นต์ ของนักเรียนลดลงกว่าก่อนการเรียน และนักเรียนความสามารถในการคำนวณเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์ได้อย่างเหมาะสม และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องเปอร์เซ็นต์ได้อย่างมีความหมาย และเหมาะสมมากขึ้นในบริบทที่แตกต่างกัน

Mithchemore and White (2007a) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนที่เรียกว่า “การสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน (Teaching for Abstraction Approach)” ที่มีต่อมโนทัศน์ และการประยุกต์เรื่องอัตราและอัตราส่วนของนักเรียนเกรด 8 โดยทำการศึกษานักเรียน 3 กลุ่ม คือ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง และกลุ่มต่ำ พบว่า นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม มีมโนทัศน์ เรื่องอัตราและอัตราส่วนสูงกว่าก่อนการทดลอง และสามารถแก้ปัญหาเรื่อง อัตราและอัตราส่วน ได้อย่างเหมาะสม

Steele (1996: online) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีการสอนแบบสร้างความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist learning theory) กับนักเรียนเกรด 4 โดยใช้การสังเกต การสัมภาษณ์ และการบันทึกวิดีโอ ใช้การวิจัยประมาณ 4 เดือนครึ่ง พบว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของครูมีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนแบบสร้างความรู้ด้วยตนเอง เช่น การวางแผนการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลของผู้เรียน และการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียนนอกจากนี้การสอนตามแนวคิด constructivist นั้นช่วยพัฒนาให้นักเรียนมีความมั่นใจในตนเองในการแสดงความคิดของเขา ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความรู้ และศักยภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ (mathematical Power) ซึ่งจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อไป

4.2 งานวิจัยในประเทศ

จากการศึกษางานวิจัยทางการศึกษา และการศึกษาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยยังไม่พบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันโดยตรง แต่มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

กุลนิดา วรสารนันท์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

จิณัฐตา เจียรพันธุ์ (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสัมพันธ์เชิงเหตุของคุณลักษณะการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และหาค่าน้ำหนักความสำคัญของลักษณะการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรลักษณะประสบการณ์เชิงรูปธรรมลักษณะการทดลองปฏิบัติ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ส่วนตัวแปรลักษณะการสังเกตอย่าง

ไตร่ตรองและลักษณะการสร้างมโนทัศน์เชิงนามธรรมไม่พบว่ามีความสัมพันธ์กับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่อย่างใดและมีค่าสัมประสิทธิ์ สหสัมพันธ์พหุคูณเท่ากับ0.305 โดยตัวแปรทั้ง 7 ตัวร่วมกันอธิบายความแปรปรวนของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ร้อยละ 9.50 และน้ำหนักความสำคัญของตัวแปรเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยส่งผลทางบวกต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ .05 ตามลำดับ และตัวแปรลักษณะการสร้างมโนทัศน์เชิงนามธรรมส่งผลทางลบต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนตัวแปรลักษณะประสบการณ์เชิงรูปธรรมลักษณะการสังเกตอย่างไตร่ตรองและลักษณะการทดลองปฏิบัติไม่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ประการใด

ยลนภา พลชัย (2548: บทคัดย่อ) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ นั้นเป็นการจัดกิจกรรมที่นักเรียนได้ลงมือสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองโดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบอุปนัยโดยให้นักเรียนสังเกตตัวอย่าง ตั้งสมมติฐานจนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองซึ่งการเรียนรู้ที่จะเกิดจากการกระทำของผู้เรียนทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างแท้จริงในมโนทัศน์ที่ตนเองพัฒนาขึ้นมา ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร (2548: บทคัดย่อ) ได้สร้างชุดการเรียนการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผลระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลการเรียนของนักเรียนจากการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผล การวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผล มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 จะเห็นได้ว่าการสอนเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถจัดการเรียนการสอนได้ในทุกระดับการเรียนและรูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้นักเรียน

ที่มีระดับความสามารถแตกต่างกันนั้นมีความสามารถในการให้เหตุผลสูงขึ้นรวมถึงยังมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มุ่งให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผลจากการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ที่ผู้สอนสร้างขึ้นจะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งงานวิจัยในประเทศ และงานวิจัยต่างประเทศ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแอบสแตรกชัน ตลอดจนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ และการคิดเชิงอุปนัย ตลอดจนถึงกระบวนการสอนที่เน้นการคิดวิเคราะห์ การสังเกตข้อมูลต่างๆ และค้นหาความสัมพันธ์ เพื่อนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองนั้น ทำให้นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลที่ดีขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาเอกสารตำราและรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การสร้าง และพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
5. การสร้าง และพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การศึกษาเอกสารตำราและรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1.1 ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นประเด็นสำหรับงานวิจัย และศึกษาแนวทางดำเนินการวิจัยตามประเด็นดังกล่าวจากเอกสาร บทความ ตำรา พร้อมทั้งศึกษาแนวทางการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 รวมถึงศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดชั้นปีของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ

1.3 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จากหนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานเล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หนังสือคู่มือครู และหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.4 ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตเกี่ยวกับวิธีวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการและวิธีสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Study) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 3 แสดงแบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	ทดสอบก่อนการทดลอง	ทดลอง	ทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้การสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียน วัดราชโอรส เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ และโรงเรียนนี้เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ที่มีนักเรียนทุกระดับความสามารถ ผู้วิจัยใช้ขั้นตอนในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์(คะแนนสอบปลายภาค) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนจำนวน 6 ห้องเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) แล้วพิจารณาห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ใกล้เคียงกันมากที่สุด จำนวน 2 ห้องเรียน คือ ห้อง ม. 2/5 จำนวน 49 คน และห้อง ม.2/6 จำนวน 50 คน

2. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์(คะแนนสอบปลายภาค) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องข้างต้น มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน จากนั้นจึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องข้างต้นด้วยค่าที(t-test) ผลการทดสอบพบว่า ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่มีความแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ข หน้า 165) จึงสรุปได้ว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

3. ใช้การสุ่มอย่างง่ายโดยการจับฉลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า

กลุ่มทดลอง คือ นักเรียนห้อง ม.2/6 จำนวน 50 คน เป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

กลุ่มควบคุม คือ นักเรียนห้อง ม.2/5 จำนวน 49 คน เป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนแบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนและร้อยละในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยมีกระบวนการสร้าง ดังนี้

4.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

4.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสแตรกชันของ Mitchelmore and White (2010) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity)

ขั้นที่ 2 ขั้นการรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity)

ขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม (Reification)

ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application)

4.1.2 ศึกษาหลักสูตรของโรงเรียนที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดชั้นปี จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.4 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองซึ่งประกอบด้วยเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

4.1.5 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 10 แผนใช้สอน 15 คาบ โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแอบสแตรกชัน สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

4.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 10 แผน ใช้สอน 15 คาบ ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

4.1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

4.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

4.2.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน ที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.2.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดชั้นปี จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.2.3 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองซึ่งประกอบด้วยเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

4.2.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 10 แผน ใช้สอน 15 คาบ โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

4.2.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน ใช้สอน 15 คาบ ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

4.2.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม

ซึ่งสามารถเปรียบเทียบระหว่างระหว่างแผนการสอนของกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน กับกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน (กลุ่มทดลอง)	**การจัดกิจกรรมการเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)**
ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยวิธีการที่เหมาะสมกับการสอนมโนทัศน์นั้นๆ และมีความเชื่อมโยงกับบทเรียน เช่น การสนทนา หรือการทบทวนความรู้ ของสิ่งที่นักเรียนผ่านมา หรือการทำกิจกรรมเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน	
ขั้นที่ 1 **ขั้นสร้างความคุ้นเคย** (Familiarity) ครูใช้การสนทนาซักถามนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้เห็นความเชื่อมโยงของมโนทัศน์ที่จะเรียนกับสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคย โดยครูจะนำเสนอบริบทที่หลากหลายและเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ อาจจะเป็นวัตถุจริง สิ่งของจำลอง (เช่น สถานการณ์เกี่ยวกับการซื้อ ขาย แลกเปลี่ยน) การดำเนินการ (เช่น การผสม การแบ่งสิ่งของ การลดราคา) โดยบริบทเหล่านั้นจะต้องมีความสัมพันธ์กับสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคย จากนั้นครูจะชี้แนะให้นักเรียนได้สังเกต วิเคราะห์ และร่วมอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะต่างๆ ในบริบทเหล่านั้น เช่น การเพิ่มขึ้น การลดลงของปริมาณสองปริมาณ โดยใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการ **ขั้นที่** 2 **ขั้นการรับรู้ความคล้ายคลึง** (Similarity) ครูจะให้นักเรียนร่วมกันค้นหา และสำรวจเกี่ยวกับมโนทัศน์ หรือวิธีการใช้มโนทัศน์นั้นผ่านการแก้ปัญหาหรือการคิดคำนวณอย่างง่ายๆ จากบริบทที่นำเสนอในขั้นที่ 1 อาจจะเป็น สถานการณ์ (เช่น การแสดงการเปรียบเทียบปริมาณสิ่งของสองสิ่ง), การดำเนินการ (เช่น การเพิ่มขึ้นของปริมาณสิ่งของสองสิ่งที่เปรียบเทียบกันในลักษณะของการเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัว)	**ขั้นสอน** ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งแนวทางในการจัดกิจกรรมจะเน้นการสอนเพื่อผู้เรียนเข้าใจหลักการ แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามต่างๆ ด้วย การใช้สื่อรูปธรรม การปฏิบัติจริง การสอนมโนทัศน์ มีขั้นตอนการสอนโดยการอธิบายที่มาและลักษณะของมโนทัศน์ที่สอน จากนั้นครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมให้นักเรียนมองเห็นลักษณะของมโนทัศน์ต่างๆ ในการนำไปประยุกต์ใช้ หรือครูอาจให้นักเรียนช่วยยกตัวอย่างมโนทัศน์นั้นๆ จากนั้นให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เพื่อฝึกทักษะเกี่ยวกับมโนทัศน์ และควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามข้อสงสัยระหว่างการทำแบบฝึกหัดเพื่อให้

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน (กลุ่มทดลอง)	การจัดกิจกรรมการเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)
หรือโครงสร้าง (เช่น ตำแหน่งของอัตราส่วน)โดยนักเรียนจะต้องทำการแยกแยะให้เห็นถึงความคล้ายคลึงกันและความแตกต่างกันของบริบทต่างๆ เพื่อนำไปสู่การค้นพบลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ **ขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม** (Reification) ครูให้นักเรียนคาดเดาถึงคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ รวมถึงหลักการในการคิดคำนวณตามความเข้าใจของผู้เรียน จากความคล้ายคลึงกันที่นักเรียนสังเกตได้ในขั้นที่ 2 และนำมาสรุปเป็นมโนทัศน์ตามความเข้าใจของผู้เรียน โดยอาจจะยังไม่ใช่ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนจะร่วมกันสรุปมโนทัศน์ โดยครูจะนำเสนอมโนทัศน์ โดยใช้ภาษาที่เป็นทางการ หรือภาษาเฉพาะทางคณิตศาสตร์ **ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้** (Application) ครูให้นักเรียนฝึกนำมโนทัศน์ที่ค้นพบไปใช้ในปัญหาโจทย์ที่มีลักษณะทั่วไป เพื่อฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้การใช้มโนทัศน์ที่เรียน และตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ รวมถึงการแก้ปัญหาที่ต้องใช้มโนทัศน์ โดยอาจจะเป็นปัญหาง่ายๆ ไปจนถึงสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน หรืออาจจะให้นักเรียนได้สร้างตัวอย่างของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ และ แก้ปัญหาที่ตนสร้าง เพื่อฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้การนำมโนทัศน์ที่เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ	นักเรียนเข้าใจ มโนทัศน์มากขึ้นและฝึกการประยุกต์ใช้มโนทัศน์กับสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าของการเรียนรู้มโนทัศน์นั้นๆ รวมถึงการแก้ปัญหาใหม่ๆ
ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้จากการจัดกิจกรรม	

5. การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

5.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

5.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ

5.1.2 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

5.1.3 สร้างตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และต้องสร้างข้อสอบเป็น 1.5 เท่าของจำนวนข้อสอบที่ต้องการใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

5.1.4 สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน) โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ผิดหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

5.1.5 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 153) ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะว่า

ก. ควรปรับปรุงด้านภาษาที่ใช้ในโจทย์บางข้อให้ชัดเจนยิ่งขึ้นเช่น

ข้อความเดิม “ข้อใดใช้คำว่า “สัดส่วน” ได้ถูกต้อง”

แก้ไขเป็น “ข้อใดใช้คำว่า “สัดส่วน” ในทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง”

ข้อความเดิม “อัตราส่วน 3 : 4 เหมือนกับอัตราส่วน $\frac{3}{4}$ ”

แก้ไขเป็น “อัตราส่วน 3 : 4 สามารถเขียนแทนด้วย $\frac{3}{4}$ ”

ข้อความเดิม “การหาค่าของตัวแปร a จากสัดส่วนในข้อใดที่ใช้การแก้สมการ $7 \times a = 23 \times 10$”

แก้ไขเป็น “ผลการคูณไขว้ของอัตราส่วนในข้อใดที่แตกต่างจากข้ออื่น”

ข้อความเดิม “ข้อ 1 และ ข้อ 2 ที่ถูก”

แก้ไขเป็น “ข้อ 1 และ ข้อ 2 ถูกต้องเท่านั้น”

ข้อความเดิม “ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับลักษณะของอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้อง”

แก้ไขเป็น “ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับหลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้อง”

ข. การสร้างแบบวัดมโนทัศน์โดยใช้ตัวแปรแทนปริมาณในบางข้อมีความยากไปสำหรับนักเรียนระดับชั้นม. 2 ควรมีการปรับการใช้ตัวแปรให้มีความเหมาะสม เนื่องจากการตรวจสอบมโนทัศน์ของผู้เรียนไม่จำเป็นต้องมีเฉพาะตัวแปรเท่านั้นแต่อาจใช้เป็นตัวเลขแทนก็ได้ เช่น

ข้อความเดิม

“ข้อใดกล่าวเกี่ยวกับหลักการเขียนอัตราส่วน a : b และ c : d ให้เป็นอัตราส่วนต่อเนื่องของจำนวนหลายจำนวนเมื่อ b และ c เป็นปริมาณสิ่งของกลุ่มเดียวกัน ไม่ถูกต้อง”

ก. ถ้า b = c แล้วเราสามารถเขียนเป็นอัตราส่วนหลายจำนวนได้คือ a : b : d

ข. ถ้า b ≠ c แล้วเราต้องหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน a : b และ c : d โดยที่มีตัวหลังของ a : b และตัวหน้าของ c : d เท่ากัน

ค. ถ้า b ≠ c และ b หาร c ลงตัว แล้วเราต้องหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน a : b ที่มีจำนวนหลังของอัตราส่วนเท่ากับ c ก่อน แล้วจึงจะเขียนอัตราส่วนของหลายจำนวนได้

ง. ถ้า b ≠ c และ c หาร b ลงตัว แล้วเราต้องหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน a : b ที่มีจำนวนหลังของอัตราส่วนเท่ากับ c หรือ b ก่อนแล้วจึงจะเขียนอัตราส่วนของหลายจำนวนได้

แก้ไขเป็น

ข้อใดกล่าวเกี่ยวกับหลักการเขียนอัตราส่วน 2 : 3 และ c : d ให้เป็นอัตราส่วนต่อเนื่องของจำนวนหลายจำนวน เมื่อ 3 และ c เป็น ปริมาณสิ่งของกลุ่มเดียวกัน ไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า 3 = c แล้วเราสามารถเขียนเป็นอัตราส่วนหลายจำนวนได้เป็น a : 3 : d

ข. ถ้า 3 ≠ c แล้วเราต้องหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน 2 : 3 และ c : d ที่มีจำนวนหลังของ 2 : 3 และจำนวนแรกของ c : d เท่ากัน

ค. ถ้า 3≠ c และ 3 หาร c ลงตัว แล้วเราต้องหาอัตราส่วนที่เท่ากันกับอัตราส่วน a : b ที่มีจำนวนหลังของอัตราส่วนเท่ากับ c ก่อน แล้วจึงจะเขียนอัตราส่วนของหลายจำนวนได้

ง. ถ้า 3≠ c และ c หาร 3 ลงตัว แล้วเราต้องหาอัตราส่วนที่เท่ากันกับอัตราส่วน a : b ที่มีจำนวนหลังของอัตราส่วนเท่ากับ c หรือ b ก่อนแล้วจึงจะเขียนอัตราส่วนของหลายจำนวนได้ เป็นต้น

ค. ตัวเลือกบางตัวเลือกยังใช้ภาษาแสดงลักษณะของมโนทัศน์ไม่ชัดเจน เช่น

ข้อความเดิม “อัตราส่วนของจำนวนหลายจำนวนสามารถเปรียบเทียบปริมาณสิ่งของได้ไม่จำกัด”

แก้ไขเป็น “อัตราส่วนของจำนวนหลายจำนวนสามารถเปรียบเทียบปริมาณสิ่งของได้ตั้งแต่ 2 สิ่งแต่ไม่เกิด 4 สิ่ง”

ข้อความเดิม “ร้อยละ a มีค่าเท่ากับ $\frac{a}{100}$ ”

แก้ไขเป็น “ร้อยละ a มีค่าเท่ากับ เศษส่วน $\frac{a}{100}$ ”

5.1.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 ของโรงเรียนวัดราชโอรส ที่ผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ มาแล้วและไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 49 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ดังที่กล่าวตามข้อ 5.1.4 จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของ Kuder Richardson-20 (KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไปรวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไปซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.84
ค่าความยากง่าย(p)	0.13 - 0.88
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.05 - 0.60

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 34 ข้อและไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 11 ข้อ จากนั้นจึงเลือกข้อสอบที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก อยู่ในเกณฑ์ ดังข้อ 5.1.6 มาจำนวน 30 ข้อ โดยให้ครอบคลุมมโนทัศน์ตามตารางการวิเคราะห์มโนทัศน์ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง หน้า 169) มาสร้างเป็นแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แล้วนำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 ของโรงเรียนวัดราชโอรสจำนวน 50 คนจากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบดังนี้ (ดูรายละเอียดค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกที่ภาคผนวก ง หน้า 176)

ค่าความเที่ยง	0.81
ค่าความยากง่าย(p)	0.26 - 0.66
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.21 - 0.72

5.1.7 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มตัวอย่าง

5.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 ชุด เป็นข้อสอบแบบอัตนัย โดย ชุดที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง แบบรูปและความสัมพันธ์ จำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม และชุดที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวนชุดละ 5 ข้อ ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดดังต่อไปนี้

5.2.1 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.2.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาที่จะสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบ และกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้

5.2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบข้อสอบแบบอัตนัย ชุดละ 10 ข้อโดยผู้วิจัยสนใจศึกษาความสามารถในการให้เหตุผล 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive reasoning)
2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning)
3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning)

ผู้วิจัยกำหนดโครงสร้างของข้อสอบตามลักษณะของการให้เหตุผลทั้งสามแบบโดยให้อัตราส่วนของจำนวนข้อของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยต่อเชิงนิรนัยต่อเชิงสัดส่วนเป็น 2 : 2 : 1 โดยมีเกณฑ์วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เป็น 4, 3, 2, 1, 0 ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 แสดงเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยนี้

คะแนน/ความหมาย	เกณฑ์การให้คะแนน
4 /ดีมาก	ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
3 /ดี	ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน
2 /พอใช้	ได้ข้อสรุปไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปได้ชัดเจน
1 /ต้องปรับปรุง	ได้ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถหาข้อสรุปได้ แต่แสดงความพยายามในการอธิบายเหตุผล
0 /ไม่พยายาม	ไม่สามารถหาข้อสรุปได้ และไม่แสดงความพยายามในการอธิบายเหตุผล

5.2.5 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสมในด้านความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม เกณฑ์การตรวจให้คะแนน และความชัดเจนของภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข เช่น

ก. ควรปรับปรุงการรูปแบบการนำเสนอข้อมูลเพื่อใช้ในการสังเกตให้ดูง่ายขึ้นด้วยการใช้ตาราง เช่น

โจทย์เดิม

"กำหนดจุดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งพิจารณาเส้นเชื่อมจุดดังนี้

ถ้ามีจุด 1 จุด จำนวนเส้นเชื่อมมี 0 เส้น

ถ้ามีจุด 2 จุด จำนวนเส้นเชื่อมมี 1 เส้น

ถ้ามีจุด 3 จุด จำนวนเส้นเชื่อมมี 3 เส้น

ถ้ามีจุด 4 จุด จำนวนเส้นเชื่อมมี 6 เส้น

ถ้ามีจุด 5 จุด จำนวนเส้นเชื่อมมี 10 เส้น

ถ้ามีจุด 6 จุด จำนวนเส้นเชื่อมมี 15 เส้น"

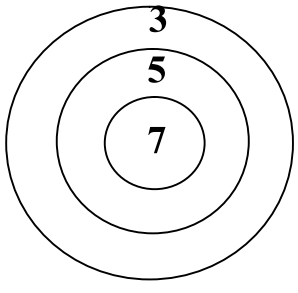
แก้ไขเป็น "กำหนดจุดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งพิจารณาเส้นเชื่อมจุด ดังข้อมูลในตาราง

จำนวนจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม	เส้นเชื่อม
1 จุด	0 เส้น
2 จุด	1 เส้น
3 จุด	3 เส้น
4 จุด	6 เส้น
5 จุด	10 เส้น
6 จุด	15 เส้น

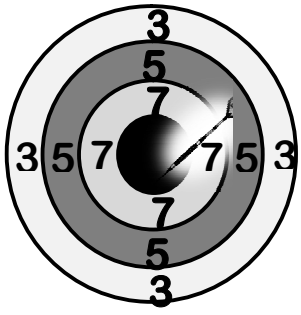
อยากทราบว่า ถ้ามีจุดบนวงกลม n จุด จะมีเส้นเชื่อมกี่เส้น เพราะเหตุใดจงอธิบาย

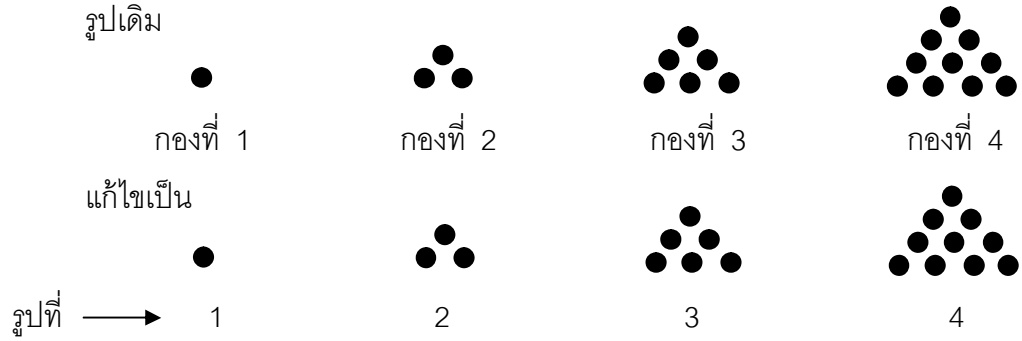
ข. ควรปรับการใช้รูปภาพและภาษาที่สื่อความหมายให้ชัดเจนมากขึ้น เช่น กระดานปาเป้าแผ่นหนึ่ง

รูปเดิม



แก้ไขเป็น





5.2.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

5.2.7 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 153) ตรวจสอบความตรง ความเหมาะสมของข้อคำถาม เกณฑ์การตรวจให้คะแนนและความชัดเจนของภาษา และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ก. ควรปรับปรุงด้านภาษาที่ใช้ในโจทย์ให้ชัดเจนยิ่งขึ้นเช่น

ข้อความเดิม “รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า”

แก้ไขเป็น “รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า”

ข้อความเดิม “ใช้มะนาว 3 ช้อนโต๊ะ”

แก้ไขเป็น “ใช้น้ำมะนาว 3 ช้อนโต๊ะ”

ข้อความเดิม “ให้ยาวเพิ่มเป็น 2 เท่าของความยาวเดิม”

แก้ไขเป็น “ให้ยาวเพิ่มเป็นสองเท่าของความยาวเดิม”

ข้อความเดิม “คัดพนักงานชายออก 30% และพนักงานหญิงออก 30%ของพนักงานทั้งหมด”

แก้ไขเป็น “คัดพนักงานชายออก 30% ของพนักงานทั้งหมด และพนักงานหญิงออก 30% ของพนักงานทั้งหมด”

ข. ควรเปลี่ยนชื่อคนให้เพื่อป้องกันการสับสนกับสถานการณ์เช่น

ข้อความเดิม “น้ำผึ้งคิดสูตรน้ำมะนาวปรุงรส”

แก้ไขเป็น “นัทมนคิดสูตรน้ำมะนาวปรุงรส”

5.2.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 51 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์ แอลฟา(α -Coefficient) ของ Cronbach จากโปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย B – Index โดยมีเกณฑ์กำหนดค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p)และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้สูตรของ D.R Whitney และ D.L Sabers ตามเกณฑ์คือค่าความยาก (p)ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไปซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ฉบับก่อนการทดลอง

ค่าความเที่ยง	0.58
ค่าความยากง่าย(p)	0.25 - 0.87
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.16 - 0.55

ฉบับหลังการทดลอง

ค่าความเที่ยง	0.65
ค่าความยากง่าย(p)	0.17 - 0.45
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.2 - 0.47

โดยได้ข้อสอบฉบับก่อนทดลองและฉบับหลังทดลองมีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 5 และ 7 ข้อตามลำดับ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 5 และ 3 ข้อตามลำดับผู้วิจัยจึงเลือกข้อสอบที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก อยู่ในเกณฑ์ ดังข้อ 5.2.8 มาฉบับละ 5 ข้อ โดยให้ครอบคลุมลักษณะของการให้เหตุผลที่กำหนด มาสร้างเป็นแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แล้วนำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 ของโรงเรียนวัดราชโอรส จำนวน 50 คนจากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบดังนี้

ฉบับก่อนการทดลอง

ค่าความเที่ยง 0.63

ค่าความยาก (p) 0.48 - 0.75

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.22 – 0.65

ฉบับหลังการทดลอง

ค่าความเที่ยง 0.74

ค่าความยาก (p) 0.32 – 0.64

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.31 – 0.53

5.2.9 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

6. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

6.1 ขั้นเตรียมการ

6.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

6.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

6.1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนวัดราชโอรส สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

6.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

6.2.1 ผู้วิจัยทำการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนการทดลอง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบพื้นฐานการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างว่ามีความแตกต่างกันหรือไม่ ผลการทดสอบ พบว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค หน้า 167) จึงถือว่านักเรียนทั้งสอง

ห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน แต่เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งในการเลือกกลุ่มตัวอย่างพบว่าไม่แตกต่างกัน ดังนั้นในงานวิจัยครั้งนี้จึงถือว่ากลุ่มตัวอย่างมีมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ไม่แตกต่างกัน

6.2.2 ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โดยสอนในชั่วโมงเรียนปกติตามตารางสอนของโรงเรียนใช้เวลารวม 15 คาบ โดยสอนสัปดาห์ละ 3 คาบ (คาบละ 50 นาที) รวมระยะเวลาในการสอนประมาณ 5 สัปดาห์

6.2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทุกแผนแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6.2.4 นำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างจากใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

7. วิธีวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ มาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (SPSS version 17.0) โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

7.1 วิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้คะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังการทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

7.2 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลอง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่าที (t-test independent)

7.3 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test independent)

7.4 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนและหลังทดลอง โดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและฉบับหลังการทดลอง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test dependent)

8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

8.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

8.1.1 การหาค่าความเที่ยง (reliability) โดยการหาสัมประสิทธิ์ แอลฟา (α-Coefficient) ของ Cronbach ใช้สูตรดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^{\,2}}{s_t^{\,2}}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อในแบบสอบ

$s_i^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

$s_t^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 126)

8.1.2 หาค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) รายข้อของแบบทดสอบปรนัยโดยใช้สูตร ดังนี้

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

$$r = \frac{R_h + R_l}{n_h}$$

เมื่อ R_h แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนกลุ่มสูง

n_l แทน จำนวนคนกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 144)

8.1.3 หาค่าความยาก (p) และอำนาจจำแนก (r) รายข้อของแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{(n_t)(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$r = \frac{S_h - S_l}{(n_h)(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

n_h แทน จำนวนคนกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147 – 148)

8.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

8.2.1 ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ TAP เพื่อหาค่าความเที่ยง ความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบปรนัย

8.2.2 ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B – Index เพื่อหาค่าความเที่ยง ความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

8.2.3 ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อวิเคราะห์ผลการวิจัยโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS) for window version 17.0 เพื่อการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ความแปรปรวน การวิเคราะห์ค่าที (t-test independent) และการวิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1.1 ผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50

1.2 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1.3 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50

1.4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1.5 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันก่อนและหลังการทดลอง

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

2.1 พฤติกรรมการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดของดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1.1 ผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50

ตารางที่ 6 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$)ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ($\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	$\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$
กลุ่มทดลอง	50	19.80	4.43	66.00
กลุ่มควบคุม	49	17.24	4.28	57.48

จากตารางที่ 6 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$)ของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 19.80 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 4.43 โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเท่ากับ 66.00 และนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$)ของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 17.24 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 4.28 โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเท่ากับ 57.48 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

ตารางที่ 7 แสดง จำนวนนักเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน	ร้อยละ
กลุ่มทดลอง		
นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	39	78.00
นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์	11	22.00
กลุ่มควบคุม		
นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	34	69.39
นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์	15	30.61

จากตารางที่ 7 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน มีนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 50 ของแบบทดสอบทั้งฉบับ จำนวน 39 คน คิดเป็นร้อยละ 78 ของนักเรียนทั้งหมด และมีนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 22 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 50 ของแบบทดสอบทั้งฉบับ จำนวน 34 คน คิดเป็นร้อยละ 69.39 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ มีจำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 30.61 ของนักเรียนทั้งหมด

1.2 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ตารางที่ 8 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติและค่าที (t–test independent) (จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	19.80	4.43	0.778*
กลุ่มควบคุม	49	17.24	4.28	

* $p < .05$

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

1.3 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50

ตารางที่ 9 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	$\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$
กลุ่มทดลอง	50	14.72	2.51	73.60
กลุ่มควบคุม	49	13.37	2.47	66.85

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 14.72 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2.51 โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเท่ากับ 73.60 และนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 13.37 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2.47 โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเท่ากับ 66.85 แสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

ตารางที่10 แสดง จำนวนนักเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน	ร้อยละ
กลุ่มทดลอง		
นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	38	76.00
นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์	12	24.00
กลุ่มควบคุม		
นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	33	67.35
นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์	16	32.65

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน มีนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 50 ของแบบทดสอบทั้งฉบับ จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 76 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ มีจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 24 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือร้อยละ 50 ของแบบทดสอบทั้งฉบับ จำนวน 33 คน คิดเป็นร้อยละ 67.35 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนที่ได้ไม่ผ่านเกณฑ์ มีจำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 32.65 ของนักเรียนทั้งหมด

1.4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ตารางที่ 11 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติและค่าที (t – test independent) (จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	50	14.72	2.51	2.698*
กลุ่มควบคุม	49	13.37	2.47	

* $p < .05$

จากตารางที่ 11 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 14.72 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2.51 และนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 13.37 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2.47 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที(t–test independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.5 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน ก่อนและหลังการทดลอง

ตารางที่ 12 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและค่าที (t–test dependent) (จากคะแนนเต็ม 20 คะแนนทั้งสองฉบับ)

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนการทดลอง	50	11.20	3.42	-11.33*
หลังการทดลอง	50	14.72	2.52	

* $p < .05$

จากตารางที่ 12 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง เท่ากับ 11.20 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.42 และมีค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง เท่ากับ 14.72 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2.52 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t–test dependent) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ นำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

2.1 พฤติกรรมการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1.1 พฤติกรรมการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน ตามโมเดลการสอนของ Mitchelmore และ White (2010) 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย ขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง ขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม และขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้ ที่สะท้อนให้เห็นถึงการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาพฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจมโนทัศน์ใน 3 ลักษณะ คือ

1. พฤติกรรมการเรียน การสังเกตความสัมพันธ์ของข้อมูล การตอบคำถามแสดงความคิดเห็น
2. การเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ตามความเข้าใจของตน
3. การนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้

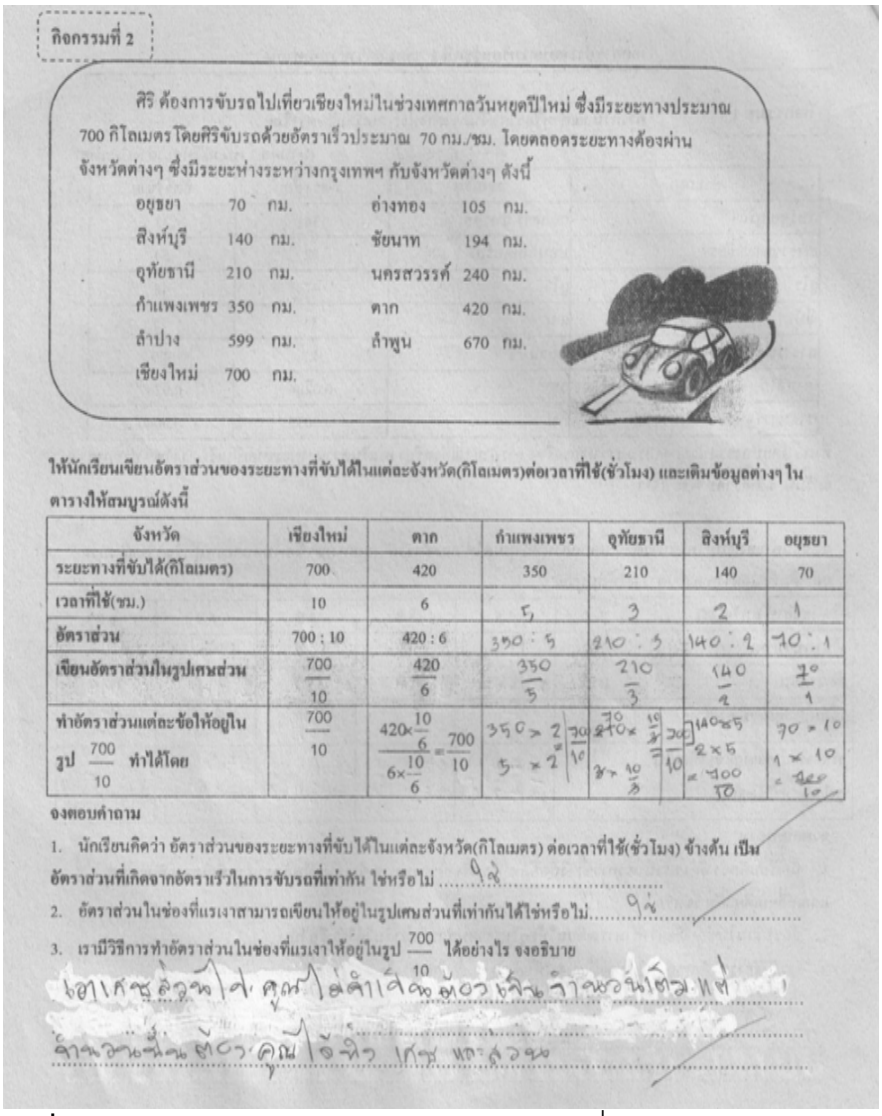
จากการสังเกตพฤติกรรมการตอบคำถามการตรวจเอกสารประกอบการเรียน การทำแบบฝึกหัด และการทำแบบทดสอบต่างๆ สรุปได้ดังนี้

ระยะเริ่มต้นของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 1 – 2)

นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและร่วมมือในการทำกิจกรรมการเรียนการสอนดี มีความกระตือรือร้นกับการคิดพิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ และการทำเอกสารประกอบการเรียน แต่ในช่วงแรกของการทดลอง (ชั่วโมงที่ 1–2) นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่กล้าที่แสดงความคิดเห็นของตนเองมากนัก ครูต้องคอยกระตุ้นและอธิบายให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ซึ่งผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจมโนทัศน์ในขั้นตอนการสอนแต่ละขั้น พบพฤติกรรมโดยสรุปได้ดังนี้

ในขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย พบว่าเมื่อให้นักเรียนตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสถานการณ์ในบริบทต่างๆ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถพูดคุยแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ ได้ดี เนื่องจากเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคย แต่นักเรียนยังใช้ภาษาเขียนในการสื่อสารความคิดเห็นของตนเกี่ยวกับบริบทต่างๆ ในการทำเอกสารประกอบการเรียนยังไม่ชัดเจนนัก นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เข้าใจขั้นตอนการเรียนรู้ และไม่ทราบว่าเขียนอธิบายอย่างไร จึง

รอให้ครูแนะนำหรือสรุปให้ก่อนเพราะกลัวเขียนผิด แต่ผู้วิจัยพบว่าเมื่อให้นักเรียนได้พูดอธิบายคำตอบและเหตุผล นักเรียนสามารถทำดีกว่าการเขียน



กิจกรรมที่ 2

ศิริ ต้องการขับรถไปเที่ยวเชียงใหม่ในช่วงเทศกาลวันหยุดปีใหม่ ซึ่งมีระยะทางประมาณ 700 กิโลเมตร โดยศิริขับรถด้วยอัตราเร็วประมาณ 70 กม./ชม. โดยตลอดระยะทางต้องผ่านจังหวัดต่างๆ ซึ่งมีระยะห่างระหว่างกรุงเทพฯ กับจังหวัดต่างๆ ดังนี้

อยุธยา	70	กม.	อ่างทอง	105	กม.
สิงห์บุรี	140	กม.	ชัยนาท	194	กม.
อุทัยธานี	210	กม.	นครสวรรค์	240	กม.
กำแพงเพชร	350	กม.	ตาก	420	กม.
ลำปาง	599	กม.	ลำพูน	670	กม.
เชียงใหม่	700	กม.			

ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนของระยะทางที่ขับได้ในแต่ละจังหวัด(กิโลเมตร)ต่อเวลาที่ใช้(ชั่วโมง) และเติมข้อมูลต่างๆ ในตารางให้สมบูรณ์ดังนี้

จังหวัด	เชียงใหม่	ตาก	กำแพงเพชร	อุทัยธานี	สิงห์บุรี	อยุธยา
ระยะทางที่ขับได้(กิโลเมตร)	700	420	350	210	140	70
เวลาที่ใช้(ชม.)	10	6	5	3	2	1
อัตราส่วน	700 : 10	420 : 6	350 : 5	210 : 3	140 : 2	70 : 1
เขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วน	$\frac{700}{10}$	$\frac{420}{6}$	$\frac{350}{5}$	$\frac{210}{3}$	$\frac{140}{2}$	$\frac{70}{1}$
ทำอัตราส่วนแต่ละข้อให้อยู่ในรูป $\frac{700}{10}$ ทำได้โดย	$\frac{700}{10}$	$\frac{420\times\frac{10}{6}}{6\times\frac{10}{6}}=\frac{700}{10}$	$350\times 2=5\times 2$	$210\times\frac{10}{3}=3\times\frac{10}{3}$	$140\times 5=2\times 5$	$70\times 10=1\times 10$

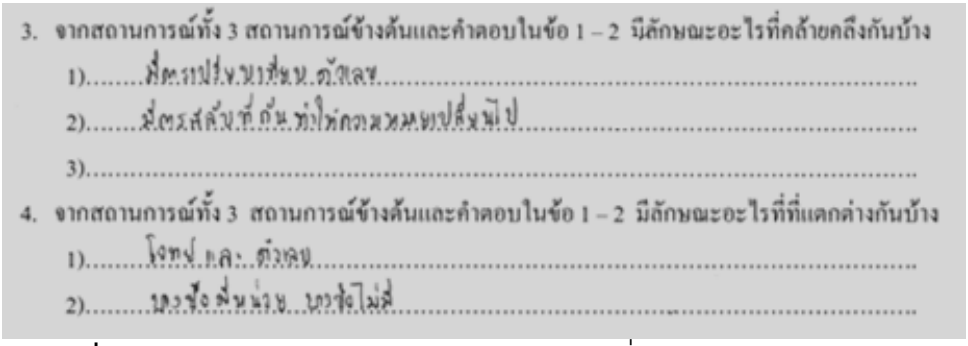
จงตอบคำถาม

1. นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนของระยะทางที่ขับได้ในแต่ละจังหวัด(กิโลเมตร) ต่อเวลาที่ใช้(ชั่วโมง) ข้างต้น เป็นอัตราส่วนที่เกิดจากอัตราเร็วในการขับรถที่เท่ากัน ใช่หรือไม่ ใช่
2. อัตราส่วนในช่องที่แรเงาสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่เท่ากันได้ใช่หรือไม่ ใช่
3. เรามีวิธีการทำอัตราส่วนในช่องที่แรเงาให้อยู่ในรูป $\frac{700}{10}$ ได้อย่างไร จงอธิบาย

ภาพที่ 2 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 2 จะเห็นว่า เมื่อครูให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของระยะทางกับเวลาในการเดินทางที่มีอัตราเร็วเท่ากัน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมตอบคำถามแสดงความคิดเห็นได้ดี โดยใช้คำพูดที่ไม่เป็นทางการและสามารถเขียนข้อมูลในตารางกิจกรรมได้ชัดเจน แต่เมื่อให้นักเรียนเขียนอธิบายว่า “เรามีวิธีการทำอัตราส่วนที่มาจากความสัมพันธ์เดียวกันให้อยู่ในรูปอัตราส่วนเดียวกันได้อย่างไร” เพื่อนำไปสู่การสรุปความหมายของอัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนยังไม่สามารถตอบได้ทันที และยังเขียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน เช่น เขียนว่า “ทำได้โดยการเอาเศษส่วนไปคูณ ไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็มแต่จำนวนนั้นต้องคูณได้ทั้งเศษและส่วน” เป็นต้น

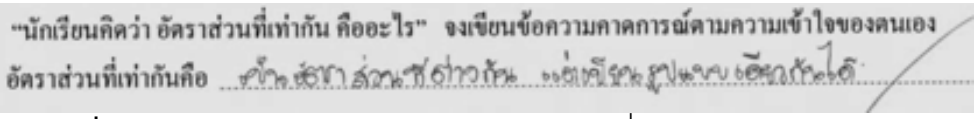
สำหรับขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity)ในระยะแรกของการทดลอง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถสังเกตเห็นความคล้ายคลึงกันของสิ่งที่ปรากฏในแต่ละบริบท ทำให้ยังไม่สามารถเขียนคำตอบในลงใบงานได้ครบถ้วน ครูต้องช่วยชี้แนะหรือเสนอแนวคิดนำเพื่อให้ผู้เรียนสังเกตสิ่งที่คล้ายคลึงกันและความแตกต่างของแต่ละบริบท โดยใช้การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ซึ่งหลังจากที่มีการอภิปรายร่วมกันแล้วทำให้นักเรียนบางคนสามารถที่เขียนตอบคำถามลงในใบงานได้มากขึ้น ทำให้ในระยะเริ่มต้นของการทดลองนั้นต้องใช้เวลาในขั้นนี้ค่อนข้างนานและให้การใช้เวลาในการจัดกิจกรรมของแผนการจัดการเรียนรู้ไม่เป็นไปตามแผนที่วางไว้


3. จากสถานการณ์ทั้ง 3 สถานการณ์ข้างต้นและคำตอบในข้อ 1 – 2 มีลักษณะอะไรที่คล้ายคลึงกันบ้าง
1).....
2).....
3).....
4. จากสถานการณ์ทั้ง 3 สถานการณ์ข้างต้นและคำตอบในข้อ 1 – 2 มีลักษณะอะไรที่ที่แตกต่างกันบ้าง
1).....
2).....

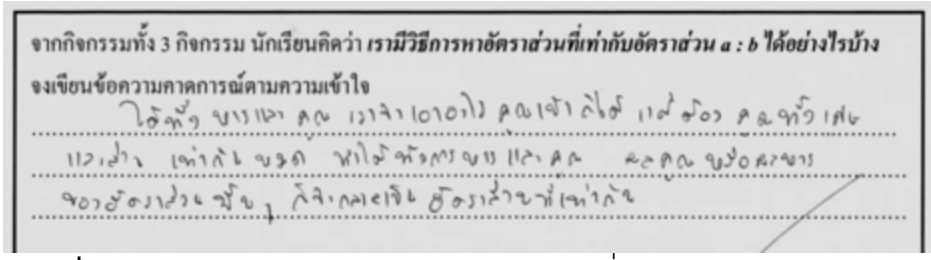
ภาพที่ 3 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 3 จะเห็นได้ว่านักเรียนพยายามเขียนสิ่งที่เห็นจากการสังเกตลักษณะร่วมกันและลักษณะที่แตกต่างกันของมโนทัศน์จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ แต่ยังไม่สามารถเขียนสื่อความได้ชัดเจนนัก เช่น เมื่อครูให้นักเรียนสังเกตบริบทที่มีความหมายของอัตราส่วน ได้แก่ อัตราส่วนในเขียนแผนที่ อัตราความเร็ว และคะแนนจากการแข่งขันกีฬา พบว่า นักเรียนสังเกตเห็นสิ่งที่คล้ายคลึงกันคือ “มีการเปรียบเทียบตัวเลข” ส่วนสิ่งที่แตกต่างกันคือ “โจทย์และตัวเลข” เป็นต้น ซึ่งไม่ใช่ลักษณะที่สื่อถึงความหมายของอัตราสวน คือ ข้อความแสดงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณซึ่งเมื่อสลับที่กันความหมายจะเปลี่ยนไป แสดงให้เห็นว่า นักเรียนยังไม่สามารถสังเกตความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ครบถ้วน

ในขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม ในช่วงแรกของการทดลองนักเรียนส่วนใหญ่ยังสรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์และเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวมโนทัศน์ที่สังเกตได้ยังไม่สมบูรณ์นัก แต่มีการพัฒนาที่ดีขึ้นตามลำดับ


"นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนที่เท่ากัน คืออะไร" จงเขียนข้อความคาดการณ์ตามความเข้าใจของตนเอง
อัตราส่วนที่เท่ากันคือ

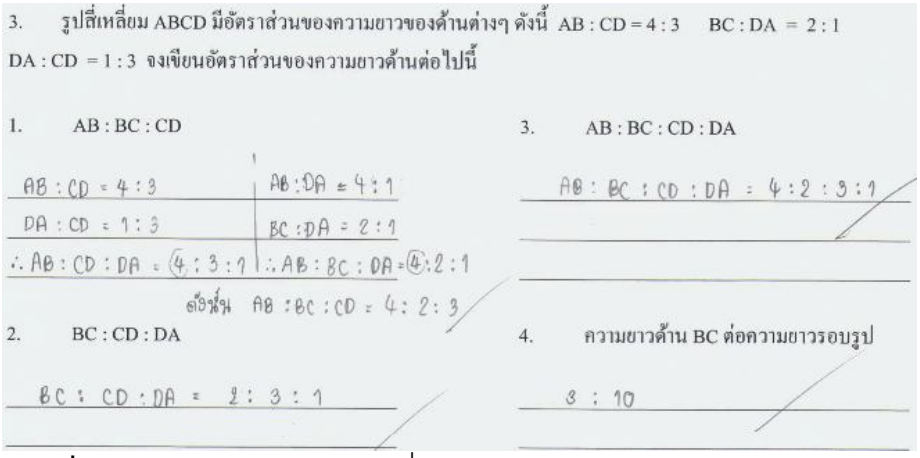
ภาพที่ 4 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง


จากกิจกรรมทั้ง 3 กิจกรรม นักเรียนคิดว่า *เรามีวิธีการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน a : b ได้อย่างไรบ้าง*
จงเขียนข้อความคาดการณ์ตามความเข้าใจ

ภาพที่ 5 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 4 – 5 เป็นตัวอย่างการทำเอกสารประกอบการเรียนของนักเรียนคนเดียวกัน จากภาพที่ 4 จะเห็นว่า เมื่อให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนเขียนว่า “เป็นอัตราส่วนที่ต่างกัน แต่เขียนรูปแบบเดียวกันได้” ซึ่งยังไม่สื่อถึงลักษณะของอัตราส่วนที่เท่ากัน คือ อัตราส่วนที่เกิดจากการคูณหรือหารอัตราส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน และจากภาพที่ 5 เมื่อให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับหลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนเขียนว่า “การหาอัตราส่วนที่เท่ากันหาได้ทั้งการหารและการคูณ โดยเอาอะไรคูณเข้าก็ได้ แต่ต้องคูณทั้งเศษและส่วนเท่ากันหมด ผลของการคูณและหารอัตราส่วนนั้นๆ ก็จะกลายเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน” เป็นต้น แสดงให้เห็นว่า การเขียนข้อความคาดการณ์ของนักเรียนมีการเขียนแสดงความคิดเห็นได้ชัดเจนขึ้นเล็กน้อยตามลำดับ

ในขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างของมโนทัศน์ตามความเข้าใจของตนเอง และทำแบบฝึกหัดหลังจากที่นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์แล้ว พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถยกตัวอย่างของมโนทัศน์ได้ถูกต้อง และเมื่อนักเรียนยกตัวอย่างได้ถูกต้องก็ทำให้นักเรียนบางคนมีความมั่นใจในการตอบคำถามมากขึ้น และจากการประเมินการทำใบงาน การบ้าน และการทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการแสดงวิธีทำตามที่ครูสอนหรือยกตัวอย่างให้ดู นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 80 สามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องแสดงถึงความเข้าใจมโนทัศน์ที่เรียนได้ดี


3. รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีอัตราส่วนของความยาวของด้านต่างๆ ดังนี้ AB : CD = 4 : 3 BC : DA = 2 : 1 DA : CD = 1 : 3 จงเขียนอัตราส่วนของความยาวด้านต่อไปนี้

1. AB : BC : CD

AB : CD = 4 : 3
DA : CD = 1 : 3
∴ AB : CD : DA = 4 : 3 : 1

AB : DA = 4 : 1
BC : DA = 2 : 1
∴ AB : BC : DA = 4 : 2 : 1

ดังนั้น AB : BC : CD = 4 : 2 : 3

2. BC : CD : DA

BC : CD : DA = 2 : 3 : 1

3. AB : BC : CD : DA

AB : BC : CD : DA = 4 : 2 : 3 : 1

4. ความยาวด้าน BC ต่อความยาวรอบรูป

3 : 10

ภาพที่ 6 แสดงการทำแบบฝึกหัดเรื่องอัตราส่วนหลายจำนวนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

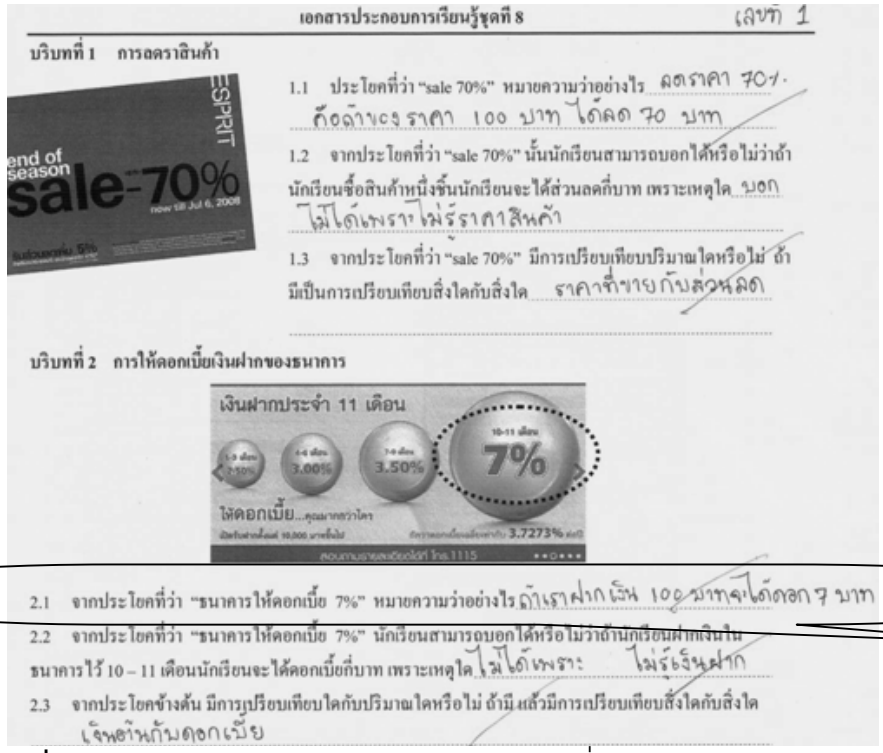
จากภาพที่ 6 จะเห็นว่านักเรียนสามารถหาอัตราส่วนหลายจำนวนได้ถูกต้องโดยใช้วิธีการแสดงวิธีทำตามที่ครูสอน แสดงถึงความเข้าใจมโนทัศน์เกี่ยวกับการเขียนอัตราส่วนของจำนวนหลานจำนวนที่ดี

ระยะหลังของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 3 – 5)

นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงให้ความสนใจและร่วมมือในการทำกิจกรรมการเรียนการสอนดี นักเรียนเริ่มคุ้นเคยและเข้าใจแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้กระบวนการแอบสตรกชันมากขึ้น ทำให้การจัดกิจกรรมในระยะหลังใช้เวลาในการทำกิจกรรมที่ค่อนข้างเร็วกว่าในช่วงเริ่มต้นของการทดลองผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ก็สามารถร่วมพูดคุย แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับบริบทต่างๆ ได้ดีขึ้น และการทำเอกสารประกอบการเรียนรู้มีความถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ นักเรียนมีการแสดงความคิดเห็นของตนและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นเพื่อนำมาสรุปเป็นความคิดของตนเองได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย ซึ่งเป็นขั้นของการนำเสนอบริบทต่างๆ ที่นักเรียนคุ้นเคย นักเรียนบางคนเมื่อได้เอกสารประกอบการเรียนชุดใหม่ก็มีความกระตือรือร้นในการทำโดยไม่ต้องรอคำสั่งของครู แต่นักเรียนบางส่วนก็ยังไม่กล้าตอบคำถาม หรือแสดงความคิดเห็นของตนลงในเอกสารประกอบการเรียน และรอให้ครูชี้แนะผ่านการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายและตอบคำถาม การพูดแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับปัญหาทั่วไปจากบริบทต่างๆ ในชีวิตประจำวันที่มีมโนทัศน์แฝงอยู่ได้ดี แต่สำหรับการเขียนในเอกสารประกอบการเรียน ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนอธิบาย แสดงความคิดเห็นได้ดีขึ้น แต่ยังไม่ชัดเจนนัก



เอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 8 เลขที่ 1

บริบทที่ 1 การลดราคาสินค้า

1.1 ประโยคที่ว่า "sale 70%" หมายความว่าอย่างไร ลดราคา 70%. ถ้าฉันซื้อราคา 100 บาท ได้ลด 70 บาท

1.2 จากประโยคที่ว่า "sale 70%" นั้นนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าถ้านักเรียนซื้อสินค้าหนึ่งชิ้นนักเรียนจะได้ส่วนลดกี่บาท เพราะเหตุใด บอกไม่ได้เพราะไม่รู้ราคาสินค้า

1.3 จากประโยคที่ว่า "sale 70%" มีการเปรียบเทียบปริมาณใดหรือไม่ ถ้ามีเป็นการเปรียบเทียบสิ่งใดกับสิ่งใด ราคาที่ขายกับส่วนลด

บริบทที่ 2 การให้ดอกเบี้ยเงินฝากของธนาคาร

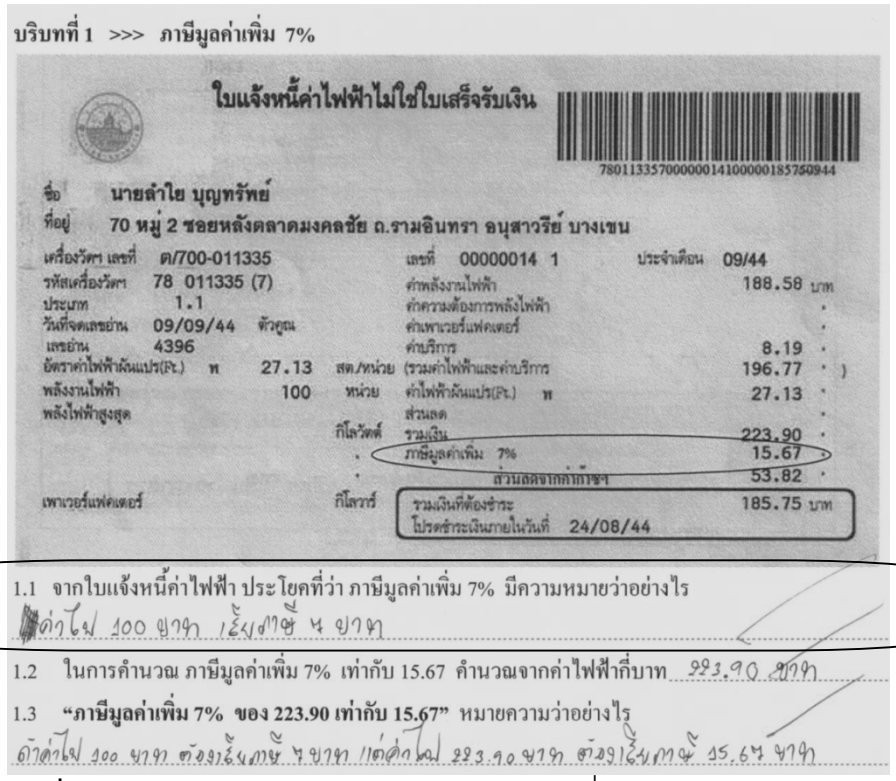
2.1 จากประโยคที่ว่า "ธนาคารให้ดอกเบี้ย 7%" หมายความว่าอย่างไร ถ้าเราฝากเงิน 100 บาทจะได้ดอก 7 บาท

2.2 จากประโยคที่ว่า "ธนาคารให้ดอกเบี้ย 7%" นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่านักเรียนฝากเงินในธนาคารไว้ 10 – 11 เดือนนักเรียนจะได้ดอกเบี้ยกี่บาท เพราะเหตุใด ไม่ได้เพราะ ไม่รู้เงินฝาก

2.3 จากประโยคข้างต้น มีการเปรียบเทียบใดกับปริมาณใดหรือไม่ ถ้ามีแล้วมีการเปรียบเทียบสิ่งใดกับสิ่งใด เงินฝากกับดอกเบี้ย

1

ภาพที่ 7 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 8 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง



บริบทที่ 1 >>> ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7%

ใบแจ้งหนี้ค่าไฟฟ้าไม่ใช่ใบเสร็จรับเงิน

780113357000000141000001857509 44

ชื่อ นายลำไย บุญทรัพย์

ที่อยู่ 70 หมู่ 2 ซอยหลังตลาดมงคลชัย ถ.รามอินทรา อนุสาวรีย์ บางเขน

เครื่องวัดฯ เลขที่	ต/700-011335		เลขที่ 00000014 1	ประจำเดือน	09/44
รหัสเครื่องวัดฯ	78 011335 (7)		ค่าพลังงานไฟฟ้า		188.58 บาท
ประเภท	1.1		ค่าความต้องการพลังไฟฟ้า		.
วันที่จดเลขอ่าน	09/09/44	ตัวคูณ	ค่าเพาเวอร์แฟคเตอร์		.
เลขอ่าน	4396		ค่าบริการ		8.19 .
อัตราค่าไฟฟ้าฐานแปร(Ft.)	ท 27.13	สต./หน่วย	(รวมค่าไฟฟ้าและค่าบริการ		196.77 .)
พลังงานไฟฟ้า	100	หน่วย	ค่าไฟฟ้าฐานแปร(Ft.) ท		27.13 .
พลังไฟฟ้าสูงสุด			ส่วนลด		.
		กิโลวัตต์	รวมเงิน		223.90 .
			ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7%		15.67 .
			ส่วนลดจากค่าใช้ฯ		53.82 .
เพาเวอร์แฟคเตอร์		กิโลวาร์	รวมเงินที่ต้องชำระ		185.75 บาท
			โปรดชำระเงินภายในวันที่ 24/08/44		

1.1 จากใบแจ้งหนี้ค่าไฟฟ้า ประโยคที่ว่า ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% มีความหมายว่าอย่างไร ค่าไฟ 100 บาท เสียภาษี 7 บาท

1.2 ในการคำนวณ ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% เท่ากับ 15.67 คำนวณจากค่าไฟฟ้ากี่บาท 223.90 บาท

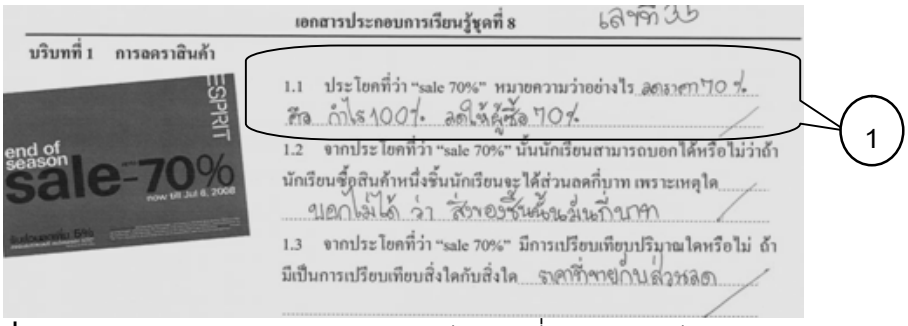
1.3 **"ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% ของ 223.90 เท่ากับ 15.67"** หมายความว่าอย่างไร ถ้าค่าไฟ 100 บาท ต้องเสียภาษี 7 บาท แต่ค่าไฟ 223.90 บาท ต้องเสียภาษี 15.67 บาท

1

ภาพที่ 8 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียน ชุดที่ 9 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 7 – 8 จะเห็นว่า ในระยะหลังของการทดลองนักเรียนสามารถตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นโดยการเชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่การสรุปมโนทัศน์ใหม่ได้ชัดเจนมากขึ้นกว่าระยะแรกของการทดลอง เช่น จากประโยคที่ว่า “ธนาคารให้ดอกเบี้ย 7%” หมายความว่าอย่างไร นักเรียนสามารถตอบได้ว่า “ถ้าเราฝากเงิน 100 บาทได้ดอก 7 บาท” ดังภาพที่ 8 และจากภาพที่ 9 เมื่อให้นักเรียนเขียนความหมายของประโยคที่ว่า “ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% ของ 223.90 เท่ากับ 15.67” นักเรียนตอบได้ว่า “ถ้าค่าไฟ 100 บาทต้องเสียภาษี 7 บาท แต่ถ้าค่าไฟ 223.90 ต้องเสียภาษี 15.67 บาท” เป็นต้น

ถึงแม้ว่าในระยะหลังของการทดลองนักเรียนส่วนใหญ่ ประมาณ 70% สามารถเขียนแสดงความคิดเห็นได้ชัดเจนมากขึ้นกว่าระยะเริ่มต้นของการทดลอง แต่การเขียนแสดงความคิดเห็นของนักเรียนบางส่วนประมาณ 30% ก็ยังคงมีความผิดพลาดและยังขาดความเข้าใจในมโนทัศน์บางส่วนทำให้ไม่สามารถเขียนแสดงความคิดเห็นได้ถูกต้อง เช่น


เอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 8

บริบทที่ 1 การลดราคาสินค้า

1.1 ประโยคที่ว่า “sale 70%” หมายความว่าอย่างไร ลดราคา 70 %
คือ กำไร 100 % ลดให้ผู้ซื้อ 70%

1.2 จากประโยคที่ว่า “sale 70%” นั้นนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าถ้านักเรียนซื้อสินค้าหนึ่งชิ้นนักเรียนจะได้ส่วนลดกี่บาท เพราะเหตุใด
บอกไม่ได้ ว่า สิ่งของชิ้นนั้นมีกี่บาท

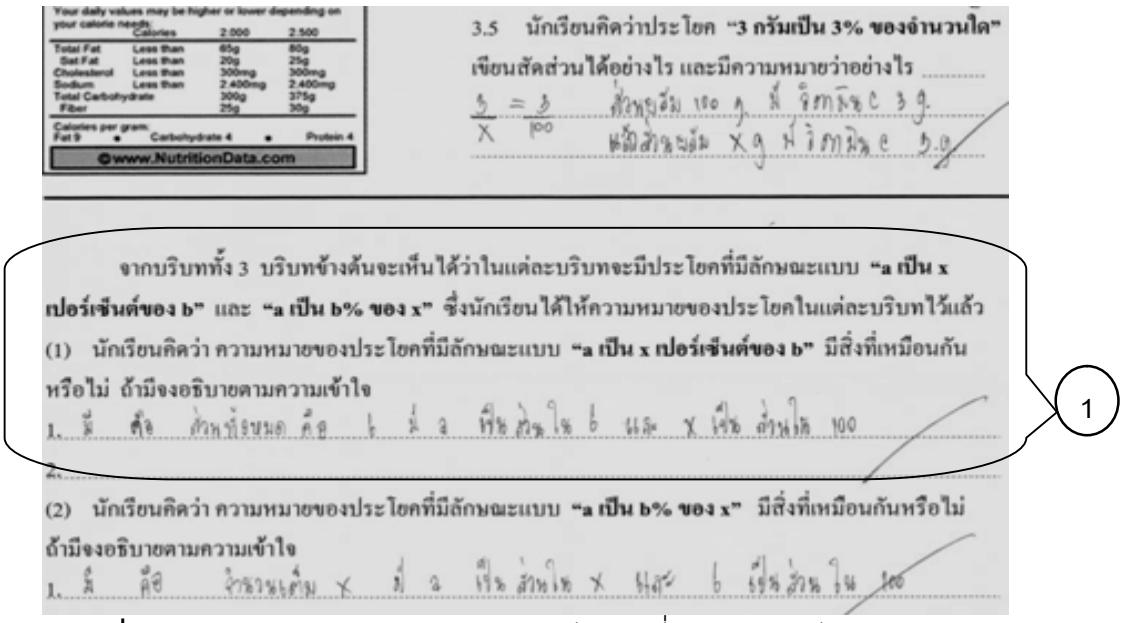
1.3 จากประโยคที่ว่า “sale 70%” มีการเปรียบเทียบปริมาณใดหรือไม่ ถ้ามีเป็นการเปรียบเทียบสิ่งใดกับสิ่งใด ราคาที่ขายกับส่วนลด

1

ภาพที่ 9 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 9 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากการภาพที่ 9 จะเห็นว่า ในการเขียนความหมายของประโยคที่ว่า “ sale 70% หมายความว่าอย่างไร” นักเรียนบางคนตอบว่า “กำไร 100% ลดให้ผู้ซื้อ 70%“ เป็นต้น แสดงว่านักเรียนกลุ่มทดลองบางส่วนอาจยังขาดความเข้าเกี่ยวกับเรื่องกำไรและการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อยู่บ้าง แต่ถึงแม้ว่านักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถตอบคำถามแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับบริบทต่างๆ ได้อย่างชัดเจน แต่ผู้วิจัยพบว่านักเรียนก็ยังมีความพยายามในการร่วมแสดงความคิดเห็น และสามารถเขียนแสดงความคิดเห็นของตนเกี่ยวกับบริบทต่างๆ ได้ดีขึ้นตามลำดับ

ขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคลาดคลึงในระยะหลังของการทดลอง เมื่อนักเรียนเริ่มปรับตัวและเข้าใจขั้นตอนการสอนมากขึ้น ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสังเกตเห็นลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากบริบทต่างๆ ได้ดีขึ้นกว่าระยะแรกของการทดลอง โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะผ่านการแสดงความคิดเห็นร่วมกัน



ภาพที่ 10 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 10 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 10 ในช่วงแรกของการทำกิจกรรมนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับความหมายของประโยคที่ว่า “a เป็น x เปอร์เซ็นต์ของ b” และ “a เป็น b% ของ x” ได้ทันที แต่หลังจากที่ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายโดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนข้อความคาดการณ์ของตนเองได้ใกล้เคียงกับลักษณะของมโนทัศน์ และค่อนข้างชัดเจน เช่น เขียนความหมายของประโยค “a เป็น x เปอร์เซ็นต์ของ b” ว่า “ส่วนทั้งหมดคือ b มี a เป็นส่วนใน b และ x เป็นส่วนใน 100” ดังภาพที่ 10 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถมองเห็นการเปรียบเทียบปริมาณที่เกี่ยวข้องกัน 4 ปริมาณเกี่ยวกับการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละได้

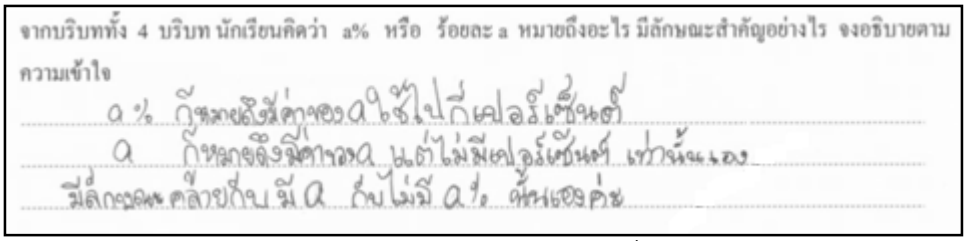
ในขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม ผู้วิจัยพบว่า การเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนนั้นนักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้การพูดสรุปความเข้าใจของตนเองเกี่ยวกับมโนทัศน์ได้ดี นักเรียนสามารอ้างอิงมโนทัศน์ที่เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการสรุปมโนทัศน์ลำดับต่อมาได้ดี แต่เมื่อให้นักเรียนเขียนข้อคาดการณ์จากความเข้าใจของตนเอง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนข้อคาดการณ์ได้ดีขึ้น แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ยังใช้ภาษาในการอธิบายลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากความเข้าใจของตนยังไม่ถูกต้อง

4) จากข้อมูลในข้อ 1) ถึง 3) ให้นักเรียนเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับ **"ลักษณะของสัดส่วน"** จากสิ่งที่นักเรียนสังเกตได้

1. มีอัตราส่วน 2 อัตราส่วน
2. มีการเท่าถ้วนของอัตราส่วน

ภาพที่ 11 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 11 จะเห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการสรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ เรื่องสัดส่วนได้ชัดเจน และใกล้เคียงกับความหมายที่แท้จริง


จากบริบททั้ง 4 บริบท นักเรียนคิดว่า a% หรือ ร้อยละ a หมายถึงอะไร มีลักษณะสำคัญอย่างไร จงอธิบายตามความเข้าใจ

a % ก็หมายถึงมีค่าของ a ใช้ไปกี่เปอร์เซ็นต์

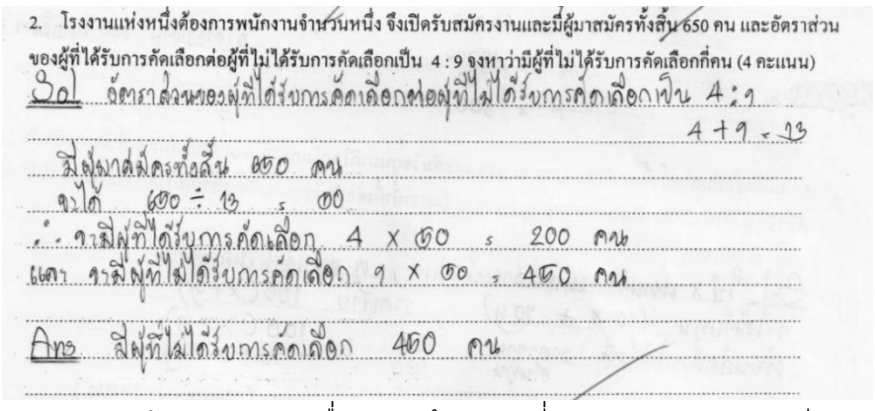
a ก็หมายถึงมีค่าของ a แต่ไม่มีเปอร์เซ็นต์ เท่านั้นเอง

มีลักษณะคล้ายกันคือ มี a กับไม่มี a ก็เหมือนกัน

ภาพที่ 12 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 9 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 12 จะเห็นว่า นักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถสรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์เรื่องร้อยละได้ถูกต้อง แสดงให้เห็นว่าในการทำกิจกรรมยังคงมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่สามารถมองเห็นลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ทำให้ไม่สามารถที่สรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ได้อย่างชัดเจน

ในขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้ นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณ 80% สามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้องตามขั้นตอนวิธีทั่วไปที่ครูสอนในชั้นเรียน นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วนได้ดี และจากการสังเกตการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบต่างๆ พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองบางคนสามารถใช้ขั้นตอนในการแสดงวิธีทำได้หลากหลาย และแตกต่างไปจากวิธีที่ครูสอนในชั้นเรียน


2. โรงงานแห่งหนึ่งต้องการพนักงานจำนวนหนึ่ง จึงเปิดรับสมัครงานและมีผู้มาสมัครทั้งสิ้น 650 คน และอัตราส่วนของผู้ที่ได้รับการคัดเลือกต่อผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือกเป็น 4 : 9 จงหาว่ามีผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือกกี่คน (4 คะแนน)

วิธี อัตราส่วนของผู้ที่ได้รับการคัดเลือกต่อผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือกเป็น 4:9

4+9 = 13

มีผู้มาสมัครทั้งสิ้น 650 คน

จะได้ 650 ÷ 13 = 50

∴ จะมีผู้ที่ได้รับการคัดเลือก 4 × 50 = 200 คน

และ จะมีผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือก 9 × 50 = 450 คน

Ans มีผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือก 450 คน

ภาพที่ 13 แสดงการทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 13 จะเห็นว่า การแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองบางคนสามารถที่ใช้การแก้ปัญหาที่แตกต่างจากการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป โดยนักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากันมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนเพื่อหาข้อสรุปได้ แสดงถึงความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ดีเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน

2.1.2 **พฤติกรรมการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม**

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม ซึ่งใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เป็นการจัดกิจกรรมตามแนวทางการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ตามคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน ผู้วิจัยใช้ขั้นตอนการจัดกิจกรรมแบ่งเป็น 3 ขั้น คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป ซึ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์นั้นครูใช้การยกตัวอย่างมโนทัศน์จากสิ่งแวดล้อมหรือตัวอย่างที่นักเรียนเคยพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน หลังจากนั้นครูก็อธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นๆ และใช้การยกตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับเนื้อหาที่สอนเพื่อให้นักเรียนสังเกตกระบวนการและขั้นตอนต่างๆ ในการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งการเรียนมโนทัศน์ในลักษณะนี้จะทำให้นักเรียนสามารถรับรู้มโนทัศน์ต่างๆ ได้โดยตรงและใช้เวลาค่อนข้างน้อย

จากข้อมูลที่ได้จากการสังเกตพฤติกรรมการเรียน การตอบคำถาม การตรวจเอกสารประกอบการเรียน และ การทำแบบฝึกหัด ที่สะท้อนให้เห็นถึงการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า

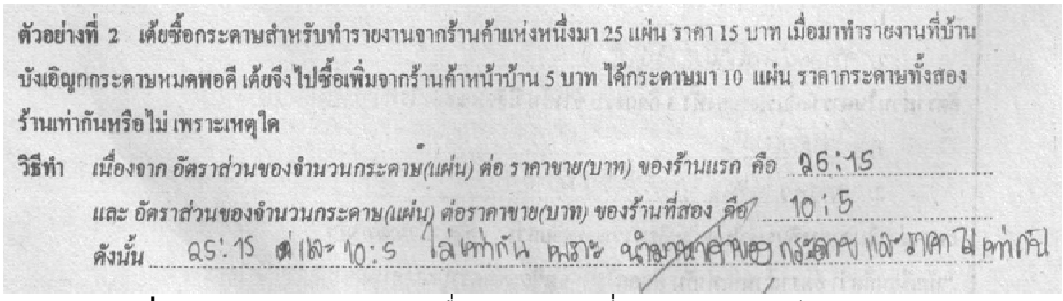
ระยะเริ่มต้นของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 1 – 2)

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุมในช่วงแรก นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดี มีเพียงนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่ให้ความร่วมมือในการเรียนการสอน ไม่ค่อยตอบคำถามแสดงความคิดเห็น ครูจึงใช้การกระตุ้นให้นักเรียนตอบคำถามด้วยการให้คะแนนเพิ่มสำหรับนักเรียนที่ตอบคำถาม ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการตอบคำถามมากขึ้น แต่นักเรียนบางส่วนก็ยังมีการพูดคุยกันเป็นระยะๆ บางครั้งนักเรียนมีการนำงานของวิชาอื่นมาทำในชั้นเรียน ครูจึงต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนสนใจด้วยการเรียกตอบคำถามรายบุคคลแต่บางคนก็ไม่สามารถตอบคำถามได้เนื่องจากไม่ได้ใส่ใจในการเรียนตั้งแต่แรก

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในระยะแรกนักเรียนส่วนใหญ่ก็สามารถที่รับรู้มโนทัศน์ที่เรียนได้โดยตรง เมื่อครูสุ่มถามให้นักเรียนยกตัวอย่างเกี่ยวกับมโนทัศน์นักเรียนก็สามารถตอบได้

ถูกต้อง และให้ความร่วมมือในการตอบคำถามและการอภิปรายได้ดีเช่นเดียวกับกลุ่มทดลอง ถึงแม้ว่ากลุ่มควบคุมจะไม่ค่อยมีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับมโนทัศน์มากเท่ากับกลุ่มทดลองแต่เมื่อครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับมโนทัศน์ในชีวิตประจำวันนักเรียนก็สามารถร่วมแสดงความคิดเห็นได้ดี แต่ผู้วิจัยพบว่า เมื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์โดยใช้คำถามแล้วยังมีนักเรียนที่ตอบคำถามผิด เช่น เมื่อครูถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน ว่า “ถ้าเราต้องการแบ่งเชือกซึ่งยาว 9 เมตรออกเป็น 2 ส่วนโดยให้ความยาวเชือกส่วนที่ 2 ยาวเป็นสองเท่าของความยาวเชือกส่วนที่หนึ่ง เราสามารถเขียนอัตราส่วนของความยาวเชือกส่วนที่ 1 ต่อส่วนที่ 2 ได้เป็น 3:6 หรือ $\frac{3}{6}$ อัตราส่วนนี้มีความหมายเหมือนกับความยาวเชือกครึ่งหนึ่งหรือไม่ นักเรียนบางส่วนตอบว่าเหมือนเพราะอัตราส่วนเขียนในรูปเศษส่วนได้และสามารถทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำคือ $\frac{1}{2}$ ได้เหมือนกับความยาวเชือกครึ่งหนึ่ง แสดงให้เห็นว่านักเรียนบางส่วนยังขาดความเข้าใจมโนทัศน์เกี่ยวกับอัตราส่วนอยู่บ้าง

ในการทำแบบฝึกหัดต่างๆ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ถูกต้อง โดยใช้การแสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่ครูสอนในชั้นเรียน แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ขาดความเข้าใจมโนทัศน์รวมถึงไม่สามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้


ตัวอย่างที่ 2 เด้ยซื้อกระดาษสำหรับทำรายงานจากร้านค้าแห่งหนึ่งมา 25 แผ่น ราคา 15 บาท เมื่อมาทำรายงานที่บ้าน บังเอิญกระดาษหมดพอดี เด้ยจึงไปซื้อเพิ่มจากร้านค้าหน้าบ้าน 5 บาท ได้กระดาษมา 10 แผ่น ราคากระดาษทั้งสองร้านเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด
วิธีทำ เนื่องจาก อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อ ราคาขาย(บาท) ของร้านแรก คือ 25:15
และ อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อราคาขาย(บาท) ของร้านที่สอง คือ 10:5
ดังนั้น 25:15 กับ 10:5 ไม่เท่ากัน เพราะ นำจำนวนกระดาษ และราคาไม่เท่ากัน

ภาพที่ 14 แสดงการทำใบงานเรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

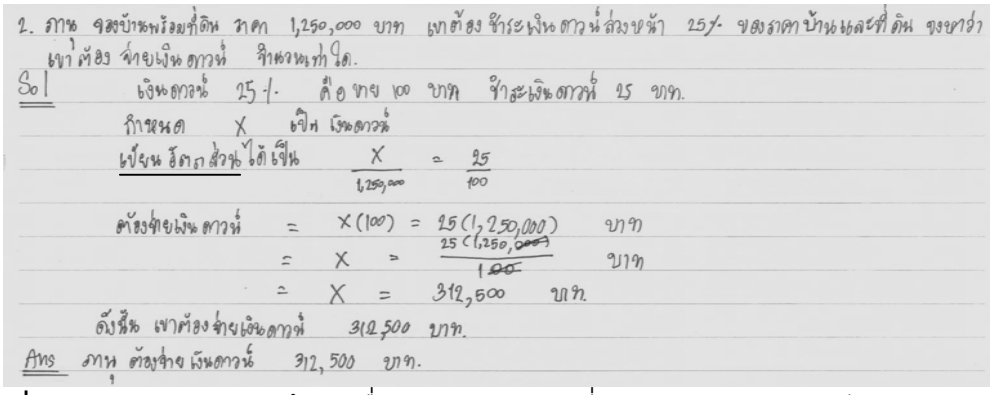
จากภาพที่ 14 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนบางคนก็ยังไม่สามารถเขียนแสดงเหตุผลเกี่ยวกับราคากระดาษของร้านทั้งสองได้ชัดเจน โดยเขียนว่า “เมื่อนำมาหาค่าของกระดาษและราคาไม่เท่ากัน” แสดงว่านักเรียนบางคนอาจยังไม่สามารถนำมโนทัศน์ไปใช้อธิบายในการตอบปัญหาได้

ระยะหลังของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 3 – 5)

นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงให้ความสนใจกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดี ปัญหาที่พบในช่วงระยะหลังของการทดลองของนักเรียนกลุ่มควบคุมคือ นักเรียนบางส่วนไม่ค่อยให้สนใจกับการเรียนเท่าที่ควร อาจเนื่องมาจากบทบาทของนักเรียนส่วนใหญ่แล้วเป็นผู้ฟังมากกว่าผู้พูด ทำให้

นักเรียนอาจเกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน และในการตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจนั้น ครูจะมีโอกาสในการรับฟังความคิดเห็นของผู้เรียนได้บางส่วน อาจทำให้ครูไม่สามารถรู้ว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในส่วนใด

ในส่วนของการเรียนรู้มโนทัศน์และการร่วมอภิปรายในชั้นเรียนในเรื่องสัดส่วนและร้อยละและการแก้ปัญหา พบว่าในการทำแบบฝึกหัดนักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแบบปกติจะเน้นการอธิบายเนื้อหาและมีการกล่าวถึงบริบทที่นักเรียนคุ้นเคยในการเรียนรู้มโนทัศน์ในบางเรื่อง นอกจากนี้การที่นักเรียนได้ทำการสังเกตการทำตัวอย่างของครู และการให้นักเรียนได้ฝึกทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองก็สามารถพัฒนามโนทัศน์ให้ดีขึ้นได้ แต่ผู้วิจัยยังพบความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และการเขียนที่ยังใช้ภาษาไม่ถูกต้องตามหลักการเขียนทางคณิตศาสตร์ในการทำแบบฝึกหัดอยู่บ้าง


2. ภาพ ซื้อบ้านพร้อมที่ดิน ราคา 1,250,000 บาท เขาต้องชำระเงินดาวน์ล่วงหน้า 25% ของราคาบ้านและที่ดิน ของภาพว่า เขาต้องจ่ายเงินดาวน์ จำนวนเท่าใด.

Sol เงินดาวน์ 25 % คือ ขาย 100 บาท ชำระเงินดาวน์ 25 บาท.

กำหนด X แทน เงินดาวน์

เขียน อัตราส่วน ได้เป็น $\frac{X}{1,250,000} = \frac{25}{100}$

ต้องจ่ายเงินดาวน์ $= X(100) = 25(1,250,000)$ บาท

$= X = \frac{25(1,250,000)}{100}$ บาท

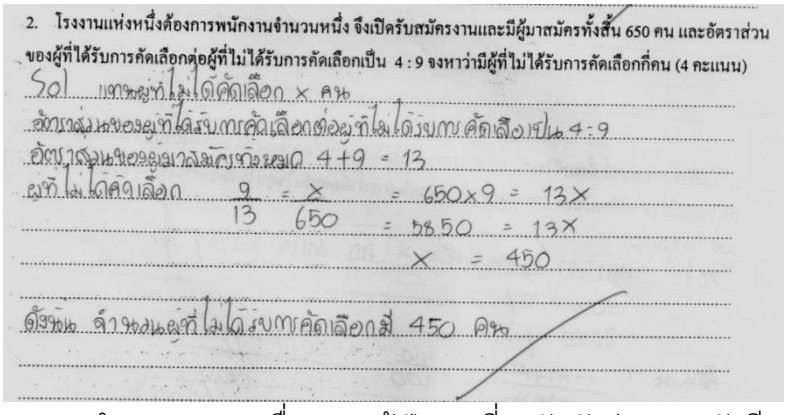
$= X = 312,500$ บาท.

ดังนั้น เขาต้องจ่ายเงินดาวน์ 312,500 บาท.

Ans ภาพ ต้องจ่ายเงินดาวน์ 312,500 บาท.

ภาพที่ 15 แสดงการทำแบบฝึกหัดเรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 15 จะเห็นว่าในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ในการแสดงวิธีทำสังเกตเห็นว่านักเรียนเขียนคำว่า “อัตราส่วน” แทนคำว่า “สัดส่วน” แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังคงมีความสับสนระหว่างความหมายของอัตราส่วนและสัดส่วนอยู่บ้าง


2. โรงงานแห่งหนึ่งต้องการพนักงานจำนวนหนึ่ง จึงเปิดรับสมัครงานและมีผู้มาสมัครทั้งสิ้น 650 คน และอัตราส่วนของผู้ที่ได้รับการคัดเลือกต่อผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือกเป็น 4 : 9 จงหาว่ามีผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือกกี่คน (4 คะแนน)

Sol แทนผู้ที่ไม่ได้คัดเลือก x คน

อัตราส่วนของผู้ที่ได้รับการคัดเลือกต่อผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือกเป็น 4:9

อัตราส่วนของผู้สมัครทั้งหมด 4+9 = 13

ผู้ที่ไม่ได้คัดเลือก $\frac{9}{13} = \frac{x}{650}$ $= 650 \times 9 = 13x$

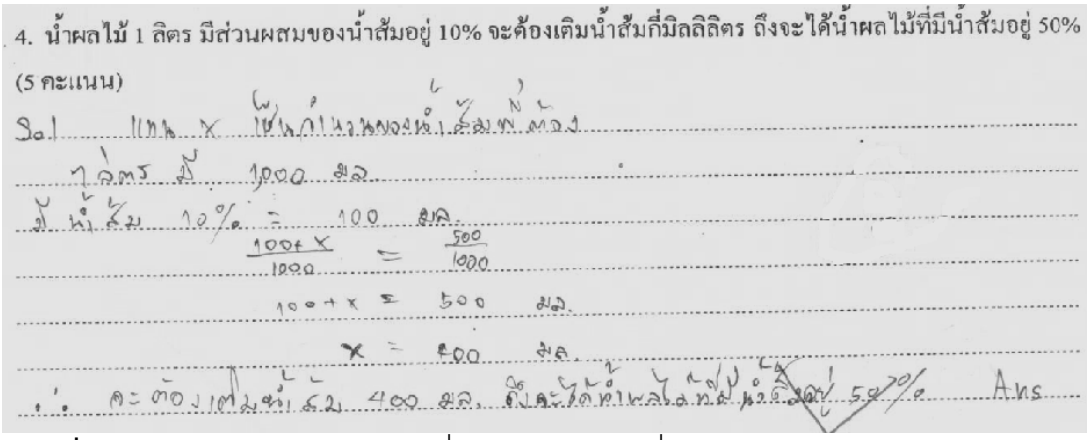
$= 5850 = 13x$

$x = 450$

ดังนั้น จำนวนผู้ที่ไม่ได้รับการคัดเลือกมี 450 คน

ภาพที่ 16 แสดง การทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 16 แสดงให้เห็นว่าการทำแบบทดสอบของนักเรียนกลุ่มควบคุมนักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยได้คำตอบที่ถูกต้อง แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ที่ดี แต่ในส่วนของการแสดงวิธีทำยังคงใช้รูปแบบขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบทั่วๆไป และยังเขียนแสดงวิธีการแก้สมการยังไม่เป็นระบบในบางส่วน


4. น้ำผลไม้ 1 ลิตร มีส่วนผสมของน้ำส้มอยู่ 10% จะต้องเติมน้ำส้มกี่มิลลิลิตร ถึงจะได้น้ำผลไม้ที่มีน้ำส้มอยู่ 50%
(5 คะแนน)

ภาพที่ 17 แสดงการทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 17 จะเห็นว่าในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละโดยใช้สัดส่วนนั้นนักเรียนบางคนยังมีความสับสนเกี่ยวกับการเปรียบเทียบปริมาณที่เมื่อจำนวนใดจำนวนหนึ่งเพิ่มขึ้นอีกจำนวนในอัตราส่วนก็เพิ่มขึ้นด้วยตามสัดส่วน เห็นจากโจทย์ว่า เมื่อปริมาณน้ำส้มที่เพิ่มเข้ามาซึ่งทำให้ความเข้มข้นของน้ำส้มเปลี่ยนไป แต่นักเรียนกลับเขียนสัดส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณน้ำส้มที่เท่าเดิม แสดงให้เห็นว่านักเรียนบางส่วนยังมีความสับสนเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องสัดส่วนและร้อยละอยู่บ้าง

ผู้วิจัยพบว่า การที่นักเรียนกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ส่วนใหญ่มีการแสดงวิธีทำที่ยังไม่สมบูรณ์อาจเป็นไปได้ว่านักเรียนกลุ่มควบคุมยังไม่เข้าใจรายละเอียดของมโนทัศน์ต่างๆ เนื่องจากในการเรียนการสอนของนักเรียนปกติยังขาดการแยกแยะลักษณะต่างๆ ของมโนทัศน์ ซึ่งแตกต่างกับกลุ่มทดลองที่มีการวิเคราะห์ถึงคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ในทุกๆ มโนทัศน์

2.2 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาพฤติกรรมที่สะท้อนถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ได้ ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาพฤติกรรมที่แสดงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามลักษณะการให้เหตุผล 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย ศึกษาพฤติกรรมการวิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ที่ได้จากการสังเกตสิ่งที่ร่วมกันหลายๆ ตัวอย่าง และนำสิ่งเหล่านั้นมาสรุปในรูปแบบทั่วไป

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย ศึกษาพฤติกรรมการใช้กฎ ข้อตกลง บทนิยาม หรือความรู้ที่เคยรับทราบมาก่อนว่าเป็นจริงมาใช้ในการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง และสามารถหาข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลได้ รวมถึงการประยุกต์ใช้และการให้เหตุผลในการแก้ปัญหา

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ศึกษาพฤติกรรมการใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการหาคำตอบในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงได้ รวมถึงการประยุกต์ใช้และการให้เหตุผลในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

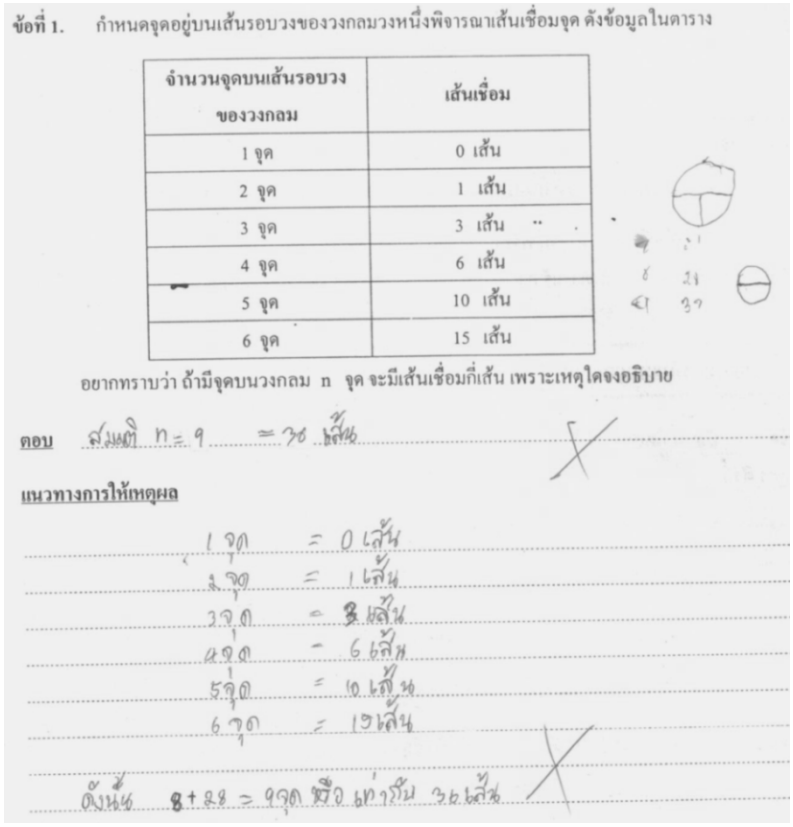
จากข้อมูลที่ได้จากการสังเกตพฤติกรรมการตอบคำถาม การร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียน การตรวจแบบฝึกหัด การทำใบงาน และจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

2.2.1 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ระยะเริ่มต้นของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 1 – 2)

การให้เหตุผลเชิงอุปนัย

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนก่อนการทดลอง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ ยังมองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้ และยังไม่สามารถหาข้อสรุปเกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ ได้ ถึงแม้ว่านักเรียนบางส่วนสามารถหาข้อสรุปได้แต่ยังเขียนแนวทางในการให้เหตุผลได้ไม่ชัดเจน



ข้อที่ 1. กำหนดจุดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งพิจารณาเส้นเชื่อมจุด ดังข้อมูลในตาราง

จำนวนจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม	เส้นเชื่อม
1 จุด	0 เส้น
2 จุด	1 เส้น
3 จุด	3 เส้น
4 จุด	6 เส้น
5 จุด	10 เส้น
6 จุด	15 เส้น

อยากทราบว่า ถ้ามีจุดบนวงกลม n จุด จะมีเส้นเชื่อมกี่เส้น เพราะเหตุใดจงอธิบาย

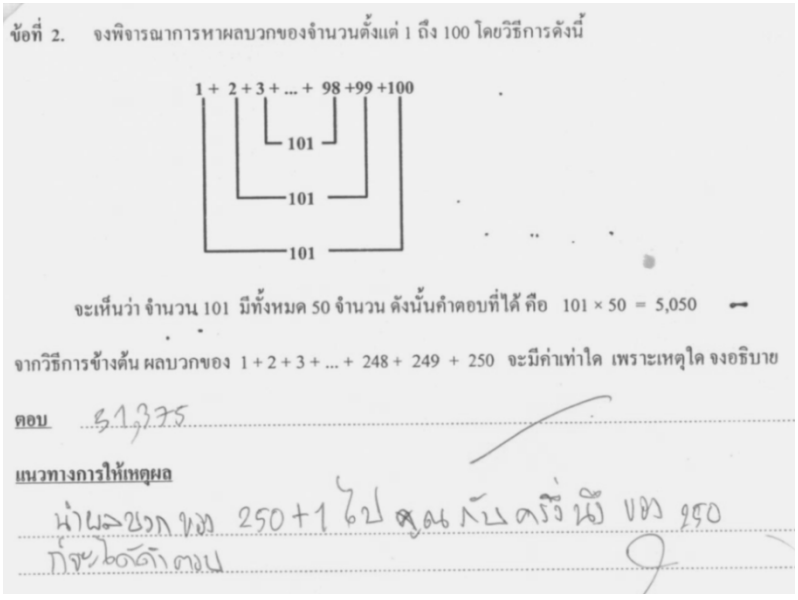
ตอบ สมมติ n = 9 = 36 เส้น

แนวทางการให้เหตุผล

1 จุด = 0 เส้น
2 จุด = 1 เส้น
3 จุด = 3 เส้น
4 จุด = 6 เส้น
5 จุด = 10 เส้น
6 จุด = 15 เส้น

ดังนั้น 8 + 28 = 9 จุด หรือ เท่ากับ 36 เส้น

(1)



ข้อที่ 2. จงพิจารณาการหาผลบวกของจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 100 โดยวิธีการดังนี้

1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99 + 100

101

101

101

จะเห็นว่า จำนวน 101 มีทั้งหมด 50 จำนวน ดังนั้นคำตอบที่ได้ คือ 101 × 50 = 5,050

จากวิธีการข้างต้น ผลบวกของ 1 + 2 + 3 + ... + 248 + 249 + 250 จะมีค่าเท่าใด เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ 31,375

แนวทางการให้เหตุผล

นำผลบวกของ 250 + 1 ไปคูณกับครึ่งนึงของ 250 ก็จะได้คำตอบ

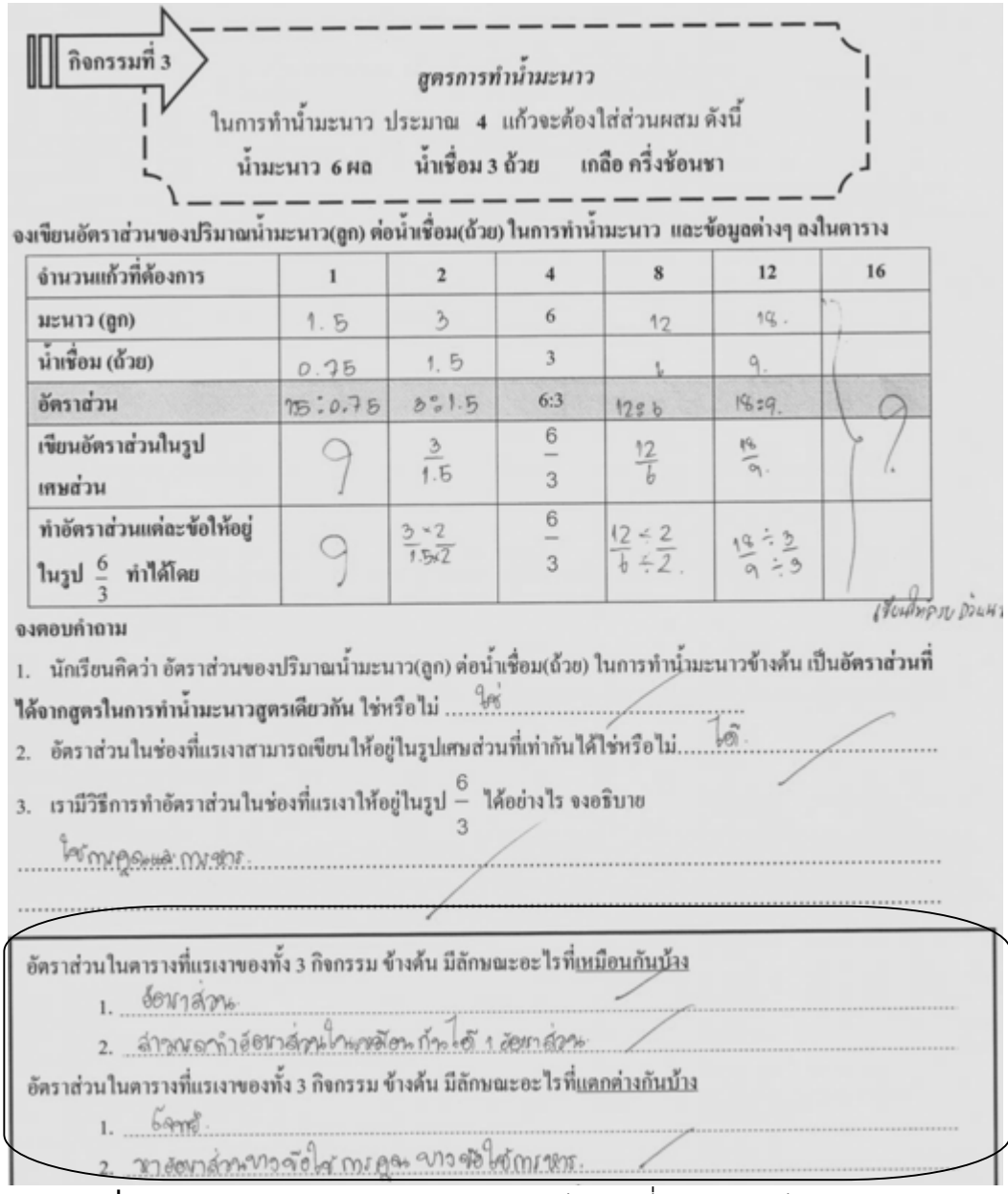
(2)

ภาพที่ 18 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงอุปนัย) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 18(1) จะเห็นว่า นักเรียนยังไม่สามารถหาข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจุดบนเส้นรอบวงกับเส้นเชื่อมในรูปทั่วไปได้ นักเรียนจึงใช้การสมมติให้ n = 9 และ

หาจำนวนเส้นเชื่อมได้ 36 เส้น และจากภาพที่ 18(2) จะเห็นว่านักเรียนสามารถหาสรุปเกี่ยวกับการหาผลบวกของจำนวนตั้งแต่ 1–250 ได้ แต่ยังแสดงแนวทางในการให้เหตุผล ไม่ชัดเจน และไม่เห็นถึงที่มาของคำตอบที่ได้กับสิ่งที่เขียนในการให้เหตุผล

ระหว่างการทดลองในระยะแรกประมาณสัปดาห์ที่ 1-2 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายาม ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ ที่นำเสนอในขั้นสร้างความคุ้นเคย แต่จากการตอบคำถามของนักเรียนและการทำเอกสารประกอบการเรียนในขั้นรับรู้ความคล้ายคลึงและปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม ที่ให้นักเรียนได้สังเกตความเหมือนและความแตกต่างจากบริบทเพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์นั้นนักเรียนยังไม่สามารถสังเกตเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างเป็นระบบ ทำให้ไม่สามารถเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนได้อย่างชัดเจน



กิจกรรมที่ 3

สูตรการทำน้ำมะนาว

ในการทำน้ำมะนาว ประมาณ 4 แก้วจะต้องใส่ส่วนผสม ดังนี้

น้ำมะนาว 6 ผล น้ำเชื่อม 3 ถ้วย เกลือ ครึ่งช้อนชา

จงเขียนอัตราส่วนของปริมาณน้ำมะนาว(ลูก) ต่อน้ำเชื่อม(ถ้วย) ในการทำน้ำมะนาว และข้อมูลต่างๆ ลงในตาราง

จำนวนแก้วที่ต้องการ	1	2	4	8	12	16
มะนาว (ลูก)	1.5	3	6	12	18	
น้ำเชื่อม (ถ้วย)	0.75	1.5	3	6	9	
อัตราส่วน	1.5 : 0.75	3 : 1.5	6:3	12 : 6	18 : 9	
เขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วน	9	$\frac{3}{1.5}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{12}{6}$	$\frac{18}{9}$	
ทำอัตราส่วนแต่ละข้อให้อยู่ในรูป $\frac{6}{3}$ ทำได้โดย	9	$\frac{3\times2}{1.5\times2}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{12\div2}{6\div2}$	$\frac{18\div3}{9\div3}$	

จงตอบคำถาม

1. นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนของปริมาณน้ำมะนาว(ลูก) ต่อน้ำเชื่อม(ถ้วย) ในการทำน้ำมะนาวข้างต้น เป็นอัตราส่วนที่ได้จากสูตรในการทำน้ำมะนาวสูตรเดียวกัน ใช่หรือไม่ ใช่

2. อัตราส่วนในช่องที่แรเงาสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่เท่ากันได้ใช่หรือไม่ ใช่

3. เรามีวิธีการทำอัตราส่วนในช่องที่แรเงาให้อยู่ในรูป $\frac{6}{3}$ ได้อย่างไร จงอธิบาย

โดยการคูณและการหาร

อัตราส่วนในตารางที่แรเงาของทั้ง 3 กิจกรรม ข้างต้น มีลักษณะอะไรที่เหมือนกันบ้าง

1. อัตราส่วน

2. สามารถทำอัตราส่วนให้เหมือนกันได้ 1 อัตราส่วน

อัตราส่วนในตารางที่แรเงาของทั้ง 3 กิจกรรม ข้างต้น มีลักษณะอะไรที่แตกต่างกันบ้าง

1. โจทย์

2. ราอัตราส่วนบางข้อใช้การคูณ บางข้อใช้การหาร

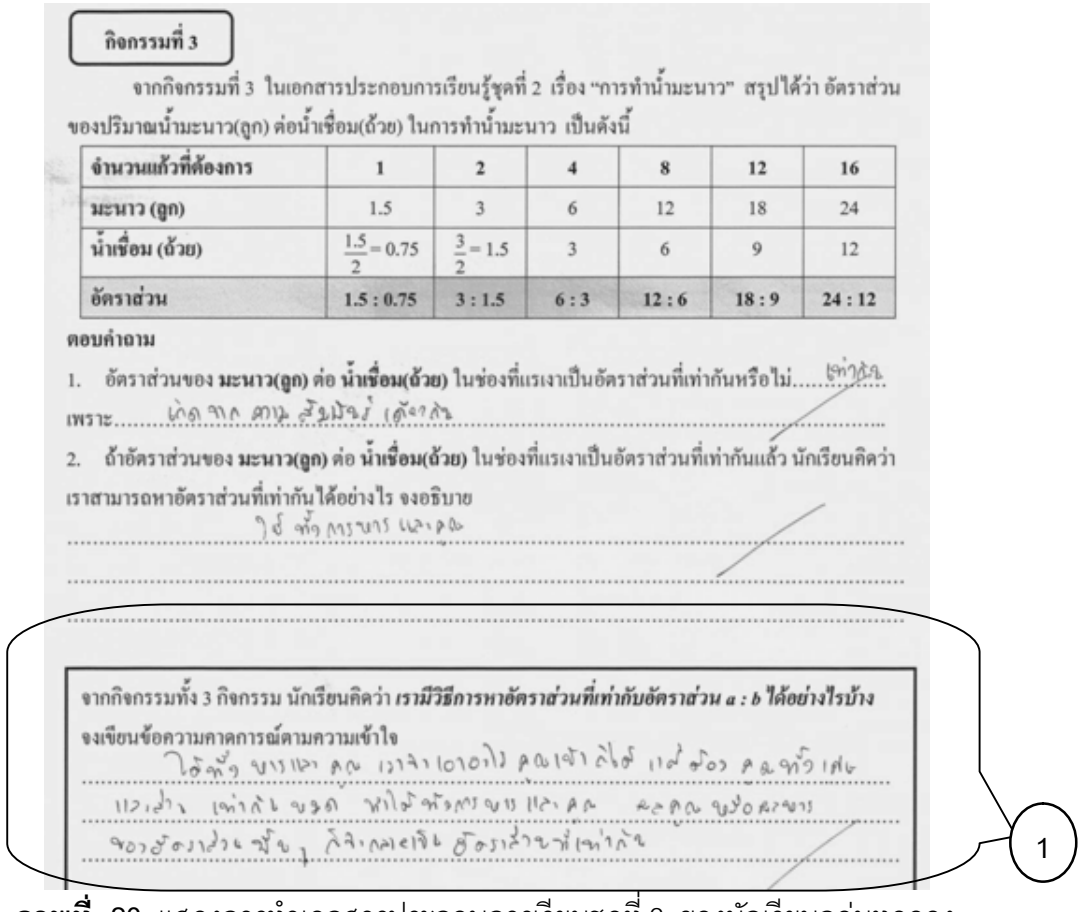
1

ภาพที่ 19 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 19 จะเห็นได้ว่า ในการทำเอกสารประกอบการเรียนรู้นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถสังเกตความคล้ายคลึงกันและความแตกต่างกันในบริบทต่างๆ หรือยังไม่สามารถสังเกตได้ครบถ้วน เช่น เมื่อให้นักเรียนสังเกตสิ่งที่เหมือนกันจากบริบทที่เกี่ยวข้องกับอัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนตอบว่าคือ “อัตราส่วน” และ “สามารถทำอัตราส่วนให้เหมือนกันได้ 1 อัตราส่วน” และสิ่งที่แตกต่างกันในแต่ละบริบทคือ “โจทย์ และบางข้อใช้การคูณ บางข้อใช้การหาร” เป็นต้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถวิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้บางส่วน และยังไม่สมบูรณ์

นอกจากนี้ในขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคลาดเคลื่องให้เป็นรูปธรรม พบว่านักเรียนยังไม่สามารถเขียนข้อคาดการณ์ได้ถูกต้องเช่น เมื่อให้นักเรียนเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนเขียนว่า “อัตราส่วนที่เท่ากันคืออัตราส่วนที่ต่างกันแต่เขียนอยู่ในรูปแบบเดียวกันได้” เป็นต้น

จะเห็นว่าได้ว่าในระยะแรกของการทดลอง นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์และสังเกตลักษณะร่วมกันของมโนทัศน์ได้เพียงบางส่วน และเมื่อเขียนเป็นข้อความคาดการณ์ก็ยังเขียนได้ไม่สมบูรณ์นัก ต้องรอให้ครูชี้แนะก่อนจึงสามารถเขียนได้แต่เมื่อนักเรียนเริ่มเรียนไปได้ประมาณสัปดาห์ที่ 2 พบว่านักเรียนเริ่มมีทักษะการสังเกตและสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ได้เป็นระบบมากขึ้น



กิจกรรมที่ 3

จากกิจกรรมที่ 3 ในเอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 2 เรื่อง “การทำน้ำมะนาว” สรุปได้ว่า อัตราส่วนของปริมาณน้ำมะนาว(ลูก) ต่อน้ำเชื่อม(ถ้วย) ในการทำน้ำมะนาว เป็นดังนี้

จำนวนแก้วที่ต้องการ	1	2	4	8	12	16
มะนาว (ลูก)	1.5	3	6	12	18	24
น้ำเชื่อม (ถ้วย)	$\frac{1.5}{2}=0.75$	$\frac{3}{2}=1.5$	3	6	9	12
อัตราส่วน	1.5 : 0.75	3 : 1.5	6 : 3	12 : 6	18 : 9	24 : 12

ตอบคำถาม

1. อัตราส่วนของ **มะนาว(ลูก) ต่อ น้ำเชื่อม(ถ้วย)** ในช่องที่แรเงาเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่ เท่ากัน
เพราะ เกิดจาก สาม สัมผัส เดียวกัน

2. ถ้าอัตราส่วนของ **มะนาว(ลูก) ต่อ น้ำเชื่อม(ถ้วย)** ในช่องที่แรเงาเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันแล้ว นักเรียนคิดว่าเราสามารถหาอัตราส่วนที่เท่ากันได้อย่างไร จงอธิบาย
ใช้ หา การขยาย และลด

จากกิจกรรมทั้ง 3 กิจกรรม นักเรียนคิดว่า ***เรามีวิธีการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน a : b ได้อย่างไรบ้าง***
จงเขียนข้อความคาดการณ์ตามความเข้าใจ
ใช้หา ขยาย และ เอาอะไรไป คูณเข้า ลงไป แล้วต้อง คูณทั้งเศษ
และ ส่วน เท่ากัน ห้ามหารขยาย และ คูณ ขยายขยาย
ของอัตราส่วน ขึ้น ก็จะกลายเป็น อัตราส่วนที่เท่ากัน

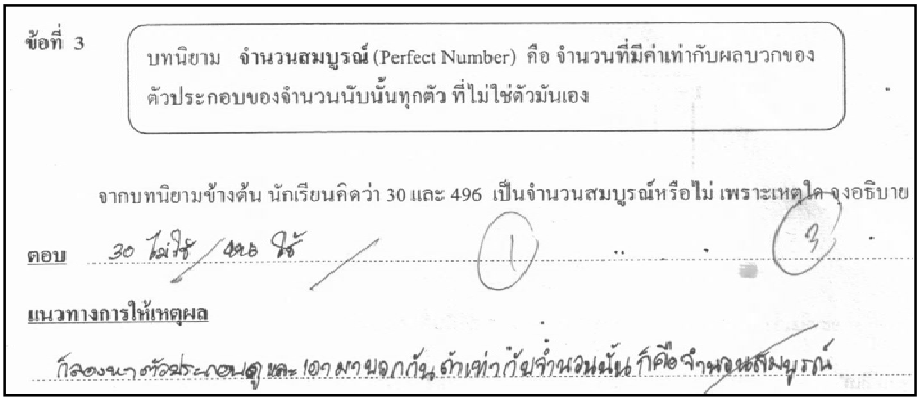
1

ภาพที่ 20 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

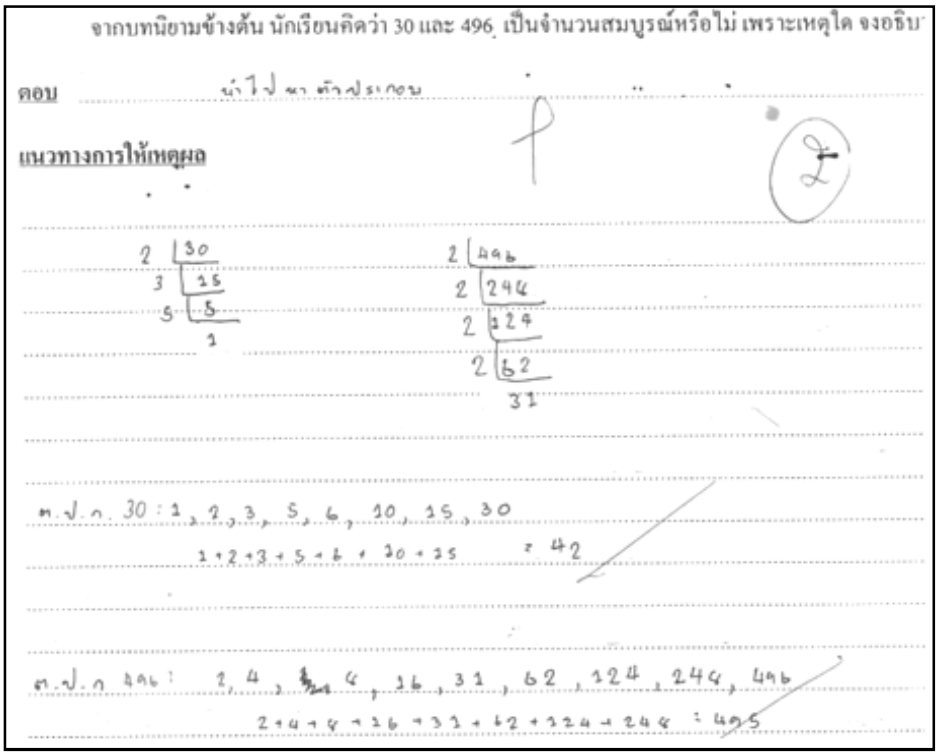
จากภาพที่ 20 จะเห็นได้ว่า เมื่อให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับหลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากันซึ่งเป็นมโนทัศน์ลำดับที่ 4 ในการทดลอง นักเรียนเขียนว่า การหาอัตราส่วนที่เท่ากันหา “ได้ทั้งการหารและการคูณ โดยเอาอะไรคูณเข้าก็ได้แต่ต้องคูณทั้งเศษและส่วนเท่ากันหมด ผลของการคูณและหารอัตราส่วนนั้นๆ ก็กลายเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน”เป็นต้น

การให้เหตุผลเชิงนิรนัย

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัยของนักเรียนก่อนการทดลอง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้ที่มีอยู่เดิมมาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูลและการให้เหตุผลประกอบการอธิบายได้ดี และนักเรียนส่วนใหญ่ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ยังไม่สามารถเขียนแนวทางในการให้เหตุผลได้ชัดเจนหรือนักเรียนบางคนก็ยังหาข้อสรุปได้ไม่ถูกต้อง แต่แสดงความพยายามในการให้เหตุผล



(1)

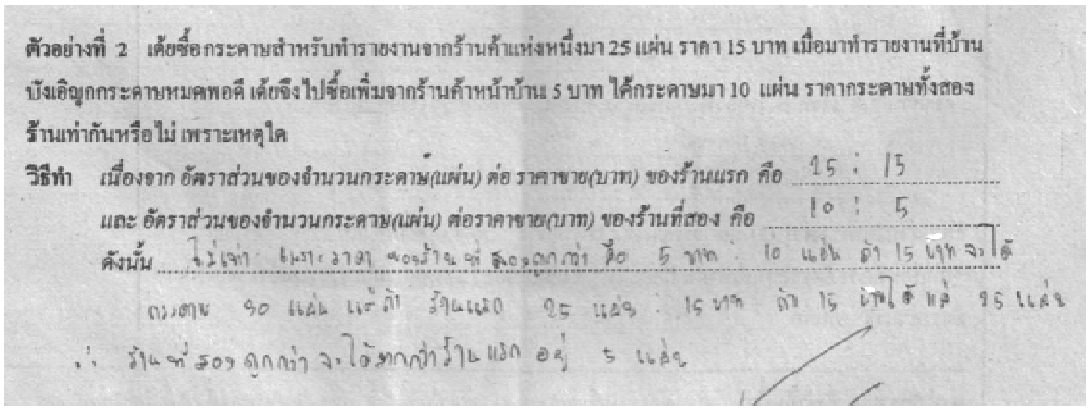


(2)

ภาพที่ 21 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงนิรนัย) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 21(1) จะเห็นว่า เมื่อให้นักเรียนหาข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนสมบูรณ์นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ถูกต้องแต่ในการเขียนแนวทางในการให้เหตุผลของนักเรียนยังไม่ชัดเจนและจากภาพที่ 21(2) เห็นว่าแสดงความพยายามในการหาตัวประกอบเพื่อนำมาพิจารณาในการหาข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนสมบูรณ์ แต่นักเรียนยังไม่สามารถหาข้อสรุปได้ถูกต้อง

ในระยะแรกของการทดลอง พบว่านักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่เดิมมาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูล และแสดงความพยายามในการอธิบายเหตุผลจากความรู้ ความเข้าใจของตนเอง แต่ส่วนใหญ่ยังเขียนได้ไม่ชัดเจนนักแต่มีการพัฒนาที่ดีขึ้นตามลำดับ


ตัวอย่างที่ 2 เด็ยซื้อกระดาษสำหรับทำรายงานจากร้านค้าแห่งหนึ่งมา 25 แผ่น ราคา 15 บาท เมื่อมาทำรายงานที่บ้าน บังเอิญกระดาษหมดพอดี เด็ยจึงไปซื้อเพิ่มจากร้านค้าหน้าบ้าน 5 บาท ได้กระดาษมา 10 แผ่น ราคากระดาษทั้งสองร้านเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

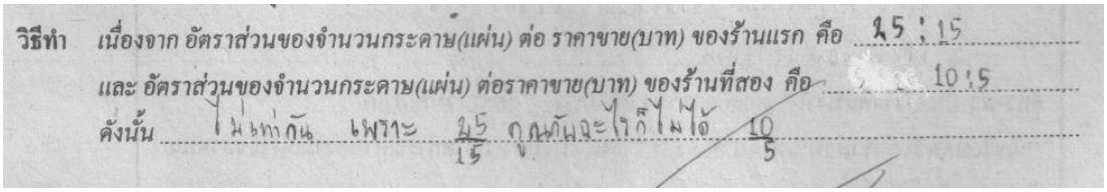
วิธีทำ เนื่องจาก อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อ ราคาขาย(บาท) ของร้านแรก คือ 15 : 15

และ อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อราคาขาย(บาท) ของร้านที่สอง คือ 10 : 5

ดังนั้น ไม่เท่า เพราะ ราคา ของร้าน ที่ สองถูกกว่า คือ 5 บาท 10 แผ่น ถ้า 15 บาท จะได้ 90 แผ่น แต่ถ้า ร้านแรก 90 แผ่น 15 บาท ถ้า 15 บาทได้ แค่ 15 แผ่น

∴ ร้านที่สอง ถูกกว่า จะได้ทุกกว่าร้านแรก อยู่ 5 แผ่น

(1)


วิธีทำ เนื่องจาก อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อ ราคาขาย(บาท) ของร้านแรก คือ 25 : 15

และ อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อราคาขาย(บาท) ของร้านที่สอง คือ 10 : 5

ดังนั้น ไม่เท่ากัน เพราะ $\frac{25}{15}$ คูณทั้งจะไงก็ไม่ได้ $\frac{10}{5}$

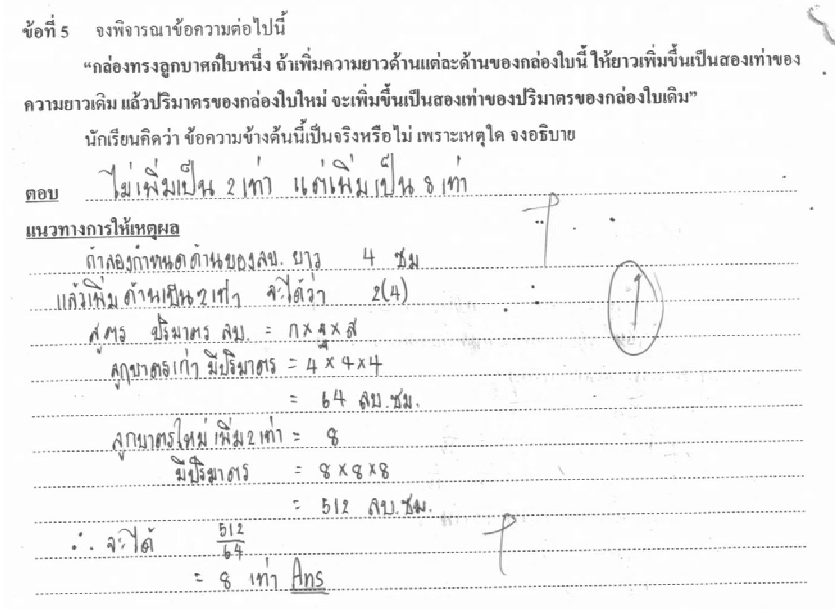
(2)

ภาพที่ 22 แสดงการทำใบงาน เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 22 จะเห็นได้ว่าในการให้เหตุผลเกี่ยวกับราคาของกระดาษสองร้าน นักเรียนบางส่วนสามารถเขียนแสดงเหตุผลได้ชัดเจน โดยการนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันมาใช้ในการให้เหตุผลใน โดยใช้การทำราคาของร้านทั้งสองให้เท่ากันเพื่อพิจารณาว่าซื้อกระดาษได้กี่แผ่น ดังภาพที่ 22(1) หรือนักเรียนบางคนใช้การพิจารณาว่าอัตราส่วนเท่ากันหรือไม่นั้นต้องสามารถหาจำนวนมาคูณหรือหารเพื่อให้จำนวนในอัตราส่วนทั้งสองจำนวนเท่ากัน แต่นักเรียนพิจารณาแล้วว่าไม่มีจำนวนอะไรที่คูณ $\frac{10}{5}$ แล้วได้เท่ากับ $\frac{25}{15}$ จึงตอบว่าราคากระดาษของร้านทั้งสองไม่เท่ากัน ดังภาพที่ 22(2) แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์เกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันสามารถนำมาใช้ในการสรุปคำตอบได้

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนก่อนการทดลอง พบว่านักเรียนบางคนยังแสดงการให้เหตุผลโดยใช้การยกตัวอย่างซึ่งยังไม่ครอบคลุมทุกกรณีในการยกตัวอย่างค้านหรือสนับสนุนเหตุผลยังไม่เป็นระบบ


ข้อที่ 5 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

"กล่องทรงลูกบาศก์ใบหนึ่ง ถ้าเพิ่มความยาวด้านแต่ละด้านของกล่องใบนี้ ให้ยาวเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของความยาวเดิม แล้วปริมาตรของกล่องใบใหม่ จะเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของปริมาตรของกล่องใบเดิม"

นักเรียนคิดว่า ข้อความข้างต้นนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ ไม่เพิ่มเป็น 2 เท่า แต่เพิ่มเป็น 8 เท่า

แนวทางการให้เหตุผล

ถ้ากล่องกำหนดด้านของลบ. ยาว 4 ซม

แล้วเพิ่มด้านเป็น 2 เท่า จะได้ว่า 2(4)

ลูกบาศก์ ปริมาตร ลบ. = กxกxส

ลูกบาศก์เก่า มีปริมาตร = 4x4x4

= 64 ลบ.ซม.

ลูกบาศก์ใหม่ เพิ่ม 2 เท่า = 8

มีปริมาตร = 8x8x8

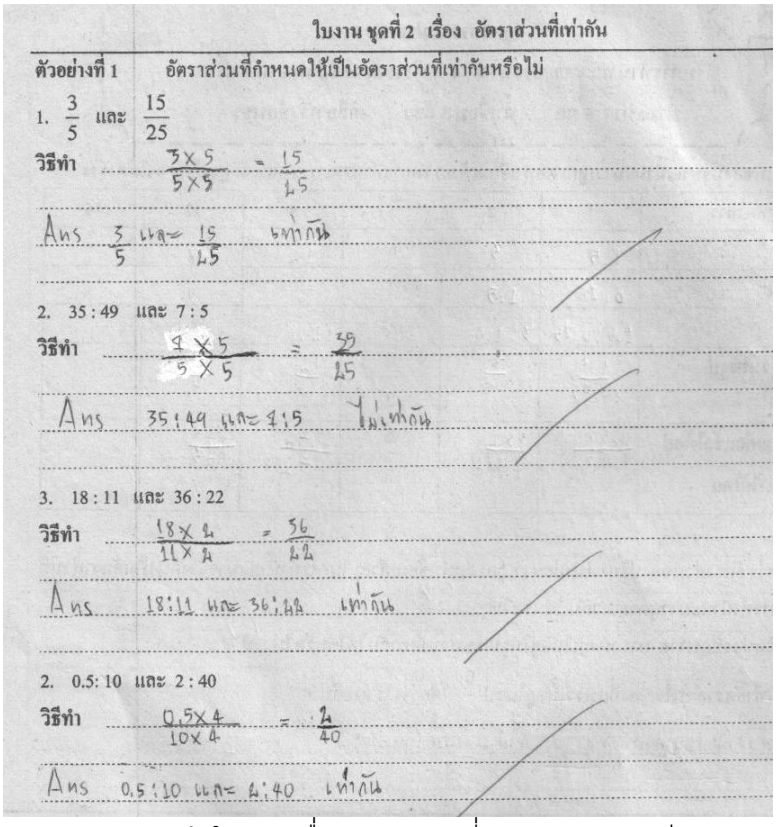
= 512 ลบ.ซม.

∴ จะได้ 512/64

= 8 เท่า Ans

ภาพที่ 23 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 23 จะเห็นว่านักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ถูกต้อง แต่ในการยกตัวอย่างเพื่อสนับสนุนเหตุผล นักเรียนยังไม่สามารถพิจารณาในกรณีทั่วไปได้ แต่นักเรียนพิจารณาเพียงตัวอย่างเดียวแล้วสรุปผลซึ่งแสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนก่อนการทดลองยังไม่ดีนัก



ใบงาน ชุดที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 อัตราส่วนที่กำหนดให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

1. $\frac{3}{5}$ และ $\frac{15}{25}$

วิธีทำ $\frac{3\times5}{5\times5} = \frac{15}{25}$

Ans $\frac{3}{5}$ และ $\frac{15}{25}$ เท่ากัน

2. 35 : 49 และ 7 : 5

วิธีทำ $\frac{7\times5}{5\times5} = \frac{35}{25}$

Ans 35 : 49 และ 7 : 5 ไม่เท่ากัน

3. 18 : 11 และ 36 : 22

วิธีทำ $\frac{18\times2}{11\times2} = \frac{36}{22}$

Ans 18 : 11 และ 36 : 22 เท่ากัน

2. 0.5 : 10 และ 2 : 40

วิธีทำ $\frac{0.5\times4}{10\times4} = \frac{2}{40}$

Ans 0.5 : 10 และ 2 : 40 เท่ากัน

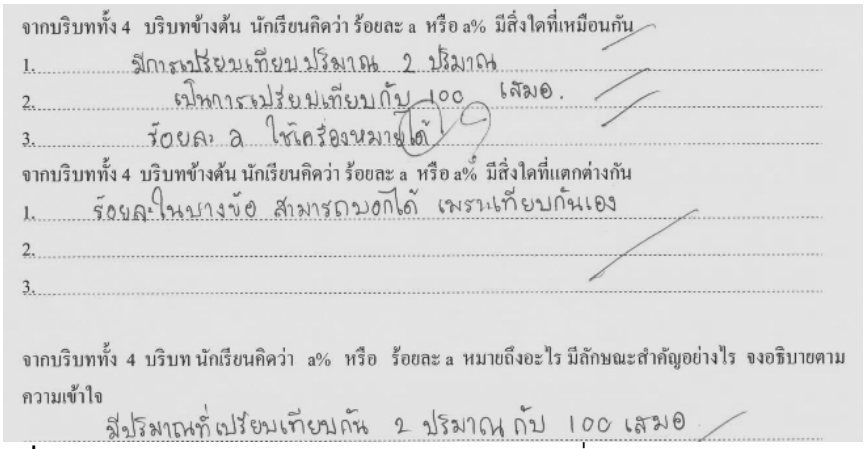
ภาพที่ 24 แสดงการทำใบงาน เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 24 จะเห็นว่า การทำใบงานของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะเริ่มต้นของการทดลองนั้นนักเรียนบางคนสามารถนำมโนทัศน์ที่เรียนมาใช้แสดงความคิดเห็น หรือแสดงวิธีทำในแก้การปัญหาได้หลากหลาย ซึ่งไม่ได้ใช้เฉพาะวิธีการหรือขั้นตอนทั่วไปเท่านั้น เช่น เมื่อครูให้นักเรียนตรวจสอบอัตราส่วนที่กำหนดให้ว่าเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่ นักเรียนในกลุ่มทดลองบางคนใช้การทำให้จำนวนใดจำนวนหนึ่งในอัตราส่วนให้เท่ากันเพื่อสังเกตว่าอีกจำนวนหนึ่งในอัตราส่วนเท่ากันหรือไม่ ตามความหมายของอัตราส่วนที่เท่ากัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มทดลองบางส่วน สามารถแสดงวิธีทำได้แตกต่างจากการแสดงวิธีทำตามขั้นตอนทั่วๆ ไป คือวิธีการคูณไขว้ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายกว่า และเห็นได้ในหนังสือเรียนทั่วไป แต่ไม่ใช่วิธีที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอย่างแท้จริงสอดคล้องกับที่ Lesh, Post and Behr เชื่อว่าการแก้ปัญหาโดยใช้การคูณไขว้ เป็นตัวบ่งชี้ถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังมีข้อจำกัดอยู่มาก เพราะว่าคำตอบที่นักเรียนได้จากการแก้ปัญหานั้นนักเรียนได้มาจากขั้นตอนวิธีการล้วนๆและเป็นไปได้ที่ว่านักเรียนอาจใช้วิธีการท่องจำขั้นตอนในการหาคำตอบ (Lesh, Post and Behr, 1988; citing Cramer and Post. 1993: 342 อ้างถึงใน ขวัญเพียซ้าย 2553: 4) แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เริ่มมีการเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้น

ระยะหลังของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 3 – 5)

การให้เหตุผลเชิงอุปนัย

การให้เหตุผลเชิงอุปนัย ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนามากยิ่งขึ้น สังเกตได้จากการการทำเอกสารประกอบการเรียนในขั้นที่ 2 – 3 ที่ให้นักเรียนได้สังเกตความเหมือนและความแตกต่างจากบริบทเพื่อนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ ในส่วนของการเรียนรู้มโนทัศน์หลัก เช่น ความหมายของสัดส่วน ความหมายของร้อยละ เป็นต้น ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถสังเกตความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นระบบมากขึ้นและสามารถเขียนข้อความคาดการณ์ได้ชัดเจนมากขึ้น


จากบริบททั้ง 4 บริบทข้างต้น นักเรียนคิดว่า ร้อยละ a หรือ a% มีสิ่งใดที่เหมือนกัน

1. มีการเปรียบเทียบปริมาณ 2 ปริมาณ
2. เป็นการเปรียบเทียบกับ 100 เสมอ.
3. ร้อยละ a ใช้เครื่องหมาย % ได้

จากบริบททั้ง 4 บริบทข้างต้น นักเรียนคิดว่า ร้อยละ a หรือ a% มีสิ่งใดที่แตกต่างกัน

1. ร้อยละในบางข้อ สามารถบอกได้ เพราะเทียบกันเอง
2.
3.

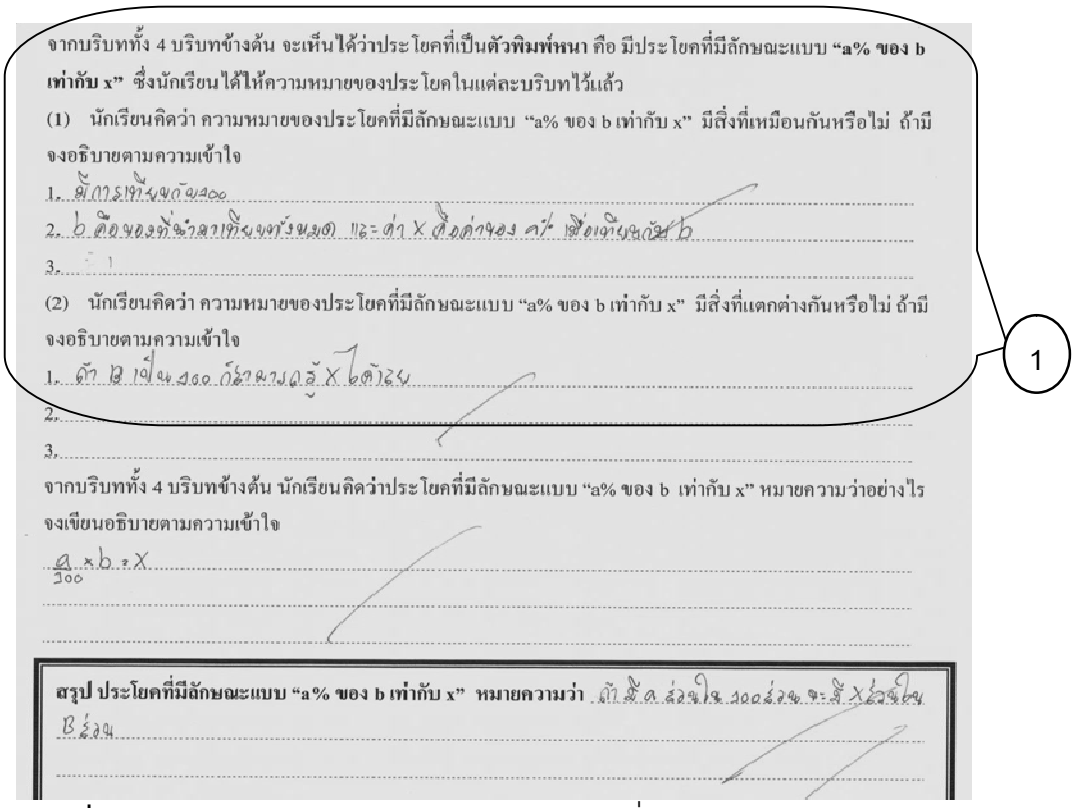
จากบริบททั้ง 4 บริบท นักเรียนคิดว่า a% หรือ ร้อยละ a หมายถึงอะไร มีลักษณะสำคัญอย่างไร จงอธิบายตามความเข้าใจ

มีปริมาณที่เปรียบเทียบกัน 2 ปริมาณ กับ 100 เสมอ

ภาพที่ 25 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 8 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 25 จะเห็นว่า ในขั้นการรับรู้ความคล้ายคลึงและความแตกต่างกันของบริบทต่างๆ นั้นนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสังเกต วิเคราะห์ข้อมูล และเขียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตเห็นได้ดีกว่าช่วงเริ่มต้นของการทดลอง เช่น ร้อยละ a มีการเปรียบเทียบปริมาณ 2 ปริมาณ และเป็นการเปรียบเทียบกับ 100 เสมอ เป็นต้น แต่ก็ยังมีส่วนที่เขียนสื่อความไม่ชัดเจน เช่น ร้อยละในบางข้อสามารถบอกได้เพราะเทียบกันเอง เป็นต้น ผู้วิจัยพบว่า การเขียนอธิบายความเข้าใจของนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สมบูรณ์นัก แต่นักเรียนก็แสดงถึงความพยายามในการแสดงเหตุผลโดยใช้การพูดเพื่ออธิบายความคิดเห็นและความเข้าใจของตนเองได้ดี

แต่ในส่วนของการรับรู้ความคล้ายคลึงกันและความแตกต่างกันของมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการ เช่น การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ จากการอภิปรายในชั้นเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถวิเคราะห์ และระบุความคล้ายคลึงและความแตกต่างกันของมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับการดำเนินการในแต่ละบริบทได้ ครูจึงต้องใช้การชี้แนะค่อนข้างมากเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วมกันของแต่ละบริบท


จากบริบททั้ง 4 บริบทข้างต้น จะเห็นได้ว่าประโยคที่เป็นตัวพิมพ์หนา คือ มีประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" ซึ่งนักเรียนได้ให้ความหมายของประโยคในแต่ละบริบทไว้แล้ว

(1) นักเรียนคิดว่า ความหมายของประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" มีสิ่งที่เหมือนกันหรือไม่ ถ้ามี จงอธิบายตามความเข้าใจ

1. มีการเทียบกับ 100
2. b คือของที่นำมาเทียบทั้งหมด และ ค่า x คือค่าของ a% เมื่อเทียบกับ b
3.

(2) นักเรียนคิดว่า ความหมายของประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" มีสิ่งที่แตกต่างกันหรือไม่ ถ้ามี จงอธิบายตามความเข้าใจ

1. ถ้า b เป็น 100 ก็สามารถรู้ x ได้เลย
2.
3.

จากบริบททั้ง 4 บริบทข้างต้น นักเรียนคิดว่าประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" หมายความว่าอย่างไร จงเขียนอธิบายตามความเข้าใจ

$\frac{a}{100} \times b = x$

สรุป ประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" หมายความว่า ถ้ามี b ส่วนใน 100 ส่วน จะมี x ส่วนใน b ส่วน

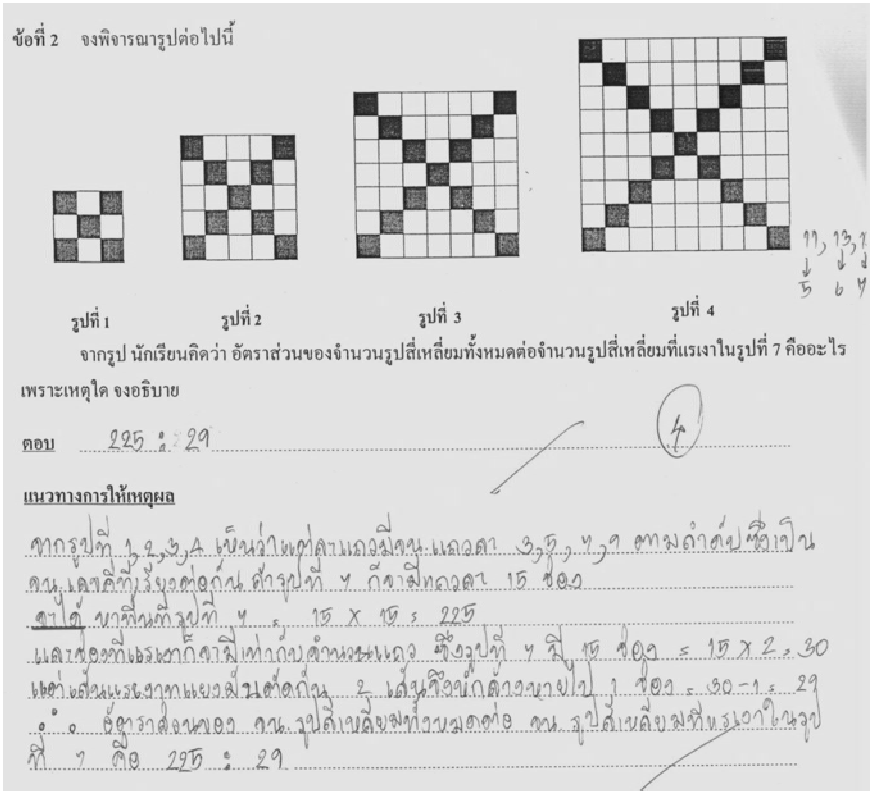
1

ภาพที่ 26 แสดงการทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 10 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 26 จะเห็นว่า การสังเกตความคล้ายคลึงกันของมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" นักเรียนสามารถสังเกตจะเห็นว่า "มีการเทียบกับ 100 และ b คือของที่นำมาเทียบทั้งหมด" และ "ค่า x คือค่าของ a% เมื่อเทียบกับ b" เป็นต้น และความแตกต่างของประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" นักเรียนตอบว่า "ถ้า b เป็น 100 ก็สามารถรู้ค่า x ได้เลย" แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสังเกตเห็นความคล้ายคลึงและความแตกต่างกันของประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" ได้แต่ยังไม่สามารถสื่อสารความเข้าใจของตนเองได้ชัดเจน

ผู้วิจัยพบว่า ในระยะหลังของการทดลอง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้การพูดอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ดีขึ้นในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน เมื่อให้นักเรียนเขียนสรุปความเข้าใจลงในเอกสารประกอบการเรียนรู้ พบว่านักเรียนสามารถเขียนแนวทางในการให้เหตุผลที่เป็นระบบมากขึ้นกว่าระยะแรกของการทดลอง แต่ก็ยังเขียนได้ไม่ชัดเจนนักในบางส่วน

นอกจากนี้จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล(การให้เหตุผลเชิงอุปนัย) ฉบับหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสังเกตเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้มากขึ้น และสามารถเขียนแนวทางในการให้เหตุผลที่เป็นระบบมากขึ้น

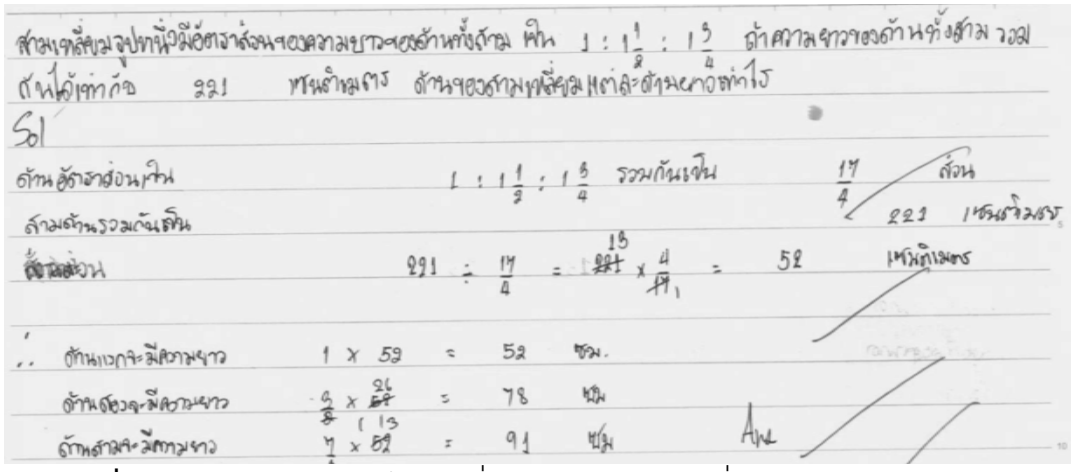


ภาพที่ 27 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงอุปนัย) ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 27 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ถูกต้อง จากการวิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ที่ได้จากการสังเกต และสามารถเขียนแนวทางในการให้เหตุผลได้ชัดเจนและเห็นที่มาของข้อสรุปที่ได้

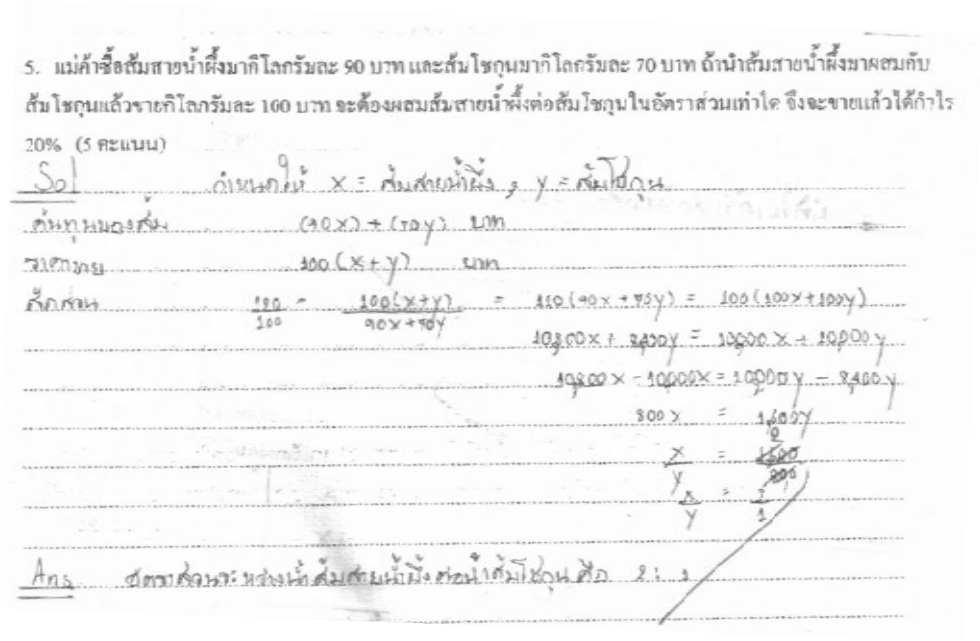
การให้เหตุผลเชิงนิรนัย

ในระยะหลังของการทดลอง ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาใช้ในการในการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง ในการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ เช่น จากการอภิปรายแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์ที่เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการสรุปมโนทัศน์ลำดับต่อมาได้ดี อีกทั้งยังสามารถนำความรู้ที่เรียนมาใช้ในการให้เหตุผลในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน เช่น



ภาพที่ 28 แสดงการทำแบบฝึกหัด เกี่ยวกับการแก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนหลายจำนวน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 28 จะเห็นว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนของจำนวนหลายจำนวนได้คำตอบที่ถูกต้องและสามารถแสดงวิธีทำที่แสดงถึงที่มาของคำตอบอย่างชัดเจน แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัยที่ดี

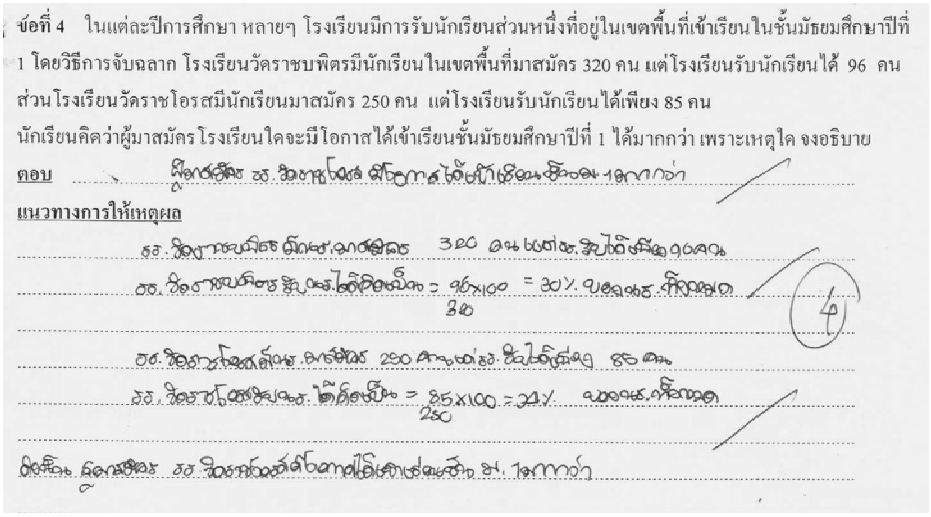


ภาพที่ 29 แสดงการทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 29 จะเห็นว่า การแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองบางส่วนสามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนมาแก้ปัญหา โดยการใช้ตัวแปรสองตัวในการแก้ปัญหาถึงแม้ว่าในระดับชั้น ม.2 นักเรียนยังไม่ได้เรียนการแก้สมการสองตัวแปรแสดงว่านักเรียนเข้าใจว่าการหาอัตราส่วน

ระหว่างปริมาณสองปริมาณนั้นไม่จำเป็นต้องหาค่าที่แท้จริงจากการแก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปรแต่ใช้การจัดรูปตัวแปรเพื่อแสดงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณก็เพียงพอ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความใจมโนทัศน์เกี่ยวกับอัตราส่วนที่ดี รวมถึงการใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อหาข้อสรุปในการแก้ปัญหาได้ดี แสดงในเห็นถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัยที่ดีขึ้นกว่าระยะแรกของการทดลอง

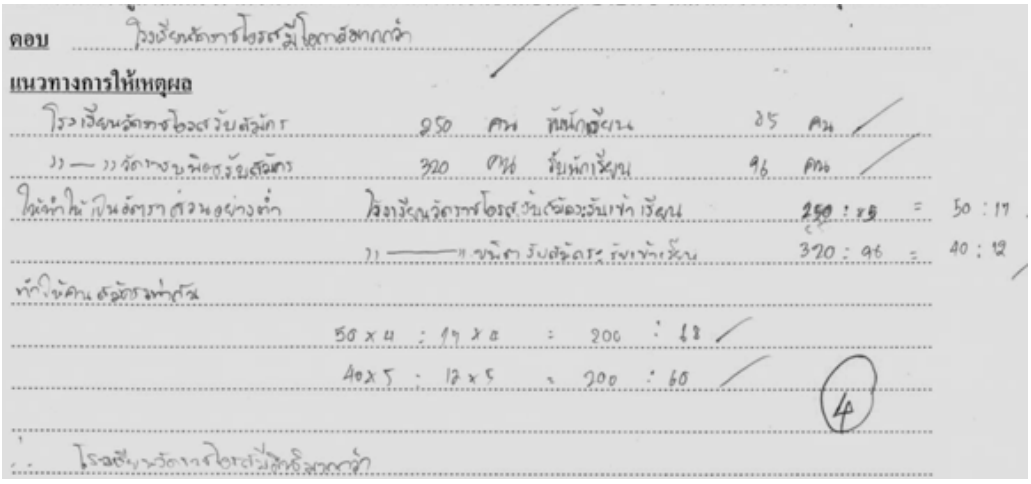
จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล(เชิงนิรนัย) หลังการทดลอง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาข้อสรุปได้และสามารถใช้ความรู้ที่มีอยู่เดิมมาใช้ในการอ้างอิงและหาข้อสรุปได้ถูกต้อง หรือหาข้อสรุปได้ไม่ถูกต้องแต่สามารถอ้างเหตุผลประกอบได้ดีขึ้น และใช้ความรู้ในการแสดงความคิดเห็นค่อนข้างหลากหลาย


ข้อที่ 4 ในแต่ละปีการศึกษา หลายๆ โรงเรียนมีการรับนักเรียนส่วนหนึ่งที่อยู่ในเขตพื้นที่เข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยวิธีการจับฉลาก โรงเรียนวัดราชบพิตรมีนักเรียนในเขตพื้นที่มาสมัคร 320 คน แต่โรงเรียนรับนักเรียนได้ 96 คน ส่วนโรงเรียนวัดราชโอรสมีนักเรียนมาสมัคร 250 คน แต่โรงเรียนรับนักเรียนได้เพียง 85 คน นักเรียนคิดว่าผู้มาสมัครโรงเรียนใดจะมีโอกาสได้เข้าเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้มากกว่า เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ

แนวทางการให้เหตุผล

(1)


ตอบ

แนวทางการให้เหตุผล

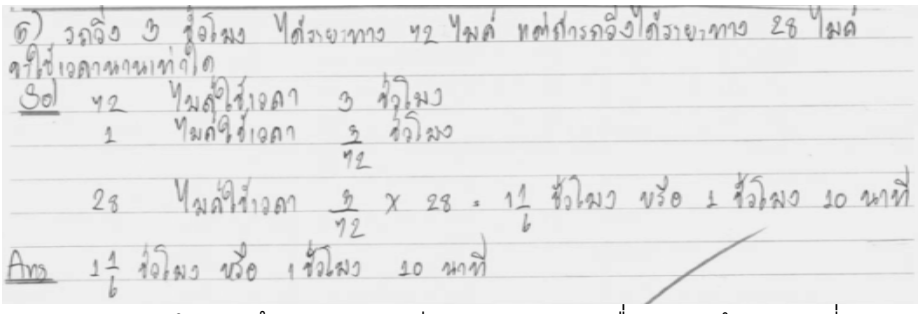
(2)

ภาพที่ 30 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงนิรนัย) ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 30(1) จะเห็นว่าในการให้เหตุผลนักเรียนมีการนำความรู้เรื่องร้อยละมาใช้ในการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปของตนเองเกี่ยวกับอัตราส่วนการรับนักเรียนของโรงเรียนทั้งสองได้อย่างชัดเจน และจากภาพที่ 30(2) นักเรียนบางส่วนก็ใช้การให้เหตุผลโดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนมาใช้ในการให้เหตุผลได้ดี

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

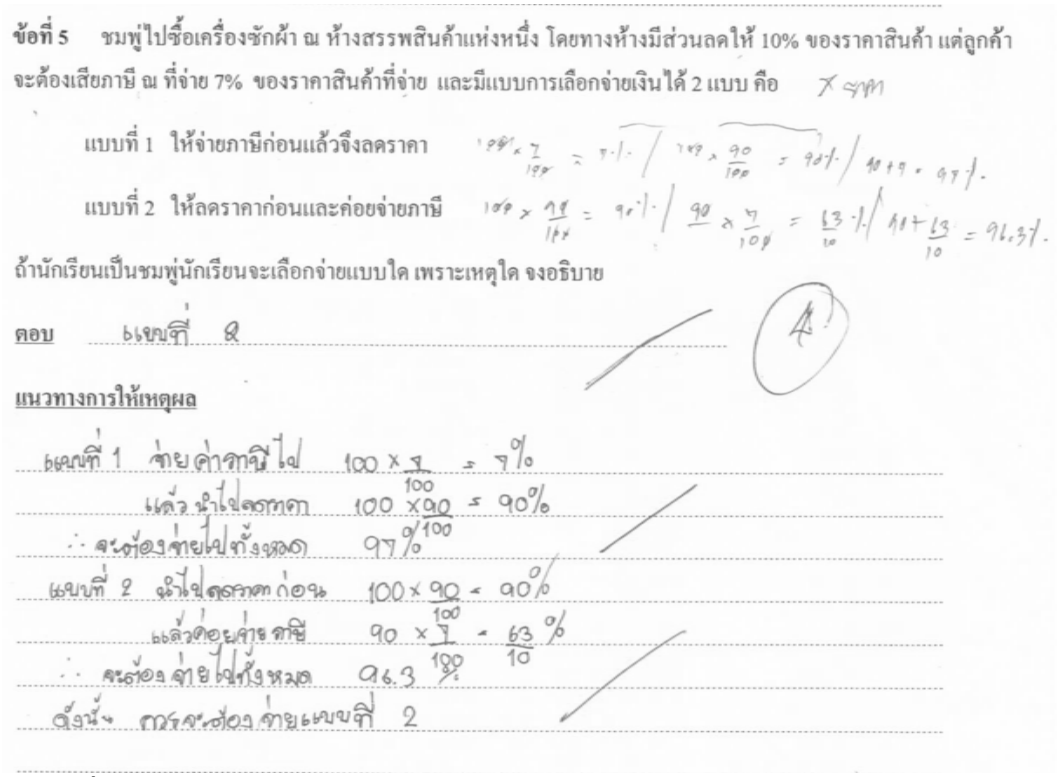
จากการตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียนพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถทำได้ถูกต้อง โดยใช้การแสดงวิธีทำตามขั้นตอนทั่วไปที่ครูสอนในชั้นเรียน ผู้วิจัยพบว่ามีนักเรียนบางคนสามารถใช้ขั้นตอนในการแสดงวิธีทำได้หลากหลายและแตกต่างจากการแสดงวิธีทำในด้วยวิธีทั่วไป เช่น



ภาพที่ 31 แสดงการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนกลุ่มทดลอง เรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

จากภาพที่ 31 จะเห็นว่าในการทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน นักเรียนสามารถใช้วิธีการทำให้อยู่ในรูปหนึ่งส่วน (Unitary Method) ซึ่งไม่ใช่วิธีที่ครูสอนในระดับ ม.2 และแตกต่างจากวิธีที่สอนในห้องเรียน คือวิธีการใช้สัดส่วน (Proportion Method) ในการแก้ปัญหา เป็นวิธีการที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่พัฒนาขึ้นได้จากความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ดี

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปรียบเทียบปริมาณที่เปลี่ยนแปลงไปได้ถูกต้องชัดเจนกว่าก่อนการทดลอง



ภาพที่ 32 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน) ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

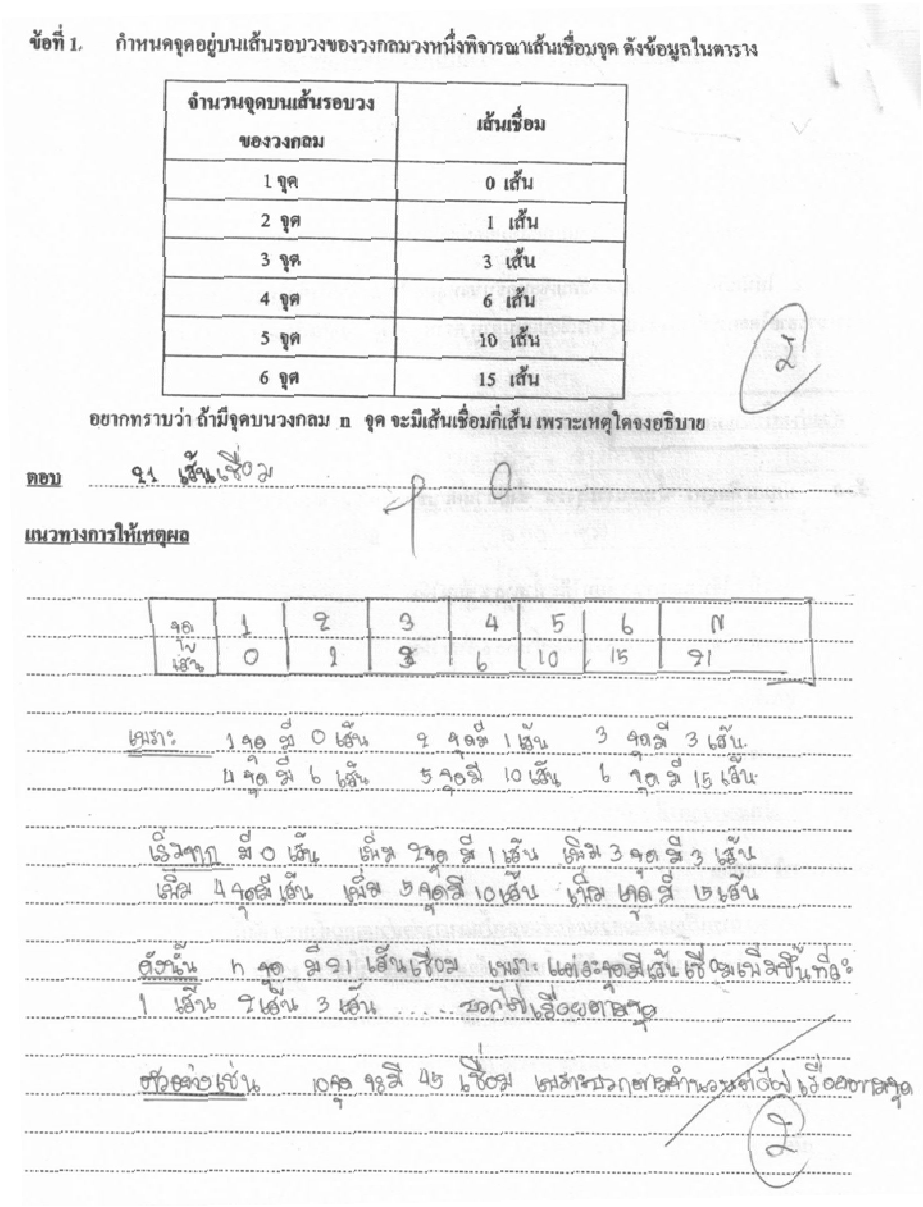
จากภาพที่ 32 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถหาข้อสรุปเกี่ยวกับการเลือกจ่ายสินค้าสองแบบได้ถูกต้อง และสามารถเขียนแนวทางในการให้เหตุผลโดยใช้การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละได้ชัดเจน

2.2.2 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ระยะเริ่มต้นของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 1 – 2)

การให้เหตุผลเชิงอุปนัย

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนก่อนการทดลอง พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มควบคุมมีลักษณะเช่นเดียวกันกับนักเรียนกลุ่มทดลอง กล่าวคือ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ไม่ดีนัก และยังไม่สามารถหาข้อสรุปเกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ ได้ ถึงแม้ว่านักเรียนบางส่วนสามารถหาข้อสรุปได้ก็ แต่ยังเขียนแนวทางในการให้เหตุผลได้ไม่ดี



ข้อที่ 1. กำหนดจุดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งพิจารณาเส้นเชื่อมจุด ดังข้อมูลในตาราง

จำนวนจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม	เส้นเชื่อม
1 จุด	0 เส้น
2 จุด	1 เส้น
3 จุด	3 เส้น
4 จุด	6 เส้น
5 จุด	10 เส้น
6 จุด	15 เส้น

อยากทราบว่า ถ้ามีจุดบนวงกลม n จุด จะมีเส้นเชื่อมกี่เส้น เพราะเหตุใดจงอธิบาย

ตอบ

แนวทางการให้เหตุผล

จุด	1	2	3	4	5	6	N
เส้น	0	1	3	6	10	15	

ภาพที่ 33 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงอุปนัย) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

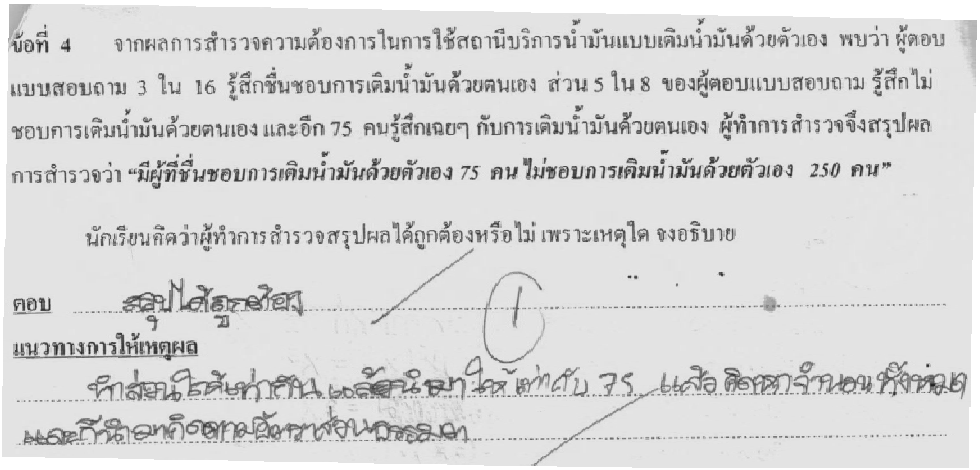
จากภาพที่ 33 จะเห็นว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยก่อนการทดลองยังไม่ดีนัก เห็นได้จากการสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เพื่อนำมาสู่การสรุปในรูปทั่วไปของนักเรียนก่อนการทดลองยังไม่ถูกต้อง และถึงแม้ว่านักเรียนแสดงความพยายามในการให้เหตุผล แต่จะเห็นว่าการให้เหตุผลยังไม่เป็นระบบ

ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสังเกตมโนทัศน์ได้จากการยกตัวอย่างของครูในบริบทต่างๆ เห็นได้จากการทำแบบฝึกหัดและการทำแบบทดสอบต่างๆ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ถูกต้อง และจะใช้วิธีการแสดงวิธีทำ

ตามที่สอนในชั้นเรียน แต่ไม่พบร่องรอยการทำงานที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยที่ชัดเจนนัก

การให้เหตุผลเชิงนิรนัย

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัยของนักเรียนก่อนการทดลอง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้ที่มีอยู่เดิมมาช่วยในการพิจารณาหาข้อสรุปได้ แต่ยังไม่สามารถเขียนแนวทางในการให้เหตุผลได้ชัดเจน


ข้อที่ 4 จากผลการสำรวจความต้องการในการใช้สถานีบริการน้ำมันแบบเติมน้ำมันด้วยตัวเอง พบว่า ผู้ตอบแบบสอบถาม 3 ใน 16 รู้สึกชื่นชอบการเติมน้ำมันด้วยตนเอง ส่วน 5 ใน 8 ของผู้ตอบแบบสอบถาม รู้สึกไม่ชอบการเติมน้ำมันด้วยตนเอง และอีก 75 คนรู้สึกเฉยๆ กับการเติมน้ำมันด้วยตนเอง ผู้ทำการสำรวจจึงสรุปผลการสำรวจว่า *"มีผู้ที่ชื่นชอบการเติมน้ำมันด้วยตัวเอง 75 คน ไม่ชอบการเติมน้ำมันด้วยตัวเอง 250 คน"*

นักเรียนคิดว่าผู้ทำการสำรวจสรุปผลได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ สรุปได้ถูกต้อง

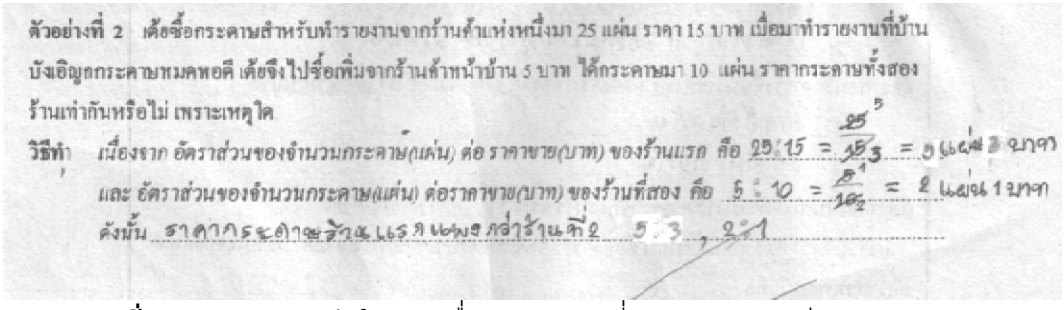
แนวทางการให้เหตุผล

ทำส่วนให้เท่ากัน แล้วนำไปเทียบ 75 แล้วคิดจำนวนที่หายไป

ภาพที่ 34 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงนิรนัย) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 34 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถหาข้อสรุปเกี่ยวกับผลการสำรวจที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่นักเรียนยังไม่สามารถเขียนแนวทางในการให้เหตุผลของนักเรียนที่ชัดเจน และยังไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างคำตอบกับแนวทางการให้เหตุผล

ในการทำแบบฝึกหัดต่างๆ ในระยะแรกของการทดลอง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ ได้ถูกต้อง และใช้การแสดงวิธีทำตามขั้นตอนทั่วไปที่ครูสอน


ตัวอย่างที่ 2 เดือซื้อกระดาษสำหรับทำรายงานจากร้านค้าแห่งหนึ่งมา 25 แผ่น ราคา 15 บาท เมื่อมาทำรายงานที่บ้าน บังอิญถูกระดาษหมดพอดี เดือจึงไปซื้อเพิ่มจากร้านค้าหน้าบ้าน 5 บาท ได้กระดาษมา 10 แผ่น ราคากระดาษทั้งสองร้านเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ เนื่องจาก อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อราคาขาย(บาท) ของร้านแรก คือ $25:15 = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$ = 5 แผ่น 3 บาท

และ อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อราคาขาย(บาท) ของร้านที่สอง คือ $5:10 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ = 2 แผ่น 1 บาท

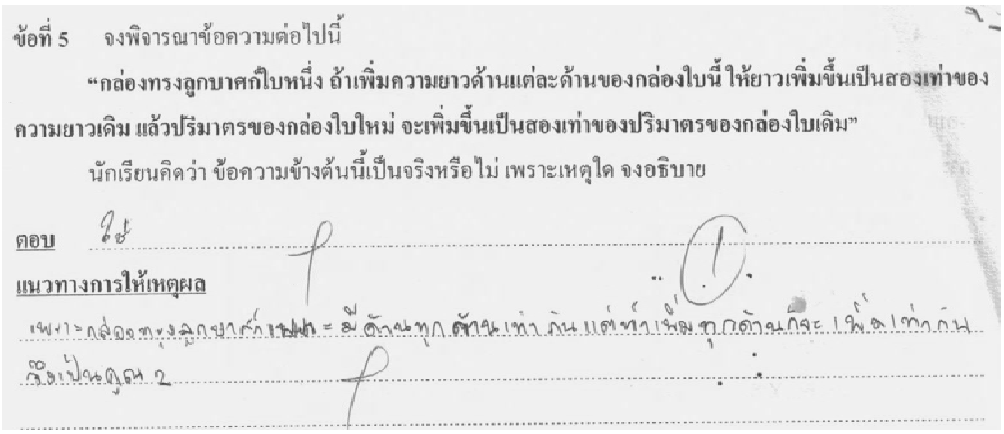
ดังนั้น ราคากระดาษร้านแรก แผ่นกว่าร้านที่ 2 5 : 3 , 2 : 1

ภาพที่ 35 แสดงการทำใบงาน เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 35 จะเห็นว่า ในการนำความรู้เดิมมาใช้ในการหาข้อสรุปเกี่ยวกับการตัดสินใจซื้อกระดาษจากร้านสองร้าน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังใช้วิธีการตรวจสอบอัตราส่วนที่เท่ากันโดยการทำอัตราส่วนให้อยู่ในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำ ซึ่งเป็นวิธีการที่ถูกต้องแต่เป็นวิธีการทั่วไปที่ยังไม่แสดงถึงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัยที่ชัดเจน

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนก่อนการทดลอง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้ที่มีอยู่เดิมมาช่วยในการพิจารณาหาข้อสรุปได้ แต่ยังไม่สามารถเขียนแนวทางในการให้เหตุผลได้ชัดเจน และบางส่วนที่ยังไม่สามารถหาข้อสรุปและเขียนแนวทางในการให้เหตุผลที่ถูกต้องได้ เช่น


ข้อที่ 5 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

"กล่องทรงลูกบาศก์ใบหนึ่ง ถ้าเพิ่มความยาวด้านแต่ละด้านของกล่องใบนี้ ให้ยาวเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของความยาวเดิม แล้วปริมาตรของกล่องใบใหม่ จะเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของปริมาตรของกล่องใบเดิม"

นักเรียนคิดว่า ข้อความข้างต้นนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ ใช่

แนวทางการให้เหตุผล

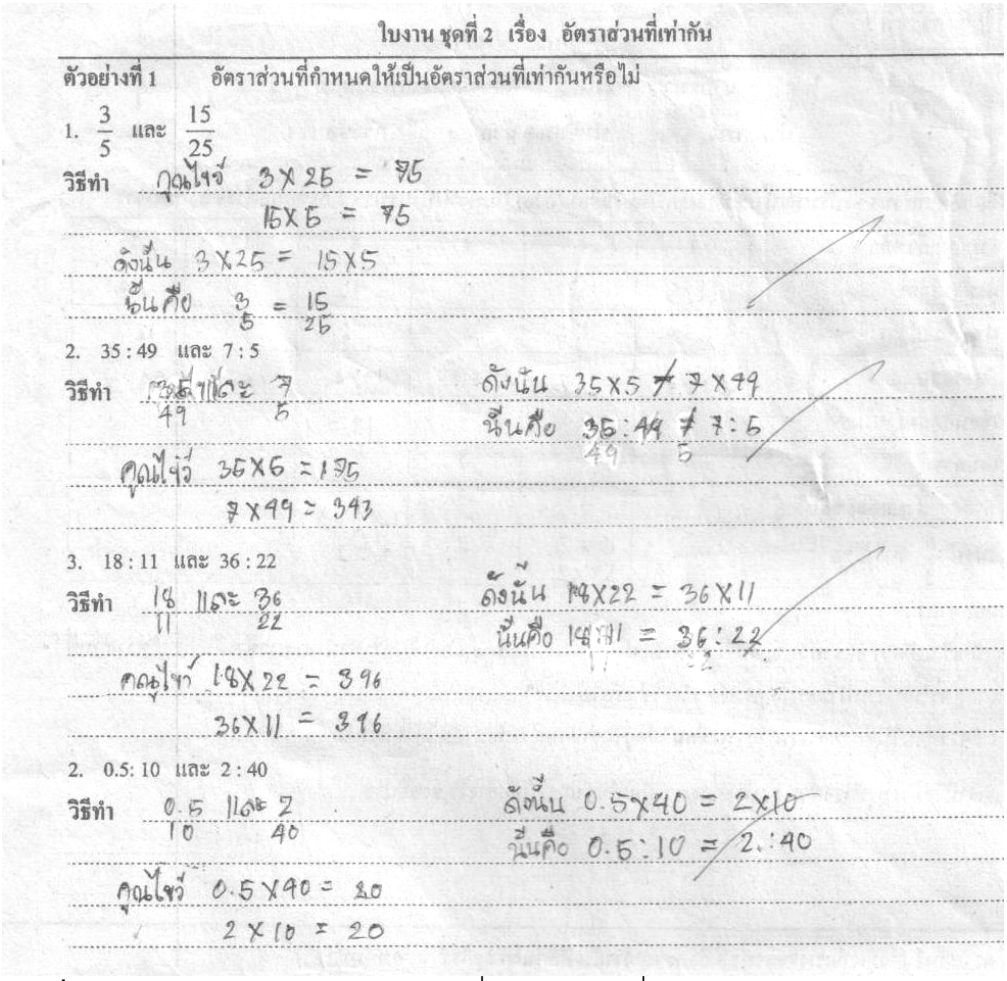
เพราะกล่องทรงลูกบาศก์เพิ่ม = มีด้านทุกด้านเท่ากัน แต่เท่าเพิ่มทุกด้านก็จะ ให้ผลเท่ากัน

คือเป็นคูณ 2

ภาพที่ 36 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน) ฉบับก่อนการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 36 จะเห็นว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนก่อนการทดลองยังไม่ดีนัก เช่น เมื่อให้นักเรียนหาข้อสรุปและเหตุผลเกี่ยวกับความยาวของกล่องลูกบาศก์ที่เพิ่มขึ้นมีผลต่อปริมาตรของกล่องอย่างไรนั้น นักเรียนตอบว่า "เพราะกล่องลูกบาศก์มีด้านทุกด้านเท่ากัน เมื่อเพิ่มทุกด้านเท่ากันปริมาตรก็เพิ่มเท่ากันจึงเป็นคูณ 2" แสดงว่านักเรียนอาจจะมีความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของปริมาณสองปริมาณที่เปลี่ยนแปลงไปยังไม่สมบูรณ์

จากการตรวจใบงานของนักเรียนในระยะแรกของการทดลองพบว่า นักเรียนสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆได้ดีขึ้นตามลำดับ แต่ยังไม่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ชัดเจนนัก


ใบงาน ชุดที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 อัตราส่วนที่กำหนดให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

1. $\frac{3}{5}$ และ $\frac{15}{25}$

วิธีทำ คูณไขว้ 3 X 25 = 75

15 X 5 = 75

ดังนั้น 3 X 25 = 15 X 5

นั่นคือ $\frac{3}{5} = \frac{15}{25}$

2. 35 : 49 และ 7 : 5

วิธีทำ $\frac{35}{49}$ และ $\frac{7}{5}$

ดังนั้น 35 X 5 ≠ 7 X 49

นั่นคือ $\frac{35}{49} \neq \frac{7}{5}$ หรือ 35 : 49 ≠ 7 : 5

คูณไขว้ 35 X 5 = 175

7 X 49 = 343

3. 18 : 11 และ 36 : 22

วิธีทำ $\frac{18}{11}$ และ $\frac{36}{22}$

ดังนั้น 18 X 22 = 36 X 11

นั่นคือ $\frac{18}{11} = \frac{36}{22}$ หรือ 18 : 11 = 36 : 22

คูณไขว้ 18 X 22 = 396

36 X 11 = 396

2. 0.5 : 10 และ 2 : 40

วิธีทำ $\frac{0.5}{10}$ และ $\frac{2}{40}$

ดังนั้น 0.5 X 40 = 2 X 10

นั่นคือ $\frac{0.5}{10} = \frac{2}{40}$ หรือ 0.5 : 10 = 2 : 40

คูณไขว้ 0.5 X 40 = 20

2 X 10 = 20

ภาพที่ 37 แสดงตัวอย่างการทำใบงาน เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 37 จะเห็นว่า ในการพิจารณาเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่ใช้การคูณไขว้เพื่อพิจารณาว่าอัตราส่วนที่กำหนดให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่ ซึ่งเป็นวิธีการตรวจสอบที่ง่าย และพบเห็นได้ในการสอนในชั้นเรียน แต่ไม่ใช่กลวิธีที่แสดงถึงความเข้าใจในมโนทัศน์เกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันอย่างแท้จริง อาจเป็นไปได้ว่าการให้เหตุผลในการตรวจสอบอัตราส่วนที่เท่ากันของนักเรียนเป็นการทำตามขั้นตอนที่นักเรียนจดจำมาจากการเรียนการสอน และยังไม่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอย่างแท้จริง

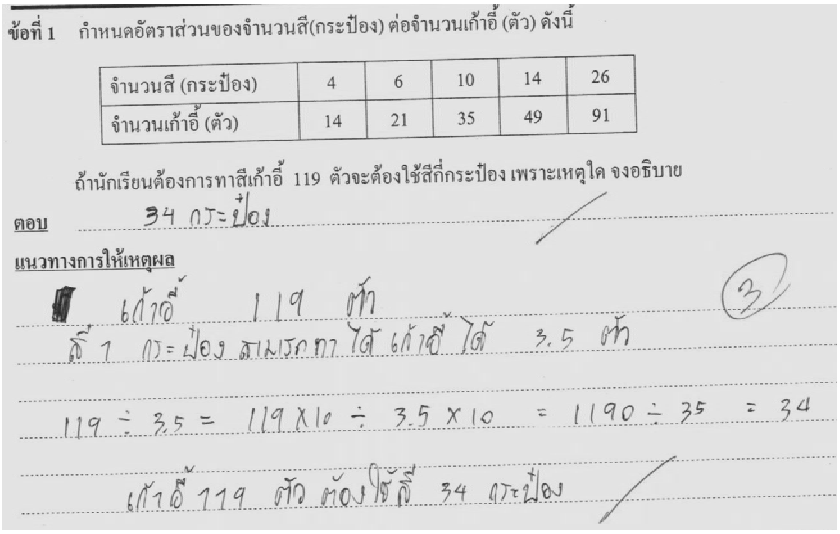
ระยะหลังของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 3 – 5)

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังการทดลอง ผู้วิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มควบคุมสามารถแสดงความสามารถในการเหตุผลได้ดีขึ้นกว่าก่อนการทดลอง อาจเป็นเพราะเนื้อหาที่ใช้ในการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังการทดลองเป็นแบบวัดที่สร้างขึ้น

โดยใช้เนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนเพิ่งเรียนผ่านมาทำให้ยังมีความเข้าใจในเนื้อหาค่อนข้างชัดเจน

การให้เหตุผลเชิงอุปนัย

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนหลังการทดลอง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาข้อสรุปได้ถูกต้องมากขึ้น แต่แสดงการให้เหตุผลสนับสนุนยังไม่ชัดเจนและไม่เป็นระบบ



ข้อที่ 1 กำหนดอัตราส่วนของจำนวนสี(กระป๋อง) ต่อจำนวนเก้าอี้ (ตัว) ดังนี้

จำนวนสี (กระป๋อง)	4	6	10	14	26
จำนวนเก้าอี้ (ตัว)	14	21	35	49	91

ถ้านักเรียนต้องการทาสีเก้าอี้ 119 ตัวจะต้องใช้สีกี่กระป๋อง เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ 34 กระป๋อง

แนวทางการให้เหตุผล

เก้าอี้ 119 ตัว
สี 1 กระป๋อง สามารถ ใส่ เก้าอี้ ได้ 3.5 ตัว

119 ÷ 3.5 = 119 X 10 ÷ 3.5 X 10 = 1190 ÷ 35 = 34

เก้าอี้ 119 ตัว ต้องใช้สี 34 กระป๋อง

3

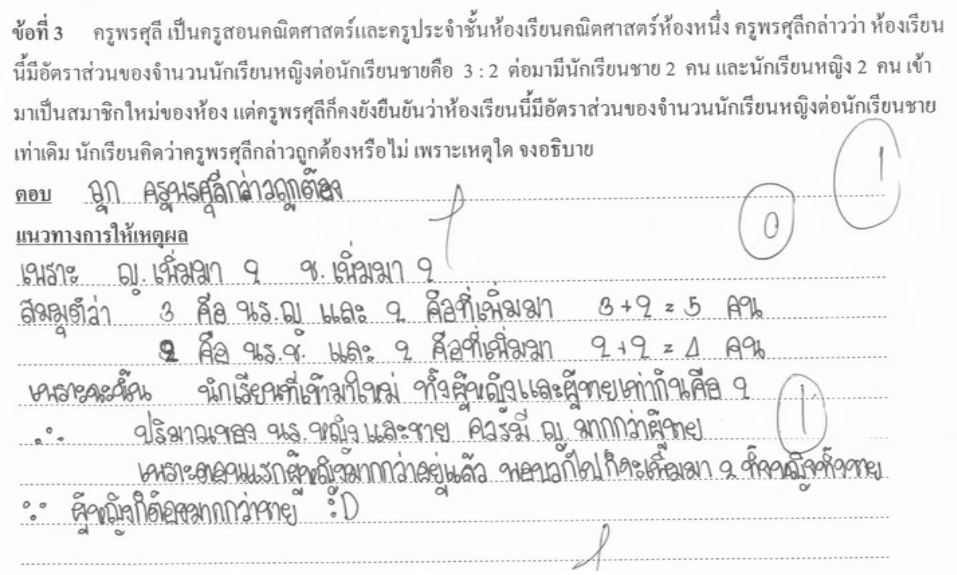
ภาพที่ 38 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงอุปนัย) ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 38 เห็นได้ว่า นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ถูกต้องแต่การเขียนแนวทางการให้เหตุผลเขียนมาในลักษณะของการคำนวณ เช่น $119 \div 3.5 = 119 \times 10 \div 3.5 \times 10$ เป็นต้นซึ่งยังไม่ชัดเจนถึงแนวคิดและที่มาของคำตอบที่ชัดเจนนัก แสดงให้เห็นว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนยังไม่สมบูรณ์

ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระยะหลังของการทดลอง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถาม และทำแบบฝึกหัดต่างๆ ได้ถูกต้อง โดยนักเรียนส่วนใหญ่ยังคงใช้วิธีการแสดงวิธีทำตามที่สอนในชั้นเรียน แสดงว่านักเรียนสามารถสังเกตมโนทัศน์ได้จากการยกตัวอย่างของครู แต่ไม่พบร่องรอยการทำงานที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยที่ชัดเจนนัก

การให้เหตุผลเชิงนิรนัย

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัยของนักเรียนหลังการทดลอง พบว่านักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีในเรื่องอัตราส่วนและร้อยละมาใช้ในประกอบแนวทางการให้เหตุผลได้ดีขึ้นกว่าก่อนการทดลอง แต่นักเรียนบางส่วนก็ยังไม่สามารถนำความรู้หรือแนวคิดเกี่ยวกับอัตราส่วนมาใช้อ้างอิงหรือแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้


ข้อที่ 3 ครูพรศุลี เป็นครูสอนคณิตศาสตร์และครูประจำชั้นห้องเรียนคณิตศาสตร์ห้องหนึ่ง ครูพรศุลีกล่าวว่า ห้องเรียนนี้มีอัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายคือ 3 : 2 ต่อมามีนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 2 คน เข้ามาเป็นสมาชิกใหม่ของห้อง แต่ครูพรศุลีก็คงยังยืนยันว่าห้องเรียนนี้มีอัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายเท่าเดิม นักเรียนคิดว่าครูพรศุลีกล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ ถูก ครูพรศุลีกล่าวถูกต้อง

แนวทางการให้เหตุผล

เพราะ ญ. เพิ่มมา 2 ช. เพิ่มมา 2

สมมุติว่า 3 คือ จน.ญ และ 2 คือที่เพิ่มมา 3+2 = 5 คน

2 คือ จน.ช. และ 2 คือที่เพิ่มมา 2+2 = 4 คน

เพราะฉะนั้น นักเรียนที่เข้ามาใหม่ ทั้งผู้หญิงและผู้ชายเท่ากันคือ 2

∴ ปริมาณเพศ จน.หญิง และชาย ควรมี ญ มากกว่าผู้ชาย

เพราะตอนแรกผู้หญิงมากกว่าอยู่แล้ว พอเท่ากันเพิ่มมา 2 ก็ยังผู้หญิงมากกว่าชาย

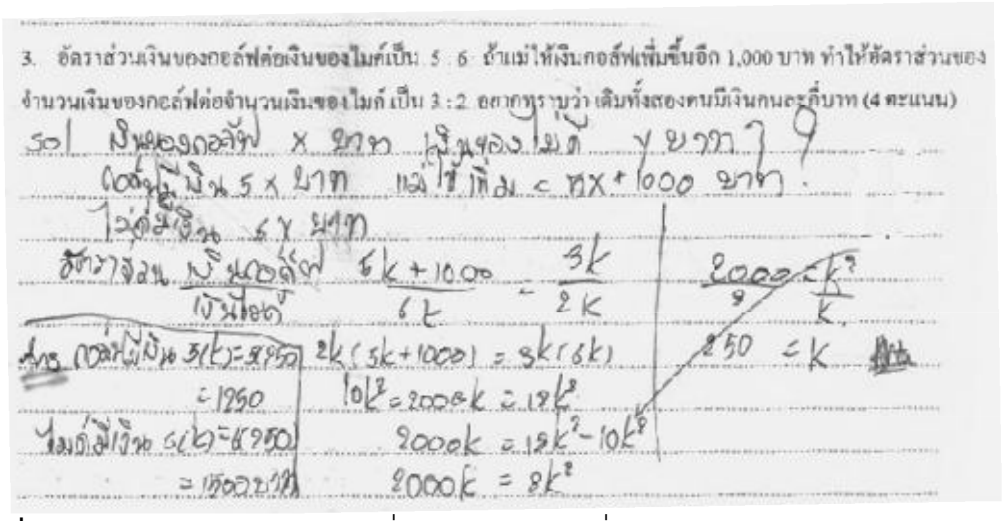
∴ ผู้หญิงก็ยังมากกว่าชาย :D

ภาพที่ 39 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงนิรนัย) ฉบับหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 39 เห็นว่านักเรียนหาข้อสรุปได้ไม่ถูกต้องแต่แสดงความพยายามในการให้เหตุผลแต่ยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับปริมาณในอัตราส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลง โดยนักเรียนคิดว่าเมื่อเพิ่มทั้งนักเรียนหญิงและนักเรียนชายเข้ามาในจำนวนที่เท่ากันยังคงทำให้อัตราส่วนของนักเรียนหญิงและนักเรียนชายยังไม่เปลี่ยนแปลง แสดงให้เห็นว่านักเรียนอาจมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับมโนทัศน์นเรื่องอัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากันอยู่บ้างจึงไม่สามารถนำความรู้มาใช้ประกอบการให้เหตุผลได้ถูกต้อง

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

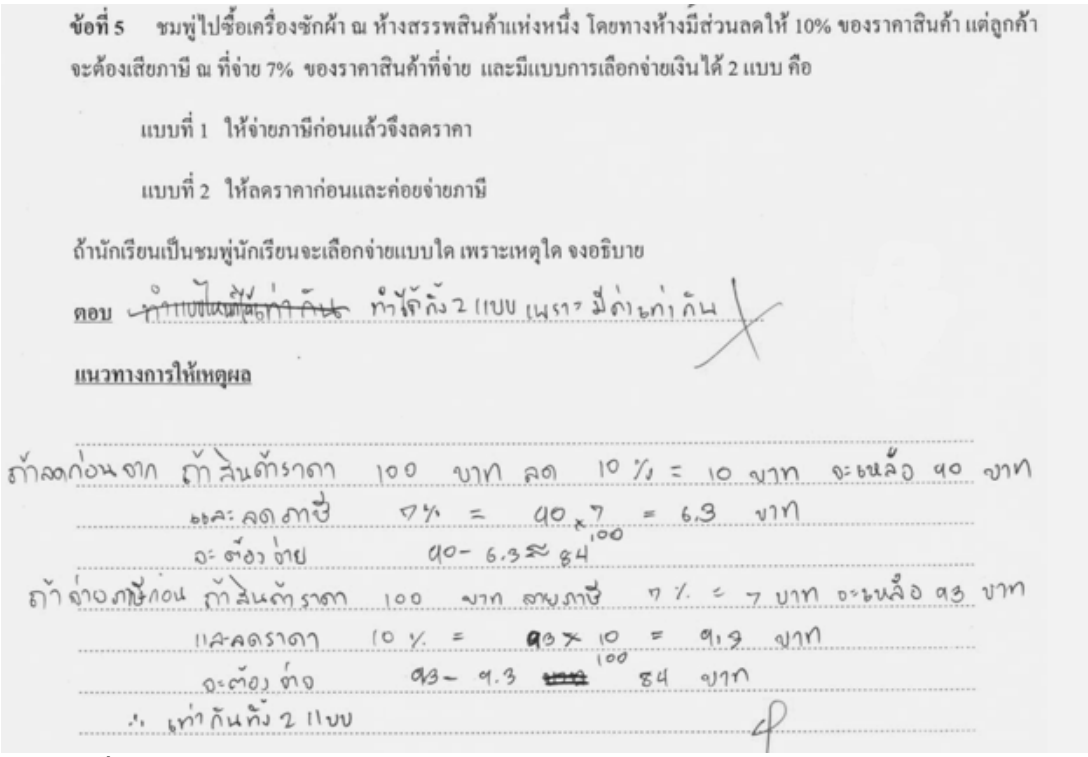
จากการตรวจแบบฝึกหัดนักเรียนกลุ่มควบคุมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดในเรื่องสัดส่วนได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ยังแสดงให้เห็นถึงความไม่เข้าใจความสัมพันธ์เชิงสัดส่วน และยังไม่สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ถูกต้อง เช่น


3. อัตราส่วนเงินของกอล์ฟต่อเงินของไมค์เป็น 5 : 6 ถ้าแม่ให้เงินกอล์ฟเพิ่มขึ้นอีก 1,000 บาท ทำให้อัตราส่วนของจำนวนเงินของกอล์ฟต่อจำนวนเงินของไมค์เป็น 3 : 2 จงหาว่าเดิมทั้งสองคนมีเงินกันคนละกี่บาท (4 คะแนน)

ภาพที่ 40 แสดงการทำแบบทดสอบเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 40 จะเห็นว่า นักเรียนบางส่วนยังมีความสับสนในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่มีความเกี่ยวข้องปริมาณสองปริมาณ นักเรียนยังใช้ตัวแปรในการแสดงวิธีทำที่ไม่ถูกต้องโดยใช้การสมมติตัวแปรสองตัวแปร และแทนปริมาณสองปริมาณ นอกจากนี้ยังมีการกำหนดตัวแปร k เพื่อนำมาคูณกับจำนวนในอัตราส่วน 3 : 2 แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังคงมีความสับสนเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน แสดงให้เห็นว่า ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วนยังไม่ดีนักส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนยังไม่สมบูรณ์

จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถแสดงความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน และยังไม่สามารถนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการหาคำตอบเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองได้ถูกต้อง



ข้อที่ 5 ชมพู่ไปซื้อเครื่องซักผ้า ณ ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง โดยทางห้างมีส่วนลดให้ 10% ของราคาสินค้า แต่ลูกค้าจะต้องเสียภาษี ณ ที่จ่าย 7% ของราคาสินค้าที่จ่าย และมีแบบการเลือกจ่ายเงินได้ 2 แบบ คือ

แบบที่ 1 ให้จ่ายภาษีก่อนแล้วจึงลดราคา

แบบที่ 2 ให้ลดราคาก่อนและค่อยจ่ายภาษี

ถ้านักเรียนเป็นชมพู่นักเรียนจะเลือกจ่ายแบบใด เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ ~~ทำได้ทั้ง 2 แบบ~~ ทำได้ทั้ง 2 แบบ เพราะ มีค่าเท่ากัน

แนวทางการให้เหตุผล

ถ้าลดก่อน ถ้าสินค้าราคา 100 บาท ลด 10 % = 10 บาท จะเหลือ 90 บาท
จะคิดภาษี 7% = $90 \times \frac{7}{100} = 6.3$ บาท
จะต้องจ่าย $90 - 6.3 \approx 84$
ถ้าจ่ายภาษีก่อน ถ้าสินค้าราคา 100 บาท ภาษี 7 % = 7 บาท จะเหลือ 93 บาท
แล้วลดราคา 10 % = $93 \times \frac{10}{100} = 9.3$ บาท
จะต้องจ่าย $93 - 9.3 = 84$ บาท
∴ เท่ากันทั้ง 2 แบบ

ภาพที่ 41 แสดงการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล (การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน) ฉบับหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 41 จะเห็นว่า นักเรียนได้ข้อสรุปที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่แสดงความพยายามในการให้เหตุผล แต่เป็นการให้เหตุผลที่ไม่ถูกต้อง อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่ได้พิจารณาอย่างละเอียดว่าร้อยละของส่วนลดและภาษีนั้นนำไปเทียบกับอะไรทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาด หรือนักเรียนอาจยังไม่เข้าใจมโนทัศน์เรื่องร้อยละและการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละก็เป็นได้ ซึ่งส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไม่ดีนัก

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ในการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน
2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดราชโอรส แขวงบางค้อ เขตจอมทอง จังหวัดกรุงเทพมหานคร สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งได้มาจากขั้นตอน ดังนี้ คือนำคะแนนสอบปลายภาควิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 6 ห้องเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) แล้วเลือกห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2

ห้องเรียน ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนห้อง ม. 2/5 จำนวน 49 คน และห้อง ม. 2/6 จำนวน 50 คน จากนั้นนำมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน จากนั้นจึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนทั้งสองห้องเรียนด้วยค่าที (t-test) ผลการทดสอบ พบว่าผลสัมฤทธิ์ ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 จึงสรุปได้ว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานไม่แตกต่างกัน จากนั้นใช้วิธีการจับฉลากแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันคือ นักเรียนห้อง ม.2/6 จำนวน 50 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติคือ นักเรียนห้อง ม.2/5 จำนวน 49 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมี 2 ชนิดคือ

1. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 30 ข้อที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรของ Kuder Richardson-20(KR-20) เท่ากับ 0.817 ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.26 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.21 – 0.72

2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ชุด ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย โดยชุดที่ 1 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง แบบรูปและความสัมพันธ์ จำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม และชุดที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวนชุดละ 5 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์ แอลฟา(α -Coefficient) ของ Cronbach เท่ากับ 0.63 และ 0.74 มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.48 – 0.75 และ 0.32 – 0.64 มีค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.22 – 0.65 และ 0.31 – 0.53 ตามลำดับ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง จากนั้นผู้วิจัยดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 10 แผน ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 5 สัปดาห์สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง

รวมทั้งหมด 15 ชั่วโมง เมื่อดำเนินการสอนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มครบทุกแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยได้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง ตามลำดับ ก่อนที่จะนำผลจากการทดสอบทั้งหมดที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการที่ผู้วิจัยได้ทำการทดลองสอนโดยใช้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันด้วยตนเองผ่านการจัดกิจกรรมตามโมเดลการสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน ของ Mitchelmore และ White (2010) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity) ขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity) ขั้นที่ 3 ปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม (Reification) และขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application)

จากผลการวิจัยและข้อสังเกตที่ได้รับจากการทดลองสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. จากผลการวิจัยการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 19.80 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 66.00 และจากการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน พบว่ามีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งผลการวิจัยทั้งสองประเด็นดังกล่าวเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันตามโมเดลการสอนของ Mitchelmore และ White (2010) ทั้ง 4 ขั้นตอนนั้นส่งเสริมและพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity) ในขั้นนี้จะทำให้นักเรียนได้ใช้การสังเกตบริบทต่างๆ ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนเคยพบเห็นและคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน เช่น การสอนเรื่องร้อยละ ครูจะเชื่อมโยงไปยังบริบทของการลดราคาสินค้า ดอกเบี้ยเงินฝาก และข้อมูลโภชนาการ เป็นต้น จากนั้นครูใช้คำถามที่กระตุ้นความรู้ความเข้าใจเดิม ทำให้นักเรียนมีการนำความรู้เดิมมาช่วยในการค้นหาความสัมพันธ์และมีการเชื่อมโยงความเกี่ยวข้องของมโนทัศน์ที่เรียนกับสถานการณ์หรือบริบทต่างๆ ที่นักเรียนคุ้นเคย ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ด้วยความเข้าใจ สอดคล้องกับที่อัมพร ม้าคนอง (2547: 16) กล่าวว่า การเรียนรู้ มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพเมื่อผู้เรียนมีโอกาสพัฒนามโนทัศน์เดียวกันในหลากหลายรูปแบบผ่านบริบททางกายภาพ หรือสิ่งที่ผู้เรียนสัมผัส หรือสังเกตได้ นั่นคือ การจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้กับผู้เรียน เพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกัน ซึ่งจะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และจะทำให้ผู้เรียนสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ด้วยความเข้าใจ

ขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง (Similarity) ในขั้นนี้ถือว่าเป็นขั้นที่มีความสำคัญสำหรับการสอนตามกระบวนการแอบสแตรกชัน คือการที่นักเรียนได้ใช้การสังเกตเพื่อแยกแยะลักษณะที่เหมือนและแตกต่างกันของสิ่งที่พบในแต่ละบริบท ซึ่งอาจจะเป็นการให้ความหมาย ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล หรือกระบวนการคิดคำนวณต่างๆ เพื่อค้นหาหลักการร่วมกันของสิ่งที่พบเห็นผ่านประสบการณ์ของผู้เรียน ซึ่งกระบวนการเหล่านี้จะทำให้ผู้เรียนสามารถค้นพบลักษณะสำคัญของ

มโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ที่เกิดจากความเข้าใจของผู้เรียนอย่างแท้จริง สอดคล้องกับที่ วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) กล่าวไว้สรุปได้ว่า หากต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การพิจารณา และรู้จักการเปรียบเทียบความแตกต่างและความคล้าย

ในขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม (Reification) ในขั้นนี้จะเน้นให้นักเรียนมีการสื่อสาร การคิดวิเคราะห์ และประมวลผลข้อมูล เพื่อนำไปเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์จากลักษณะร่วมกันของบริบทต่างๆ ด้วยตนเอง และการสรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ผ่านการอภิปรายร่วมกันระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งหลังจากที่นักเรียนรับรู้ถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่แท้จริงแล้วจะทำให้นักเรียนเกิดการปรับเปลี่ยนแนวคิดระหว่างความเข้าใจเดิมไปสู่การสร้างแนวคิดหรือมโนทัศน์ใหม่ที่ถูกต้องได้ นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า การอภิปรายร่วมกันถึงสิ่งที่นักเรียนแต่ละคนค้นพบจะช่วยให้นักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเองเกิดความเข้าใจในแนวคิดของตนเองมากยิ่งขึ้น ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้ามโนทัศน์ได้เป็นอย่างดี สอดคล้องกับงานวิจัยของ Beckett (1999 อ้างถึงใน สุธิดา นานช้า, 2549: 47) ที่ได้ศึกษาพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ในวิชาสถิติ จากการจัดสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเอง ของนิสิตกลุ่มตัวอย่างจำนวน 101 คน ที่เน้นการมีปฏิสัมพันธ์ภายในกลุ่มจากการอภิปราย การสื่อสาร กระบวนการคิด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พบว่า สภาพแวดล้อมของการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมโนทัศน์ได้ดี

ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application)ในขั้นนี้นักเรียนจะได้ตรวจสอบความเข้าใจของตนเองเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นๆ รวมถึงผู้สอนก็สามารถตรวจสอบได้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์มากน้อยเพียงใด ตลอดจนสามารถฝึกฝนการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์มากขึ้นและช่วยลดความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ได้อีกด้วย สอดคล้องกับที่ สุรชัย ขวัญเมือง (2522 อ้างถึงใน สันติ อิทธิพลนาวากุล, 2550 :93) กล่าวว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ควรเริ่มต้นจากความเข้าใจมโนทัศน์เป็นอันดับแรก การฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญเป็นอันดับต่อมาแล้วจึงถึงขั้นประยุกต์ คือ การนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ต่อไป

จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้ง 4 ขั้นดังกล่าวนั้นสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี สอดคล้องกับงานวิจัยของ Mithchemore and White (2005) ที่ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีการสอนที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อความเข้าใจ

เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการคูณในการคำนวณ เรื่อง อัตราเปอร์เซ็นต์ ของนักเรียนเกรด 6 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการคำนวณ เรื่อง อัตราเปอร์เซ็นต์ ลดลงกว่าก่อนการเรียน และนักเรียนความสามารถในการคำนวณเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์ได้อย่างเหมาะสม อีกทั้งสามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องเปอร์เซ็นต์ได้อย่างมีความหมายและเหมาะสมมากขึ้นในบริบทที่แตกต่างกัน และในปี 2007 Mithchemore and White (2007a) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนที่เรียกว่า “การสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน (Teaching for Abstraction Approach)” ที่มีต่อมโนทัศน์และการประยุกต์ เรื่อง อัตรา(rate) และอัตราส่วน(ratio) ของนักเรียนเกรด 8 โดยทำการศึกษานักเรียน 3 กลุ่ม คือ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง และกลุ่มต่ำ พบว่า นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม มีมโนทัศน์ เรื่อง อัตราและอัตราส่วน สูงกว่าก่อนการทดลอง และสามารถแก้ปัญหา เรื่อง อัตราและอัตราส่วน ได้อย่างเหมาะสมอีกด้วย

2. จากผลการวิจัยการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.72 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.60 และจากผลการวิจัยที่พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 และเมื่อเปรียบเทียบก่อนและหลังทดลองพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ซึ่งผลการวิจัยทั้งสามประเด็นดังกล่าวเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกระบวนการที่ส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ลักษณะของงานวิจัยนี้คือ ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัย และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ได้เป็นอย่างดี เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันเป็นกระบวนการที่

จะเน้นให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ผ่านบริบทต่างๆ ที่นักเรียนคุ้นเคย นำไปสู่การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ เพื่อดึงลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากลักษณะอื่นๆ โดยใช้การแยกแยะความเหมือนและความแตกต่างของบริบทที่มีแนวคิดของมโนทัศน์นั้นแฝงอยู่ ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการสังเกต การวิเคราะห์ข้อมูล และค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในบริบทต่างๆ ที่หลากหลาย ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย ประกอบกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันยังมีลักษณะคล้ายกับการสอนที่เน้นการคิดเชิงอุปนัย ซึ่งเป็นวิธีการที่สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนได้ ดังที่ กุลนิดา วรสารนันท์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 นอกจากนี้การส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์และสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง ยังมีลักษณะคล้ายกับการเรียนการสอนแบบสืบสอบ ซึ่งมีงานวิจัยพบว่าการเรียนการสอนแบบสืบสอบสามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัยของผู้เรียนได้ เช่น งานวิจัยของ Norval (1976 อ้างถึงใน โสมรัศมิ์ ดาหลาย 2551: 63) ที่ได้ศึกษาบทบาทของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ที่มีต่อการคิดแบบต่างๆ ของนักเรียนเกรด 5 ในเมืองดีทรอยด์ พบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดแบบสรุปอ้างอิงหรือการคิดเชิงนิรนัยสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ประกอบกับการวิจัยในครั้งนี้ยังเน้นการเรียนรู้มโนทัศน์ เรื่อง อัตราส่วน ร้อยละ และสัดส่วน ผ่านการสังเกตบริบทต่างๆ ที่นักเรียนคุ้นเคยทำให้นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์เรื่องสัดส่วนได้อย่างมีความหมาย ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดที่เป็นนามธรรมกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมได้ และสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปเกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณเชิงสัดส่วนได้ดี ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ดีขึ้นด้วย สอดคล้องกับที่ Langrall and Swafford (2000: 260 – 261)ได้เขียนบทความเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยให้ข้อเสนอแนะว่า การเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนควรเริ่มจากการนำเสนอสถานการณ์ที่สามารถมองเห็นหรือสัมผัสได้อย่างเป็นรูปธรรมเสียก่อน และให้นักเรียนได้วิเคราะห์ถึงสถานการณ์นั้นเมื่อมีปริมาณที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนได้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณได้

จะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันนั้นผู้เรียนจะมีโอกาสในการแสดงแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับบริบทต่างๆ และมโนทัศน์ที่เรียนผ่านอภิปรายแสดงเหตุผลเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองและตรวจสอบแนวคิดร่วมกัน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดทักษะในการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผล สอดคล้องกับที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 15-18) ได้กล่าวถึงแนวทางในพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นครูควรใช้คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและให้เหตุผลยืนยันแนวคิดนั้นๆ การให้เหตุผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียนโดยใช้ภาษาง่ายๆ หรือสนับสนุนให้นักเรียนสร้างข้อคาดเดาบนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล ให้นักเรียนได้วิเคราะห์แบบรูป เป็นต้น นอกจากนี้เมื่อพิจาณาถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันจากงานวิจัยในครั้งนี้ พบว่ามีบางส่วนที่คล้ายกับการจัดการเรียนรู้โดยการใช้วงจรการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Piaget ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นการศึกษาสำรวจ 2) ขั้นการสร้างมโนทัศน์ และ 3) ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ (เกรียงไกร อภัยวงศ์, 2548:3) ซึ่ง Lawson (1995: 135 – 137,168 อ้างถึงใน เกรียงไกร อภัยวงศ์, 2548: 3) กล่าวไว้สรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้โดยการใช้วงจรการเรียนรู้นั้นมีความสอดคล้องกับแนวทางที่ให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนจะมีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นโต้แย้ง และทำการตรวจสอบความคิดของตน ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ และการพัฒนาแบบแผนการให้เหตุผลด้วยตนเอง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้แบ่งออกเป็นข้อเสนอแนะในการนำไปใช้และข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันนั้นเป็นการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างบริบทที่นักเรียนคุ้นเคยที่มีลักษณะของมโนทัศน์แฝงอยู่ ไปสู่กระบวนการสังเกต และสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นกระบวนการที่ฝึกให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต ฝึกการสำรวจ และการเขียนแสดงความคิดเห็น และการสร้างข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งทำให้ต้องใช้เวลาในการสอนมากกว่าการสอนแบบปกติ โดยเฉพาะขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย และขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคลาดคลึง เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีพื้นฐานความรู้ที่แตกต่างกันส่งผลให้ใช้เวลาในการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ทำให้ครูต้องค่อนข้างต้องใช้เวลาในการชี้แนะแนวคิดหรือ

ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากบริบทต่างๆ ดังนั้นในการนำไปใช้ในห้องเรียนจริงครูควรมีการวางแผนการสอนและระยะเวลาในการสอนอย่างรอบคอบ และชัดเจน

2. จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันนั้น ผู้วิจัยพบว่าในช่วงแรกนักเรียนบางคนไม่กล้าแสดงความคิดเห็น และไม่สามารถสรุปแนวคิดของตนได้อย่างเป็นระบบ ดังนั้นครูจะต้องให้ความสนใจและคอยกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็น และมีส่วนร่วมในการเรียน เช่น การอภิปราย การตอบคำถาม การรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น เป็นต้น และถึงแม้ว่าจะต้องใช้เวลาค่อนข้างนานในช่วงแรก แต่เมื่อนักเรียนเกิดความคุ้นเคยและความมั่นใจในตนเองแล้วนักเรียนก็จะสามารถเรียนรู้ได้เร็วขึ้นในเวลาต่อมา

3. การสร้างเครื่องมือสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันนั้น ครูจะต้องใช้การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งที่ต้องการสอนเชื่อมโยงไปสู่บริบทที่นักเรียนคุ้นเคย ซึ่งเนื้อหาบางอย่างอาจจะทำได้ยาก ดังนั้นผู้สอนควรเลือกเนื้อหาที่เหมาะสม ซึ่งควรเป็นเนื้อหาที่ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง และสามารถเชื่อมโยงกับบริบทที่นักเรียนคุ้นเคยและมีมโนทัศน์นั้นๆ แฝงอยู่ เพราะถ้าบริบทที่เรานำมาใช้ในขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคยนั้นเป็นสิ่งที่นักเรียนไม่เคยพบจอมาก่อน จะทำให้ไม่เกิดการเชื่อมโยงความรู้เดิมของผู้เรียนไปสู่การสร้างความรู้ใหม่ตามแนวคิดของกระบวนการแอบสแตรกชัน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันนั้นเป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นสิ่งที่ยากสำหรับนักเรียนบางคนที่ขาดทักษะพื้นฐานบางอย่าง อาจทำให้นักเรียนไม่สามารถสังเกตและสรุปแนวคิดด้วยตนเอง ครูควรชี้แนะและให้เวลากับนักเรียนค่อนข้างมากในช่วงแรก และควรมีการตรวจสอบข้อสรุปความรู้ความเข้าใจของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ โดยอาจใช้การยกตัวอย่างหรือการตอบคำถามเป็นต้น

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนแอบสแตรกชันในรายวิชาอื่นๆ ที่มีลักษณะของแนวคิดนามธรรมและสามารถเชื่อมโยงกับบริบทในชีวิตประจำวันได้ เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนแอบสแตรกชันนั้นเป็นลักษณะการสอนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ค่อนข้างเปิดกว้าง และสามารถนำไปปรับให้สอดคล้องกับรายวิชาอื่นๆ ที่ต้องการการพัฒนาแนวคิดที่เป็นนามธรรมได้

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนแอบสแตรกชันเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาระดับชั้นอื่นๆ หรือ ทักษะกระบวนการด้านอื่นๆ เช่น ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ หรือทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น เนื่องจากในระหว่างการเรียนการสอนนั้นผู้วิจัยพบว่านักเรียนได้รับการพัฒนาทักษะกระบวนการดังกล่าวด้วย เช่น การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอทั้งทางการพูดในการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน และทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอทางการเขียนในการทำเอกสารประกอบการเรียนที่เน้นให้ผู้เรียนเขียนแสดงความคิดเห็น รวมทั้งการเขียนข้อความคาดการณ์ต่างๆ และการใช้ทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับการสร้างความรู้ใหม่ในการประมวลความรู้เดิมเพื่อนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ใหม่ด้วยตนเอง นอกจากนี้ในขั้นสร้างความคุ้นเคย ยังมีการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยนักเรียนจะได้ใช้ทักษะการสังเกตบริบทต่างๆ หรือปัญหาที่นักเรียนเคยพบเห็นและคุ้นเคยในชีวิตประจำวันมาเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ใหม่ที่กำลังจะเรียน เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์. 2528. **จิตวิทยาการศึกษา**. ภาควิชาแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

กุลนิดา วรสารนันท์. 2552. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่** 3.วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กษมา วุฒิสารวัฒนา. 2548. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 3 **จังหวัดพะเยา**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกรียงไกร อภัยวงศ์. 2548. **ผลของการเรียนการสอนชีววิทยาโดยใช้วงจรการเรียนรู้แบบการตั้งสมมติฐานนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงวิทยาศาสตร์และมโนทัศน์ชีววิทยาของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. 2546. **การคิดเชิงมโนทัศน์**. กรุงเทพมหานคร: บริษัทซัคเซสมีเดีย.

ขวัญ เพียซ้าย. 2553. **การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 1. ปริญญานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

จิตติมา ชอบเอียด. 2551. **การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

เจนสมุทร แสงพันธ์. 2550. **การใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่**. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ (อัดสำเนา).

เฉลิมเกียรติ กฤษณะจันทร์. 2548. **การเปรียบเทียบกระบวนการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย: การวิเคราะห์เชิงปริมาณและคุณภาพ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชูชีพ อ่อนโคกสูง. 2518. **เอกสารประกอบการสอนจิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: วรวุฒิการพิมพ์.

ชัยพร วิชชาวุธ. 2519. **ความจำมนุษย์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชวนพิมพ์.

ชัยพร วิชชาวุธ. 2521.**มูลสารจิตวิทยา**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชัยศักดิ์ ชั่งใจ 2554. **มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนคณิตศาสตร์ : การบวกและลบเศษส่วนกรณีที่ส่วนมีค่าไม่เท่ากัน**.[online]. แหล่งที่มาhttp://www.satitm.chula.ac.th/emag/article1_1/missconcept.html [16 มกราคม 2554].

ฐาปนี ตนัยอัชฌาวุฒ. 2547. **การเปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่องปริมาตรและพื้นที่ผิวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมกับการสอนปกติ**. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ณัชชา กมล. 2542. **ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี และคณะ. 2544. **วิทยาการด้านการคิด**. กรุงเทพมหานคร: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

ทดสอบทางการศึกษาแหงชาติ,สถาบัน. 2555ก. สทศ.วิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐานคะแนน O-NET มัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2554.**NIETS News**. 34(พฤษภาคม-มิถุนายน): 7–8.

----------. 2555ข. ผลสอบ O-NET ป.6 และม.3 ปีการศึกษา 2554 เพิ่มสูงขึ้นเกือบทุกวิชา. **NIETS News**. 34(พฤษภาคม-มิถุนายน): 12.

----------. 2555ค. **สรุปผลวิเคราะห์ความสามารถของนักเรียนชั้น ป.6, ม.3, ม.6 จากคะแนน O-NET**.[online]. แหล่งที่มาhttp://www.niets.or.th/index.php/research_th/view/8. [28 กุมภาพันธ์ 2556]

ธีรนาถ ธงงาม. 2548. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลชที่มีต่อมโนทัศน์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดร้อยเอ็ด**.วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นาตยา ปิลันธนานนท์. 2542. **การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning)**. กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. 2537. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการเรียนการสอน. **วารสารพัฒนาหลักสูตร**. 14(ตุลาคม – ธันวาคม): 55 – 60.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. 2523. **การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด**.ประชากรศึกษา. 6 – 17.

ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2548. **การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544**. กรุงเทพมหานคร: เอส พี เอ็น การพิมพ์.

ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543. ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM: Principle and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000. **วารสารคณิตศาสตร์**. 44 (สิงหาคม – ตุลาคม): 4 – 18.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2534. **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.

ปราณี รามสูตร. 2528. **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ

พงศธร มหาวิจิตร. 2550. กิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้จำนวนและการดำเนินการและเรขาคณิต. **วารสารคณิตศาสตร์** 35 (สิงหาคม-ตุลาคม): 48-52.

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. 2542. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์ กับการสอนตามคู่มือครู**. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. **การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2547. การประเมินผลทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใน**ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**: 137 – 153. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. 2545. **จิตวิทยาการเรียนการสอน**. กรุงเทพมหานคร: เมธีทิพย์

เมธี ลิมอักษร. 2524. **คณิตศาสตร์เบื้องต้น**. สงขลา: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ยุพิน พิพิธกุล. 2542. การแก้ปัญหา.**วารสารคณิตศาสตร์**. 5(กุมภาพันธ์-เมษายน): 485-487.

ยลนภา พลชัย. 2548. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราชบัณฑิตยสถาน. 2551. **พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ อักษร A – L ฉบับราชบัณฑิตยสถาน**. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์.

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. 2545. **ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รัตนะ บัวสนธ์. 2532. การทดสอบเปรียบเทียบพหุคูณภายหลังการวิเคราะห์ความแปรปรวน ใน **วารสารการวิจัยเพื่อการพัฒนา**, 28: 44 – 54.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2541. **เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน**. กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น.

วัชรสันต์ อินธิสาร. 2547. **ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

----------. 2545. **สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิมลรัตน์ ศรีสุข. 2551. **การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. 2537. แนวคิดบางประการที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด. **สารพัฒนาหลักสูตร**. 113(เมษายน- มิถุนายน): 49 – 51.

วีณา วโรตมะวิชญ. 2535. **กลวิธีในการเรียนการสอนในโรงเรียนประถมศึกษา**. เชียงใหม่: งานส่งเสริมกองวิจัยและตำรา กองบริการการศึกษา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร 2546. **การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2544. **การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

----------. 2551. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สุรางค์ โค้วตระกูล. 2533. **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. 2549. **วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา**.กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สายสุณี สุทธิจักษ์. 2551. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิริพร ทิพย์คง. 2545. **หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: สถาบันคุณภาพวิชาการ.

สุธิดา นานช้า. 2549. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. 2546. **วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ. 2547. **กลยุทย์ การสอนคิดเชิงมโนทัศน์**. กรุงเทพมหานคร: หจก.ภาพพิมพ์.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2543. **มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี**. กรุงเทพมหานคร: หน่วยการพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

----------. 2545. **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: หน่วยการพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

----------. 2546 ก. **คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

----------. 2546 ข. **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

----------. 2547. **การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: รากขวัญ.

----------. 2551. **ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: ส เจริญ การพิมพ์.

โสมรัศมิ์ ดาหลาย 2551. **ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1.** วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา, กระทรวงศึกษาธิการ. 2545. **แนวทางการวัดและประเมินผลในชั้นเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. 2549. **แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคม แห่งชาติ ฉบับที่ 10 (2550 – 2554).** กรุงเทพมหานคร : สำนักนายกรัฐมนตรี.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2552. **ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 [Online].** แหล่งที่มา: http://www.niets.or.th [2 ตุลาคม 2553].

อัครยา สังขจันทร์. 2543. **การสอนเพื่อพัฒนาการใช้เหตุผล: คู่มือการเรียนการสอนการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ คณะกรรมการส่งเสริมการเรียนการสอนเน้นการพัฒนาความคิดวิเคราะห์วิจารณ์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2546. **คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2547. **เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์** (อัดสำเนา).

ภาษาอังกฤษ

Alice,F Artzt and Shirel,Yaloa-femia. 1999. Mathematics Reasoning During Small-Group Problem Solving. **Developing Mathematics Reasoning in Grades K-12 1999 Yearbook.** Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics, Inc.

Ausubel,D.P.. 1968. **Educational Psychology: A Cognitive View.** New York: Rinegart and Winston.

Baroody, A.J.. 1993. **Problem Solving, Reasoning, and Communication, K-8 :Helping Children Think Mathematically.** New York: Macmillan.

Bert van Oers and Mariëlle Poland. 2007. Schematising Activities as a Means for Encouraging Young Children to Think Abstractly. Free University, Amsterdam. **Mathematics Education Research Journal**,19: 10–22:

Brandt, R.. 1984. Teaching of Thinking about Thinking. **Educational Leadership.** (September): 3.

Cooney, T.J., Davis, E. J., and Henderson, K. B. 1975. **Dynamics of teaching Secondary school mathematics.** Boston: Houghton Mifflin Company.

Clark ,M.R. et al. 2003. **A comparison of ratios and fractions and their roles as tools in proportional reasoning.** Journal of Mathematical Behavior. 22: 297–317.

De Cecco, J.P. 1968. **The psychology of learning and instruction: educational psychology**. Englewook: Pentice – Hall.

Dubinsky, E. 1991. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 95 – 123.

Dreyfus,T.. 2012. **Proceeses of abstraction in context the nested epistemic actions model.** [online]. Available from medicina.iztacala.unam.mx/medicina/dreyfus.pdf .[2012, December 10].

Dreyfus, T. 1991. Advanced mathematical thinking processes. In D. O. Tall (Ed.), **Advanced mathematical thinking** : 25-41. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Eggen,P.D. and Kauchak,D.P.. 1995. **Startegies for Teaching Content and Thinking Skills.** 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon.

Ferrari, P.L.. 2003. Abstraction in mathematics. **Philosophical Transactions: Biological Sciences**, 358 issue 1435 (July 29): 1225-1230.

Gonzales P. 2009. **Highlights From TIMSS 2007:Mathematics and Science Achievement of U.S. Fourth and Eighth-Grade Students in an International Context September[online].** Available from http://nces.ed.gov/timss/results07.asp [2010, october 15].

Good, C. V. 1959. **Dictionary of education.** United States of America: McGraw – Hill Book Company.

Good, C. V. 1973. **Dictionary of education.** 3 rd ed. New York: McGraw – Hill Book Company.

Goodwin, W. L. and Klausmeier, H. J. 1975. **Facilitating student learning: An introduction to educational psychology.** New York: Harrer and Row.

Greenwood,J.J.. 1993. On the Nature of Teaching and Assessing. Mathematical Power and Mathematical Think, **Arithematic Teacher**. 41(Nov 1993): 144-52.

Hail and Christopher Jason. 2000. **The effects of using multiple representations on students' knowledge and perspectives of basic algebraic concept** [online]. Available from http://www.aghandoura.com/derasat_2.htm [2012, november 20]

Haylock and Thangata. 2007. **Key Concepts in Teaching Primary Mathematics.** 1st ed. The Cromwell Press, Trowbridge, Wiltshire.: SAGE Publications.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. and Dreyfus, T. 2001. Abstraction in Contexts: Epistemic Actions. **Journal for Research in Mathematics Education,**32(2): 195-222.

Hassan, I., and Mitchelmore, M. C. 2006. **The role of abstraction in learning about rates of change.** In P. Grootenboer,R. Zevenbergen, and M. Chinnappan (Eds.), Identities, cultures and learning spaces (Proceedings of the 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1, pp. 278–285). Adelaide, Australia: MERGA.

Mullis,I., Martin, M., Foy,P., and Arora, A.. 2011. **TIMSS 2011 International Results in Mathematics.**[online]. Available from http://timss.bc.edu/timss2011/international-results-mathematics.html [2013, february 2].

Kahney, H. 1993. **Problem solving: Current issues.** 2nd ed. Buckingham: Open University Press.

Klausmeier, H. J. and Ripple, R. E. 1971.**Learning and human abilities.** New York: Harper International Edition.

Klausmeier, H. J. 1985. **Educational psychology**. New York: Harper & Row.

Krulik, S.,and Rudnick, J.A. 1993. **Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers**. Boston : Allyn and Bacon.

Langrall,C. and Swafford,J.. 2000. Developing Proportional Reasoning. **Mathematics Teaching in the Middle School.** (December): 254 – 261.

Lasley, T. J. and Matczynski, T. J. 2002. **Introduction model: strategies for teaching in a diverse society.** Belmont Calif: Wadworth

Lovell, K. 1996. **Educational psychology and children.** Great Britain for University of London Press.

Mc Donald.F.J..1959. **Education psychology**. San Francisco: Wadworth Publishing.

Mason. J.. 1989. **Mathematical abstraction as the result of a delicate of attention.** For the Learning of Mathematics. 9(Jun 1989): 2.

Mitchelmore, M. C., and White, P. 1995. **Abstraction in mathematics: Conflict, resolution and application. Mathematics.** Education Research Journal, 7(1), 50–68.

Mitchelmore, M. C. and White, P., 1996. **Conceptual knowledge in introductory calculus**. Journal for Research in Mathematics Education, 27: 79–95.

Mitchelmore, M.C. and White, P..1998. Development of angle concepts: A framework for research. **Mathematics Education Research Journal**.10(3): 4–27.

Mitchelmore, M. C., and White, P. 2000a. **Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation.** Educational Studies in Mathematics, 41: 209–238.

Mitchelmore, M. C., and White, P. 2000b. **Teaching for abstraction: Reconstructing constructivism.** In J. Bana and A.Chapman (Eds.), Mathematics education beyond 2000 (Proceedings of the 23rd annual conference of the MathematicsEducation Research Group of Australasia: 432–439). Perth: MERGA.

Mitchelmore, M. C. 2002. **The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge.** In D. Edge and Y. B. Har (Eds.), Mathematics education for a knowledge-based era (Proceedings of the Second East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the Ninth Southeast Asian Conference on Mathematics Education, 1: 157–167). Singapore: Association of Mathematics Educators.

Mitchelmore, M. C., and White, P. 2004a. **Abstraction in mathematics and mathematics learning.** In M. J. Hoines and A.B. Fuglestad (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (3: 329–336). Bergen, Norway: Program Committee.

Mitchelmore, M. C., and White, P. 2004b. **Teaching mathematical concepts: Instruction for abstraction.** Invited regular lecture presented at the 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen, Denmark.

Mitchelmore, M., White, P., and McMaster, H. 2007a. **Teaching ratio and rates for abstraction.** In J. Watson and K. Beswick (Eds.), Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Hobart: 503–512.

Mitchelmore, M., White, P., and McMaster, H. 2007b. Abstraction in Mathematics Learning. **Mathematics Education Research Journal** ,19(2): 1–9.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). 1989. **Curriculum and Evaluation Sandard for School Mathmatics.** Reston: Virginia.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). 2000. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston: Virginia.

Nosanchuk. 1970. **Pretesting Effects : An Inductive Model.** Hardvard University [online]. Available from: http://www.jstor.org/stable.2786269. [2010, January 28]

O'Daffer,P., and Thornquist ,B.A.. 1993. Critical Thinking Mathematics Reasoning and Proof. **In Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics.** New York: Macmillan.

O'Daffer,P.. 1990. Inductive and Deductive Reasoning. **The Mathematics Teacher.** 93(6): 378

Rowan and Morrow. 1993. Implementing K – 8 Curriculum and Evaluation Standards. **Arithmetic Teacher**: 16 – 18.

Skemp, R. 1986. **The psychology of learning mathematics** .2nd ed.. Harmondsworth, UK: Penguin.

Steele, D.F.. (1995). **A Constructivist Approach to mathematics teaching and learning by forth grade teacher** [online]. Available from: http://www.archive.org/stream/constructivistap00stee/constructivistap00stee_djvu.txt [2012, December 10]

Stiggins, Richard. 1997. **Student-Centered Classroom Assessment.** Columbus, Ohio: Merrill.

White, P., and Mitchelmore, M. C. 2002. **Teaching and learning mathematics by abstraction.** In D. O. Tall and M. Thomas(Eds.), Intelligence and understanding in mathematics : 235–256. Flaxton, QLD: Post Pressed.

White, P., and and Mitchelmore, M. C. 2003. **Teaching angles by abstraction from physical activities with concrete materials.** In N. Pateman, B. Dougherty, and J Zilliox (Eds.), Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Honolulu: Hawaii, 4: 403–410.

White, P., and Mitchelmore, M.C.. 2005. Teaching Percentage as a Multiplicative Relationship. **Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia,**1: 783 – 790.

White, P., Wilson, S., Faragher, R., and Mitchelmore, M. C. 2007. **Percentages as part whole relationships.** In J. Watson and K. Beswick (Eds.), Mathematics: Essential research, essential practice (Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics. Education Research Group of Australasia, 2: 805-814). Sydney: MERGA.

White, P., Mitchelmore, M., Wilson, S., and Faragher, R. 2009. **Critical numeracy and abstraction: Percentages.** Australian Primary Mathematics Classroom,14(1): 4–8.

White, P., and and Mitchelmore, M.C. 2010. **Teaching for abstraction : A Model.** Mathematical Thinking and Learning. 12: 205 – 226.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย
- หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ดร.ชานนท์ จันทรา		อาจารย์ประจำคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์วัฒนิตา	นำแสงวานิช	อาจารย์ประจำโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์ชลิต	วรสหวัฒนกุล	ครูตำแหน่ง คศ.3 โรงเรียนวัดราชโอรส

ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ดร.ขวัญ	เพียซ้าย	อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินรวิโรฒ ประสานมิตร
2. อาจารย์วัฒนิตา	นำแสงวานิช	อาจารย์ประจำโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์ชลิต	วรสหวัฒนกุล	ครูตำแหน่ง คศ.3 โรงเรียนวัดราชโอรส

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 2828

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเดีย กองเป็ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสแตรกชัน ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เฌรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้อาจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อารัญญา วัดนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 61

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2823

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเดีย กองเป็ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสเตรกชัน ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เฌรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2826

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเดีย กองเปิง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสเตรกชัน ที่มีต่อบโนพัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เฉรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54-2829

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และรองคณบดี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเดีย กองเป็ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสเตรกชัน ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เฉรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงใคร่ขอเชิญ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 61

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2824

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์วัฒนิดา นำแสงวานิช

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเตีย ทองเปิ้ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสเตรกชัน ที่มีต่อนโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.สันสนีย์ เฌรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 2827

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเดีย กองเป็ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสเตรกชัน ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เฉรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงใคร่ขอเชิญอาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 61

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2826

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาคีย กองเป็ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสแตรกชัน ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เฉวงเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ศธ 0512.6(2771)/ 54- 2830

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดราชโอรส

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเดีย กองเป็ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสแตรกชัน ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เฉลเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงใคร่ขอเชิญ อาจารย์ชลิต วรสหวัฒนกุล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้อาจารย์ชลิต วรสหวัฒนกุล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 61

ที่ ศร 0512.6(2771)/54- 2825

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ชลิต วรสหวัฒนกุล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเดีย กองเป็ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแบบสเตวกรัน ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.สันสนีย์ เฌรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2822

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มิถุนายน 2554

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดราชโอรส

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนาเตีย ทองปึ้ง นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสอนตามกระบวนการแอบสเตรกชัน ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เฉลเทียบ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแอบสเตรกชันกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ภาคผนวก ข

- ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนสอบปลายภาค ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตารางที่ 13 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) (จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	F	t
กลุ่มทดลอง	50	10.62	2.96	2.829	-1.594
กลุ่มควบคุม	49	11.47	2.29		

* $p < .05$

จากตารางที่ 13 แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ภาคผนวก ค

- ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ฉบับก่อนการทดลอง

ตารางที่ 14 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) (จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	F	t
กลุ่มทดลอง	50	14.72	2.52	1.788	-1.617
กลุ่มควบคุม	49	14.37	2.47		

* $p < .05$

จากตารางที่ 14 แสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 15 แสดงการวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบที่สอน	จำนวนข้อสอบ		
			ที่สร้าง (ข้อที่)	ที่ใช้ได้ (ข้อที่)	ที่ใช้จริง (ข้อที่)
ความหมายและการเขียนอัตราส่วน	มโนทัศน์ที่ 1 **อัตราส่วน** คือ ความสัมพันธ์ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณซึ่งอาจมีหน่วยเดียวกัน หรือหน่วยต่างกันก็ได้	2	5 (1, 2, 3, 4, 5)	3 (1, 4, 5)	3 (1, 4, 5)
	มโนทัศน์ที่ 2 **การเขียนอัตราส่วนของจำนวนสองจำนวน** สมมติให้ a แทน จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่ง b แทน จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่สอง **<u>กรณีที่ 1</u> เมื่อจำนวนสองจำนวนมีหน่วยเดียวกัน ไม่ต้องเขียนหน่วยกำกับ** อัตราส่วนของสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่งต่อสิ่งของของกลุ่มที่สอง เป็น a : b หรือ $\frac{a}{b}$ **<u>กรณีที่ 2</u> เมื่อจำนวนสองจำนวนมีหน่วยต่างกัน ต้องเขียนหน่วยกำกับสามารถเขียนได้ 2 แบบ ดังนี้** แบบที่ 1 อัตราส่วนของสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่ง (หน่วย)ต่อสิ่งของของกลุ่มที่สอง(หน่วย) เป็น a : b หรือ $\frac{a}{b}$ แบบที่ 2 อัตราส่วนของสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่ง ต่อ สิ่งของของกลุ่มที่สอง เป็น a หน่วย : b หน่วย		3 (6, 7, 8)	2 (6, 8)	2 (6, 8)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบที่สอน	จำนวนข้อสอบ		
			ที่สร้าง (ข้อที่)	ที่ใช้ได้ (ข้อที่)	ที่ใช้จริง (ข้อที่)
ความหมายและการเขียนอัตราส่วน (ต่อ)	มโนทัศน์ที่ 3 **ตำแหน่งของอัตราส่วน มีความสำคัญ กล่าวคือ ถ้าสลับที่กันความหมายจะเปลี่ยนไป** เมื่อ a ≠ b อัตราส่วนของ a : b ไม่ใช่อัตราส่วนเดียวกันกับ b : a		1 (9)	1 (9)	1 (9)
อัตราส่วนที่เท่ากัน	มโนทัศน์ที่ 4 **อัตราส่วนที่เท่ากัน** คือ อัตราส่วนใดๆ ที่เกิดจากการคูณหรือการหารจำนวนแต่ละจำนวนในอัตราส่วนหนึ่ง ด้วยจำนวนเดียวกัน	1	4 (10, 11, 12, 13)	3 (11, 12, 13)	3 (11, 12, 13)
	มโนทัศน์ที่ 5 **หลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยใช้หลักการคูณและหลักการหาร** เมื่อคูณหรือหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม	1	3 (14, 15, 16)	3 (14, 15, 16)	2 (15, 16)
	มโนทัศน์ที่ 6 **การตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนโดยการคูณไขว้** โดยทั่วไปเราสามารถตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วน $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ ด้วยการคูณไขว้ พิจารณาการคูณไขว้ $a \times d$ และ $b \times c$ มีหลักการคือ ถ้า $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ แล้ว $a \times d = b \times c$	1	2 (17, 18)	1 (18)	1 (18)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบที่สอน	จำนวนข้อสอบ		
			ที่สร้าง (ข้อที่)	ที่ใช้ได้ (ข้อที่)	ที่ใช้จริง (ข้อที่)
อัตราส่วนของจำนวนหลายๆ จำนวน	มโนทัศน์ที่ 7 **อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน** คือ อัตราส่วนที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณที่มากกว่าสองปริมาณขึ้นไป	1	2 (19, 20)	2 (19, 20)	1 (19)
อัตราส่วนของจำนวนหลายๆ จำนวน (ต่อ)	มโนทัศน์ที่ 8 **การเขียนอัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน** สมมติให้ a แทน จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่ง b และ c แทน จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่สอง d แทน จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่สาม **กำหนดให้** จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่งต่อจำนวนสิ่งของของกลุ่มที่สอง เป็น $a : b$ จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่สองต่อจำนวนสิ่งของของกลุ่มที่สาม เป็น $c : d$ **กรณีที่** 1 ถ้า $b = c$ แล้ว จะได้อัตราส่วนหลายจำนวนเป็น $a : b : d$ **กรณีที่** 2 ถ้า $b \neq c$ แล้ว ให้ทำดังนี้ 1. หา ค.ร.น. ของ b และ c สมมติให้ ค.ร.น. ของ b และ $c = m$ และ $\frac{m}{b} = p$ และ $\frac{m}{c} = q$ 2. คูณ $\frac{a}{b}$ ด้วย p และ $\frac{c}{d}$ ด้วย q จะได้อัตราส่วน $ap : bp$ และ $cq : dq$ หรือ $ap : m$ และ $m : dq$ 3. จะได้อัตราส่วนต่อเนื่อง ดังนี้ $ap : m : dq$	2	4 (21, 22, 23, 24)	3 (21, 22, 23)	3 (21, 22, 23)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบที่สอน	จำนวนข้อสอบ		
			ที่สร้าง (ข้อที่)	ที่ใช้ได้ (ข้อที่)	ที่ใช้จริง (ข้อที่)
สัดส่วน	มโนทัศน์ที่ 9 **สัดส่วน** คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน	1	4 (25, 26, 27, 28)	2 (26, 28)	2 (26, 28)
การหาค่าของตัวแปรในสัดส่วน	มโนทัศน์ที่ 10 **การหาค่าของตัวแปรในสัดส่วน** ใช้หลักการการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยทำจำนวนที่หนึ่งหรือสองในอัตราส่วนให้เท่ากัน แล้วสรุปว่าจำนวนอีกจำนวนที่เหลือในอัตราส่วนจะต้องเท่ากันด้วย จากนั้นจึงแก้สมการเพื่อหาค่าตัวแปร	2	2 (29, 30)	2 (29, 30)	2 (29, 30)
	มโนทัศน์ที่ 11 **การหาค่าของตัวแปรในสัดส่วน** ใช้หลักการคูณไขว้ แล้วแก้สมการหาค่าตัวแปร		2 (31, 32)	1 (32)	1 (32)
ร้อยละ	มโนทัศน์ที่ 12 **ร้อยละ หรือ เปอร์เซ็นต์** คือ อัตราส่วนที่แสดงการการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100 หรือ อัตราส่วนที่มีจำนวนที่สองของอัตราส่วนเป็น 100	1	4 (33, 34, 35, 36)	3 (33, 34, 35)	3 (33, 34, 35)
	มโนทัศน์ที่ 13 **การเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละ มีหลักการดังนี้** 1. ใช้วิธีการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน แต่การทำอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละจะต้องทำให้	1	3 (37, 38, 39)	2 (38, 39)	2 (38, 39)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบที่สอน	จำนวนข้อสอบ		
			ที่สร้าง (ข้อที่)	ที่ใช้ได้ (ข้อที่)	ที่ใช้จริง (ข้อที่)
	จำนวนหลังของอัตราส่วนเป็น ดังนี้ 100 ร้อยละ a = a : 100 = $\frac{a}{100}$ = a % 2. ใช้วิธีสัดส่วน มีหลักการคือ ถ้าอัตราส่วนที่กำหนดให้เป็น $\frac{a}{b}$ เขียนเป็นสัดส่วน $\frac{a}{b} = \frac{x}{100}$ แล้วใช้การคูณไขว้แก้สมการหาค่าของ x				
การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ	มโนทัศน์ที่ 14 **การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ** แบ่งออกได้เป็น 3 กรณี ดังลักษณะโจทย์ต่อไปนี้ **กรณีที่ 1 a % ของ b เท่ากับเท่าไร** หมายความว่า ถ้ามี a ส่วนใน 100 ส่วนแล้วจะมีกี่ส่วนใน b ส่วน	1	2 (40, 41)	2 (40, 41)	2 (40, 41)
	มโนทัศน์ที่ 15 **กรณีที่ 2 a เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ b** หมายความว่า ถ้ามี a ส่วนใน b ส่วนแล้วจะมีกี่ส่วนใน 100 ส่วน	2	2 (42, 43)	2 (42, 43)	1 (43)
	มโนทัศน์ที่ 16 **กรณีที่ 3 a เป็น b เปอร์เซ็นต์ของจำนวนใด** หมายความว่า ถ้ามี b ส่วนใน 100 ส่วนแล้วจะมี a ส่วนในกี่ส่วน		2 (44, 45)	2 (44, 45)	1 (44)

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่องอัตราส่วนร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

<u>คำชี้แจง</u> **ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด แล้วกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ ให้เวลาในการทำข้อสอบ 1 ชั่วโมง**

1. ข้อใดกล่าวเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ **<u>ไม่ถูกต้อง</u>**
   ก. อัตราส่วนเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งต่างๆ
   ข. ปริมาณที่นำมาเปรียบเทียบในอัตราส่วนต้องเป็นปริมาณของสิ่งที่แตกต่างกัน
   ค. จำนวนที่นำมาเปรียบเทียบในอัตราส่วนต้องเป็นจำนวนบวก
   ง. จำนวนที่นำมาเปรียบเทียบในอัตราส่วนไม่ใช่ปริมาณที่แท้จริงของสิ่งที่นำมาเปรียบเทียบ
2. ข้อใดกล่าวเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ถูกต้อง
   ก. อัตราส่วน 3 : 4 สามารถเขียนแทนด้วย $\frac{3}{4}$
   ข. อัตราส่วน 0 : 4 สามารถเขียนแทนด้วย $\frac{0}{4}$
   ค. อัตราส่วน $\frac{1}{4}$ มีค่าน้อยกว่า อัตราส่วน $\frac{3}{4}$
   ง. อัตราส่วน $\frac{2}{4}$ มีค่าเท่ากับ 0.5
3. ความสัมพันธ์ในข้อใด**<u>ไม่</u>**สามารถนำมาเขียนเป็นอัตราส่วนได้
   ก. สมชัยซื้อจักรยานมา 4,700 บาท
   ข. ในกระเป๋ามีหนังสือและสมุดรวมกัน 4 เล่ม
   ค. สวนของป้าสะอาดปลูกทุเรียนมากกว่ามังคุด 20 ต้น
   ง. สงกรานต์ขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

4. หลักการเขียนอัตราส่วนของจำนวนสองจำนวนในข้อใด **<u>ไม่ถูกต้อง</u>**
   ก. เมื่อจำนวนสองจำนวนนั้นมีหน่วยเดียวกันไม่ต้องเขียนหน่วยกำกับ
   ข. เมื่อจำนวนสองจำนวนนั้นมีหน่วยเดียวกันสามารถเขียนหน่วยกำกับได้
   ค. เมื่อจำนวนสองจำนวนนั้นมีหน่วยต่างกันต้องเขียนหน่วยกำกับเสมอ
   ง. เมื่อจำนวนสองจำนวนนั้นมีหน่วยต่างกันไม่ต้องเขียนหน่วยกำกับได้

5. การเขียนอัตราส่วนในข้อใด**ไม่ถูกต้อง** ตามหลักการเขียนอัตราส่วน

   ก. อัตราส่วนของจำนวนนักเรียนชายต่อจำนวนนักเรียนหญิงของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เป็น 9 : 5

   ข. อัตราส่วนของมะม่วงต่อส้มเป็น 3 : 2

   ค. อัตราส่วนของขนาดของมุม A ต่อ มุม B เป็น 1 : 2

   ง. อัตราส่วนของราคาต่อความยาวของผ้า เป็น 55 : 1

6. ข้อใดกล่าวได้**ถูกต้อง**

   ก. อัตราส่วน a : b เป็นอัตราส่วนเดียวกันกับ b : a

   ข. อัตราส่วน a : b เป็นอัตราส่วนเดียวกันกับ b : a เมื่อ a ,b มีหน่วยเดียวกัน

   ค. อัตราส่วน a : b เป็นอัตราส่วนเดียวกันกับ b : a เมื่อ a = b

   ง. อัตราส่วน a : b ไม่ใช่อัตราส่วนเดียวกันกับ b : a

7. ข้อใดกล่าวเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้**ไม่ถูกต้อง**

   ก. อัตราส่วนที่เท่ากันจะมีอัตราส่วนอย่างต่ำเท่ากัน

   ข. เมื่อนำจำนวนนับใดๆ คูณทุกจำนวนในอัตราส่วนหนึ่งๆ จะได้อัตราส่วนที่เท่ากัน

   ค. เมื่อนำจำนวนใดๆ หารทุกจำนวนในอัตราส่วนหนึ่งๆ จะได้อัตราส่วนที่เท่ากัน

   ง. เมื่อนำจำนวนที่มากกว่าศูนย์ หารทุกจำนวนในอัตราส่วนหนึ่งๆ จะได้อัตราส่วนที่เท่ากัน

8. ถ้า P : Q เท่ากับ R : S แล้วข้อใดสรุปได้**ถูกต้อง**

   ก. P = R และ Q = S

   ข. R = aP และ S = aQ เมื่อ a เป็นจำนวนนับใด ๆ

   ค. ผลลัพธ์ของ $P \div R$ และ $Q \div S$ จะเท่ากันเสมอ

   ง. ผลลัพธ์ของ $\frac{P}{R}$ และ $\frac{Q}{S}$ จะเป็นจำนวนเต็ม

9. ข้อใดกล่าวเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้**ถูกต้อง** เมื่อ a และ b แทนจำนวนใดๆที่มากกว่าศูนย์ และ $a \neq b$

   ก. a : b = $a^2 : b^2$

   ข. 22 : 11 = $\frac{a}{22} : \frac{b}{11}$

   ค. $\frac{a}{3} : \frac{10\,b}{30}$ = a : b

   ง. $\frac{b}{a} : \frac{a}{b}$ = 1 : 1

ตารางที่ 16 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจำแนก(r) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ TAP

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.36	0.50	16	0.32	0.21
2	0.54	0.43	17	0.26	0.64
3	0.40	0.28	18	0.66	0.57
4	0.54	0.36	19	0.30	0.71
5	0.62	0.64	20	0.48	0.43
6	0.56	0.35	21	0.58	0.50
7	0.26	0.28	22	0.56	0.36
8	0.50	0.50	23	0.52	0.50
9	0.62	0.50	24	0.40	0.57
10	0.30	0.71	25	0.58	0.43
11	0.52	0.43	26	0.58	0.57
12	0.54	0.64	27	0.42	0.71
13	0.36	0.21	28	0.52	0.35
14	0.32	0.36	29	0.28	0.21
15	0.36	0.50	30	0.48	0.43

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 17 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องของลักษณะของการให้เหตุผลกับจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน (ฉบับก่อนการทดลอง)

ลักษณะของการให้เหตุผล	**จำนวนข้อสอบที่**		
	ทดลองใช้ (ข้อที่)	**ใช้ได้ (ข้อที่)**	**ใช้จริง (ข้อที่)**
การให้เหตุผลเชิงอุปนัย	4 (1, 2, 3, 4)	2 (1, 3)	2 (1, 3)
การให้เหตุผลเชิงนิรนัย	4 (5, 6, 7, 8)	2 (7, 8)	2 (7, 8)
การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	2 (9, 10)	1 (10)	1 (10)

ตารางที่ 18 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจำแนก(r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนการทดลอง) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index 700

ข้อที่	p	r
1	0.48	0.22
2	0.75	0.65
3	0.47	0.34
4	0.56	0.41
5	0.50	0.32

ตารางที่ 19 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องของลักษณะของการให้เหตุผลกับจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน (ฉบับหลังการทดลอง)

ลักษณะของการให้เหตุผล	**จำนวนข้อสอบที่**		
	ทดลองใช้ (ข้อที่)	**ใช้ได้ (ข้อที่)**	**ใช้จริง (ข้อที่)**
การให้เหตุผลเชิงอุปนัย	4 (1, 2, 3, 4)	3 (1,2, 4)	2 (1, 4)
การให้เหตุผลเชิงนิรนัย	4 (5, 6, 7, 8)	2 (6, 7)	2 (6, 7)
การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	2 (9, 10)	2 (9,10)	1 (9)

ตารางที่ 20 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจำแนก(r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังการทดลอง) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index 700

ข้อที่	p	r
1	0.64	0.38
2	0.58	0.31
3	0.46	0.62
4	0.42	0.53
5	0.32	0.50

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ฉบับก่อนการทดลอง)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัย มีทั้งหมด 5 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถาม พร้อมเขียนอธิบายเหตุผล โดยอาศัยการคิดในรูปแบบต่างๆ อาทิเช่นการเขียนบรรยายโดยการอ้างอิงความรู้ การเขียนแผนภาพกราฟตารางหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เป็นต้น

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อที่ 0 นัทมน คิดสูตร “น้ำมะนาวปรุงรส” ซึ่งมีส่วนผสมของน้ำมะนาวและน้ำตาล ซึ่งนัทมนคิดสูตรได้ 3 สูตร ดังนี้

สูตรที่ 1 ใช้น้ำมะนาว 3 ช้อนโต๊ะ น้ำตาล 8 ช้อนโต๊ะ

สูตรที่ 2 ใช้น้ำมะนาว 4 ช้อนโต๊ะ น้ำตาล 6 ช้อนโต๊ะ

สูตรที่ 3 ใช้น้ำมะนาว 5 ช้อนโต๊ะ น้ำตาล 10 ช้อนโต๊ะ

จงพิจารณาว่าสูตรการผสมน้ำมะนาวปรุงรสสูตรใดมีน้ำมะนาวเข้มข้นที่สุด เพราะเหตุใด

ตอบ น้ำมะนาวสูตรที่ 2 มีน้ำมะนาวเข้มข้นที่สุด

แนวทางการให้เหตุผล

พิจารณา การเปรียบเทียบความเข้มข้นของน้ำมะนาวต่อส่วนผสมทั้งหมด ดังนี้

สูตรที่ 1 ใช้น้ำมะนาว 3 ช้อนโต๊ะ น้ำตาล 8 ช้อนโต๊ะคิดเป็นน้ำมะนาว 3 ใน 10 ส่วน หรือ $\frac{3}{10}$

สูตรที่ 2 ใช้น้ำมะนาว 4 ช้อนโต๊ะ น้ำตาล 6 ช้อนโต๊ะคิดเป็นน้ำมะนาว 4 ใน 10 ส่วน หรือ $\frac{4}{10}$

สูตรที่ 3 ใช้น้ำมะนาว 5 ช้อนโต๊ะ น้ำตาล 10 ช้อนโต๊ะคิดเป็นน้ำมะนาว 5 ใน15 ส่วน หรือ $\frac{5}{15}$

เปรียบเทียบความเข้มข้นของน้ำมะนาวทั้ง 3 สูตร โดยการทำตัวส่วนให้เท่ากัน

เนื่องจาก ค.ร.น. ของ10 และ 15 คือ 30 จึงทำตัวส่วนให้เท่ากับ 30 ได้ดังนี้

$\frac{3}{10}=\frac{3\times3}{10\times3}=\frac{9}{30}$ และ $\frac{4}{10}=\frac{4\times3}{10\times3}=\frac{12}{30}$ และ $\frac{5}{15}=\frac{5\times2}{15\times2}=\frac{10}{30}$

เมื่อตัวส่วนเท่ากันแล้วเราสามารถเปรียบเทียบความเข้มข้นของน้ำมะนาวทั้ง 3 สูตรได้

เนื่องจาก $9<10<12$ ดังนั้น เมื่อเปรียบเทียบปริมาณน้ำมะนาวต่อส่วนผสมทั้งหมด จะเห็นว่าสูตรที่ 2 มีส่วนผสมของน้ำมะนาวมากที่สุด ดังนั้นน้ำมะนาวสูตรที่ 2 จึงมีความเข้มข้นมากที่สุด

ข้อที่ 1. กำหนดจุดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งพิจารณาเส้นเชื่อมจุด ดังข้อมูลในตาราง

จำนวนจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม	**เส้นเชื่อม**
1 จุด	0 เส้น
2 จุด	1 เส้น
3 จุด	3 เส้น
4 จุด	6 เส้น
5 จุด	10 เส้น
6 จุด	15 เส้น

อยากทราบว่า ถ้ามีจุดบนวงกลม n จุด จะมีเส้นเชื่อมกี่เส้น เพราะเหตุใดจงอธิบาย

ตอบ ถ้ามีจุดบนวงกลม n จุด จะมีเส้นเชื่อม $0 + 1 + 2 + 3 + \ldots + n - 1$ เส้น

แนวทางการให้เหตุผล

จากข้อมูลข้างต้นจะสังเกตเห็นว่า จำนวนจุดที่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมวงกับเส้นเชื่อมจุด มีความสัมพันธ์กันดังนี้

ถ้ามีจุด 1 จุด จะมีเส้นเชื่อม 0 เส้น

ถ้ามีจุด 2 จุด จะมีเส้นเชื่อม $0 + 1 = 1$ เส้น

ถ้ามีจุด 3 จุด จะมีเส้นเชื่อม $0 + 1 + 2 = 3$ เส้น

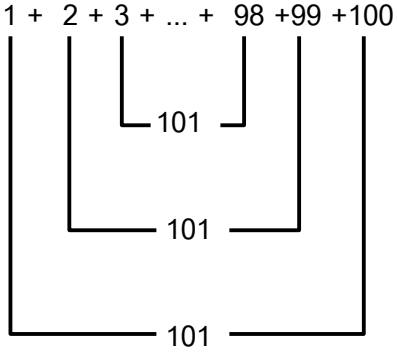
ถ้ามีจุด 4 จุด จะมีเส้นเชื่อม $0 + 1 + 2 + 3 = 6$ เส้น

ถ้ามีจุด 5 จุด จะมีเส้นเชื่อม $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ เส้น

ถ้ามีจุด 6 จุด จะมีเส้นเชื่อม $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ เส้น

ดังนั้น ถ้ามีจุดบนวงกลม n จุด จะมีเส้นเชื่อม $0 + 1 + 2 + 3 + \ldots + n - 1$ เส้น

ข้อที่ 2. จงพิจารณาการหาผลบวกของจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 100 โดยวิธีการดังนี้

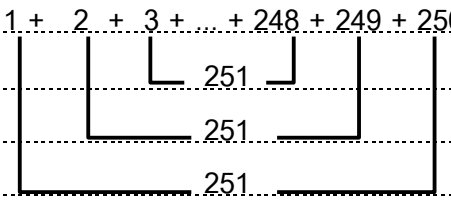


จะเห็นว่า จำนวน 101 มีทั้งหมด 50 จำนวน ดังนั้นคำตอบที่ได้ คือ 101 × 50 = 5,050 จากวิธีการข้างต้น ผลบวกของ 1 + 2 + 3 + ... + 248 + 249 + 250 จะมีค่าเท่าใด เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ 31,375

แนวทางการให้เหตุผล

จากการสังเกตวิธีการข้างต้นจะพบว่า วิธีการบวกจำนวนที่เรียงกัน สามารถหาผลลัพธ์โดยการจับคู่จำนวนสองจำนวนแล้วนำมาบวกกัน โดยจำนวนที่นำมาบวกกันในแต่ละคู่จะมีผลบวกเท่ากัน เช่น จำนวนแรกมาบวกกับจำนวนสุดท้าย เท่ากับ จำนวนที่สองบวกกับจำนวนก่อนสุดท้ายไปเรื่อยๆ ซึ่งจำนวนคู่ จะเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนที่นำมาบวกกัน ดังนั้น ผลบวกของ 1 + 2 + 3 + ... + 248 + 249 + 250 จะหาได้ดังนี้



จะเห็นว่า จำนวน 251 มีทั้งหมด 125 จำนวน ดังนั้นคำตอบที่ได้ คือ 251 × 125 = 31,375

ข้อที่ 4 จากผลการสำรวจความต้องการในการใช้สถานีบริการน้ำมันแบบเติมน้ำมันด้วยตัวเอง พบว่าผู้ตอบแบบสอบถาม 3 ใน 16 รู้สึกชื่นชอบการเติมน้ำมันด้วยตนเอง ส่วน 5 ใน 8 ของผู้ตอบแบบสอบถาม รู้สึกไม่ชอบการเติมน้ำมันด้วยตนเอง และอีก 75 คนรู้สึกเฉยๆ กับการเติมน้ำมันด้วยตนเอง ผู้ทำการสำรวจจึงสรุปผลการสำรวจว่า "**มีผู้ที่ชื่นชอบการเติมน้ำมันด้วยตัวเอง 75 คน ไม่ชอบการเติมน้ำมันด้วยตัวเอง 250 คน**"

นักเรียนคิดว่าผู้ทำการสำรวจสรุปผลได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ สรุปได้ถูกต้อง

แนวทางการให้เหตุผล

เนื่องจาก 3 ใน 16 ของผู้ตอบแบบสอบถามรู้สึกชื่นชอบการเติมน้ำมันด้วยตนเอง คิดเป็น $\frac{3}{16}$ และ 5 ใน 8 ของผู้ตอบแบบสอบถามรู้สึกไม่ชอบการเติมน้ำมันด้วยตนเอง คิดเป็น $\frac{5}{8}=\frac{10}{16}$ จะเห็นได้ว่า ผู้ตอบแบบสอบถามที่รู้สึกเฉยๆ กับการเติมน้ำมันด้วยตนเอง คิดเป็น $\frac{3}{16}$

เนื่องจาก มี 75 คน รู้สึกเฉยๆ กับการการเติมน้ำมันด้วยตนเอง

ดังนั้น ผู้ตอบแบบสอบถาม $\frac{3}{16}$ คิดเป็น 75 คน

จะได้ว่า ผู้ตอบแบบสอบถาม $\frac{10}{16}$ คิดเป็น $\frac{750}{3}=250$ คน

ดังนั้น จะมีผู้ที่ชื่นชอบการเติมน้ำมันด้วยตัวเอง 75 คน ไม่ชอบการเติมน้ำมันด้วยตัวเอง 250 คน

ข้อที่ 5 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

"**กล่องทรงลูกบาศก์ใบหนึ่ง ถ้าเพิ่มความยาวด้านแต่ละด้านของกล่องใบนี้ ให้ยาวเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่าของความยาวเดิม แล้วปริมาตรของกล่องใบใหม่ จะเป็น 2 เท่าของกล่องใบเดิม**"

นักเรียนคิดว่า ข้อความข้างต้นนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ไม่เป็นจริง

แนวทางการให้เหตุผล

สมมติ ให้ความยาวเดิมของกล่องยาว x หน่วย

ดังนั้น ปริมาตรของกล่องเดิม คือ x^3

ถ้าเพิ่มความยาวด้านแต่ละด้านของกล่องใบนี้ ให้ยาวเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่าของความยาวเดิม

ดังนั้น ความยาวใหม่ของกล่องยาว 2x หน่วย

จะได้ว่า ปริมาตรของกล่องใหม่ คือ $(2x)^3 = 8x^3$

ดังนั้น ปริมาตรของกล่องใบใหม่ จะเป็น 8 เท่าของกล่องใบเดิม

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ฉบับหลังการทดลอง)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัย มีทั้งหมด 5 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถาม พร้อมเขียนอธิบายเหตุผล โดยอาศัยการคิดในรูปแบบต่างๆ อาทิเช่นการเขียนบรรยายโดยการอ้างอิงความรู้ การเขียนแผนภาพกราฟตารางหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เป็นต้น

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อที่ 0 สมหมายขับรถไปทำงานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 80กิโลเมตรต่อ 60 นาทีส่วนโอภาสขับรถไปทำงานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 60 กิโลเมตรต่อ 40 นาทีอยากทราบว่าใครขับรถเร็วกว่ากันหรือทั้งสองคนขับรถด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยเท่ากัน

ตอบ โอภาสขับรถเร็วกว่าสมหมาย

แนวทางการให้เหตุผล

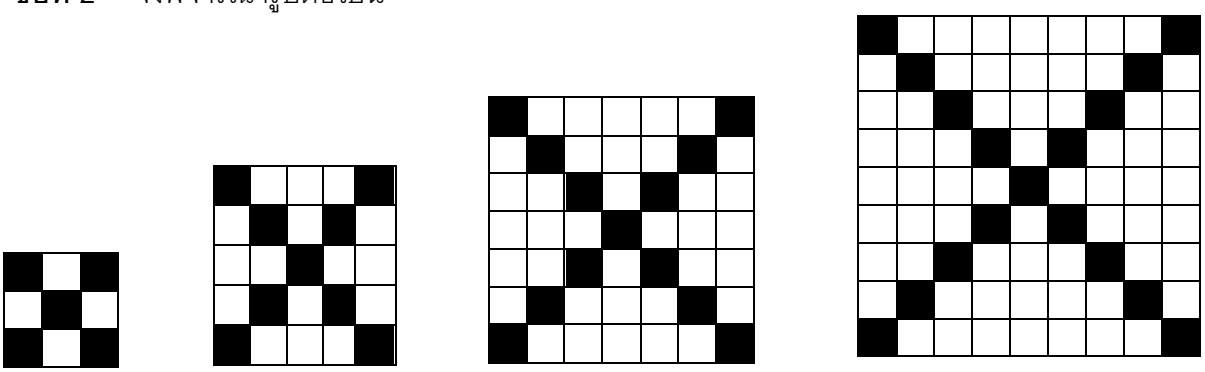
เนื่องจาก อัตราส่วนของระยะทาง(ก.ม.) ต่อเวลา(นาที) ของสมหมาย คือ 80 : 60 หรือ $\frac{80}{60}$ และ อัตราส่วนของระยะทาง(ก.ม.) ต่อเวลา(นาที) ของโอภาส คือ 60 : 40 หรือ $\frac{60}{40}$

พิจารณา การเปรียบเทียบอัตราส่วนของระยะทาง(ก.ม.) ต่อเวลา(นาที) ของสมหมายและโอภาส โดยการทำจำนวนที่สองของอัตราส่วนให้เท่ากัน

เนื่องจาก ค.ร.น. ของ 60 และ 40 คือ 120 ดังนั้นทำจำนวนที่สองของอัตราส่วนให้เท่ากับ 120 ได้ดังนี้ $\frac{80}{60}=\frac{80\times 2}{60\times 2}=\frac{160}{120}$ และ $\frac{60}{40}=\frac{60\times 3}{40\times 3}=\frac{180}{120}$

เมื่อจำนวนที่สองของอัตราส่วน (เวลา) เท่ากันแล้ว จะเห็นว่าระยะทางของโอภาสมากกว่าสมหมาย ดังนั้น โอภาสขับรถเร็วกว่าสมหมาย

ข้อที่ 2 จงพิจารณารูปต่อไปนี้



รูปที่ 1 **รูปที่ 2** **รูปที่ 3** **รูปที่ 4**

จากรูป นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนของจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 × 1 ตารางหน่วย ทั้งหมดต่อจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 × 1 ตารางหน่วยที่แรเงาในรูปที่ 7 เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ อัตราส่วนของจำนวนรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมดต่อจำนวนรูปสี่เหลี่ยมที่แรเงา ในรูปที่ 7 คือ 15^2: 15 + 14

แนวทางการให้เหตุผล

จากการสังเกตรูปจะพบว่าความสัมพันธ์ของลำดับรูป กับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมดต่อจำนวนรูปสี่เหลี่ยมที่แรเงา คือ จำนวนรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมดจะหาได้จาก กำลังสองของจำนวนคี่บวกเรียงกันตั้งแต่ 3 ขึ้นไป และจำนวนรูปสี่เหลี่ยมที่แรเงานั้นจะหาได้จากการนำจำนวนคี่ข้างต้นมาบวกกับจำนวนที่น้อยกว่ามันอยู่ 1 ดังนี้

รูปที่	จำนวนรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมด	จำนวนรูปสี่เหลี่ยมที่แรเงา
1	3^2	3 + 2
2	5^2	5 + 4
3	7^2	7 + 6
4	9^2	9 + 8
5	11^2	11 + 10
6	13^2	13 + 12
7	15^2	15 + 14

ข้อที่ 4 ในแต่ละปีการศึกษา หลายๆ โรงเรียนมีการรับนักเรียนส่วนหนึ่งที่อยู่ในเขตพื้นที่เข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยวิธีการจับฉลาก โรงเรียนวัดราชบพิตรมีนักเรียนในเขตพื้นที่มาสมัคร 320 คน แต่โรงเรียนรับนักเรียนได้ 96 คน ส่วนโรงเรียนวัดราชโอรสมีนักเรียนมาสมัคร 250 คน แต่โรงเรียนรับนักเรียนได้เพียง 85 คน นักเรียนคิดว่าผู้มาสมัครโรงเรียนใดจะมีโอกาสได้เข้าเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้มากกว่า เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ ผู้มาสมัครโรงเรียนวัดราชโอรสจะมีโอกาสได้เข้าเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มากกว่าโรงเรียนวัดราชบพิตร

แนวทางการให้เหตุผล

เนื่องจาก อัตราส่วนจำนวนนักเรียนในเขตพื้นที่ที่มาสมัคร ต่อจำนวนนักเรียนที่โรงเรียนรับได้ของโรงเรียนวัดราชบพิตร คือ 320 : 96 หรือ $\frac{320}{96}=\frac{10}{3}$ และ

อัตราส่วนจำนวนนักเรียนในเขตพื้นที่ที่มาสมัครต่อจำนวนนักเรียนที่โรงเรียนรับได้ของโรงเรียนวัดราชโอรส คือ 250 : 85 หรือ $\frac{250}{85}=\frac{50}{17}$ และ

พิจารณา การเปรียบเทียบอัตราส่วนจำนวนนักเรียนในเขตพื้นที่ที่มาสมัคร ต่อจำนวนนักเรียนที่โรงเรียนรับได้ของโรงเรียนทั้งสองโดยการทำจำนวนแรกของอัตราส่วนให้เท่ากัน

เนื่องจาก ค.ร.น. ของ 50 และ 10 คือ 50

ดังนั้นทำจำนวนที่สองของอัตราส่วนให้เท่ากับ 50 ได้ดังนี้

$$\frac{320}{96}=\frac{10}{3}=\frac{10\times5}{3\times5}=\frac{50}{15}$$

เมื่อทำจำนวนแรกของอัตราส่วน (จำนวนนักเรียนในเขตพื้นที่ที่มาสมัคร) ให้เท่ากันแล้วจะเห็นว่าจำนวนนักเรียนที่โรงเรียนรับได้ของโรงเรียนวัดราชโอรสมากกว่าของโรงเรียนวัดราชบพิตร

ดังนั้นผู้มาสมัครโรงเรียนวัดราชโอรสจะมีโอกาสได้เข้าเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มากกว่าโรงเรียนวัดราชบพิตร

ข้อที่ 5 ชมพู่ไปซื้อเครื่องซักผ้า ณ ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง โดยทางห้างมีส่วนลดให้ 10% ของราคาสินค้า แต่ลูกค้าจะต้องเสียภาษี ณ ที่จ่าย 7% ของราคาสินค้าที่จ่าย และมีแบบการเลือกจ่ายเงินได้ 2 แบบ คือ

แบบที่ 1 ให้จ่ายภาษีก่อนแล้วจึงลดราคา

แบบที่ 2 ให้ลดราคาก่อนและค่อยจ่ายภาษี

ถ้านักเรียนเป็นชมพู่นักเรียนจะเลือกจ่ายแบบใด เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ ชมพู่ควรเลือกจ่ายแบบที่ 2

แนวทางการให้เหตุผล

สมมติให้ชมพู่ซื้อเครื่องซักผ้าในราคา 100 บาท

ถ้าเลือกแบบที่ 1 ชมพู่ต้องจ่ายภาษี 7% ของราคาสินค้าที่จ่ายคือต้องจ่ายภาษี 7 บาท และชมพู่ ได้รับส่วนลด 10% ของราคาสินค้า คือได้รับส่วนลด 10บาท ดังนั้นชมพู่ต้องจ่ายเงินทั้งหมด คือ (100 + 7) – 10 = 97 บาท

ถ้าเลือกแบบที่ 2 ชมพู่จะได้รับส่วนลดก่อน10% ของราคาสินค้า คือได้รับส่วนลดเท่ากับ 10 บาท ดังนั้นราคาที่ชมพู่ต้องจ่ายคือ 100 – 10 = 90 บาท และต้องจ่ายภาษี 7% ของราคาที่จ่ายคือเสียภาษีเท่ากับ $\frac{7}{100} \times 90 = 6.3$ บาท ดังนั้นชมพู่ต้องจ่ายเงินทั้งหมด คือ(100 – 10) + 6.3 = 96.3 บาท จะเห็นได้ว่า เลือกจ่ายแบบที่ 2 ถูกกว่าแบบที่ 1

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	ภาคเรียนที่ 1
รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 ค22101	หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เรื่อง ความหมายอัตราส่วน
ผู้สอน ครูนาเดีย กองเป็ง	ใช้เวลา 1 คาบ	โรงเรียน วัดราชโอรส

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.1 ม. 2/4 ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และ ร้อยละ ในการแก้โจทย์ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/1 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/2 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/3 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอัตราส่วนได้
2. เขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์หรือแสดงการเปรียบเทียบของปริมาณสองปริมาณในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

ทักษะกระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ

1. เชื่อมโยงความรู้เรื่องอัตราส่วนกับชีวิตประจำวันได้
2. ให้เหตุผลเกี่ยวกับอัตราส่วนได้
3. นำเสนอ สื่อสารความหมายเกี่ยวกับอัตราส่วนได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) : นักเรียน

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

สาระสำคัญ

อัตราส่วน คือ ข้อความแสดงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณ ซึ่งอาจมีหน่วยเดียวกันหรือหน่วยต่างกันก็ได้ จำนวนที่แสดงในอัตราส่วนอาจจะไม่ใช่จำนวนที่แทนปริมาณที่แท้จริงของสิ่งที่เรานำมาเปรียบเทียบ

อัตราส่วน a ต่อ b เขียนแทนด้วย $a:b$ หรือ $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b แทนจำนวนใดๆ ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์

เรียก a ว่า "จำนวนแรก หรือจำนวนที่หนึ่ง"

เรียก b ว่า "จำนวนหลัง หรือจำนวนที่สอง"

หมายเหตุ : ในการเขียนอัตราส่วนจะเขียนเป็นจำนวนเต็มบวกและนิยมเขียนเป็นอัตราส่วนอย่างต่ำ

ตำแหน่งของจำนวนในอัตราส่วนนั้นมีความสำคัญ กล่าวคือ $a:b$ ไม่ใช่อัตราส่วนเดียวกับ $b:a$ เมื่อ $a \neq b$

การเขียนอัตราส่วนของจำนวนสองจำนวน

สมมติให้ a แทน จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่ง

b แทน จำนวนสิ่งของของกลุ่มที่สอง

กรณีที่ 1 เมื่อจำนวนสองจำนวนมีหน่วยเดียวกัน ไม่ต้องเขียนหน่วยกำกับ อัตราส่วนของสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่งต่อสิ่งของของกลุ่มที่สอง เป็น a : b หรือ $\frac{a}{b}$

กรณีที่ 2 เมื่อจำนวนสองจำนวนมีหน่วยต่างกัน ต้องเขียนหน่วยกำกับสามารถเขียนได้ แบบ ดังนี้ 2

แบบที่ 1 อัตราส่วนของสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่ง(หน่วย) ต่อสิ่งของของกลุ่มที่สองเป็น (หน่วย) a : b หรือ $\frac{a}{b}$

แบบที่ 2 อัตราส่วนของสิ่งของของกลุ่มที่หนึ่ง ต่อ สิ่งของของกลุ่มที่สอง เป็น a หน่วย : b หน่วย

กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูยกตัวอย่างข้อความที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของปริมาณสองปริมาณในสถานการณ์ต่างๆ เช่น อัตราค่าโดยสารรถประจำทางคนละ 8 บาท หรือ ร้านค้าแห่งหนึ่งขายดินสอ 2 แท่งราคา 4 บาท เป็นต้น จากนั้นครูถามให้นักเรียนสังเกตว่า ข้อความข้างต้นแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งใดกับสิ่งใด จากนั้นครูชี้ให้นักเรียนสังเกตว่าสถานการณ์ต่างๆ เหล่านี้เป็นสถานการณ์ที่นักเรียนพบเห็นได้ในชีวิตประจำวันและมีความเกี่ยวข้องกับสิ่งที่เราจะเรียนต่อไป	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity) 1. ครูยกตัวอย่าง สิ่งของ และรูปภาพที่แสดงถึงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณในชีวิตประจำวันที่นักเรียนคุ้นเคย 3 สิ่ง ได้แก่ แผนที่, รูปภาพแสดงป้ายการจราจร (จำกัดความเร็ว) และ คอลัมน์ในหนังสือพิมพ์ที่แสดงผลการแข่งขันกีฬาเทนนิส (ดูเอกสารประกอบการเรียนรู้ ชุดที่ 1 ประกอบ) 2. ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจและตรวจสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียนเกี่ยวกับบริบทต่างๆ เช่น - นักเรียนเคยสังเกตเห็นสิ่งเหล่านี้ในชีวิตประจำวันหรือไม่ - สิ่งเหล่านี้มักจะพบเห็นได้ที่ใด - นักเรียนเคยเห็นสิ่งที่คล้ายคลึงกับสิ่งเหล่านี้หรือไม่ที่ใด - ในการแข่งขันเทนนิส ทำไมแข่งขันแค่ 2 เซตแล้วจึงตัดสินได้ว่าใครแพ้ชนะ ฯลฯ 3. ครูถามให้นักเรียนสังเกตว่าข้อความแต่ละข้อความแสดงถึงอะไร และมีความหมายว่าอย่างไร แล้วเขียนตอบลงในใบงาน จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงความหมายที่แต่ละคนคิด จนได้ข้อสรุปว่าสถานการณ์ข้างต้นแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ ซึ่งสิ่งที่เราเรียนในวันนี้จะมีความสัมพันธ์ในลักษณะข้างต้น 4. ครูถามว่าจากสถานการณ์ทั้ง 3 สถานการณ์ข้างต้น ถ้าข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลง(ดูใบงาน) นักเรียนว่าความหมายจะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไรให้นักเรียนเขียนตอบลงในใบงาน จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็น จนได้ข้อสรุปว่าตำแหน่ง	**ขั้นสอน** 1. ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายโดยใช้ตัวอย่างข้างต้น ดังนี้ - จากข้อความ "อัตราค่าโดยสารรถประจำทางคนละ 8 บาท" และ" ร้านค้าแห่งหนึ่งขายดินสอ 2 แท่งราคา 4 บาท" เป็นการเปรียบเทียบปริมาณกี่ปริมาณ (2 ปริมาณ) - จากข้อความปริมาณที่เปรียบเทียบมีหน่วยเป็นอะไร เหมือนกันหรือไม่ - ครูยกตัวอย่างข้อความเพิ่มเติม "ผักทุกอย่าง 3 กำ 10 บาท จากข้อความนี้เป็นการเปรียบสิ่งของสองสิ่งหรือไม่ (เป็น) - เป็นเปรียบสิ่งของอะไรกับอะไร(ปริมาณผักกับราคา) - หน่วยของปริมาณผักกับราคาเหมือนกันหรือไม่ (ไม่เหมือนกัน) 2. จากนั้นครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่าข้อความข้างต้นเราสามารถเขียนในรูปอัตราส่วนได้ เพราะมีการเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งของสองสิ่ง ซึ่งไม่จำเป็นต้องมีลักษณะเหมือนกันหรือมีหน่วยเดียวกัน 3. ครูสรุปความหมายอัตราส่วน ดังนี้ "การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่มีหน่วยเดียวกันหรือมีหน่วยต่างกันเรียกว่าอัตราส่วน" 4. ครูอธิบายให้นักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาดังนี้ "อัตราส่วนของปริมาณ a ต่อปริมาณ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ของปริมาณที่นำมาเปรียบเทียบกันมีความสำคัญ ถ้าตำแหน่งเปลี่ยนความหมายก็จะเปลี่ยนไป **ขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง** (Similarity) 5. จากตัวอย่างสถานการณ์ทั้ง 3 ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตความเหมือนและความแตกต่างของสถานการณ์ ดังนี้ - นักเรียนคิดว่าสถานการณ์ทั้ง 3 และคำตอบจากข้อ 1 – 2 มีลักษณะอะไรที่คล้ายคลึงกันบ้าง (เช่น มีการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณ , ตำแหน่งของปริมาณที่นำมาเปรียบเทียบกันมีความสำคัญ ถ้าตำแหน่งเปลี่ยนความหมายก็จะเปลี่ยน) - จากสถานการณ์ทั้ง 3 สถานการณ์ข้างต้นและคำตอบจากข้อ 1 – 2 มีลักษณะอะไรที่ที่แตกต่างกันบ้าง(เช่น ปริมาณที่นำมาเปรียบเทียบกันบางข้อมีหน่วยเหมือนกันบางข้อมีหน่วยต่างกัน) **ขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม** (Reification) 6. ครูอธิบายให้นักเรียนทราบว่า สถานการณ์ทั้ง 3 ข้างต้นเป็นตัวอย่างของอัตราส่วนที่เราพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน จากนั้นครูให้นักเรียนเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะสำคัญของอัตราส่วน จากสิ่งที่นักเรียนสังเกตได้ และครูสุ่มถามนักเรียน 2 – 3 คนถามถึงลักษณะสำคัญของอัตราส่วนที่นักเรียนคาดการณ์ไว้ 7. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปความหมายของอัตราส่วน จากนั้นครูอธิบายสรุปให้นักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาดังนี้ “อัตราส่วนของปริมาณ a ต่อปริมาณ b เขียนแทนด้วย a : b หรือ $\frac{a}{b}$ เรียก a	b เขียนแทนด้วย a : b หรือ $\frac{a}{b}$ เรียก a ว่า จำนวนแรกหรือจำนวนที่หนึ่งของอัตราส่วน และเรียก b ว่าจำนวนหลังหรือจำนวนที่สองของอัตราส่วน อัตราส่วน a ต่อ b จะพิจารณาเฉพาะในกรณีที่ a และ b เป็นจำนวนบวกเท่ากันนั้น ซึ่งในการเขียนอัตราส่วนจะเขียนเป็นจำนวนเต็มบวกและตำแหน่งของจำนวนในอัตราส่วนนั้นมีความสำคัญ กล่าวคือ $a:b$ ไม่ใช่อัตราส่วนเดียวกับ $b:a$ เมื่อ $a \neq b$” 5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 – 3 ข้อ 1 – 3 เกี่ยวกับการเขียนอัตราส่วน 6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากตัวอย่างที่เหลือและในหนังสือเรียนจากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2 – 3 คนออกมาเฉลยโดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบ 7. ครูให้นักเรียนช่วยกันคิดปัญหาต่อไปนี้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความหมายของอัตราส่วนโดยใช้คำถามดังนี้ - ถ้าเราต้องการแบ่งเชือกซึ่งยาว 9 เมตรออกเป็น 2 ส่วนโดยให้ความยาวเชือกส่วนที่ 2 ยาวเป็นสองเท่าของความยาวเชือกส่วนที่หนึ่ง เราจะสามารถเขียนอัตราส่วนของความยาวเชือกส่วนที่ 1 ต่อส่วนที่ 2 ได้อย่างไร (3:6 หรือ $\frac{3}{6}$) - อัตราส่วนข้างต้นมีความหมายเหมือนกับความยาวเชือกครึ่งหนึ่ง

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ว่าจำนวนแรกหรือจำนวนที่หนึ่งของอัตราส่วน และเรียก b ว่าจำนวนหลังหรือจำนวนที่สองของอัตราส่วน อัตราส่วน a ต่อ b จะพิจารณาเฉพาะในกรณีที่ a และ b เป็นจำนวนบวกเท่ากันนั้น ซึ่งในการเขียนอัตราส่วนจะเขียนเป็นจำนวนเต็มบวกและตำแหน่งของจำนวนในอัตราส่วนนั้นมีความสำคัญ กล่าวคือ $a:b$ ไม่ใช่อัตราส่วนเดียวกับ $b:a$ เมื่อ $a \neq b$ 8. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 ข้อ 1 – 3 เพื่อให้นักเรียนได้เห็นตัวอย่างการเขียนอัตราส่วน **ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้** (Application) 9. ครูให้นักเรียนช่วยกันคิดปัญหาต่อไปนี้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน เกี่ยวกับความหมายของอัตราส่วนโดยใช้คำถามดังนี้ - ถ้าเราต้องการแบ่งเชือกซึ่งยาว 9 เมตรออกเป็น 2 ส่วนโดยให้ความยาวเชือกส่วนที่ 2 ยาวเป็นสองเท่าของความยาวเชือกส่วนที่หนึ่ง เราจะสามารถเขียนอัตราส่วนของความยาวเชือกส่วนที่ 1 ต่อส่วนที่ 2 ได้อย่างไร (3:6 หรือ $\frac{3}{6}$) - อัตราส่วนข้างต้นมีความหมายเหมือนกับความยาวเชือกครึ่งหนึ่งหรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่เหมือนเพราะ อัตราส่วน$\frac{3}{6}$ ไม่เท่ากับ เศษส่วน $\frac{1}{2}$) 10. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 1 – 3 ที่เหลือ ด้วยตนเองแล้วสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแนวคิดในการหาคำตอบ โดยมีครูและนักเรียนในห้องร่วมกันตรวจสอบคำตอบ	หรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่เหมือน เพราะอัตราส่วน$\frac{3}{6}$ ไม่เท่ากับ เศษส่วน $\frac{1}{2}$)
ขั้นสรุป : ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความหมาย อัตราส่วน และหลักการเขียนอัตราส่วน	

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้น ม.2
2. สมุดจดงาน
3. เอกสารประกอบการเรียนการสอนชุดที่ 1 เรื่อง อัตราส่วน (กลุ่มทดลอง)
4. ใบงานที่ 1(กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม)

การวัดและประเมินผล

การประเมินความรู้ (K)

1. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัด และ ใบงาน
2. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม

การประเมินทักษะกระบวนการ/ตัวบ่งชี้พฤติกรรม (P)

1. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัด และ ใบงาน
2. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม

การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

1. สังเกตพฤติกรรมและบันทึกลงในแบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน
2. สังเกตจากการจดบันทึก การศึกษาข้อมูลเพิ่มเติมในสมุดรักการอ่าน

เกณฑ์การประเมินผล

เกณฑ์การประเมิน	4	3	2	1
ด้านความรู้ (K)	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 60%	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 50%	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง น้อยกว่า 50%
ด้านทักษะกระบวนการ/ตัวบ่งชี้พฤติกรรม (P)	นักเรียนสามารถให้เหตุผลและนำเสนอเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	นักเรียนสามารถให้เหตุผลและนำเสนอเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ถูกต้อง 60%	นักเรียนสามารถให้เหตุผลและนำเสนอเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ถูกต้อง 50%	นักเรียนสามารถให้เหตุผลและนำเสนอเกี่ยวกับอัตราส่วนได้ถูกต้องน้อยกว่า 50%

เกณฑ์การประเมิน	4	3	2	1
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนบ่อยครั้ง ส่งงานตรงเวลา สามารถสรุป	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนบางครั้ง ส่งงานตรงเวลา	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนในน้อยครั้ง ส่งงานบางครั้ง	นักเรียนไม่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียน ส่งงานไม่ตรงเวลาหรือไม่ส่งเลย

บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(ลงชื่อ) ..... ครูผู้สอน

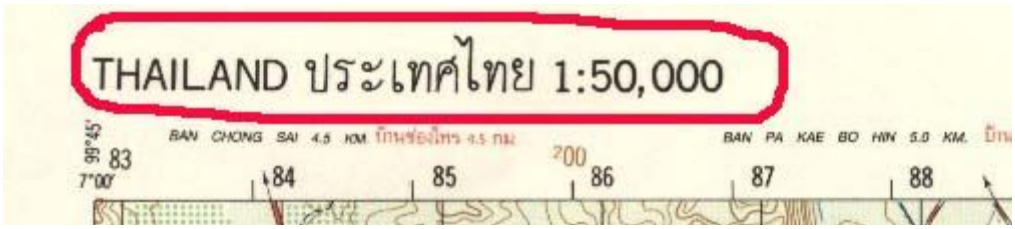
(นางสาวนาเดีย กองเป็ง)

ครูผู้สอน

เอกสารประกอบการเรียนรู้ที่ 1 (กลุ่มทดลอง)

ให้นักเรียนพิจารณาข้อความ จากรูปภาพ หรือสถานการณ์ต่อไปนี้

บริบทที่ 1

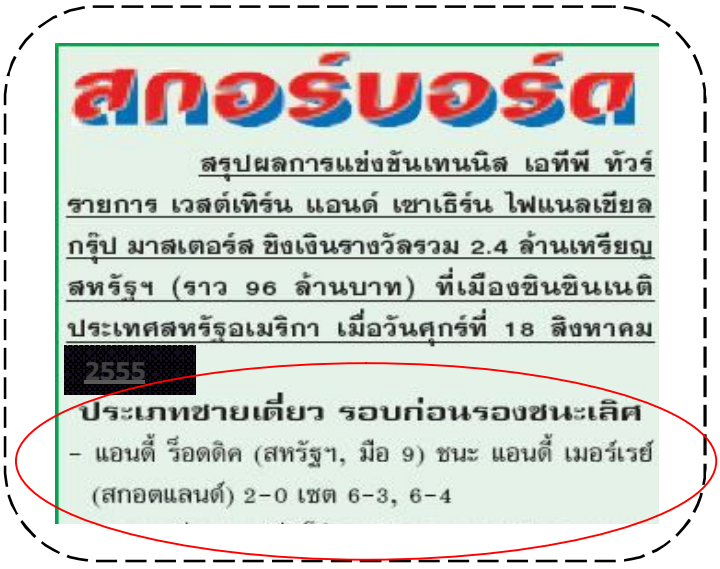


นักเรียนคิดว่าข้อความที่นักเรียนพบด้านบนของแผนที่ดังรูป แสดงถึงอะไร มีความหมายว่าอย่างไร.....

บริบทที่ 2

นักเรียนคิดว่าข้อความบนป้ายข้างทางที่เห็นดังรูป แสดงถึงอะไร มีความหมายว่าอย่างไร.....

บริบทที่ 3



นักเรียนคิดว่า ผลการแข่งขันเทนนิสแอนดี้ ร็อดดิค ชนะ แอนดี้ เมอร์เรย์ 2 – 0 เซต แสดงถึงอะไร มีความหมายว่าอย่างไร.....

จากสถานการณ์ทั้ง 3 สถานการณ์ข้างต้น ถ้าข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลงดังนี้ นักเรียนคิดว่าความหมายจะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไรจงอธิบาย

บริบทที่ 1 เปลี่ยนจาก 1 : 50,000 เป็น 50,000 : 1

……

บริบทที่ 2 เปลี่ยนจาก ความเร็วไม่เกิน 50 ก.ม.ต่อชม. เป็น 1 ก.ม.ต่อ 50 ชม.

……

บริบทที่ 3 เปลี่ยนจาก แอนดี้ ร็อดดิค ชนะ แอนดี้ เมอร์เรย์ 2 – 0 เซต เป็น 0 – 2 เซต

……

3. จากสถานการณ์ทั้ง 3 สถานการณ์ข้างต้นและคำตอบในข้อ 1 – 2 มีลักษณะอะไรที่คล้ายคลึงกัน

1)……

2)……

4. จากสถานการณ์ทั้ง 3 สถานการณ์ข้างต้นและคำตอบในข้อ 1 – 2 มีลักษณะอะไรที่ที่แตกต่างกัน

1)……

2)……

5. จากข้อมูลในข้อ 1 – 4 ให้นักเรียนเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับ “ความหมายและลักษณะสำคัญของอัตราส่วน” จากสิ่งที่นักเรียนสังเกตได้

อัตราส่วนคือ……

ลักษณะสำคัญของอัตราส่วนประกอบด้วย

1) ……

2)……

3) ……

สรุป ความหมาย ลักษณะสำคัญของอัตราส่วน

……

……

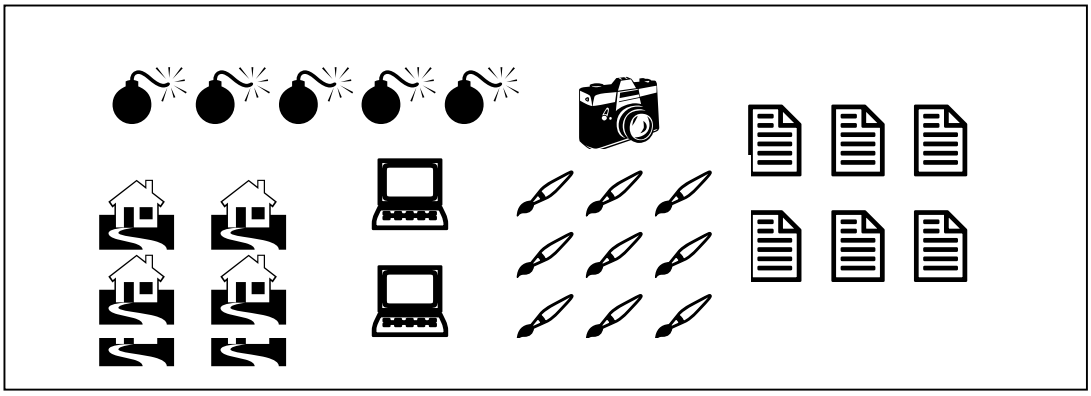
……

……

……

ใบงานที่ 1 (กลุ่มทดลอง และ กลุ่มควบคุม)

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนข้อความหรืออัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบจำนวนสิ่งต่างๆ ในแต่ละข้อต่อไปนี้



จำนวนบ้านต่อจำนวนกล้องถ่ายรูป เป็น.....

จำนวนคอมพิวเตอร์ต่อจำนวนกระดาษ เป็น.....

จำนวนระเบิดต่อจำนวนพู่กัน เป็น.....

..... เป็น 1: 5

..... เป็น 2: 4

จำนวนกล้องถ่ายรูปต่อจำนวนคอมพิวเตอร์ เป็น.....

..... เป็น 9: 5

จำนวนพู่กันต่อจำนวนบ้าน เป็น.....

..... เป็น 6: 2

..... เป็น 5: 4

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนอัตราส่วนจากข้อความต่อไปนี้

1) ครู 3 คนดูแลนักเรียน 30 คน

ตอบ.....

2) น้ำตาลทรายกิโลกรัมละ 15 บาท

ตอบ.....

3) จักรยาน 3 คัน สำหรับนักเรียน 6 คน

ตอบ.....

4) รถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ตอบ.....

5) ไข่ไก่ 10 ฟอง ราคา 29 บาท

ตอบ.....

6) นักเรียนใช้คอมพิวเตอร์เครื่องละ 2 คน

ตอบ.....

7) แผ่น CD ราคาโหลละ 185 บาท

ตอบ.....

8) ค่าจ้างตัดหญ้า 2 ชั่วโมงครึ่ง เป็นเงิน 200 บาท

ตอบ.....

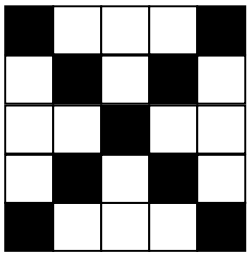
9) ในการทาสีต้องใช้สี 18.6 ลิตรต่อพื้นที่ 162 ตารางวา

ตอบ.....

10) นักเรียน 4 คนต่อรายงาน 1 เล่ม

ตอบ.....

ตัวอย่างที่ 3 ช่างปูกระเบื้องใช้กระเบื้องสีขาวและสีดำปูพื้นห้องดังแผนภาพ จากข้อความจงตอบคำถามต่อไปนี้



1) อัตราส่วนของจำนวนกระเบื้องสีดำต่อจำนวนกระเบื้องสีขาว

ตอบ.....

2) อัตราส่วนของจำนวนกระเบื้องสีดำต่อจำนวนกระเบื้องทั้งหมด

ตอบ.....

3) อัตราส่วนของจำนวนกระเบื้องสีขาวต่อจำนวนกระเบื้องทั้งหมด

ตอบ.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	ภาคเรียนที่ 1
รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 ค22101	หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน
ผู้สอน ครูนาเดีย กองเป็ง	ใช้เวลา 1 คาบ	โรงเรียน วัดราชโอรส

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.1 ม. 2/4 ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และ ร้อยละ ในการแก้โจทย์ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/1 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/2 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/3 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอัตราส่วนที่เท่ากันได้
2. บอกได้ว่าอัตราส่วนที่กำหนดให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : นักเรียนสามารถ

1. เชื่อมโยงความรู้เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากันกับชีวิตประจำวันได้
2. ให้เหตุผลเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียนมี

1. ความตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
2. ระเบียบวินัย
3. ความรับผิดชอบ

สาระการเรียนรู้

อัตราส่วนที่เท่ากัน (Equivalent ratio)

อัตราส่วนที่เท่ากัน คือ อัตราส่วนที่เกิดจากความสัมพันธ์เดียวกัน หรืออัตราส่วนใดๆ ที่เกิดจากการคูณหรือการหารจำนวนแต่ละจำนวนในอัตราส่วนหนึ่งด้วยจำนวนเดียวกัน และเมื่อทำให้อยู่ในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำจะเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 1 อัตราส่วนที่กำหนดให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

1. $\frac{3}{5}$ และ $\frac{15}{25}$

วิธีทำ เนื่องจาก $\frac{3}{5}$ เป็นอัตราส่วนอย่างต่ำ และ อัตราส่วนอย่างต่ำของ $\frac{15}{25}$ คือ $\frac{3}{5}$

ดังนั้น $\frac{3}{5} = \frac{15}{25}$

2. 35 : 49 และ 7 : 5

วิธีทำ เนื่องจาก อัตราส่วนอย่างต่ำของ 35 : 49 คือ 5 : 7 ไม่เท่ากับ 7 : 5

ดังนั้น 35 : 49 $\neq$ 7 : 5

ตัวอย่างที่ 2 เต้ยซื้อกระดาษสำหรับทำรายงานจากร้านค้าแห่งหนึ่งมา 25 แผ่น ราคา 15 บาท เมื่อมาทำรายงานที่บ้านบังเอิญกกระดาษหมดพอดี เต้ยจึงไปซื้อเพิ่มจากร้านค้าหน้าบ้าน 5 บาท ได้กระดาษมา 10 แผ่น ราคากระดาษทั้งสองร้านเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ เนื่องจาก อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อ ราคาขาย(บาท) ของร้านแรก คือ 25 : 15 = 5 : 3 และ อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อราคาขาย(บาท) ของร้านที่สอง คือ 5 : 10 = 1 : 2 ดังนั้น ราคากระดาษทั้งสองร้านไม่เท่ากัน

กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน 1. ครูนำเสนอสูตรการทำน้ำมะนาวปรุงรสประมาณ 4 – 6 แก้ว ต้องใส่ น้ำมะนาว 4 ช้อนโต๊ะ น้ำตาล 8 ช้อนโต๊ะ เกลือป่น $\frac{1}{4}$ ช้อนโต๊ะ และน้ำสุก 10 ช้อนโต๊ะ จากนั้นให้นักเรียนทบทวนการหาอัตราส่วน โดยให้นักเรียนช่วยกันหาอัตราส่วนของ ส่วนผสมต่างๆ ของน้ำมะนาวปรุงรสข้างต้น ดังนี้ - น้ำมะนาวต่อน้ำตาล , น้ำตาลต่อน้ำสุก , น้ำมะนาวต่อเกลือป่น จากนั้นครูถามนักเรียนดังนี้ - ถ้าเราต้องการทำน้ำมะนาวปรุงรสเพียงครึ่งเดียว เราควรใส่ส่วนผสมอย่างละเท่าไร - ถ้าเราต้องการทำน้ำมะนาวปรุงรสเพิ่มขึ้นอีกเท่าหนึ่ง เราควรใส่ส่วนผสมอย่างละเท่าไร - อัตราส่วนของส่วนผสมต่างๆ จะเปลี่ยนไปหรือไม่ (เปลี่ยน/ไม่เปลี่ยน) - ถ้าส่วนผสมต่างๆ เปลี่ยนไป นักเรียนคิดว่ารสชาติของน้ำมะนาวยังคงเหมือนเดิมหรือไม่ เพราะเหตุใด (เหมือนเดิม เพราะทำจากสูตรเดียวกัน) 2. ครูชี้แนะให้นักเรียนเห็นว่า จากสถานการณ์ข้างต้น แสดงให้เห็นว่า ถึงแม้ว่าส่วนผสมต่างๆ จะ	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
เปลี่ยนไปอาจเพิ่มขึ้นหรือลดลง แต่รสชาติของน้ำมะนาวนั้นไม่เปลี่ยน เพราะเราทำน้ำมะนาวจากสูตรเดียวกัน หรือกล่าวได้ว่า ไม่ว่าเราจะทำน้ำมะนาวน้อยลงหรือมากขึ้นจากที่สูตรกำหนดเราก็จะได้น้ำมะนาวที่รสชาติเหมือนกัน เพราะอัตราส่วนของส่วนผสมต่างๆ นั้นยังคงเท่ากัน ซึ่งวันนี้เราจะได้มารู้จักกับอัตราส่วนที่เท่ากัน	
ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity) 1. ครูนำเสนอบริบทเกี่ยวกับ การคำนวณค่าหรือราคาเงินตราต่างประเทศเป็นเงินตราไทย ,การขับรถไปเที่ยวเชียงใหม่ในช่วงเทศกาลวันหยุดปีใหม่ และ สูตรการทำน้ำมะนาว (ดูเอกสารประกอบการเรียนที่ 2) จากนั้นครูใช้คำถาม เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงการเรียนรู้กับสิ่งที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวันเช่น - ถ้าต้องการแลกเงิน 1 ดอลลาห์ต้องใช้เงินกี่บาท - จากตารางข้อมูล จังหวัดใดที่อยู่กึ่งกลางระหว่างกรุงเทพฯ และเชียงใหม่ ฯลฯ 2. ครูให้นักเรียนเติมข้อมูลต่างๆ พร้อมทั้งเขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วนและเศษส่วนอย่างต่ำลงในตารางให้สมบูรณ์ **ขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง** (Similarity) 3. ครูให้นักเรียนสังเกตอัตราส่วนในตารางที่แรเงาในแต่ละกิจกรรมว่ามีลักษณะอะไรที่เหมือนกันบ้างและมีลักษณะอะไรที่แตกต่างกันบ้าง เพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่สำคัญของอัตราส่วนที่เท่ากัน จากนั้นครูใช้คำถามต่อไปนี้ - ในกิจกรรมที่ 1 – 3 นักเรียนสามารถเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปเศษส่วนและเศษส่วนอย่างต่ำที่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (ได้/ไม่ได้) - ทำไมบางกิจกรรมถึงเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปเศษส่วนและเศษส่วนอย่างต่ำไม่ได้ (เพราะปริมาณที่นำมาเปรียบเทียบในอัตราส่วนไม่ใช่จำนวนเต็ม)	**ขั้นสอน** 1. ครูนำเสนอข้อความ “สมสวยซื้อผ้ามาเมตรละ 50 บาท” จากนั้นครูใช้คำถาม ดังนี้ - อัตราส่วนของผ้า(เมตร) ต่อ ราคา (บาท) เป็นเท่าไร (1 : 50) - ถ้าสมสวยซื้อผ้า 2 เมตร (3, 4) ราคาเท่าไร เขียนเป็นอัตราส่วนได้อย่างไร (2:100 , 3:150, 4:200) - ถ้าสมสวยซื้อผ้าครึ่งเมตรราคาเท่าไร เขียนเป็นอัตราส่วนได้อย่างไร (0.5:25) - ถ้าต้องการรู้ว่า สมสวยซื้อผ้ามาทั้งหมด 352 เมตรต้องจ่ายเงินเท่าไร นักเรียนจะใช้อัตราส่วนใดในการคำนวณ เพราะเหตุใด (1:50 เพราะเป็นอัตราส่วนที่เป็นจำนวนเต็มที่น้อยที่สุด หรือเมื่อเขียนอยู่ในรูปเศษส่วนแล้วเป็นเศษส่วนอย่างต่ำทำให้คำนวณได้ง่ายขึ้น) - อัตราส่วนข้างต้นเป็นอัตราส่วนที่เกิดจากการซื้อผ้าในราคาเดียวกันใช่หรือไม่ จากนั้นครูกล่าวสรุปว่า ในการคำนวณเรามักนิยมใช้อัตราส่วนที่เมื่อ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
- นักเรียนสามารถทำปริมาณที่ไม่ใช่จำนวนเต็มให้เป็นจำนวนเต็มได้หรือไม่ อย่างไร (ทำได้โดยหลักการหาเศษส่วนที่เท่ากัน) 4. จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมว่า “อัตราส่วนทุกตัวในช่องที่แรเงาในแต่ละกิจกรรมนั้น เมื่อเขียนในรูปเศษส่วนอย่างต่ำแล้วจะเท่ากัน เราจะเรียกว่าอัตราส่วนที่อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำว่า “อัตราส่วนอย่างต่ำ” และจากกิจกรรมทั้ง 3 กิจกรรม อัตราส่วนในตารางที่แรเงาในแต่ละกิจกรรม เราเรียกว่า “อัตราส่วนที่เท่ากัน” **ขั้นที่ 3 ขั้นปรับความคลาดเคลื่อนให้เป็นรูปธรรม** (Reification) 5. ครูให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์ ถึงความหมายและลักษณะที่สำคัญของอัตราส่วนที่เท่ากัน จากการสังเกตบริบทต่างๆ ตามความเข้าใจของผู้เรียน จากนั้นครูสุ่มให้นักเรียน 2 -3 คนออกมาแสดงแนวคิดเกี่ยวกับความหมายของอัตราส่วนที่เท่ากันพร้อมเหตุผล โดยครูช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนมากขึ้น 6. ครูจะนำเสนอมโนทัศน์ โดยใช้ภาษาที่เป็นทางการ เช่น อัตราส่วนที่เท่ากัน คือ อัตราส่วนที่เกิดจากความสัมพันธ์เดียวกัน หรืออัตราส่วนใดๆ ที่เกิดจากการคูณหรือการหารจำนวนแต่ละจำนวนในอัตราส่วนหนึ่งด้วยจำนวนเดียวกัน และเมื่อทำให้อยู่ในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำจะเป็นอัตราส่วนเดียวกัน **ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้** (Application) 7. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 1 – 2 ด้วยตนเองแล้วสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแนวคิดในการหาคำตอบ ครูและนักเรียนในห้องร่วมกันตรวจสอบคำตอบ	เขียนอยู่ในรูปเศษส่วนแล้วเป็นเศษส่วนอย่างต่ำในการคำนวณ เราเรียกว่าอัตราส่วนนั้นว่า “อัตราส่วนอย่างต่ำ” และเนื่องจากอัตราส่วนเหล่านี้เกิดจากการซื้อผ้าในราคาเดียวกัน จึงกล่าวได้ว่าเป็นอัตราส่วนที่เกิดจากความสัมพันธ์เดียวกันและเราจะเรียกอัตราส่วนเหล่านี้ว่าเป็น “อัตราส่วนที่เท่ากัน” โดยเมื่อทำเป็นอัตราส่วนอย่างต่ำแล้วจะมีอัตราส่วนอย่างต่ำเดียวกัน และเราสามารถเขียนเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันได้หลายอัตราส่วน 2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนพิจารณาว่าอัตราส่วนใดบ้างที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนด เช่น 1. $\frac{1}{2}$ $\left(\frac{3}{6},\frac{2}{3},\frac{2}{6},\frac{4}{8}\right)$ 2. 16 : 60 (12:22 , 8:15 , 4 : 15 , 20:60) 3. ครูสุ่มให้นักเรียน 2 – 3 คน ออกมาเฉลยโดยครูและเพื่อนช่วยกันตรวจสอบ 4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 – 2 5. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 แล้วสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยโดยครูและเพื่อนช่วยกันตรวจสอบ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นสรุป : ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป ความหมายของอัตราส่วนที่เท่ากัน จากนั้นให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ข้อ 1 และ 4 เป็นการบ้าน	

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้น ม.2
2. สมุดจดงาน
3. เอกสารประกอบการเรียนการสอนชุดที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน (กลุ่มทดลอง)
4. ใบงานที่ 2 (กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม)

การวัดและประเมินผล

การประเมินความรู้ (K)

3. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัด และ ใบงาน
4. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม

การประเมินทักษะกระบวนการ/ตัวบ่งชี้พฤติกรรม (P)

3. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัด และ ใบงาน
4. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม

การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

3. สังเกตพฤติกรรมและบันทึกลงในแบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน
4. สังเกตจากการจดบันทึก การศึกษาข้อมูลเพิ่มเติมในสมุดรักการอ่าน

เกณฑ์การประเมินผล

เกณฑ์การประเมิน	4	3	2	1
ด้านความรู้ (K)	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 60%	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 50%	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง น้อยกว่า 50%

เกณฑ์การประเมิน	4	3	2	1
ด้านทักษะกระบวนการ/ตัวบ่งชี้พฤติกรรม (P)	นักเรียนสามารถให้เหตุผลและนำเสนอเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	นักเรียนสามารถให้เหตุผลและนำเสนอเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้อง 60%	นักเรียนสามารถให้เหตุผลและนำเสนอเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้อง 50%	นักเรียนสามารถให้เหตุผลและนำเสนอเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้องน้อยกว่า 50%
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนบ่อยครั้ง ส่งงานตรงเวลา สามารถสรุป	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนบางครั้ง ส่งงานตรงเวลา	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนในน้อยครั้ง ส่งงานบางครั้ง	นักเรียนไม่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียน ส่งงานไม่ตรงเวลา หรือไม่ส่งเลย

บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(ลงชื่อ) ..... ครูผู้สอน

(นางสาวนาเดีย กองเป็ง)

ครูผู้สอน

เอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 2 (กลุ่มทดลอง)

กิจกรรมที่ 1

การคำนวณค่าหรือราคาเงินตราต่างประเทศเป็นเงินตราไทย(บาทต่อ 1 หน่วยเงินตราต่างประเทศ)

ประเทศ	สกุลเงิน	อัตราซื้อ	อัตราขาย
สหรัฐอเมริกา	ดอลลาร์ สหรัฐฯ	34	33
สหราชอาณาจักร	ปอนด์สเตอร์ลิง	52	54
ยูโร	ยูโร	47	48
ญี่ปุ่น	เยน	35	36
สาธารณรัฐประชาชนจีน	หยวน	4.8	4.9
เกาหลีใต้	วอน	0.0284	0.0287
สาธารณรัฐประชาชนลาว	กีบ	0.0039	0.0040

ที่มา : ดัดแปลงจากประกาศกรมสรรพากร เรื่อง การคำนวณค่าหรือราคาเงินตราต่างประเทศเป็นเงินตราไทย ประกาศ ณ วันที่ 4 มกราคม พ.ศ. 2553

จงเขียนค่าของเงินบาทในการซื้อเงินดอลลาห์ที่กำหนดให้ และอัตราส่วนแสดงการซื้อเงินดอลลาห์สหรัฐฯ ต่อเงินบาท และเติมข้อมูลต่างๆ ลงในตารางให้สมบูรณ์

เงินดอลลาห์ สหรัฐ ($)	1 $	2 $	3 $	4 $	5 $	6 $
เงินบาท (บาท)						
อัตราส่วน						
ทำอัตราส่วนแต่ละข้อให้อยู่ในรูป $\frac{1}{33}$ ทำได้โดย						

จงตอบคำถาม

1. นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนของการซื้อเงินดอลลาห์สหรัฐฯต่อเงินบาท ข้างต้น เป็นอัตราส่วนที่เกิดจากอัตราการแลกเปลี่ยนเดียวกัน ใช่หรือไม่ .....
2. อัตราส่วนในช่องที่แรเงาสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่เท่ากันได้ใช่หรือไม่.....
3. เรามีวิธีการทำอัตราส่วนในช่องที่แรเงาให้อยู่ในรูป $\frac{1}{33}$ ได้อย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 2

ศิริ ต้องการขับรถไปเที่ยวเชียงใหม่ในช่วงเทศกาลวันหยุดปีใหม่ ซึ่งมีระยะทางประมาณ 700 กิโลเมตร โดยศิริขับรถด้วยอัตราเร็วประมาณ 70 กม./ชม. โดยตลอดระยะทางต้องผ่านจังหวัดต่างๆ ซึ่งมีระยะห่างระหว่างกรุงเทพฯ กับจังหวัดต่างๆ ดังนี้

อยุธยา	70	กม.	อ่างทอง	105	กม.
สิงห์บุรี	140	กม.	ชัยนาท	194	กม.
อุทัยธานี	210	กม.	นครสวรรค์	240	กม.
กำแพงเพชร	350	กม.	ตาก	420	กม.
ลำปาง	599	กม.	ลำพูน	670	กม.
เชียงใหม่	700	กม.			

ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนของระยะทางที่ขับได้ในแต่ละจังหวัด(กิโลเมตร)ต่อเวลาที่ใช้(ชั่วโมง) และเติมข้อมูลต่างๆ ในตารางให้สมบูรณ์ดังนี้

จังหวัด	เชียงใหม่	ตาก	กำแพงเพชร	อุทัยธานี	สิงห์บุรี	อยุธยา
ระยะทางที่ขับได้(กิโลเมตร)	700	420	350	210	140	70
เวลาที่ใช้(ชม.)						
อัตราส่วน						
เขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วน						
ทำอัตราส่วนแต่ละข้อให้อยู่ในรูป $\frac{700}{10}$ ทำได้โดย						

จงตอบคำถาม

1. นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนของระยะทางที่ขับได้ในแต่ละจังหวัด(กิโลเมตร) ต่อเวลาที่ใช้(ชั่วโมง) ข้างต้น เป็นอัตราส่วนที่เกิดจากอัตราเร็วในการขับรถที่เท่ากัน ใช่หรือไม่ .....
2. อัตราส่วนในช่องที่แรเงาสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่เท่ากันได้ใช่หรือไม่.....
3. เรามีวิธีการทำอัตราส่วนในช่องที่แรเงาให้อยู่ในรูป $\frac{700}{10}$ ได้อย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 3

สูตรการทำน้ำมะนาว

ในการทำน้ำมะนาว ประมาณ **4** แก้วจะต้องใส่ส่วนผสม ดังนี้

น้ำมะนาว 6 ผล น้ำเชื่อม 3 ถ้วย เกลือ ครึ่งช้อนชา

จงเขียนอัตราส่วนของปริมาณน้ำมะนาว(ลูก) ต่อน้ำเชื่อม(ถ้วย) ในการทำน้ำมะนาว และข้อมูลต่างๆ ลงในตาราง

จำนวนแก้วที่ต้องการ	1	2	4	8	12	16
มะนาว (ลูก)						
น้ำเชื่อม (ถ้วย)						
อัตราส่วน						
เขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วน						
ทำอัตราส่วนแต่ละข้อให้อยู่ในรูป $\frac{6}{3}$ ทำได้โดย						

จงตอบคำถาม

1. นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนของปริมาณน้ำมะนาว(ลูก) ต่อน้ำเชื่อม(ถ้วย) ในการทำน้ำมะนาวข้างต้น เป็นอัตราส่วนที่ได้จากสูตรในการทำน้ำมะนาวสูตรเดียวกัน ใช่หรือไม่ .....
2. อัตราส่วนในช่องที่แรเงาสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่เท่ากันได้ใช่หรือไม่.....
3. เรามีวิธีการทำอัตราส่วนในช่องที่แรเงาให้อยู่ในรูป $\frac{6}{3}$ ได้อย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

อัตราส่วนในตารางที่แรเงาของทั้ง 3 กิจกรรม ข้างต้น มีลักษณะอะไรที่<u>เหมือนกันบ้าง</u>

1. .....
2. .....

อัตราส่วนในตารางที่แรเงาของทั้ง 3 กิจกรรม ข้างต้น มีลักษณะอะไรที่<u>แตกต่างกันบ้าง</u>

1. .....
2. .....

อัตราส่วนในตารางที่แรเงาในแต่ละกิจกรรม เราเรียกว่า ***อัตราส่วนที่เท่ากัน***

"นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนที่เท่ากัน คืออะไร" จงเขียนข้อความคาดการณ์ตามความเข้าใจของตนเอง

อัตราส่วนที่เท่ากันคือ .....

สรุป อัตราส่วนที่เท่ากันคือ .....

.....

ใบงาน เรื่อง อัตราส่วน ชุดที่ 2 (กลุ่มทดลอง และ กลุ่มควบคุม)

ตัวอย่างที่ 1 อัตราส่วนที่กำหนดให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

1. $\frac{3}{5}$ และ $\frac{15}{25}$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

2. 35 : 49 และ 7 : 5

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

3. 18 : 11 และ 36 : 22

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

4. 0.5: 10 และ 2 : 40

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างที่ 2 เต้ยซื้อกระดาษสำหรับทำรายงานจากร้านค้าแห่งหนึ่งมา 25 แผ่น ราคา 15 บาท เมื่อมาทำรายงานที่บ้านบังเอิญกกระดาษหมดพอดี เต้ยจึงไปซื้อเพิ่มจากร้านค้าหน้าบ้าน 5 บาท ได้กระดาษมา 10 แผ่น ราคากระดาษทั้งสองร้านเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ เนื่องจาก อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อ ราคาขาย(บาท) ของร้านแรกคือ.....

และ อัตราส่วนของจำนวนกระดาษ(แผ่น) ต่อราคาขาย(บาท) ของร้านที่สอง คือ.....

ดังนั้น .....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

วิชาคณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	ภาคเรียนที่ 1
รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 ค22101	หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เรื่อง การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ1
ผู้สอน ครูนาเดีย กองเป็ง	ใช้เวลา 1 คาบ	โรงเรียน วัดราชโอรส

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.1 ม. 2/4 ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และ ร้อยละ ในการแก้โจทย์ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/1 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/2 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ม. 2/3 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของ a% ของ b ได้
2. คำนวณหา a% ของ b ได้
3. แก้โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะโจทย์แบบ a% ของ b

ทักษะกระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ

1. ให้เหตุผลเกี่ยวกับร้อยละได้
2. เชื่อมโยงความรู้เดิมกับการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละได้
3. นำเสนอ สื่อสารความหมายเกี่ยวกับร้อยละได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) : นักเรียน

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์
2. มีวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้
4. มุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ แบ่งออกได้เป็น 3 กรณี

กรณีที่ 1 a % ของ b เท่ากับเท่าไร หมายความว่า ถ้ามี a ส่วนใน 100 ส่วนแล้วจะมีกี่ส่วนใน b ส่วน สามารถเขียนในรูปสัดส่วนได้เป็น $\frac{a}{100}=\frac{x}{b}$ จากนั้นใช้หลักการหาค่าของตัวแปร x ในสัดส่วนต่อไป

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละต่อไปนี้

1. 18% ของ 80 เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ ให้ 18% ของ 80 = x

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{18}{100} = \frac{x}{80}$$

$$\frac{18}{100}\times 80 = x$$

$$\frac{18}{100}\times 80 = x$$

$$14.4 = x$$

ดังนั้น 18% ของ 80 เท่ากับ 14.4

2. 20 เปอร์เซ็นต์ ของ 250 เป็นเท่าไร

วิธีทำ ให้ 20 เปอร์เซ็นต์ ของ 250 = a

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{20}{100} = \frac{a}{250}$$

$$\frac{20}{100}\times 250 = a$$

$$50 = a$$

ดังนั้น 20% ของ 250 เท่ากับ 50

3. 54 เปอร์เซ็นต์ ของ 200 เป็นเท่าไร

วิธีทำ ให้ 54% ของ 200 = x

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{54}{100} = \frac{x}{200}$$

$$\frac{54}{100}\times 200 = x$$

$$108 = x$$

ดังนั้น 54% ของ 200 เท่ากับ 108

4. 3.5 เปอร์เซ็นต์ ของ 70 เป็นเท่าไร

วิธีทำ ให้ 3.5% ของ 70 = x

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{3.5}{100} = \frac{x}{70}$$

$$\frac{3.5}{100} \times 70 = x$$

$$2.45 = x$$

ดังนั้น 3.5% ของ 70 เท่ากับ 2.45

ตัวอย่างที่ 2 โรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนหญิงคิดเป็น 50% ของนักเรียนทั้งหมด ถ้าโรงเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมด 1,800 คน จงหาจำนวนนักเรียนหญิง

วิธีทำ สมมติโรงเรียนนี้มีนักเรียนหญิง n คน

ดังนั้น 50% ของ 1,800 เท่ากับ n

เขียนเป็นสัดส่วน ได้ดังนี้

$$\frac{50}{100} = \frac{n}{1,800}$$

$$100 \times n = 1,800 \times 50$$

$$\frac{100 \times n}{100} = \frac{1,800 \times 50}{100}$$

$$n = 900$$

ดังนั้น โรงเรียนแห่งนี้มีนักเรียนหญิง 900 คน **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 โรงงานแห่งหนึ่งมีคนงานทั้งหมด 150 คน ไม่มาทำงาน 8% มีคนงานไม่มาทำงานกี่คน

วิธีทำ ให้จำนวนคนงานไม่มาทำงาน x คน

ดังนั้น 8% ของ 150 เท่ากับ x

เขียนเป็นสัดส่วน $\frac{x}{150} = \frac{8}{100}$

$$x = \frac{8 \times 150}{100}$$

$$x = 12$$

ดังนั้น คนงานไม่มาทำงาน 12 คน **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4 ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีคนอาศัยอยู่ 1,200 คน 6 % ของจำนวนคนทั้งหมดที่อยู่ในหมู่บ้านนี้ทำงานในโรงงานสับปะรดกระป๋อง จงหาจำนวนคนที่ทำงานในโรงงานสับปะรดกระป๋อง

วิธีทำ ให้จำนวนคนที่ทำงานในโรงงานสับปะรดกระป๋อง เป็น x บาท

ดังนั้น 6% ของ 1,200 เท่ากับ x

เขียนสัดส่วนได้ ดังนี้

$$\frac{x}{1,200} = \frac{6}{100}$$

จะได้ $100 \times x = 1,200 \times 6$

$$\frac{100 \times x}{100} = \frac{1,200 \times 6}{100}$$

$$x = 72$$

ดังนั้น จำนวนคนงานที่ทำงานในโรงงานสับปะรดกระป๋องเป็น 72 คน **ตอบ**

กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน :

1. ครูให้นักเรียนทบทวนเรื่องการเขียนร้อยละให้อยู่ในรูปของอัตราส่วน โดยให้นักเรียนเปลี่ยนร้อยละต่อไปนี้เป็นอัตราส่วน (1) 25% (2) 100% (3) ร้อยละ 5.8 (4) ร้อยละ 200

2. ครูกล่าวว่า “เนื่องจากร้อยละ คืออัตราส่วนที่มีการเปรียบเทียบจำนวนนั้นๆ กับ 100 ดังนั้นในการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละจึงสามารถนำความรู้เรื่องสัดส่วนมาช่วยในการหาคำตอบได้

3. ครูทบทวนการหาค่าของตัวแปรในสัดส่วน เช่น จงหาค่า x ในสัดส่วน $\frac{x}{9} = \frac{35}{63}$

วิธีทำ ใช้การคูณไขว้

จาก $\frac{x}{9} = \frac{35}{63}$

จะได้ $63 \times x = 9 \times 35$

$$\frac{63 \times x}{63} = \frac{9 \times 35}{63}$$

$$x = 5$$

ดังนั้น ค่าของ x คือ 5

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความคุ้นเคย (Familiarity) 1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์หรือข้อความที่นักเรียนคุ้นเคยและเกี่ยวข้องกับการคำนวณร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ 6 ข้อความ (ดูเอกสารประกอบการเรียนรู้ที่ 9) จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อสร้างความเข้าใจในสถานการณ์ต่างๆ เช่น - ในการคำนวณร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ในแต่ละบริบทเราต้องนำเปอร์เซ็นต์ที่ไปเปรียบเทียบกับปริมาณใด - ในการคำนวณร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์นั้น ถ้าเปอร์เซ็นต์เท่ากัน แต่ปริมาณสิ่งที่นำมาเปรียบเทียบมีค่าต่างกัน ผลลัพธ์ที่ได้ก็จะต่างกันใช่หรือไม่ เช่น ในการซื้อสินค้าลดราคา 80% ถ้าราคาสินค้าต่างกันราคาซื้อจะต่างกัน - ในการคำนวณเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์ ถ้าปริมาณที่นำมาเปรียบเทียบเป็น 10 เราสามารถบอกค่าของร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์นั้นได้ทันทีใช่หรือไม่ ฯลฯ 2. ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายว่าข้อความเกี่ยวกับการคำนวณร้อยละที่กำหนดให้ในแต่ละบริบทมีความหมายอย่างไรตามความเข้าใจของผู้เรียน **ขั้นที่ 2 ขั้นรับรู้ความคล้ายคลึง** (Similarity) 3. ครูให้นักเรียนสังเกต ความหมายของประโยคที่แสดงการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์จากทั้ง 4 บริบทว่ามีความเหมือนกันอย่างไรบ้าง โดยใช้คำถามชี้แนะดังนี้ - จากความหมายของประโยคที่มีลักษณะแบบ a% ของ b เท่ากับ c ใน 4 บริบทข้างต้น นักเรียนคิดว่าในการให้ความหมายของประโยคข้างต้นมีสิ่งใดที่เหมือนกัน (เช่นในการให้ความหมายต้องมีการเปรียบเทียบจำนวนของเปอร์เซ็นต์กับปริมาณ 100	**ขั้นสอน** 1. ครูอธิบายการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละว่า เนื่องจากการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละนั้นมีความคล้ายคลึงกับการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และเนื่องจากในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนนั้นเราจะสามารถแก้ปัญหาได้ถ้าเราทราบว่ามีอัตราส่วนสองอัตราส่วนที่เท่ากัน และในสัดส่วนนั้นจะมีจำนวนที่เกี่ยวข้องกับจำนวน 4 จำนวน แต่โจทย์ปัญหาร้อยละเราจะมีจำนวนหนึ่งจะต้องเปรียบเทียบกับ 100 เสมอ ดังนั้นเมื่อแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละเราจะเขียนสัดส่วนได้ในรูป $\frac{a}{b}=\frac{c}{100}$ ดังนั้นโจทย์ในเรื่องร้อยละก็จะมีกรณีต่าง ๆ กันเพียง 3 กรณี คือให้หาค่า a หรือ b หรือ c เท่านั้น 2. ครูอธิบายเกี่ยวกับการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละแบ่งออกได้เป็น 3 กรณี ดังลักษณะโจทย์ต่อไปนี้ **กรณีที่ 1** 20% ของ 80 เท่ากับเท่าไร **กรณีที่ 2** 9 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ 90 **กรณีที่ 3** 120 เป็น 30 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนใด ซึ่งในวันนี้เราจะมาเรียนรู้เกี่ยวกับการคำนวณและการแก้โจทย์ปัญหาในลักษณะ a % ของ b เท่ากับเท่าใด 3. ครูอธิบายตัวอย่างการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละในลักษณะโจทย์แบบ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ก่อน ฯลฯ) - จากความหมายของประโยคที่มีลักษณะแบบ a% ของ b เท่ากับ c ใน 8 บริบทข้างต้นมีสิ่งที่แตกต่างกันหรือไม่ จงอธิบาย **ขั้นที่ 3 ปรับความคล้ายคลึงให้เป็นรูปธรรม (Reification)** 4. ครูถามนักเรียนคิดว่า “จากการสังเกตจากบริบททั้ง 4 บริบทข้างต้น นักเรียนคิดว่าประโยคที่มีลักษณะแบบ “a% ของ b เท่ากับเท่าไร” หมายความว่าอย่างไร” จากนั้นให้นักเรียนเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับความหมายของประโยคที่มีลักษณะแบบ “a% ของ b เท่ากับเท่าไร” จากสิ่งที่นักเรียนสังเกตได้ จากนั้นครูสุ่มถามนักเรียน 2 – 3 คนให้แสดงความคิดเห็นของตนเอง และให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงความหมายของประโยคดังกล่าว 5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายว่า “การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ กรณีที่ 1 a % ของ b เท่ากับเท่าไร หมายความว่า ถ้ามี a ส่วนใน 100 ส่วนแล้วจะมีกี่ส่วนใน b ส่วน สามารถเขียนในรูปสัดส่วนได้เป็น $\frac{a}{100}=\frac{x}{b}$ จากนั้นใช้หลักการหาค่าของตัวแปร x ในสัดส่วนต่อไป **ขั้นที่ 4 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application)** 6. ครูแจกใบงานที่ 9 ให้นักเรียนเขียนความหมายและสัดส่วนจากปัญหาที่กำหนดให้เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความหมายและสามารถเขียนสัดส่วนได้ 7. ครูยกตัวอย่างที่ 1 เพื่อให้นักเรียนสังเกตการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละกรณีที่ 1 a % ของ b เท่ากับเท่าไร	***20% ของ 80 เท่ากับเท่าไร*** หมายความว่า ถ้ามี 20 ส่วน ใน 100 ส่วน แล้วจะมีกี่ส่วน ใน 80 ส่วน **วิธีทำ** ให้ 20% ของ 80 เท่ากับ a เขียนเป็นสัดส่วน ได้ดังนี้ $\frac{20}{100} = \frac{a}{80}$ $100\times a = 80\times 20$ $\frac{100\times a}{100} = \frac{80\times 20}{100}$ $a = 16$ ดังนั้น 20% ของ 80 เท่ากับ 16 4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 เพื่อให้นักเรียนสังเกตการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ 5. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 6. ครูยกตัวอย่างที่ 2 และ 3 เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ 7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 9 ข้อที่เหลือเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนมาเฉลยบนกระดานดำ 8. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.5 ข ข้อ 1 – 5 เป็นการบ้าน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
8. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 9. ครูยกตัวอย่างที่ 2 , 3 และ 4 เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละกรณีที่ 1 a % ของ b เท่ากับเท่าไร 10. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.5 ข ข้อ 1 – 5 เป็นการบ้าน	
ขั้นสรุป : ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ ของโจทย์ที่มีลักษณะ a % ของ b เท่ากับเท่าใด	

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้น ม.2
2. สมุดจดงาน , สมุดบันทึกรักการอ่าน
3. เอกสารประกอบการเรียนการสอนชุดที่ 9 เรื่อง การคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ1 (กลุ่มทดลอง)

การวัดและประเมินผล

การประเมินความรู้ (K)

5. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัด และ ใบงาน
6. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม

การประเมินทักษะกระบวนการ/ตัวบ่งชี้พฤติกรรม (P)

5. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัด และ ใบงาน
6. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรม

การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

5. สังเกตพฤติกรรมและบันทึกลงในแบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน
6. สังเกตจากการจดบันทึก การศึกษาข้อมูลเพิ่มเติมในสมุดรักการอ่าน

เกณฑ์การประเมินผล

เกณฑ์การประเมิน	4	3	2	1
ด้านความรู้ (K)	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 60%	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง 50%	นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและใบงานได้ถูกต้อง น้อยกว่า 50%
ด้านทักษะกระบวนการ/ตัวบ่งชี้พฤติกรรม (P)	นักเรียนสามารถสื่อสาร เชื่อมโยงและให้เหตุผลเกี่ยวกับการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	นักเรียนสามารถสื่อสาร เชื่อมโยงและให้เหตุผลเกี่ยวกับการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละได้ถูกต้อง 60%	นักเรียนสามารถสื่อสาร เชื่อมโยงและให้เหตุผลเกี่ยวกับการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละได้ถูกต้อง 50%	นักเรียนสามารถสื่อสาร เชื่อมโยงและให้เหตุผลเกี่ยวกับการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละได้ถูกต้อง น้อยกว่า 50%
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนบ่อยครั้ง ส่งงานตรงเวลา สามารถสรุป	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนบางครั้ง ส่งงานตรงเวลา	นักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนในน้อยครั้ง ส่งงานบางครั้ง	นักเรียนไม่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียน ส่งงานไม่ตรงเวลา หรือไม่ส่งเลย

บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

(ลงชื่อ) ..... ครูผู้สอน

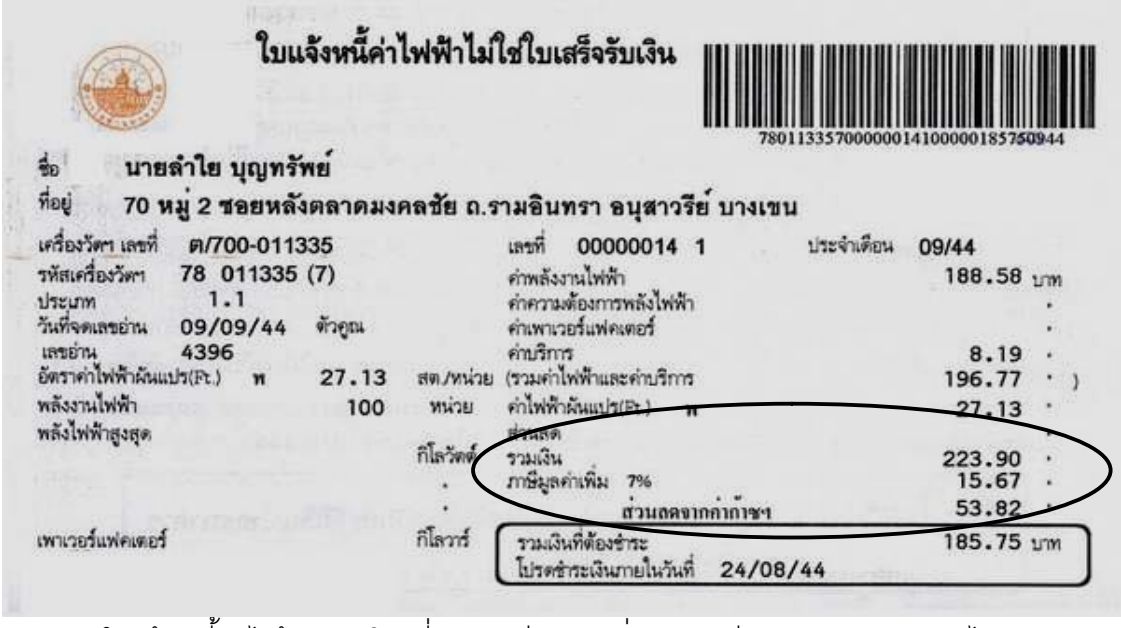
(นางสาวนาเดีย กองเป็ง)

ครูผู้สอน

เอกสารประกอบการเรียนรู้ชุดที่ 9 (กลุ่มทดลอง)

ให้นักเรียนพิจารณาข้อความหรือสถานการณ์ในแต่ละบริบทแล้วตอบคำถามตามความเข้าใจ

บริบทที่ 1 >>> ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7%



ใบแจ้งหนี้ค่าไฟฟ้าไม่ใช่ใบเสร็จรับเงิน

7801133570000001410000018575094

ชื่อ นายลำไย บุญทรัพย์

ที่อยู่ 70 หมู่ 2 ซอยหลังตลาดมงคลชัย ถ.รามอินทรา อนุสาวรีย์ บางเขน

เครื่องวัดฯ เลขที่ ต/700-011335 เลขที่ 00000014 1 ประจำเดือน 09/44

รหัสเครื่องวัดฯ 78 011335 (7) ค่าพลังงานไฟฟ้า 188.58 บาท

ประเภท 1.1 ค่าความต้องการพลังไฟฟ้า

วันที่จดเลขอ่าน 09/09/44 ตัวคูณ ค่าเพาเวอร์แฟคเตอร์

เลขอ่าน 4396 ค่าบริการ 8.19

อัตราค่าไฟฟ้าผันแปร(Ft.) ฟ 27.13 สต./หน่วย (รวมค่าไฟฟ้าและค่าบริการ 196.77

พลังงานไฟฟ้า 100 หน่วย ค่าไฟฟ้าผันแปร(Ft.) ฟ 27.13

พลังไฟฟ้าสูงสุด ส่วนลด

กิโลวัตต์ รวมเงิน 223.90

ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% 15.67

ส่วนลดจากค่าก๊าซฯ 53.82

เพาเวอร์แฟคเตอร์ กิโลวาร์ รวมเงินที่ต้องชำระ 185.75 บาท

โปรดชำระเงินภายในวันที่ 24/08/44

1.1 จากใบแจ้งหนี้ค่าไฟฟ้า ประโยคที่ว่า “ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7%” มีความหมายว่าอย่างไร

.....

1.2 ในการคำนวณ ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% เท่ากับ 15.67 คำนวณจากค่าไฟฟ้ากี่บาท.....

1.3 “**ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% ของ 223.90 เท่ากับ 15.67**” หมายความว่าอย่างไร

.....

บริบทที่ 2 >>> SAVE 49%

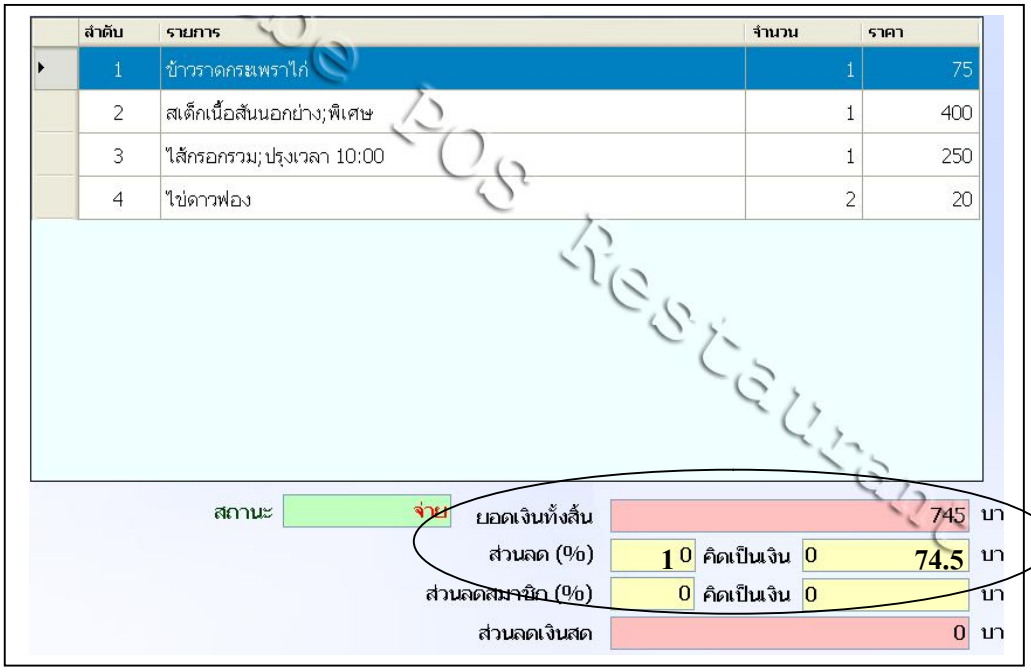
2.1 จากป้ายโฆษณา ประโยคที่ว่า “Save 49%” มีความหมายว่าอย่างไร.....

.....

2.2 “**ส่วนลด 49% ของราคา 4,000 บาทเท่ากับประหยัด 1,960 บาท**” หมายความว่าอย่างไร.....

.....

บริบทที่ 3 >>> ส่วนลดจากค่าอาหาร 10%

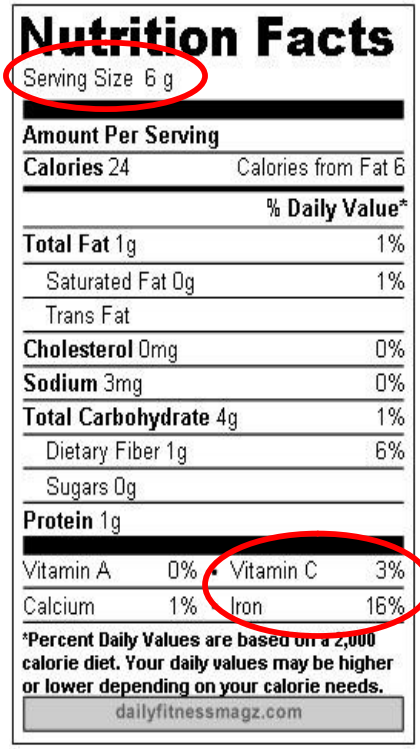


3.1 จากรูปข้างต้น “ส่วนลดค่าอาหาร 10%” หมายความว่าอย่างไร.....

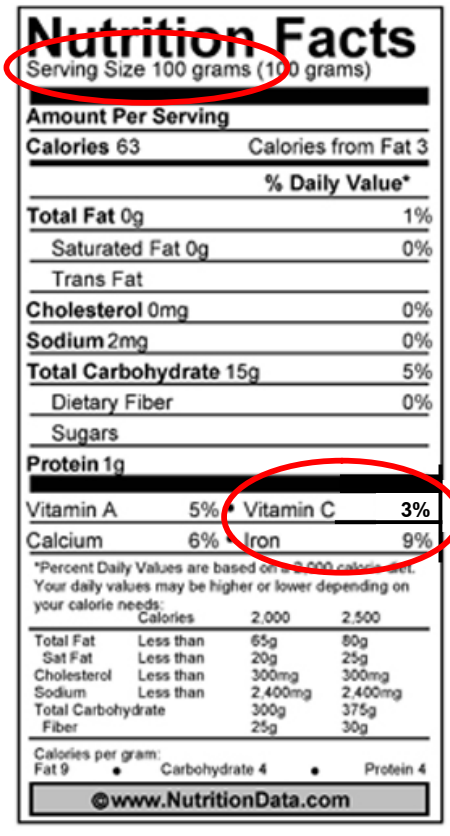
3.2 **ส่วนลดค่าอาหาร 10% จากค่าอาหาร 745 บาท เท่ากับ 74.5 บาท** หมายความว่าอย่างไร.....

บริบทที่ 4 >>> ข้อมูลโภชนาการ (Nutrition Facts) ของ Vitamin C 3%

สินค้าชิ้นที่ 1



สินค้าชิ้นที่ 2



4.1 นักเรียนคิดว่า " Vitamin C 3%" มีความหมายว่าอย่างไร

.....

4.2 จากข้อมูลโภชนาการสินค้าชนิดนี้ นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าวิตามิน C 3% นั้นมีวิตามินC กี่กรัม.....

4.3 **วิตามิน C 3% ของ 100 กรัม เท่ากับ 3 กรัม** หมายความว่าอย่างไร .....

.....

จากบริบททั้ง 4 บริบทข้างต้น จะเห็นได้ว่าประโยคที่เป็น**ตัวพิมพ์หนา** คือ มีประโยคที่มีลักษณะแบบ "**a% ของ b เท่ากับ x**" ซึ่งนักเรียนได้ให้ความหมายของประโยคในแต่ละบริบทไว้แล้ว

(1) นักเรียนคิดว่า ความหมายของประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" มีสิ่งที่เหมือนกันหรือไม่ ถ้ามีจงอธิบายตามความเข้าใจ

1. .....

2. .....

3. .....

(2) นักเรียนคิดว่า ความหมายของประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" มีสิ่งที่แตกต่างกันหรือไม่ ถ้ามี จงอธิบายตามความเข้าใจ

1. .....

2. .....

3. .....

จากบริบททั้ง 4 บริบทข้างต้น นักเรียนคิดว่าประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" หมายความว่าอย่างไร จงเขียนอธิบายตามความเข้าใจ

.....

.....

สรุป ประโยคที่มีลักษณะแบบ "a% ของ b เท่ากับ x" หมายความว่า .....

.....

.....

.....

.....

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวนาเดีย กองเป็ง เกิดเมื่อวันที่ 10 ธันวาคม พ.ศ.2528 อยู่บ้านเลขที่ 297 ถนนอิสรภาพ แขวงหิรัญรูจี เขตธนบุรี กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาครุศาสตร์ สาขาวิชามัธยมศึกษา ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2551 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2552