การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์สำหรับตัวแบบลาตินสแควร์

นางสาวฐิติกา จันทร์หล้า

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2542

ISBN 974-334-414-4

BAYESIAN ESTIMATION OF VARIANCE COMPONENTS
FOR LATIN SQUARE MODEL

Miss Thitika Chanlah

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 1999
ISBN 974-334-414-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์สำหรับตัวแบบลาตินสแควร์
โดย	นางสาว ฐิติกา จันทร์หล้า
ภาควิชา	ภาควิชาสถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิรัช อภิเมธีธำรง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ มัลลิกา บุนนาค)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี)

ฐิติกา จันทร์หล้า: การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนแบบเบส์สำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ (BAYESIAN ESTIMATION OF VARIANCE COMPONENTS FOR LATIN SQUARE MODEL) อ.ที่ปรึกษา: รศ.ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา, 84 หน้า.
ISBN 974-334-414-4

วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ 2 วิธี คือ การประมาณค่าวิธีคลาสสิก (Classic Estimation) และการประมาณค่าวิธีเบส์ (Bayesian Estimation) โดยตัวแบบลาตินสแควร์ที่นำมาศึกษา คือ ตัวแบบเชิงสุ่มที่ไม่มีการทำซ้ำ การเปรียบเทียบกระทำภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ของจำนวนระดับปัจจัยทดลองเท่ากับจำนวนระดับปัจจัยแบ่งบล็อกทั้งสองปัจจัย (n) โดยที่สถานการณ์เป็นดังนี้ 1) n=3 2) n=4 และ 3) n=5 โดยการจำลองสถานการณ์กระทำเมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of Variation: C.V.) เป็น 5%, 15% และ 25% ในการวิจัยครั้งนี้ทำการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลโดยทำการทดลองซ้ำๆ ด้วยโปรแกรม Mathematica 4.0 และหลักเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณทั้ง 2 วิธี คือ สำหรับการประมาณค่าแบบจุดใช้ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงใช้อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

วิธีการประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าการประมาณค่าวิธีคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลองที่ทำการศึกษา และวิธีการประมาณค่าแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 (α = 0.01 และ 0.05) มากกว่าการประมาณค่าวิธีคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลองที่ทำการศึกษา

ภาควิชาสถิติ ลายมือชื่อนิสิต ฐิติกา จันทร์หล้า

สาขาวิชาสถิติ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....

ปีการศึกษา 2542

2207226 : MAJOR STATISTICS

KEY WORD: Variance Components / Bayesian Estimation / Latin Square

THITIKA CHANLAH : BAYESIAN ESTIMATION OF VARIANCE COMPONENTS FOR LATIN SQUARE MODEL.THESIS ADVISOR : ASSOCIATE PROFESSOR SUPOL DURONGWATANA, Ph. D. 84 pp. ISBN 974-334-414-4

The objective of this study is to compare Bayesian estimation of variance components for latin square model with classical estimation. The model in the study is random-effect model with no replication. Monte Carlo Simulation is done under several situations due to level of treatment factor, level of two blocking factors and coefficient of variation (C.V.) of the response variable. In this study, the data were generated as the following: 1) The case of n = 3 2) The case of n = 4 and 3) The case of n = 5.
All situations were generated under C.V. of 5%,15% and 25%. There are 2 criteria for evaluation for both approaches. Euclidean distance for the vector of variance component estimates is a measure for point estimation, the empirical experimentwise error rate (EER) is a measure for interval estimation. Simulation is done by Mathematica 4.0.

The results for the study show that the vector of point estimates for variance components in the model using Bayesian approach; on the average, has less Euclidean distance than classical one for all cases. Interval estimates using Bayesian approach provide empirical experiment error rate much closer to the level of significance at 1% and 5% than the classical estimates for all cases.

ภาควิชาสถิติ	ลายมือชื่อนิสิต.....ฐิติกา จันทร์หล้า.....
สาขาวิชาสถิติ	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..............
ปีการศึกษา 2542	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของรองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำ ปรึกษา ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณด้วยความรู้สึกซาบซึ้งและสำนึกในพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ มัลลิกา บุนนาค ในฐานะประธานกรรมการ และรองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี ในฐานะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่กรุณาตรวจแก้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติ และภาควิชาคณิตศาสตร์ที่ให้โอกาสทางการศึกษา และประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้เขียนจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

ท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา พี่ชาย น้องสาว สนับสนุนในด้านการเงิน และเพื่อนๆ สนับสนุนในด้านอุปกรณ์ และให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา และเนื่องจากทุนการวิจัยครั้งนี้บางส่วนได้รับมาจากทุนอุดหนุนการวิจัยของบัณฑิตวิทยาลัย จึงขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัยมา ณ ที่นี้ด้วย

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตาราง หน้า

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

องค์ประกอบความแปรปรวน (Varaince Components) เป็นความแปรปรวนของปัจจัยต่างๆ ที่ศึกษาในแผนแบบการทดลอง (Design Experiment) ถือว่าเป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญของแผนแบบการทดลอง และในการศึกษาครั้งนี้ได้กล่าวถึงแผนแบบลาตินสแควร์ที่ไม่มีการทำซ้ำซึ่งมีปัจจัยที่สนใจ 1 อย่างคือ ปัจจัยทดลอง และบล็อกด้วยปัจจัยแบ่งบล็อกทั้ง 2 ปัจจัยคือ ปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก และปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสอง และในแต่ละปัจจัยเป็นอิสระจากกัน ดังนั้นแผนแบบลาตินสแควร์ที่ศึกษาจะมีองค์ประกอบความแปรปรวน 4 ตัว คือ องค์ประกอบความแปรปรวนเนื่องจากปัจจัยทดลอง ปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก ปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสอง และความคลาดเคลื่อน และโดยทั่วไปแผนแบบการทดลองจะมีลักษณะของตัวแบบอยู่ 3 ลักษณะ คือ ตัวแบบคงที่ (fixed model) ใช้ในกรณีที่ปัจจัยที่ระดับปัจจัยในการทดลองเป็นจำนวนระดับทั้งหมดที่ศึกษา ตัวแบบเชิงสุ่ม (random model) ใช้ในกรณีที่ปัจจัยที่ระดับปัจจัยในการทดลอง ถูกสุ่มมาจากจำนวนระดับทั้งหมดที่ศึกษา และตัวแบบผสม (mixed model) ที่มีทั้งตัวแบบคงที่และตัวแบบเชิงสุ่มอยู่ในการทดลอง ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดให้องค์ประกอบความแปรปรวนทั้ง 4 ตัวเป็นตัวแบบเชิงสุ่ม

ในการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนสามารถทำได้ 2 วิธี คือ การประมาณค่าวิธีคลาสสิก (Classical Estimation) พิจารณาว่าองค์ประกอบความแปรปรวนเป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบและต้องการประมาณค่า ส่วนการประมาณค่าวิธีเบส์ (Bayesian Estimation) พิจารณาองค์ประกอบความแปรปรวนเป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าเป็นไปได้อยู่ในช่วงหนึ่ง และมีการแจกแจงความน่าจะเป็นขององค์ประกอบความแปรปรวน ที่เรียกว่า การแจกแจงก่อน (Prior Distribution) ซึ่งการแจกแจงก่อนมี 2 ประเภท ประเภทแรก คือ การแจกแจงก่อนที่ให้ข้อมูล (Informative Prior Distribution) ว่ามีลักษณะการแจกแจงแบบใด ประเภทที่สองคือ การแจกแจงก่อนที่ไม่ให้ข้อมูล (Noninformative Prior Distribution) ว่ามีลักษณะการแจกแจงแบบใด นั่นคือ ไม่ทราบว่าองค์ประกอบความแปรปรวนควรจะมีค่าแท้จริงเท่าใด ดังนั้นการแจกแจงนี้กำหนดให้แต่ละองค์ประกอบความแปรปรวนมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน หรือโอกาสเกิดขึ้นใกล้เคียงกัน และในการศึกษาครั้งนี้จะกำหนดให้การแจกแจงก่อนมีลักษณะการแจกแจงแบบที่สอง โดยใช้การแจกแจงก่อนเป็นแบบสม่ำเสมอในช่วงของค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่เป็นไปได้ เรียกว่า การแจกแจงก่อน

แบบสม่ำเสมอเฉพาะที่ (Locally Uniform Prior Distribution) เมื่อเราได้การแจกแจงก่อนแล้วนำมาปรับกับข้อมูลของการทดลองหรือฟังก์ชันความควรจะเป็น (Likelihood Function) จะได้การแจกแจงใหม่น่าจะส่งผลให้มีความน่าเชื่อถือมากขึ้น ซึ่งเรียกว่า การแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) ซึ่งทำให้ทราบลักษณะการแจกแจงขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ต้องการประมาณ และสามารถหาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ได้ตามหลักการของเบส์

ดังนั้น เพื่อพัฒนาให้เกิดความรู้ใหม่จากการประมาณค่าวิธีคลาสสิกที่ใช้กันโดยทั่วไป จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษา และเปรียบเทียบการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ 2 วิธี คือ

1.1.1 การประมาณค่าวิธีคลาสสิก (Classical Estimation)

1.1.2 การประมาณค่าวิธีเบส์ (Bayesian Estimation)

ซึ่งผลที่ได้จากการศึกษาในครั้งนี้ นอกจากจะทำให้ทราบการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนที่เหมาะสมทั้ง 2 วิธีการข้างต้นสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์แล้ว ยังทำให้ทราบลักษณะทั่วไปขององค์ประกอบความแปรปรวนจากฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังด้วย และค่าที่ได้จากการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์น่าจะครอบคลุมกว่าวิธีคลาสสิกที่พิจารณาองค์ประกอบความแปรปรวนเป็นค่าคงที่เพียงอย่างเดียว

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษา และเปรียบเทียบการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ 2 วิธี คือ

1.2.1 การประมาณค่าวิธีคลาสสิก (Classical Estimation)

1.2.2 การประมาณค่าวิธีเบส์ (Bayesian Estimation)

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

การประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์สำหรับตัวแบบลาตินสแควร์จะให้ค่าประมาณใกล้เคียงค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนมากกว่าการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีคลาสสิก

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

1.4.1 ศึกษาภายใต้ตัวแบบลาตินสแควร์ที่ไม่มีการทำซ้ำ สมมติว่าสนใจปัจจัย 1 อย่างคือ ปัจจัยทดลองและบล็อกด้วยปัจจัยแบ่งบล็อกทั้ง 2 ปัจจัยคือ ปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรกมี n ระดับ และปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสองมี n ระดับ โดยปัจจัยแบ่งบล็อกทั้ง 2 ปัจจัย สุ่มปัจจัยทดลองเพียงครั้งเดียว ดังนั้นจะมีค่าสังเกตในการทดลองหนึ่ง ๆ เท่ากับ nxn ข้อมูล จะได้ตัวแบบสำหรับ y_{ijk} ซึ่งคือ ค่าสังเกตที่ i ของปัจจัยทดลอง บล็อกที่ j ของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก และบล็อกที่ k ของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสอง ดังนี้คือ

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk} \quad ; \quad i = j = k = 1,\dots, n$$

ซึ่งหมายความว่า ค่าสังเกต y_{ijk} ประกอบด้วยส่วนประกอบ 5 ส่วนคือ

1) μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมของประชากร

2) τ_i คือ ผลกระทบระดับที่ i ของปัจจัยทดลอง

3) α_j คือ ผลกระทบระดับที่ j ของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก

4) β_k คือ ผลกระทบระดับที่ k ของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยที่สอง

5) ε_{ijk} คือ ความคลาดเคลื่อนของค่าสังเกตระดับที่ i ของปัจจัยทดลอง บล็อกที่ j ของปัจจัยที่ถูกแบ่งเป็นบล็อกปัจจัยแรก และบล็อกที่ k ของปัจจัยที่ถูกแบ่งเป็นบล็อกปัจจัยที่สอง

โดยที่ n คือจำนวนระดับของปัจจัยทดลองซึ่งเท่ากับจำนวนระดับของปัจจัยแบ่งบล็อกทั้ง 2 ปัจจัย

4.1.2 สมมติให้ μ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

และ $\tau_i, \alpha_j, \beta_k, \varepsilon_{ijk}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงแบบปกติที่มี $E(\tau_i) = E(\alpha_j) = E(\beta_k) = E(\varepsilon_{ijk}) = 0$ และ

$Var(\tau_i) = \sigma_\tau^2, Var(\alpha_j) = \sigma_\alpha^2, Var(\beta_k) = \sigma_\beta^2, Var(\varepsilon_{ijk}) = \sigma_\varepsilon^2$

ดังนั้น
$$E(y_{ijk}) = \mu \quad , \quad Var(y_{ijk}) = \sigma_\tau^2 + \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

นั่นคือ
$$y_{ijk} \sim N\left(\mu, \sigma_\tau^2 + \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_\varepsilon^2\right)$$

$$\mathrm{Cov}\left(y_{ijk}, y_{i'j'k'}\right) = \begin{cases} \sigma_\tau^2 + \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_\varepsilon^2 & , i = i', j = j', k = k' \\ \sigma_\tau^2 & , i \neq i', j = j', k = k' \\ \sigma_\alpha^2 & , i = i', j \neq j', k = k' \\ \sigma_\beta^2 & , i = i', j = j', k \neq k' \\ 0 & , i \neq i', j \neq j', k \neq k' \end{cases}$$

ซึ่ง $\sigma_\tau^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2$ และ σ_ε^2 นี้เรียกว่า พารามิเตอร์องค์ประกอบความแปรปรวน (Variance Component Parameter) ที่ต้องการประมาณ และตารางข้างล่างนี้แสดงตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนแบบการทดลองลาตินสแควร์

ตารางที่ 1 แสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนแบบการทดลองลาตินสแควร์

สาเหตุของความแปรปรวน	ระดับขั้นความเสรี	ผลรวมกำลังสอง	ผลรวมกำลังสองเฉลี่ย	ค่าคาดหวังของผลรวมกำลังสองเฉลี่ย
ปัจจัยทดลอง	$n-1$	$SST = n\sum_{i}^{n}(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$	$MST = \frac{SST}{n-1}$	$\sigma_{\varepsilon\tau}^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\tau^2$
ปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก	$n-1$	$SSA = n\sum_{j}^{n}(\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2$	$MSA = \frac{SSA}{n-1}$	$\sigma_{\varepsilon\alpha}^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\alpha^2$
ปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยที่สอง	$n-1$	$SSB = n\sum_{k}^{n}(\bar{y}_{..k} - \bar{y}_{...})^2$	$MSB = \frac{SSB}{n-1}$	$\sigma_{\varepsilon\beta}^2 = \sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\beta^2$
ความคลาดเคลื่อน	$(n-1)(n-2)$	$SSE = \sum_{j}^{n}\sum_{k}^{n}(y_{ijk} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{..k} + \bar{y}_{...})^2$	$MSE = \frac{SSE}{(n-1)(n-2)}$	σ_ε^2
รวม	n^2-1	$SSY = \sum_{j}^{n}\sum_{k}^{n}(y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$		

โดยให้ค่าต่าง ๆ ที่อยู่ในตาราง เป็นดังนี้

y_{ijk} = ค่าสังเกตที่ i ของปัจจัยทดลอง บล็อกที่ j ของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก และบล็อกที่ k ของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสอง

$\bar{y}_{...}$ = ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทุกตัวและในทุกระดับของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก และในทุกระดับของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสอง

$$= \frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}}{n^2}$$

$\bar{y}_{i..}$ = ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทุกตัวในทุกระดับของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรกหรือปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสอง ในระดับที่ i ของปัจจัยทดลอง

$$= \frac{\sum_{j=1}^{n} y_{ijk}}{n} = \frac{\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}}{n}$$

$\bar{y}_{.j.}$ = ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทุกตัวในทุกระดับของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสอง ในระดับที่ j ของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก

$$= \frac{\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}}{n}$$

$\bar{y}_{..k}$ = ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทุกตัวในทุกระดับของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยแรก ในระดับที่ k ของปัจจัยแบ่งบล็อกปัจจัยสอง

$$= \frac{\sum_{j=1}^{n} y_{ijk}}{n}$$

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 กำหนดระดับของปัจจัยคือ

$i, j, k = 1,\ldots,n$ โดยที่ n คือจำนวนระดับปัจจัยเท่ากับ 3,4,5

ดังนั้น ขนาดตัวอย่างที่ใช้ เท่ากับ 9, 16 และ 25 ตามลำดับ

1.5.2 กำหนดให้ข้อมูลมีค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of Variation: $C.V.$) เท่ากับ 5%, 15% และ 25% และค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 40 ได้ความแปรปรวน ($\sigma^2_{Y_{ijk}}$) เท่ากับ 4, 36 และ 100 และคำนวณหาองค์ประกอบความแปรปรวนของปัจจัยต่างๆ ได้จากค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันตามสูตรดังนี้

จาก $$C.V.\left(y_{ijk}\right) = \frac{SD\left(y_{ijk}\right)}{\mu} = \frac{\sqrt{\sigma_\tau^2 + \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_\varepsilon^2}}{\mu}$$

เพื่อให้ง่ายและสะดวกในการคำนวณ กำหนดให้

$$\sigma_{\tau}^{2} = \sigma_{\alpha}^{2} = \sigma_{\beta}^{2} = k\sigma_{\varepsilon}^{2*}$$ โดยที่ k เป็นค่าจำนวนเต็มคงที่ = 1,2,3

ดังนั้น

$$C.V.\left(y_{ijk}\right) = \frac{\sqrt{k\sigma_{\varepsilon}^{2} + k\sigma_{\varepsilon}^{2} + k\sigma_{\varepsilon}^{2} + \sigma_{\varepsilon}^{2}}}{\mu} = \frac{\sigma_{\varepsilon}\sqrt{3k+1}}{\mu}$$

$$\sigma_{\varepsilon}^{2} = \frac{(cvx\mu)^{2}}{3k+1}$$

1.5.3 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) คือ 0.01, 0.05

1.5.4 ในการวิจัยครั้งนี้สร้างแบบจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลซีมูเลชั่น (Monte Carlo Simulation Technique) เป็นเทคนิคจำลองข้อมูลโดยใช้ตัวเลขสุ่ม เขียนด้วยโปรแกรมภาษา Mathematica 4.0 ทำการทดลองจนกว่าค่าสัมบูรณ์ของระยะทางยุคลิดเฉลี่ยลู่เข้าสู่ค่าคงที่ หมายความว่า จะหยุดทำการทดลองเมื่อระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของจำนวนการทดลองรอบนี้มีค่าแตกต่างจากระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของจำนวนการทดลองรอบก่อนหน้าน้อยกว่าหรือเท่ากับ0.001 ($\left|\overline{Eu_{L}} - \overline{Eu_{L-1}}\right| \le 0.001$ โดย L คือจำนวนการทดลองที่ทำให้ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนมีค่าเป็นบวก)

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในงานวิจัย

ระยะทางยุคลิด (Euclidean Distance) หมายถึง ระยะทางระหว่างเวกเตอร์ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนกับเวกเตอร์ค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวน

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.7.1 สามารถใช้หลักการของเบส์ประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับแผนแบบการทดลองลาตินสแควร์

1.7.2 สามารถเปรียบเทียบวิธีการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนจากวิธีเบส์และวิธีคลาสสิกว่าในแต่ละกรณีวิธีการใดให้ค่าประมาณที่ดีกว่าในเชิงสถิติ

1.7.3 เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับแผนแบบการทดลองอื่นต่อไป

---

* ในทางปฏิบัติ $\sigma_{\tau}^{2} = \sigma_{\alpha}^{2} = \sigma_{\beta}^{2} = k\sigma_{\varepsilon}^{2}$ ไม่เสมอไปแต่เพื่อให้สะดวกต่อการวิจัยจึงกำหนดเป็นดังกล่าวข้างต้น

บทที่ 2

ระเบียบวิธีการวิจัย

ในทางสถิติแนวความคิดเกี่ยวกับการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนสามารถทำได้ 2 วิธี คือ การประมาณค่าวิธีคลาสสิก (Classical Estimation) และการประมาณค่าวิธีเบส์ (Bayesian Estimation) วิธีการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนที่นำมาเปรียบเทียบในการศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาทั้งสองแนวความคิด โดยแนวความคิดวิธีคลาสสิกจะพิจารณาว่าค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนเป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าและต้องการประมาณ แต่แนวความคิดวิธีเบส์ พิจารณาว่าองค์ประกอบความแปรปรวนเป็นตัวแปรสุ่มซึ่งมีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เรียกว่า การแจกแจงก่อน และการแจกแจงก่อนนี้เป็นที่สนใจของการศึกษาศาสตร์ทางสถิติในปัจจุบัน เนื่องจากในบางกรณีอาจไม่ทราบลักษณะการแจกแจงขององค์ประกอบความแปรปรวนได้ เช่น เหตุการณ์ที่ไม่เคยเกิดขึ้นมาก่อนเลยในอดีต ดังนั้นจึงเกิดปัญหาว่าจะกำหนดการแจกแจงก่อนอย่างไร ส่วนในกรณีที่เป็นเหตุการณ์ที่เคยเกิดขึ้นมาแล้วในอดีตก็อาจพอมองเห็นลักษณะการแจกแจงขององค์ประกอบความแปรปรวน และนำมาใช้เป็นการแจกแจงก่อนได้ สำหรับการศึกษาครั้งนี้สนใจเหตุการณ์ที่ไม่เคยเกิดขึ้นเลยในอดีตหรืออาจเกิดขึ้นแต่ผู้วิจัยอาจไม่มีข้อมูลเพียงพอที่จะนำมากำหนดการแจกแจงก่อน (Noninformative Prior Distribution) ได้ ซึ่งจากผลงานของนักสถิติ Lindley (1970)[1] เสนอว่า เมื่อไม่ทราบการแจกแจงก่อนได้ วิธีการที่ควรกระทำคือ กำหนดให้การแจกแจงก่อนแบบสม่ำเสมอเฉพาะที่ (Locally Uniform Prior Distribution) ซึ่งนักสถิติที่ยึดมั่นในแนวความคิดนี้เชื่อว่าการกำหนดการแจกแจงก่อนโดยไม่มีกฎเกณฑ์แน่นอนเช่นนี้ จะไม่ก่อให้เกิดปัญหาเกี่ยวกับคุณภาพของการประมาณแต่อย่างใด ทั้งนี้เพราะในการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนในสถิติวิธีเบส์ อาศัยการแจกแจงที่มีเงื่อนไขขององค์ประกอบความแปรปรวนเมื่อกำหนดข้อมูลตัวอย่าง หรือที่เรียกว่าการแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) เป็นสิ่งสำคัญ เพื่อเป็นแนวทางสู่การประมาณค่าแบบจุด และการประมาณค่าแบบช่วง ซึ่งมีรายละเอียดต่าง ๆ ได้กล่าวไว้ในหัวข้อต่อไป

---

[1] Lindley,D.V., Introduction to Probability and Statistics from a Bayesian Viewpoint Part2 Inference. (Cambridge:Cambridge University Press,1970), pp.

2.1 การประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีคลาสสิก

การประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนในตัวแบบลาตินสแควร์ ตามแนวคิดวิธีคลาสสิก พิจารณาว่าองค์ประกอบความแปรปรวนเป็นค่าที่ไม่ทราบค่า โดยใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนในการประมาณค่าแบบจุด

2.1.1 การประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวน

ในการประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนนี้ จะใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวน โดยนำค่าคาดหวังของผลรวมกำลังเฉลี่ยในคอลัมภ์สุดท้ายของตารางที่ 1 หน้าที่ 4 มาใช้หลักการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุด แสดงได้ดังนี้

1) ค่าประมาณแบบจุดของ σ_{ε}^2

จากตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน เราทราบว่า

$$E(MSE) = \sigma_{\varepsilon}^2$$

นั่นคือ MSE เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงสำหรับ σ_{ε}^2

เราจึงสามารถใช้ $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = MSE$

2) ค่าประมาณแบบจุดของ σ_{τ}^2

เราทราบว่า

$$\begin{aligned} E(MST) &= \sigma_{\varepsilon}^2 + n\sigma_{\tau}^2 \\ E(MST) - E(MSE) &= (\sigma_{\varepsilon}^2 + n\sigma_{\tau}^2) - \sigma_{\varepsilon}^2 \\ &= n\sigma_{\tau}^2 \\ \therefore\ \sigma_{\tau}^2 &= \frac{E(MST) - E(MSE)}{n} \\ &= E\left(\frac{MST - MSE}{n}\right) \end{aligned}$$

นั่นคือ $\dfrac{MST - MSE}{n}$ เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงสำหรับ σ_{τ}^2

เราจึงสามารถใช้ $\hat{\sigma}_{\tau}^2 = \dfrac{MST - MSE}{n}$

3) ค่าประมาณแบบจุดของ σ_{α}^2 และ σ_{β}^2

ในทำนองเดียวกันทราบว่า

$$\begin{aligned} E(MSA) &= \sigma_{\varepsilon}^2 + n\sigma_{\alpha}^2 \\ E(MSB) &= \sigma_{\varepsilon}^2 + n\sigma_{\beta}^2 \end{aligned}$$

เราจึงสามารถใช้

$$\hat{\sigma}_{\alpha}^{2} = \frac{MSA - MSE}{n}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta}^{2} = \frac{MSB - MSE}{n}$$

จากค่าประมาณแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนดังกล่าว เราเห็นได้ว่าโอกาสที่ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนอาจจะติดลบได้ ซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่ดีนัก จาก Cochran(1976)ได้เสนอให้ค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่ติดลบให้เป็นศูนย์หรือตัดค่าประมาณนั้นออกไป ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ได้ทำการตัดค่าประมาณที่ติดลบนั้นออกไป

2.1.2 การประมาณค่าแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวน

พิจารณาจากทฤษฎีของ Cochran[2] ที่ว่า ถ้าค่าสังเกต Y_{ijk} สำหรับ $i, j, k = 1,2,\ldots,n$ มีการแจกแจงแบบปกติ โดยที่ $Var\left(y_{ijk}\right) = \sigma_{\tau}^{2} + \sigma_{\alpha}^{2} + \sigma_{\beta}^{2} + \sigma_{\varepsilon}^{2}$ และ $Cov\left(y_{ijk}, y_{i'j'k'}\right) = 0$ SSY ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มที่สามารถแยกองค์ประกอบความแปรปรวนออกเป็น 4 ส่วน คือ SST, SSA, SSB และ SSE โดยที่ $y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk}$ และ $Var\left(\varepsilon_{ijk}\right) = \sigma_{\varepsilon}^{2}$ และ เป็นไปตามข้อกำหนดของข้อมูลดังกล่าวแล้ว จะได้ว่า $\frac{SST}{\sigma_{\varepsilon\tau}^{2}}, \frac{SSA}{\sigma_{\varepsilon\alpha}^{2}}, \frac{SSB}{\sigma_{\varepsilon\beta}^{2}}$ และ $\frac{SSE}{\sigma_{\varepsilon}^{2}}$ จะเป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระจากกัน และมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ด้วยระดับขั้นความเสรี $(n-1)$, $(n-1)$, $(n-1)$, $(n-1)$ $(n-2)$ ตามลำดับ

ดังนั้น $$p\left(\chi^{2}_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)(n-2)} \le \frac{SSE}{\sigma_{\varepsilon}^{2}} \le \chi^{2}_{\frac{\alpha}{2},(n-1)(n-2)}\right) = 1-\alpha$$

หรือ $$p\left(\frac{SSE}{\chi^{2}_{\frac{\alpha}{2},(n-1)(n-2)}} \le \sigma_{\varepsilon}^{2} \le \frac{SSE}{\chi^{2}_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)(n-2)}}\right) = 1-\alpha$$

นั่นคือ ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ สำหรับ σ_{ε}^{2} คือ

$$\frac{SSE}{\chi^{2}_{\frac{\alpha}{2},(n-1)(n-2)}} \le \sigma_{\varepsilon}^{2} \le \frac{SSE}{\chi^{2}_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)(n-2)}}$$

---

[2]Cochran,W.G.,and Cox,G.M. Experimental Design,(New York : John Hiley and Sons, 1976).

ส่วนการหาช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ สำหรับองค์ประกอบความแปรปรวนที่เหลือ ไม่สามารถหาช่วงความเชื่อมั่นจริงได้ เนื่องจากค่าคาดหวังของผลรวมกำลังสองเฉลี่ยไม่ได้ขึ้นอยู่กับความแปรปรวนเพียงค่าเดียว จึงใช้ทฤษฎีของ Sattertyhwaite[3] ที่ใช้การทดสอบเอฟแบบเทียม ("Pseudo"F Tests) ในการหาโครงสร้างการประมาณค่าแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวน

ตามทฤษฎีของ Satterthwaite ได้ใช้ผลรวมเชิงเส้นของผลรวมกำลังสองเฉลี่ย 2 เชิงเส้น

กำหนดให้ $MS' = MSR + \ldots + MSS$

และ $MS'' = MSU + \ldots + MSV$

ด้วยตัวสถิติทดสอบ

$$F = \frac{MS'}{MS''}$$

และมีระดับขั้นความเสรี (p,q) โดยที่

p คือ ระดับขั้นความเสรีของ $MS' = \dfrac{(MSR + \ldots + MSS)^2}{\dfrac{MSR^2}{df_r} + \ldots + \dfrac{MSS^2}{df_s}}$

q คือ ระดับขั้นความเสรีของ $MS'' = \dfrac{(MSU + \ldots + MSV)^2}{\dfrac{MSU^2}{df_u} + \ldots + \dfrac{MSV^2}{df_v}}$

และกำหนดให้ df_i คือ ระดับขั้นความเสรีที่ i ของ MSI

โดยที่ $I = R,\ldots,S,U,\ldots,V;\ i = r,\ldots,s,u,\ldots,v$

ตัวสถิติ F นี้นำไปใช้ประมาณการทดสอบนัยสำคัญขององค์ประกอบความแปรปรวนที่สนใจได้

สำหรับการทดสอบนัยสำคัญขององค์ประกอบความแปรปรวน สามารถทำได้โดยการนำค่าคาดหวังของผลรวมเชิงเส้นของ MS' และ MS'' มาลบกันมีค่าเท่ากับผลคูณขององค์ประกอบความแปรปรวนกล่าวคือ

$$E(MS') - E(MS'') = k\sigma_0^2$$

หรือ $$\sigma_0^2 = \frac{E(MS') - E(MS'')}{k}$$

---

[3] Satterthwaite, F.E. An Approximate Distribution of Estimates of Variance Components. Biometrics Bull.2 (1946) pp. 110 – 112.

จึงสามารถนำไปใช้ในการหาค่าประมาณแบบจุดของ σ_0^2 ได้คือ

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_0^2 &= \frac{MS' - MS''}{k} \\ &= \frac{1}{k}MS' - \frac{1}{k}MS'' \qquad \ldots\ldots(*) \\ &= \frac{1}{k}MSR + \ldots + \frac{1}{k}MSS - \frac{1}{k}MSU - \ldots - \frac{1}{k}MSV\end{aligned}$$

ผลรวมกำลังสองเฉลี่ย MSI ใน (*) เป็นอิสระต่อกันด้วย $\frac{df_i MSI}{\sigma_i^2} = \frac{SSI}{\sigma_i^2}$ ซึ่งมีการแจกแจงไคสแควร์ด้วยระดับขั้นความเสรี df_i การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวน $\hat{\sigma}_0^2$ คือ ผลรวมเชิงเส้นของผลคูณของผลรวมกำลังสองเฉลี่ย และ $\frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$ มีการแจกแจงไคสแควร์โดยประมาณด้วยระดับขั้นความเสรี r เมื่อ

$$\begin{aligned}r &= \frac{\left(\hat{\sigma}_0^2\right)^2}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{k^2}\frac{MSI^2}{df_i}} \\ &= \frac{\left(MSR + \ldots + MSS - MSU - \ldots - MSV\right)^2}{\frac{MSR^2}{df_r} + \ldots + \frac{MSS^2}{df_s} + \frac{MSU^2}{df_u} + \ldots + \frac{MSV^2}{df_v}}\end{aligned}$$

ซึ่งผลดังกล่าวสามารถใช้ได้ก็ต่อเมื่อ $\sigma_0^2 > 0$ เท่านั้น และระดับขั้นความเสรี r ที่ได้จาก Graybill(1961)[4] จะไม่เป็นจำนวนเต็มซึ่งแตกต่างจากตารางไคสแควร์ที่โดยทั่วไปจะต้องเป็นจำนวนเต็ม

ดังนั้น $\frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$ มีการแจกแจงไคว์สแควร์โดยประมาณด้วยระดับขั้นความเสรี r แล้ว

$$p\left\{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r} \le \frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \le \chi^2_{\frac{\alpha}{2},r}\right\} = 1-\alpha$$

และ

$$p\left\{\frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r}} \le \sigma_0^2 \le \frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r}}\right\} = 1-\alpha$$

---

[4] Graybill,F.A.,An Introduction to Linear Statistical Model.1 vol.,(New York : McGraw - Hill, 1961), pp.368 – 371.

ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น$(1-\alpha)100\,\%$ ของ σ_0^2 โดยประมาณ คือ $\left(\dfrac{r\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r}}, \dfrac{r\hat{\sigma}_0^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r}}\right)$

จากทฤษฎี Satterthwaite ดังกล่าวข้างต้นสามารถหาช่วงความเชื่อมั่น$(1-\alpha)100\,\%$ ขององค์ประกอบความแปรปรวนที่เหลือได้ดังนี้คือ

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ สำหรับ σ_τ^2 โดยการพิจารณาค่าประมาณแบบจุดที่ได้จากการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.1.1 หน้า 8 คือ $\hat{\sigma}_\tau^2 = \dfrac{MST - MSE}{n}$ แล้วตัวแปรสุ่ม $\dfrac{r_t\hat{\sigma}_\tau^2}{\sigma_\tau^2}$ มีการแจกแจงเป็นแบบไคสแควร์ด้วยระดับขั้นความเสรี r_t ดังนั้น

$$p\left\{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_t} \le \frac{r_t\hat{\sigma}_\tau^2}{\sigma_\tau^2} \le \chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_t}\right\} = 1-\alpha$$

หรือ

$$p\left\{\frac{r_t\hat{\sigma}_\tau^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_t}} \le \sigma_\tau^2 \le \frac{r_t\hat{\sigma}_\tau^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_t}}\right\} = 1-\alpha$$

นั่นคือ ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ สำหรับ σ_τ^2 คือ

$$\frac{r_t\hat{\sigma}_\tau^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_t}} \le \sigma_\alpha^2 \le \frac{r_t\hat{\sigma}_\tau^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_t}}$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_\tau^2 = \dfrac{MST - MSE}{n}$, $r_t = \dfrac{(MST - MSE)^2}{\dfrac{MST^2}{(n-1)} + \dfrac{MSE^2}{(n-1)(n-2)}}$

ในทำนองเดียวกัน

ช่วงความเชื่อมั่น$(1-\alpha)100\,\%$ สำหรับ σ_α^2 คือ

$$\frac{r_a\hat{\sigma}_\alpha^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_a}} \le \sigma_\alpha^2 \le \frac{r_a\hat{\sigma}_\alpha^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_a}}$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_\alpha^2 = \dfrac{MSA - MSE}{n}$, $r_a = \dfrac{(MSA - MSE)^2}{\dfrac{MSA^2}{(n-1)} + \dfrac{MSE^2}{(n-1)(n-2)}}$

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_β^2 คือ

$$\frac{r_b\hat{\sigma}_\beta^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_b}} \le \sigma_\beta^2 \le \frac{r_b\hat{\sigma}_\beta^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_b}}$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_\beta^2 = \dfrac{MSB-MSE}{n}$, $r_b = \dfrac{(MSB-MSE)^2}{\dfrac{MSB^2}{(n-1)}+\dfrac{MSE^2}{(n-1)(n-2)}}$

2.2 การประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ (Bayesian Estimation)

ทฤษฎีเบส์สำหรับตัวแบบลาตินสแควร์

ให้ $\underset{\sim}{y} = (y_{111}, y_{122}, \ldots, y_{nn1})$ เป็นเวกเตอร์ค่าสังเกต n^2 ข้อมูลและเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่มีเงื่อนไขเมื่อกำหนด $\underset{\sim}{\theta}$ คือ $p(\underset{\sim}{y}/\underset{\sim}{\theta})$ หรือฟังก์ชันความควรจะเป็นคือ $l(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y})$ ที่ได้กล่าวไว้ใน Fisher (1922)[5]

$\underset{\sim}{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$ เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ k เรียกว่า พารามิเตอร์สุ่ม(random parameter) ที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็น $p(\underset{\sim}{\theta})$ ซึ่งเรียกว่า การแจกแจงก่อน(Prior Distribution) ซึ่งเป็นข้อมูลเกี่ยวกับพารามิเตอร์ก่อนทำการทดลอง เมื่อทำการทดลองแล้วให้นำข้อมูลจากการทดลองที่หาได้จากฟังก์ชันความควรจะเป็นมาปรับกับการแจกแจงก่อนแล้วได้การแจกแจงใหม่ที่เรียกว่า การแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) $p(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y})$ คือ

$$p(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y}) = \frac{p(\underset{\sim}{\theta})l(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y})}{\int_{\theta_1}^{\theta_k} p(\underset{\sim}{\theta})l(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y})d\theta} \quad \text{ในกรณีต่อเนื่อง}$$

หรืออาจจะเขียนได้ในอีกลักษณะคือ

$$p(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y}) \propto p(\underset{\sim}{\theta})l(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y})$$

ดังนั้นเมื่อได้การแจกแจงภายหลังแล้วทำให้สามารถประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนได้ตามหลักการของเบส์

---

[5]Fisher,R.A.,On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistica.,(Phil, Trans. Roy. Soc.,1992),Series A,pp. 222,309

ในกรณีการประมาณค่าแบบจุด จะใช้วิธีฐานนิยม (Mode) มาหาค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวน เนื่องจากเราไม่คำนึงถึงฟังก์ชันการเสี่ยงซึ่งมีค่าเท่ากับ 1[6] และต้องการโอกาสที่ทำให้ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง $p(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y})$ มีค่ามากที่สุด โดยการอนุพันธ์ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง $p(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y})$ แล้วให้เท่ากับ 0

ในกรณีการประมาณแบบช่วง เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ α จะได้ช่วงความเชื่อมั่นวิธีเบส์ที่เรียกว่า ช่วงความเชื่อถือ (Credible Interval[7]) คือช่วง (L,U) ที่ทำให้

$$\int_L^U p(\underset{\sim}{\theta}/\underset{\sim}{y})d(\underset{\sim}{\theta}) = 1-\alpha$$

โดยมีขั้นตอนการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์สำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ดังนี้คือ

2.2.1 การหาฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังขอบของ $\sigma_\tau^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2$ และ σ_ε^2

สิ่งที่สำคัญคือ เราต้องทราบฟังก์ชันความควรจะเป็น และฟังก์ชันการแจกแจงก่อน เพื่อนำไปหาฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง ได้ดังนี้คือ

ฟังก์ชันความควรจะเป็น คือ ผลคูณของฟังก์ชัน ดังนั้นเราทำการแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของผลรวมกำลังสองเฉลี่ยในตารางที่ 1 หน้าที่ 4 เพื่อหาลักษณะการแจกแจงของฟังก์ชันได้ดังนี้คือ

$$y_{ijk} - \bar{y}_{...} = (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{..k} - \bar{y}_{...}) + (y_{ijk} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{..k} + 2\bar{y}_{...})$$

$$\sum_j\sum_k (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$$

$$= \sum_i\sum_j (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 + \sum_j\sum_k (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 + \sum_j\sum_k (\bar{y}_{..k} - \bar{y}_{...})^2 + \sum_j\sum_k (y_{ijk} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{..k} + 2\bar{y}_{...})^2$$

$$= n\sum_i (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 + n\sum_j (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 + n\sum_k (\bar{y}_{..k} - \bar{y}_{...})^2 + \sum_j\sum_k (y_{ijk} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{..k} + 2\bar{y}_{...})^2$$

ซึ่ง $$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk} \qquad (1)$$

[6]Box,G.E.P., and Taio,G.C., Bayesian Inference in Statistical Analysis.,(Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company,1793),pp.309

[7]Box,G.E.P., and Taio,G.C., Bayesian Inference in Statistical Analysis.,(Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company,1793),pp.84-84

$$\bar{y}_{...} = \mu + \bar{\tau}_i + \bar{\alpha}_j + \bar{\beta}_k + \bar{\varepsilon}_{ijk}$$

ดังนั้น $E(\bar{y}_{...}) = \mu$

$$Var(\bar{y}_{...}) = Var(\bar{\tau}_i) + Var(\bar{\alpha}_j) + Var(\bar{\beta}_k) + Var(\bar{\varepsilon}_{ijk})$$

$$= Var\left(\frac{\sum_i^n \tau_i}{n}\right) + Var\left(\frac{\sum_j^n \alpha_j}{n}\right) + Var\left(\frac{\sum_k^n \beta_k}{n}\right) + Var\left(\frac{\sum_{ijk}^{n^2} \varepsilon_{ijk}}{n^2}\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\sum_i^n Var(\tau_i) + \frac{1}{n^2}\sum_j^n Var(\alpha_j) + \frac{1}{n^2}\sum_k^n Var(\beta_k) + \frac{1}{n^4}\sum_{ijk}^{n^2} Var(\varepsilon_{ijk})$$

$$= \frac{\sigma_\tau^2}{n} + \frac{\sigma_\alpha^2}{n} + \frac{\sigma_\beta^2}{n} + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{n^2}$$

$$= \frac{1}{n^2}\left(n\sigma_\tau^2 + n\sigma_\alpha^2 + n\sigma_\beta^2 + \sigma_\varepsilon^2\right)$$

จะได้ว่า $\bar{y}_{...} \sim \mathrm{N}\left(\mu, \frac{1}{n^2}\left(\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\beta^2 + n\sigma_\alpha^2 + n\sigma_\tau^2\right)\right)$

และ

$$SST \sim \sigma_{\varepsilon\tau}^2 \chi_{(n-1)}^2,\ SSA \sim \sigma_{\varepsilon\alpha}^2 \chi_{(n-1)}^2,\ SSB \sim \sigma_{\varepsilon\beta}^2 \chi_{(n-1)}^2,\ SSE \sim \sigma_\varepsilon^2 \chi_{(n-1)(n-2)}^2$$

นั่นคือ

$$l\left(\mu, \sigma_\varepsilon^2, \sigma_{\varepsilon\beta}^2, \sigma_{\varepsilon\alpha}^2, \sigma_{\varepsilon\tau}^2 \middle| \underset{\sim}{y}\right) = \mathrm{N}\left(\mu, \frac{1}{n^2}\left(\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\beta^2 + n\sigma_\alpha^2 + n\sigma_\tau^2\right)\right)\left(\chi_{v_\varepsilon}^2\right)\left(\chi_{v_\beta}^2\right)\left(\chi_{v_\alpha}^2\right)\left(\chi_{v_\tau}^2\right)$$

ฟังก์ชันความควรจะเป็นสำหรับตัวแบบในสมการที่ (1) หน้า 15 คือ

$$l\left(\mu, \sigma_\varepsilon^2, \sigma_{\varepsilon\beta}^2, \sigma_{\varepsilon\alpha}^2, \sigma_{\varepsilon\tau}^2 \middle| \underset{\sim}{y}\right)$$

$$\propto (\sigma_{\varepsilon\tau}^2 + \sigma_{\varepsilon\alpha}^2 + \sigma_{\varepsilon\beta}^2 - 2\sigma_\varepsilon^2)^{-1/2} (\sigma_\varepsilon^2)^{-\frac{(n-1)(n-2)}{2}} (\sigma_{\varepsilon\beta}^2)^{-\frac{(n-1)}{2}} (\sigma_{\varepsilon\alpha}^2)^{-\frac{(n-1)}{2}} (\sigma_{\varepsilon\tau}^2)^{-\frac{(n-1)}{2}}$$

$$\times \exp-\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{n^2(\bar{y}_{...} - \mu)^2}{\sigma_{\varepsilon\tau}^2 + \sigma_{\varepsilon\alpha}^2 + \sigma_{\varepsilon\beta}^2 - 2\sigma_\varepsilon^2} + \frac{SSE}{\sigma_\varepsilon^2} + \frac{SSB}{\sigma_{\varepsilon\beta}^2} + \frac{SSA}{\sigma_{\varepsilon\alpha}^2} + \frac{SST}{\sigma_{\varepsilon\tau}^2}\right]\right\} \quad (2)$$

และกำหนดให้การแจกแจงก่อนของ μ , σ_ε^2, $\sigma_{\varepsilon\alpha}^2$, $\sigma_{\varepsilon\beta}^2$, $\sigma_{\varepsilon\tau}^2$ แบบไม่ให้ข้อมูล (Noninformative Prior Distribution) กล่าวคือความรู้ล่วงหน้าเกี่ยวกับพารามิเตอร์ไม่ได้ให้ข้อมูลเลยว่าพารามิเตอร์ควรมีค่าแท้จริงเท่าใด เราทราบเพียงแต่ว่าแต่ละค่าของพารามิเตอร์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน นั่นคือ

$$p\left(\mu, \sigma_\varepsilon^2, \sigma_{\varepsilon\alpha}^2, \sigma_{\varepsilon\beta}^2, \sigma_{\varepsilon\tau}^2\right) \propto \sigma_\varepsilon^{-2}\sigma_{\varepsilon\alpha}^{-2}\sigma_{\varepsilon\beta}^{-2}\sigma_{\varepsilon\tau}^{-2} \quad (3)$$

เนื่องจาก การแจกแจงภายหลัง $\propto$ ฟังก์ชันความควรจะเป็น $\times$ การแจกแจงก่อน

ดังนั้น นำสมการที่(2) คูณกับสมการที่ (3) ได้การแจกแจงภายหลังของพารามิเตอร์ คือ

$$p\left(\mu,\ \sigma_{\varepsilon}^{2},\ \sigma_{\varepsilon\alpha}^{2},\ \sigma_{\varepsilon\beta}^{2},\ \sigma_{\varepsilon\tau}^{2}\ \middle|\ \underset{\sim}{y}\right) \propto (\sigma_{\varepsilon\tau}^{2}+\sigma_{\varepsilon\alpha}^{2}+\sigma_{\varepsilon\beta}^{2}-2\sigma_{\varepsilon}^{2})^{-1/2}(\sigma_{\varepsilon}^{2})^{-\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}+1\right)}$$

$$\times\ (\sigma_{\varepsilon\beta}^{2})^{-\left(\frac{n-1}{2}+1\right)}(\sigma_{\varepsilon\alpha}^{2})^{-\left(\frac{n-1}{2}+1\right)}(\sigma_{\varepsilon\tau}^{2})^{-\left(\frac{n-1}{2}+1\right)}$$

$$\times\ \exp-\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{n^{2}(\bar{y}_{\ldots}-\mu)^{2}}{\sigma_{\varepsilon\tau}^{2}+\sigma_{\varepsilon\alpha}^{2}+\sigma_{\varepsilon\beta}^{2}-2\sigma_{\varepsilon}^{2}}+\frac{SSE}{\sigma_{\varepsilon}^{2}}+\frac{SSB}{\sigma_{\varepsilon\beta}^{2}}+\frac{SSA}{\sigma_{\varepsilon\alpha}^{2}}+\frac{SST}{\sigma_{\varepsilon\tau}^{2}}\right]\right\} \qquad (4)$$

และจากค่าคาดหวังผลรวมกำลังสองเฉลี่ยในตารางที่ 1 หน้า 4 จะทราบข้อจำกัดของพารามิเตอร์ว่า

$$C\ :\begin{cases}\sigma_{\varepsilon}^{2}<\sigma_{\varepsilon\tau}^{2}\\ \sigma_{\varepsilon}^{2}<\sigma_{\varepsilon\alpha}^{2}\\ \sigma_{\varepsilon}^{2}<\sigma_{\varepsilon\beta}^{2}\end{cases}$$

ทำให้สามารถอินทิเกรตสมการที่ (4) เทียบกับ μ แล้วได้การแจกแจงภายหลังร่วม (joint posterior distribution) ของ $\sigma_{\varepsilon}^{2},\ \sigma_{\varepsilon\alpha}^{2},\ \sigma_{\varepsilon\beta}^{2},\ \sigma_{\varepsilon\tau}^{2}$ คือ

$$p\left(\sigma_{\varepsilon}^{2},\sigma_{\varepsilon\tau}^{2},\sigma_{\varepsilon\alpha}^{2},\sigma_{\varepsilon\beta}^{2}\middle|\underset{\sim}{y}\right)=w(SSE)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)(n-2)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon}^{2}}{SSE}\right)(SST)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon\tau}^{2}}{SST}\right)$$

$$\times(SSA)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon\alpha}^{2}}{SSA}\right)(SSB)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon\beta}^{2}}{SSB}\right) \qquad (5)$$

$$\sigma_{\varepsilon}^{2}>0,\quad \sigma_{\varepsilon\tau}^{2}>\sigma_{\varepsilon}^{2},\ \sigma_{\varepsilon\alpha}^{2}>\sigma_{\varepsilon}^{2},\ \sigma_{\varepsilon\beta}^{2}>\sigma_{\varepsilon}^{2}$$

เมื่อ

$$w^{-1}=\mathbf{Pr}^{*}(\mathbf{c}|\mathbf{y})=\mathbf{Pr}\left\{\frac{\chi_{(n-1)}^{2}}{\chi_{(n-1)(n-2)}^{2}}<\frac{SST}{SSE},\frac{\chi_{(n-1)}^{2}}{\chi_{(n-1)(n-2)}^{2}}<\frac{SSA}{SSE},\frac{\chi_{(n-1)}^{2}}{\chi_{(n-1)(n-2)}^{2}}<\frac{SSB}{SSE}\right\}$$

และ $\chi_{(n-1)(n-2)}^{2},\chi_{(n-1)}^{2},\chi_{(n-1)}^{2},\chi_{(n-1)}^{2}$ มีการแจกแจงไคสแควร์ที่เป็นอิสระต่อกันด้วยระดับขั้นความเสรี $(n-1)(n-2),(n-1),(n-1),(n-1)$

เมื่อทราบว่าแต่ละองค์ประกอบความแปรปรวนมีการแจกแจงไคสแควร์ที่เป็นอิสระต่อกันแล้วทำให้ได้การแจกแจงภายหลังร่วมของ $\sigma_{\varepsilon}^2,\ \sigma_{\alpha}^2,\ \sigma_{\beta}^2,\ \sigma_{\tau}^2$ คือ

$$p\left(\sigma_{\varepsilon}^2,\sigma_{\tau}^2,\sigma_{\alpha}^2,\sigma_{\beta}^2\middle|\underset{\sim}{y}\right)=w(SSE)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)(n-2)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{SSE}\right)\left(\frac{SST}{n}\right)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon}^2+n\sigma_{\tau}^2}{SST}\right)$$
$$\times\left(\frac{SSA}{n}\right)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon}^2+n\sigma_{\alpha}^2}{SSA}\right)\left(\frac{SSB}{n}\right)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon}^2+n\sigma_{\beta}^2}{SSB}\right),$$
$$\sigma_{\varepsilon}^2>0,\ \sigma_{\tau}^2>0,\ \sigma_{\alpha}^2>0,\ \sigma_{\beta}^2>0 \tag{6}$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (6) เทียบกับ σ_{τ}^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลังร่วมของ $\sigma_{\varepsilon}^2,\sigma_{\alpha}^2,\sigma_{\beta}^2$ คือ

$$p\left(\sigma_{\varepsilon}^2,\sigma_{\alpha}^2,\sigma_{\beta}^2\middle|\underset{\sim}{y}\right)=w_1(SSE1)^{-1}p\left(\chi_{ve1}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{SSE1}\right)\left(\frac{SSA}{n}\right)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon}^2+n\sigma_{\alpha}^2}{SSA}\right)$$
$$\times\left(\frac{SSB}{n}\right)^{-1}p\left(\chi_{(n-1)}^{-2}=\frac{\sigma_{\varepsilon}^2+n\sigma_{\beta}^2}{SSB}\right),\sigma_{\varepsilon}^2>0,\ \sigma_{\alpha}^2>0,\ \sigma_{\beta}^2>0 \tag{7}$$

โดยที่ $w_1^{-1}=\Pr\left\{\frac{\chi_{ve1}^2}{\chi_{(n-1)}^2}>\frac{SSE1}{SSA},\frac{\chi_{ve1}^2}{\chi_{(n-1)}^2}>\frac{SSE1}{SSB}\right\}$

$$a_1=\left[\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}+1\right)\times\frac{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+2\right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}\right]$$
$$-\left[\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}\right)\times\frac{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)\right)}\right]$$

$$ve1=\left(\frac{(n-1)(n-2)}{a_1}\right)\times\frac{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1),\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)}$$

$$X_1=\frac{SST}{SST+SSE},\quad MSE1=\frac{SSE}{a_1 ve1},\quad SSE1=(MSE1)(ve1)$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (7) เทียบกับ σ_{α}^{2} เพื่อหาการแจกแจงภายหลังร่วมของ σ_{ε}^{2}, σ_{β}^{2} คือ

$$p\left(\sigma_{\varepsilon}^{2},\sigma_{\beta}^{2}\middle|\underset{\sim}{y}\right) = w_{2}(SSE2)^{-1}\, p\left(\chi_{ve2}^{-2} = \frac{\sigma_{\varepsilon}^{2}}{SSE2}\right)\left(\frac{SSB}{n}\right)^{-1} p\left(\chi_{(n-1)}^{-2} = \frac{\sigma_{\varepsilon}^{2}+n\sigma_{\beta}^{2}}{SSB}\right)$$

$$,\sigma_{\varepsilon}^{2} > 0\,,\ \sigma_{\beta}^{2} > 0 \qquad (8)$$

โดยที่ $w_{2}^{-1} = \Pr\left\{\dfrac{\chi_{ve2}^{2}}{\chi_{(n-1)}^{2}} > \dfrac{SSE2}{SSB}\right\}$

$$a_{2} = \left[\left(\frac{ve1}{2}+1\right)\times\frac{I_{x_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),(ve1)+2\right)}{I_{x_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}\right]-\left[\left(\frac{ve1}{2}\right)\times\frac{I_{x_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}{I_{x_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),\frac{1}{2}ve1\right)}\right]$$

$$ve2 = \left(\frac{ve1}{a_{2}}\right)\times\frac{I_{x_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}{I_{x_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),ve1\right)}$$

$$X_{2} = \frac{SSA}{SSA+SSE1},\quad MSE2 = \frac{SSE1}{a_{2}ve2},\quad SSE2 = (MSE2)(ve2)$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (8) เทียบกับ σ_{β}^{2} เพื่อหาการแจกแจงภายหลังขอบ (Marginal Posterior Distribution) ของ σ_{ε}^{2} คือ

$$p\left(\sigma_{\varepsilon}^{2}\middle|\underset{\sim}{y}\right) \text{ คือ } p\left(\chi_{ve3}^{-2} = \frac{\sigma_{\varepsilon}^{2}}{SSE3}\right) \qquad (9)$$

โดยที่

$$a_{3} = \left[\left(\frac{ve2}{2}+1\right)\times\frac{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),(ve2)+2\right)}{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve2\right)+1\right)}\right]-\left[\left(\frac{ve2}{2}\right)\times\frac{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve2\right)+1\right)}{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),\frac{1}{2}ve2\right)}\right]$$

$$ve3 = \left(\frac{ve2}{a_{3}}\right)\times\frac{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve2\right)+1\right)}{I_{x_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),ve2\right)}$$

$$X_{3} = \frac{SSB}{SSB+SSE2},\quad MSE3 = \frac{SSE1}{a_{3}ve3},\quad SSE3 = (MSE3)(ve3)$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (8) เทียบกับ σ_ε^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลังขอบของ σ_β^2 คือ

$$p\left(\sigma_\beta^2 \middle| \underset{\sim}{y}\right) \text{ คือ } p\left(\chi_{(n-1)}^{-2} = \frac{MSE2 + n\sigma_\beta^2}{SSB}\right) \tag{10}$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (7) เทียบกับ σ_β^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลังร่วมของ σ_ε^2, σ_α^2 คือ

$$p\left(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\alpha^2 \middle| \underset{\sim}{y}\right) = w_3 (SSE4)^{-1} p\left(\chi_{ve4}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{SSE4}\right)\left(\frac{SSB}{n}\right)^{-1} p\left(\chi_{(n-1)}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\alpha^2}{SSA}\right)$$

$$, \sigma_\varepsilon^2 > 0 \ , \ \sigma_\alpha^2 > 0 \tag{11}$$

โดยที่ $w_3^{-1} = \Pr\left\{\frac{\chi_{ve3}^2}{\chi_{(n-1)}^2} > \frac{SSE3}{SSA}\right\}$

$$a_4 = \left[\left(\frac{ve1}{2} + 1\right) \times \frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), (ve1) + 2\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve1\right) + 1\right)}\right] - \left[\left(\frac{ve1}{2}\right) \times \frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve1\right) + 1\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}ve1\right)}\right]$$

$$ve4 = \left(\frac{ve1}{a_4}\right) \times \frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve1\right) + 1\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), ve1\right)}$$

$$X_4 = \frac{SSB}{SSB + SSE1}, \ MSE4 = \frac{SSE1}{a_4 ve4}, \ SSE4 = (MSE4)(ve4)$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (11) เทียบกับ σ_ε^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลังขอบของ σ_α^2 คือ

$$p\left(\sigma_\alpha^2 \middle| \underset{\sim}{y}\right) \text{ คือ } p\left(\chi_{(n-1)}^{-2} = \frac{MSE4 + n\sigma_\alpha^2}{SSA}\right) \tag{12}$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (6) เทียบกับ σ_α^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลังร่วมของ σ_ε^2, σ_β^2, σ_τ^2 คือ

$$p\left(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\beta^2, \sigma_\tau^2 \middle| \underset{\sim}{y}\right) = w_4 (SSE5)^{-1} p\left(\chi_{ve5}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{SSE5}\right)\left(\frac{SSB}{n}\right)^{-1} p\left(\chi_{(n-1)}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\beta^2}{SSB}\right)$$

$$\times\left(\frac{SST}{n}\right)^{-1} p\left(\chi_{(n-1)}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\tau^2}{SST}\right), \sigma_\varepsilon^2 > 0 \ , \sigma_\beta^2 > 0 \ , \sigma_\tau^2 > 0 \tag{13}$$

โดยที่ $w_4^{-1} = \Pr\left\{\frac{\chi_{ve5}^2}{\chi_{(n-1)}^2} > \frac{SSE5}{SST}, \frac{\chi_{ve5}^2}{\chi_{(n-1)}^2} > \frac{SSE5}{SSB}\right\}$

$$a_5 = \left[\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}+1\right) \times \frac{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+2\right)}{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}\right]$$

$$-\left[\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}\right) \times \frac{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)\right)}\right]$$

$$ve5 = \left(\frac{(n-1)(n-2)}{a_5}\right) \times \frac{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)}$$

$$X_5 = \frac{SSA}{SSA + SSE5}, \quad MSE5 = \frac{SSE}{a_5 ve5}, \quad SSE5 = (MSE5)(ve5)$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (13) เทียบกับ σ_β^2 เพื่อหาการแจกแจงภายหลังร่วมของ $\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\tau^2$ คือ

$$p\left(\sigma_\varepsilon^2, \sigma_\tau^2 \middle| \underset{\sim}{y}\right) = w_5 (SSE6)^{-1} p\left(\chi_{ve6}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{SSE6}\right)\left(\frac{SST}{n}\right)^{-1} p\left(\chi_{(n-1)}^{-2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_\tau^2}{SST}\right)$$

$$, \sigma_\varepsilon^2 > 0 \ , \ \sigma_\tau^2 > 0 \qquad (14)$$

$$w_5^{-1} = \Pr\left\{\frac{\chi_{ve6}^2}{\chi_{(n-1)}^2} > \frac{SSE6}{SST}\right\}$$

$$a_6 = \left[\left(\frac{ve5}{2}+1\right) \times \frac{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve5\right)+2\right)}{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve5\right)+1\right)}\right]$$

$$-\left[\left(\frac{ve5}{2}\right) \times \frac{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(ve5)\right)+1\right)}{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}ve5\right)}\right]$$

$$ve6 = \left(\frac{ve5}{a_6}\right) \times \frac{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve5\right)+1\right)}{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}ve5\right)}$$

$$X_6 = \frac{SSB}{SSB + SSE5}, \quad MSE6 = \frac{SSE5}{a_6 ve6}, \quad SSE6 = (MSE6)(ve6)$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (14) เทียบกับ σ_{ε}^{2} เพื่อหาการแจกแจงภายหลังขอบของ σ_{τ}^{2} คือ

$$p\left(\sigma_{\tau}^{2}\middle|\underset{\sim}{y}\right) \text{ คือ } p\left(\chi_{(n-1)}^{-2} = \frac{MSE6 + n\sigma_{\tau}^{2}}{SST}\right) \tag{15}$$

จะเห็นได้ว่าสมการที่ (9), (10), (12), (15) เป็นฟังก์ชันที่อยู่ในเทอมของฟังก์ชันการแจกแจงแบบอินเวอร์สไคสแควร์ (Inverted Chisquare χ_{v}^{-2}) ดังนั้น จึงต้องทำการแปลงฟังก์ชันดังกล่าวเสียก่อนเพื่อที่จะหาฟังก์ชันประมาณการแจกแจงภายหลังขอบของ $\sigma_{\tau}^{2}, \sigma_{\alpha}^{2}, \sigma_{\beta}^{2}$ และ σ_{ε}^{2} ตามลำดับ โดยมีหลักการดังนี้

<u>ทฤษฎี</u> ให้ y เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นคือ $f(y)$

ถ้า $z = v(y)$ เป็นการแจกแจงแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (1-1) ที่ส่งจาก A ไปบน B

$A = \{ y \mid f(y) > 0 \}$ ไปบน $B = \{ z \mid f(z) > 0 \}$ แล้ว

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม y คือ

$$g(z) = \begin{cases} f[w(z)]\,|J| & , \quad z \in B \\ 0 & \text{มีค่าอื่น} \end{cases} \quad , \quad J = \text{จาโคเบียนของการแปลงผกผัน}$$

โดย $y \sim \chi_{df}^{-2}$ และมีฟังก์ชันความหนาแน่นดังนี้คือ

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df}{2}\right) 2^{\left(\frac{df}{2}\right)}} \, y^{-\left(\frac{df}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2y}\right)} \quad , y > 0$$

การหาฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังขอบของ σ_{τ}^{2} ได้ดังนี้

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{(n-1)}{2}\right) 2^{\left(\frac{(n-1)}{2}\right)}} \, y^{-\left(\frac{(n-1)}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2y}\right)}$$

กำหนดให้ $\chi^{-2}_{(n-1)} = y = \dfrac{MSE6 + n\sigma^2_{\varepsilon}}{SST}$

และ $J = \dfrac{dy}{d\sigma^2_{\tau}} = \dfrac{n}{SST}$

ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังขอบของ σ^2_{τ} คือ

$$g\left(\sigma^2_{\tau}\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{(n-1)}{2}\right)2^{\left(\frac{(n-1)}{2}\right)}}\left(\frac{MSE6 + n\sigma^2_{\tau}}{SST}\right)^{-\left(\frac{(n-1)}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{MSE6+n\sigma^2_{\tau}}{SST}\right)}\right)} \cdot \frac{n}{SST} \tag{16}$$

ในทำนองเดียวกันเราจะได้ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังขอบของ σ^2_{α} คือ

$$g\left(\sigma^2_{\alpha}\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{(n-1)}{2}\right)2^{\left(\frac{(n-1)}{2}\right)}}\left(\frac{MSE4 + n\sigma^2_{\alpha}}{SSA}\right)^{-\left(\frac{(n-1)}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{MSE4+n\sigma^2_{\alpha}}{SSA}\right)}\right)} \cdot \frac{n}{SSA} \tag{17}$$

ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังขอบของ σ^2_{β} คือ

$$g\left(\sigma^2_{\beta}\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{(n-1)}{2}\right)2^{\left(\frac{(n-1)}{2}\right)}}\left(\frac{MSE2 + n\sigma^2_{\beta}}{SSB}\right)^{-\left(\frac{(n-1)}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{MSE2+n\sigma^2_{\beta}}{SSB}\right)}\right)} \cdot \frac{n}{SSB} \tag{18}$$

ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังขอบของ σ^2_{ε} คือ

$$g\left(\sigma^2_{\varepsilon}\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{ve3}{2}\right)2^{\left(\frac{ve3}{2}\right)}}\left(\frac{\sigma^2_{\varepsilon}}{SSE3}\right)^{-\left(\frac{ve3}{2}+1\right)} e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{\sigma^2_{\varepsilon}}{SSE3}\right)}\right)} \cdot \frac{1}{SSE3} \tag{19}$$

2.2.2 การประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวน

ใช้วิธีฐานนิยม (Mode) ในการหาค่าประมาณแบบจุด ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ทำให้ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังขอบมีค่ามากสุด โดยการอนุพันธ์ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังขอบขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ได้จากสมการที่ (16), (17), (18) และ (19) แล้วกำหนดให้เท่ากับ 0 ดังนี้คือ

1) การหาค่าประมาณแบบจุดของ σ_τ^2

จาก
$$g\left(\sigma_\tau^2\right)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{(n-1)}{2}\right)2^{\left(\frac{(n-1)}{2}\right)}}\left(\frac{MSE6+n\sigma_\tau^2}{SST}\right)^{-\left(\frac{(n-1)}{2}+1\right)}e^{\left(\frac{-1}{2\left(\frac{MSE6+n\sigma_\tau^2}{SST}\right)}\right)}\cdot\frac{n}{SST}$$

เพื่อให้ง่ายต่อการอนุพันธ์ เรากำหนดให้

$$k=\frac{1}{\Gamma(\frac{n-1}{2})2^{\frac{n-1}{2}}},\quad A_T=\frac{MSE6}{SST},\quad B_T=\frac{n}{SST},\quad C_T=-(\frac{n-1}{2}+1)$$

ดังนั้น
$$g(\sigma_\tau^2) = k(A_T+B_T\sigma_\tau^2)^{C_T}\,e^{\left(\frac{-1}{2(A_T+B_T\sigma_\tau^2)}\right)}.B_T$$

จะเห็นฟังก์ชันอยู่ในรูปวงศ์ชี้กำลัง เพื่อให้ง่ายต่อการอนุพันธ์ เรา take $\ln(g(\sigma_\tau^2))$ แล้วอนุพันธ์ฟังก์ชันลอการิทึมให้เท่ากับ 0 ดังนี้คือ

$$\ln(g(\sigma_\tau^2)) = \ln k + C_T\ln(A_T+B_T\sigma_\tau^2)-\frac{1}{2\left(A_T+B_T\sigma_\tau^2\right)}\ln e+\ln B_T$$

$$\frac{d}{dz_T}\ln(g(\sigma_\tau^2)) = \frac{B_TC_T}{A_T+B_T\sigma_\tau^2}+\frac{B_T}{2\left(A_T+B_T\sigma_\tau^2\right)^2}=0$$

$$\sigma_\tau^2 = -\frac{1}{2B_TC_T}-\frac{A_T}{B_T}$$

ดังนั้น ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_τ^2 คือ

$$\hat{\sigma}_\tau^2=\frac{1}{n}\left(\frac{SST}{\frac{(n-1)}{2}+2}-MSE6\right)$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหาค่าประมาณแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนตัวอื่นได้ดังนี้คือ

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_α^2 คือ

$$\hat{\sigma}_\alpha^2 = \frac{1}{n}\left(\frac{SSA}{\frac{(n-1)}{2}+2} - MSE4\right)$$

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_β^2 คือ

$$\hat{\sigma}_\beta^2 = \frac{1}{n}\left(\frac{SSB}{\frac{(n-1)}{2}+2} - MSE2\right)$$

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_ε^2 คือ

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{SSE3}{(ve3+2)}$$

2..2.3 การประมาณค่าแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวน

ในหัวข้อที่ 2.2.1 หน้า 14 ทำให้ทราบฟังก์ชันการประมาณการแจกแจงภายหลังขอบของ $\sigma_\tau^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2$ และ σ_ε^2 แล้วทำการอินทิเกรต $g(\sigma_\tau^2), g(\sigma_\alpha^2), g(\sigma_\beta^2)$ และ $g(\sigma_\varepsilon^2)$ เพื่อหาช่วงความเชื่อถือ (Credible Interval) $(1-\alpha)100\%$ สำหรับองค์ประกอบความแปรปรวนต่างๆ ดังนี้คือ

ช่วงความเชื่อถือ $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_τ^2 คือ

$$\int_0^{Lt} g(\sigma_\tau^2)d\sigma_\tau^2 = \frac{\alpha}{2} < \sigma_\tau^2 < \int_{Ut}^{\infty} g(\sigma_\tau^2)d\sigma_\tau^2 = 1-\frac{\alpha}{2}$$

ช่วงความเชื่อถือ $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_α^2 คือ

$$\int_0^{La} g(\sigma_\alpha^2)d\sigma_\alpha^2 = \frac{\alpha}{2} < \sigma_\alpha^2 < \int_{Ua}^{\infty} g(\sigma_\alpha^2)d\sigma_\alpha^2 = 1-\frac{\alpha}{2}$$

ช่วงความเชื่อถือ $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_β^2 คือ

$$\int_0^{Lb} g(\sigma_\beta^2)d\sigma_\beta^2 = \frac{\alpha}{2} < \sigma_\beta^2 < \int_{Ub}^{\infty} g(\sigma_\beta^2)d\sigma_\beta^2 = 1-\frac{\alpha}{2}$$

และช่วงความเชื่อถือ $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_ε^2 คือ

$$\int_0^{Le} g\left(\sigma_\varepsilon^2\right)d\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\alpha}{2} < \sigma_\varepsilon^2 < \int_{Ue}^{\infty} g\left(\sigma_\varepsilon^2\right)d\sigma_\varepsilon^2 = 1-\frac{\alpha}{2}$$

2.3 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี

2.3.1 การประมาณแบบจุด

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์จะพิจารณาโดยการเปรียบเทียบขนาดเวกเตอร์ขององค์ประกอบความแปรปรวนระหว่างค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ศึกษากับค่าจริงของขององค์ประกอบความแปรปรวน ซึ่งเรียกเกณฑ์นี้ว่า ระยะทางยุคลิด (Euclidean Distance) เฉลี่ย โดยสมมติให้องค์ประกอบความแปรปรวนแต่ละตัวเป็นอิสระจากกัน ซึ่งมีสูตรดังนี้

วิธีคลาสสิก

$(\text{EuCl})_i$ = ระยะทางยุคลิดการทดลองที่ i ของวิธีคลาสสิก

$$= \left\| \left(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{C_i} - \underset{\sim}{\theta}_i\right) \right\|$$

$$= \sqrt{\left(\hat{\sigma}^2_{\tau_{C_i}} - \sigma^2_{\tau_i}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\alpha_{C_i}} - \sigma^2_{\alpha_i}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\beta_{C_i}} - \sigma^2_{\beta_i}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\varepsilon_{C_i}} - \sigma^2_{\varepsilon_i}\right)^2}$$

$\overline{\text{EuCl}}$ = ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของวิธีคลาสสิก

$$= \frac{\sum_{i=1}^{L} (\text{EuCl})_i}{L}$$

วิธีเบส์

$(\text{EuB})_i$ = ระยะทางยุคลิดการทดลองที่ i ของวิธีเบส์

$$= \left\| \left(\hat{\underset{\sim}{\theta}}_{B_i} - \underset{\sim}{\theta}_i\right) \right\|$$

$$= \sqrt{\left(\hat{\sigma}^2_{\tau_{B_i}} - \sigma^2_{\tau_i}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\alpha_{B_i}} - \sigma^2_{\alpha_i}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\beta_{B_i}} - \sigma^2_{\beta_i}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}^2_{\varepsilon_{B_i}} - \sigma^2_{\varepsilon_i}\right)^2}$$

$\overline{\text{EuB}}$ = ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของวิธีคลาสสิก

$$= \frac{\sum_{i=1}^{L} (\text{EuB})_i}{L}$$

โดยที่ $\underset{\sim}{\theta}_i$ คือ เวกเตอร์ค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวน

$\underset{\sim}{\hat{\theta}}_{C_i}$ คือ เวกเตอร์ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีคลาสสิก

$\underset{\sim}{\hat{\theta}}_{B_i}$ คือ เวกเตอร์ค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์

ซึ่ง
$$\underset{\sim}{\hat{\theta}}_{C_i} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}^2_{\tau_{C_i}} \\ \hat{\sigma}^2_{\alpha_{C_i}} \\ \hat{\sigma}^2_{\beta_{C_i}} \\ \hat{\sigma}^2_{\varepsilon_{C_i}} \end{pmatrix}, \quad \underset{\sim}{\hat{\theta}}_{B_i} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}^2_{\tau_{B_i}} \\ \hat{\sigma}^2_{\alpha_{B_i}} \\ \hat{\sigma}^2_{\beta_{B_i}} \\ \hat{\sigma}^2_{\varepsilon_{B_i}} \end{pmatrix}, \quad \underset{\sim}{\theta}_i = \begin{pmatrix} \sigma^2_{\tau_i} \\ \sigma^2_{\alpha_i} \\ \sigma^2_{\beta_i} \\ \sigma^2_{\varepsilon_i} \end{pmatrix}$$

และ i คือ ค่าเริ่มต้นในการหาค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย

L คือ จำนวนการทดลองทั้งหมดที่ทำให้ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยลู่เข้าสู่ค่าคงที่

ดังนั้น ถ้าวิธีการใดที่ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าก็จะเป็นวิธีการประมาณที่ดีกว่าในภาพรวมของการประมาณ นั่นแสดงว่าค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ได้มีค่าโดยส่วนใหญ่ใกล้เคียงค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนมากกว่า

2.3.2 การประมาณแบบช่วง

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ โดยพิจารณาจากค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง (Experimentwise Error Rate) กับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 ซึ่งมีค่าดังนี้

อัตราของความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง $= \dfrac{\text{จำนวนการทดลองอย่างน้อย 1 องค์ประกอบความแปรปรวนไม่ครอบคลุมค่าจริง}}{\text{จำนวนการทดลองทั้งหมด}}$

ความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 = Pr(อย่างน้อย 1 องค์ประกอบความแปรปรวนไม่ครอบคลุมค่าจริง)

= 1 – Pr(ทุกองค์ประกอบความแปรปรวนครอบคลุมค่าจริง)

$$= 1 - \prod_{i=1}^{m} (1 - \alpha_i)$$

โดยที่ m คือ จำนวนองค์ประกอบความแปรปรวน ซึ่งในที่นี้มีค่าเท่ากับ 4

กำหนดให้ระดับนัยสำคัญ (α) เท่ากับ 0.01 ได้ความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่1 เท่ากับ $1-(1-0.01)^4 = 0.0394$

และระดับนัยสำคัญ (α) เท่ากับ 0.05 ได้ความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 เท่ากับ $1-(1-0.05)^4 = 0.1855$

เมื่อคำนวณค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีแล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 ซึ่งถ้าวิธีการใดมีค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าดังกล่าวข้างต้น วิธีการนั้นก็จะเป็นวิธีการที่ดีกว่าในเชิงสถิติ

นั่นแสดงว่าค่าประมาณแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวนของวิธีการนั้นครอบคลุมค่าจริงได้ดีกว่า

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณองค์ประกอบโดยรวมสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ 2 วิธี คือ วิธีคลาสสิกและวิธีเบส์ โดยมีขั้นตอนในการวิจัย 3 ขั้นตอน ซึ่งขั้นตอนแรกคือ การสร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากรแบบปกติ ขั้นตอนที่สองคือ การคำนวณหาค่าประมาณแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวน โดยใช้ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ และในขั้นตอนสุดท้าย คือ การหาค่าประมาณแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวน โดยใช้อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ซึ่งในการวิจัยทั้ง 3 ขั้นตอน จะนำเสนอดังต่อไปนี้

3.1 การสร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากรแบบปกติ

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการสร้างการแจกแจงของประชากรแบบปกติ ด้วยเทคนิคมอนติคาโล โดยใช้ภาษา Mathematica 4.0 และประมวลผลด้วยเครื่อง PC (Personal Computer) ซึ่งการสร้างการแจกแจงแบบปกติจะต้องใช้ตัวเลขสุ่ม Random Number ที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniform)ในช่วง (0,1) เป็นพื้นฐาน ดังนั้นคุณสมบัติของตัวเลขสุ่มที่ดีควรประกอบด้วย

- ตัวเลขที่ได้มีลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform)
- ตัวเลขที่ได้เป็นอิสระแก่กัน
- อนุกรมของตัวเลขที่ได้สามารถซ้ำเดิมได้ (Reproducible)
- ขนาดของความยาวของอนุกรมตัวเลขไม่ซ้ำต้องยาวพอสำหรับการใช้งาน

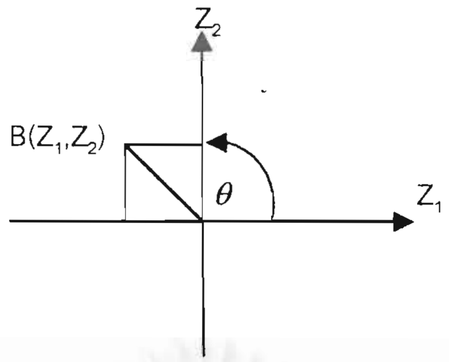
สำหรับการสร้างตัวเลขสุ่มในฟังก์ชัน Random โดยกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวเลขสุ่ม (SeedRandom) มีค่าเท่ากับ 5 โดยมีรายละเอียดในการสร้างการแจกแจงปกติเป็นดังนี้

การสร้างการแจกแจงปกติ $N(\mu,\sigma^2)$

การผลิตตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติใช้วิธีการของ Box Muller(1958)[1] โดยผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน $N(0,1)$ พร้อมกัน 2 ค่าและแต่ละค่าเป็นอิสระกันโดยใช้ตัวผลิต(generator) Z_1และ Z_2 พิจารณาดังรูปต่อไปนี้

---

[1] Box,G.E.P., and M.E. Muller,"A Note on the Generation of Random Normal Deviates" in Ann. Math. Statistics 29 (1958) : pp.610-611.



พิจารณาจากรูปจะได้

$$Z_1 = B\cos(\theta) \qquad (1)$$

$$Z_2 = B\sin(\theta) \qquad (2)$$

เนื่องจาก $B^2 = Z_1^2 + Z_2^2$ มีการแจกแจงไคสแควร์ด้วยระดับความเป็นอิสระ 2 และเทียบเท่ากับการแจกแจงชี้กำลัง (Exponential) ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 โดยใช้วิธีการแปลงผกผัน (Transformation) สามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงชี้กำลัง (Exponential) ได้ดังนี้

$$B = (-2\ln g)^{\frac{1}{2}} \qquad (3)$$

เมื่อ g เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniform) ในช่วง (0,1)

จากการสมมาตรของการแจกแจงปกติ (Normal) จะได้ว่ามุม θ มีการแจกแจงสม่ำเสมอระหว่าง 0 ถึง π เรเดียน และรัศมี B ทำมุมกับ θ เป็นอิสระกัน จาก (1),(2)และ(3) เราสามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน จากเลขสุ่ม 2 ชุด g_1 และ g_2 กล่าวคือ

$$Z_1 = (-2\ln g_1)^{\frac{1}{2}}\cos(2\pi g_2)$$

$$Z_2 = (-2\ln g_1)^{\frac{1}{2}}\sin(2\pi g_2)$$

ซึ่ง g_1 และ g_2 เป็นตัวเลขสุ่มที่สร้างจากฟังก์ชัน Random เมื่อได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานแล้ว จะทำการแปลงค่าเลขสุ่มดังกล่าวโดยอาศัยฟังก์ชัน

$$gn_1 = \mu + \sigma Z_1$$

$$gn_2 = \mu + \sigma Z_2$$

ซึ่งจะได้ว่า gn_1 และ gn_2 มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 นั่นคือ $gn_i \sim N(\mu,\sigma^2)$: i=1,2

ในงานวิจัยครั้งกำหนดให้

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk}$$

และกำหนดให้ $\tau_i, \alpha_j, \beta_k, \varepsilon_{ijk}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระกันด้วย
$E(\tau_i) = E(\alpha_j) = E(\beta_k) = E(\varepsilon_{ijk}) = 0$ และ
$Var(\tau_i) = \sigma_\tau^2, Var(\alpha_j) = \sigma_\alpha^2, Var(\beta_k) = \sigma_\beta^2, Var(\varepsilon_{ijk}) = \sigma_\varepsilon^2$

โดย $\sigma_\tau^2 = \sigma_\alpha^2 = \sigma_\beta^2 = k\sigma_\varepsilon^2$ ซึ่ง k เป็นค่าจำนวนเต็มคงที่
ดังนั้นเราจะได้ค่า Y_{ijk} ซึ่งเป็นค่าสังเกตในการทดลองนั้นๆ

3.2 การคำนวณค่าประมาณแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวน

เมื่อสร้างข้อมูล Y_{ijk} ที่เป็นไปตามข้อกำหนดข้างต้นได้แล้วนำไปคำนวณหาค่าประมาณแบบจุด

3.2.1 วิธีคลาสสิก แสดงได้ดังนี้

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_τ^2 คือ $\hat{\sigma}_\tau^2 = \dfrac{MST - MSE}{n}$

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_α^2 คือ $\hat{\sigma}_{\alpha\beta}^2 = \dfrac{MSA - MSE}{n}$

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_β^2 คือ $\hat{\sigma}_\beta^2 = \dfrac{MSB - MSE}{n}$

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_ε^2 คือ $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = MSE$

3.2.2 วิธีเบส์ แสดงได้ดังนี้

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_τ^2 คือ $\hat{\sigma}_\tau^2 = \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{SST}{\dfrac{(n-1)}{2} + 2} - MSE6 \right)$

โดยที่

$$MSE6 = \frac{SSE5}{a_6 ve6}$$

$$a_6 = \left[\left(\frac{ve5}{2}+1\right) \times \frac{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve5\right)+2\right)}{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve5\right)+1\right)}\right] - \left[\left(\frac{ve5}{2}\right) \times \frac{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(ve5)\right)+1\right)}{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}ve5\right)}\right]$$

$$ve6 = \left(\frac{ve5}{a_6}\right) \times \frac{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve5\right)+1\right)}{I_{x_6}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}ve5\right)}, \quad X_6 = \frac{SSB}{SSB+SSE5}$$

$$SSE5 = (MSE5)(ve5), \quad MSE5 = \frac{SSE}{a_5 ve5}$$

$$a_5 = \left[\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}+1\right) \times \frac{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+2\right)}{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}\right] - \left[\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}\right) \times \frac{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)\right)}\right]$$

$$ve5 = \left(\frac{(n-1)(n-2)}{a_5}\right) \times \frac{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}{I_{x_5}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)}, \quad X_5 = \frac{SSA}{SSA+SSE5}$$

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_{α}^{2} คือ

$$\hat{\sigma}_{\alpha}^{2} = \frac{1}{n}\left(\frac{SSA}{\frac{(n-1)}{2}+2} - MSE4\right)$$

โดยที่

$$MSE4 = \frac{SSE1}{a_4 ve4}$$

$$a_4 = \left[\left(\frac{ve1}{2}+1\right) \times \frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), (ve1)+2\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}\right] - \left[\left(\frac{ve1}{2}\right) \times \frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}ve1\right)}\right]$$

$$ve4 = \left(\frac{ve1}{a_4}\right) \times \frac{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}{I_{x_4}\left(\frac{1}{2}(n-1), ve1\right)}, \quad x_4 = \frac{SSB}{SSB + SSE1}$$

$$SSE1 = (MSE1)(ve1), \quad MSE1 = \frac{SSE}{a_1 ve1}$$

$$a_1 = \left[\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}+1\right) \times \frac{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+2\right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}\right]$$
$$- \left[\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}\right) \times \frac{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)\right)}\right]$$

$$ve1 = \left(\frac{(n-1)(n-2)}{a_1}\right) \times \frac{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1), \left(\frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)+1\right)}{I_{x_1}\left(\frac{1}{2}(n-1), \frac{1}{2}(n-1)(n-2)\right)}, \quad x_1 = \frac{SST}{SST + SSE}$$

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_β^2 คือ

$$\hat{\sigma}_\beta^2 = \frac{1}{n}\left(\frac{SSB}{\frac{(n-1)}{2}+2} - MSE2\right)$$

โดยที่

$$MSE2 = \frac{SSE1}{a_2 ve2}$$

$$a_2 = \left[\left(\frac{ve1}{2}+1\right)\times\frac{I_{X_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),(ve1)+2\right)}{I_{X_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}\right]-\left[\left(\frac{ve1}{2}\right)\times\frac{I_{X_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}{I_{X_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),\frac{1}{2}ve1\right)}\right]$$

$$ve2 = \left(\frac{ve1}{a_2}\right)\times\frac{I_{X_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve1\right)+1\right)}{I_{X_2}\left(\frac{1}{2}(n-1),ve1\right)},\quad X_2 = \frac{SSA}{SSA+SSE1}$$

ค่าประมาณแบบจุดสำหรับ σ_ε^2 คือ

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{SSE3}{(ve3+2)}$$

โดยที่

$$SSE3 = (MSE3)(ve3),\quad MSE3 = \frac{SSE1}{a_3 ve3}$$

$$a_3 = \left[\left(\frac{ve2}{2}+1\right)\times\frac{I_{X_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),(ve2)+2\right)}{I_{X_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve2\right)+1\right)}\right]-\left[\left(\frac{ve2}{2}\right)\times\frac{I_{X_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve2\right)+1\right)}{I_{X_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),\frac{1}{2}ve2\right)}\right]$$

$$ve3 = \left(\frac{ve2}{a_3}\right)\times\frac{I_{X_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),\left(\frac{1}{2}ve2\right)+1\right)}{I_{X_3}\left(\frac{1}{2}(n-1),ve2\right)},\quad X_3 = \frac{SSB}{SSB+SSE2}$$

3.2.3 การคำนวณหาระยะทางยุคลิดเฉลี่ย

วิธีคลาสสิก

$(EuCl)_i$ = **ระยะทางยุคลิดการทดลองที่ i ของวิธีคลาสสิก**

$$= \sqrt{\left(\hat{\sigma}_{\tau_{Ci}}^2-\sigma_{\tau_i}^2\right)^2+\left(\hat{\sigma}_{\alpha_{Ci}}^2-\sigma_{\alpha_i}^2\right)^2+\left(\hat{\sigma}_{\beta_{Ci}}^2-\sigma_{\beta_i}^2\right)^2+\left(\hat{\sigma}_{\varepsilon_{Ci}}^2-\sigma_{\varepsilon_i}^2\right)^2}$$

$\overline{\text{EuCl}}$ = ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของวิธีคลาสสิก

$$= \frac{\sum_{i=1}^{L} (\text{EuCl})_i}{L}$$

วิธีเบส์

$(\text{EuB})_i$ = ระยะทางยุคลิดการทดลองที่ i ของวิธีเบส์

$$= \sqrt{\left(\hat\sigma^2_{\tau_{B_i}} - \sigma^2_{\tau_i}\right)^2 + \left(\hat\sigma^2_{\alpha_{B_i}} - \sigma^2_{\alpha_i}\right)^2 + \left(\hat\sigma^2_{\beta_{B_i}} - \sigma^2_{\beta_i}\right)^2 + \left(\hat\sigma^2_{\varepsilon_{B_i}} - \sigma^2_{\varepsilon_i}\right)^2}$$

$\overline{\text{EuB}}$ = ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของวิธีคลาสสิก

$$= \frac{\sum_{i=1}^{L} (\text{EuB})_i}{L}$$

โดยที่ i คือ ค่าเริ่มต้นในการหาค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย

L คือ จำนวนการทดลองทั้งหมดที่ทำให้ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยลู่เข้าสู่ค่าคงที่

ดังนั้น ถ้าวิธีการใดที่ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าก็จะเป็นวิธีการประมาณที่ดีกว่าในภาพรวมของการประมาณ นั่นแสดงว่าค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนที่ได้มีค่าโดยส่วนใหญ่ใกล้เคียงค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนมากกว่า

3.3 การคำนวณค่าประมาณแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวน

3.3.1 วิธีคลาสสิก

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_τ^2 คือ $\dfrac{r_t\hat\sigma_\tau^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_t}} \le \sigma_\alpha^2 \le \dfrac{r_t\hat\sigma_\tau^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_t}}$

โดยที่ $\hat\sigma_\tau^2 = \dfrac{MST - MSE}{n}$, $r_t = \dfrac{(MST - MSE)^2}{\dfrac{MST^2}{(n-1)} + \dfrac{MSE^2}{(n-1)(n-2)}}$

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_α^2 คือ $\dfrac{r_a\hat\sigma_\alpha^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_a}} \le \sigma_\alpha^2 \le \dfrac{r_a\hat\sigma_\alpha^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_a}}$

โดยที่ $\hat{\sigma}_{\alpha}^{2} = \dfrac{MSA - MSE}{n}$, $r_a = \dfrac{(MSA - MSE)^2}{\dfrac{MSA^2}{(n-1)} + \dfrac{MSE^2}{(n-1)(n-2)}}$

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_{β}^{2} คือ $\dfrac{r_b\hat{\sigma}_{\beta}^{2}}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},r_b}} \le \sigma_{\beta}^{2} \le \dfrac{r_b\hat{\sigma}_{\beta}^{2}}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},r_b}}$

โดยที่ $\hat{\sigma}_{\beta}^{2} = \dfrac{MSB - MSE}{n}$, $r_b = \dfrac{(MSB - MSE)^2}{\dfrac{MSB^2}{(n-1)} + \dfrac{MSE^2}{(n-1)(n-2)}}$

และช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_{ε}^{2} คือ $\dfrac{SSE}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},(n-1)(n-2)}} \le {\sigma_{\varepsilon}}^2 \le \dfrac{SSE}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)(n-2)}}$

3.3.2 วิธีเบส์

ช่วงความเชื่อถือ $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_{τ}^{2} คือ

$$\int_0^{Lt} g(\sigma_{\tau}^{2})d\sigma_{\tau}^{2} = \frac{\alpha}{2} < \sigma_{\tau}^{2} < \int_{Ut}^{\infty} g(\sigma_{\tau}^{2})d\sigma_{\tau}^{2} = 1-\frac{\alpha}{2}$$

ช่วงความเชื่อถือ $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_{α}^{2} คือ

$$\int_0^{La} g(\sigma_{\alpha}^{2})d\sigma_{\alpha}^{2} = \frac{\alpha}{2} < \sigma_{\alpha}^{2} < \int_{Ua}^{\infty} g(\sigma_{\alpha}^{2})d\sigma_{\alpha}^{2} = 1-\frac{\alpha}{2}$$

ช่วงความเชื่อถือ $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_{β}^{2} คือ

$$\int_0^{Lb} g(\sigma_{\beta}^{2})d\sigma_{\beta}^{2} = \frac{\alpha}{2} < \sigma_{\beta}^{2} < \int_{Ub}^{\infty} g(\sigma_{\beta}^{2})d\sigma_{\beta}^{2} = 1-\frac{\alpha}{2}$$

และช่วงความเชื่อถือ $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_{ε}^{2} คือ

$$\int_0^{Le} g(\sigma_{\varepsilon}^{2})d\sigma_{\varepsilon}^{2} = \frac{\alpha}{2} < \sigma_{\varepsilon}^{2} < \int_{Ue}^{\infty} g(\sigma_{\varepsilon}^{2})d\sigma_{\varepsilon}^{2} = 1-\frac{\alpha}{2}$$

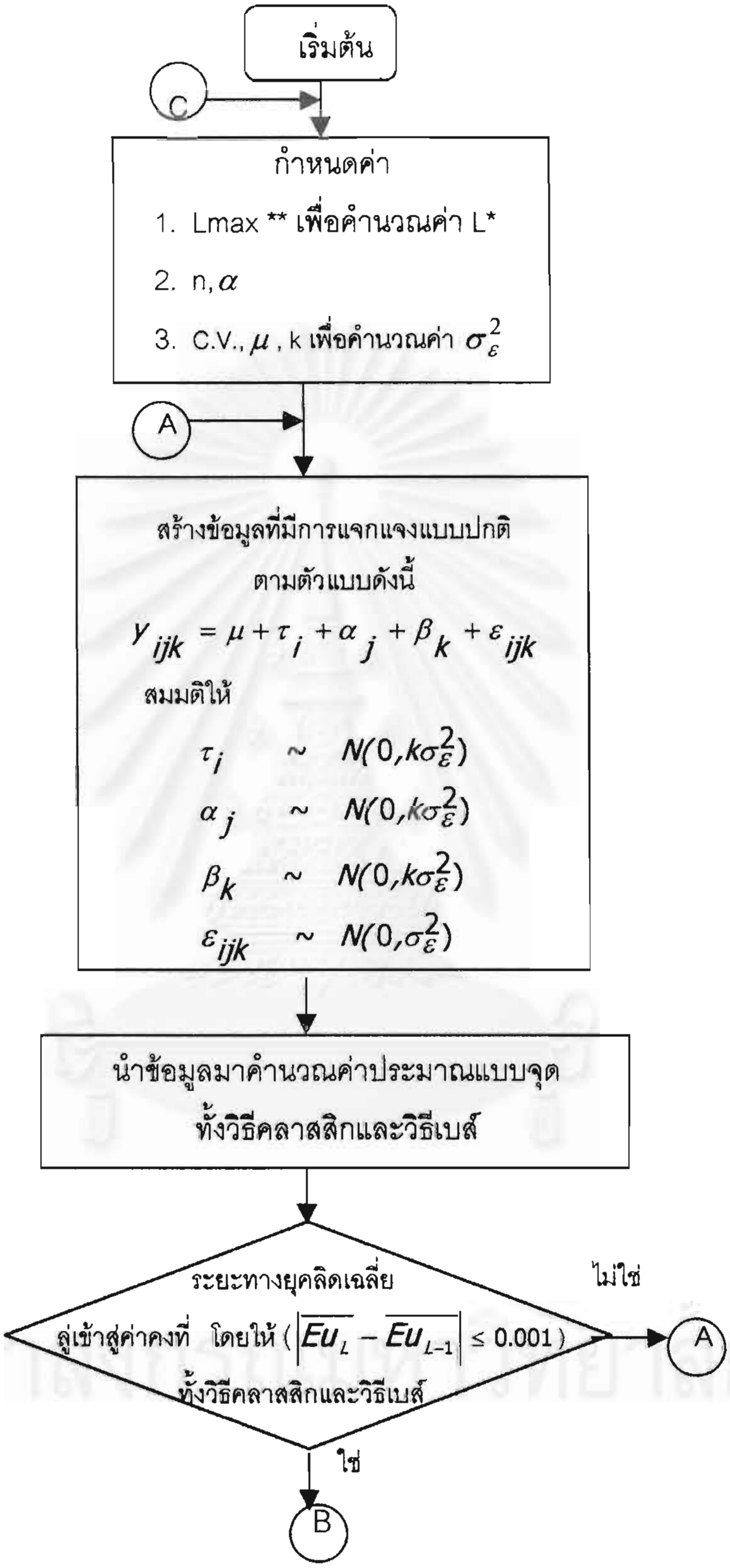
3.3.3 การคำนวณหาอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง

$$\text{อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง} = \frac{\text{จำนวนการทดลองอย่างน้อย 1 องค์ประกอบความแปรปรวนไม่ครอบคลุมค่าจริง}}{\text{จำนวนการทดลองทั้งหมด}}$$

เมื่อคำนวณค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีแล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ α = 0.01, 0.05 เท่ากับ 0.0394 และ0.18549 ตามลำดับ ถ้าวิธีการใดมีค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 มากกว่าวิธีการนั้นก็จะเป็นวิธีการที่ดีกว่าในเชิงสถิติ

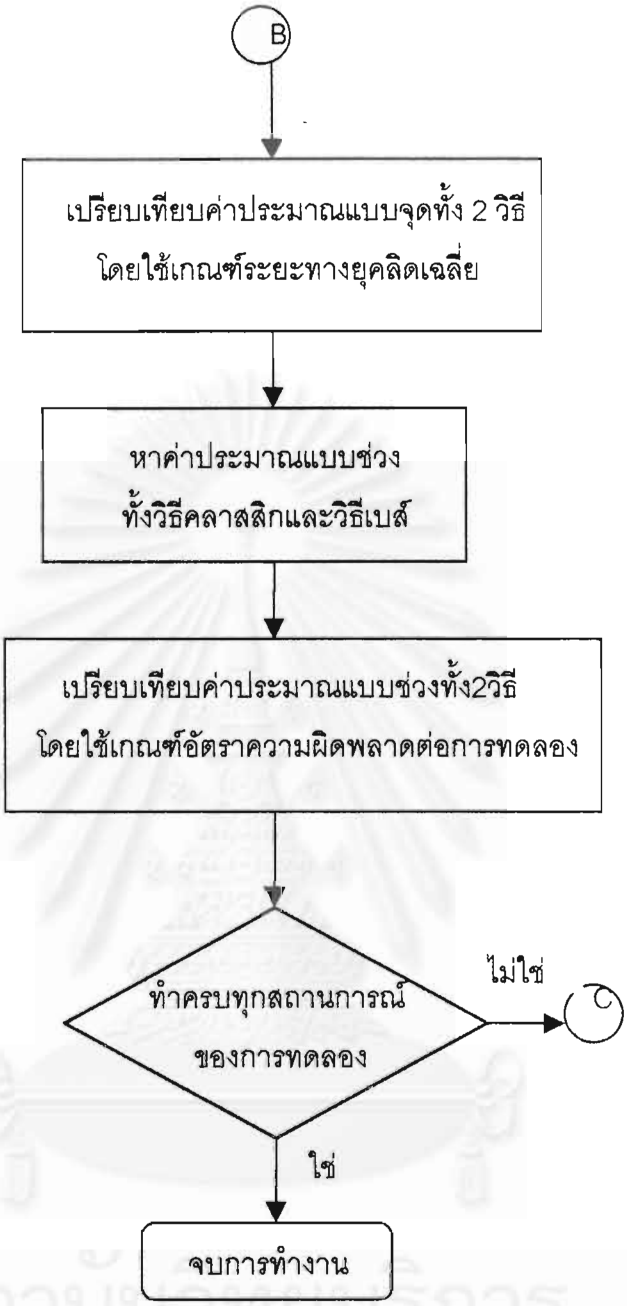
โดยมีขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรมดังนี้

ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม



** จำนวนการทดลองทั้งหมด

* จำนวนการทดลองที่ทำให้ค่าประมาณแบบจุดมีค่าเป็นบวก


B
เปรียบเทียบค่าประมาณแบบจุดทั้ง 2 วิธี
โดยใช้เกณฑ์ระยะทางยุคลิดเฉลี่ย
หาค่าประมาณแบบช่วง
ทั้งวิธีคลาสสิกและวิธีเบส์
เปรียบเทียบค่าประมาณแบบช่วงทั้ง2วิธี
โดยใช้เกณฑ์อัตราความผิดพลาดต่อการทดลอง
ทำครบทุกสถานการณ์
ของการทดลอง
ไม่ใช่
C
ใช่
จบการทำงาน

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ทั้ง 2 วิธี คือ การประมาณค่าวิธีคลาสสิก (Classical Estimation) และการประมาณค่าวิธีเบส์ (Bayesian Estimation) เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธีแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ในขั้นตอนแรกใช้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวน นั่นคือ ถ้าการประมาณแบบใดให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าก็จะเป็นวิธีการประมาณที่ดีกว่าในภาพรวมของการประมาณ ซึ่งแสดงว่าค่าประมาณขององค์ประกอบความแปรปรวนแบบจุดที่ได้มีค่าโดยส่วนใหญ่ใกล้เคียงค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนนั้น และในขั้นตอนสุดท้ายใช้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวน นั่นคือถ้าวิธีการใดมีค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 มากกว่า วิธีการนั้นก็จะเป็นวิธีการที่ดีกว่าในเชิงสถิติ

การนำเสนอค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ณ ระดับสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (C.V.) จำนวนระดับปัจจัย (n) และค่าคงที่ k ต่างๆ จากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี ซึ่งผลจากการทดลองได้นำเสนอดังตารางที่ 4.1-4.9 และรูปที่ 4.1-4.27 ตามลำดับ และค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง ณ ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01 และ 0.05 ได้นำเสนอดังตารางที่ 4.10-4.13 และรูปที่ 4.28-4.40 ตามลำดับ จากวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี

4.1 ผลจากการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี

4.1.1. การเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อกำหนดให้ค่าคงที่ k และจำนวนระดับปัจจัยคงที่ แสดงได้ดังตารางนี้

ตารางที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อค่าคงที่ k = 1

ค่าคงที่ k	จำนวนระดับปัจจัย (n)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนการทดลองคู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
1	3	5 %	60	1.9080	1.3826	0.5254
		15 %	344	18.9543	13.1756	5.7786
		25 %	344	52.6507	36.5989	16.0518
	4	5 %	110	1.4782	1.2161	0.2621
		15 %	139	13.5103	11.0252	2.4851
		25 %	764	38.5846	31.1938	7.3908
	5	5 %	80	1.1948	1.0894	0.1054
		15 %	344	11.8329	10.0474	1.7855
		25 %	1049	32.864	28.0392	4.8248

ตารางที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อ ค่าคงที่ k = 2

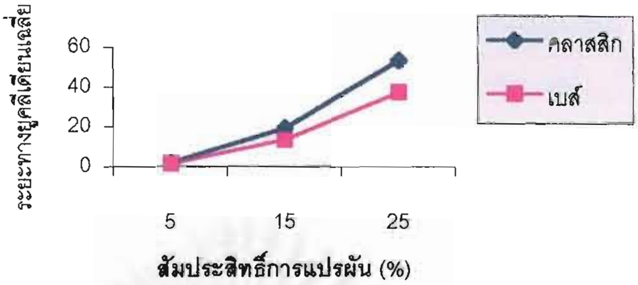
ค่าคงที่ k	จำนวนระดับปัจจัย (n)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนการทดลองสู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
2	3	5 %	53	1.8731	1.3356	0.5375
		15 %	379	17.6711	12.7646	4.90647
		25 %	783	48.8798	35.553	13.3268
	4	5 %	124	1.4822	1.2728	0.2094
		15 %	355	13.8471	11.6408	2.2063
		25 %	355	38.4642	32.3356	6.1286
	5	5 %	91	1.2544	1.1406	0.1138
		15 %	417	12.1973	10.5947	1.6026
		25 %	582	34.4233	29.6204	4.8029

ตารางที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อ ค่าคงที่ k = 3

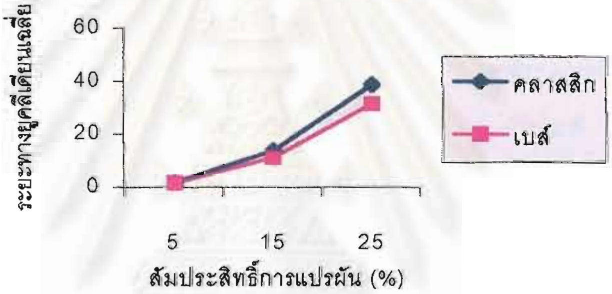
ค่าคงที่ k	จำนวนระดับปัจจัย (n)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนการทดลองคู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
3	3	5 %	148	1.8723	1.4199	0.4524
		15 %	237	16.8439	12.8568	3.9871
		25 %	721	49.1463	32.2133	12.9330
	4	5 %	133	1.5178	1.3026	0.2152
		15 %	396	14.1525	12.0046	2.1479
		25 %	876	40.1680	33.5540	6.6140
	5	5 %	100	1.2755	1.1655	0.1100
		15 %	436	12.3926	10.8777	1.5149
		25 %	766	34.9646	30.3504	4.6142

จากตารางที่ 4.1-4.3 เพื่อให้เห็นภาพการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ ในทุกสถานการณ์ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ดังรูปที่ 4.1-4.9

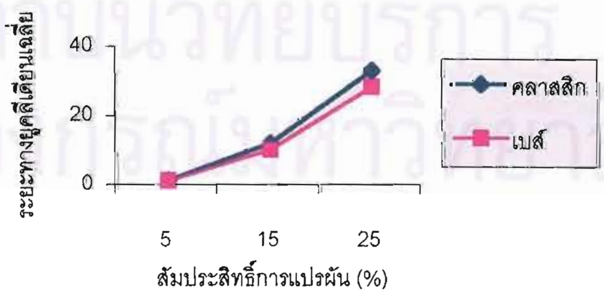
รูปที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=3 และค่าคงที่ k = 1



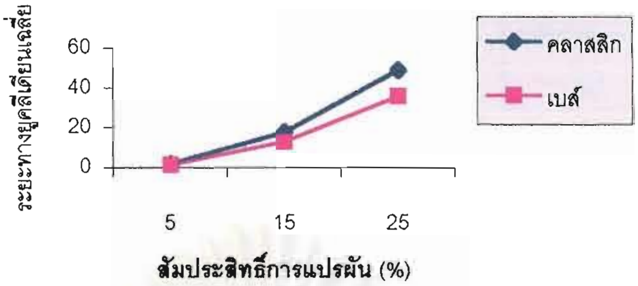
รูปที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=4 และค่าคงที่ k = 1



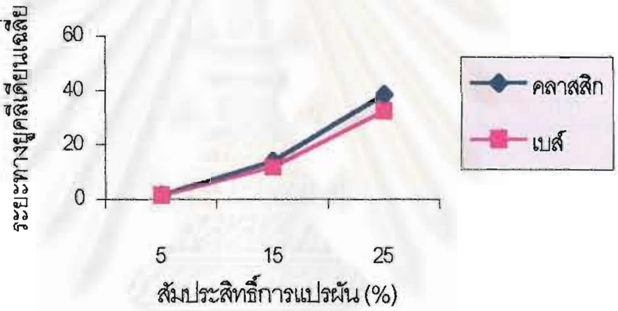
รูปที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=5 และค่าคงที่ k = 1



รูปที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=3 และค่าคงที่ k = 2

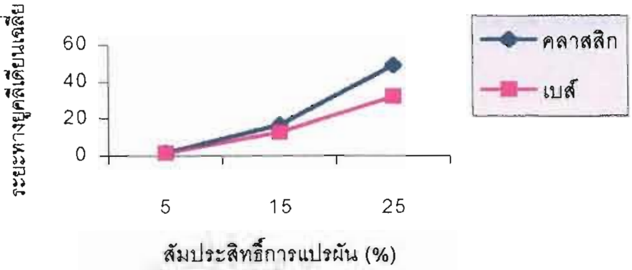


รูปที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n= 4 และค่าคงที่ k = 2



รูปที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่าง ๆ เมื่อ จำนวนระดับปัจจัย คือ n=5 และค่าคงที่ k = 2

รูปที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=3 และค่าคงที่ k = 3



รูปที่ 4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n =4 และค่าคงที่ k = 3

รูปที่ 4.9 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n =5 และค่าคงที่ k = 3

จากรูปที่ 4.1 – 4.9 เห็นได้ว่า เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันมีค่าเพิ่มขึ้น ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้งวิธีคลาสสิกและวิธีเบส์มีค่าเพิ่มขึ้นด้วย และค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน ณ ระดับต่างๆ ในทุกสถานการณ์ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ต่ำกว่าวิธีคลาสสิก นั่นคือค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ให้ค่าโดยส่วนใหญ่ใกล้เคียงค่าจริงมากกว่าค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีคลาสสิก

4.1.2. การเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อกำหนดให้สัมประสิทธิ์การแปรผันและค่าคงที่ k คงที่ แสดงได้ดังตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อค่าคงที่ k = 1

ค่าคงที่ k	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนระดับปัจจัย (n)	จำนวนการทดลองสู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
1	5 %	3	60	1.9080	1.3826	0.5254
		4	110	1.4782	1.2161	0.2621
		5	80	1.1948	1.0894	0.1054
	15 %	3	344	18.9543	13.1756	5.7786
		4	139	13.5103	11.0252	2.4851
		5	344	11.8329	10.0474	1.7855
	25 %	3	344	52.6507	36.5989	16.0518
		4	764	38.5846	31.1938	7.3908
		5	1049	32.864	28.0392	4.8248

ตารางที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อค่าคงที่ k = 2

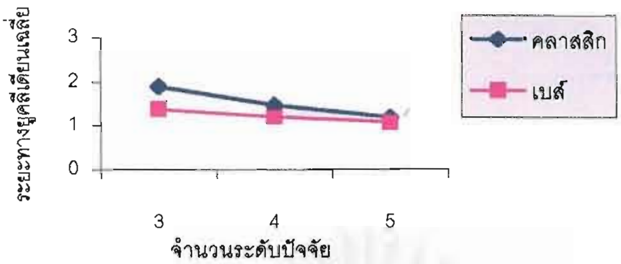
ค่าคงที่ k	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนระดับปัจจัย (n)	จำนวนการทดลองสู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
2	5 %	3	53	1.8731	1.3356	0.5375
		4	124	1.4822	1.2728	0.2094
		5	91	1.2544	1.1406	0.1138
	15 %	3	379	17.6711	12.7646	4.9065
		4	355	13.8471	11.6408	2.2063
		5	417	12.1973	10.5947	1.6026
	25 %	3	783	48.8798	35.553	13.3268
		4	355	38.4642	32.3356	6.1286
		5	582	34.4233	29.6204	4.8029

ตารางที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อค่าคงที่ k = 3

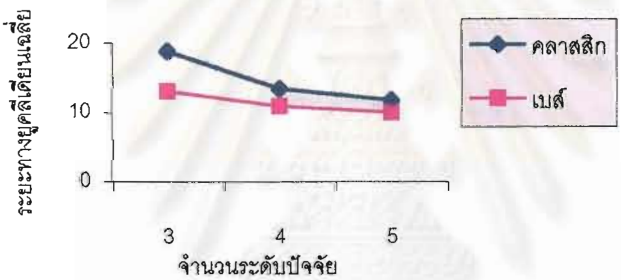
ค่าคงที่ k	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนระดับปัจจัย (n)	จำนวนการทดลองสู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
3	5 %	3	148	1.8723	1.4199	0.4524
		4	133	1.5178	1.3026	0.2152
		5	100	1.2755	1.1655	0.1100
	15 %	3	237	16.8439	12.8568	3.9871
		4	396	14.1525	12.0046	2.1479
		5	436	12.3926	10.8777	1.5149
	25 %	3	721	49.1463	32.2133	12.933
		4	876	40.1680	33.5540	6.6140
		5	766	34.9646	30.3504	4.1642

จากตารางที่ 4.4-4.6 เพื่อให้เห็นภาพการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ ในทุกสถานการณ์ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ดังรูปที่ 4.10-4.18

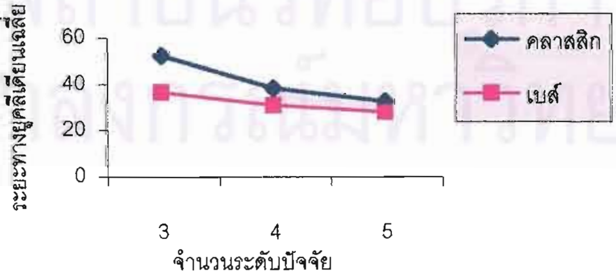
รูปที่ 4.10 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 5% และค่าคงที่ k = 1



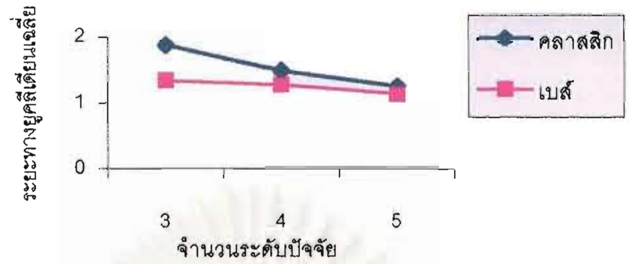
รูปที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 15% และค่าคงที่ k = 1



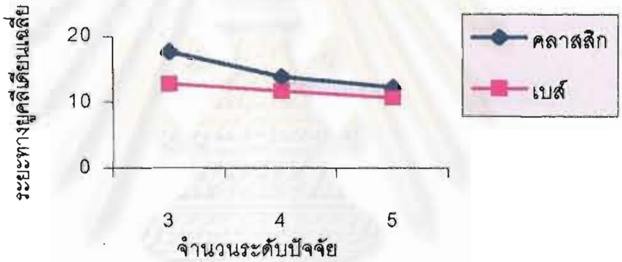
รูปที่ 4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 25% และค่าคงที่ k = 1



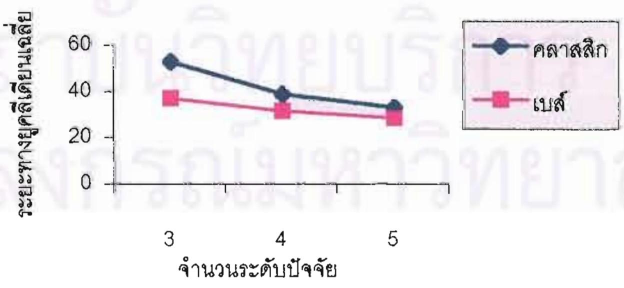
รูปที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 5% และค่าคงที่ k = 2



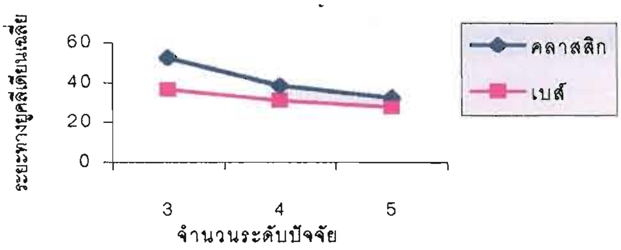
รูปที่ 4.14 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 15% และค่าคงที่ k = 2



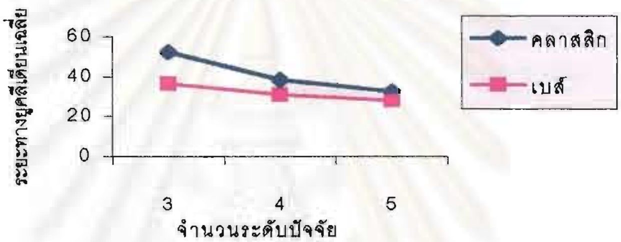
รูปที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 25% และค่าคงที่ k = 2



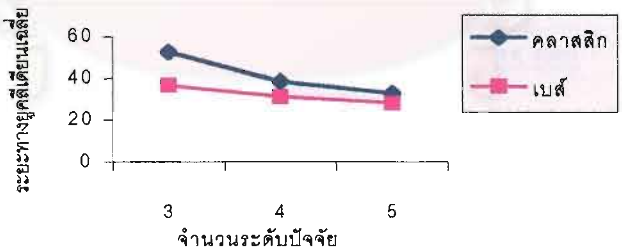
รูปที่ 4.16 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 5% และค่าคงที่ k = 3



รูปที่ 4.17 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 15% และค่าคงที่ k = 3



รูปที่ 4.18 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน= 25% และค่าคงที่ k = 3



จากรูปที่ 4.10 – 4.18 เห็นได้ว่า เมื่อจำนวนระดับปัจจัยมีค่าเพิ่มขึ้น ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิกและทั้งวิธีเบส์มีค่าลดลง และจำนวนระดับปัจจัย ณ ระดับต่างๆ ในทุกสถานการณ์จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ต่ำกว่าวิธีคลาสสิก นั่นคือค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ให้ค่าโดยส่วนใหญ่ใกล้เคียงค่าจริงมากกว่าค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีคลาสสิก

4.1.3 การเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ย ณ ระดับค่าคงที่ k เมื่อกำหนดให้สัมประสิทธิ์การแปรผันและจำนวนระดับปัจจัยคงที่ แสดงได้ดังตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ระดับค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=3

จำนวนระดับปัจจัย (n)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	ค่าคงที่ k	จำนวนการทดลองสู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
3	5 %	1	60	1.9080	1.3826	0.5254
		2	53*	1.8731	1.3356	0.5375
		3	148	1.8723	1.4199	0.4524
	15 %	1	344	18.9543	13.1756	5.7786
		2	379	17.6711	12.7646	4.9065
		3	237*	16.8439	12.8568	3.9871
	25 %	1	344	52.6507	36.5989	16.0518
		2	783	48.8798	35.553	13.3268
		3	721*	49.1463	32.2133	12.933

* อาจเกิดจากการกำหนดให้ทำการทดลองจนกว่าค่าสัมบูรณ์ของระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของจำนวนการทดลองรอบนี้มีค่าแตกต่างจากระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของจำนวนการทดลองรอบก่อนหน้าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.001 ซึ่งทำให้เกิดการหยุดนิ่งที่เร็วขึ้น

ตารางที่ 4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ระดับค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=4

จำนวนระดับปัจจัย (n)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	ค่าคงที่ k	จำนวนการทดลองสู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
4	5 %	1	110	1.4782	1.2161	0.2621
		2	124	1.4822	1.2728	0.2094
		3	133	1.5178	1.3026	0.2152
	15 %	1	139	13.5103	11.0252	2.4851
		2	355	13.8471	11.6408	2.2063
		3	396	14.1525	12.0046	2.1479
	25 %	1	764	38.5846	31.1938	7.3908
		2	355*	38.4642	32.3356	6.1286
		3	876	40.1680	33.5540	6.6140

* อาจเกิดจากการกำหนดให้ทำการทดลองจนกว่าค่าสัมบูรณ์ของระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของจำนวนการทดลองรอบนี้มีค่าแตกต่างจากระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของจำนวนการทดลองรอบก่อนหน้าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.001 ซึ่งทำให้เกิดการหยุดนิ่งที่เร็วขึ้น

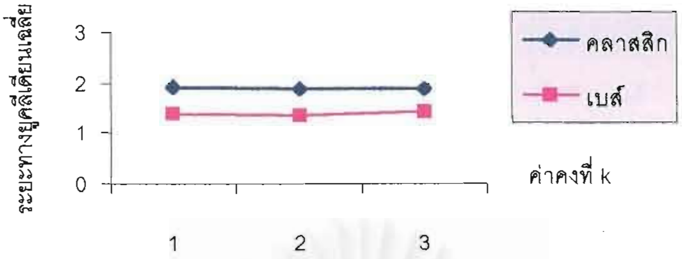
ตารางที่ 4.9 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ระดับค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=5

จำนวนระดับปัจจัย (n)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	ค่าคงที่ k	จำนวนการทดลองสู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิก ($\overline{EuCl}$)	ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ ($\overline{EuB}$)	ความแตกต่างระหว่างระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี (Diff)
5	5 %	1	80	1.1948	1.0894	0.1054
		2	91	1.2544	1.1406	0.1138
		3	100	1.2755	1.1655	0.1100
	15 %	1	344	11.8329	10.0474	1.7855
		2	417	12.1973	10.5947	1.6026
		3	436	12.3926	10.8777	1.5149
	25 %	1	1049	32.864	28.0392	4.8248
		2	582*	34.4233	29.6204	4.8029
		3	766*	34.9646	30.3504	4.6142

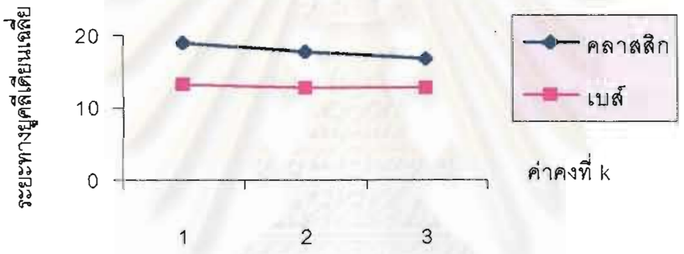
จากตารางที่ 4.7-4.9 เพื่อให้เห็นภาพการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ระดับค่าคงที่ k ต่างๆ ในทุกสถานการณ์ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ดังรูปที่ 4.19-4.27

* อาจเกิดจากการกำหนดให้ทำการทดลองจนกว่าค่าสัมบูรณ์ของระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของจำนวนการทดลองรอบนี้มีค่าแตกต่างจากระยะทางยุคลิดเฉลี่ยของจำนวนการทดลองรอบก่อนหน้าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.001 ซึ่งทำให้เกิดการหยุดนิ่งที่เร็วขึ้น

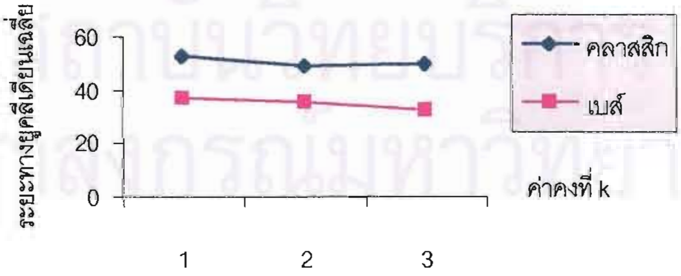
รูปที่ 4.19 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =3 และ สัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.05



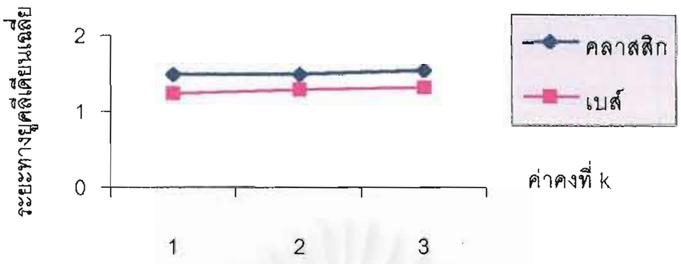
รูปที่ 4.20 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=3 และสัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.15



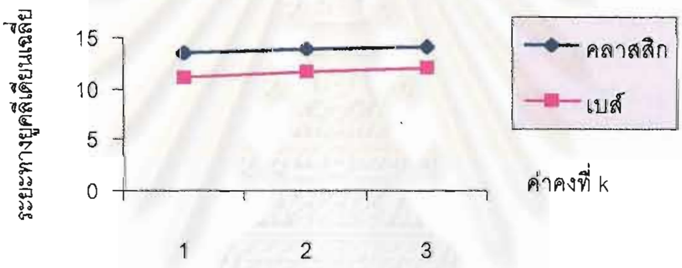
รูปที่ 4.21 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n=3 และสัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.25



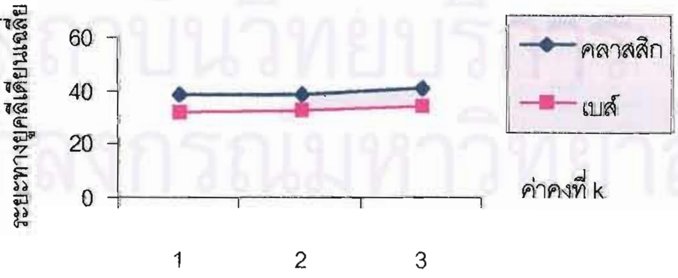
รูปที่ 4.21 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =4 และ สัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.05



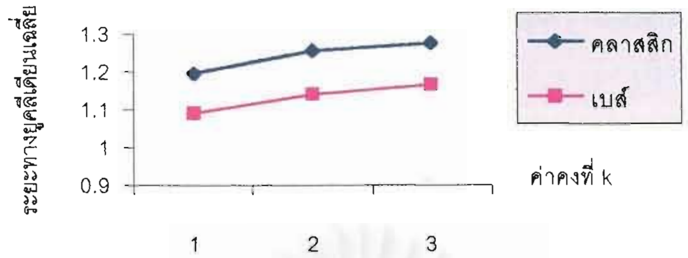
รูปที่ 4.22 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=4 และสัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.15



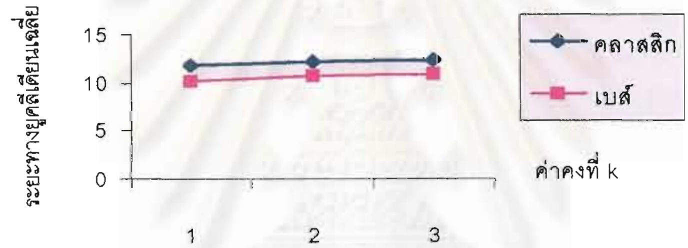
รูปที่ 4.23 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n=4 และสัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.25



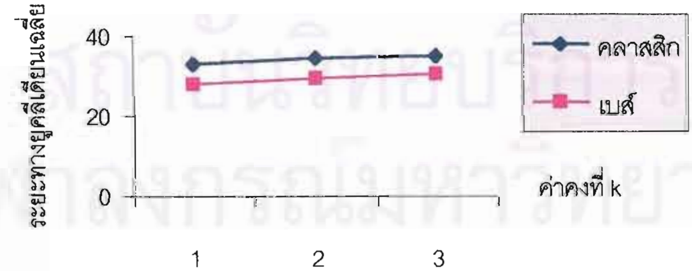
รูปที่ 4.24 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =3 และ สัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.05



รูปที่ 4.25 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัย คือ n=3 และสัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.15



รูปที่ 4.26 แสดงการเปรียบเทียบค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้ง 2 วิธี ณ ค่าคงที่ k ต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n=3 และสัมประสิทธิ์แปรผัน คือ 0.25



จากรูปที่ 4.19 – 4.27 เห็นได้ว่า เมื่อ k มีค่าเพิ่มขึ้น ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้งวิธีคลาสสิกและวิธีเบส์มีค่าแตกต่างกันน้อย และค่า k ณ ระดับต่างๆ ในทุกสถานการณ์จะให้ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ต่ำกว่าวิธีคลาสสิก นั่นคือค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ให้ค่าโดยส่วนใหญ่ใกล้เคียงค่าจริงมากกว่าค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีคลาสสิก

และในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาเฉพาะกรณี k = 1 เนื่องจากว่าผู้วิจัยมีข้อจำกัดในด้านการประมวลผลของเครื่องคอมพิวเตอร์ และเพื่อให้สะดวกต่อการนำไปคำนวณหาค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองในการเปรียบเทียบกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 ด้วย ดังตารางที่ 4.10-4.13 ดังต่อไปนี้

4.2 ผลจากการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธี

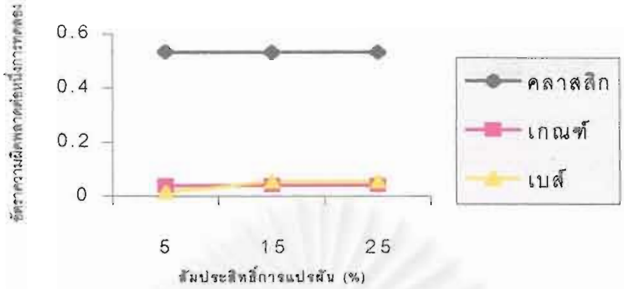
4.2.1 การเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 ตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ แสดงดังตารางที่ 4.10-4.11 ดังนี้

ตารางที่ 4.10 แสดงค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธี ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันต่าง ๆ **เมื่อระดับนัยสำคัญ คือ** α =0.01

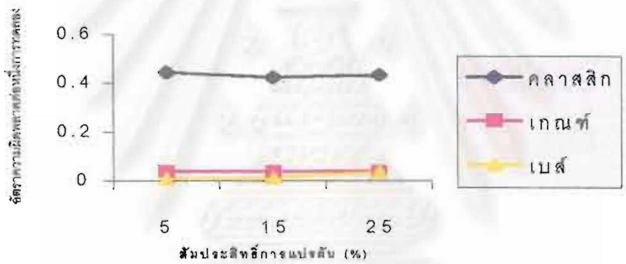
ระดับนัยสำคัญ (α)	จำนวนระดับปัจจัย (n)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนการทดลองที่ลู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง วิธีคลาสสิก	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง วิธีเบส์
0.01	3	5%	60	0.5333	0.0167
		15%	344	0.5320	0.0552
		25%	344	0.5320	0.0552
	4	5%	110	0.4455	0.0091
		15%	139	0.4245	0.0144
		25%	764	0.4345	0.0380
	5	5%	80	0.225	0.0375
		15%	344	0.2645	0.0465
		25%	1049	0.2459	0.035

จากตารางที่ 4.10 นำค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีเปรียบเทียบกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 = 0.0394 ณ ระดับนัยสำคัญ (α)= 0.01 ถ้าวิธีการใดให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 มากกว่าวิธีการนั้นครอบคลุมค่าจริงได้ดีกว่า เพื่อให้เห็นภาพการเปรียบเทียบชัดเจนขึ้นแสดงได้ดังรูปที่4.28–4.30

รูปที่ 4.28 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α=0.01) ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =3



รูปที่ 4.29 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α=0.01) ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =4



รูปที่ 4.30 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α=0.01) ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =5

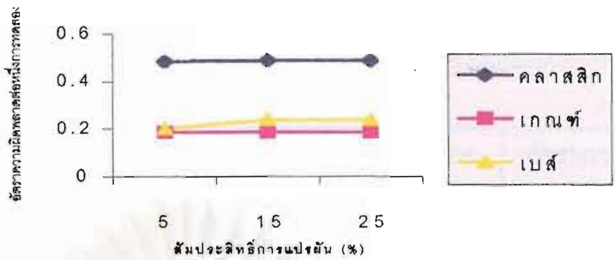
จากรูปที่ 4.28-4.30 เห็นได้ว่า ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันระดับต่างๆ ให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองวิธีเบส์ใกล้เคียงค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 (α=0.01)=0.0394 มากกว่าวิธีคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลอง

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธี ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันต่าง ๆ เมื่อระดับนัยสำคัญ คือ α =0.05

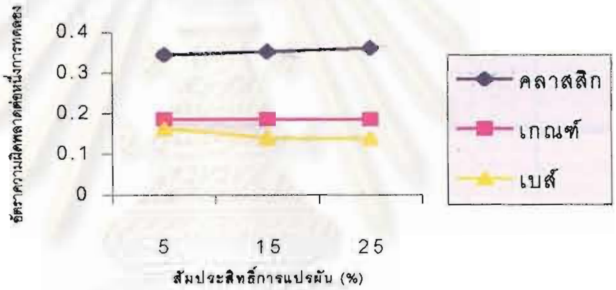
ระดับนัยสำคัญ (α)	จำนวนระดับปัจจัย (n)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนการทดลองที่สู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองวิธีคลาสสิก	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองวิธีเบส์
0.05	3	5%	60	0.4833	0.2000
		15%	344	0.4884	0.2384
		25%	344	0.4884	0.2384
	4	5%	110	0.3455	0.1625
		15%	139	0.3525	0.1395
		25%	764	0.3613	0.1382
	5	5%	80	0.2250	0.1625
		15%	344	0.2587	0.1395
		25%	1049	0.2565	0.1382

จากตารางที่ 4.11 นำค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีเปรียบเทียบกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 = 0.1855 ณ ระดับนัยสำคัญ (α)= 0.05 ถ้าวิธีการใดให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 มากกว่าวิธีการนั้นครอบคลุมค่าจริงได้ดีกว่า เพื่อให้เห็นภาพการเปรียบเทียบชัดเจนขึ้นแสดงได้ดังรูปที่ 4.31–4.33

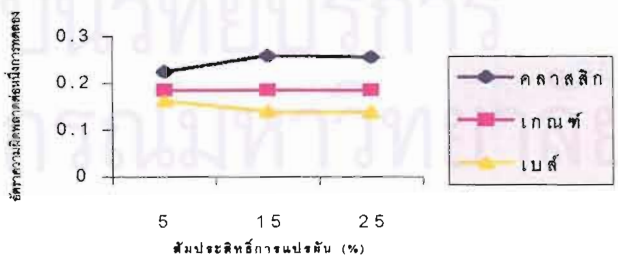
รูปที่ 4.31 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.05) ณ สัมประสิทธ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =3



รูปที่ 4.32 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.05) ณ สัมประสิทธ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =4



รูปที่ 4.33 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.05) ณ สัมประสิทธ์การแปรผันต่างๆ เมื่อจำนวนระดับปัจจัยคือ n =5



จากรูปที่ 4.31-4.33 จะเห็นได้ว่า ณ สัมประสิทธิ์การแปรผันระดับต่างๆ จะให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองวิธีเบส์ใกล้เคียงค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 (α =0.05) = 0.1855 มากกว่าวิธีคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลอง

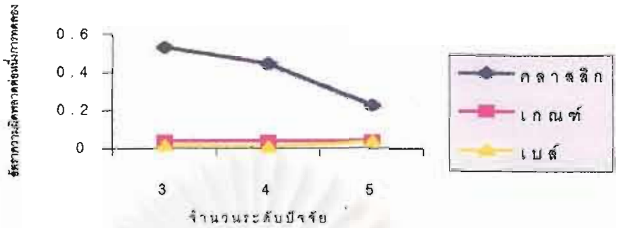
4.2.2 การเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 ตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ แสดงได้ดังตารางที่ 4.12–4.13 ดังนี้

ตารางที่ 4.12 แสดงค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่าง ๆ เมื่อระดับนัยสำคัญ คือ α =0.01

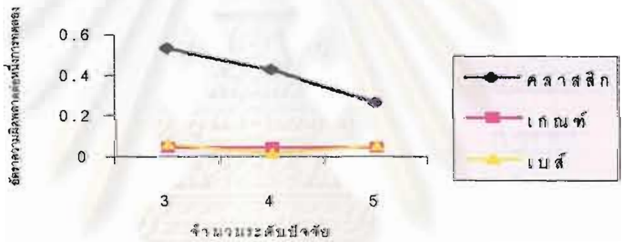
ระดับนัยสำคัญ (α)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนระดับปัจจัย (n)	จำนวนการทดลองที่ลู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง วิธีคลาสสิก	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลอง วิธีเบส์
0.01	5%	3	60	0.5333	0.0167
		4	110	0.4455	0.0091
		5	80	0.2250	0.0375
	15%	3	344	0.5320	0.0552
		4	139	0.4245	0.0144
		5	344	0.2645	0.0465
	25%	3	344	0.5320	0.0552
		4	764	0.4345	0.0380
		5	1049	0.2459	0.0353

จากตารางที่ 4.12 นำค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีเปรียบเทียบกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 = 0.0394 ณ ระดับนัยสำคัญ (α)= 0.01 ถ้าวิธีการใดให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 มากกว่าวิธีการนั้นครอบคลุมค่าจริงได้ดีกว่า เพื่อให้เห็นภาพการเปรียบเทียบชัดเจนขึ้นแสดงได้ดังรูปที่4.34–4.36

รูปที่ 4.34 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.01) ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันคือ 5%



รูปที่ 4.35 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.01) ณ จำนวนระดับปัจจัยต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันคือ 15%



รูปที่ 4.36 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.01) ณ จำนวนระดับปัจจัยต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันคือ 25%

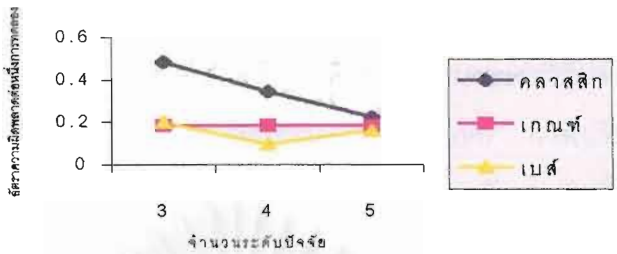
จากรูปที่ 4.34-4.36 เห็นได้ว่า ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ ให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองวิธีเบส์ใกล้เคียงค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.01) = 0.0394 มากกว่าวิธีคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลอง

ตารางที่ 4.13 แสดงค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธี ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ เมื่อระดับนัยสำคัญ คือ α =0.05

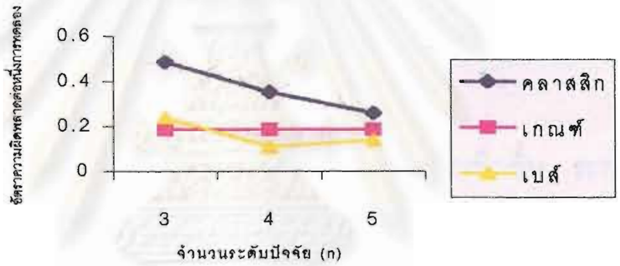
ระดับนัยสำคัญ (α)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)	จำนวนระดับปัจจัย (n)	จำนวนการทดลองที่สู่เข้าสู่ค่าคงที่ (L)	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองวิธีคลาสสิก	อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองวิธีเบส์
0.05	5%	3	60	0.4833	0.2
		4	110	0.3455	0.1
		5	80	0.2250	0.1625
	15%	3	344	0.4884	0.2384
		4	139	0.3525	0.1079
		5	344	0.2587	0.1395
	25%	3	344	0.4884	0.2384
		4	764	0.36123	0.1492
		5	1049	0.2565	0.1382

จากตารางที่ 4.13 นำค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีเปรียบเทียบกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 = 0.1855 ณ ระดับนัยสำคัญ (α)= 0.05 ถ้าวิธีการใดให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 มากกว่าวิธีการนั้นครอบคลุมค่าจริงได้ดีกว่า เพื่อให้เห็นภาพการเปรียบเทียบชัดเจนขึ้นแสดงได้ดังรูปที่ 4.37–4.39

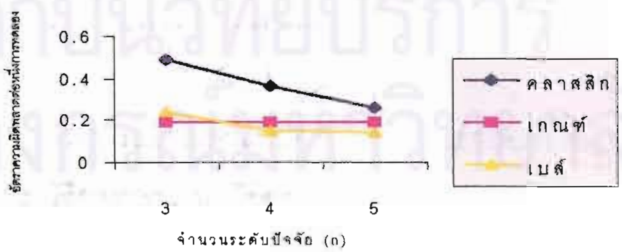
รูปที่ 4.37แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.05) ณ จำนวนระดับปัจจัยต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันคือ 5%



รูปที่ 4.38 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.05) ณ จำนวนระดับปัจจัยต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันคือ 15%



รูปที่ 4.39 แสดงการเปรียบเทียบค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองทั้ง 2 วิธีกับค่าความจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.05) ณ จำนวนระดับปัจจัยต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันคือ 25%



จากรูปที่ 4.37-4.39 เห็นได้ว่า ณ จำนวนระดับปัจจัยต่างๆ ให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองวิธีเบส์ใกล้เคียงค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดวิธีที่ 1 (α =0.05) เท่ากับ 0.1855 มากกว่าวิธีคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลอง

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษา และเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์ 2 วิธี คือการประมาณค่าวิธีคลาสสิก (Classical Estimation) และการประมาณค่าวิธีเบส์ (Bayesian Estimation) การเปรียบเทียบกระทำภายใต้สถานการณ์ของจำนวนระดับปัจจัยที่ใช้คือ n = 3 , 4 และ 5 สัมประสิทธิ์การแปรผัน 3 ระดับ คือ C.V. = 5%, 15% และ 25% และระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ในการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้โปรแกรม Mathematica 4.0 จำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยทำการทดลองซ้ำ ๆ กันจนกว่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยจากทั้ง 2 วิธี ลู่เข้าสู่ค่าคงที่ เกณฑ์ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธีสำหรับการประมาณค่าแบบจุดโดยใช้ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบส่วนการประมาณค่าแบบช่วงโดยใช้อัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1. เมื่อสัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)มีค่าเพิ่มขึ้น ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้งวิธีคลาสสิกและวิธีเบส์มีค่าเพิ่มขึ้นด้วย และสัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.) ณ ระดับต่าง ๆ ในทุกสถานการณ์จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ต่ำกว่าวิธีคลาสสิก

5.1.2. เมื่อจำนวนระดับปัจจัย (n) เพิ่มขึ้น ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีคลาสสิกและวิธีเบส์มีค่าลดลง และจำนวนระดับปัจจัย (n) ณ ระดับต่าง ๆ ในทุกสถานการณ์จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ต่ำกว่าวิธีคลาสสิก

5.1.3. เมื่อค่า k มีค่าเพิ่มขึ้น ระยะทางยุคลิดเฉลี่ยทั้งวิธีคลาสสิกและวิธีเบส์มีค่าแตกต่างกันน้อย และค่า k ณ ระดับต่าง ๆ ในทุกสถานการณ์จะให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยวิธีเบส์ต่ำกว่าวิธีคลาสสิก

ดังนั้น การประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ให้ค่าระยะทางยุคลิดเฉลี่ยต่ำกว่าวิธีการประมาณวิธีคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลอง นั่นคือการประมาณค่าแบบจุดขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ให้ค่าโดยส่วนใหญ่ใกล้เคียงค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวนมากกว่าวิธีคลาสสิก

5.1.4.วิธีการประมาณค่าแบบช่วงขององค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ให้ค่าอัตราความผิดพลาดต่อหนึ่งการทดลองใกล้เคียงกับค่าความน่าจะเป็นของข้อผิดพลาดแบบที่ 1 (α=0.01 และ 0.05) เท่ากับ 0.0394 และ 0.1855 มากกว่าวิธีการประมาณวิธีคลาสสิกในทุกสถานการณ์ของการทดลอง

นั่นคือ การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ที่ได้มีค่าโดยส่วนใหญ่ใกล้เคียงกับค่าจริงมากกว่าการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีคลาสสิก

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1 สำหรับการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนวิธีเบส์ ในงานวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดไว้ว่าไม่ทราบลักษณะการแจกแจงก่อน โดยกำหนดให้การแจกแจงก่อนเป็นแจกแจงก่อนแบบสม่ำเสมอเฉพาะที่ และแต่ละค่าของพารามิเตอร์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน นอกจากนี้ควรศึกษาเปรียบเทียบเพิ่มเติม เช่นในกรณีที่การแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงของเจฟฟรีส์

5.2.2 ในการศึกษาครั้งนี้ได้ทำการศึกษาภายใต้สถานการณ์ของจำนวนระดับปัจจัยคือ n=3, 4 และ 5 สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.) 3 ระดับ คือ 5%, 15% และ 25% ระดับนัยสำคัญคือ α= 0.01 ,0.05 และกำหนดให้ค่าคงที่ k เท่ากันหมดในแต่ละองค์ประกอบความแปรปรวนคือ $\sigma_\tau^2 = \sigma_\alpha^2 = \sigma_\beta^2 = k\sigma_\varepsilon^2, k > 0$ เท่านั้น ดังนั้นในการศึกษาครั้งต่อไปอาจศึกษา ณ สถานการณ์ของจำนวนระดับปัจจัยเพิ่มขึ้น สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.) มากขึ้น ระดับนัยสำคัญต่างๆ และกำหนดให้ค่าคงที่ไม่เท่ากันในแต่ละองค์ประกอบความแปรปรวน ก็คือให้ $\sigma_\tau^2 = k_1\sigma_\varepsilon^2, k_1 > 0$, $\sigma_\alpha^2 = k_2\sigma_\alpha^2, k_2 > 0$ และ $\sigma_\beta^2 = k_3\sigma_\beta^2, k_3 > 0$

5.5.3 ในการศึกษาครั้งนี้ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์เท่านั้น ดังนั้นในการศึกษาครั้งต่อไปอาจจะศึกษาสำหรับตัวแบบอื่นๆ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง:โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร:โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2536.

มัลลิกา บุนนาค. สถิติเพื่อการตัดสินใจ . พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์-มหาวิทยาลัย , 2539.

สุชาดา กีระนันทน์ . การอนุมานเชิงสถิติ:ทฤษฎีขั้นต้น .พิมพ์ครั้งที่ 4 . กรุงเทพมหานคร:โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2537.

สุพล ดุรงค์วัฒนา . การวางแผนการทดลองขั้นสูง . เอกสารประกอบการสอนวิชาการวางแผนการทดลองขั้นสูง ภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2540.

ภาษาอังกฤษ

Box,G.E.P., and M.E. Muller.A Note on the Generation of Random Normal Deviates, Annuals of Mathematical Statistics, 29 (1958) : 610-611.

Box,G.E.P ,and Tiao.G.C. Bayesian Inference in Statistical Analysis. Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company,1973.

Cochran,W.G.,and Cox,G.M. Experimental Design. New York : John Wiley and Sons, 1976.

Fisher,R.A.,On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistica. Series A,Phil, Trans. Roy. Soc.,1992.

Graybill,F.A.,An Introduction to Linear Statistical Model1 vol.,New York : McGraw – Hill, 1961.

Lindley,D.V., Introduction to Probability and Statistics from a Bayesian Viewpoint Part2 Inference. Cambridge:Cambridge University Press,1970.

Montgomery,C.D. Design and Analysis of Experiments. 4 nd ed.Canada : John Wiley & Sons,1997.

Norman L. Johnson and Samule Kotz . Continous Univariate Distribution.1-2 Vols. Cannada : John Wiley & Sons,1970.

Satterthwaite, F.E. An Approximate Distribution of Estimates of Variance Components. Biometrics Bull.2 (1946) : 110 – 112.

Shayle R. Searle,George Casella and Charlese Mcculloch .Variance Component.

Cannada : John Wiley & Sons,1992.

Stephen K. Mathematica as a tool. Boston : Birk hauser ,1994.

Stephen Wolfram. Mathematica a System for doing Mathematica by Computer.2 nd ed.

California : Addison-Wesley Publishing Company,1991.

William R. Dillon and Matthew Giodstein.Multivariate Analysis Methods and

Applications. New York : John Wiley & Sons,1984.

ภาคผนวก

โปรแกรมสำหรับตัวแบบลาตินสแควร์

(* 1) โปรแกรมการคำนวณหาค่าประมาณแบบจุดทั้งวิธีคลาสสิกและวิธีเบส์ *)

(* ขั้นตอนแรกคือการกำหนดค่าดังนี้คือ

Lmax คือ จำนวนการทดลองทั้งหมด

L คือ จำนวนการทดลองที่ทำให้ค่าประมาณแบบจุดเป็นบวก

N คือ จำนวนระดับปัจจัย

cv คือ สัมประสิทธิ์การกระจาย

k คือ ค่าจำนวนเต็มคงที่

U คือ ค่าเฉลี่ยรวมของประชากร *)

```
Lmax =1000;
L = 0;
U = 40;
k = 1;
n = 3;
cv = 0.05 ;
sq = n^2;
temp = 0;
v = n - 1;
ve = (n - 1)*(n - 2);
Vr[U_, k_, cv_] := (cv*U)^2/(3*k + 1);
Evar = N[Vr[U, k, cv], 5];
Kvr = k*Evar;
V = Evar + 3*Kvr;
Print[U, "\t", Evar, "\t", V];
```

(* ขั้นตอนในการสร้างข้อมูล *)

```
SeedRandom[5];
kkix = 0;
Norm[u_, var_] := If[kkix == 1,
                    kkix = 0;
                      r1 = Random[]; r2 = Random[];
                      ztwo = Sqrt[-2*Log[r1]]*Sin[2*Pi*r2];
                      gn = ztwo*Sqrt[var] + u; ,
```

```
                        kkix = 1;
                          zone = Sqrt[-2*Log[r1]]*Cos[2*Pi*r2];
                          gn = zone*Sqrt[var] + u; ];

(* การเก็บข้อมูลลงไฟล์เพื่อเช็คข้อมูลว่ามีการแจกแจงเป็นไปตามข้อกำหนด *)
f1 = OpenWrite["Latin.dat"]; (* ไฟล์ข้อมูลทั้งหมด *)
Array[Ta, n];
Array[Al, n];
Array[Be, n];
Array[Er, {n, n}];
Array[Y, {n, n}];
Do[
    Do [Norm[0, Kvr]; Ta[i] = gn, {i, n}];
    Do[Norm[0, Kvr]; Al[j] = gn, {j, n}];
    Do[Norm[0, Kvr]; Be[k] = gn, {k, n}];
    Do[Do[Norm[0, Evar]; Er[j,k] = gn, {k, n}], {j, n}];
 Do[Do[i = Mod[j + k - 1, n]; If[i == 0, i = n];
    Y[j, k] = U + Ta[i] + Al[j] + Be[k] + Er[j,k]];
    temp = ToString[Y[j, k]];
    WriteString[f1, StringJoin[temp, "\t"]],
  {k, n}], {j, n}];
  WriteString[f1, "\n"],
{z, Lmax}];
Close[f1];

(* การเปิดไฟล์ข้อมูล *)
f1 = OpenRead["Latin.dat"];
rdata = ReadList[f1,{{Real,Real,Real},
                     {Real,Real,Real},
                     {Real,Real,Real}}];          (* n = 3 *)

                    (*{{Real,Real,Real,Real},
                      {Real,Real,Real,Real},
                      {Real,Real,Real,Real},
                      {Real,Real,Real,Real}}]; *)      (* n=4 *)
```

```
                    (* {{Real,Real,Real,Real,Real},
                       {Real,Real,Real,Real,Real},
                       {Real,Real,Real,Real,Real},
                       {Real,Real,Real,Real,Real},
                       {Real,Real,Real,Real,Real}}; *)  (* n = 5*)
( * การเก็บข้อมูลลงไฟล์เพื่อนำไปใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงทั้งวิธีคลาสสิกและเบส์ *)
f2 = OpenWrite["LatinBC.dat"]; (* ไฟล์ที่เก็บค่าประมาณแบบจุดที่มีค่าเป็นบวกทั้ง 2 วิธี *)
f3 = OpenWrite["Latin2.dat"];   (* ไฟล์ที่เก็บค่าไว้เพื่อนำไปใช้ประมาณค่าแบบช่วงคลาสสิก *)
f4 = OpenWrite["Latin3.dat"];   (* ไฟล์ที่เก็บค่าไว้เพื่อนำไปใช้ประมาณค่าแบบช่วงเบส์ *)
f5 = OpenWrite["Latin1.dat"];   (* ไฟล์ข้อมูลที่ทำให้ค่าประมาณเป็นบวก *)

dataEuCl = Table[{x, 0}, {x, Lmax}];
dataEuB = Table[{x, 0}, {x, Lmax}];
EuCl = 0;
EuB = 0;
chkEu = 0;
oldEuCl = 0;
oldEuB = 0;
Array[tmp, {n, n}];

(* ขั้นตอนการคำนวณค่าประมาณแบบจุดของทั้ง 2 วิธี *)
Do[y = rdata[[z]];
  chk = 0;
  Do[Do[chk = j +kj - 1;
         If[chk > n, chk = chk - n, chk = chk];
         tmp[j, chk] = y[[j,k]], {k, n}], {j, n}];

  Ss = Sum[y[[j,k]], {j, 1, n}, {k, 1, n}]^2/sq;
  STT = Sum[y[[j,k]]^2, {j, 1, n}, {k, 1, n}];
  Sst = Sum[Sum[y[[j,k]], {k, 1, n}]^2, {j, 1, n}]/n;
  Ssa = Sum[Sum[y[[j,k]], {j, 1, n}]^2, {k, 1, n}]/n;
  Ssb = Sum[Sum[tmp[j,k]], {j, 1, n}]^2, {k, 1, n}]/n;

  St = Sst - Ss;
```

```
Sa = Ssa - Ss;
Sb = Ssb - Ss;
Se = STT - Ss - St - Sa - Sb;

Mt = St/v;
Ma = Sa/v;
Mb = Sb/v;
Me = Se/ve;

Clt = (Mt - Me)/n;
Cla = (Ma - Me)/n;
Clb = (Mb - Me)/n;
 Cle = Me;

x1 = St/(St + Se);
I1 = BetaRegularized[x1, v/2, ve/2 + 2];
I2 = BetaRegularized[x1, v/2, ve/2 + 1];
I3 = BetaRegularized[x1, v/2, ve/2];
a1 = (ve/2 + 1)*I1/I2 - ve/2*I2/I3;
ve1 = ve/a1*I2/I3;
Me1 = Se/(a1*ve1);
Se1 = ve1*Me1;

x2 = Sa/(Sa + Se1);
I4 = BetaRegularized[x2, v/2, ve1/2 + 2];
I5 = BetaRegularized[x2, v/2, ve1/2 + 1];
I6 = BetaRegularized[x2, v/2, ve1/2];
a2 = (ve1/2 + 1)*I4/I5 - ve1/2*I5/I6;
ve2 = ve1/a2*I5/I6;
Me2 = Se1/(a2*ve2);
Se2 = ve2*Me2;

x3 = Sb/(Sb + Se2);
I7 = BetaRegularized[x3, v/2, ve2/2 + 2];
I8 = BetaRegularized[x3, v/2, ve2/2 + 1];
```

```
I9 = BetaRegularized[x3, v/2, ve2/2];
a3 = (ve2/2 + 1)*I7/I8 - ve2/2*I8/I9;
ve3 = ve2/a3*I8/I9;
Me3 = Se2/(a3*ve3);
Se3 = ve3*Me3;

x4 = Sb/(Sb + Se1);
I10 = BetaRegularized[x4, v/2, ve1/2 + 2];
I11 = BetaRegularized[x4, v/2, ve1/2 + 1];
I12 = BetaRegularized[x4, v/2, ve1/2];
a4 = (ve1/2 + 1)*I10/I11 - ve1/2*I11/I12;
ve4 = ve1/a4*I11/I12;
Me4 = Se1/(a4*ve4);
Se4 = ve4*Me4;

x5 = Sa/(Sa + Se);
I13 = BetaRegularized[x5, v/2, ve/2 + 2];
I14 = BetaRegularized[x5, v/2, ve/2 + 1];
I15 = BetaRegularized[x5, v/2, ve/2];
a5 = (ve/2 + 1)*I13/I14 - ve/2*I14/I15;
ve5 = ve/a5*I14/I15;
Me5 = Se/(a5*ve5);
Se5 = ve5*Me5;

x6 = Sb/(Sb + Se5);
I16 = BetaRegularized[x6, v/2, ve5/2 + 2];
I17 = BetaRegularized[x6, v/2, ve5/2 + 1];
I18 = BetaRegularized[x6, v/2, ve5/2];
a6 = (ve5/2 + 1)*I16/I17 - ve5/2*I17/I18;
ve6 = ve5/a6*I17/I18;
Me6 = Se5/(a6*ve6);
Se6 = ve6*Me6;

Bt = 1/n*(St/(v + 2) - Me6);
Ba = 1/n*(Sa/(v + 2) - Me4);
```

```
Bb = 1/n*(Sb/(v + 2) - Me2);
Be = Se3/(ve3 + 2);

If[Clt >= 0 && Cla >= 0 && Clb >= 0 && Cle >= 0 && Bt >= 0 && Ba >= 0 &&Bb >= 0 && Be >= 0
  && chkEu == 0,
  L = L + 1;
  ECl = Sqrt[(Clt - Kvr)^2 + (Cla - Kvr)^2 + (Clb - Kvr)^2 +(Cle - Evar)^2];
  EB = Sqrt[(Bt - Kvr)^2 + (Ba - Kvr)^2 +(Bb - Kvr)^2 + (Be - Evar)^2];
  EuCl = EuCl + ECl; EuB = EuB + EB;
  If[L >= 50,
  If[Abs[EuCl/L - oldEuCl] <= 0.001 && Abs[EuB/L - oldEuB] <= 0.001, chkEu = 1]];
      Print[L,"\t",EuCl/L, "\t", EuB/L, "\t", Abs[EuCl/L - oldEuCl], "\t", Abs[EuB/L - oldEuB]];
      dataEuCl[[L,2]] = EuCl/L;
      dataEuB[[L,2]] = EuB/L; oldEuCl = EuCl/L; oldEuB = EuB/L;

  WriteString[f2, StringJoin[ToString[Clt], "\t", ToString[Cla], "\t", ToString[Clb], "\t", ToString[Cle], "
  \t", ToString[Bt], "\t",ToString[Ba], "\t", ToString[Bb], "\t", ToString[Be], "\t", ToString[ECl], "\t",
  ToString[EB], "\n"]];

  WriteString[f3, StringJoin[ToString[Se], "\t", ToString[Mt], "\t", ToString[Ma], "\t", ToString[Mb], "\t",
  ToString[Me],"\t", ToString[Clt], "\t", ToString[Cla], "\t", ToString[Clb], "\n"]];

  WriteString[f4, StringJoin[ToString[Me6], "\t", ToString[Me4], "\t", ToString[Me2],"\t",ToString[St],
  "\t", ToString[Sa], "\t", ToString[Sb], "\t", ToString[ve3], "\t", ToString[Se3], "\n"]];

  Do[Do[WriteString[f5, StringJoin[ToString[y[[j,k]]], "\t"]], {k, n}], {j, n}]; WriteString[f5, "\n"]; ], {z,
  Lmax}];

Print["\n",U, "\t", Evar, "\t", V];
EC =EuCl / L;
EB = EuB / L;
Diff = EC - EB ;
Print[L,"\t",EC,"\t" ,EB,"\t",Diff];
```

```
(* กราฟแสดงระยะทางยูคลีเดียนลู่เข้าสู่ค่าคงที่ *)
data1 = Table[{x, 0}, {x, L}];
data2 = Table[{x, 0}, {x, L}];
Do[data1[[i,2]] = dataEuCl[[i,2]]; data2[[i,2]] = dataEuB[[i,2]]; , {i, L}];
ListPlot[data1, PlotJoined -> True, PlotRange -> {0, 3*Kvr}, PlotLabel -> " [ Classic ] ", AxesLabel ->
{"N", "Eucl"}];
ListPlot[data2, PlotJoined -> True, PlotRange -> {0, 3*Kvr}, PlotLabel -> " < Bayes > ", AxesLabel ->
{"N", "EuB"}];
Close[f1];
Close[f2];
Close[f3];
Close[f4];
Close[f5];

(*  2) โปรแกรมการคำนวณหาค่าประมาณแบบช่วงด้วยวิธีคลาสสิก  *)
n   = 3;
k = 1;
U = 40;
cv = 0.05;
sq  = n^2;
v  =  n-1;
ve = (n-1)*(n-2);
alp = 0.05;
up = alp/2;
lo = 1-up;

Vr[U_,k_,cv_]:=(cv*U)^2/(3*k+1);
Evar=N[Vr[U,k,cv],6];
Kvr=k*Evar;
V=Evar+(3*Kvr);
Print[U,"\t",Evar,"\t",V];

Chi[v_,Alp_] := FindRoot[Integrate[(w^(v/2-1)*E^(-w/2))/(Gamma[v/2]*2^(v/2)),
                                   {w,0,q}]==Alp,{q,0.0001,2000}];
```

```
( * การเปิดไฟล์ข้อมูลที่เก็บค่าไว้มาใช้ในการหาค่าประมาณแบบช่วงคลาสสิก *)
f1 = OpenRead["Latin2.dat"];
rdata  = ReadList[ f1 , {Real,Real,Real,Real,Real,Real,Real,Real}];

L =73;
chkLUC = 0;
f2= OpenWrite["LatinLUC.dat"];
Do[ y = rdata[[z]];
     Se = y[[1]];
     Mt = y[[2]];
     Ma = y[[3]];
     Mb = y[[4]];
     Me = y[[5]];
     Clt = y[[6]];
     Cla = y[[7]];
     Clb = y[[8]];

      Rt = N[ ((Mt-Me)^2) / ((Mt^2/v)+(Me^2/ve)), 4];
      Ra = N[ ((Ma-Me)^2) / ((Ma^2/v)+(Me^2/ve)), 4];
      Rb = N[ ((Mb-Me)^2) / ((Mb^2/v)+(Me^2/ve)), 4];

      Ctl = N[ q  /. Chi[ Rt, lo ] ,4];
      Cal = N[q  /. Chi[ Ra, lo],4];
      Cbl = N[q  /. Chi[ Rb, lo ], 4];
      Cel = N[q  /. Chi[ ve, lo ] ,4] ;

      Ctu = N[ q  /. Chi[ Rt, up ] ,4];
      Cau = N[q  /. Chi[ Ra, up ],4];
      Cbu = N[q  /. Chi[ Rb, up ], 4];
      Ceu = N[q  /. Chi[ ve, up ] ,4] ;

      LCt = N[(Clt*Rt)/Ctl ,4];
      LCa = N[(Cla*Ra)/Cal ,4];
      LCb = N[(Clb*Rb)/Cbl ,4];
      LCe = N[Se/Cel ,4];
```

```
        UCt  = N[(Clt*Rt)/Ctu ,4];
        UCa = N[(Cla*Ra)/Cau ,4];
        UCb = N[(Clb*Rb)/Cbu ,4];
        UCe = N[Se/Ceu ,4];


St0 = StringPosition[ ToString[LCt], {"+","i","I"}];
Sa0 = StringPosition[ ToString[LCa], {"+","i","I"}];
Sb0 = StringPosition[ ToString[LCb], {"+","i","I"}];
St1 = StringPosition[ ToString[UCt], {"+","i","I"}];
Sa1 = StringPosition[ ToString[UCa], {"+","i","I"}];
Sb1 = StringPosition[ ToString[UCb], {"+","i","I"}];

 Print[z,"\t[", LCt, "," , UCt, "]\t", "[", LCa, "," , UCa, "]\t", "[", LCb, "," , UCb, "]\t", "[",LCe, "," ,UCe, "]\n" ];

        WriteString[ f2, StringJoin[ "[", ToString[LCt], "," , ToString[UCt], "]\t",
                                     "[", ToString[LCa], "," , ToString[UCa], "]\t",
                                     "[", ToString[LCb], "," , ToString[UCb], "]\t",
                                     "[", ToString[LCe], "," , ToString[UCe], "]\n" ]];
        If[ (Kvr < LCt || Kvr > UCt) || (Kvr < LCa || Kvr > UCa) ||
            (Kvr < LCb || Kvr > UCb)  || (Evar < LCe || Evar > UCe)||
            St0 != {} || Sa0 != {}|| Sb0 != {} || St1 != {} || Sa1 != {} || Sb1 != {} ,
            chkLUC = chkLUC + 1;
        ];
        Print[" "]
,{z, L}];
Print[ chkLUC ];
Print[N[ chkLUC / L,4] ];
Close[f1];
Close[f2];

(* 3) โปรแกรมการคำนวณหาค่าประมาณแบบช่วงด้วยวิธีเบส์ *)
n  = 3;
U=40;
cv=0.05;
```

```
sq = n^2;
k=1;
alp = 0.05;
al = alp/2;
v = n-1;
ve = (n-1)*(n-2);

Vr[U_,k_,cv_] := (cv*U)^2/(3*k+1);
Evar = N[Vr[U,k,cv],7];
Kvr = k*Evar;
V= Evar+(3*Kvr);
Print[U,"\t",Evar,"\t",V];

( * การเปิดไฟล์ข้อมูลที่เก็บค่าไว้มาใช้ในการหาค่าประมาณแบบช่วงเบส์ *)
f1 = OpenRead["Latin3.dat"];
rdata = ReadList[ f1, { Real,Real,Real,Real,Real,Real,Real,Real}];

L = 73;
chkLUB =0;
f2 = OpenWrite["LatinLUB.dat"];
f3 = OpenWrite["Error.dat"];
Do[ y = rdata[[z]];
     Me6  = y[[1]];
     Me4  = y[[2]];
     Me2 = y[[3]];
     St  = y[[4]];
     Sa = y[[5]];
     Sb = y[[6]];
     ve3 = y[[7]];
     Se3 = y[[8]];

fn[v1_,n1_,S1_,Me1_] := Integrate[( (n1/S1)*((Me1+(n1*y1))/S1)^(-1*(v1/2+1))*E^((-1/2)*(S1/(Me1+
                         (n1*y1)))) ) / (Gamma[v1/2]*2^(v1/2)),{y1,0,Infinity}];
fnE[ve3_,Se3_]        := Integrate[( (1/Se3)*(y4/Se3)^(-1*(ve3/2+1))*E^((-1/2)*(Se3/y4)) )
                         / (Gamma[ve3/2]*2^(ve3/2)),{y4,0,Infinity}];
```

```
T = N[fn[v,n,St,Me6]];
Al = N[fn[v,n,Sa,Me4]];
Be= N[fn[v,n,Sb,Me2]];
Er= N[fnE[ve3,Se3]];

fn1[v1_,n1_,S1_,Me1_,A_] := Integrate[( (n1/S1)*((Me1+(n1*y1))/S1)^(-1*(v1/2+1))*E^((-1/2)*(S1/
                                (Me1+(n1*y1)))) ) / (Gamma[v1/2]*2^(v1/2))/A,{y1,0,Infinity}];
fE1[ve3_,Se3_,Er_]          := Integrate[( (1/Se3)*(y4/Se3)^(-1*(ve3/2+1))*E^((-1/2)*(Se3/y4)) )
                                / (Gamma[ve3/2]*2^(ve3/2))/Er,{y4,0,Infinity}];
T1 = N[fn1[v,n,St,Me6,T]];
Al1 = N[fn1[v,n,Sa,Me4,Al]];
Be1= N[fn1[v,n,Sb,Me2,Be]];
Er1= N[fE1[ve3,Se3,Er]];
(*Print[T1,"\t",Al1,"\t",Be1"\t",Er1,"\t"];*)

Lfn[v1_,Alp1_,n1_,S1_,Me1_,A1_] := FindRoot[Integrate[( (n1/S1)*((Me1+(n1*y1))/S1)^(-1*
                                (v1/2+1))*E^((-1/2)*(S1/(Me1+(n1*y1)))) ) / (Gamma[v1/2]*2^
                                (v1/2))/A1,{y1,0,x1}]==Alp1,{x1,0.001,50}];

LfE[ve_,Alp2_,Se_,B1_]          := FindRoot[Integrate[( (1/Se)*(y2/Se)^(-1*(ve/2+1))*E^((-1/2)*
                                (Se/y2)) ) / (Gamma[ve/2]*2^(ve/2))/B1,{y2,0,x2}]==Alp2,
                                {x2,0.001,50}];

Ufn[v3_,Alp3_,n2_,S3_,Me3_,C1_] := FindRoot[Integrate[( (n2/S3)*((Me3+(n2*y3))/S3)^(-1*
                                (v3/2+1))*E^((-1/2)*(S3/(Me3+(n2*y3)))) )
                                / (Gamma[v3/2]*2^(v3/2))/C1,{y3,x3,Infinity}]==Alp3,
                                {x3,0.001,2000}];

UfE[ve3_,Alp4_,Se3_,D1_]        := FindRoot[Integrate[( (1/Se3)*(y4/Se3)^(-1*(ve3/2+1))*E^((-1/2)*
                                (Se3/y4))) /(Gamma[ve3/2]*2^(ve3/2))/D1,{y4,x4,Infinity}]
                                ==Alp4,{x4,0.001,2000}];

LBt = N[ x1  /. Lfn[v,al,n,St,Me6,T] ,5];
LBa = N[ x1  /. Lfn[v,al,n,Sa,Me4,Al] ,5];
LBb = N[ x1  /. Lfn[v,al,n,Sb,Me2,Be] ,5];
```

```
LBe = N[ x2  /. LfE[ve3,al,Se3,Er] ,5];


UBt = N[ x3  /. Ufn[v,al,n,St,Me6,T] ,5];
UBa = N[ x3  /. Ufn[v,al,n,Sa,Me4,Al] ,5];
UBb = N[ x3  /. Ufn[v,al,n,Sb,Me2,Be] ,5];
UBe = N[ x4  /. UfE[ve3,al,Se3,Er] ,5];


      Print[z,"\t","[",LBt,",",UBt,"]", "\t","[",LBa,",",UBa,"]", "\t","[",LBb,",",UBb,"]", "\t","[",LBe,",",UBe,"]"];
      WriteString[ f2, StringJoin[ "[", ToString[LBt], "," , ToString[UBt], "]\t",
                                 "[", ToString[LBa], "," , ToString[UBa], "]\t",
                                 "[", ToString[LBb], "," , ToString[UBb], "]\t",
                                 "[", ToString[LBe], "," , ToString[UBe], "]\n" ]];
    If [ (Kvr < LBt || Kvr > UBt) || (Kvr < LBa || Kvr > UBa)  ||  (Kvr < LBb || Kvr > UBb) || (Evar < LBe
       || Evar > UBe),
        chkLUB = chkLUB + 1;
        WriteString[ f3, StringJoin[ToString[chkLUB]],"\n"];
    ];
     Print[" "]
,{z,L}];
Print[ chkLUB ];
Print[N[ chkLUB /L,5] ];
Close[f1];
Close[f2];
Close[f3];

(* จบการทำงาน *)
```

ประวัติผู้เขียน

นางสาว ฐิติกา จันทร์หล้า เกิดวันที่ 29 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2519 ที่อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกสถิติ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ภาคใต้ ในปีการศึกษา 2539 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิตที่ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ.2540