ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อ
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2557
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING THE FOPS STRATEGY ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND MATHEMATICAL REPRESENTATION OF THE EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Sawittree Moonsuwan

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2014
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร. ศันสนีย์ เณรเทียน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. บัญชา ชลาภิรมย์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร. ศันสนีย์ เณรเทียน)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร. อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์)

สาวิตรี มูลสุวรรณ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING THE FOPS STRATEGY ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND MATHEMATICAL REPRESENTATION OF THE EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. ศันสนีย์ เณรเทียน, 187 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2557 ของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” จำนวน 66 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติเอฟ (F-Test) และค่าสถิติ ANCOVA

ผลการวิจัยพบว่า

1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ

2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2557

5583440027 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: FOPS STRATEGY / MATHEMATICAL REASONING / MATHEMATICAL REPRESENTATION

SAWITTREE MOONSUWAN: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING THE FOPS STRATEGY ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND MATHEMATICAL REPRESENTATION OF THE EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: SANSANEE NENTHIEN, Ph.D., 187 pp.

The purposes of this research were: 1) to compare mathematical reasoning ability and mathematical representation of students between, before, and after being taught by organizing mathematics learning activities using the FOPS strategy, and 2) to compare mathematical reasoning ability and mathematical representation of students between group being taught by organizing mathematics learning activities using the FOPS strategy and group being taught by conventional approach. The samples were 66 eighth grade students of Charoensinsuksa Phokham's Memorial School in first semester of the 2014 academic year. The instruments for data collection were pretest and posttest for mathematical reasoning ability, and pretest and posttests for mathematical representation. The data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, F-test, and ANCOVA. The results of the study revealed that:

1. mathematical reasoning ability and mathematical representation of students after being taught by organizing mathematics learning activities using the FOPS strategy were higher than those of before at 0.05 level of significance.

2. mathematical reasoning ability and mathematical representation of students being taught by organizing mathematics learning activities using the FOPS strategy were higher than those of students being taught by conventional approach at 0.05 level of significance.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Department:	Curriculum and Instruction	Student's Signature	.....
		Advisor's Signature	.....
Field of Study:	Mathematics Education		
Academic Year:	2014		

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี เนื่องจากได้รับความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจาก อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ที่ได้ให้ความรู้และคำแนะนำต่างๆ อันเป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเอาใจใส่ดูแลเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการในการสอบวิทยานิพนธ์ครั้งนี้ ซึ่งมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และอาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตพันธ์ กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย รวมทั้งคณาจารย์ในสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่กรุณาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทุกท่าน คือ รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานนท์ จันทรา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด ดร. สุพัตรา ผาติวิสันติ์ และอาจารย์พูนชัย วารินทร์ ที่ได้ให้ความกรุณา และเสียสละเวลาอันมีค่าในการตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์และมีประโยชน์ต่อการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการและคณะครูโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้และเก็บรวบรวมข้อมูล นอกจากนี้ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และ 2/2 ประจำปีการศึกษา 2557 ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณรุ่นพี่บัณฑิตศึกษาและเพื่อนๆ ในสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ค่อยเป็นกำลังใจซึ่งกันและกัน และได้ให้ความช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายที่สุดของกราบขอบพระคุณครอบครัวเป็นอย่างสูงที่คอยให้กำลังใจ ห่วงใย และให้ความช่วยเหลือตลอดการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงดังเช่นนี้

คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายที่เกิดจากการวิจัยครั้งนี้ ของมอบเป็นเครื่องบูชาคุณบิดามารดา ตลอดจนครูผู้ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่เบื้องต้นจวบจนปัจจุบัน

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ญ
สารบัญภาพ ..... ฏ
บทที่ 1 1
บทนำ 1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
คำถามการวิจัย 6
วัตถุประสงค์ของการวิจัย 7
สมมติฐานในการวิจัย 7
ขอบเขตของการวิจัย 10
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 10
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 13
บทที่ 2 14
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 14
1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส 15
1.1 ความหมายของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน 15
1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน 16
1.3 ลักษณะของปัญหาและแผนภาพ 17
1.4 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหา (schema diagram) 22

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

1.5 กลวิธีแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน 26
1.6 กลวิธีเอฟโอพีเอส (FOPS Strategy) 28
2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 31
2.1 ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 31
2.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 33
2.3 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 34
2.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 41
3. ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 45
3.1 ความหมายของตัวแทนความคิดและตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 45
3.2 ลักษณะของตัวแทนความคิดและตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 47
3.3 ความหมายของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 49
3.4 ความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 51
3.5 แนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 56
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 59
4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส 59
4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 63
4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 67
บทที่ 3 72
วิธีดำเนินการวิจัย 72
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 72
2. การออกแบบการวิจัย 73
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 74
4. การออกแบบและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 75

หน้า

5. การดำเนินการทดลอง และการเก็บรวบรวมข้อมูล 102
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 104
บทที่ 4 105
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 105
บทที่ 5 110
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 110
สรุปผลการวิจัย 113
อภิปรายผลการวิจัย 113
ข้อเสนอแนะ 122
รายการอ้างอิง 125
ภาคผนวก 135
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 136
ภาคผนวก ข ตัวอย่างหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย 138
ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส 142
ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 159
ภาคผนวก จ ผลการประเมินคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย โดยผู้ทรงคุณวุฒิ 174
ภาคผนวก ฉ ผลการทดสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ด้วยโปรแกรม B-Index700 178
ภาคผนวก ช ตัวอย่างผลงานนักเรียน 180
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 187

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 แบบแผนของการวิจัย 73

ตารางที่ 2 แสดงรายละเอียดของเนื้อหาที่ใช้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 78

ตารางที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 81

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาข้อสรุปของปัญหา ... 87

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุเกี่ยวกับการยืนยันข้อสรุปของปัญหา ... 88

ตารางที่ 6 แสดงผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน 94

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 95

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าการทดสอบที (T-Test) คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส (คะแนนเต็ม 16 คะแนน) 106

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าการทดสอบที (T-Test) คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส (คะแนนเต็ม 9 คะแนน) 107

ตารางที่ 10 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม (ANCOVA) คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 108

ตารางที่ 11 แสดงค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าการทดสอบที (T-Test) คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 108

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 12 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม (ANCOVA) คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 109

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าการทดสอบที (T-Test) คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 109

ตารางที่ 14 แสดงผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน) 175

ตารางที่ 15 แสดงผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน) 176

ตารางที่ 16 แสดงผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน) 177

ตารางที่ 17 แสดงผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน) 177

ตารางที่ 18 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน) 179

ตารางที่ 19 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน) 179

สารบัญภาพ

หน้า

แผนภาพที่ 1 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang Schema Diagram)... 20

แผนภาพที่ 2 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group Schema Diagram)..... 20

แผนภาพที่ 3 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare Schema Diagram)..... 21

แผนภาพที่ 4 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Schema Diagram)..... 21

แผนภาพที่ 5 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary Schema Diagram)..... 22

แผนภาพที่ 6 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang schema diagram) แบบ Ending quantity unknown..... 22

แผนภาพที่ 7 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล(Chang schema diagram) แบบ Change quantity unknown..... 23

แผนภาพที่ 8 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang schema diagram) แบบ Beginning quantity unknown..... 23

แผนภาพที่ 9 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group schema diagram) แบบ Whole quantity unknown..... 23

แผนภาพที่ 10 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group schema diagram) แบบ Part (s) quantity unknown..... 24

แผนภาพที่ 11 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group schema diagram) แบบ Part (s) quantity unknown..... 24

แผนภาพที่ 12 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare schema diagram) แบบ Difference quantity unknown..... 24

แผนภาพที่ 13 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare schema diagram) แบบ Compared quantity unknown..... 25

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนภาพที่ 14 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare schema diagram) แบบ Referent quantity unknown 25

แผนภาพที่ 15 ตัวอย่างแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate schema diagram) 25

แผนภาพที่ 16 ตัวอย่างแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary schema diagram) 26

แผนภาพที่ 17 แสดงกระบวนการให้เหตุผลที่มีความสืบเนื่องกัน 38

แผนภาพที่ 18 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 52

แผนภาพที่ 19 แสดงลักษณะของแผนภาพที่นำมาใช้กับนักเรียนกลุ่มควบคุม 86

แผนภาพที่ 20 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน) 181

แผนภาพที่ 21 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน) 182

แผนภาพที่ 22 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน) 183

แผนภาพที่ 23 ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน) 184

แผนภาพที่ 24 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน) 185

แผนภาพที่ 25 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน) 186

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันคณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์มากมาย ไม่ว่าจะเป็นการวางแผน หรือการตัดสินใจ เพื่อการแก้ปัญหาใดๆ ในชีวิตประจำวัน ดังที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 1) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นคนที่มีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบ ตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ยิ่งกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ทำให้มีการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมากมายในทุกวันนี้ สอดคล้องกับคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2553: 3) ที่ว่าคณิตศาสตร์ถูกใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความเจริญ และการสื่อความหมายระหว่างมนุษย์ในชีวิตประจำวัน

อย่างไรก็ตามการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยยังคงเผชิญกับปัญหาต่างๆ มากมาย โดยเฉพาะอย่างยิ่งการขาดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 1) ได้กล่าวไว้ว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ สอดคล้องกับผลการประเมินเกี่ยวกับความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย ทั้งในระดับประเทศและระดับนานาชาติ เช่น

ในระดับประเทศ สำนักงานทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ et. al. (2556) ได้รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Testing: O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา ที่เข้ารับการ

ทดสอบความรู้และความคิดทางคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 พบว่าในปีการศึกษา 2555 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศไม่ผ่านเกณฑ์ คือ 26.94 คะแนน และเมื่อพิจารณาย้อนหลังตั้งแต่มีการทดสอบทางการศึกษานี้ ไม่มีปีใดเลยที่นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

สำหรับการประเมินในระดับนานาชาติ โครงการ TIMSS 2011 THAILAND et. al. (2556) ได้รายงานผลการทดสอบของสมาคมนานาชาติเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (International Association for the Evaluation of Educational Achievement หรือ IEA) ที่ได้ศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ 2011 (Trends in International Mathematics and Science Study 2011 หรือ TIMSS 2011) เพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เป็น 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน 500 คะแนน และจัดอยู่ในลำดับที่ 28 จากประเทศสมาชิก 63 ประเทศ และ 14 รัฐที่เข้าร่วมการวิจัย เมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยจำแนกตามพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้ ด้านการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ และด้านการให้เหตุผล นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 423 428 และ 429 คะแนน ตามลำดับ และผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ระหว่าง ค.ศ. 2007 และ ค.ศ. 2011 ประเทศไทย มีแนวโน้มของคะแนนเฉลี่ยลดลง

นอกจากนี้ โครงการ PISA ประเทศไทย et. al. (2557) ได้รายงานโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Program for International Student Assessment หรือ PISA 20012) ขององค์กรการเพื่อความร่วมมือและพัฒนาเศษฐกิจ (Organization for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) ซึ่งเป็นผู้ดำเนินการประเมินสมรรถนะหรือ “การรู้เรื่อง (Literacy)” ของนักเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานที่มีอายุ 15 ปี และกำลังศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นต้นไป โดยในปีนี้เน้นการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ซึ่งเป็นการประเมินความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ 7 ประการ ดังนี้ 1) การสื่อสาร (Communication) 2) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) 3) การแสดงเครื่องหมาย/สัญลักษณ์แทน (Representation) 4) การใช้ความเป็นเหตุเป็นผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and argument) 5) การสร้างกลยุทธเพื่อแก้ปัญหา (Devising

strategies for solving problems) 6) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาคณิตศาสตร์ หรือภาษาเทคนิคและการดำเนินการ (Using symbolic, formal and technical language and operation) 7) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using mathematical tools) ผลการประเมินพบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของ OECD เกือบหนึ่งระดับ (คะแนนเฉลี่ย OECD 494 คะแนน) และมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในตำแหน่งประมาณที่ 50 จากทั้งหมด 65 ประเทศ นอกจากนี้แนวโน้มคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย เมื่อเทียบกับการประเมินคณิตศาสตร์ที่เป็นวิชาหลักใน PISA 2003 เป็นต้นมาจนถึง PISA 2009 คะแนนค่อนข้างคงที่ แต่ใน PISA 2012 ผลการประเมินมีแนวโน้มสูงขึ้น อย่างไรก็ตาม เมื่อเทียบกับ PISA 2000 ซึ่งเป็นการประเมินครั้งแรกยังมีแนวโน้มลดต่ำลง จากข้อมูลข้างต้น สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไทยยังขาดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่หลายด้าน และที่สำคัญก็คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation)

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุมีผล เป็นเครื่องมือสำคัญในการวางแผนและตัดสินใจแก้ปัญหาต่างๆ ดังที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46) ได้กล่าวว่า เป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุมีผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบครอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเอง เพื่อเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต สอดคล้องกับคำกล่าวของ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM 1989) ที่ว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับการเรียนรู้และการใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง (2553: 49) ได้กล่าวว่า มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดที่ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกแต่เหตุผลผิด คือ การได้คำตอบที่ผิด แต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด

สำหรับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กระทรวงศึกษาธิการ (2545: 198-199) ได้กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จัก

การให้เหตุผลผ่านโจทย์ปัญหาหรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความคิดและความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงออกถึงความคิดเห็นเกี่ยวกับการให้เหตุผลของตนเองอย่างอิสระ รวมถึงช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของตนเองถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ และมีขาดตกบกพร่องอย่างไร สอดคล้องกับแนวทางของพรรณทิพา พรหมรักษ์ (2551: 42) ที่กล่าวว่า ครูควรให้นักเรียนได้เริ่มเรียนรู้จากโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ มีบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริม และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดอธิบาย แสดงเหตุผลของตนได้อย่างอิสระ โดยครูเป็นผู้สรุปและชี้แจงให้นักเรียนได้ทราบว่า การแสดงเหตุผลของนักเรียนมีความถูกต้อง สมเหตุสมผล หรือขาดตกบกพร่องอย่างไร

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) เป็นส่วนหนึ่งของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and Presentation) และเป็นกระบวนในการแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม เช่น แผนภาพ ตาราง กราฟ เพื่อใช้ในการทำความเข้าใจและการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 280) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากจะช่วยพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่นักเรียนได้สร้างขึ้น หรือเปรียบเทียบสิ่งต่างๆ ผ่านการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ หรือรูปแบบอื่นๆ ซึ่งตัวแทนความคิดข้างต้นจะช่วยในการสื่อสารของนักเรียน และเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการทำความเข้าใจความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นการใช้ตัวแทนความคิดทำให้นักเรียนมีโอกาสได้ใช้การสื่อสารในการอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจของตนเองและผู้อื่น และแสดงให้เห็นถึงการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในโลกจริง ซึ่งจะทำให้การใช้ตัวแทนความคิดกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้ง และ อัมพร ม้าคนอง (2553: 43) กล่าวว่า การมีตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือมโนภาพทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันจะทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย

สำหรับแนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ อัมพร ม้าคนอง (2553: 44) ได้อธิบายไว้ว่า ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนใช้มโนภาพทางคณิตศาสตร์หรือตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่คุ้นเคย การฝึกที่ต่อเนื่องจะ

ช่วยพัฒนามโนภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดีขึ้นเรื่อยๆ และ อรชร ภูบุญเติม (2550: 29) ได้กล่าวว่า การฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจะต้องสอนให้นักเรียนรู้จักตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่ามีอะไรบ้างก่อนที่จะสอนให้นักเรียนนำตัวแทนความคิดเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดเพื่อหาวิธีในการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา รวบรวมข้อมูล สื่อสารความเข้าใจกับผู้อื่น ตลอดจนสามารถเลือกและประยุกต์ใช้ตัวแทนด้วยความเข้าใจ

จากความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ รวมถึงแนวทางในการพัฒนาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหาและสามารถพัฒนาได้โดยผ่านการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา เพื่อเป็นแนวทางที่จะนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ พบว่าการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน (Schema-Based Instruction) เป็นการเรียนการสอนที่มีรากฐานแนวคิดมาจากทฤษฎีโครงสร้างความรู้ (Schema Theory) ที่เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้โครงสร้างความรู้หรือโครงสร้างของปัญหา ซึ่ง Chen (1999), Kalyuga, Chandler, Tuovinen and Sweller (2001) ได้กล่าวว่า โครงสร้างความรู้เป็นโครงสร้างที่ทำหน้าที่ในการจัดการความรู้ ซึ่งทำให้ผู้เรียนจัดหมวดหมู่ปัญหาออกเป็นประเภทต่างๆ และนำไปสู่การกำหนดวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และ Jitendra and Hoff (1996: 422-431), Jitendra et al. (1999: 50-64, 2002: 23-38) และ Jitendra (2009: 187-201) ได้อธิบายขั้นตอนของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานไว้ว่า ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา (Problem Schemata Instruction) ซึ่งเป็นขั้นตอนในการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ เกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถระบุโครงสร้างของสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า และสร้างตัวแทนของสถานการณ์โดยใช้แผนภาพโครงสร้าง (Schematic diagrams) และ 2) ขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา (Problem Solution Instruction) เป็นขั้นตอนที่มีการทบทวนเกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาและสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า โดยใช้กลวิธีต่างๆ

นอกจากนี้ ผู้วิจัยพบว่ากลวิธีเอฟโอพีเอส (FOPS Strategy) เป็นกลวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ที่ประกอบด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ควบคู่กับการเตือนตนเอง (Self-Monitoring) ด้วยวิธีการสอนตนเองเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาในทุกขั้นตอนของกลวิธี เพื่อตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและพัฒนาความสามารถในการกำกับตนเอง (Self-Reguration) ซึ่ง Jitendra and Star (2011: 12-19) ได้นำเสนอรายละเอียด 4 ขั้นตอน ของกลวิธีเอฟโอพีเอสไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา (F – Find the problem type) เป็นขั้นตอนในการอ่านและพิจารณาข้อมูลในปัญหา เพื่อทำความเข้าใจปัญหาและพิจารณารูปแบบของปัญหา ด้วยวิธีการสอนตนเองให้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ที่ได้จากปัญหาและพิจารณาว่าปัญหามีความคล้ายคลึงหรือแตกต่างจากปัญหาที่นักเรียนเคยพบเห็นอย่างไร

ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ (O – Organize the information in the problem using the diagram) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องสอนตนเองให้อ่านปัญหาอีกครั้ง เพื่อระบุข้อมูลที่สำคัญของปัญหาและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภาพโครงสร้าง (Schematic Diagrams)

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา (P – Plan to solve the problem) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาจากวิธีการต่างๆที่ครูได้นำเสนอ โดยคำนึงถึงพื้นฐานของข้อมูลในโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา (S – Solve the problem) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธีที่ได้กำหนดไว้ในขั้นที่ 3 และใช้คุณสมบัติของโครงสร้างความรู้ในการอธิบายและให้รายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณรวมถึงตัวแทนของปัญหา

จากการศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน และกลวิธีเอฟโอพีเอส ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษา ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำถามการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดคำถามการวิจัย ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้หรือไม่ อย่างไร

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส สามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

สมมติฐานในการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสในบริบทของงานวิจัยนี้ มีแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยนำขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ มาผสมผสานกับ 2 ขั้นตอนของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่ประกอบด้วย ขั้นตอนการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา (Problem Schemata Instruction) และขั้นตอนการเรียนการสอนการแก้ปัญหา (Problem Solution Instruction) ที่ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วย 4 ขั้นตอน ของกลวิธีเอฟโอพีเอส ซึ่งเป็นกลวิธีในการแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่มุ่งเน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงลักษณะพื้นฐานของโครงสร้างปัญหา ส่งเสริมให้อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม และใช้การเตือนตนเอง (Self-Monitoring) ในทุกขั้นตอนของกลวิธีเพื่อตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผล มีนักการศึกษาได้ดำเนินการวิจัยไว้ดังนี้

Jitendra et al. (2010: 145 – 151) ที่ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่มีต่อความความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการบวกและ

การลบ ของนักเรียน 2 คน ในระดับเกรด 4 และเกรด 5 ที่มีปัญหาทางด้านอารมณ์และพฤติกรรม สำหรับการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่ใช้ในงานวิจัยนี้ มีกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกลวิธี FOPS ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การอธิบายโดยใช้แผนภาพโครงสร้าง และใช้การตรวจสอบรายการ (checklists) ในการกำกับตนเอง (Self-Regulation) ผลการวิจัยพบว่าการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานช่วยพัฒนาให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาและโจทย์ปัญหา รวมถึงพัฒนาความความเข้าใจที่สมเหตุสมผล (Make Sense) ของนักเรียน

ณัฐิกานต์ รักนาค (2552: ง-11) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ โดยสังเคราะห์รูปแบบการเรียนการสอนที่ใช้ในการวิจัยมากจากทฤษฎีองค์ประกอบเหมือน (Identical-Component Theory) ทฤษฎีการสรุปนัยทั่วไป (Generalization Theory) และทฤษฎีโครงสร้างความรู้ (Schema Theory) ซึ่งเป็นทฤษฎีพื้นฐานของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน โดยมีจุดมุ่งหมายของการวิจัยเพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนและศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ สามารถพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ดังนี้ 1) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลอย่างชัดเจน

จากผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

สำหรับการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ดำเนินการวิจัยไว้ ดังนี้

Jitendra et al. (2009: 250 – 264) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียน Urban ในรัฐแคลิฟอร์เนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา จำนวน 148 คน และครูของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เข้าร่วมในการวิจัย จำนวน 6 คน โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้รับการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกลวิธี FOPS และนักเรียนในกลุ่มควบคุมจะได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ ระยะเวลาในการดำเนินการทดลอง 10 วัน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ

สุภาภรณ์ ใจสุข (2555: ง) ได้ดำเนินการวิจัยเพื่อการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนโดยบูรณาการแนวคิดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและแนวคิดการเรียนรู้ร่วมกันเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดตรณาราม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 24 คน โดยแบ่งเป็นห้องทดลองและห้องควบคุม ระยะเวลาดำเนินการทดลอง 38 ชั่วโมง โดยจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นสำหรับนักเรียนในกลุ่มทดลอง และจัดการเรียนรู้แบบปกติสำหรับนักเรียนในกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะด้านการสื่อสาร พบว่ารูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ สามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารของนักเรียนได้ โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม

จากผลการวิจัยข้างต้น จะเห็นได้ว่าการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน และการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาสามารถส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งการใช้ตัวแทนความคิดเป็นส่วนหนึ่งของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอข้อมูล ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้กำหนดสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2. การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 23 สกลนคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2 การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

กลวิธีเอฟโอพีเอส (FOPS Strategy) หมายถึง กลวิธีในการแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน (Schema-Based Instruction) ที่ในแต่ละขั้นตอนของกลวิธีนักเรียนจะต้องใช้การเตือนตนเอง (Self-Monitoring) ด้วยวิธีการถามตอบตนเองเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อสะท้อนให้เห็นถึงความเข้าใจของนักเรียนในประเด็นที่เกี่ยวข้องกับการพิจารณาข้อมูลในปัญหา การอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาโดยใช้แผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม การเลือกวิธีการในการแก้ปัญหา และการตรวจสอบคำตอบของปัญหา ซึ่งมีรายละเอียด 4 ขั้นตอน ของกลวิธีเอฟโอพีเอสตามแนวคิดของ Jitendra et al. (2009: 256, 2010: 146, 2011: 16-18) ดังนี้

ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา (F – Find the problem type) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องระบุลักษณะความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาหรือโครงสร้างของปัญหา โดยการอ่านปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ การวิเคราะห์ และการแยกแยะข้อมูลในปัญหา จากนั้นถามตอบตนเองว่ามีข้อมูลใดบ้างที่เป็นข้อมูลสำคัญหรือเป็นข้อมูลประกอบ ข้อมูลเหล่านี้มีความสัมพันธ์กันในลักษณะใด รวมถึงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ของข้อมูลมีความคล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่นักเรียนเคยพบเห็นหรือไม่ อย่างไร

ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ (O – Organize the information in the problem using the diagram) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องจัดการข้อมูลของปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม โดยถามตอบตนเองว่าข้อมูลเหล่านั้นมีความสำคัญและเพียงพอที่จะใช้ในการอธิบายสถานการณ์ในปัญหาได้หรือไม่ จะสามารถจัดการข้อมูลให้อยู่ในรูปแผนภาพได้อย่างไร และแผนภาพที่ได้สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนหรือไม่ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแผนภาพที่สร้างขึ้น

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา (P – Plan to solve the problem) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเลือกวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องมีการถามตอบตนเองเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ว่ามีความสอดคล้องกับความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาหรือไม่อย่างไร และวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกมีความเป็นไปได้ที่จะใช้ในการหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่ เพราะเหตุใด เพื่อทบทวนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และเลือกวิธีการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา (S – Solve the problem) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องแก้ปัญหาตามวิธีการที่ได้กำหนดไว้ในขั้นที่ 3 โดยหลังจากที่แก้ปัญหาแล้ว นักเรียนจะต้องถามตอบตนเองว่าการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนถูกต้องหรือไม่ คำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และวิธีการใดที่สามารถใช้ในการตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพื่อทบทวนเกี่ยวกับความสมเหตุสมผลของคำตอบและความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาอีกครั้ง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมหรือ

ความรู้ที่มีอยู่ในการพิจารณา จำแนก และเปรียบเทียบ ลักษณะและความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และเน้นให้นักเรียนจัดการข้อมูลเหล่านั้นให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างที่เป็นรูปธรรม เพื่อใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูล การสร้างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยใช้แนวทางการจัดกิจกรรมเรียนรู้แบบปกติร่วมกับขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอส ดังรายละเอียด 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำ หมายถึง ขั้นตอนในการทบทวนความรู้เพื่อเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนเกี่ยวกับเนื้อหาที่กำลังจะสอน ผ่านการยกตัวอย่าง สนทนา ซักถาม และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะการฝึกปฏิบัติต่างๆ แก่นักเรียน

2. ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา เป็นขั้นตอนที่ครูจะเริ่มสอนโดยการสอนเนื้อหาที่จำเป็นก่อนการแก้ปัญหา และให้นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ เกี่ยวกับสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่าที่ครูกำหนดให้ ซึ่งครูและนักเรียนจะได้ร่วมกันอภิปรายพิจารณาเกี่ยวกับข้อมูลที่สำคัญ ความสัมพันธ์ของข้อมูล และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นให้อยู่ในรูปแผนภาพ

3. ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนไม่ทราบค่าซึ่งมีความสัมพันธ์ของข้อมูลคล้ายคลึงกับสถานการณ์ก่อนหน้า และสาธิตวิธีการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้และอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา

4. ขั้นฝึกทักษะ หมายถึง ขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคล จากโจทย์ที่มีความสัมพันธ์ของข้อมูลและแผนภาพคล้ายคลึงกับปัญหาที่ครูสอนก่อนหน้านี้ โดยครูจะทำการเฉลยวิธีการในการแก้ปัญหาด้วย 4 ขั้นตอน ของกลวิธีเอฟโอพีเอส

5. ขั้นสรุป หมายถึง ขั้นตอนที่ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนา ซักถาม และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน เกี่ยวกับเนื้อหาหรือความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนการดำเนินการในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนในคาบเรียนทั้งหมด เพื่อสรุปความคิดและนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาอื่นๆ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางของคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการค้นหาและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาหาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และยืนยันความสมเหตุสมผลของข้อสรุปเหล่านั้น โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ ประกอบการอธิบายได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล ประกอบด้วย

1) ความสามารถในการหาข้อสรุปของปัญหา หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการค้นหาและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาหาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2) ความสามารถในการยืนยันข้อสรุปของปัญหา หมายถึง ความสามารถในการยืนยันความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการรวบรวมและสัมพันธ์ความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยแสดงความสัมพันธ์ของความคิดเหล่านั้นให้อยู่ในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจมีลักษณะเป็นรูปธรรมที่อยู่ในรูปของแผนภาพ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือรูปแบบอื่นๆ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยคาดว่าจะได้รับประโยชน์ ดังนี้

1. เป็นแนวทางสำหรับครูที่ต้องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

2. ได้ข้อค้นพบที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการวิจัยทางการศึกษาคณิตศาสตร์ต่อไป

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส
    1.1 ความหมายของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน
    1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน
    1.3 ลักษณะของปัญหาและแผนภาพ
    1.4 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหา
    1.5 กลวิธีในการแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน
    1.6 กลวิธีเอฟโอพีเอส (FOPS Strategy)
2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.1 ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.2 ความหมายของความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.3 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของตัวแทนความคิดและตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
    3.2 ลักษณะของตัวแทนความคิดและตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
    3.2 ความหมายของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
    3.3 ความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
    3.4 แนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส

1.1 ความหมายของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายแนวคิดของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ไว้ดังนี้

Marshall (1995) กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานมีรากฐานมาจากทฤษฎีทางปัญญา (Cognitive Theory) ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งมีจุดมุ่งหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อสอนหลักการต่างๆ (Domain Knowledge) โดยให้ความสำคัญกับโครงสร้างความรู้ (Schemata) และการเชื่อมโยงโครงสร้างความรู้หรือหลักการต่างๆ เหล่านั้นอย่างเหมาะสม

นอกจากนี้ Marshall (1995: 119) ยังอธิบายเพิ่มเติมอีกว่า การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน มีจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนเพื่อสร้างและเพิ่มโครงสร้างความรู้ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหานั้นๆ ให้เกิดขึ้นในระหว่างการเรียนการสอน ซึ่งเริ่มต้นด้วยการระบุแนวคิดสำคัญที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาและสถานการณ์ต่างๆ หลังจากนั้นจึงสร้างรูปแบบการเรียนรู้เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์นั้นๆ ตามด้วยการพัฒนาแบบจำลองภายใน (Mental Models) ที่เกี่ยวข้องกับวิธีการทำงานของนักเรียนซึ่งมีการใช้ความคิดอย่างสร้างสรรค์ และการพัฒนาทักษะ/กระบวนการซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของเนื้อหานั้นๆ

Kalyuga (2006) กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน มีแนวคิดมาจากทฤษฎีโครงสร้างความรู้ (Schema Theory) ซึ่งมีแนวคิดพื้นฐานว่า โครงสร้างของปัญหาเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา

Little กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน เป็นวิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้โครงสร้างความรู้ ซึ่งเป็นโครงสร้างที่จะช่วยในการจัดการความรู้ เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะแตกต่างกันและเลือกวิธีการที่ดีที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหา

Na (2009: 38) กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาผ่านการใช้โครงสร้างความรู้ซึ่งมีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาต่างๆ และช่วยในการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

Jitendra et al. (2010: 145-146) กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน เป็นการเรียนการสอนที่เน้นบทบาทของโครงสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยในการความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนของปัญหาผ่านการใช้แผนภาพโครงสร้าง (Schematic diagrams) และการจำแนกลักษณะหรือจัดหมวดหมู่ของข้อมูลในปัญหา เพื่อนำไปสู่การกำหนดวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด นอกจากนี้การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานมีกระบวนทัศน์ที่ครูเป็นสื่อกลางในการเรียนการสอน (Teacher-Mediated Instruction) ตามด้วยการเรียนรู้แบบจับคู่ผู้เรียน (Paired-Partner Learning) และการเรียนรู้เป็นรายบุคคล (Independent Learning) โดยมีการเสริมต่อความรู้ของนักเรียนผ่านการใช้ภาพแผนภาพ (Visual Diagrams) และตรวจสอบความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ซึ่งครูสามารถติดตามการเรียนรู้ของนักเรียนที่เปลี่ยนจากครูเป็นสื่อกลางในการเรียนการสอนไปสู่การเรียนรู้เป็นรายบุคคลได้จากวิธีการหรือแผนการในการกำกับตนเองของนักเรียน

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน

Jitendra et al. (1996: 426-428), Jitendra and Hoff (2002: 28-30) ได้นำเสนอ 2 ขั้นตอนของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหา (Problem Schemata Instruction) และขั้นตอนการเรียนการสอนการแก้ปัญหา (Problem Solution Instruction) ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา (Problem Schemata Instruction)

การเรียนการสอนในขั้นตอนนี้เริ่มต้นด้วยการสอนนักเรียนเป็นกลุ่มเล็กๆ ในช่วงเวลาหนึ่งเพื่อสอนเกี่ยวกับโครงสร้างของสถานการณ์หรือปัญหาต่างๆ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทราบก่อนการแก้โจทย์ปัญหา เนื่องจากโครงสร้างเหล่านี้จะช่วยนักเรียนในการจำแนกลักษณะของสถานการณ์หรือปัญหา สำหรับการเรียนการสอนและการทำงานของนักเรียนในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะได้รับใบงานที่ประกอบด้วยสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า และแผนภาพที่แสดงโครงสร้างของสถานการณ์ โดยครูจะต้องแสดงการวิเคราะห์โครงสร้างของสถานการณ์ที่ละประเภทด้วยตัวอย่างที่หลากหลาย เพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะเฉพาะของสถานการณ์ประเภทนั้นๆ และตามด้วย

ตัวอย่างสถานการณ์หลายๆ ประเภทพร้อมกัน เพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นความแตกต่างของโครงสร้างสถานการณ์ทั้งหมด

โดยทั่วไป การเรียนการสอนในขั้นตอนนี้จะดำเนินการสาธิตและสร้างแบบจำลองโดยครูพร้อมกับการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับการระบุส่วนประกอบที่สำคัญของสถานการณ์ ซึ่งนักเรียนจะต้องอ่านสถานการณ์และวางแผนข้อมูลลงในแผนภาพให้เหมาะสม นอกจากนี้ในตอนท้ายของการเรียนการสอนนักเรียนจะได้ทำใบงานที่ประกอบด้วยสถานการณ์ง่ายๆ ทีละประเภท จนสามารถระบุประเภทและเขียนข้อมูลของสถานการณ์ลงในแผนภาพได้ถูกต้องครบทุกประเภท

ขั้นที่ 2 การเรียนการสอนการแก้ปัญหา (Problem Solution Instruction)

ขั้นตอนนี้เริ่มต้นด้วยการทบทวนโครงสร้างของปัญหาแต่ละประเภท ในบริบทของโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่ามากกว่าสถานการณ์ในลักษณะเดียวกันกับขั้นที่ 1 โดยครูจะเป็นผู้สาธิตการถามคำถามง่ายๆ เพื่อให้นักเรียนระบุประเภทของปัญหาและวางแผนข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ โดยใส่เครื่องหมายคำถามแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า และผลจากการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมจะสะท้อนให้เห็นถึงความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหา

นอกจากนี้ ครูจะต้องสอนให้นักเรียนเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตามด้วยการสอนให้นักเรียนใช้หลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา โดยในขั้นตอนสุดท้ายนักเรียนจะต้องให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผลรวมถึงมีการตรวจสอบคำตอบที่ได้ และเพื่อช่วยให้นักเรียนจดจำโครงสร้างของปัญหาแต่ละประเภท นักเรียนจะได้รับใบงานที่ประกอบด้วยโจทย์ปัญหาประเภทต่างๆ เพื่อเสริมต่อความรู้จนกว่านักเรียนจะสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง โดยในตอนท้ายของคาบเรียนนักเรียนจะได้รับใบงานที่ประกอบด้วยโจทย์ปัญหาซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่ครูสอนที่ละประเภท และตามด้วยใบงานที่ประกอบด้วยปัญหาทุกประเภท โดยมีกลวิธีในการปัญหาเป็นตัวช่วยในการตรวจสอบและสะท้อนเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียน

1.3 ลักษณะของปัญหาและแผนภาพ

มีนักการศึกษาได้จำแนกประเภทและอธิบายลักษณะของปัญหา ไว้ดังนี้

Marshall (1995 : 71-76) ได้จำแนกลักษณะของสถานการณ์ปัญหาออกเป็น 5 ประเภท ได้แก่ ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของข้อมูล (Chang Problem) ปัญหาเกี่ยวกับการรวมกลุ่ม

ข้อมูล (Group Problem) ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare) ปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Problem) และปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary Problem)

Christou and Philippou (1999, อ้างถึงใน Jitendra, 2011: 14) จัดหมวดหมู่ปัญหาตามลักษณะโครงสร้างของปัญหา ไว้ดังนี้

1) ปัญหาที่มีลักษณะโครงสร้างแบบเพิ่มขึ้น เนื่องจากใช้วิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยการบวกหรือการลบในการหาคำตอบของปัญหา ได้แก่ ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของข้อมูล (Chang Problem) ปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group Problem) และปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare)

2) ปัญหาที่มีลักษณะโครงสร้างแบบทวีคูณ เนื่องจากใช้วิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยการคูณหรือการหารในการหาคำตอบของปัญหา ได้แก่ ปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Problem) และปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary Problem)

Kalyuga (2006: 5, อ้างถึงใน Jitendra et al., 2011: 14-16) ได้อธิบายลักษณะของปัญหาไว้ 5 ประเภท สามารถสรุปได้ดังนี้

1) ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของข้อมูล (Chang Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างความรู้ของการเปลี่ยนแปลง (Chang schema) ที่เกิดจากการเพิ่มหรือลดของจำนวนเริ่มต้นอย่างถาวรในช่วงเวลาหนึ่ง

ตัวอย่าง กระรอกนำเมล็ดถั่วไปสะสมไว้ในรังจำนวน 15 เมล็ด ทำให้ในรังของมันมีเมล็ดถั่วทั้งหมด 38 เมล็ด เดิมกระรอกมีเมล็ดถั่วเท่าใด

จากโจทย์จำนวนที่ไม่ทราบค่าคือ จำนวนเมล็ดถั่วที่มีอยู่เดิมหรือจำนวนเริ่มต้น ซึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นในเวลาต่อมา

2) ปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group Problems) มีโครงสร้างความรู้ของการจัดกลุ่ม (Group schema) ที่เกิดจากการรวมกลุ่มของจำนวนที่มีค่าน้อยจนกลายเป็นผลรวมที่มีค่ามากที่สุด โดยเน้นความสัมพันธ์แบบ Part-Part-Whole

ตัวอย่าง ไม้ตีเบสบอลราคา 50 ดอลลาร์ หมวกเบสบอลราคา 10 ดอลลาร์ จะต้องมีเงินเท่าไรจึงจะสามารถซื้อไม้เบสบอลและหมวกเบสบอลได้พอดี

จากโจทย์ปัญหาข้างต้น จำนวนที่ไม่ทราบค่าคือ ราคารวมทั้งหมด ซึ่งได้จากผลรวมของราคาไม้ตีเบสบอลกับราคาหมวกเบสบอล

3) ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare Problems) มีโครงสร้างความรู้ของการเปรียบเทียบ (Compare Schema) ที่เกิดจากการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่ไม่เกี่ยวข้องกัน โดยเน้นความสัมพันธ์ไปที่ความแตกต่างของจำนวนทั้งคู่

ตัวอย่าง ในสวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีเด็กที่เล่นอยู่ในสนาม 8 คน และมีเด็กที่นั่งอยู่บนชิงช้าจำนวนหนึ่ง ถ้ามีเด็กที่เล่นอยู่ในสนามมากกว่าเด็กที่นั่งอยู่บนชิงช้า 5 คน จะมีเด็กที่อยู่บนชิงช้ากี่คน

จากโจทย์ปัญหาข้างต้น จำนวนไม่ทราบค่าคือ จำนวนของเด็กที่นั่งอยู่บนชิงช้า โดยข้อมูลในสถานการณ์เปรียบเทียบให้เห็นว่าจำนวนเด็กทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอยู่ 5 คน

4) ปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Problems) มีโครงสร้างความรู้ในการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Schema) ที่เกิดจากการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนใดๆ ให้มีความสัมพันธ์ในลักษณะเดียวกันกับการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่กำหนดให้

ตัวอย่าง ถ้าต้องการนำน้ำส้มเข้มข้นผสมกับน้ำในอัตราส่วน 1 : 3 แต่มีน้ำอยู่ 6 กระป๋อง จะต้องใช้น้ำส้มเข้มข้นกี่กระป๋อง

จากโจทย์ข้างต้น ถ้าใช้น้ำส้มเข้มข้น 1 กระป๋อง จะต้องใช้น้ำ 3 กระป๋อง เมื่อปริมาณน้ำเปลี่ยนไปเป็น 6 กระป๋อง ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเป็นกระป๋องของน้ำส้มและน้ำในสถานการณ์ที่สองจะต้องมีลักษณะเดียวกันกับสถานการณ์เริ่มแรก ซึ่งจะได้ว่า 1 : 3 = ? : 6 นั้นคือ ต้องใช้น้ำส้มเข้มข้นจำนวน 2 กระป๋องในการผสมน้ำ 6 กระป๋อง

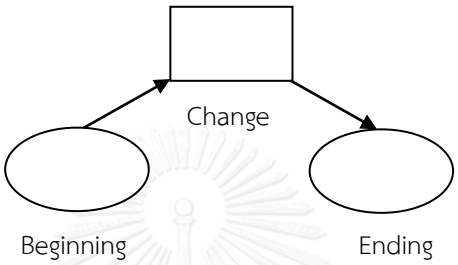
5) ปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary problems) มีโครงสร้างความรู้การผันแปรของข้อมูล (Vary Schema) ที่เกิดจากระบบของการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่แตกต่างกัน 2 ระบบ ถ้าจำนวนใดจำนวนหนึ่งเปลี่ยนไป เช่น เพิ่มขึ้นหรือลดลง อีกจำนวนหนึ่งจะเปลี่ยนไปในทางเดียวกัน หรือเป็นการอธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ ถ้า...แล้ว

ตัวอย่าง ถ้ายูริสามารถกินไส้กรอก 3 ชิ้นในเวลา 2 นาที ด้วยอัตราเร็วคงที่ ยูริจะสามารถกินไส้กรอกได้กี่ชิ้นในเวลา 6 นาที

จากโจทย์ข้างต้น ยูริกินไส้กรอกด้วยอัตราเร็วคงที่ ดังนั้นถ้าผลรวมของเวลาเพิ่มขึ้นเป็น 3 เท่า ปริมาณไส้กรอกที่ยูริสามารถกินได้ก็จะเพิ่มขึ้นเป็น 3 เท่า ในลักษณะเดียวกัน

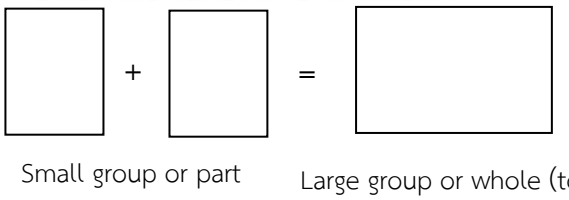
สำหรับลักษณะแผนภาพของปัญหา Marshall (1995: 239-241) ได้อธิบายไว้ดังนี้

1) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang Schema Diagram) จำนวนที่อยู่ในรูปวงรีด้านซ้ายของแผนภาพเป็นจำนวนเริ่มต้น จำนวนที่อยู่ในรูปวงรีด้านขวาของแผนภาพเป็นจำนวนที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงของจำนวนเริ่มต้น จำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งอยู่ตรงกลางด้านบนระหว่างรูปวงรีทั้งสองรูปแสดงให้เห็นถึงค่าที่เปลี่ยนไปของจำนวนเริ่มต้น และลูกศรแสดงให้เห็นถึงการกระทำ



แผนภาพที่ 1 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang Schema Diagram)

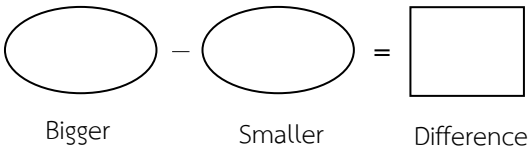
2) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group Schema Diagram) จำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปเล็กๆ ด้านซ้ายของแผนภาพเป็นจำนวนที่มีค่าน้อย และจำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ด้านขวาของแผนภาพเป็นจำนวนรวมที่มีค่ามากที่สุด โดยมีเครื่องหมายบวกอยู่ระหว่างทุกรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปเล็ก และมีเครื่องหมายเท่ากับอยู่ระหว่างกลุ่มของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปเล็กกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่



แผนภาพที่ 2 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group Schema Diagram)

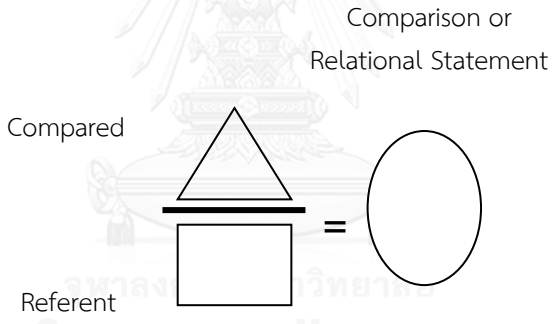
3) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare Schema Diagram) จำนวนที่อยู่ในรูปวงรีด้านซ้ายสุดของแผนภาพเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า จำนวนที่อยู่ในรูปวงรีตรงกลางของแผนภาพเป็นจำนวนที่มีค่าน้อยกว่า และจำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านขวาสุดของแผนภาพแสดงความแตกต่างระหว่างจำนวนที่มีค่ามากกว่ากับจำนวนที่มีค่าน้อยกว่า โดยมี

เครื่องหมายลบอยู่ระหว่างรูปวงรีทั้งสอง และเครื่องหมายเท่ากับอยู่ระหว่างรูปวงรีรูปกลางกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



แผนภาพที่ 3 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare Schema Diagram)

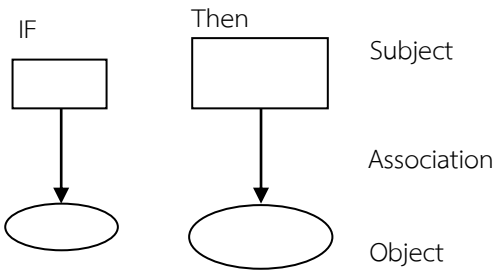
4) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Schema Diagram) จำนวนที่อยู่ในรูปวงรีด้านขวาของแผนภาพเป็นอัตราที่กำหนดให้หรืออัตราส่วนแรก จำนวนที่อยู่ในรูปสามเหลี่ยมด้านบนซ้ายของแผนภาพแทนจำนวนแรกของอัตราส่วนที่สอง และจำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าด้านล่างรูปสามเหลี่ยมข้างต้นเป็นจำนวนหลังของอัตราส่วนที่สอง โดยมีเครื่องหมายเท่ากับอยู่ระหว่างอัตราส่วนแรกกับอัตราส่วนที่สอง และส่วนของเส้นตรงอยู่ระหว่างรูปสามเหลี่ยมกับสี่เหลี่ยมผืนผ้า



แผนภาพที่ 4 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Schema Diagram)

5) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary Schema Diagram) มีส่วนประกอบที่สำคัญ 4 ประการ ซึ่งแบ่งออกเป็นสองกลุ่มที่แตกต่างกัน โดยข้อมูลในแต่ละกลุ่มจะอยู่ในชุดของแผนภาพที่ประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปวงรี และลูกศรที่โยงจากบนลงล่าง ซึ่งจำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปวงรีกลุ่มแรกที่อยู่ด้านซ้ายของแผนภาพจะแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนแรกที่แทนข้อความ “ถ้า...” และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากับรูปวงรีกลุ่มที่อยู่ด้านขวาของแผนภาพจะเป็นอัตราส่วนตัวที่สองที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ “แล้ว...” โดยที่หน่วยของจำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปจะเป็นหน่วยเดียวกัน และหน่วยของจำนวนที่อยู่ในรูปวงรีทั้งสองรูปจะเป็นหน่วยเดียวกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



แผนภาพที่ 5 แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary Schema Diagram)

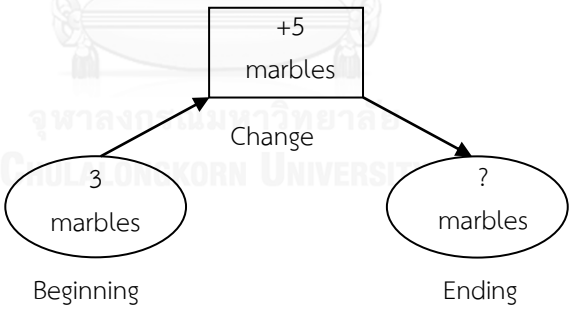
1.4 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหา (schema diagram)

Riley et al. (1983: 160, อ้างถึงใน Jitendra et al., 1996: 423) ได้ยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาประเภทต่างๆ ซึ่งสามารถเขียนข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพได้ดังนี้

1) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang schema diagram)

1.1) Ending quantity unknown

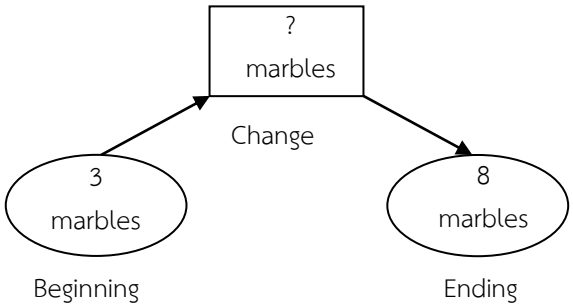
เจนมีลูกแก้ว 3 ลูก จากนั้นเท็ดให้มาอีก 5 ลูก เจนมีลูกแก้วทั้งหมดเท่าไร



แผนภาพที่ 6 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang schema diagram) แบบ Ending quantity unknown

1.2) Change quantity unknown

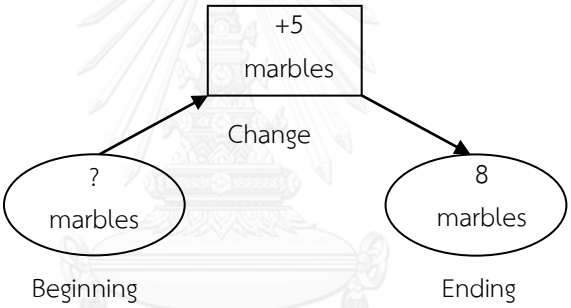
เจนมีลูกแก้ว 3 ลูก จากนั้นเท็ดให้ลูกแก้วเจนจำนวนหนึ่ง ที่ให้เจนมีลูกแก้วรวมทั้งหมด 8 ลูก เท็ดให้ลูกแก้วเจนมากี่ลูก



แผนภาพที่ 7 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang schema diagram) แบบ Change quantity unknown

1.3) Beginning quantity unknown

เจนมีลูกแก้วอยู่จำนวนหนึ่ง จากนั้นเท็ดให้มาอีก 5 ลูก ทำให้เจนมีลูกแก้วทั้งหมด 8 ลูก เดิมเจนมีลูกแก้วอยู่กี่ลูก

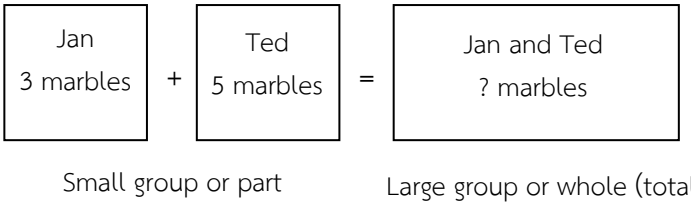


แผนภาพที่ 8 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงข้อมูล (Chang schema diagram) แบบ Beginning quantity unknown

2) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group schema diagram)

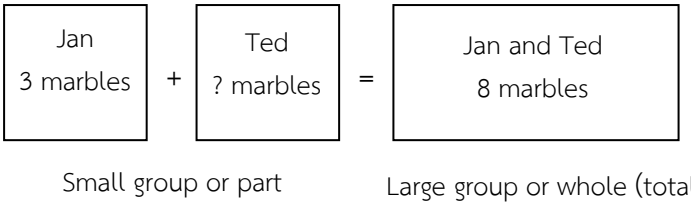
2.1) Whole quantity unknown

เจนมีลูกแก้ว 3 ลูก เท็ดมีลูกแก้ว 5 ลูก เด็กทั้งสองคนมีลูกแก้วรวมกันทั้งหมดกี่ลูก



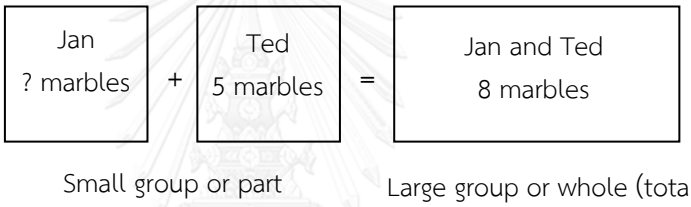
แผนภาพที่ 9 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group schema diagram) แบบ Whole quantity unknown

2.2.1) เจนและเท็ดมีลูกแก้วรวมกันทั้งหมด 8 ลูก ถ้าเจนมีลูกแก้ว 3 ลูก เท็ดจะมีลูกแก้วอยู่กี่ลูก



แผนภาพที่ 10 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group schema diagram) แบบ Part (s) quantity unknown

2.2.2) เจนและเท็ดมีลูกแก้วรวมกันทั้งหมด 8 ลูก ถ้าเท็ดมีลูกแก้ว 3 ลูก เจนจะมีลูกแก้วอยู่กี่ลูก

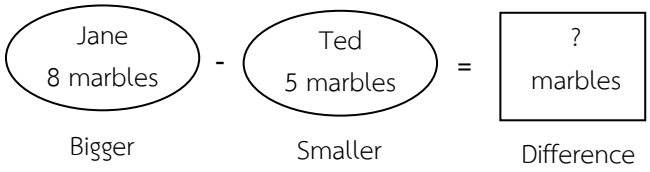


แผนภาพที่ 11 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group schema diagram) แบบ Part (s) quantity unknown

3) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare schema diagram)

3.1) Difference quantity unknown

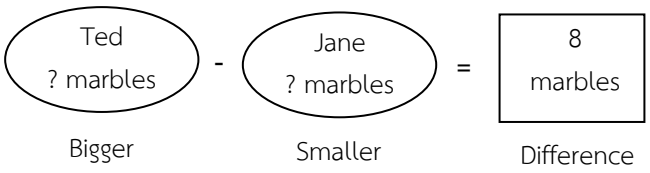
เจนมีลูกแก้ว 8 ลูก เท็ดมีลูกแก้ว 5 ลูก ทั้งสองคนมีลูกแก้วรวมกันทั้งหมดกี่ลูก



แผนภาพที่ 12 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare schema diagram) แบบ Difference quantity unknown

3.2) Compared quantity unknown

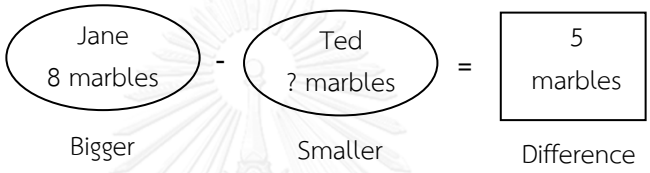
เจนมีลูกแก้ว 3 ลูก เท็ดมีลูกแก้วมากกว่าเจนอยู่ 8 ลูก เท็จมีลูกแก้วกี่ลูก



แผนภาพที่ 13 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare schema diagram) แบบ Compared quantity unknown

3.3) Referent quantity unknown

เจนมีลูกแก้ว 8 ลูก ซึ่งมากกว่าเท็ดอยู่ 5 ลูก เท็จมีลูกแก้วกี่ลูก

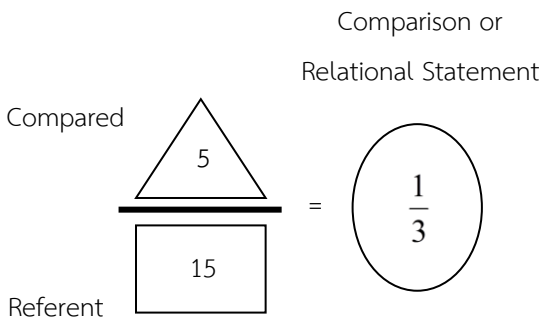


แผนภาพที่ 14 ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare schema diagram) แบบ Referent quantity unknown

Marshall (1995: 135) ได้ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่าซึ่งมีโครงสร้างทวีคูณ เช่นเดียวกันกับปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Problem) และปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary Problem) สามารถนำมาเขียนแผนภาพโครงสร้าง ได้ดังนี้

4) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate schema diagram)

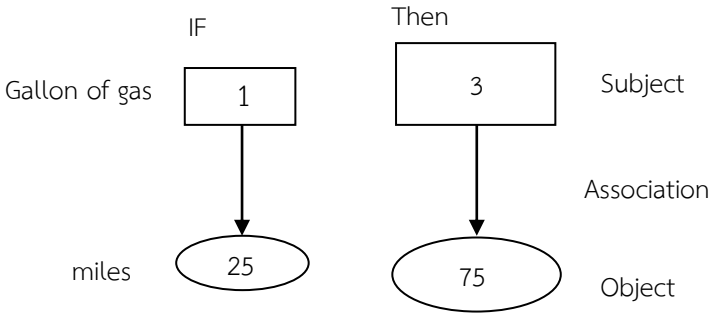
ลินดาสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง 5 ข้อ ส่วนซินดี้สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง 15 ข้อ ลินดาตอบคำถามได้ถูกต้องคิดเป็น 1/3 เท่าของซินดี้



แผนภาพที่ 15 ตัวอย่างแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate schema diagram)

5) แผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary schema diagram)

รถท่องเที่ยวเดินทางได้ 25 ไมล์ ใช้น้ำมัน 1 แกลลอน ถ้ารถท่องเที่ยวคันนี้วิ่งได้ระยะทาง 75 ไมล์ จะใช้นำมัน 3 แกลลอน



แผนภาพที่ 16 ตัวอย่างแผนภาพของปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary schema diagram)

1.5 กลวิธีแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน

นักการศึกษาได้นำเสนอกลวิธีในการแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้ฐาน ไว้ดังนี้

Jitendra (2011: 736) ได้นำเสนอกลวิธีในการแก้ปัญหา DISC ซึ่งเป็นกลวิธีในการแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่ประกอบด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหาและกระบวนการตรวจสอบการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน เพื่อติดตามการเรียนรู้และสนับสนุนกลวิธีการรู้คิด (Metacognitive Strategy Knowledge) ของนักเรียน โดยกลวิธี DISC ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ค้นหาประเภทของปัญหา (D – Discover the problem type)

ขั้นที่ 2 ระบุข้อมูลในปัญหาเพื่อเป็นตัวแทนของปัญหาลงในแผนภาพ (I – Identify information in the problem to represent in diagram)

ขั้นที่ 3 แก้ปัญหา (S – Solve the problem)

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (C – Check the solution)

Dalziel (2008: 16) ได้นำเสนอกระบวนแก้ปัญหา ROSSC ซึ่งนักเรียนจะต้องมีการเตือนตนเองในขณะแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่าน (R – Read)

ขั้นที่ 2 แสดงแผนภาพเพื่อบอกประเภทของปัญหา (O – Figure out what kind of problem)

ขั้นที่ 3 แก้ปัญหา (S – Solve the problem)

ขั้นที่ 4 สรุป (Sentence)

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบ (Check It over)

Marshall (1995: 40-41), Mayer (1999), and Riley et al. (1983) กล่าวว่า รูปแบบของการแก้ปัญหาผ่านการใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน มีขั้นตอนในการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุโครงสร้างความรู้ของปัญหา (Problem Schema Identification)

ขั้นที่ 2 การสร้างตัวแทนของปัญหา (Problem Representation)

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา (Problem Planning) และ

ขั้นที่ 4 การดำเนินการแก้ปัญหา (Problem Solution)

นอกจากนี้ การแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนจะมีความสัมพันธ์กับความรู้เชิงมโนทัศน์ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. **ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาและการระบุโครงสร้างของปัญหา** (Schema Knowledge and Problem Schema Identification) การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน มีแนวคิดสำคัญที่ส่งเสริมให้นักเรียนจดจำแบบรูปหรือโครงสร้างของปัญหา เพื่อใช้ในการจำแนกหรือระบุประเภทของปัญหา ถ้าหากโครงสร้างเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างชัดเจนจะช่วยให้ทำความเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และเนื่องจากโครงสร้างของปัญหาประเภทต่างๆ (Change, Group, Compare) มีคุณสมบัติที่แตกต่างกัน การรับรู้โครงสร้างของปัญหาเหล่านั้นจึงเกิดขึ้นพร้อมกันกับการทำความเข้าใจโครงสร้างของปัญหาที่หลากหลาย (นั่นคือ Compared, Referent, Difference)

2. **ความรู้เกี่ยวกับการอธิบายปัญหาและการสร้างตัวแทนของปัญหา** รูปแบบของการแก้ปัญหาผ่านการใช้โครงสร้างความรู้ (Operation Knowledge and Problem Representation) เป็นขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแผนภาพโครงสร้างความรู้ (Schematic Diagram) หรือแบบแผนที่มีความสอดคล้องกับตัวแทนของปัญหาที่ได้ระบุไว้ในขั้นตอนที่ 1 ซึ่งเป็นการอธิบายรายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับโครงสร้างที่สำคัญของสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่จะนำไปสู่การพัฒนาโครงสร้าง

ความรู้ นักเรียนจะได้วางแผนรายละเอียดของปัญหาภายในแผนภาพโครงสร้างความรู้ซึ่งจะแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหา นอกจากนี้จะทำให้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความสัมพันธ์กันในปัญหาถูกละทิ้ง และสร้างตัวแทนของปัญหาเพื่ออธิบายโครงสร้างของปัญหาได้อย่างเหมาะสม

3. ความรู้เกี่ยวกับกลวิธีในการแก้ปัญหา และการวางแผนการแก้ปัญหา (Strategic Knowledge and Problem Planning) เป็นขั้นตอนในการวางแผนการแก้ปัญหาที่มีมุ่งหมายเพื่อสอนให้นักเรียนเลือกวิธีการดำเนินการที่เหมาะสม และเขียนประโยคทางคณิตศาสตร์หรือสมการต่างๆ ซึ่งในบางครั้งการแก้ปัญหาโดยทั่วไปอาจจะมีประโยชน์ต่อการระบุหรือการอธิบายลักษณะเฉพาะของโครงสร้างปัญหา แต่ก็ไม่ได้แสดงให้เห็นถึงความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีในการแก้ปัญหาหรือแผนการดำเนินการแก้ปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหาอาจจะไม่มีประโยชน์โดยตรงต่อการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อน แต่ความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้สามารถประยุกต์ใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งจะนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้

4. ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหา และการดำเนินการแก้ปัญหา (Execution Knowledge and Problem Solution) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะได้แสดงการแก้ปัญหาตามแผนการที่วางไว้ ซึ่งจะต้องใช้ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเทคนิคต่างๆที่จะนำไปสู่คำตอบของปัญหา เช่น การแสดงทักษะหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยปัญหาที่มีลักษณะแตกต่างกันอาจใช้ทักษะหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาเดียวกัน เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของข้อมูล (Chang Problem) ปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มข้อมูล (Group Problem) และปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare) จะใช้วิธีการบวกหรือการลบในการแก้ปัญหา เนื่องจากปัญหาเหล่านั้นมีพื้นฐานมาจากแนวความคิด Part-Part-Whole สำหรับความแตกต่างของการวางแผนการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหาจะมุ่งเน้นไปทีการเลือกวิธีการและขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหาก่อนหน้านี้ ซึ่งจะส่งผลให้แผนการดำเนินการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพในเวลาต่อมา

1.6 กลวิธีเอฟโอพีเอส (FOPS Strategy)

Jitendra et al. (2010: 145-146) ได้อธิบายไว้ว่า กลวิธีเอฟโอพีเอสเป็นกลวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาตามแนวคิดการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน (Schema-Based Instruction) ที่เน้นบทบาทของโครงสร้างปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยในการจำแนกลักษณะของ

ปัญหา การสร้างตัวแทนของปัญหาผ่านการใช้แผนภาพโครงสร้าง (Schematic Diagrams) และการกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยกลวิธีเอฟโอพีเอสประกอบด้วย 4 ขั้นตอนในการแก้ปัญหา ร่วมกับการเตือนตนเอง (Self-Monitoring) เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา (F – Find the Problem Type)

ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ (O – Organize the Information in the Problem Using the Diagram)

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา (P – Plan to Solve the Problem)

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา (S – Solve the Problem)

ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องใช้การเตือนตนเอง เพื่อตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง และช่วยให้ครูสามารถติดตามการเรียนรู้ของนักเรียนที่เปลี่ยนจากครูเป็นสื่อกลางในการเรียนการสอน (Teacher-Mediated Instruction) ไปสู่การเรียนการสอนที่นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ด้วยตนเอง (Independent Learning) ซึ่ง Kramarski, Mevarech and Arami (2002), Kramarski and Mizrachi (2006), and Pintric (2002) ได้กล่าวไว้ว่า การเตือนตนเองเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้มีความสำคัญต่อความสามารถในกลวิธีรู้คิด (Metacognitive Strategy Knowledge) และส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะที่ดีในการกำกับตนเอง (Self-Regulation)

Jitendra et al. (2010: 146) ได้อธิบายขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอส สามารถสรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา (F – Find the Problem Type) ในขั้นตอนนี้มุ่งเน้นให้นักเรียนอ่านและตีความปัญหาให้เป็นภาษาของนักเรียนเอง ซึ่งจะทำให้ทราบว่านักเรียนรู้และไม่รู้อะไรในปัญหา โดยนักเรียนจะต้องอ่านปัญหา อ่านปัญหาซ้ำเพื่อทำความเข้าใจข้อมูลในปัญหาให้ชัดเจน และระบุประเภทของปัญหา นอกจากนั้นครูจะต้องมีการขยายความและอธิบายเกี่ยวกับสภาพของปัญหาเพิ่มเติม เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและระบุประเภทของปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ (O – Organize the Information in the Problem Using the Diagram) ในขั้นตอนนี้ เพื่อให้ง่ายต่อการสร้างตัวแทนของปัญหา นักเรียนจะต้องมีความพร้อมที่จะใช้แผนภาพโครงสร้างความรู้ (Schematic Diagrams) ในการออกแบบหรือสร้างตัวแทนของข้อมูลจากประโยคข้อความในปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องอ่านปัญหาเพื่อค้นหาข้อมูล

หรือจำนวนที่มีความสัมพันธ์กัน โดยเขียนข้อมูลเหล่านั้นลงในแผนภาพและเขียนเครื่องหมายคำถามแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า จากนั้นนักเรียนต้องสรุปข้อมูลของปัญหาจากแผนภาพที่สมบูรณ์ และทบทวนความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของตัวแทนปัญหาอีกครั้ง นอกจากนั้นในขั้นตอนนี้ยังมีการขีดเส้นใต้ข้อมูลที่สำคัญและพิจารณาการเขียนจำนวนลงในแผนภาพตามวัตถุประสงค์และเรื่องราวของปัญหา โดยมุ่งเน้นไปที่ข้อมูลสำคัญที่มีความจำเป็นต่อการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสนใจและจดจำปัญหาได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา (P – Plan to Solve the Problem) ในขั้นตอนนี้เน้นแผนการที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยเริ่มต้นจากการเลือกวิธีการดำเนินการที่เหมาะสมจากพื้นฐานของข้อมูลในปัญหาแต่ละประเภท จากนั้นถ่ายโยงข้อมูลในแผนภาพไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา (S – Solve the Problem) ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ได้ระบุไว้ในขั้นตอนที่ 3 โดยเขียนคำตอบและหน่วยของคำตอบให้สมบูรณ์ และมีการตรวจสอบการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบ ความถูกต้องของตัวแทนปัญหา และขั้นตอนในการคำนวณอีกด้วย

Jitendra et al. (2011: 736) กล่าวว่า ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาจะมีการติดตามผลการเรียนรู้โดยคำถามที่ถูกออกแบบมาเพื่อสะท้อนให้เห็นถึงพฤติกรรมในการแก้ปัญหา โดยมีขอบเขตในการพิจารณา ดังต่อไปนี้

1) **ความเข้าใจปัญหา (Problem Comprehension)** ตัวอย่างคำถามเช่น ฉันอ่านและอ่านปัญหาซ้ำ เพื่อทำความเข้าใจว่าปัญหาให้อะไรมาบ้าง และต้องการให้หาอะไร ทำไมจึงเป็นปัญหาเรื่องอัตราส่วน มันมีความคล้ายหรือแตกต่างจากปัญหาที่ฉันเคยเจออย่างไร

2) **ตัวแทนของปัญหา (Problem Representation)** ตัวอย่างคำถามเช่น แผนภาพโครงสร้างความรู้ใดที่สามารถนำเสนอข้อมูลของปัญหาเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนได้อย่างเพียงพอ

3) **แผนการดำเนินการแก้ปัญหา (Problem Planning)** ตัวอย่างคำถามเช่น ฉันสามารถสร้างสมการได้อย่างไร กลวิธีใดสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้

4) **คำตอบของปัญหา (Problem Solution)** ตัวอย่างคำถามเช่น คำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ ฉันสามารถตรวจสอบคำตอบได้อย่างไร

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้อธิบายความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

O' Daffer and Thornquist (1990: 43) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับการหารูปแบบทั่วไป การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดเหล่านั้น

Brahier (2005 : 25) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่ออธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา ดังนั้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นการสร้างข้อพิสูจน์ซึ่งอาจเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการเพื่อคาดการณ์ข้อเท็จจริงต่างๆที่เกิดขึ้น

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 4) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นการสร้างข้อคาดการจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งอาศัยการให้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและแบบอุปนัย

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2009: 4) กล่าวว่า การให้เหตุผลอาจจะเป็นการคิดเพื่อหาข้อสรุปบนพื้นฐานของหลักฐานหรือสมมติฐานที่ได้ระบุไว้ รวมไปถึงการใช้เหตุผลอย่างเป็นทางการหรือการพิสูจน์ ในการที่จะอนุมานหาข้อสรุปเชิงตรรกะจากสมมติฐานและคำจำกัดความ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของการอธิบายข้อมูล การให้เหตุผลแบบนิรนัย ตลอดจนการให้เหตุผลแบบอุปนัย ขึ้นอยู่กับความสามารถในการทำความเข้าใจถึงนัยหรือความหมายของเรื่องใดๆ ได้อย่างลึกซึ้ง (Sense Making) และความสามารถในการเชื่อมโยงประสบการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่เดิม ทั้งนี้การให้เหตุผลและการทำความเข้าใจถึงนัยหรือความหมายของเรื่องใดๆ ได้อย่างลึกซึ้ง ควรจะเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอนในห้องเรียนทุกๆวัน เนื่องจากการให้เหตุผลจนเป็นนิสัย (Reasoning Habits) เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพเกี่ยวกับการคิด ซึ่งกลายเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการในการค้นคว้าทางคณิตศาสตร์และการทำความเข้าใจถึงนัยหรือความหมายของเรื่องใดๆ ได้อย่างลึกซึ้ง สำหรับการให้เหตุผลจนเป็นนิสัยที่ควรจะเป็นกิจวัตรและเป็นส่วนหนึ่งของการพัฒนาห้องเรียนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น ทั้งนี้การให้เหตุผลประกอบด้วยการคิดในลักษณะต่อไปนี้

- การคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา จะนำไปสู่การระบุความสัมพันธ์ของมโนทัศน์หรือการสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงข้อมูลสำคัญในปัญหา ซึ่งมีส่วนช่วยในการแก้ปัญหา การอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลภายใต้เงื่อนไขต่างๆอย่างระมัดระวัง การค้นหาแบบรูปและตัวแทนของปัญหา การค้นหาโครงสร้างของปัญหาที่มองไม่เห็น การประยุกต์ใช้มโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่อย่างเหมาะสม รวมถึงการสร้างข้อคาดการณ์ที่เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาภายใต้ข้อจำกัดของปัญหานั้นๆ และการกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

- การคิดเกี่ยวกับกลวิธีที่มีประสิทธิภาพ เช่น การสร้างจุดประสงค์ในการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาที่ประกอบด้วยการคำนวณ การดำเนินการทางพีชคณิต และการนำเสนอข้อมูล รวมถึงการสร้างนิรนัยเชิงตรรกะที่ประกอบด้วยการพิสูจน์ข้อคาดการณ์และการอธิบายขยายความข้อค้นพบเริ่มต้น และการติดตามความก้าวหน้าของกระบวนการแก้ปัญหา โดยทบทวนเกี่ยวกับกลวิธีในการแก้ปัญหาที่ได้เลือกหรือกลวิธีอื่นที่อาจเป็นไปได้ ซึ่งสร้างขึ้นด้วยตนเองหรือผู้อื่น

- การคิดเพื่อค้นหาและเชื่อมโยงหลักการทางคณิตศาสตร์ ภายใต้สภาพแวดล้อมและตัวแทนที่แตกต่างกัน

- การคิดเพื่อสะท้อนวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งจะนำไปสู่การทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหา ซึ่งประกอบด้วยการตัดสินใจภายใต้ปัจจัยแวดล้อมที่ไม่แน่นอน การให้เหตุผลเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา การทบทวนสมมุติฐานเริ่มต้นเกี่ยวกับธรรมชาติของการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วยความสนใจเริ่มต้นในกรณีเฉพาะและวิธีการอื่นๆ ตลอดจนการทำความเข้าใจข้อสรุปของกลวิธีในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจวิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหา การกลั่นกลองข้อคิดเห็นต่างๆ ซึ่งเป็นการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ การสร้างวิธีการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงระหว่างปัญหาอื่นๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

ทิศนา แขมมณี (2551: 14) กล่าวว่า การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อทำความเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552: 79) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดเกี่ยวกับการอธิบายหรือแสดงแนวคิดในการสร้างหลักการ การวิเคราะห์หา

ความสัมพันธ์ และการหาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล

2.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Prestage (2000: 26) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล คือความสามารถของนักเรียนในการค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้อง รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้งและการพิสูจน์

เยาวพร วรรณทิพย์ (2548: 6) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิด วิธีการในการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการสร้างหลักการความรู้ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้นๆ ประกอบด้วย ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุความสมพันธ์ของข้อมูล ความสามารถในการหาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุป หรือคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล

รัชดา ยาตรา (2549: 5) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือความสัมพันธ์ จากข้อมูลหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลเพื่ออธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น

เทพสุดา เกตุทอง (2551: 62) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ข้อมูล การระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล และการหาข้อสรุปของข้อมูล แล้วแสดงและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551: 58) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิด และความสัมพันธ์ของแนวคิด ท้ายสุดคือแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

ทิศนา แขมมณี (2551: 14) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล เป็นความสามารถในการจำแนกข้อมูลหรือข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วย 3 ทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัย หรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

ณัฐิกานต์ รักนาค (2552: 13) กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ เพื่อมาอธิบายข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนอย่างสมเหตุสมผล

รุจิรัตน์ พรหมรักษ์ (2553: 5) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง วิธีการคิด เพื่อหาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาหรือข้อเท็จจริงที่มีอยู่ พร้อมทั้งสามารถอธิบายข้อสรุปหรือยืนยันข้อสรุปเหล่านั้นได้

วรนารถ อยู่สุข (2555: 33) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลประกอบไปด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แยกแยะ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการหาข้อสรุปของปัญหา และความสามารถในการยืนยันตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ

2.3 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้อธิบายเกี่ยวกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Haller et al. (1989: 209-211) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพ คำถามที่ใช้ในการให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้เรียกว่าคำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาจจะเพิ่ม ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้เศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม โดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ ดังนี้

1.1 เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

1.2 เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.3 เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.4 เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง

1.5 เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม

1.6 เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.7 เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนลดลง

1.8 เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนลดลง

1.9 เศษลดลงและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

2. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลข โดยประโยคคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เช่น เศษส่วน $A=\frac{8}{24}$ เท่ากับเศษส่วน $B=\frac{x}{3}$ แล้วหาค่า x สามารถทำได้โดยให้ค่า x จาก $\frac{8}{24}=\frac{x}{3}$ จะได้ $x=1$

Karplus and Wollman (1974) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 8 ลักษณะดังนี้ คือ

1. ไม่มีคำบรรยาย (No Explanation) เป็นการให้เหตุผลที่ไม่สามารถให้รายละเอียดได้

2. การรู้สึกนึกคิด (Intuition) เป็นการให้เหตุผลด้วยการคาดเดา การประมาณโดยขาดการอ้างอิงของข้อมูลที่มีอยู่

3. คำนวณโดยใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuiition Computation) เป็นการให้เหตุผลโดยการใช้ข้อมูลที่มีอยู่อย่างขาดเหตุผลที่เหมาะสม

4. การเปลี่ยนสเกล (Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่มีการเปลี่ยนสเกล แต่ไม่เกี่ยวข้องกับข้อมูล

5. ใช้หลักการบวก (Addition) เป็นการให้เหตุผลที่เน้นความแตกต่างเพียงด้านเดียวและแก้ปัญหาโดยใช้การบวก

6. ใช้หลักกระบวนการและการเปลี่ยนสเกล (Addition and Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่ไม่สามารถบอกอัตราส่วนที่แท้จริงได้

7. ใช้สัดส่วนที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Proportion) เป็นการให้เหตุผลที่มีการใช้อัตราส่วน แต่ไม่สามารถที่จะเปลี่ยนเป็นอัตราที่ถูกต้องได้

8. ใช้สัดส่วน (Proportion) เป็นการให้เหตุผลแบบสัดส่วนและมีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับสเกลของการวัด

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989) กล่าวว่า ในการสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนดจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและแบบนิรนัย

O' Daffer (1990: 378) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 ลักษณะ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปแบบทั่วไปทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์และอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลายๆ ตัวอย่างและนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป และการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนในการคิด ซึ่งการให้เหตุผลในลักษณะนี้เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นฐาน ได้แก่ อนิยาม นิยาม สัจพจน์และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักแล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

Baroody (1993: 2-59) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การให้เหตุผลใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuitive reasoning) เป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากลางสังหรณ์ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนการให้เหตุผลอีก 2 ประเภท เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยและ

การให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกันกับ O’ Daffer เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท Baroody กล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบใช้การรู้สึกนึกคิดหรือแบบอุปนัยที่เรียกว่า การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อความคาดการณ์เหล่านั้นโดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

Cooney et al. (1999: 8-10) ได้จำแนกประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่ได้จากกระบวนการพิจารณาสิ่งที่มีร่วมกันจากตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วสรุปออกมาโดยมีเหตุผลสนับสนุน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่มาจากหลักทั่วไปหรือหลักใหญ่อ้างอิงไปยังสิ่งที่เจาะจง

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ ตัวอย่างเช่น การเพิ่มเงินเดือน 10% ตามด้วยการตัดเงินเดือน 10% ทำให้เงินเดือนเพิ่มขึ้นหรือเงินเดือนลดลง หรือไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าเทียบกับการตัดเงินเดือน 10% ตามด้วยการเพิ่มเงินเดือน 10% จงอธิบายว่า เมื่อใดทั้งสองแบบได้รับผลเท่ากัน

4. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ ตัวอย่างเช่น จะต้องตัดตามขวางทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์อย่างไร จึงจะได้รูปเหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46-62) กล่าวว่า โดยทั่วไปมนุษย์มักจะใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก ซึ่งมนุษย์แต่ละคนอาจมีอยู่มากน้อยแตกต่างกัน มาช่วยแก้ปัญหา เช่น เมื่อน้ำตาลทรายจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและแม่ค้ามักรีบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้า คนในเมืองมักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการเจรจาน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า เป็นต้น ซึ่งในทางคณิตศาสตร์ เรียกการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึกดังกล่าวข้างต้นว่า การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ มนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อย

นั้น ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ นอกจากการให้เหตุผลแบบสหัชญาณแล้ว ในทางวิชาการนักการศึกษาได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

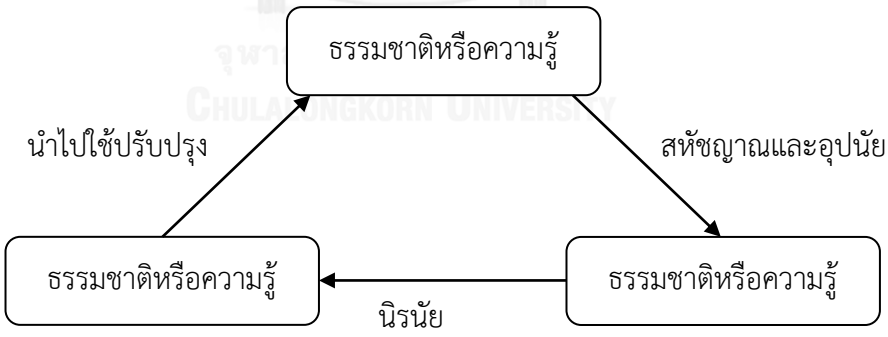
1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ซึ่งการให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ

2.1 เหตุหรือสมมติฐาน ซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ คำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่างๆ

2.2 ผลหรือผลสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

อย่างไรก็ตาม การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ แบบอุปนัย และแบบนิรนัย อาจเป็นกระบวนการที่สืบเนื่องกันในการสร้างองค์ความรู้ใหม่ๆ ดังแสดงในแผนภูมิต่อไปนี้



แผนภาพที่ 17 แสดงกระบวนการให้เหตุผลที่มีความสืบเนื่องกัน

ตามแผนภูมิข้างต้น เมื่อเราสังเกตข้อมูลจากธรรมชาติหรือด้วยความรู้เดิมที่มีอยู่ เราอาจพบปัญหาหรือคำถามที่อยากรู้คำตอบ แรกๆ ก็อาจใช้การให้เหตุผลแบบสหัชญาณมาช่วยแก้ปัญหาเฉพาะหน้า ได้เป็นคำตอบคร่าวๆ ที่อาจจะใช้แก้ปัญหาได้ดีในบางกรณี ต่อไปเมื่อทำการสังเกตหรือ

ทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อค้นหาแบบรูปซึ่งจะนำไปสู่ข้อสรุปหรือคำตอบที่เชื่อว่าน่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริงมีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริง ก็เป็นการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย มาช่วยสร้างข้อความคาดการณ์ที่เป็นกรณีทั่วไป หลังจากนั้น ก็ใช้สิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็น จริงเพื่อยืนยันว่าข้อความคาดการณ์นั้นเป็นจริง ก็เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัยทำให้ได้ทฤษฎีบทหรือกฎแล้วนำกลับไปใช้ในธรรมชาติหรือปรับปรุงขยายความรู้เดิมให้กว้างขวางหรือลึกซึ้งมากขึ้น ไม่ว่าจะในเนื้อหาเดิมหรือเนื้อหาใหม่ก็ตาม ต่อจากนั้นก็อาจกลับไปเริ่มต้นวงจรใหม่จากการสังเกตข้อมูลจากธรรมชาติหรือด้วยความรู้เดิมที่มีอยู่ เข้าวงจรตามแผนภูมิต่อไป

อัมพร ม้าคนอง (2553: 48-56) ได้อธิบายเกี่ยวกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายลักษณะ สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรก ประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อยๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกบกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขของข้อข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหุค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะดังนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม ซึ่งการให้เหตุผลเชิงคุณภาพเกิดจากการทำงาน 2 ลักษณะดังนี้

1) การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่ เช่น วัวตัวแรกกินหญ้าหนึ่งกระสอบหมดในเวลา 4 วัน วัวตัวที่สองกินหญ้ากระสอบขนาดเดียวกันหมดในเวลา 5 วัน แสดงว่า วัวตัวแรกกินจุกว่าวัวตัวที่สอง

2) การบอกทิศทางของการเปลี่ยนแปลง เป็นการระบุทิศทางของการเปลี่ยนแปลงจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น ในการตัดเสื้อเดือนนี้ ช่างตัดเสื้อใช้เวลามากกว่าเดิมแต่ได้จำนวนเสื้อน้อยกว่าเดิม แสดงว่า ความสามารถในการตัดเสื้อของช่างลดลง

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลขแบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1) การระบุค่าตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

2) การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่างๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง ได้อธิบายลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไว้ว่า การให้เหตุผลยังอาจทำได้ในลักษณะของการอ้างอิง (Making Generalizations) โดยการใช้ข้อเท็จจริงที่เรียนรู้มาอ้างอิงไปยังสิ่งใหม่ ตัวอย่างของการอ้างอิงคือ การที่ผู้เรียนใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความกว้าง ความหนา และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในการหาตัวประกอบคู่ต่างๆ ของจำนวนใดๆ เช่น พื้นที่ 120 ตารางเมตร อาจเป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างและด้านยาว ดังต่อไปนี้

ด้านกว้าง 3 เมตร ด้านยาว 40 เมตร หรือ

ด้านกว้าง 6 เมตร ด้านยาว 20 เมตร หรือ

ด้านกว้าง 10 เมตร ด้านยาว 12 เมตร หรือ

ด้านกว้างและด้านยาวคู่อื่นๆ

ลักษณะเช่นนี้สามารถใช้อ้างอิงไปยังการหาตัวประกอบคู่ต่างๆ ของ 120 ดังนี้

3×40 หรือ

6×20 หรือ

8×15 หรือ

10×12 และคู่อื่นๆ

ความสามารถและลักษณะของการให้เหตุผลของมนุษย์แต่ละคนแตกต่างกันตามความรู้ประสบการณ์และความสามารถในการคิด บางคนสามารถให้เหตุผลอย่างเป็นเหตุเป็นผล เป็นไปตามหลักวิชา และเป็นที่ยอมรับของผู้อื่น ในขณะที่บางคนอาจให้เหตุผลตามความเชื่อหรือตามสิ่งที่ผู้อื่นบอก ลักษณะของการให้เหตุผลของแต่ละคนอาจแตกต่างกัน ในทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับระดับการคิดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์นั้นๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิต ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับระดับการคิดทางเรขาคณิต และความสามารถในการให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับระดับการให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

2.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Guilford and Hoepfner (1971: 28-32) กล่าวว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติหรือในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

Lappan and Schram (1989: 18-19) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกฝนจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรส่งเสริมให้นักเรียนได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง โดยจัดบรรยากาศชั้นเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นการพัฒนาทักษะในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงแนวคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยการอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่างๆ ที่ก่อให้เหกิดการคิด การสร้างข้อคาดการณ์ การสร้างแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบายซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 29) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการให้เหตุผล และเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีจะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริง จำเป็นต้องจัดให้มีการให้เหตุผลแทรกอยู่ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่หลากหลายในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปอันสมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนด และประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น

Rowan and Morrow (1993: 16-18) กล่าวว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ครูมีความจำต้องจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่แสดงให้เห็นว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญมากกว่าการได้เพียงคำตอบ และบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

Baroody and Coslick (1998: 2-30) ได้อธิบายลักษณะของการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาการทักษะให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลควรมีการบูรณาการอยู่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้และแบบอุปนัยเพื่อคาดการณ์ และการใช้เหตุผลแบบนิรนัยง่ายๆ เช่น การใช้เหตุผล “ถ้า...แล้ว”

2. ช่วยให้นักเรียนเห็นว่ามีรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่างๆ สิ่งของและจำนวน

3. ใช้กิจกรรมที่มีการจำแนกชัดเจนก่อน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนประเมินการคาดการณ์และการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

Sternberg (1999) ได้นำเสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะและการประเมินการให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากการแก้ปัญหา การวางแผนและการจัดการทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ

Malloy (1999) ได้นำเสนอแนวทางในการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษาโดยเสนอให้ผู้สอนใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry Approach) ในการส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบ และอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 267) กล่าวว่า การพัฒนาให้นักเรียนเป็นบุคคลที่มีเหตุผลทำได้โดย จัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน ส่งเสริมบรรยากาศการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดการคิดอย่างมีเหตุผล ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูล มีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล รู้ข้อจำกัดของการให้เหตุผลทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อนำไปสู่การใช้เหตุผลอย่างถูกต้อง นอกจากนั้นครูจะต้องมีการตรวจสอบพัฒนาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลของนักเรียนอยู่เสมอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายการใช้เหตุผลของตนเองเกี่ยวกับหลักการที่ใช้ในการคาดเดาคำตอบ และวิธีการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ กับครูและเพื่อนร่วมห้อง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยอย่างเหมาะสม

กระทรวงศึกษาธิการ (2545: 198-199) ได้อธิบายแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลไว้ว่า การฝึกให้ผู้เรียนคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ และมีองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์ปัญหาหรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความคิดความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง

3. ควรช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนควรสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยให้ความช่วยเหลือ กระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้ว ผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางอย่างถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น การจัดการเรียนรู้

ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 3) ได้นำเสนอข้อควรคำนึงเกี่ยวกับแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

1. ให้รักเรียน เรียนรู้อย่างมีเหตุผล
2. ให้นักเรียนฝึกคิดอย่างมีเหตุผล
3. ให้นักเรียนฝึกเป็นผู้ให้เหตุผล
4. ให้นักเรียนฝึกเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนทำเพื่อหาคำตอบ
5. ให้นักเรียนฝึกให้เหตุผลในการอธิบายหรืออภิปราย
6. ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น
7. ให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง
8. ให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการใช้ทักษะเหตุผลทางคณิตศาสตร์
9. เลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ชนิดต่างๆ ได้หลากหลาย
10. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผล และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
11. เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป
12. อ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างภาพ
13. ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
14. สร้างและตรวจสอบข้อคาดคะเนทางคณิตศาสตร์ได้
15. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ การจัดหมวดหมู่ สรุปรวมข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันได้

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2551: 42) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ สำหรับปัจจัยที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลมีหลากหลายปัจจัย ได้แก่ ครู นักเรียน บรรยากาศการเรียนการสอน วิธีการจัดการเรียนการสอน และอื่นๆ ซึ่งปัจจัยดังกล่าวล้วนมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งสิ้น โดยเฉพาะครูผู้สอน เป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูสามารถทำได้โดยเริ่มจากการให้นักเรียนได้พบเจอกับโจทย์ปัญหาที่

น่าสนใจ มีบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริม และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดอธิบาย แสดงเหตุผลของตนได้อย่างอิสระ และผู้สอนได้สรุป ชี้แจงให้นักเรียนได้ทราบเกี่ยวกับการแสดงเหตุผลของนักเรียนว่ามีความถูกต้อง สมเหตุสมผล หรือขาดตกบกพร่องอย่างไร

ณัฐิกานต์ รักนาค (2552: 52) กล่าวว่า การเรียนการสอนที่ส่งเสริมการให้เหตุผลควรเอื้อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดและเหตุผลอย่างเต็มความสามารถ โดยเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล ภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการแลกเปลี่ยนความคิด และแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ และส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาอย่างเป็นประจำ โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะ และแนะนำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง

วรนารถ อยู่สุข (2555: 41) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ ได้ให้เหตุผลผ่านการอธิบายและการเขียนบรรยาย โดยมีการปฏิบัติกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ วางแผนการปฏิบัติกิจกรรมหรือสร้างข้อคาดการณ์/ข้อสรุป และการตัดสินใจหรือยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

สามารถสรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยสอดแทรกการให้เหตุผลเข้าไปในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง โดยให้เวลานักเรียนในการฝึกฝนการคิดวิเคราะห์ เขียนอธิบายความคิดของตนเอง อภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้อื่น สร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ตรวจสอบ และประเมินข้อสรุปต่างๆ รวมถึงประเมินการคิดของตนเองและผู้อื่น โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้พบปัญหาที่นักเรียนสนใจและไม่ยากเกินความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล โดยครูเป็นผู้ช่วยให้คำชี้แนะ และจัดบรรยากาศชั้นเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาร่วมกันอย่างอิสระ

3. ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของตัวแทนความคิดและตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้อธิบายความหมายของตัวแทนความคิดและตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Palmer (1977: 90) กล่าวว่า ตัวแทนความคิด หมายถึง สิ่งที่แทนหรือตัวแทนที่ใช้แทนสิ่งหนึ่ง

Janvier (1987: 56) กล่าวว่า ตัวแทนความคิด เป็นส่วนหนึ่งของมโนทัศน์ทางจิตวิทยา ซึ่งในสาขาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตัวแทนความคิดจะเป็นสิ่งที่เกี่ยวกับวิธีคิดของนักเรียน

Hiebert (1990: 31-40) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดเป็นกระบวนการในการสร้างตัวแทนของสิ่งต่างๆ (Representations Precess) และเป็นผลจากการใช้ตัวแทนเหล่านั้น (Representations Product)

Hall (1996: 235) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดเป็นกระบวนในการเปลี่ยนสถานการณ์ปัญหาและสามารถพัฒนาประสบการณ์ในการเรียนรู้ได้จากการลงมือทำกิจกรรม

Jonassen (2000: 192) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดเป็นโครงสร้างทางจิตใจที่ประกอบด้วยมโนภาพต่างๆ อาจรวมถึงการอุปมาอุปมัย มิติสัมพันธ์ และโครงสร้างทางความรู้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM 2000: 67) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดเป็นทั้งกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นจากกระบวนการ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หรือเป็นความสัมพันธ์ของรูปแบบต่างๆที่เกิดขึ้นภายในตัวมันเอง รวมถึงการประยุกต์ใช้กระบวนการและผลที่เกิดขึ้นจากกระบวนการต่างๆเหล่านั้น สิ่งที่ได้จากการสังเกตภายนอกมีความเกี่ยวข้องกับสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจของบุคคลในการกระทำทางคณิตศาสตร์นั้นๆ

อารีย์ เมฆวิลัย (2552: 21) กล่าวว่า ตัวแทนความคิด หมายถึง การออกแบบสร้างสิ่งต่างๆ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับความหมายของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาได้อธิบายไว้ดังนี้

อารีย์ เมฆวิลัย (2552: 21) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยถ่ายทอดออกมาเป็นภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความภาษาหรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553: 43) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical representation) หรือมโนภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นภาพที่ปรากฏขึ้นภายในสมองหรือความคิดของผู้เรียน ซึ่งภาพนั้นเกี่ยวข้องกับสิ่งต่างๆทางคณิตศาสตร์ มโนภาพในเรื่องเดียวกันของผู้เรียนแต่ละคนอาจแตกต่างกันตามประสบการณ์การเรียนรู้และการแก้ปัญหา

อรญา อัญโย (2553: 13-14) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ใช้ในการแสดงถึงความรู้ ความเข้าใจ และมโนทัศน์ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นภาพที่ปรากฏขึ้นภายในสมองหรือความคิดของบุคคล เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของความรู้ ความเข้าใจ และมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

3.2 ลักษณะของตัวแทนความคิดและตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

Lesh, Post and Behr (1987: 39) ได้จำแนกประเภทของตัวแทนความคิดที่ใช้ในการศึกษาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ประเภท ได้แก่ วัตถุจริง สัญลักษณ์ทางเลขคณิต ภาษาพูด รูปภาพ และกราฟ

Goldin and Kaput (1996: 397-430) ได้จำแนกลักษณะของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ตัวแทนภายนอก (External Representations) เป็นสิ่งที่สามารถสังเกตได้ง่าย อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปกราฟ ตาราง ประโยคสัญลักษณ์ เป็นต้น

2. ตัวแทนภายใน (Internal Representations) เป็นสิ่งที่อยู่ในสมองของนักเรียน ไม่สามารถวัดหรือสังเกตได้โดยตรง ต้องอาศัยการสังเกตจากการใช้ตัวแทนความคิดภายนอก หรือพฤติกรรมภายนอก เช่น การพูด หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Johnson (1998: 78), Kaput (1987: 111), Lesh (1987: 39), Zhang (1997: 223) and Milrad (2000: 80) ได้อธิบายเกี่ยวกับประเภทของตัวแทนความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1. ภาษา เป็นการแปลความหมายจากสิ่งที่ได้จากการสังเกต และความสัมพันธ์ที่มีในปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยคำพูดหรือเสียงพูด

2. รูปภาพหรือกราฟ เป็นการแปลความหมาย ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรูปภาพหรือกราฟ

3. สัญลักษณ์ของเลขคณิต เป็นการแปลความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไปสู่สูตรของเลขคณิต

Janvier, Girardon and Morand (2000: 79-82) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ตัวแทนความคิดภายนอก และตัวแทนความคิดภายในซึ่งตัวแทนความคิดภายนอกได้แก่ แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ ตัวอย่างคอมพิวเตอร์กราฟิก และระบบสัญญาณที่เป็น

ทางการ ซึ่งสิ่งเหล่านี้มักเป็นการแสดงความคิดหรือความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรม ส่วนตัวแทนความคิดภายใน มีความหมายที่ไม่ชัดเจน เนื่องจากไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง ต้องอาศัยการสังเกตและการวินิจฉัยเกี่ยวกับการเรียนรู้และจิตใจของนักเรียนขณะทำงาน โดยตัวแทนความคิดภายในจะถูกนำเสนอออกมาเป็น โครงสร้าง (Schemas) ความคิดรวบยอด (Conception) และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ (Mental Subjects)

Janvier, Girardon, and Morand (2000: 45-63) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่แทรกอยู่ทั่วไปในคณิตศาสตร์ ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภาพ แผนภูมิและจำนวน นอกจากนี้อาจรวมไปถึงกิจกรรมต่างๆ ซึ่งใช้สื่อการสอนที่จับต้องได้ และการใช้คอมพิวเตอร์อย่างมีความหมายมากมาย

Cuoco and Curcio (2001: บทนำ x-xi) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดสามารถแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ เป็นแผนที่ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ แต่ไม่ได้หมายถึงตัวแทนที่แสดงออกมาให้เห็นหรือเป็นความเข้าใจที่ดีเกี่ยวกับสิ่งเหล่านั้น เมื่อนักเรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและตำแหน่งบนเส้นจำนวน ตำแหน่งไม่ใช่ตัวแทนความคิด เพราะตัวแทนความคิดเป็นส่วนหนึ่งของความสัมพันธ์ที่นักเรียนได้สร้างขึ้น นอกจากนี้ตัวแทนความคิดไม่ใช่เพียงแค่การจับคู่ความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ แต่เป็นชุดที่รักษาโครงสร้างของความสัมพันธ์เหล่านั้นและถ่ายโยงความสัมพันธ์นั้นไปสู่รูปแบบอื่นๆ

Cuoco and Curcio (2001: บทนำ x-xi) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดที่มีการอภิปรายในทฤษฎีทางการศึกษาไว้ประกอบด้วยตัวแทนความคิดภายนอก (External Representation) และตัวแทนความคิดภายใน (Internal Representation) โดยตัวแทนความคิดภายนอกเป็นตัวแทนที่ช่วยให้บุคคลสามารถสื่อสารกับผู้อื่นได้ง่ายขึ้น ซึ่งมีลักษณะเป็นเครื่องหมาย ภาพวาด ภาพร่างทางเรขาคณิต และสมการต่างๆ สำหรับตัวแทนความคิดภายในจะนำเสนอในรูปแบบของโครงสร้างความคิดรวบยอด และสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจของบุคคล

Goldin and Shteingold (2001: 3) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดมีลักษณะเป็นสัญลักษณ์หรือรูปร่างของสัญลักษณ์ ซึ่งมีรูปแบบต่างๆ เช่น เครื่องหมาย รูปภาพ รหัส หรือตัวแทนอื่นๆ

อารีย์ เมฆวิลัย (2552: 21) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแทนความคิดภายนอก และตัวแทนความคิดภายใน ซึ่งตัวแทนความคิดภายนอกได้แก่ แผนผัง

ตาราง กราฟ สัญลักษณ์ เป็นต้น และตัวแทนความคิดภายในจะเสนอเป็นโครงสร้าง ความคิดรวบยอด และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ

จากความหมายของตัวแทนความคิดที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนความคิดสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ตัวแทนความคิดภายนอก เป็นตัวแทนเกี่ยวกับความคิดหรือความคิดรวบยอดที่แสดงออกมาเป็นรูปธรรม เช่น แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ ซึ่งจะช่วยให้บุคคลสามารถสื่อสารกับผู้อื่นได้ง่ายขึ้น ส่วนตัวแทนความคิดภายใน เป็นความรู้สึกหรือความคิดภายในของบุคคล ซึ่งจะถูกนำเสนอออกมาเป็น โครงสร้าง (Schemas) ความคิดรวบยอด (Conception) และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ (mental Subjects)

3.3 ความหมายของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

Brahier (2005: 25) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง ที่ส่งเสริมให้นักเรียนจำลองสถานการณ์ปัญหา เพื่อใช้เป็นแนวทางในการการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ สำหรับการเลือกใช้ตัวแทนความคิดให้เหมาะสมกับปัญหาจะต้องคำนึงถึงบริบทที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นๆ

กัลยา ทองสุ (2545: 6) กล่าวว่า การใช้ตัวแทน (Representation) ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ตัวแทนที่เป็นวัตถุจริง การวาดภาพ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ในการรวบรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และสามารถเลือกใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดความเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์

สิริมา สาระพล (2547: 7) การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การเขียนภาพ (Pictorial Representation) การแสดงด้วยตารางหรือกราฟ (Graphical Representation) การใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Representation) หรือการใช้ตัวแทนทางพีชคณิต (Algebraic Representation) ในการรวบรวมข้อมูล สร้างความคิดรวบยอด การจดบันทึก การสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รู้จักเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดในทางคณิตศาสตร์ และในการประยุกต์ใช้ทางคณิตศาสตร์

สรินนา หมอนสุภาพ (2548: 5) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ตัวแทนที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง

(Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbolic) และเครื่องหมาย (Expression) ในรูปแบบต่างๆ รวมทั้งการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการรวบรวมความคิด ในการสื่อสารความคิด เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถเลือกใช้วิธีการที่หลากหลายในการแสดงความเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์

สุจินดา เอี่ยมโอภาส (2551: 7) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิด หมายถึง การใช้ตัวแทนที่เป็นวัตถุจริง การวาดภาพ การเขียนตาราง และการใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ในการรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถเลือกตัวแทนที่หลากหลายเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาที่ต่างกัน เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจในคณิตศาสตร์

อารีย์ เมฆวิลัย (2552: 15) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงความสัมพันธ์ทางความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจมีลักษณะเป็นภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความภาษา หรือรูปแบบอื่นๆ

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 7) กล่าวว่า การใช้ตัวแทน หมายถึง กระบวนการสำคัญที่จะสื่อความคิดความเข้าใจในทางคณิตศาสตร์ ด้วยการใช้ตัวแทนต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ (Object) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) กราฟ (Graph) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbol) นิพจน์ (Expression) และตัวแทนโดยการนึกคิด (Visually Representation) ในรูปแบบต่างๆ เพื่อทำให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และสามารถนำความเข้าใจเหล่านั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ได้

สายัณห์ พลแพน (2556: 26-27) การใช้ตัวแทน หมายถึง วิธีการทั้งหลายที่เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะทำให้บุคคลเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และนำความรู้เหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ โดยการแทนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้วัตถุจริง รูปภาพ กราฟ แผนภูมิ แผนภาพ ตาราง แบบจำลอง สัญลักษณ์ และนิพจน์ ในรูปแบบต่างๆ เป็นตัวแทนในการรวบรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

จากข้อมูลข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคริตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม ซึ่งอาจแสดงออกมาในรูปของ ตาราง แผนภาพ กราฟ หรือรูปแบบอื่นๆ

3.4 ความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

สำหรับความสำคัญของการใช้ตัวแทนความทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้อธิบายไว้ดังนี้

Palmer (1978), Kosslyn (1980), Janvier, Girardon and Morand (2000) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดภายใน สามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า มโนภาพ (Mental Representation) ซึ่งมโนภาพมีความสำคัญอย่างมากในการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นสิ่งที่อยู่ในใจและความนึกคิดของคน

Greeno and Hall (1997: 361-367) กล่าวว่า รูปแบบการสอนที่เกี่ยวกับตัวแทนความคิดจะมีความสมบูรณ์ในตัวมันเอง เนื่องจากการใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด สามารถช่วยในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์และสนับสนุนการให้เหตุผล โดยตัวแทนความคิดจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของสถานการณ์ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และสามารถรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกันได้ นอกจากนั้นเมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดต่างๆ ไปสู่ตัวแทนความคิดที่หลากหลายนักเรียนจะสามารถทำความเข้าใจการใช้มโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น เพราะฉะนั้นนักเรียนจึงมีความจำเป็นที่จะต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM 2000: 280) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากการใช้ตัวแทนความคิดจะช่วยพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ในสิ่งที่นักเรียนได้สร้างขึ้น หรือเปรียบเทียบสิ่งต่างๆผ่านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เช่น วัตถุจริง ภาพวาด แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ซึ่งตัวแทนข้างต้นจะช่วยในการสื่อสารของนักเรียน และเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการทำความเข้าใจความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นการใช้ตัวแทนความคิดเป็นโอกาสที่นักเรียนจะได้ใช้การสื่อสารในการอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจของตนเองและคนอื่นๆ และแสดงการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาในโลกจริง ซึ่งจะทำให้การใช้ตัวแทนกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้ง

Fennell and Rowan (2001: 292) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดเป็นกระบวนการอย่างหนึ่งซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญต่อการเรียนการสอนและการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนั้นตัวแทนความคิดเป็นแนวทางที่จะนำไปสู่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพราะฉะนั้นครูสามารถใช้ตัวแทนความคิดในการอธิบาย

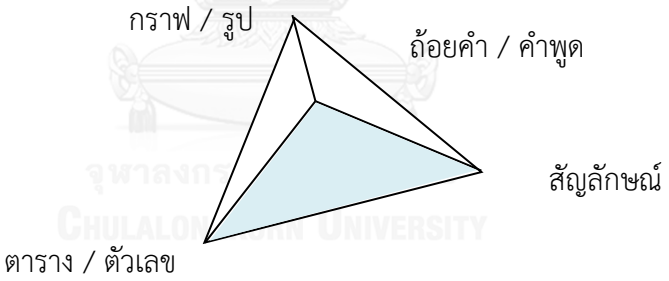
แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจน เพื่อส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์และช่วยให้นักเรียนเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นไปสู่รูปแบบที่นักเรียนสามารถดำเนินการทางความคิดหรือทางกายภาพเพื่อเพิ่มความเข้าใจของพวกเขาให้ดีขึ้น

Dossey et al. (2002: 83-85) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดเป็นสัญลักษณ์ที่แทนความคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญ ดังนี้

1. ตัวแทนหลายรูปแบบบรรยายสถานะและความคิดทางคณิตศาสตร์ ความสำคัญของรูปแบบต่างๆ เป็นการอธิบายที่อยู่ในการสื่อสารและการเชื่อมโยง

2. การใช้ตัวแทนเป็นการขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดของนักเรียน ที่แสดงให้เห็นถึงความไม่เข้าไม่เข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบ ความสามารถในการพัฒนาและตีความตัวแปรของนักเรียนที่หลากหลาย ซึ่งจะเพิ่มความสามารถในการกระทำและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

3. การใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายเปรียบเสมือนทรงพีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านเท่ากันทุกประการ (Tetrahedron) ภาพเดียวที่มียอดมุมแสดงการใช้ตัวแทนที่แตกต่าง เช่น มุมของกราฟหรือรูปภาพ เกี่ยวกับคำพูด ตารางหรือตัวเลข



แผนภาพที่ 18 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

4. การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการที่ทำให้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่จับต้องได้ โดยแสดงความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดและถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่างๆ ซึ่งนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายควรจะมีการใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายอย่างยืดหยุ่น

5. การใช้ตัวแทนเป็นภาพหรือการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนมีการวิเคราะห์เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิดหรือเห็นคุณค่าของแบบจำลองต่างๆ นักเรียนจะสามารถบอกได้ว่าการใช้ตัวแทนใดที่เป็นประโยชน์ต่อการสื่อสาร

6. นักเรียนจะต้องได้เห็นการใช้ตัวแทนความคิดที่เป็นนามธรรมอย่างหลากหลาย ก่อนที่

จะเริ่มทำความเข้าใจความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรม ซึ่งนักเรียนบางคนจะสามารถพัฒนาความเข้าใจในเรื่องนั้นๆได้อย่างชัดเจน เมื่อได้เห็นภาพวาดหรือกราฟ ในขณะที่นักเรียนบางคนชอบใช้ตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์ทางพีชคณิตมากกว่า หรือนักเรียนบางคนมีการใช้ตัวแทนความคิดทั้งสองลักษณะ

7. การใช้ตัวแทนช่วยให้เห็นภาพรวม และเป็นการบันทึกข้อมูลที่ไม่สามารถทำได้สะดวกหรือเป็นตัวแทนของข้อมูล

8. เทคโนโลยีเป็นประตูที่จะนำไปสู่การใช้ตัวแทนความคิด เนื่องจากการใช้เครื่องคำนวณกราฟเบื้องต้น สามารถช่วยให้นักเรียนเปลี่ยนตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไปสู่ตัวแทนที่เป็นกราฟของฟังก์ชัน และโปรแกรมยังสามารถแสดงกราฟ 3 มิติ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงไปสู่โลกแห่งความจริงได้ นอกจากนี้โปรแกรมทางเรขาคณิตยังช่วยให้นักเรียนเห็นการเปลี่ยนแปลงของวัตถุที่เคลื่อนไหวได้อย่างช้าๆ อีกด้วย

9. ตัวแบบ (Modeling) เป็นตัวแทนของสถานการณ์ที่เกิดขึ้นบนโลกจริง มันจะช่วยให้นักเรียนอธิบายลักษณะสถานการณ์เหล่านั้นผ่านสัญลักษณ์หรือแผนภาพ (Diagram) ซึ่งนักเรียนนักเรียนจะต้องใช้คณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์และทำการตัดสินใจเพื่อแก้ปัญหา แต่ก็มีบ่อยครั้งที่นักเรียนมักจะผิดพลาดในขั้นตอนของการตรวจสอบ เช่น ตัวแบบของผู้ถูกล่ากับผู้ล่าคือหนูกับเหยี่ยว นักเรียนจะต้องพิจารณาขอบเขตที่อยู่อาศัย แต่ข้อจำกัดคือไม่สามารถทำการนับเหยี่ยวซึ่งเป็นผู้ล่า หรือสัตว์ชนิดอื่นๆ ซึ่งเป็นผู้ล่าหนูเช่นเดียวกันกับเหยี่ยว

กัลยา ทองสุ (2545: 22) กล่าวว่า ทักษะกระบวนการด้านการใช้ตัวแทนความคิด เป็นทักษะด้านหนึ่งที่มีความสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนและการฝึกทักษะการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดีและง่ายขึ้น การใช้ตัวแทนจะลดความเป็นนามธรรมระหว่างประสบการณ์จริงกับความเข้าใจสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547: 24) กล่าวว่า ทักษะที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทนความคิด อันได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ เป็นสิ่งที่มีความสำคัญและจำเป็นในการรวบรวมความรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ในการแปลความหมายเพื่อหาความสัมพันธ์ในการสื่อสารความคิดของผู้เรียนอันนำในสู่การแก้ปัญหา ทักษะด้านการใช้ตัวแทน จึงเป็นอีกทักษะที่จำเป็นต้องส่งเสริมให้เกิดขึ้นเพื่อเป็นประโยชน์แก่นักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

สิริมา สาระพล (2547: 88) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ แผนภูมิ ตาราง กราฟ การวาดภาพ และสัญลักษณ์ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นทักษะหนึ่งที่ควรจะส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ช่วยขยายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง ตัวแทนเหล่านั้นจะช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเองได้

สรินนา หมอนสุภาพ (2548: 29) กล่าวว่า การใช้ตัวแทน คือตัวกลางในการสื่อสารความคิดความเข้าใจในทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับตรงกัน ซึ่งเป็นทักษะ/กระบวนการที่แทรกอยู่ระหว่างทักษะการสื่อสารและสื่อความหมายตามหลักสูตรในประเทศไทย แต่ในต่างประเทศโดยเฉพาะประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสำคัญกับทักษะ/กระบวนการนี้ จนเป็นหนึ่งในทักษะ/กระบวนการที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยตัวแทนที่กล่าวนั้นอาจจะเป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbolic) และนิพจน์ (Expression) ในรูปแบบต่างๆ ซึ่งการใช้ตัวแทนยังแบ่งออกเป็นภายนอก คือสัญลักษณ์ต่างๆ ที่กล่าวมาแล้ว กับตัวแทนภายใน ซึ่งเป็นตัวแทนทางความคิด ตัวอย่างที่ง่ายต่อการเข้าใจมากที่สุดคือการหาคำตอบของสมการ $x + 4 = 7$ ในการพิจารณาการแก้สมการซึ่งเป็นตัวแทนภายนอกก็คือการย้ายข้างของ 4 และเปลี่ยนเครื่องหมายของ 4 ทำให้ได้คำตอบ $x = 3$ แต่ในกรณีของตัวแทนภายในก็คือเหตุผลในการตัด 4 ออกทั้งสองข้าง ซึ่งเป็นการตัดออกของจำนวนที่เท่ากันตามสมบัติการเท่ากัน

สุจินดา เอี่ยมโอภาส (2551: 53) กล่าวว่า ทักษะการใช้ตัวแทนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เป็นการฝึกให้นักเรียนสามารถแปลงเนื้อหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมหรือสร้างรูปแบบต่างๆ ขึ้นมา ทั้งการใช้ตัวแทนภายนอกหรืออาจเป็นตัวแทนภายในได้ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้เข้าใจมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ทักษะการใช้ตัวแทนยังช่วยให้ครูผู้สอนตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ย้อนกลับไปช่วยปูพื้นฐานหรือแก้ไขความเข้าใจที่ผิดได้ เป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่น และการใช้ตัวแทนยังช่วยสนับสนุนการพัฒนาความคิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นอีกด้วย

อารีย์ เมฆวิลัย (2552: 30) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างมาก เนื่องจากเป็นสิ่งที่จะทำให้ครูผู้สอนสามารถรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือไม่และอย่างไร แม้ว่าหากผู้เรียนสามารถใช้สัญลักษณ์หรือการใช้ตัวแทนภายนอกได้ถูกต้องโดยไม่มีความเข้าใจหรือไม่มีตัวแทนภายใน

อย่างแท้จริง ครูก็จะสามารถพิจารณาเห็นปัญหาและย้อนกลับไปช่วยปูพื้นฐานได้ นอกจากการใช้ตัวแทนจะเป็นการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ตัวแทนยังเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่น และการใช้ตัวแทนยังช่วยสนับสนุนการพัฒนาความคิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นด้วย

อัมพร ม้าคนอง (2553: 43) กล่าวว่า การมีตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical representation) หรือมโนภาพทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน จะทำให้ความสามารถการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย ในการศึกษาทางคณิตศาสตร์ หลายประเทศมุ่งพัฒนามโนภาพทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียน ด้วยการฝึกให้มองหรือจินตนาการสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อที่จะนำไปสู่แนวทางที่มีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา ไม่เพียงแต่การแก้โจทย์ปัญหาเท่านั้น การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ธรรมดาๆ เกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข บางครั้งก็ต้องการมโนภาพทางคณิตศาสตร์มาช่วยคิด

อรญา อัญโย (2553: 13-14) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับนักเรียนที่จะใช้ในการเรียนรู้และเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนใช้ในการสื่อสารและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(2556: 41) ไกล่าวว่า การใช้ตัวแทนมีความสำคัญ ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาตร์ และสนับสนุนการให้เหตุผล เนื่องจากเป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2. การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่ไม่แตกต่างกัน

3. เมื่อผู้เรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่าง จะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย

4. การใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์ต่อการสร้างความเข้าใจ การสื่อสาร และการแสดงเหตุผล

จากข้อมูลข้างต้น สามารถสรุปความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้เครื่องมือที่มีประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยเปลี่ยนสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นรูปธรรมซึ่งง่ายต่อการเรียนรู้และการทำความเข้าใจ และทำให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมี

ความหมาย นอกจากนั้นการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ยังมีประโยชน์ในการสื่อสารข้อมูลและแสดงการให้เหตุผล เนื่องจากเป็นโอกาสที่นักเรียนจะได้ใช้การสื่อสารในการอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจของตนเองและคนอื่นๆ อันจะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนในการติดตามและตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน

3.5 แนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้นำเสนอแนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM 2000: 67-71) ได้อธิบายโปรแกรมการเรียนการสอนมาตรฐานเกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) ในมาตรฐานการใช้ตัวแทนความคิด (Representation) ไว้ว่า จะต้องมีการส่งเสริมให้นักเรียนในชั้นก่อนอนุบาล-มัธยมศึกษาปีที่ 6 (Prekindergarten Through Grade 12) สามารถ

1. สร้างและใช้ตัวแทนในการจัดระบบ บันทึก และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้

2. เลือก ประยุกต์ใช้ และแปลความหมายของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบจำลอง ในการอธิบายปรากฏการณ์ทางกายภาพ ทางสังคม และทางคณิตศาสตร์ได้

นอกจากนั้น สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM 2000: 283-285) ได้อธิบายบทบาทของครูในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแทนความคิดของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถสรุปได้ดังนี้

1. ครูสามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายได้อย่างเหมาะสม โดยให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมการคิดและการสื่อสารความคิดนั้นของนักเรียน ซึ่งครูจะต้องรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนผ่านการถามคำถาม และพยายามทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียนด้วยความจริงใจ

2. ครูควรส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดที่เป็นแบบแผน โดยให้คำแนะนำเบื้องต้นเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนก่อนที่นักเรียนจะสามารถใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายแทนการบอกให้ทราบ

3. ครูควรพัฒนาการใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายให้กับนักเรียน โดยจัดประสบการณ์ให้นักเรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย และแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับรูปแบบการใช้ตัวแทนใหม่ๆ ที่มีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา

4. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่น และความสมบูรณ์ของการคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเอง หลังจากที่นักเรียนได้สั่งสมความรู้เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิดที่เป็นแบบแผน เมื่อนักเรียนได้เผชิญกับปัญหาที่มีความท้าทาย นักเรียนจะต้องเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมจากวิธีการมากมาย

5. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนประเมินการใช้ตัวแทนความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ของตัวแทนที่หลากหลาย ซึ่งจะนำนำไปสู่การใช้ตัวแทนความคิดได้อย่างเหมาะสมและเกิดประโยชน์ได้จริง

Lubinski and Otto (2002: 76-80) กล่าวไว้ว่า การสื่อสารทั้งโดยการพูดหรือการเขียนเป็นกฎที่สำคัญในการเรียนการสอนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ส่วนสำคัญของกระบวนการในการสื่อสารคือการเลือกใช้สัญลักษณ์ที่เป็นตัวแทนของความคิด กระบวนการการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายควรจะเริ่มขึ้นในขั้นเล็กๆ ของการเรียนคณิตศาสตร์และปรากฏในการอธิบายความคิดซึ่งนักเรียนในชั้นเริ่มต้นสามารถอธิบายได้

Rider (2007: 495-500) ได้อธิบายบทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดไว้ว่า ครูต้องมีการปรับเปลี่ยนทั้งวิธีการสอนและการประเมิน โดยออกแบบการเรียนการสอนให้มีการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ผ่านการยกตัวอย่าง การฝึกปฏิบัติในชั้นเรียน ซึ่งจะต้องมีการส่งเสริมการใช้กราฟ ตาราง และสมการพีชคณิตไปพร้อมๆ กัน และมุ่งนั้นให้นักเรียนสามารถเปลี่ยนการใช้ตัวแทนความคิดในหลายๆ รูปแบบได้ เพื่อเปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแทนความคิดรูปแบบต่างๆ ในเนื้อหาเดียวกัน นอกจากนั้นครูควรใช้การวัดและประเมินผลด้วยวิธีการที่หลายหลายทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ เช่น การสอบ การบ้าน แบบฝึกหัด หรือรูปแบบอื่นๆ

กัลยา ทองสุ (2545: 17) กล่าวว่า ควรมีการส่งเสริมการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดและเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูง

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2546: 25) กล่าวว่า นักเรียนควรรู้วิธีการแปลงปัญหาให้เป็นรูปธรรม โดยเลือกใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการรวบรวมข้อมูล ซึ่งการใช้ตัวแทนเป็นการดำเนินการแก้ปัญหาที่จะพัฒนาความเข้าใจที่มีความหมายในทางคณิตศาสตร์ได้

อรชร ภูบุญเติม (2550: 29) กล่าวว่า การฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจะต้องสอนให้นักเรียนรู้จักตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่ามีอะไรบ้างก่อนที่จะสอนให้นักเรียนนำตัวแทนความคิดเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดเพื่อหาวิธีในการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา รวบรวมข้อมูล สื่อสารความเข้าใจกับผู้อื่น ตลอดจนสามารถเลือกและประยุกต์ใช้ตัวแทนด้วยความเข้าใจ

อรญา อัญโย (2553: 20) กล่าวว่า การพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีแนวทาง ดังนี้

1. ครูควรสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการกำหนดตัวอย่าง การตั้งโจทย์ปัญหา แบบฝึกหัด และการวัดประเมินผล

2. การเลือกใช้ตัวแทนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรคำนึงถึงเนื้อหาที่จะสอน จุดเด่น และจุดด้อยของตัวแทนแต่ละแบบ

3. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการเปลี่ยนตัวแทนอีกแบบไปสู่อีกแบบ เช่น ถ้าครูกำหนดสมการให้ นักเรียนสามารถเปลี่ยนตัวแทนที่อยู่ในรูปของสมการให้เป็นกราฟได้

4. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนที่แตกต่างในการแก้ปัญหาเรื่องเดียวกัน

5. ควรนำเทคโนโลยี เช่น เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาช่วนในการสร้างตัวแทน

อัมพร ม้าคนอง (2553: 44) กล่าวว่า มโนภาพทางคณิตศาสตร์หรือตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นปัจจัยสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหา และสามารถคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้ ผู้สอนควรตระหนักถึงประเด็นนี้ และฝึกให้ผู้เรียนใช้มโนภาพทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่คุ้นเคย การฝึกที่ต่อเนื่องจะช่วยพัฒนามโนภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดีขึ้นเรื่อยๆ

สายัณห์ พลแพน (2556: 38) กล่าวว่า ครูมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยพัฒนาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายของนักเรียน โดยออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนที่

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หลากหลาย เช่น กราฟ ตาราง แผนภาพ หรือสัญลักษณ์ต่างๆ ในการแก้ปัญหา สื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ กระบวนการเช่นนี้จะช่วยใช้นักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และใช้ตัวแทนเพื่อการสื่อสารในเรื่องอื่นๆได้

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูจะต้องตระหนักและส่งเสริมนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิดในประเด็น ดังต่อไปนี้

1. ส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ โดยให้โอกาสนักเรียนในการใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายอย่างเหมาะสม และเริ่มขึ้นในขั้นเล็กๆ ของการเรียนคณิตศาสตร์

2. ส่งเสริมการหาวิธีการในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายผ่านการความคิดและการสื่อสาร โดยรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนจากการถามคำถาม และพยายามทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนสื่อสาร

3. การฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยฝึกให้นักเรียนได้ฟัง พูด อ่านและเขียน และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ประเภทต่างๆ ก่อนลงมือแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาความเชื่อมั่น ความชำนาญ และความสมบูรณ์ในการใช้ตัวแทนความคิดของนักเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส

Jitendra and Hoff (1996: 422 – 431) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ที่มีต่อการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 – 4 จำนวน 4 คน ซึ่งมีปัญหาในการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่าการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานสามารถส่งเสริมความถูกต้องในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทั้ง 4 คน และจากการสัมภาษณ์นักเรียน หลังจากที่ได้รับการเรียนการสอนในระหว่างสัปดาห์ที่ 2-3 พบว่าการเรียนการสอนรูปแบบนี้สามารถส่งเสริมความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนทั้ง 4 คน ได้

Jitendra et al. (1999: 50 – 64) ได้ดำเนินการสอนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน (Schema-Based Approach) โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็น

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งมีปัญหาในการเรียนรู้ จำนวน 4 คน ผลการวิจัยพบว่า กลวิธีที่ใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานสามารถส่งเสริมกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทั้ง 4 คน รวมถึงส่งเสริมความคงทนในการแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนเพิ่มขึ้น 2 ขั้นตอน ซึ่งมีการพิจารณาหลังจากที่นักเรียนได้รับการเรียนการสอนไปแล้วในระหว่างสัปดาห์ที่ 2 – 4

Jitendra et al. (2002: 23 – 38) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 4 คน ซึ่งมีปัญหาในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่ากลวิธีที่ใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานมีประสิทธิภาพ สามารถเพิ่มความถูกต้องของการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคูณและการหารของนักเรียนทั้ง 4 คน ได้อย่างชัดเจน

Fuchs et al. (2004: 635 – 647) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างความรู้ ซึ่งมีส่วนช่วยในการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นครูที่สอนนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษา 3 จำนวน 24 คน และนักเรียนจำนวน 366 คน ที่ได้มาจากการสุ่ม ผลการวิจัยพบว่าแนวคิดการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานสามารถพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

Jitendra (2009: 187 – 201) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของกลวิธีการเรียนการสอนที่นักการศึกษามีการปรับใช้ในห้องเรียน โดยเปรียบเทียบทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทักษะการคำนวณของนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน กับนักเรียนที่ได้รับกลวิธีการเรียนการสอนทั่วไป (General Strategy Instruction) โดยมีกลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 60 คน ที่ได้มาจากการสุ่ม สำหรับการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทักษะการคำนวณของนักเรียนทั้งก่อนและหลังเรียน และมีการดำเนินการวัดซ้ำหลายรอบ เพื่อวัดความก้าวหน้าในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนตลอดระยะเวลาในการทดลอง 18 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่าทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทักษะการคำนวณของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งผลการวัดความก้าวหน้าครั้งแรกแสดงให้เห็นว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน มีพัฒนาการเกี่ยวกับทักษะทั้งสองด้านที่ดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับ

กลวิธีการเรียนการสอนทั่วไป แต่อย่างไรก็ตามผลการวัดความก้าวหน้านี้ไม่ได้เกิดขึ้นเช่นนี้ในทุกครั้ง ซึ่งผู้วิจัยจะได้ดำเนินการศึกษาต่อไป

Jitendra et al. (2009: 250 – 264) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของโปรแกรมการจัดการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่ออกแบบมาเพื่อศึกษาความต้องการที่หลากหลายของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และมีการวิจัยทั้งในการศึกษาคณิตศาสตร์และการศึกษาเฉพาะทางอื่นๆ สำหรับโปรแกรมการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานนี้เน้นบทบาทที่สำคัญของโครงสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ และมีการกระตุ้นให้นักเรียนช่วยเหลือและเตือนตนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหา นอกจากนั้นมีการใช้กลวิธีที่ดีในการแก้ปัญหาและสนับสนุนการปรับใช้กลวิธีเหล่านั้นบนพื้นฐานของสถานการณ์ปัญหา การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้มีเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 148 คน และครูของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เข้าร่วมในการดำเนินการจัดการเรียนการสอนจำนวน 6 คน ระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง 10 วัน เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เรื่อง โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ และใช้วิธีการสุ่มในการเลือกห้องเรียนเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานมีผลการแก้ปัญหา การวัดความคงทนหลังจากที่ได้รับการเรียนการสอนไปแล้ว 4 เดือน และการเปรียบเทียบคะแนนจากการทดสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม

Na (2009: Vii – Viii) ได้ศึกษาผลของการแทรกแซงการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน (Schema-based Intervention) ที่มีต่อทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีปัญหาในการเรียนรู้ โดยกลุ่มทดลองที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำวนวน 4 คน ผลการวิจัยพบว่า การแทรกแซงการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน (Schema-based Intervention) สามารถส่งเสริมการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการคูณและการหารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นได้อย่างชัดเจน

Jitendra et al. (2010: 145 – 151) ได้ศึกษาวิธีการจัดการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน 2 คน ที่มีปัญหาทางด้านอารมณ์และพฤติกรรม ผลการวิจัยพบว่าการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานช่วยพัฒนาความความเข้าใจที่สมเหตุสมผล (Make Sense) และความสำเร็จในการแก้ปัญหาและโจทย์ปัญหา

ของนักเรียน นอกจากนั้นผู้วิจัยได้นำเสนอปัจจัยที่มีส่วนร่วมในการส่งเสริมประสิทธิภาพของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานซึ่งครูควรตระหนักไว้ 3 ประการ ได้แก่ 1) ครูควรให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหาและการใช้ตัวแทนของปัญหา 2) ครูควรมีการเสริมต่อการเรียนการสอนที่เหมาะสม 3) ครูควรมุ่งเน้นกระบวนการเตือนตนเองอย่างต่อเนื่อง

Jitendra et al. (2011: 731 – 745) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ที่ได้ออกแบบมาเพื่อใช้ในการสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เกี่ยวกับวิธีการทำความเข้าใจและแก้ปัญหา เรื่อง อัตราส่วน มาตราส่วน และเปอร์เซ็นต์ การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานนี้ให้ความสำคัญกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาผ่านแผนภาพโครงสร้าง โดยมุ่งเน้นกระบวนการ 4 ขั้นตอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาและการเตือนตนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และมีการปรับใช้กลวิธีแก้ปัญหาบนพื้นฐานของสถานการณ์ปัญหา การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาผ่านครูในโรงเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 โรงเรียน โดยสุ่มเลือกห้องเรียนจำนวน 21 ห้อง เพื่อเป็นห้องทดลองและห้องควบคุม ผลของการวิจัยพบว่าการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานมีประสิทธิภาพโดยตรงต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน แต่ในการพัฒนาความคงทนเกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาหลังจากการทดลอง 1 เดือน พบว่าการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานไม่ได้มีประสิทธิภาพในระยะยาว และไม่ได้มีผลต่อการถ่ายโยงการแก้ปัญหาในบริบทอื่นๆ

ณัฐิกานต์ รักนาค (2552: ง) ได้ศึกษาการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนอนุบาลวังม่วง จังหวัดสระบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องละ 43 คน โดยแบ่งเป็นห้องทดลอง 1 ห้อง และห้องควบคุม 1 ห้อง ระยะเวลาในการดำเนินการ 18 สัปดาห์ ซึ่งในงานวิจัยนี้แนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้สังเคราะห์มาจากทฤษฎีโครงสร้างความรู้ (Schema Theory) ทฤษฎีองค์ประกอบเหมือน (Identical-Component Theory) และทฤษฎีการสรุปนัยทั่วไป (Generalization Theory) ผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพสามารถพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เยาวพร วรรณทิพย์ (2548: ง) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตสาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เพศและระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองทางด้านคณิตศาสตร์แตกต่างกัน โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย จำนวน 150 คน เป็นนักเรียนหญิงจำนวน 75 คน และนักเรียนชายจำนวน 75 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางด้านคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางด้านคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดการรับรู้ความสามารถของตนเองทางด้านคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) ปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพศกับระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัยทางสถิติ 2) นักเรียนหญิงมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั้งในด้านการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 3) นักเรียนที่มีการรับรู้ความสามารถของตนเองทางด้านคณิตศาสตร์ระดับสูง จะมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการรับรู้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลางและระดับต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่มีการรับรู้ความสามารถของตนเองระดับปานกลาง มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีการรับรู้ความสามารถของตนเองต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สำหรับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก็ได้ผลทำนองเดียวกันกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สิรินทร์ทิพย์ ดวงประทุม (2549: ง) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบกระบวนการที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดนครศรีธรรมราช โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2549 ของโรงเรียนโยธินบำรุง จำนวน 89 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ย ค่าเฉลี่ยร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าการทดสอบที (T-Test) ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สมารถสรุปได้ว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบกระบวนการมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้โดยกรมวิชาการ คือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบ

กระบวนการมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เทพสุดา เกตุทอง (2551: ง) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรีย์ โดยมีนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม จำนวน 72 คน โดยแบ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 36 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าสถิติที (T-Test) คะแนนพัฒนาการสัมพันธ์ (Relative: RG) และค่าซี (z-test) ผลการวิจัยสมารถสรุปได้ว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบพัฒนาการระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่าร้อยละของพัฒนาการค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สายสุณี สุทธิจักษ์ (2551 : ง) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนปทุมเทพวิทยาคาร จังหวัดหนองคาย จำนวน 103 โดยนักเรียนกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่ามัชฌิมเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบียงเบนมาตรฐาน และค่าที (T-Test) ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่เรียนโดยการตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ 2) นักเรียนที่เรียนโดยการตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่เรียนโดยการตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551 : ง) ได้ศึกษาการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาตรัง เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนกันตังพิทยากรจำนวน 79 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 41 คน เพื่อรับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบ และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 38 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: ง) ได้ดำเนินการวิจัยเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยพิจารณาจากความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยมีกลุ่มตัวอย่างที่ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 39 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติที และใช้การวิเคราะห์เนื้อหา ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น พบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีพัฒนาการที่ดีขึ้น นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปอย่างเป็นเหตุเป็นผล และสามารถอธิบายแนวความคิดโดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552: ง) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนพนมศึกษา จำนวน 66 คน แบ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 34 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 32 คน โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง และนักเรียนในกลุ่มควบคุมจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (T-Test) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้หลังการทดลอง พบว่าพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองมีพัฒนาการขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สรุป และมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

ขวัญ เพียซ้าย (2553: ง) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน รวมทั้งศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนจุฬาภรณ์ราชวิทยาลัย จังหวัดชลบุรี จำนวน 32 คน ผลการทดลองพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 2) นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

รุจิรัตน์ พรหมรักษ์ (2553: ง) ได้ศึกษาปัจจัยปัจจัยบางประการได้แก่ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย ที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครปฐม

เขต 1 ปีการศึกษา 2551 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 360 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสอบถามวัดเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบสอบถามวัดการรับรู้ความสามารถของตนเองในด้านคณิตศาสตร์ แบบสอบถามวัดพฤติกรรมการสอนของครูคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน แบบสอบถามวัดการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การถดถอยพหุคูณแบบตัวแปรพหุนาม (Multivariate Multiple Regression Analysis) และวิเคราะห์ถดถอยพหุคูณแบบตัวแปรเอกนาม (Univariate Muliiple Regression) ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ พบว่าตัวแปรการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ ส่งผลทางบวกต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

กัลยา ทองสุ (2545: ง) ได้พัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน โดยมีกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2545 ของโรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 50 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนมีประสิทธิ์ภาพตามเกณฑ์ 80/80 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547: ง) ได้ศึกษาผลของการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม อำเภอท่าหลวง จังหวัดลพบุรี ปีการศึกษา 2546 จำนวน 40 คน จำนวน 1 ห้อง ได้รับการสอนโดยชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบค่า

ที (T-Test) ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากการใช้ชุดกิจกรรมภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สิริมา สาระพล (2547: ง) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน (Representations) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2547 ของโรงเรียนสตรีสิริเกศ อำเภอเมือง จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 50 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน มีพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

สรินนา หมอนสุภาพ (2548: ง) ได้ดำเนินการวิจัยเพื่อศึกษาแนวทางในการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิกาโดยเน้นการใช้ตัวแทน (Representation) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องเศษส่วน โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2547 ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต จำนวน 53 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน และแบบทดสอบย่อยท้ายบทเรียน และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบที (T-Test Dependent และที (T-Test One Group) ผลการวิจัยพบว่า 1) คะแนนสอบหลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 2) คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรชร ภูบุญเติม (2550: ง) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 60 คน ซึ่งนักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้รับการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน ที่แบ่งออกเป็น 4 แผน ตามวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาคือ การแก้โจทย์สมการโดยการใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การใช้ตาราง และการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการ และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบค่าที (T-Test Dependent) ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุจินดา เอี่ยมโอภาส (2551: ง) ได้ศึกษาผลของการใช้ชุดการเรียน “Learning Mathematics Through English” ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องความน่าจะเป็น ที่มีผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โครงการการศึกษาพหุภาษา จังหวัดชลบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 35 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังเรียนด้วยชุดการเรียน “Learning Mathematics Through English” ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องความน่าจะเป็น อยู่ในระดับสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียน “Learning Mathematics Through English” สูงกว่าก่อนเรียนด้วยชุดการเรียนนี้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อารีย์ เมฆวิลัย (2552: ง) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 โดยใช้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 446 คน เพื่อทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ และสุ่มนักเรียน 24 คน เพื่อให้การสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจับพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมานักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็น

ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมานักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางและต่ำ มีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 3) นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนที่ใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

อรญา อัญโย (2553: ง-8) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษา เน้นการจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนในแบบต่างๆ ของฟังก์ชัน เช่น ในการยกตัวอย่าง และการตั้งปัญหา โดยครูจะให้นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นคู่เพื่อศึกษาและหาคำตอบของสถานการณ์ที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการสร้างสมการ ตาราง และกราฟ แล้วให้นักเรียนสังเกตและหาความสมพันธ์ของสิ่งที่เกิดขึ้น และหลังจากที่ได้เรียนรู้สถานการณ์ที่กำหนดให้ นักเรียนจะต้องสรุปความรู้ที่ได้ให้อยู่ในรูปของตัวแทนแบบต่างๆ โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการสร้าง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พรรณทิภา ทองนวล (2554: ง) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนความคิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน และเปรียบเทียบกับเกณฑ์ และเพื่อศึกษาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2553

โรงเรียนสตรีภูเก็ต อำเภอเมือ จังหวัดภูเก็ต จำนวน 48 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตสาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตสาสตร์ด้านการเขียน แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด และแบบสัมภาษณ์การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบที (T-Test for Dependent Samples และ T-Test for One Sample) ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 2) ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สายัณห์ พลแพน (2556: ง) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีจุดมุ่งหมายของการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนและหลังเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน และเปรียบเทียบกับเกณฑ์ โดยมีกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนบ้านปล่องเหลี่ยม อำเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 36 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบที (T-Test for Dependent Samples และ T-Test for One Sample) ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสัคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสัคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การออกแบบและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลอง และการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ศึกษาคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และเอกสารอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง

3. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัด รวมถึงการวัดและการประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) โดยมีแบบแผนของการวิจัยที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีการทดสอบก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถแสดงแบบแผนของการวิจัยได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 แบบแผนของการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์	x	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์	~x	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

E คือ กลุ่มทดลอง

C คือ กลุ่มควบคุม

x คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส

~x คือ การจัดกิจกรรมการเรียนแบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 23 สกลนคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

สำหรับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 23 สกลนคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 2 ห้อง จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้อง ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการกำหนดนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

1. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ห้อง มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-Test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนแต่ละห้อง

2. เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ของนักเรียนทั้ง 3 ห้อง พบว่าคะแนนของนักเรียนแต่ละห้องมีความแตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ของนักเรียนทั้ง 3 ห้อง ไปทดสอบเป็นรายคู่ (Post Hoc Analysis) เพื่อพิจารณาว่าค่าเฉลี่ยของนักเรียนห้องใดบ้างที่แตกต่างกัน โดยใช้การวิเคราะห์เปรียบเทียบเป็นรายคู่ (Multiple Comparisons) พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 มีค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันเพียงคู่เดียว อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ผู้วิจัยจับฉลากเพื่อกำหนดนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่าได้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 เป็นกลุ่มควบคุม และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 เป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งนักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ดังนี้

กลุ่มทลอง คือ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส

กลุ่มควบคุม คือ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

4. การออกแบบและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอฟโอพีเอส

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนและหลังเรียน

2.2 แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนและหลังเรียน

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จำนวน 14 แผน ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการออกแบบและพัฒนา ดังนี้

1) ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส พบว่ากลวิธีเอฟโอพีเอสเป็นกลวิธีในการแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน (Schema-Based Instruction) ซึ่ง Jitendra et al. (1996: 426-428), Jitendra and Hoff (2002: 28-30) ได้นำเสนอ 2 ขั้นตอน ของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา (Problem Schemata Instruction)

การเรียนการสอนในขั้นตอนนี้เริ่มต้นด้วยการสอนนักเรียนเป็นกลุ่มเล็กๆ ในช่วงเวลาหนึ่งเพื่อสอนเกี่ยวกับโครงสร้างของสถานการณ์หรือปัญหาต่างๆ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทราบก่อนการแก้โจทย์ปัญหา เนื่องจากโครงสร้างเหล่านี้จะช่วยนักเรียนในการจำแนกลักษณะของปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ สำหรับการเรียนการสอนและการทำงานของนักเรียนในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะได้รับใบงานที่ประกอบไปด้วยสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า และแผนภาพที่แสดงโครงสร้างของสถานการณ์ ครูจะต้องแสดงการวิเคราะห์โครงสร้างของสถานการณ์ทีละประเภทโดยใช้ตัวอย่างที่

หลากหลาย เพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะเฉพาะของสถานการณ์ประเภทนั้นๆ และตามด้วยตัวอย่างสถานการณ์หลายๆ ประเภทพร้อมกัน เพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นความแตกต่างของโครงสร้างสถานการณ์ทั้งหมด

โดยทั่วไป การเรียนการสอนในขั้นตอนนี้จะดำเนินการสาธิตและสร้างแบบจำลองโดยครูพร้อมกับการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อระบุส่วนประกอบที่สำคัญของสถานการณ์ ซึ่งนักเรียนจะต้องอ่านสถานการณ์และเขียนข้อมูลของสถานการณ์ลงในแผนภาพให้เหมาะสม นอกจากนี้ในตอนท้ายของการเรียนการสอนนักเรียนจะได้ทำใบงานที่ประกอบด้วยสถานการณ์ง่ายๆ ทีละประเภท จนสามารถระบุประเภทและเขียนข้อมูลของสถานการณ์ลงในแผนภาพได้ถูกต้องครบทุกประเภท

ขั้นที่ 2 การเรียนการสอนการแก้ปัญหา (Problem Solution Instruction)

ขั้นตอนนี้เริ่มต้นด้วยการทบทวนโครงสร้างของปัญหาแต่ละประเภท ในบริบทของโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่ามากกว่าสถานการณ์ในลักษณะเดียวกันกับขั้นที่ 1 โดยครูจะเป็นผู้สาธิตการถามคำถามง่ายๆ เพื่อให้นักเรียนระบุประเภทของปัญหาและวางแผนข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ โดยใส่เครื่องหมายคำถามแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า และผลจากการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมจะสะท้อนให้เห็นถึงความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหา

นอกจากนี้ ครูจะต้องสอนให้นักเรียนเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตามด้วยการสอนให้นักเรียนใช้หลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา โดยในขั้นตอนสุดท้ายนักเรียนจะต้องให้เหตุผลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผลรวมถึงมีการตรวจสอบคำตอบที่ได้ และเพื่อช่วยให้นักเรียนจดจำโครงสร้างของปัญหาแต่ละประเภท นักเรียนจะได้รับใบงานที่ประกอบด้วยโจทย์ปัญหาประเภทต่างๆ เพื่อเสริมต่อความรู้จนกว่านักเรียนจะสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง โดยในตอนท้ายของคาบเรียนนักเรียนจะได้รับใบงานที่ประกอบด้วยโจทย์ปัญหาลักษณะคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่ครูสอนที่ละประเภท และด้วยตามใบงานที่ประกอบด้วยปัญหาทุกประเภท โดยมีกลวิธีในการปัญหาเป็นตัวช่วยในการตรวจสอบและสะท้อนเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียน

กลวิธีเอฟโอพีเอ เป็นเป็นกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา ตามแนวการเรียการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่เน้นบทบาทของโครงสร้างปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยในการจำแนกลักษณะของปัญหา การสร้างตัวแทนของปัญหาผ่านการใช้แผนภาพโครงสร้าง (Schematic

Diagrams) และการกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยกลวิธีเอฟโอพีเอสประกอบด้วย 4 ขั้นตอนในการแก้ปัญหา ร่วมกับการเตือนตนเอง (Self-Monitoring) เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่ง Jitendra et al. (2010: 146) ได้อธิบายขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอสไว้ สามารถสรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา (F – Find the Problem Type) ในขั้นตอนนี้มุ่งเน้นให้นักเรียนอ่านและตีความปัญหาให้เป็นภาษาของนักเรียนเอง ซึ่งจะทำให้ทราบว่านักเรียนรู้และไม่รู้อะไรในปัญหา โดยนักเรียนจะต้องอ่านปัญหา อ่านปัญหาซ้ำเพื่อทำความเข้าใจข้อมูลในปัญหาให้ชัดเจน และระบุประเภทของปัญหา นอกจากนั้นครูจะต้องมีการขยายความและอธิบายเกี่ยวกับสภาพของปัญหาเพิ่มเติม เพื่อช่วยให้นักเรียนเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และสามารถระบุประเภทของปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ (O – Organize the Information in the Problem Using the Diagram) ในขั้นตอนนี้ เพื่อให้ง่ายต่อการสร้างตัวแทนของปัญหา นักเรียนจะต้องมีความพร้อมที่จะใช้แผนภาพโครงสร้างความรู้ (Schematic Diagrams) ในการออกแบบหรือสร้างตัวแทนของข้อมูลจากประโยคข้อความในปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องอ่านปัญหาเพื่อค้นหาข้อมูลหรือจำนวนที่มีความสัมพันธ์กัน โดยเขียนข้อมูลเหล่านั้นลงในแผนภาพและเขียนเครื่องหมายคำถามแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า จากนั้นนักเรียนต้องสรุปข้อมูลของปัญหาจากแผนภาพที่สมบูรณ์ และทบทวนความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของตัวแทนปัญหาอีกครั้ง นอกจากนั้นในขั้นตอนนี้ยังมีการขีดเส้นใต้ข้อมูลที่สำคัญและพิจารณาการเขียนจำนวนลงในแผนภาพตามวัตถุประสงค์และเรื่องราวของปัญหา โดยมุ่งเน้นไปที่ข้อมูลสำคัญที่มีความจำเป็นต่อการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสนใจและจดจำปัญหาได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา (P – Plan to Solve the Problem) ในขั้นตอนนี้เน้นแผนการที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยเริ่มต้นจากการเลือกวิธีการดำเนินการที่เหมาะสมจากพื้นฐานของข้อมูลในปัญหาแต่ละประเภท จากนั้นถ่ายโยงข้อมูลในแผนภาพไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา (S – Solve the Problem) ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ได้ระบุไว้ในขั้นตอนที่ 3 โดยเขียนคำตอบและหน่วยของคำตอบให้สมบูรณ์ และมีการตรวจสอบการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบ ความถูกต้องของตัวแทนปัญหา และขั้นตอนในการคำนวณอีกด้วย

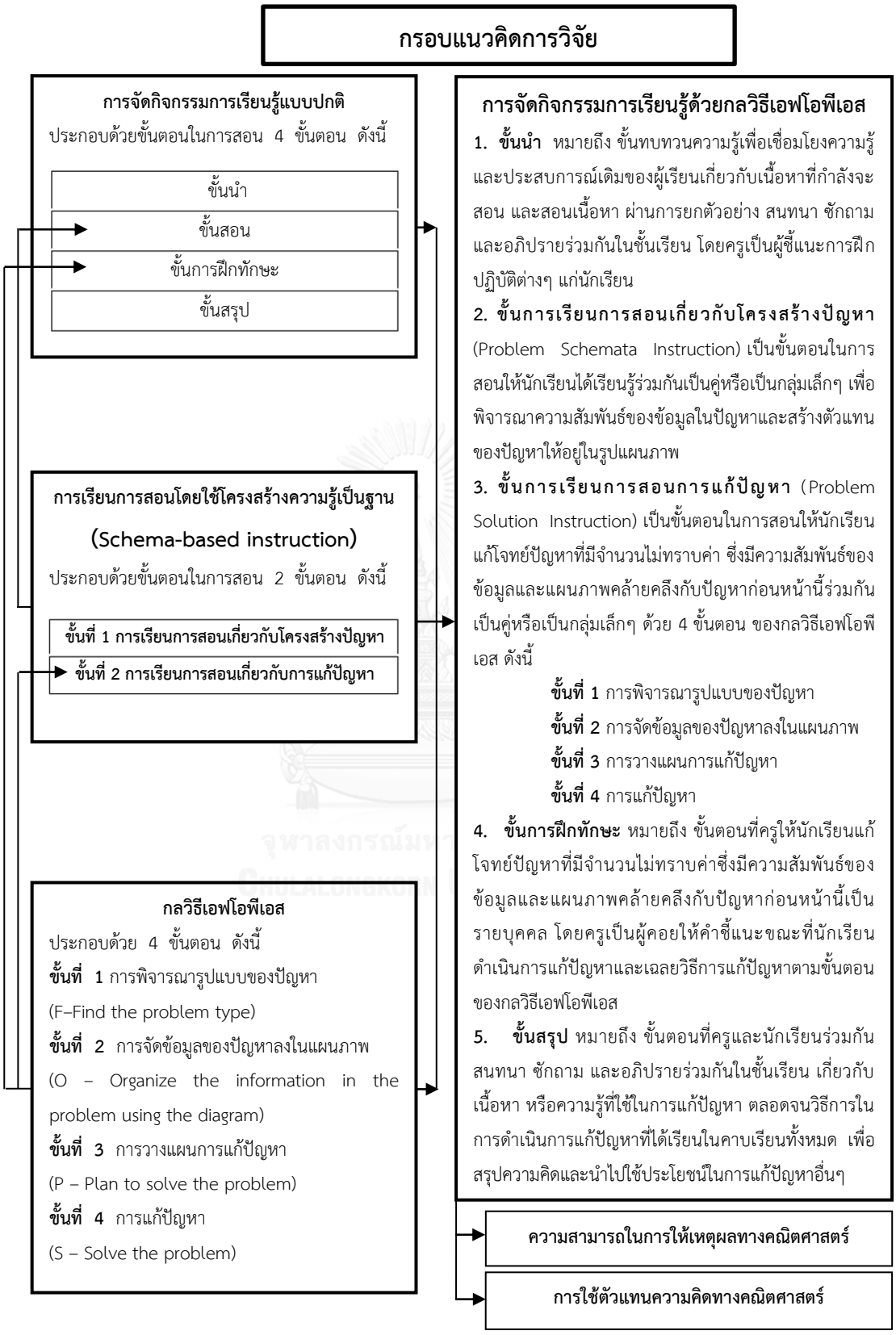
2) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของเนื้อหา เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จากหนังสือคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเป็นประโยชน์ต่อการจัดสรรเวลารวมถึงเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองให้เหมาะสม โดยผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาสำหรับการทดลองออกเป็น 14 แผน โดยใช้เวลาในการสอน แผนละ 1 ชั่วโมง สามารถแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 แสดงรายละเอียดของเนื้อหาที่ใช้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนที่	เนื้อหา	จำนวนแผน
1-4	การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน	4
5-9	การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ	5
10-14	การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ 3.1 การเปลี่ยนอุณหภูมิ 3.2 อัตราทดเกียร์ 3.3 มาตราส่วน, ย่อรูปมุมและขยายรูปมุม 3.4 ไม้บรรทัดมาตราส่วน 3.5 แบบจำลอง	 1 1 1 1 1

4) สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 14 แผน ซึ่งแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และใบกิจกรรม โดยผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นนำ ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา ขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา ขั้นการฝึกทักษะ และขั้นสรุป ตามกรอบแนวคิดของการวิจัย ดังต่อไปนี้


กรอบแนวคิดการวิจัย
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ
ประกอบด้วยขั้นตอนในการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้
ขั้นนำ
ขั้นสอน
ขั้นการฝึกทักษะ
ขั้นสรุป
การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน
(Schema-based instruction)
ประกอบด้วยขั้นตอนในการสอน 2 ขั้นตอน ดังนี้
ขั้นที่ 1 การเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา
ขั้นที่ 2 การเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
กลวิธีเอฟโอพีเอส
ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้
ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา
(F–Find the problem type)
ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ
(O – Organize the information in the problem using the diagram)
ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา
(P – Plan to solve the problem)
ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา
(S – Solve the problem)
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส
1. ขั้นนำ หมายถึง ขั้นทบทวนความรู้เพื่อเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนเกี่ยวกับเนื้อหาที่กำลังจะสอน และสอนเนื้อหา ผ่านการยกตัวอย่าง สนทนา ซักถาม และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะการฝึกปฏิบัติต่างๆ แก่นักเรียน
2. ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา (Problem Schemata Instruction) เป็นขั้นตอนในการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นคู่หรือเป็นกลุ่มเล็กๆ เพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาและสร้างตัวแทนของปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพ
3. ขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา (Problem Solution Instruction) เป็นขั้นตอนในการสอนให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาที่มีจำนวนไม่ทราบค่า ซึ่งมีความสัมพันธ์ของข้อมูลและแผนภาพคล้ายคลึงกับปัญหาก่อนหน้านี้ร่วมกันเป็นคู่หรือเป็นกลุ่มเล็กๆ ด้วย 4 ขั้นตอน ของกลวิธีเอฟโอพีเอส ดังนี้
ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา
ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ
ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา
ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา
4. ขั้นการฝึกทักษะ หมายถึง ขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาที่มีจำนวนไม่ทราบค่าซึ่งมีความสัมพันธ์ของข้อมูลและแผนภาพคล้ายคลึงกับปัญหาก่อนหน้านี้เป็นรายบุคคล โดยครูเป็นผู้คอยให้คำชี้แนะขณะที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาและเฉลยวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอส
5. ขั้นสรุป หมายถึง ขั้นตอนที่ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนา ซักถาม และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน เกี่ยวกับเนื้อหา หรือความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนวิธีการในการดำเนินการแก้ปัญหาที่ได้เรียนในคาบเรียนทั้งหมด เพื่อสรุปความคิดและนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาอื่นๆ
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

5) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาความถูกต้องและให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข เมื่อพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

1.1) ปรับวิธีการดำเนินกิจกรรมบางกิจกรรมให้กระชับและมีความเป็นธรรมชาติเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในสภาพจริง

1.2) ปรับปรุงสำนวนภาษาให้มีความเหมาะสม โดยเฉพาะขั้นตอนการเรียนการสอนการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยจะต้องสอนให้นักเรียนถามตนเองเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา คำถามที่ใช้ควรมีความเป็นธรรมชาติกลมกลืนไปกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.3) เพิ่มสื่อการเรียนการสอนในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้บางแผน เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆได้ดีขึ้น เช่น การนำเทอร์โมมิเตอร์ของจริงมาเป็นสื่อในการเรียนการสอน เรื่อง การเปลี่ยนหน่วยอุณหภูมิ เป็นต้น

1.4) ปรับรูปแบบของใบกิจกรรมที่จะใช้ในการสอนนักเรียนแต่ละคาบ ให้น่าสนใจและเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

1.5) ปรับหรือเลือกโจทย์ปัญหาที่จะใช้สอนไม่ให้มีความยากจนเกินไป เพื่อให้เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

6) ผู้วิจัยปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งเป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในคู่มือรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จำนวน 14 แผน ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการออกแบบและพัฒนาดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของเนื้อหา เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จากหนังสือคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และเป็นประโยชน์ต่อการจัดสรรเวลาและเนื้อหาให้เหมาะสม โดยผู้วิจัยแบ่งเนื้อหาสำหรับการทดลองเป็น 14 แผน เช่นเดียวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส

3) สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 14 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และใบกิจกรรม โดยผู้วิจัยแบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ และขั้นสรุป สามารถเปรียบเทียบรายละเอียดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
1. ขั้นนำ เป็นขั้นทบทวนความรู้เพื่อเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาที่กำลังจะสอน ผ่านการยกตัวอย่าง สนทนา ซักถาม และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะการฝึกปฏิบัติต่างๆ แก่นักเรียน	
2. ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา เป็นขั้นตอนที่ครูสอนเนื้อหาที่ต้องเรียนก่อนการแก้ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนได้เรียนรู้	**2. ขั้นสอน** เป็นขั้นตอนที่ครูดำเนินการสอนเนื้อหาและสอนการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวอย่างตามคู่มือรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
ร่วมกันเป็นคู่หรือเป็นกลุ่มเล็กๆ เพื่อพิจารณาข้อมูลของปัญหาและสร้างตัวแทนของปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพ จากโจทย์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า โดยครูจะกระตุ้นให้นักเรียนถามตอบตนเองเกี่ยวกับข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูลในประเด็นดังต่อไปนี้ - ข้อมูลใดบ้างที่เป็นข้อมูลสำคัญหรือเป็นข้อมูลประกอบ - ข้อมูลมีความสัมพันธ์กันลักษณะใด - ข้อมูลมีความสำคัญมากพอที่จะเป็นตัวแทนในการอธิบายปัญหาได้หรือไม่ - จะสามารถจัดการข้อมูลให้อยู่ในรูปแผนภาพได้อย่างไร - แผนภาพที่ได้สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนหรือไม่	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยครูเป็นผู้สาธิตและชี้แนะการฝึกปฏิบัติต่างๆ แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาจากโจทย์ที่ครูกำหนดให้ โดยเลือกใช้วิธีการต่างๆ ดังต่อไปนี้ - ใช้การอธิบายเพื่อนำเสนอความรู้หรือแนวคิดต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ต้องการจะสอนแก่นักเรียน - ใช้ตัวอย่างปัญหาหรือสถานการณ์ที่ดึงดูดความสนใจ และท้าทายความสามารถของนักเรียน - ใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนได้สนทนาซักถามในประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาหรือปัญหาที่ครูได้สอน - ใช้คำถามที่มีลักษณะที่เจาะลึกแนวคิดของนักเรียน และสามารถกระตุ้นนักเรียนให้สะท้อนความคิด - ใช้การสาธิต เพื่อแสดงกระบวนการในการแก้ปัญหาแก่นักเรียน - ใช้การอภิปรายร่วมกันเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ เพื่อให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาต่างๆ - ใช้การวาดภาพ ตาราง กราฟ
3. ขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส จากโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนไม่ทราบค่า ควบคู่กับให้นักเรียนใช้การเตือนตนเอง (Self– Monitoring) ด้วยวิธีการถามตอบตนเองเกี่ยวกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อสอนตนเองให้ทำความเข้าใจปัญหา อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาโดยใช้	

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
แผนภาพ พิจารณาเลือกวิธีการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และตรวจสอบคำตอบของปัญหา ซึ่งมีรายละเอียด 4 ขั้นตอน ของกลวิธีเอฟโอพีเอสตามแนวคิดของ Jitendra et al. (2009: 256, 2010: 146, 2011: 16-18) ดังนี้ **ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา** (F–Find the problem type) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องระบุลักษณะความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาหรือโครงสร้างของปัญหา โดยการอ่านปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ การวิเคราะห์ และการแยกแยะข้อมูลในปัญหา จากนั้นถามตอบตนเองว่ามีข้อมูลใดบ้างที่เป็นข้อมูลสำคัญหรือเป็นข้อมูลประกอบ ข้อมูลเหล่านี้มีความสัมพันธ์กันในลักษณะใด รวมถึงพิจารณาว่าความสัมพันธ์นั้นคล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่นักเรียนเคยพบเห็นหรือไม่อย่างไร และเขียนสรุปข้อมูลที่สำคัญ **ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ** (O–Organize the information in the problem using the diagram) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องจัดการข้อมูลของปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพของปัญหา โดยถามตอบตนเองว่าข้อมูลเหล่านั้นมีความสำคัญและเพียงพอที่จะใช้ในการอธิบายสถานการณ์	สัญลักษณ์หรืออื่นๆ ประกอบการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ - ใช้ใบงาน หรือใบกิจกรรมต่างๆ ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ หรือการฝึกฝนของนักเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
ในปัญหาได้หรือไม่ จะสามารถจัดการข้อมูลให้อยู่ในรูปแผนภาพได้อย่างไร และแผนภาพที่ได้สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนหรือไม่ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแผนภาพที่สร้างขึ้น **ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา** (P–Plan to solve the problem) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเลือกวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องมีการถามตอบตนเองเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ว่ามีความสอดคล้องกับความสัมพันธ์ของข้อมูลในแผนภาพหรือไม่อย่างไร และวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกมีความเป็นไปได้ที่จะใช้ในการหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่เพราะเหตุใด เพื่อทบทวนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้และเลือกวิธีการในการแก้ปัญหาที่เลือก **ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา** (S–Solve the problem) หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องแก้ปัญหาตามวิธีการที่ได้กำหนดไว้ในขั้นที่ 3 โดยนักเรียนจะต้องถามตอบตนเองว่าการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนถูกต้องหรือไม่ คำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และ	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส)	**กลุ่มควบคุม** (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
วิธีการใดที่สามารถใช้ในการตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพื่อทบทวนเกี่ยวกับความสมเหตุสมผลของคำตอบและความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาอีกครั้ง	
4. ขั้นการฝึกทักษะ เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาเป็นรายบุคคล จากโจทย์ที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่าซึ่งมีความสัมพันธ์ของข้อมูลและแผนภาพคล้ายคลึงกับปัญหาที่ครูได้สอนก่อนหน้านี้ โดยครูเฉลยวิธีการแก้ปัญหาด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส	**4. ขั้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้** เป็นขั้นตอนที่ครูผู้สอนเป็นผู้คอยชี้แนะให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากหนังสือแบบเรียนเพื่อให้นักเรียนฝึกคิดและแก้ปัญหาเพิ่มเติม
5. ขั้นสรุป เป็นขั้นตอนที่ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนา ซักถาม และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาหรือความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนการดำเนินการในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนในคาบเรียนทั้งหมด เพื่อสรุปความคิดและนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาอื่นๆ	

4) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของเนื้อหารวมถึงขั้นตอนในการดำเนินการสอน และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมในการปรับปรุงแก้ไข เมื่อพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

1.1) ปรับวิธีการดำเนินกิจกรรมบางกิจกรรมให้กระชับและมีความเป็นธรรมชาติเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง

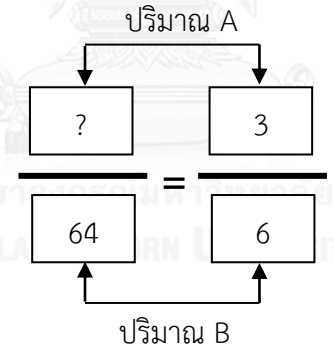
1.2) ปรับปรุงสำนวนภาษาให้มีความเหมาะสม โดยเฉพาะคำถามที่ใช้ควรมีความเป็นธรรมชาติกลมกลืนไปกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.3) เพิ่มสื่อการเรียนการสอนในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้บางแผน เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆได้ดีขึ้น เช่น การนำเทอร์โมมิเตอร์ของจริงมาเป็นสื่อในการเรียนการสอน เรื่อง การเปลี่ยนหน่วยอุณหภูมิ เป็นต้น

1.4) ปรับรูปแบบของใบกิจกรรมที่จะใช้ในการสอนนักเรียนแต่ละคาบ ให้น่าสนใจและเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

1.5) ปรับหรือเลือกโจทย์ปัญหาที่จะใช้สอนไม่ให้ยากจนเกินไป เพื่อให้เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง และโจทย์ปัญหาที่ใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมต้องเป็นโจทย์ปัญหาเดียวกัน

1.6) เพิ่มการใช้แผนภาพตัวแทนของปัญหาในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อ เช่น แผนภาพที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หน้า 26 เพื่อให้นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เท่าเทียมกันมากขึ้น โดยใช้แผนภาพที่มีลักษณะ ดังนี้



แผนภาพที่ 19 แสดงลักษณะของแผนภาพที่นำมาใช้กับนักเรียนกลุ่มควบคุม

5) ผู้วิจัยดำเนินการแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา และนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2. การออกแบบและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยฉบับก่อนเรียน เรื่อง การประยุกต์ 1 (ร้อยละในชีวิตประจำวัน) รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ

ฉบับหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดเป็นแบบอัตนัย ฉบับละ 4 ข้อ โดยมีขั้นตอนในการออกแบบและพัฒนาดังนี้

1) ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระการเรียนรู้จากหนังสือคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

3) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา เพื่อกำหนดจำนวนข้อของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4) สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียน ฉบับละ 6 ข้อ โดยที่แต่ละข้อแบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ การให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาข้อสรุปของปัญหา และการให้เหตุผลเกี่ยวกับการยืนยันข้อสรุปของปัญหา ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนดังตารางที่ 4-5 ดังนี้

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาข้อสรุปของปัญหา

พฤติกรรมการให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาข้อสรุปของปัญหา	**ระดับคะแนน**
นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยมีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้อย่างชัดเจน	2
นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยมีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้บางส่วน	1.5
นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุป	1
นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้อย่างชัดเจน	
นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้บางส่วน	0.5

พฤติกรรมการให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาข้อสรุปของปัญหา	ระดับคะแนน
นักเรียนไม่สร้างข้อสรุปหรือไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องและไม่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุป	0

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุเกี่ยวกับการยืนยันข้อสรุปของปัญหา

พฤติกรรมการให้เหตุผลเกี่ยวกับการยืนยันข้อสรุปของปัญหา	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยมีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล	2
นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยมีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน	1.5
นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล	1
นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ ได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน	0.5
หรือนักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล	
นักเรียนไม่ยืนยันข้อสรุปหรือไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องและไม่มีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล	0

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5) นำแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเหมาะสมด้านภาษา และความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข เมื่อพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

5.1) ปรับภาษาที่ใช้ในคำถามแต่ละข้อของแบบวัดให้มีความกระชับ และง่ายต่อการทำความเข้าใจ เช่น

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน</u>

ข้อความเดิม : 3. นำชัยต้องการนำเงินที่ออมได้ไปฝากธนาคาร จึงไปสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับเงินฝากและยอดเงินในบัญชี เมื่อฝากเงินครบ 1 ปี กับเจ้าหน้าที่ของธนาคาร 2 แห่ง เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจ เจ้าหน้าที่ของธนาคารให้ข้อมูลที่แตกต่างกันแสดงดังตารางต่อไปนี้

แก้ไขเป็น : 3. นำชัยต้องการนำเงินที่ออมได้ไปฝากธนาคาร จึงไปสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับการฝากเงินกับเจ้าหน้าที่ของธนาคาร 2 แห่ง เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจ เจ้าหน้าที่ของธนาคารจึงให้ข้อมูลเกี่ยวกับยอดเงินในบัญชี เมื่อฝากเงินครบ 1 ปี แสดงดังตารางต่อไปนี้

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน</u>

ข้อความเดิม : 6.1 จากตาราง จงพิจารณาว่าร้านกาแฟแห่งนี้มีอัตราส่วนของกาแฟต่อน้ำตาลต่อครีมในการชงกาแฟอย่างไร

แก้ไขเป็น : 6.1 จากตาราง จงพิจารณาว่าร้านกาแฟแห่งนี้มีสูตรในการชงกาแฟ 1 แก้วอย่างไร พร้อมให้เหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

5.2) ปรับลักษณะการถามคำถามและการนำเสนอข้อมูลในคำถามแต่ละข้อที่เดิมเป็นประโยคความเรียง ให้เป็นอิสระจากเนื้อหาและเอื้อต่อการเกิดกระบวนการคิด วิเคราะห์แยกแยะ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์นั้นๆ เช่น การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบของตาราง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน</u>

การถามคำถามและการนำเสนอข้อมูลลักษณะเดิม : ข้าวหอมและข้าวฟ่างนำเงินไปฝากธนาคารไว้จำนวนหนึ่ง โดยข้าวหอมฝาก 5,000 บาท ส่วนข้าวฟ่างฝาก 4,000 บาท จงพิจารณาว่า 10% ของเงินฝากที่เด็กแต่ละคนนำไปฝากธนาคารเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

แก้ไขลักษณะการถามคำถามและการนำเสนอข้อมูลเป็น : ข้อ 3. นำชัยต้องการนำเงินที่ออมได้ไปฝากธนาคาร จึงไปสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับการฝากเงินกับเจ้าหน้าที่ของธนาคาร 2 แห่ง เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจ เจ้าหน้าที่ของธนาคารจึงให้ข้อมูลเกี่ยวกับยอดเงินในบัญชี เมื่อฝากเงินครบ 1 ปี แสดงดังตารางต่อไปนี้

เงินฝาก (บาท)	ยอดเงินในบัญชีเมื่อครบ 1 ปี (บาท)	
	ธนาคาร A (บาท)	ธนาคาร B (บาท)
100	103	102
900	927	918
1,000	1,030	1,020
2,000	2,060	2,04
10,000	10,300	10,300
20,000	20,600	20,600
100,000	103,000	103,000
.....	.....	.....

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน</u>

การถามคำถามและการนำเสนอข้อมูลลักษณะเดิม : โรงเรียนรักเรียนมีอัตราส่วนของจำนวนนักเรียนชายต่อจำนวนนักเรียนหญิงเป็น 5 : 7 ถ้าโรงเรียนนี้มีนักเรียนชาย 10 คน จะมีนักเรียนหญิง 14 คนใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

แก้ไขลักษณะการถามคำถามและการนำเสนอข้อมูลเป็น : ข้อ 2. โรงเรียนสานศิลป์และโรงเรียนจิตศิลป์วางแผนการรับนักเรียนเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากจำนวนนักเรียนที่ย้ายออกและจบการศึกษา ซึ่งสามารถแสดงสถิติข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนในปีการศึกษา 2554 – 2557 ได้ดังตารางต่อไปนี้

ปี	จำนวนนักเรียนของโรงเรียนสานศิลป์ (คน)			จำนวนนักเรียนของโรงเรียนจิตศิลป์ (คน)		
	ย้ายออก	จบการศึกษา	รับเข้าใหม่	ย้ายออก	จบการศึกษา	รับเข้าใหม่
2554	20	100	140	15	100	145
2555	15	150	180	20	120	80
2556	5	120	130	10	150	180
2557	10	200	220	30	130	220

5.3) เพิ่มเติมรายละเอียดในคำถามแต่ละข้อของแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจจุดมุ่งหมายของคำถามได้อย่างชัดเจน และสามารถตอบคำถามได้ตรงประเด็นมากขึ้น เช่น

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน</u>

ข้อความเดิม : 4.1 จากตาราง หน่วยงานแห่งนี้กำหนดจำนวนเงินที่ถูกหักเข้ากองทุนสำรองเลี้ยงชีพอย่างไร พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

แก้ไขเป็น : 4.1 จากตาราง หน่วยงานแห่งนี้กำหนดจำนวนเงินที่ถูกหักเข้ากองทุนสำรองเลี้ยงชีพ โดยพิจารณาตามขั้นเงินเดือนอย่างไร พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน</u>

ข้อความเดิม : 2.1 จากตาราง จงพิจารณาว่าโรงเรียนสานศิลป์และโรงเรียนจิตศิลป์กำหนดจำนวนนักเรียนที่จะเข้าเรียนใหม่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อย่างไร พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

แก้ไขเป็น : 2.1 จากตาราง จงพิจารณาว่าโรงเรียนสานศิลป์และโรงเรียนจิตศิลป์กำหนดจำนวนนักเรียนที่จะเข้าเรียนใหม่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากจำนวนนักเรียนที่ย้ายออกและจบการศึกษาอย่างไร พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

5.5) สร้างเฉลยของแบบวัดแต่ละข้อ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง และความสอดคล้องกับข้อคำถามในข้อนั้นๆ

6) นำแบบวัดที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) พิจารณาความตรงตามเนื้อหาของข้อคำถาม ความเหมาะสมของภาษา และความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขและนำมาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of Item-Objective Congruence) ซึ่งจะต้องมีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เมื่อพิจารณาแล้ว พบว่าแบบวัดทุกข้อมีค่าค่าดัชนีความสอดคล้อง เป็น 1.0 และผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัด ดังนี้

6.1) ปรับลักษณะการถามคำถามที่ใช้ในแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้เหมาะสม เช่น

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน</u>

ข้อความเดิม : 3.1 จากตาราง ธนาคาร A และธนาคาร B มีการจ่ายดอกเบี้ยลักษณะใด จงอธิบาย

แก้ไขเป็น : 3.1 จากตาราง ธนาคาร A และธนาคาร B จ่ายดอกเบี้ยเงินฝากด้วยอัตราที่แตกต่างกันอย่างไร พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน</u>

ข้อความเดิม : 1.1 จากตาราง จงพิจารณาว่ารถไฟทั้งสองขบวนมีอัตราเร็วในการเดินทางที่แตกต่างกันลักษณะใด จงอธิบาย

แก้ไขเป็น : 1.1 จากตาราง จงพิจารณาว่ารถไฟทั้งสองขบวนมีอัตราเร็วในการเดินทางที่แตกต่างกันอย่างไร จงอธิบาย

6.2) ปรับภาษาที่ใช้ในคำถามแต่ละข้อ ของแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้เหมาะสม เช่น

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน</u>

ข้อความเดิม : 1. มิ้มเติมน้ำมันเต็มถังขนาด 40 ลิตร แล้วขับไปเป็นระยะทาง 400 กิโลเมตร จะมีน้ำมันเหลืออยู่ในถัง 50% ...

แก้ไขเป็น : 1. มิ้มเติมน้ำมันเต็มถังขนาด 40 ลิตร เมื่อรถยนต์แล่นได้ 400 กิโลเมตร ทำให้มีน้ำมันเหลืออยู่ในถัง 50% ...

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน</u>

ข้อความเดิม : 1.2 ถ้ารถไฟทั้งสองขบวนออกจากชานชาลาพร้อมกัน ณ เวลา 15 ชั่วโมง รถไฟทั้งสองขบวนจะทันกันพอดี สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบคำตอบ

แก้ไขเป็น : 1.2 ถ้ารถไฟทั้งสองขบวนออกจากชานชาลาพร้อมกัน ข้อความ **“เมื่อเวลาผ่านไป 15 ชั่วโมง รถไฟทั้งสองขบวนจะทันกันพอดี”** สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบคำตอบ

6.3) เปลี่ยนตัวละครในสถานการณ์ปัญหาให้มีความเป็นธรรมชาติ สอดคล้องกับสถานการณ์ที่สามารถเกิดขึ้นได้จริง ดังนี้

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน</u>

ข้อความเดิม : 2. โรงเรียนสานศิลป์วางแผนการรับนักเรียนเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยพิจารณาจากจำนวนนักเรียนที่ย้ายออกและจบการศึกษา ซึ่งสามารถแสดงดังตารางต่อไปนี้ ...

แก้ไขเป็น : 2. โรงเรียนสานศิลป์และโรงเรียนจิตศิลป์วางแผนการรับนักเรียนเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากจำนวนนักเรียนที่ย้ายออกและจบการศึกษา ซึ่งสามารถแสดงสถิติข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนในปีการศึกษา 2554 – 2557 ได้ดังตารางต่อไปนี้ ...

6.4) เพิ่มรายละเอียดในคำถามแต่ละข้อ ของแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้ครบถ้วน เช่น

<u>แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน</u>

ข้อความเดิม : 3.

เงินฝาก	ยอดเงินในบัญชีเมื่อครบ 1 ปี	
	ธนาคาร A	ธนาคาร B

แก้ไขเป็น : 3.

เงินฝาก (บาท)	ยอดเงินในบัญชีเมื่อครบ 1 ปี (บาท)	
	ธนาคาร A (บาท)	ธนาคาร B (บาท)

7) นำแบบวัดฉบับก่อนเรียนที่ได้รับการแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 1 (ร้อยละในชีวิตประจำวัน) มาแล้ว

8) นำแบบวัดฉบับหลังเรียนที่ได้รับการแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ มาแล้ว

9) นำแบบวัดมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ข้างต้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม B-Index700 เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัด ซึ่งจะต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป รวมถึงหาค่าความยาก (Index of difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination) เป็นรายข้อ โดยค่าความยากจะต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกจะต้องมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป สามารถแสดงผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 6 แสดงผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน

ประเด็นการวิเคราะห์	ผลการวิเคราะห์คุณภาพ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
	ฉบับก่อนเรียน	ฉบับหลังเรียน
ค่าความเที่ยง	0.793	0.647
ค่าความยาก	0.11 – 0.40	0.09 – 0.66
ค่าอำนาจจำแนก	0.21 – 0.71	0.11 – 0.67

10) เลือกคำถามข้อที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ข้างต้น จำนวน 4 ข้อ มาสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

11) นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพัฒนาและปรับปรุงจนมีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.2 แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ฉบับ ประกอบด้วยแบบวัดฉบับก่อนเรียน เรื่อง การประยุกต์ 1 (ร้อยละในชีวิตประจำวัน) รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และฉบับหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ออกแบบและพัฒนาตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1) ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระการเรียนรู้จากหนังสือคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

3) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา เพื่อกำหนดจำนวนข้อของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

4) สร้างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและฉบับหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์	**ระดับคะแนน**
นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรมได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์	3
นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม แต่ให้ข้อมูลไม่สมบูรณ์	2
นักเรียนไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรมได้อย่างถูกต้อง แต่มีการแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ได้สอดล้องกับข้อมูลในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้บางส่วน	1
นักเรียนไม่แสดงหรือไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม	0

5) นำแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาเกี่ยวกับความถูกต้อง ความเหมาะสมด้านภาษา และความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข เมื่อพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

5.1) ปรับเวลาที่ใช้ในการทำแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้มีความเหมาะสม จากเดิมที่กำหนดไว้ 60 นาที แก้ไขเป็น 45 นาที

5.2) ปรับภาษาในคำถามของแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้มีความเหมาะสม เช่น

<u>แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน</u>

ข้อความเดิม : 1. ... โดยแบ่งน้ำส้มเท่าๆกัน ใส่ขวด 4 ใบ ที่มีความจุ 400 500 600 700 ลูกบาศก์เซนติเมตร ตามลำดับ...

แก้ไขเป็น : 1. ... โดยแบ่งน้ำส้มออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กัน และใส่ลงไปในขวดที่มีความจุ 400 500 600 และ 700 ลูกบาศก์เซนติเมตร ตามลำดับ ...

แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ข้อความเดิม : 2. ... เพื่อหาว่าวันชัยใช้พื้นที่ในการปลูกผักแต่ละชนิดคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของที่ดินว่างแปลงนี้

แก้ไขเป็น : 2. ... เพื่อแสดงพื้นที่ในการปลูกผักแต่ละชนิดเป็นเปอร์เซ็นต์

5.3) ปรับคำชี้แจงในแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ จาก “จงเขียนสัญลักษณ์ แผนภาพ ตาราง หรืออื่นๆ อย่างใดอย่างหนึ่ง ที่เป็นตัวแทนของสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้” เป็น “จงตอบคำถามที่กำหนดให้ต่อไปนี้” แล้วนำคำชี้แจงลักษณะเดิมไปอธิบายไว้ในโจทย์ทุกข้อ เช่น

แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ข้อความเดิม : **คำชี้แจง** จงเขียนสัญลักษณ์ แผนภาพ ตาราง หรืออื่นๆ อย่างใดอย่างหนึ่ง ที่เป็นตัวแทนของสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. แป้งหอมนำน้ำผลไม้แท้ 100% จำนวนหนึ่งขวดที่มีปริมาตร 700 ลูกบาศก์เซนติเมตร มาทำให้เจือจาง โดยแบ่งใส่ขวดใบที่สองและสามที่มีความจุ 700 ลูกบาศก์เซนติเมตรเท่ากัน ดังนี้

ครั้งที่หนึ่ง แบ่ง 4 ใน 7 ส่วนของน้ำผลไม้ในขวดใบที่หนึ่งใส่ลงไปในขวดใบที่สอง

ครั้งที่สอง แบ่ง 3 ใน 4 ส่วนของน้ำผลไม้แท้ในขวดใบที่สองใส่ลงไปในขวดใบที่สาม

หลังจากนั้นแป้งหอมเติมน้ำดื่มลงไปในขวดทั้งสามใบจนเต็ม

แก้ไขเป็น : **คำชี้แจง** จงตอบคำถามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. แป้งหอมนำน้ำผลไม้แท้ 100% จำนวนหนึ่งขวดที่มีปริมาตร 700 ลูกบาศก์เซนติเมตร มาทำให้เจือจาง โดยแบ่งใส่ขวดใบที่สองและสามที่มีความจุ 700 ลูกบาศก์เซนติเมตรเท่ากัน ดังนี้

ครั้งที่หนึ่ง แบ่ง 4 ใน 7 ส่วนของน้ำผลไม้ในขวดใบที่หนึ่งใส่ลงไปในขวดใบที่สอง

ครั้งที่สอง แบ่ง 3 ใน 4 ส่วนของน้ำผลไม้แท้ในขวดใบที่สองใส่ลงไปในขวดใบที่สาม

หลังจากนั้นแป้งหอมเติมน้ำดื่มลงไปในขวดทั้งสามใบจนเต็ม

จงเขียนสัญลักษณ์ แผนภาพ ตาราง หรืออื่นๆ เพื่อเปรียบเทียบปริมาณน้ำผลไม้แท้และปริมาณน้ำดื่มที่มีอยู่ในขวดแต่ละใบเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)

5.4) เพิ่มเติมรายละเอียดในคำถามแต่ละข้อของแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจจุดมุ่งหมายของคำถามได้อย่างชัดเจน และสามารถตอบคำถามได้ตรงประเด็นมากขึ้น เช่น

แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ข้อความเดิม : ร้านสายทิพย์ปิดราคาขายกระเป๋าหนังใบหนึ่งเริ่มต้นที่ราคา 4,000 บาท ในทุกๆ 4 เดือน ทางร้านจะประกาศลดราคากระเป๋า 50% ของราคาที่เหลืออยู่ แต่ถ้าครบ 1 ปี ทางร้านจะไม่ลดราคากระเป๋าใบนี้อีก จงเขียนสัญลักษณ์ ตาราง กราฟ หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อแสดงราคากระเป๋าในแต่ละเดือน

แก้ไขเป็น : ร้านสายทิพย์ปิดราคาขายกระเป๋าหนังใบหนึ่งเริ่มต้นที่ราคา 4,000 บาท ในทุกๆ 4 เดือน ทางร้านจะประกาศลดราคากระเป๋า 50% ของราคาที่เหลืออยู่ ซึ่งจะทำให้ราคาของกระเป๋าในเดือนที่ 4 เหลือเป็นครึ่งหนึ่งของราคาเริ่มต้น ราคากระเป๋าในเดือนที่ 8 เหลือเป็นครึ่งหนึ่งของราคากระเป๋าในเดือนที่ 4 ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ แต่ถ้าครบ 1 ปี ทางร้านจะไม่ลดราคากระเป๋าใบนี้อีก

จงเขียนสัญลักษณ์ ตาราง กราฟ หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อแสดงราคากระเป๋าในเดือนที่ 4 8 12 16 และ 20 (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)

แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ข้อความเดิม : วันชัยมีที่ดินว่างอยู่หลังบ้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เขาวางแผนจะปลูกพืชผักสวนครัวปลอดสารพิษในที่ดินนั้น โดยใช้การแบ่งครึ่งที่ดินไปเรื่อยๆเพื่อปลูกถั่วฝักยาว ผักบุ้งจีน คะน้า และแบ่งครึ่งพื้นที่ส่วนที่เหลือออกเป็นสองส่วนที่เท่ากัน สำหรับปลูกต้นหอมและพริกขี้หนู ตามลำดับ

จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แผนภาพ ตาราง หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อแสดงพื้นที่ในการปลูกผักแต่ละชนิดเป็นเปอร์เซ็นต์ (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)

แก้ไขเป็น : วันชัยมีที่ดินว่างอยู่หลังบ้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เขาวางแผนจะปลูกพืชผักสวนครัวปลอดสารพิษในที่ดินนั้น โดยใช้การแบ่งครึ่งที่ดินไปเรื่อยๆเพื่อปลูกถั่วฝักยาว ผักบุ้งจีน และคะน้าตามลำดับ ทำให้ได้พื้นที่ในการปลูกถั่วฝักยาวเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ทั้งหมด พื้นที่ในการปลูกผักบุ้งจีนเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ในการปลูกถั่วฝักยาว และพื้นที่ในการปลูกคะน้าเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ในการปลูกผักบุ้งจีน และสุดท้ายวันชัยแบ่งพื้นที่ส่วนที่เหลือออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน สำหรับปลูกต้นหอมและพริกขี้หนู

จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แผนภาพ ตาราง หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อแสดงพื้นที่ในการปลูกผักแต่ละชนิดเป็นเปอร์เซ็นต์ (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)

5.5) สร้างเฉลยของแบบวัดแต่ละข้อ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง และความสอดคล้องกับข้อคำถามในข้อนั้นๆ

5.7) เพิ่มตัวอย่างคำถามและแนวคำตอบในแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ เพื่อให้นักเรียนได้เห็นแนวทางในการตอบคำถาม ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่าง คำถามและแนวคำตอบ

คำถาม : ในเดือนมกราคมแก้วตามีต้นดาวเรือง 50 ต้น และมีต้นเฟื่องฟ้าอยู่ 30 ต้น ในเดือนต่อมาแก้วตาซื้อต้นไม้ทั้งสองชนิดมาเพิ่มอย่างละ 10 ต้น และซื้อเพิ่มเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนถึงเดือนมิถุนายน

จงเขียนแผนภาพ ตาราง กราฟ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต้นไม้แต่ละชนิดกับเวลาเป็นเดือน (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)

แนวทางการสร้างตัวแทนความคิด เช่น

รูปแบบที่ 1 สัญลักษณ์

สัญลักษณ์ต่อไปนี้ แสดงจำนวนต้นดาวเรืองและต้นเฟื่องฟ้าที่แก้วตามีในเดือนมกราคม – มิถุนายน

เมื่อกำหนดให้ เดือนมกราคม เป็นเดือนที่ 1 จะได้ว่า

เดือนที่ n แก้วตาจะมีต้นดาวเรืองจำนวน $10n + 40$ ต้น เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ และ

เดือนที่ n แก้วตาจะมีต้นเฟื่องฟ้าจำนวน $10n + 20$ ต้น เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

รูปแบบที่ 2 ตาราง

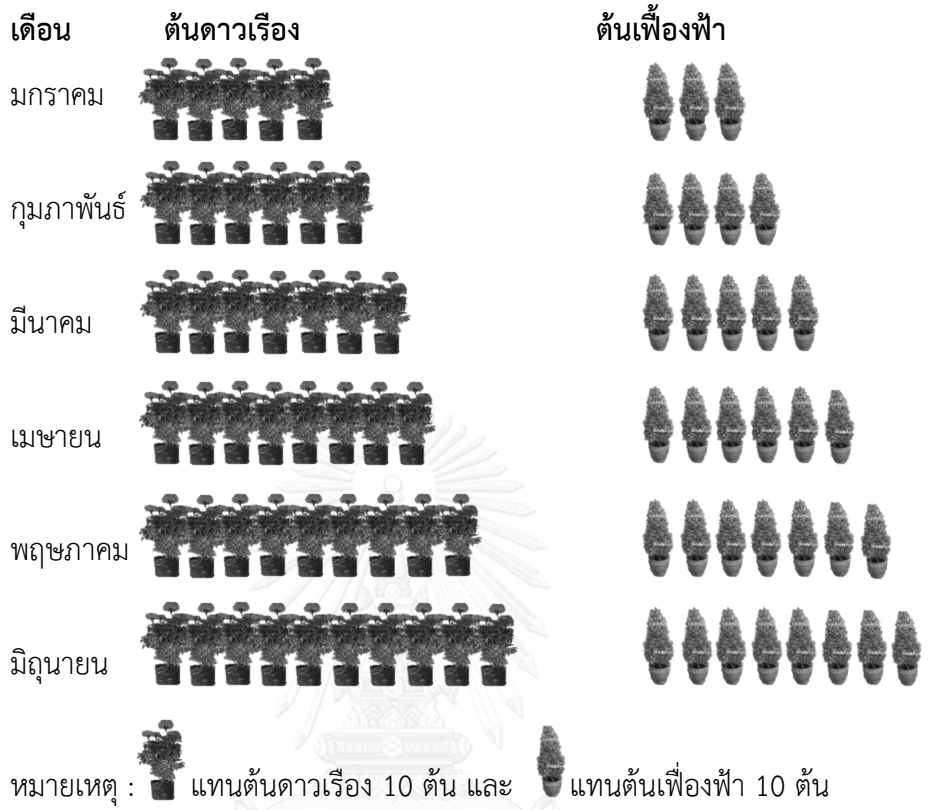
ตารางต่อไปนี้ แสดงจำนวนต้นดาวเรืองและต้นเฟื่องฟ้าที่แก้วตามีในเดือนมกราคม – มิถุนายน

เดือนที่	เดือน	จำนวนต้นดาวเรือง (ต้น)	จำนวนต้นเฟื่องฟ้า (ต้น)
1	มกราคม	50	30
2	กุมภาพันธ์	60	40
3	มีนาคม	70	50
4	เมษายน	80	60
5	พฤษภาคม	90	70
6	มิถุนายน	100	80

Chulalongkorn University

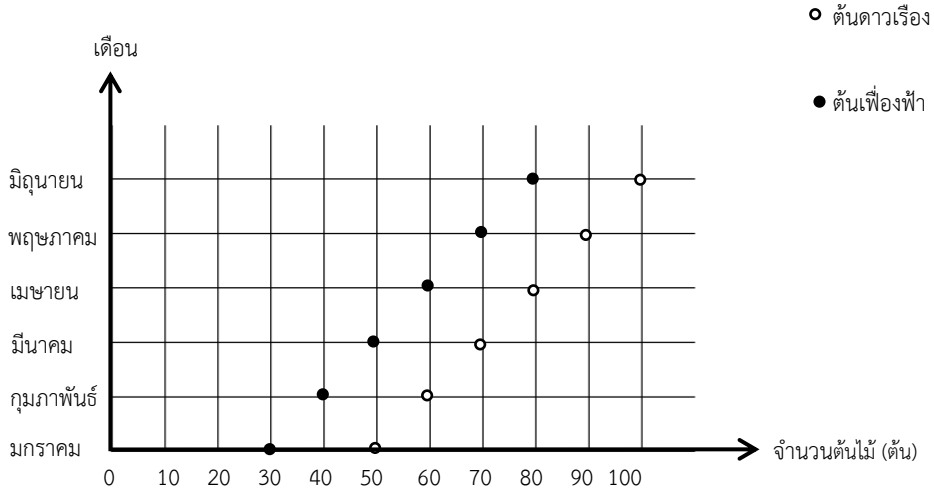
รูปแบบที่ 3 แผนภาพ

แผนภาพต่อไปนี้ แสดงจำนวนต้นดาวเรืองและต้นเฟื่องฟ้าที่แก้วตามีในเดือนมกราคม–มิถุนายน



รูปแบบที่ 4 กราฟ

กราฟต่อไปนี้ แสดงจำนวนต้นดาวเรืองและต้นเฟื่องฟ้าที่แก้วตามีในเดือนมกราคม–มิถุนายน



6) นำแบบวัดที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน พิจารณาความตรงตามเนื้อหาของข้อคำถาม ความเหมาะสมของภาษาและความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขและนำมาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of Item-Objective Congruence) ซึ่งจะต้องมีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เมื่อพิจารณาแล้วพบว่าแบบวัดทุกข้อมีค่าค่าดัชนีความสอดคล้อง เป็น 1.0 และผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัด ดังนี้

6.1) ปรับภาษาที่ใช้ในการถามคำถามให้เหมาะสม เช่น จากข้อความ “จงเขียนสัญลักษณ์ แผนภาพ ตาราง หรืออื่นๆ” **แก้ไขเป็น** “จงเขียนสัญลักษณ์ แผนภาพ ตาราง หรือรูปแบบอื่นๆ”

6.2) เปลี่ยนตัวละครในสถานการณ์ปัญหาให้มีความเป็นธรรมชาติ สอดคล้องกับสถานการณ์ที่สามารถเกิดขึ้นได้จริง ดังนี้

<u>แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน</u>

ข้อความเดิม : ปราณีแบ่งเค้กก้อนหนึ่งออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน จากนั้นนำเค้กส่วนแรกมาแบ่งให้เด็กโต 4 คน คนละเท่าๆ กัน และนำเค้กส่วนที่สองมาแบ่งให้เด็กเล็ก 8 คน คนละเท่าๆ กัน จงเขียนแผนภาพ ตาราง หรืออื่นๆ เพื่ออธิบายสถานการณ์และปริมาณเค้กที่เด็กแต่ละคนจะได้รับ

แก้ไขเป็น : ปราณีแบ่งเค้กก้อนหนึ่งออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน จากนั้นนำเค้กส่วนแรกมาแบ่งให้เด็กผู้ชาย 4 คน คนละเท่าๆ กัน และนำเค้กส่วนที่สองมาแบ่งให้เด็กผู้หญิง 8 คน คนละเท่าๆ กัน จงเขียนแผนภาพ ตาราง หรืออื่นๆ เพื่ออธิบายสถานการณ์และปริมาณเค้ก<u>เป็นเปอร์เซ็นต์</u>ที่เด็กแต่ละคนจะได้รับ (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)

7) นำแบบวัดฉบับก่อนเรียนที่ได้รับการแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 1 (ร้อยละในชีวิตประจำวัน) มาแล้ว

8) นำแบบวัดฉบับหลังเรียนที่ได้รับการแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ มาแล้ว

9) นำแบบวัดมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ข้างต้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม B-Index700 เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดทั้งฉบับ ซึ่งจะต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป พบว่าแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนมีค่าความเที่ยง 0.815 และฉบับหลังเรียนมีค่าความเที่ยง 0.666

10) ผู้วิจัยเลือกคำถามมาสร้างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาเลือกคำถามในแบบวัดทั้งสองฉบับให้มีลักษณะใกล้เคียงกัน

11) นำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพัฒนาและปรับปรุงจนมีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

5. การดำเนินการทดลอง และการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้มีขั้นตอนในการเตรียมการและการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

5.1.1 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอฟโอพีเอส และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จำนวน 14 แผน

5.1.2 ประสานงานกับโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” เพื่อขอความอนุเคราะห์จากทางโรงเรียนอนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ โดยชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย ขั้นตอนการวิจัย แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการประเมินผลกระบวนการเรียนการสอนให้แก่ผู้ที่เกี่ยวข้องในสถานศึกษารับทราบ

5.1.3 ดำเนินการประสานความร่วมมือกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และครูผู้สอน เพื่อกำหนดตารางการสอนและขอบเขตของเนื้อหาที่จะใช้ในการดำเนินการวิจัยครั้งนี้

5.1.4 นำหนังสือขอความอนุญาตดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ส่งถึงผู้อำนวยการโรงเรียนเพื่อขอความอนุเคราะห์จากทางโรงเรียนอนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้อย่างเป็นทางการ

5.2 การดำเนินการ และการเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนเริ่ม

ดำเนินการทดลอง โดยให้เวลานักเรียนในการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 60 นาที และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 45 นาที

5.2.2 ผู้วิจัยเก็บรวบรวมแบบวัดทั้งหมดมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้ โดยนำคะแนนที่ได้มาหาค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เพื่อนำค่าที่ได้ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-Test) ผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นผู้วิจัยเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ค่าที (T-test) ผลการทดสอบพบว่าค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง มีความแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงสามารถสรุปได้ว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

5.2.3 ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสกับนักเรียนกลุ่มทดลองและจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติกับนักเรียนกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 3 คาบ/สัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ใช้เวลารวมกลุ่มละ 14 คาบ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 โดยในระหว่างการเรียนการสอนจะมีการสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในห้องเรียน โดยพิจารณาจากบันทึกหลังการเรียนการสอนและงานที่มอบหมายให้นักเรียนทำ ซึ่งอาจเป็นการบ้าน ใบงาน หรือรูปแบบอื่นๆ

5.2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

5.2.5 ผู้วิจัยเก็บรวบรวมแบบวัดทั้งหมดมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กำหนดไว้ เพื่อนำคะแนนที่ได้ไปทำการวิเคราะห์ตามจุดประสงค์ของการวิจัยที่ได้ตั้งไว้ เมื่อทำการตรวจให้คะแนนปรากฏว่ามีนักเรียนบางคนที่ได้ทำแบบวัดฉบับก่อนเรียนหรือฉบับหลังเรียนเพียงอย่างเดียว ผู้วิจัยจึงนำเฉพาะคะแนนของนักเรียนคนที่ได้ทำแบบวัดทั้งฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียนมาทำการวิเคราะห์ข้อมูล ทำให้ได้ข้อมูลจากนักเรียนในกลุ่มทดลอง 31 คน และกลุ่มควบคุม 35 คน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (IBM SPSS Statistics Version 20) ดังนี้

6.1 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส โดยใช้การทดสอบที (T-Test for Dependent Samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้การทดสอบ ANCOVA ที่ระดับนัยสำคัญ .05

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

7.1 สถิติที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยคำนวณค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัด รวมถึงหาค่าความยาก (Index of difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination) เป็นรายข้อ โดยใช้โปรแกรม B-Index700 (ดาวน์โหลดจาก : http://www.watpon.com)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยคำนวณค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยโดยใช้ค่าเอฟ (F-Test) ค่าที (T-Test) และ ANCOVA ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (IBM SPSS Statistics Version 20)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลของการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน

ตอนที่ 2 ผลของการเปรียบเทียบการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน

ตอนที่ 3 ผลของการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ตอนที่ 4 ผลของการเปรียบเทียบการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลของการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าการทดสอบที (T-Test) คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส (คะแนนเต็ม 16 คะแนน)

การทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนการทดลอง	31	5.00	2.37	- 2.362*
หลังการทดลอง	31	6.39	2.15	

* $p < .05$

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 31 คน ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส เท่ากับ 5.00 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.37 และหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส นักเรียนกลุ่มนี้มีค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 6.39 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.15 นอกจากนี้ เมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (T-Test for Dependent Samples) พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอฟหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตอนที่ 2 ผลของการเปรียบเทียบการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าการทดสอบที (T-Test) คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส (คะแนนเต็ม 9 คะแนน)

การทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t
ก่อนการทดลอง	31	3.19	1.72	-10.718*
หลังการทดลอง	31	7.35	1.924	

* $p < .05$

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 31 คน ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส เท่ากับ 3.19 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.72 และหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส นักเรียนกลุ่มนี้มีค่าเฉลี่ยคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 7.35 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.924 เมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (T-Test for Dependent Samples) พบว่าการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอฟหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตอนที่ 3 ผลของการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (คะแนนเต็ม 16 คะแนน)

ตารางที่ 10 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม (ANCOVA) คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

แหล่งความแปรปรวน	SS	df.	MS	F	Sig.
ตัวแปรร่วม (คะแนนก่อนเรียน)	2.672	1	2.672	.728	.397
ระหว่างกลุ่ม	118.052	1	118.052	32.165	.000
ความคลาดเคลื่อน	231.225	63	3.670		
รวม	351.949				

$^{*}p < .05$

ตารางที่ 11 แสดงค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าการทดสอบที (T-Test) คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่มตัวอย่าง		คะแนนก่อนเรียน		คะแนนหลังเรียน		คะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้ว
	n	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$
กลุ่มทดลอง	31	5.00	2.37	6.39	2.15	6.28
กลุ่มควบคุม	35	2.87	1.93	3.19	1.68	3.28

จากตารางที่ 11 ผลปรากฏว่า เมื่อควบคุมตัวแปรร่วมหรือคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 (Sig. = .000 < .05) แบบไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรร่วมที่ระดับนัยสำคัญ .05 (Sig. = .397 > .05) และจากตารางที่ 12 พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ย 6.28 สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ซึ่งมีค่าเฉลี่ย 3.28

ตอนที่ 4 ผลของการเปรียบเทียบการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (คะแนนเต็ม 9 คะแนน)

ตารางที่ 12 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม (ANCOVA) คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

แหล่งความแปรปรวน	SS	df.	MS	F	Sig.
ตัวแปรร่วม (คะแนนก่อนเรียน)	15.361	1	15.361	4.976	.029
ระหว่างกลุ่ม	178.482	1	178.482	57.818	.000
ความคลาดเคลื่อน	194.479	63	3.087		
รวม	388.322				

$^{*}p < .05$

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าการทดสอบที (T-Test) คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนก่อนเรียน		คะแนนหลังเรียน		คะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้ว
		$\bar{x}$	S	$\bar{x}$	S	$\bar{x}$
กลุ่มทดลอง	31	3.19	1.72	7.35	1.92	7.17
กลุ่มควบคุม	35	1.94	1.71	3.49	1.70	3.65

จากตารางที่ 13 ผลปรากฏว่า เมื่อควบคุมตัวแปรร่วมหรือคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 (Sig. = .000 < .05) แบบมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรร่วมที่ระดับนัยสำคัญ .05 (Sig. = .029 < .05) และจากตารางที่ 14 พบว่า คะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ย 7.17 สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ซึ่งมีค่าเฉลี่ย 3.65

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 23 สกลนคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2557 ของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” จำนวน 2 ห้อง แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 31 คน และกลุ่มควบคุม 35 คน รวมกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 66 คน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการเลือกห้องเรียน และกำหนดนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ห้อง มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-Test) พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ของนักเรียนแต่ละห้องมีความแตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผู้วิจัยจึงนำค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ของนักเรียนทั้ง 3 ห้อง ไปทดสอบเป็นรายคู่ (Post Hoc Analysis) เพื่อพิจารณาว่าค่าเฉลี่ยของนักเรียนห้องใดบ้างที่แตกต่างกัน โดยใช้การวิเคราะห์เปรียบเทียบเป็นรายคู่ (Multiple Comparisons) พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 มีค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันเพียงคู่เดียว อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ที่ระดับ .05 จากนั้นผู้วิจัยจับฉลากเพื่อกำหนดนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่าได้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 เป็นกลุ่มควบคุม และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 เป็นกลุ่มทดลอง โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่วนนักเรียนในกลุ่มควบคุมจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสำหรับกลุ่มทดลอง จำนวน 14 แผน และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม จำนวน 14 แผน ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ฉบับ เป็นแบบอัตนัย ฉบับละ 4 ข้อ ประกอบด้วยฉบับก่อนเรียน เรื่อง การประยุกต์ 1 (ร้อยละในชีวิตประจำวัน) รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยเลือกจากแบบวัดทั้งหมด 6 ข้อ ที่มีค่าความเที่ยง 0.793 ค่าความยาก 0.11 – 0.40 และค่าอำนาจจำแนก 0.21 – 0.71 และฉบับหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยเลือกจากแบบวัดทั้งหมด 6 ข้อ ที่มีค่าความเที่ยง 0.647 ค่าความยาก 0.09 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนก 0.11 – 0.67

2.2 แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 2 ฉบับ เป็นแบบอัตนัยฉบับละ 3 ข้อ ประกอบด้วยแบบวัดฉบับก่อนเรียน เรื่อง การประยุกต์ 1 (ร้อยละในชีวิตประจำวัน) รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยเลือกจากแบบวัดทั้งหมด 5 ข้อ ที่มีค่าความเที่ยง 0.815 และฉบับหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยเลือกจากแบบวัดทั้งหมด 5 ข้อ ที่มีค่าความเที่ยง 0.666

สำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยพิจารณาความแตกต่างของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยนำค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดฉบับก่อนเรียนมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-Test) ผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของคะแนน

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผู้วิจัยจึงเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ค่าที (T-test) ผลการทดสอบพบว่าค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง มีความแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นผู้วิจัยดำเนินการทดลอง โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสกับนักเรียนกลุ่มทดลอง และจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติกับนักเรียนกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 3 คาบ/สัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ใช้เวลารวมกลุ่มละ 14 คาบ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 โดยในระหว่างการเรียนการสอนจะมีการสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในห้องเรียน จากบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และงานที่มอบหมายให้นักเรียนทำ ซึ่งอาจเป็นการบ้าน ใบงาน หรือรูปแบบอื่นๆ เมื่อดำเนินการทดลองครบตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เมื่อทำการตรวจให้คะแนนแล้วปรากฏว่ามีนักเรียนบางคนที่ได้ทำแบบวัดฉบับก่อนเรียนหรือฉบับหลังเรียนเพียงอย่างเดียว ผู้วิจัยจึงนำเฉพาะคะแนนของนักเรียนคนที่ได้ทำแบบวัดทั้งฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียนมาทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (IBM SPSS Statistics Version 20) ทำให้ได้ข้อมูลจากนักเรียนกลุ่มทดลอง 31 คน และกลุ่มควบคุม 35 คน ซึ่งผู้วิจัยเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส โดยใช้การทดสอบที (T-Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้การทดสอบ ANCOVA ที่ระดับนัยสำคัญ .05

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. จากการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเป็นผลเนื่องมาจากกระบวนการของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ดังต่อไปนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส มีขั้นตอนสำคัญ 2 ขั้นตอน ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด ได้แก่ ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา และขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา ซึ่งครูจะสอนนักเรียนในขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา โดยใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจข้อมูลในปัญหาและวิเคราะห์ว่าข้อมูลใดที่เป็นข้อมูลสำคัญหรือข้อมูลใดที่เป็นข้อมูลประกอบ หลังจากนั้นนักเรียนจะต้องรวบรวมและ

หาความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น เพื่อพิจารณาลักษณะความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือโครงสร้างของปัญหา และเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาในสถานการณ์ใหม่กับสถานการณ์ที่นักเรียนเคยเผชิญ เพื่อเปรียบเทียบว่ามีโครงสร้างคล้ายคลึงหรือแตกต่างกันอย่างไร ซึ่งจะนำไปสู่การจำแนกลักษณะของปัญหาและการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม นอกจากนี้ในขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้ฝึกแก้ปัญหาจากโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนไม่ทราบค่าและมีความสัมพันธ์ของข้อมูลคล้ายคลึงกับปัญหาก่อนหน้านี้ด้วย 4 ขั้นตอน ของกลวิธีเอฟโอพีเอส ซึ่งนักเรียนจะต้องรวบรวมข้อมูลและใช้ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างปัญหา รวมถึงกระบวนการเกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาจากสถานการณ์ก่อนหน้านี้มาช่วยในการแก้ปัญหา

จากข้อมูลข้างต้น จะเห็นได้ว่ากระบวนการในขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหาและขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยคำนึงถึงโครงสร้างของปัญหา ซึ่ง Jitendra et al. (1996: 426-428), Jitendra and Hoff (2002: 28-30) กล่าวว่า โครงสร้างของปัญหาเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทราบก่อนการแก้โจทย์ปัญหา เนื่องจากโครงสร้างเหล่านี้จะช่วยนักเรียนในการจำแนกลักษณะของปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ และ Little กล่าวว่า โครงสร้างของปัญหาเป็นโครงสร้างที่ช่วยในการจัดการความรู้ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะแตกต่างกัน และเลือกวิธีการที่ดีที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหา สอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 3) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ เพื่อใช้ในการจัดหมวดหมู่ข้อมูลและสรุปรวมข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนหรือต่างกัน รวมถึงสภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 267) ที่กล่าวว่า ในการพัฒนาทักษะด้านการให้เหตุผลควรส่งเสริมให้นักเรียนเลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูล และ ณัฐกานต์ รักนาค (2552: 52) ที่กล่าวว่า ครูผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

นอกจากนี้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Jitendra et al. (2010: 145 – 151) ที่ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่มีต่อความความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการบวกและการลบ ของนักเรียน 2 คน ในระดับเกรด 4 และเกรด 5 ที่มีปัญหา

ทางด้านอารมณ์และพฤติกรรม ซึ่งการเรียนการสอนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านการค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การอธิบายโดยใช้แผนภาพโครงสร้าง ผลการวิจัยพบว่าการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและโจทย์ปัญหา รวมถึงความเข้าใจที่สมเหตุสมผล (Make Sense) ของนักเรียนได้

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ผู้วิจัยพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่สามารถคิดวิเคราะห์ แยกแยะ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำลังเผชิญในขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา กับข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ที่ได้เผชิญในขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาก่อนหน้านี้ได้ จะสามารถระบุข้อมูลที่สำคัญของปัญหาและอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง นอกจากนี้ พบว่านักเรียนที่สามารถระบุข้อมูลที่สำคัญของปัญหาได้อย่างถูกต้อง จะสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นภาษาพูดได้ถูกต้องอย่างคล่องแคล่ว และรู้ว่าจะเริ่มต้นเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร ส่วนนักเรียนที่ไม่สามารถระบุข้อมูลที่สำคัญของปัญหาได้จะไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นภาษาพูดได้ถูกต้องอย่างคล่องแคล่ว และไม่รู้วิธีการหรือไม่มั่นใจที่เริ่มต้นเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในกลุ่มควบคุม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุได้ว่าข้อมูลใดเป็นข้อมูลที่สำคัญซึ่งจะนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหา และไม่รู้ว่าจะเริ่มต้นแก้ปัญหาได้อย่างไร

2) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกลวิธีโอพีเอส ซึ่งเป็นกลวิธีที่ประกอบด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ร่วมกับการเตือนตนเอง (Self-Monitoring) ของนักเรียน ด้วยวิธีการถามตอบตนเองเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา โดยครูจะเป็นผู้ออกแบบคำถามและสาธิตวิธีการถามตนเองแก่นักเรียน ทั้งนี้คำถามที่ใช้มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและส่งเสริมให้นักเรียนได้ให้เหตุผลเพื่อยืนยันความความสมเหตุสมผลของคำตอบและกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง โดยอาศัยความรู้ที่ได้จากปัญหาความรู้พื้นฐาน หรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ของนักเรียน สามารถอธิบายรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอส ได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา (F – Find the problem type) ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องอ่านปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ วิเคราะห์ และแยกแยะข้อมูล โดยถามตอบตนเองว่ามี

ข้อมูลใดบ้างที่เป็นข้อมูลสำคัญหรือเป็นข้อมูลประกอบ หลังจากนั้นนักเรียนจะต้องรวบรวมและหาความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น โดยถามตนเองว่าข้อมูลมีลักษณะความสัมพันธ์หรือโครงสร้างแบบใดและคล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่นักเรียนเคยพบเห็นหรือไม่ อย่างไร

ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ (O – Organize the information in the problem using the diagram) ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องพิจารณาข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาอีกครั้ง พร้อมกับถามตอบตนเองว่าจะสามารถจัดการข้อมูลให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรมได้อย่างไร ข้อมูลที่มีอยู่ความสำคัญและเพียงพอที่จะใช้ในการอธิบายสถานการณ์ในปัญหาได้หรือไม่ เพราะเหตุใด จากนั้นนักเรียนต้องอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม และถามตอบตนเองว่าแผนภาพที่ได้สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนหรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้ายังไม่สามารถอธิบายสถานการณ์ได้ทั้งหมด มีข้อมูลใดบ้างที่ยังไม่ทราบค่า

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา (P – Plan to solve the problem) ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น สมการ สัดส่วน โดยการถามตอบตนเองว่า จะเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ว่ามีความสอดคล้องกับความสัมพันธ์ของข้อมูลในแผนภาพหรือไม่ อย่างไร และหลังจากนั้นนักเรียนจะต้องเลือกวิธีการในการแก้ปัญหา โดยถามตอบตนเองว่าวิธีการใดมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าและมีความเป็นไปได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา (S – Solve the problem) ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องแก้ปัญหาตามวิธีการที่ได้กำหนดไว้ในขั้นที่ 3 โดยหลังจากที่นักเรียนแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว นักเรียนจะต้องถามตอบตนเองว่าการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเองถูกต้องหรือไม่ คำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และจะตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้อย่างไร

จากข้อมูลข้างต้น จะเห็นได้ว่ากระบวนการของกลวิธีเอฟโอพีเอสส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล เพื่อสะท้อนความเข้าใจและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของกระบวนการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของ ณัฐกานต์ รักนาค

(2552: 52) ที่กล่าวว่า ครูผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาอย่างเป็นประจำ โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะ และแนะนำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 3) ที่กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง รวมถึงผลการวิจัยของณัฐิกานต์ รักนาค (2552: ง-11) ที่ได้ศึกษาการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้นี้ สังเคราะห์มาจากทฤษฎีโครงสร้างความรู้ (Schema Theory) ทฤษฎีองค์ประกอบเหมือน (Identical-Component Theory) และทฤษฎีการสรุปนัยทั่วไป (Generalization Theory) ซึ่งเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ โดยให้นักเรียนระบุความรู้ในอดีตที่มีความสำคัญและเกี่ยวข้องกับสิ่งที่กำลังเรียนรู้ เพื่อพิจารณาหาองค์ประกอบที่เหมือนหรือคล้ายคลึงกับสิ่งได้เรียนรู้มาแล้ว และถ่ายโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่ ซึ่งนักเรียนจะต้องมีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของกระบวนการแก้ปัญหา และสะท้อนความคิด โดยแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง ผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ สามารถพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลได้ดังนี้ 1) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลอย่างชัดเจน

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ผู้วิจัยพบว่าในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนในกลุ่มทดลองมักจะก้มหน้าก้มตาอ่านปัญหาด้วยความตั้งใจ และอ่านซ้ำไปซ้ำมาหลายรอบเพื่อทบทวนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา นอกจากนี้เมื่อนักเรียนไม่มั่นใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่ตนเองคิด นักเรียนมักจะมีสีหน้าที่แสดงว่ากำลังเกิดข้อสงสัยต่างๆ และพยายามที่จะพูดอะไรบางอย่างกับตนเอง เพื่อตรวจสอบว่าสิ่งที่ตนเองคิดถูกต้องหรือไม่ อย่างไรซึ่งนักเรียนที่เกิดกระบวนการข้างต้นจะสามารถเข้าใจปัญหาและเรียบเรียงความคิดของตนเองได้อย่าง

เป็นระบบ สังเกตได้จากนักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและการตรวจสอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง เป็นเหตุเป็นผล และคล่องแคล่ว

3) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้และร่วมกันอภิปรายกับครูและเพื่อนในห้อง โดยในขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา ครูจะเป็นผู้สาธิตกระบวนการค้นหาและระบุประเภทของปัญหา การเขียนข้อมูลของปัญหาให้อยู่ในแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม และขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหาครูจะป็นผู้สาธิตขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ในทั้งสองขั้นตอนจะดำเนินไปพร้อมกับการให้นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันกับครูและเพื่อนข้างๆ เกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาและการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการในลักษณะนี้จะสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนกระตือรือร้นและติดตามการเรียนการสอนอยู่ตลอดเวลา สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ ณัฐิกานต์ รักนาค (2552: 52) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ครูควรมีบทบาทเป็นผู้ชี้แนะ และจัดบรรยากาศการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกัน รวมถึง Lappan and Schram (1989: 18-19) ที่กล่าวว่า การพัฒนาการคิดและการให้เหตุผล ครูควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้การอธิบาย การแสดงด้วยภาพ เป็นต้น และสภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 267) ที่กล่าวว่า การพัฒนาให้นักเรียนเป็นบุคคลที่มีเหตุผลควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายการใช้เหตุผลของตนเองเกี่ยวกับหลักการและวิธีการต่างๆ กับครูและเพื่อนร่วมห้อง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการให้เหตุผลอย่างเหมาะสม

นอกจากนี้ สอดคล้องกับผลการศึกษาของ สุดารัตน์ ภิรัมย์ราช (2555: ง) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้น ครูผู้สอนมีหน้าที่ในการส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน โดยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด (think) และอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Talk) จนนักเรียนสามารถสร้างของสรุปได้อย่างถูกต้อง (Write) จากการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในกลุ่มทดลองที่ได้รับการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และนักเรียนในกลุ่มทดลองยังมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

นอกจากนี้ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความกระตือรือร้นที่จะคิด และติดตามสิ่งที่ครูกำลังสอน โดยมีการปรึกษาหารือกับเพื่อนข้างๆ เพื่อระดมความคิด และหาคำตอบของปัญหาที่กำลังเผชิญ เป็นเช่นนี้ตลอดทั้งคาบเรียนและในทุกๆคาบเรียน ตั้งแต่สัปดาห์ที่ 1-5 ส่วนนักเรียนในกลุ่มควบคุมมีความสนใจกิจกรรมการเรียนการสอนมาเป็นพิเศษในช่วงสัปดาห์แรกเท่านั้น และเมื่อพิจารณาในแต่ละคาบเรียนพบว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่มีความสนใจกิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงแรกของคาบ แต่เมื่อนักเรียนได้เผชิญกับปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นและต้องดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองในขั้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ นักเรียนส่วนใหญ่หลีกเลี่ยงที่จะแก้ปัญหาและรอครูผู้สอนเป็นผู้เฉลย จนต้องกระตุ้นโดยการเดินสำรวจและสุ่มถามเป็นรายบุคคล

2. จากการวิจัยพบว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจเป็นผลเนื่องมาจากลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส มีขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอสที่ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างแผนภาพของปัญหาหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรมเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาและนำไปสู่การสร้างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยหลังจากที่นักเรียนได้ทำความเข้าใจข้อมูลในปัญหา รวบรวม และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาแล้ว ในขั้นที่ 2 ของกลวิธีเอฟโอพีเอส นักเรียนจะต้องทบทวนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูลว่าสอดคล้องกับข้อความในปัญหาหรือไม่ และจัดการข้อมูลเหล่านั้น ให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาและเป็นตัวแทนของปัญหา จากนั้นในขั้นที่ 3 ของกลวิธี นักเรียนจะต้องเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น สมการ สัดส่วน ดังนั้นแผนภาพที่สร้างขึ้นจึงเป็นสื่อกลางที่จะช่วย

นักเรียนในการเปลี่ยนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม ซึ่ง จินดา เอี่ยมโอภาส (2551: 53) กล่าวว่า ทักษะการใช้ตัวแทนเป็นการฝึกให้นักเรียนสามารถแปลงเนื้อหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมหรือสร้างรูปแบบต่างๆ สอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดของ Fennell and Rowan (2001: 292) ที่กล่าวว่า ครูสามารถใช้ตัวแทนความคิดในการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจน เพื่อส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์และช่วยให้นักเรียนเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นไปสู่รูปแบบที่นักเรียนสามารถดำเนินการทางความคิดเพื่อเพิ่มความเข้าใจของนักเรียนให้ดีขึ้น และ จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2546: 25) ที่กล่าวว่า นักเรียนควรรู้วิธีการแปลงปัญหาให้เป็นรูปธรรม โดยเลือกใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูล ซึ่งการใช้ตัวแทนเป็นการดำเนินการแก้ปัญหาที่จะพัฒนาความเข้าใจที่มีความหมายในทางคณิตศาสตร์ได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สิริมา สาระพล (2547: ง) ที่ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน (Representations) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทนมีพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ที่สามารถระบุข้อมูลที่สำคัญของปัญหาและอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรมได้ถูกต้อง จะสามารถเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น สมการ สัดส่วน ได้อย่างถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรมได้ถูกต้อง จะไม่สามารถเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

2) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส มีขั้นตอนสำคัญ 2 ขั้นตอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างแผนภาพของปัญหาหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม เพื่อเป็นตัวแทนในการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา ได้แก่ ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา และขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา สำหรับขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา ครูจะเริ่มสอนโดยให้นักเรียนทำความเข้าใจข้อมูลในปัญหา วิเคราะห์ แยกแยก และเชื่อมโยง

ความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา เพื่อให้นักเรียนเข้าใจลักษณะความสัมพันธ์หรือโครงสร้างของปัญหาจากโจทย์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า จากนั้นนักเรียนจะต้องอธิบายความสัมพันธ์เหล่านั้นให้อยู่ในรูปแผนภาพที่มีลักษณะเฉพาะหรือโครงสร้างสอดคล้องกับความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหานั้นๆ ทำให้แผนภาพที่สร้างขึ้นเป็นแบบแผนที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนรู้และสังสมความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาจากสถานการณ์ต่างๆ ด้วยความเข้าใจที่ลึกซึ้ง และสามารถเลือกใช้แบบแผนของความสัมพันธ์ในการอธิบายสถานการณ์อื่นๆ ซึ่ง Marshall กล่าวว่า โครงสร้างความรู้ เป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยในการทำความเข้าใจและเป็นกลไกลสำคัญสำหรับการแก้ปัญหาเพื่อใช้ในการอธิบายรูปแบบของความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงความสัมพันธ์เหล่านั้น นอกจากนี้ในขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้ฝึกการเขียนแผนภาพของปัญหาอีกครั้งจากสถานการณ์ที่มีจำนวนไม่ทราบค่า ซึ่งนักเรียนจะต้องเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับโครงสร้าง เปรียบเทียบลักษณะที่คล้ายคลึงหรือแตกต่างของโครงสร้างกับสถานการณ์ก่อนหน้านี้ ซึ่ง Marshall (1995: 40-41), Mayer (1999), and Riley et al. (1983) กล่าวว่า รูปแบบของการแก้ปัญหาผ่านการใช้โครงสร้างความรู้ เป็นขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแผนภาพโครงสร้างความรู้ (Schematic Diagram) หรือแบบแผนที่มีความสอดคล้องกับตัวแทนของปัญหาที่นักเรียนเคยพบเห็น สอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM 2000: 283-285) ที่ได้กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดที่เป็นแบบแผน โดยให้คำแนะนำเบื้องต้นเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนก่อนที่นักเรียนจะสามารถใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายแทนการบอกให้ทราบ และผลการวิจัยของ อรยา อัญโย (2553: ง-8) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษา เน้นการจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนในแบบต่างๆ ของฟังก์ชัน เช่น ในการยกตัวอย่าง และการตั้งปัญหา และหลังจากที่นักเรียนได้เรียนรู้สถานการณ์ที่กำหนดให้ นักเรียนจะต้องสรุปความรู้ที่ได้ให้อยู่ในรูปของตัวแทนแบบต่างๆ โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการสร้าง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ อรยา อัญโย

(2553: 9) ได้อธิบายไว้ว่า มโนทัศน์เป็นการสรุปลักษณะสำคัญของความรู้ต่างๆ ตามความเข้าใจ โดยนำความรู้เหล่านั้นมาสัมพันธ์กันและใช้ในการสรุปลักษณะของสิ่งเหล่านั้นอีกครั้ง

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยพบว่า ในสัปดาห์ที่ 2 หลังจากที่นักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการฝึกให้เขียนข้อมูลของปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม และสามารถจดจำกระบวนการของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสได้แล้ว นักเรียนมีความคล่องแคล่วในการสร้างแผนภาพของปัญหา โดยนักเรียนส่วนใหญ่ที่สามารถเขียนแผนภาพจากสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า ในขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหาได้อย่างถูกต้อง จะสามารถเขียนแผนภาพของปัญหาจากโจทย์ที่มีจำนวนไม่ทราบค่า ซึ่งมีความสัมพันธ์ของข้อมูลคล้ายคลึงกับสถานการณ์ในขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสมีขั้นตอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ให้อยู่รูปแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างของปัญหาที่เป็นรูปธรรม เพื่อใช้ในการทำความเข้าใจปัญหาและนำไปสู่การสร้างตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆ เช่น สมการ สัดส่วน ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรพิจารณาและเลือกเนื้อหาที่ประกอบด้วยสถานการณ์รูปแบบต่างๆ และจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสมีขั้นตอนสำคัญที่เริ่มจากการสอนนักเรียนเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กเกี่ยวกับโครงสร้างของสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบ ซึ่งนักเรียนจะต้องทำความเข้าใจข้อมูลในสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ แยกแยะ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ เพื่อพิจารณาลักษณะความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือโครงสร้างของสถานการณ์นั้นๆ โดยมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้รวมกันกับครูและเพื่อนข้างๆ จากนั้นครูจะสอนนักเรียนโดยใช้สถานการณ์ที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งมีลักษณะความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือโครงสร้างคล้ายคลึงกับสถานการณ์ก่อนหน้านี้ โดยนักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้และประสบการณ์ที่ได้เรียนรู้ก่อนหน้านี้ มาใช้ในการแก้ปัญหาและ

ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ครูผู้สอนควรคำนึงถึงประเด็นดังต่อไปนี้

2.1 การเลือกสถานการณ์ที่ใช้ในการสอน ควรพิจารณาโครงสร้างของสถานการณ์ที่จะใช้ในการสอนทั้งหมดก่อน แล้วจึงจัดสรรให้มีความสอดคล้องกับขั้นตอนการเรียนการสอน

2.2 กิจกรรมการเรียนรู้ในสภาพจริง ควรส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันกับครูและเพื่อนในห้อง และให้นักเรียนได้ให้เหตุผลประกอบขั้นตอนการแก้ปัญหาและการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำชี้แนะการฝึกปฏิบัติต่างๆ แก่นักเรียน และรับฟังความคิดของนักเรียนด้วยความตั้งใจ

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส มีขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอสที่ส่งเสริมให้นักเรียนเตือนตนเองด้วยวิธีการถามตอบตนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยในการตรวจสอบและติดตามการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนั้นครูควรออกแบบลักษณะคำถามที่ใช้สอนให้นักเรียนถามตอบตนเองไม่ใช่เพียงแค่การถามว่าผิดหรือถูก แต่จะต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลประกอบการดำเนินงานของตนเอง

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสในเนื้อหาอื่นๆ หรือในระดับชั้นอื่นๆ เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่ประกอบด้วยสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆ สามารถแบ่งสถานการณ์ตามลักษณะความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือโครงสร้างของสถานการณ์นั้นๆ จึงเหมาะสมที่จะนำไปใช้สอนตามขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ซึ่งเน้นการเรียนรู้ผ่านโครงสร้างของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ที่มีต่อทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ ได้แก่ ทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา เนื่องจากกลวิธีเอฟโอพีเอส เป็นกลวิธีในการแก้ปัญหา และทักษะ/กระบวนการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากกระบวนการของการเรียนการสอนนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ผ่านแผนภาพของปัญหาและส่งเสริมให้นักเรียนได้

แลกเปลี่ยนเรียนรู้รวมกันเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ และในการวิจัยครั้งนี้ศึกษาเกี่ยวกับใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของทักษะ/กระบวนการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

เทพสุดา เกตุทอง. (2551). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เยาวพร วรรณทิพย์. (2548). *ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ของนักเรียนโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โครงการ PISA ประเทศไทย, และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *ผลการประเมิน* PISA 2009 *การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์*. ห้างหุ้นส่วนจำกัดอรุณการพิมพ์ กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).

โครงการ TIMSS 2011 THAIILAND, สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, และกระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*.

โสมรัศมิ์ ดาหลาย. (2551). *ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้การสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *แนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544* (สำนักงานทดสอบทางการศึกษา Ed. 115,000 ed.). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กัลยา ทองสุ. (2545). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (*Representation*) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ขวัญ เพียซ้าย. (2553). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* (ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพมหานคร.

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง. (2547). *ผลของการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา.

ณัฐิกานต์ รักนาค. (2552). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ *1.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี. (2551). *ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรร์มหาวิทยาลัย.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พรรณทิภา ทองนวล. (2554). *ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

รัชดา ยาตรา. (2549). *ผลของการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

รุจิรัตน์ พรหมรักษ์. (2553). *การศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่* 4 *สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครปฐมเขต 1.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วรนารถ อยู่สุข. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์*

และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขึ้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544*. กรุงเทพมหานคร: เอส.พี.เอ็น การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: หจก. ส เจริญการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, และกระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม ๑ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๔๔๑*. กรุงเทพมหาคร: สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, และกระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *คู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม ๑ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑.* กรุงเทพมหานคร: สกสค. ลาดพร้าว.

สรินนา หมอนสุภาพ. (2548). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน (*Representation*) เรื่อง เศษส่วน*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สายสุณี สุทธิจักษ์. (2551). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สายัณห์ พลแพน. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1* (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพมหานคร.

สำนักงานทดสอบทางการศึกษา, สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, และกระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *ผลการประเมินคุณภาพผู้เรียนระดับชาติ ปีการศึกษา 2555:* บทสรุปและข้อเสนอแนะเชิงนโยบาย. กรุงเทพมหานคร.

สิรินทร์ทิพย์ ดวงประทุม. (2549). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบกระบวนการ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดนครศรีธรรมราช*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิริมา สาระพล. (2547). *การพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุจินดา เอี่ยมโอภาส. (2551). *ผลของการใช้ชุดการเรียน "Learning Mathematics Though English" ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุดารัตน์ ภิรัมย์ราช. (2555). *ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์*. (ครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

สุภาภรณ์ ใจสุข. (2555). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนโดยบูรณาการแนวคิดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและแนวคิดการเรียนรู้ร่วมกันเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6.* (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

สุภาวดี คำนาดี. (2551). *การวิจัยและพัฒนากระบวนการกำกับตนเองสำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการรับรู้ความสามารถของตนเอง เจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อรชร ภูบุญเติม. (2550). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation).* (สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, สาขาการมัธยม คณะศึกษาศาสตร์.

อรญา อัญโย. (2553). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุเทพมหาคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อารีย์ เมฆวิลัย. (2552). *การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แตกต่างกัน*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 : Helping Children think Mathematically*: New York: Macmillan Publishing Company.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power : an investigative aproach to K-8 mathematics instruction*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Association: New York: Academic Press.

Bellard, J. W. (2000). Students Use of Multiple Representations in Mathematical Problem Solving. *Dissertation Abstracts International*, 61-09A.

Brahier, D. J. (2005). *Teaching Secondary and Middle School Mathematics*: Bowling Green State University.

Chen, Z. (1999). Schema induction in children's analogical problem solving. *Journal of Education Psychology, 91*(4), 703-715.

Christou, C., & Philippou, G. (1999). Role of schemas in one-step word problems. *Educational Research and Evaluation, 5*(3), 269-289.

Cooney, T. J., & et al. (1999). *Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education*: New Hamshire: Heinemann.

Cuoco, A. A., & Curcio, F. R. (2001). *The Role of Representation in School Mathematics 2001 YEARBOOK*. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.

Dalziel, K. H., Grismer, L., & Thompson, S. (2008). Teaching and Learning Research Exchange Exploring Cognitive Strategy Instruction (SCI), Schema-Based Instruction (SBI), and Strategic Content Learning (SCI) with Students with Learning and Developmental Disabilities in Higher-Order Mathematics: Two

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

Interrelated Action Research Projects: Dr. Stirling McDowell Foundation for Research into Teaching Inc.

Dossey, J. A., & et al. (2002). *Mathematics Methods for Today's Mathematics Classroom : A Contemporary Approach to Teaching Grades 7 – 12* (1 ed.): Pacific Grove, CA: Books/Cole.

Fennell, F., & Rowan, T. (2001). Representation : An Important Process for Teaching and Learning Mathematics. In Teaching Children Mathematics *Teaching Children Mathematics*, 288-292.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Finelli, R., Courey, S. J., & Hamlett, C. L. (2004). Expanding Schema-Based Transfer Instruction to Help Third Graders Solve Real-Life Mathematical Problems. *American Educational Research Journal Summer 2004, 41*(2), 419-445.

Goldin, G., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. *Theories of mathematical learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum Associates.

Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics 2001 YEARBOOK*. United states of America: National Council of Teachers of Mathmatics.

Greeno, J. G., & Hall, R. B. (1997). "Practicing Representation : Learning with and about Representational Forms". *Phi Delta Kappan, 79*, 361-367.

Guilford, J. P., & Hoepfer, R. (1971). *The Analysis of Intelligence*: New York : McGraw-Hill.

Hall, R. (1996). Representation as shared Activity : Situated Cognition and Dewey's Cartography of Experience. *The journal of the Learning Sciences, 5*(3), 209-238.

Haller, P., & et al. (1989). Proportion Reasoning: The effect of the Context Variable Rate Type and Problem Settings. *Journal of Research in Science Teaching, 26*(1), 205-220.

HieBert, J. (1990). The role of routine procedures in the development of mathematical competence. In T. J. Cooney (Ed.), Teaching and learning

mathematics in the 1990s: 1990 yearbook (pp. 31-34o). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Janvier, C. (1987). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*: London : Lawrence Erlbaum.

Janvier, C., Girardon, C., & Morand, J. (2000). Mathematical Symbols and Representations. In Wilson P.S. (Ed.), *Research Ideas for the Classroom High School Mathematics* (pp. 45-63): National Council of Teacher of Mathematics.

Jitendra, A. K., DiPipi, C. M., & Perron-Jones, N. (2002). An exploratory study of schema-based word-problem-solving instruction for middle school students with learning disabilities: An emphasis on conceptual and procedural understanding. *The Journal of Special Education, 36*, 23–38.

Jitendra, A. K., & et al. (2010). Schema-Based Instruction: Facilitating Mathematical Word Problem Solving for Students with Emotional and Behavioral Disorders. *Preventing School Failure, 54*(3), 145–151.

Jitendra, A. K., & Griffin, C. C. (2009). Word Problem-Solving Instruction in Inclusive Third-Grade Mathematics Classrooms. *The Journal of Education Research, 102*(3), 187-201.

Jitendra, A. K., & Hoff, K. (1996). The Effects of Schema-Based Instruction on the Mathematical Word-Problem-Solving Performance of Students with Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 29*(4), 422-443.

Jitendra, A. K., Hoff, K., & Beck, M. M. (1999). Teaching middle school students with learning disabilities to solve word problems using a schema-based approach. *Remedial and Special Education, 20*, 50–64.

Jitendra, A. K., Star, J., Starosta,, K., L., J.,, Sood, S., Caskie, G., & et al. (2009). Improving students' learning of ratio and proportion problem solving: the role of schema-based instruction. *Contemporary Educational Psychology, 34*(3), 250-264.

Jitendra, A. K., & Star. J. R. (2011). Meeting the Needs of Students With Learning Disabilities in Inclusive Mathematics Classrooms: The Role of Schema-Based Instruction on Mathematical Problem Solving. *Theory into Practice, 50*(1), 12-19.

Johnson, S. (1998). What's in a Representation, Why Do you We care, and What Does It Mean? Examining Evidence From Psychology. *Automation In Construction, 8*, 15-24.

Jonassen, D. H. (2000). *Computers as MindTools for School: Engaging Critical Thinking.* (2 ed.): Columbus, OH: Merrill/Prentice Hall.

Kalyuga, S. (2006). Rapid cognitive assessment of learners' knowledge structures. *Learning and Instruction, 16*, 1-11.

Kalyuga, S., Chandler, P., Tuovinen, J., & Sweller, J. (2001). When problem solving is superior to studying worked examples. *Journal of Educational Psychology, 93*, 579-588.

Kaput, J. J. (1987). Toward a Theory of Symbol Use in Mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*: Hillsdale, NJ : Erlbaum.

Karplus, E. F., Karplus, R., & Wollman, W. (1974). Intellectual development beyond elementary school IV:Ratio, the influence of cognitive style. *School Science and Mathematics, 74*, 476-482.

Kosslyn, S. M. (1980). *Image and Mind STEPHEN MICHAEL KOSSLYN*: Harvard University Press Cambrigdge.

Lappan, G., & Schram, P. W. (1989). Communication and reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in mathematics *New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook* (pp. 14-30): The National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations Among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the Teaching and Learning of Mathematics.* (pp. 33-40).

Little, R. ADHD : Schema-Based Instruction.

Lubinski, C. A., & Otto, A. D. (2002). "Meaningful Mathematical Representations and Early Algebraic Reasoning" *Teaching Children Mathematics, 9*(2), 76-80.

Malloy, C. (1999). Developing mathematical reasoning in the middle grades recognizing diversity. In L. V. Stiff & F. R. E. Curcio (Eds.), *Developing*

mathematical reasoning in grades K-12 (pp. 13-21): National council of teachers of mathematics.

Marshall, S. (1995). *Schemas in Problem Solving*: New York: Cambridge University Press.

Milrad, M. (2002). Using Construction Kits, Modeling Tools and System Dynamics Simulations to Support Collaborative Discovery Learning. *Educational Technology & Society, 5*(4), 76-87.

Na, K. E. (2009). *The Effects of Schema-Based Intervention on the Mathematical Word Problem Solving Skills of Middle School Students with Learning Disabilities.* The University of Texas at Austin.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000a). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000b). Principle and Standards for School Mathematics: National Council of Teachers of Mathematics.

O' Daffer, P. G., & Phares G. (1990). Inductive and deductive reasoning. *The Mathematics Teachers, 93*(6), 378.

O' Daffer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical thinking, Mathematical reasoning and proof. *Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics, 9*(7), 39-56.

Palmer, S. E. (1978). Fundamental Aspects of Cognitive Representation. In E. Rosch & B. B. Lloyd (Eds.), *Cognition and Categorization* (pp. 49-90): Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Prestage, S. (2000). Mathematics 11-16. In L. Haggarty (Ed.), *Aspects of teaching secondary mathematics : Perspectives on practice* (pp. 24-37): London: Routledge Falmer.

Rider, R. (2007). Shifting from Traditional to Nontraditional Teaching Practices Using Multiple Representations. *Mathematics Teacher, 100*(7), 494-500.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196): New York: Academic Press.

Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standard: Reading From the Arithmetic Teacher*: National Council of Teachers of Mathematics.

Sternberg, R. (1999). The nature of mathematical reasoning. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 37-43): National Council of Teachers of Mathematics.

Zhang, J. (1997). The Nature of External Representation in Problem Solving. *Cognitive Science, 21*(2), 115-223.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจพิจารณาความตรงตามเนื้อหาของคำถาม ความเหมาะสมของภาษา และความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด	ผู้ช่วยคณบดีฝ่ายวิชาการ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ดร. สุพัตรา ผาติวิสันติ์	ผู้ช่วยผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
อาจารย์พูนชัย วารินทร์	อาจารย์ประจำวิชาและหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์"

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล	อาจารย์ประจำภาควิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานนท์ จันทรา	ผู้ช่วยคณบดีฝ่ายวิจัยและบริการวิชาการ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
อาจารย์พูนชัย วารินทร์	อาจารย์ประจำวิชาและหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์"

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข ตัวอย่างหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ. ๐๕๑๒.๖ (๒๗๒๐)/๐๒๑

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร ๑๐๓๓๐

๒๐ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๗

เรื่อง ขอเชิญเป็นกรรมการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์

เรียน อาจารย์ ดร. อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์

ด้วยสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ได้จัดให้มีการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์ของนิสิต ๒ คน ได้แก่ นางสาวขนิษฐา พันธุ์ยิ้ม ในหัวข้อเรื่อง “การศึกษาสภาพปัญหาการประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริงของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น” และนางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ ในหัวข้อเรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในการนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นกรรมการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์ ในวันพุธที่ ๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๗ เวลา ๑๗.๐๐ – ๒๐.๐๐ น. ณ ห้องประชุมภาควิชาหลักสูตรและการสอน (ห้อง ๒๐๓) อาคาร ๔ ชั้น ๒

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์ เป็นกรรมการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์ดังกล่าวด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร. เอมอัชฌา วัฒนบุรานนท์)
หัวหน้าภาควิชาหลักสูตรและการสอน

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
โทร ๐-๒๒๑๘-๒๖๒๕

ที่ ศธ. ๐๕๑๒.๖ (๒๗๒๐)/๐๒๑

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร ๑๐๓๓๐

๒๐ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๗

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นกรรมการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต

ด้วยสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ได้จัดให้มีการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์ของนิสิต ๒ คน ได้แก่ นางสาวขนิษฐา พันธุ์ยิ้ม ในหัวข้อเรื่อง "การศึกษาสภาพปัญหาการประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริงของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น" และนางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ ในหัวข้อเรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๒"

ในการนี้ จึงขอเชิญบุคลากรในสังกัดของท่าน คือ อาจารย์ ดร. อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ เป็นกรรมการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์ ในวันพุธที่ ๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๗ เวลา ๑๗.๐๐ – ๒๐.๐๐ น. ณ ห้องประชุมภาควิชาหลักสูตรและการสอน (ห้อง ๒๐๓) อาคาร ๔ ชั้น ๒

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์อนุญาตให้ อาจารย์ ดร. อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ เป็นกรรมการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์ดังกล่าวด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร. เอมอัชฌา วัฒนบุรานนท์)
หัวหน้าภาควิชาหลักสูตรและการสอน

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
โทร ๐-๒๒๑๘-๒๖๒๕

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ โรงเรียนเจริญศิลป์ศึกษา"โพธิ์คำอนุสรณ์" อำเภอเจริญศิลป์ จังหวัดสกลนคร

ที่ พิเศษ /2557 **วันที่** 27 สิงหาคม พ.ศ 2557

เรื่อง ขออนุญาตจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับงานวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเจริญศิลป์ศึกษา"โพธิ์คำอนุสรณ์"

ข้าพเจ้า นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยและได้ดำเนินการเก็บข้อมูลวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1และ 2/2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเวลาเรียนตามตารางเรียนปกติของนักเรียน เนื่องจากเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไม่เพียงพอตามแผนการดำเนินการวิจัย ข้าพเจ้าจึงขออนุญาตใช้ชั่วโมงแนะแนวและชั่วโมงวิถีพุทธ ให้นักเรียนทั้งสองห้องเข้าเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมในวันและเวลาดังต่อไปนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 ในชั่วโมงแนะแนว วันศุกร์ที่ 29 สิงหาคม วันศุกร์ที่ 5,12,19 กันยายน 2557 เวลา 12.30 - 13.30 น.

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 ในชั่วโมงวิถีพุทธ วันศุกร์ที่ 29 สิงหาคม วันศุกร์ที่ 5,12,19 กันยายน 2557 เวลา 14.30 - 15.30 น.

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นักเรียนทั้งสองห้องเข้าเรียนในวันเวลาและเวลาดังกล่าว

ขอแสดงความนับถือ

ลงชื่อ.....

(นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ)

นิสิตผู้ดำเนินการวิจัย

ลงชื่อ.....

(นายพูนชัย วารินทร์)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ลงชื่อ ว่าที่ ร.ต. .....

(วัชรินทร์ ยศตะโคตร)

รองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารกิจการนักเรียน

ลงชื่อ.....

(นางพัชรินทร์ ขี่สุ่นแซม)

รักษาการรองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารวิชาการ

☑ อนุมัติ

☐ ไม่อนุมัติ

ลงชื่อ.....

(นายวิทยา บุญยืน)

รองผู้อำนวยรักษาการแทน

ผู้อำนวยการ โรงเรียนเจริญศิลป์ศึกษา"โพธิ์คำอนุสรณ์"

ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ
เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน
ผู้สอน นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ จำนวน 1 คาบ

.....

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริงได้

ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระสำคัญ

ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน เรียกว่า สัดส่วน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนประโยคข้อความที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วนให้อยู่ในรูปสัดส่วนได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. แสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์อัตราส่วนได้อย่างถูกต้อง
2. ให้เหตุผลประกอบขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์อัตราส่วนได้อย่างสมเหตุสมผล
3. ใช้ภาษารูปแบบต่าง เช่น ภาษาพูด สัญลักษณ์ แผนภาพ สื่อสารแนวความคิดของตนเองกับครูและเพื่อนในชั้นเรียนได้อย่างเหมาะสม

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบ และรอบครอบ
2. มีความกระตือรือร้นและสนใจในการเรียน
3. กล้าคิด และแสดงความคิดเห็น

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 ดวงใจต้องการทำข้าวต้มสำหรับเลี้ยงคนงานในบริษัท ถ้าดวงใจใช้ข้าวสาร 18 ถ้วย จะสามารถทำข้าวต้มได้ 78 ถ้วย แต่ดวงใจมีข้าวสาร 63 ถ้วย จะสามารถทำข้าวต้มได้กี่ถ้วย

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนข้าวต้มที่ทำได้จากข้าวสาร 63 ถ้วย

อัตราส่วนระหว่างจำนวนข้าวต้มต่อจำนวนข้าวสาร เป็น 78 : 18

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ $\frac{x}{63} = \frac{78}{18}$

จะได้ $x \times 18 = 63 \times 78$

$$x = \frac{63 \times 78}{18}$$

ดังนั้น $x = 273$

นั่นคือ ดวงใจสามารถทำข้าวต้มได้ 273 ถ้วย

ตอบ 273 ถ้วย

ตัวอย่างที่ 2 มะลิทำน้ำเชื่อมโดยใช้น้ำ 4 ถ้วยตวง ผสมกับน้ำตาล 1 ถ้วยตวง ถ้ามะลิต้องการทำน้ำเชื่อม 30 ถ้วยตวง ให้รสชาติคงที่จะต้องใช้น้ำตาลกี่ถ้วยตวง

วิธีทำ ให้ x เป็นปริมาณน้ำตาลที่ใช้ในการทำน้ำเชื่อม 30 ถ้วยตวง

เนื่องจาก ใช้น้ำ 4 ถ้วยตวง ผสมกับน้ำตาล 1 ถ้วยตวง จะได้น้ำเชื่อม 5 ถ้วยตวง

เพราะฉะนั้นอัตราส่วนของน้ำตาลต่อน้ำเชื่อม เป็น 1 : 5

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ $\frac{x}{30} = \frac{1}{5}$

จะได้ $x \times 5 = 30 \times 1$

$$x = \frac{30 \times 1}{5}$$

ดังนั้น $x = 6$

นั่นคือ ใช้น้ำตาล 6 ถ้วยตวง ในการทำน้ำเชื่อม 30 ถ้วยตวง

ตอบ 6 ถ้วยตวง

ตัวอย่างที่ 3 ข้าวเปลือก 200 กิโลกรัม สีเป็นข้าวสารได้ 150 กิโลกรัม ข้าวเปลือก 40 ถัง จะสีเป็นข้าวสารได้กี่กิโลกรัม (1 ถัง เท่ากับ 15 กิโลกรัม)

วิธีทำ ให้ x เป็นข้าวสารที่สีได้จากข้าวเปลือก 40 ถัง

อัตราส่วนระหว่างน้ำหนักของข้าวเปลือกต่อน้ำหนักของข้าวสารเป็น 200 : 150

เนื่องจาก ข้าวเปลือก 1 ถังมี 15 กิโลกรัม จะได้ว่าข้าวเปลือก 40 ถังมี 600 กิโลกรัม

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ $\frac{x}{600} = \frac{150}{200}$

จะได้ $x \times 200 = 150 \times 600$

$$x = \frac{150 \times 600}{200}$$

ดังนั้น $x = 450$

นั่นคือ ข้าวเปลือก 40 ถัง จะสีเป็นข้าวสารได้ 450 กิโลกรัม

ตอบ 450 กิโลกรัม

กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. ขั้นนำ 1. ครูนำสนทนาโดยให้นักเรียนเล่าประสบการณ์การทำอาหาร เพื่อให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับส่วนผสมและขั้นตอนที่ใช้ในการทำอาหาร เช่น ถ้านักเรียนทำไข่เจียวโดยใช้ไข่ไก่ 2 ฟอง จะใช้น้ำปลา 1 ช้อนชา แต่ถ้านักเรียนใช้ไข่ไก่ 10 ฟอง นักเรียนจะต้องใช้น้ำปลา 5 ช้อนชา จึงจะทำให้ไข่เจียวมีรสชาติใกล้เคียงกับรสชาติเดิม 2. ครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่า นักเรียนแต่ละคนอาจมีสูตรในการทำอาหารชนิดเดียวกันที่แตกต่างกัน แต่ถ้าเราต้องการทำให้รสชาติของอาหารคงที่จะต้องมีวิธีการคำนวณส่วนผสมต่างๆที่เหมาะสม เพื่อนำนักเรียนเข้าสู่บทเรียน	
2. ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา 1. ครูให้นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ จากนั้นยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ 1 ในใบกิจกรรมซึ่งเป็นสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า ดังนี้ “สุดาต้องการทำขนมชั้นสำหรับงานวันขึ้นบ้านใหม่ ถ้าสุดาใช้แป้งข้าวเจ้า 2 ถ้วยตวง จะต้องใช้น้ำตาลทราย 5 ถ้วยตวง แต่สุดามีแป้งข้าวเจ้าอยู่ 18 ถ้วยตวง ดังนั้นสุดาต้องใช้น้ำตาลทรายทั้งหมด 45 ถ้วย	**2. ขั้นสอน** 1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลในปัญหา ในประเด็นดังต่อไปนี้ 1) โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง 2) โจทย์ต้องการอะไร 2. ครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนตอบคำถามในประเด็นข้างต้น จนได้ว่า 1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่ 1.1) ข้าวสาร 18 ถ้วย ทำข้าวต้มได้ 78 ถ้วย

ตวง”

2. ครูให้นักเรียนอ่านและพิจารณาข้อมูลของสถานการณ์ จากนั้นชี้แนะให้นักเรียนถามตนเองในประเด็นดังต่อไปนี้

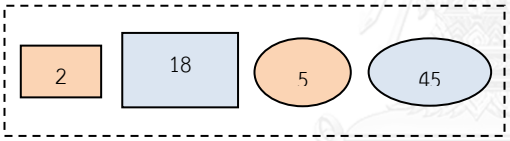
1) ข้อมูลที่สำคัญได้แก่อะไรบ้าง (ได้แก่

1.1) ปริมาณแป้งข้าวเจ้า

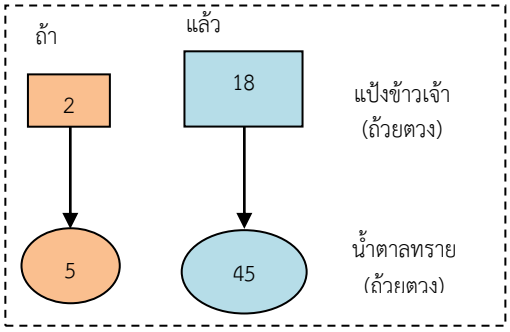
1.2) ปริมาณน้ำตาลทราย)

2) ข้อมูลในสถานการณ์นี้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณแป้งข้าวเจ้าและปริมาณน้ำตาลทราย ซึ่งถ้าใช้แป้งข้าวเจ้าเพิ่มขึ้น 9 เท่า ก็จะต้องใช้น้ำตาลทรายเพิ่มขึ้น 9 เท่าเช่นเดียวกัน)

3. ครูแสดงรูปภาพที่แทนข้อมูลสำคัญในสถานการณ์ดังนี้



4. ครูสอนให้นักเรียนถามตนเองว่า จะจัดเรียงข้อมูลข้างต้นเพื่ออธิบายสถานการณ์นี้ได้อย่างไร จากนั้นใช้การถามตอบเพื่อสาธิตวิธีการจัดเรียงข้อมูลจนได้แผนภาพดังนี้



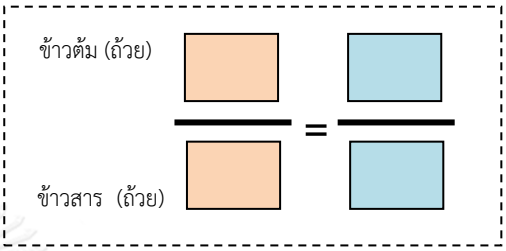
2) แผนภาพนี้มีความถูกต้อง เนื่องจาก

2.1) จำนวนที่อยู่ในแผนภาพด้านซ้ายและด้านขวามีจำนวนแรกแทนปริมาณแป้งข้าวเจ้าและจำนวนที่สองแทนปริมาณน้ำตาล

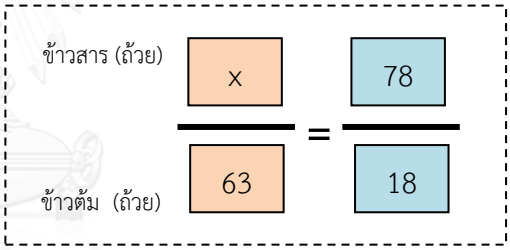
1.2) มีข้าวสาร 63 ถ้วย

2) สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ ถ้าใช้ข้าวสาร 63 ถ้วย จะสามารถทำข้าวต้มได้กี่ถ้วย

3. ครูแสดงแผนภาพและถามนำนักเรียนว่านักเรียนจะเติมข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพนี้ได้อย่างไร



4. ครูใช้การถามตอบเพื่อสาธิตวิธีการเขียนข้อมูลของปัญหาลงในรูปแผนภาพ จนได้แผนภาพดังนี้



5. ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย จนนักเรียนสามารถเขียนข้อมูลในแผนภาพให้อยู่ในรูปสัดส่วนได้ดังนี้ $\frac{x}{63} = \frac{78}{18}$

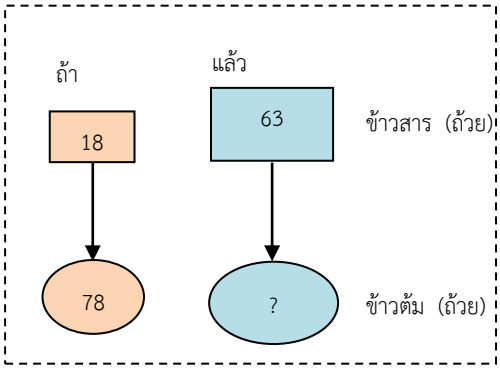
6. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการหาค่าของตัวแปร

7. ครูใช้การถามตอบเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในประเด็นข้างต้น จนนักเรียนสรุปได้ว่า สามารถใช้การคูณไขว้ในการหาค่าของตัวแปร ซึ่งจะได้ x = 273

8. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนมีวิธีการในการตรวจสอบคำตอบอย่างไร

เช่นเดียวกัน 2.2) จำนวนที่อยู่ด้านขวาของแผนภาพเป็น 9 เท่า ของจำนวนที่อยู่ในแผนภาพด้านซ้าย สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของสถานการณ์	9. ครูใช้การถามตอบเพื่ออธิบายวิธีการตรวจสอบคำตอบของปัญหา จนนักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้โดย แทน $x = 273$ ในสัดส่วน $\frac{x}{63} = \frac{78}{18}$ ซึ่งจะได้ $\frac{273}{63} = \frac{78}{18}$ จริง
3. ขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา 5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า และสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วย 4 ขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอส ดังนี้ **ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา** 6. ครูให้นักเรียนอ่านและพิจารณาข้อมูลในปัญหา จากนั้นให้นักเรียนลองถามตนเองว่าข้อมูลใดเป็นข้อมูลสำคัญและข้อมูลใดเป็นข้อมูลประกอบ พร้อมเขียนลงในใบกิจกรรม 7. ครูใช้การถามตอบเพื่อสอนให้นักเรียนถามตนเองว่า ข้อมูลในตัวอย่างที่ 1 มีลักษณะคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่ผ่านมาหรือไม่ อย่างไร จนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า คล้ายคลึงเนื่องจากมีความสัมพันธ์ของข้อมูลลักษณะเดียวกันกับสถานการณ์ที่ครูได้นำเสนอไปก่อนหน้านี้ **ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ** 8. ครูใช้การถามตอบเพื่อสอนให้นักเรียนลองถามตนเองว่า จะจัดการข้อมูลของปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพได้อย่างไร จนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า 1) ถ้ากำหนดให้จำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนปริมาณข้าวสาร จำนวนที่อยู่ในรูปวงรีด้านล่างแทนปริมาณข้าวต้ม และ	

ใช้เครื่องหมายคำถามแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า จะสามารถเติมข้อมูลลงในแผนภาพได้ดังนี้



2) แผนภาพข้างต้นไม่สามรถอธิบายสถานการณ์ได้อย่างครบถ้วย เนื่องจากมีจำนวนที่ไม่ทราบค่าอยู่

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา

9. ครูใช้การถามตอบประกอบการสอนให้นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา โดยชี้แนะให้นักเรียนถามตนเองในประเด็นดังต่อไปนี้

1) จะเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพให้เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร (เขียนข้อมูลให้อยู่ในรูปสัดส่วนได้ดังนี้ $\frac{18}{78} = \frac{63}{x}$ เมื่อ x แทนจำนวนไม่ทราบค่า)

2) สัดส่วนที่ได้มีความถูกต้องหรือไม่อย่างไร (ถูกต้อง เนื่องจากมีความสอดคล้องกับข้อมูลในปัญหา)

3) จะใช้วิธีการแก้ปัญหาใดเพื่อหาจำนวนไม่ทราบค่า และวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกมีความเป็นไปได้ที่จะนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้หรือไม่ (ใช้การคูณไขว้ เนื่องจากเป็นวิธีการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าของสมการทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปสัดส่วนได้)

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา 10. ครูใช้การถามตอบประกอบการสาธิตวิธีการแก้ปัญหาไปพร้อมๆกันกับนักเรียนในห้อง จนได้ x = 273 ถ้วย 11. ครูสอนให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา โดยชี้แนะให้นักเรียนถามตนเองในประเด็นดังต่อไปนี้ 1) กระบวนการแก้ปัญหาข้างต้นถูกต้องหรือไม่ (ถูกต้อง) 2) คำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่อย่างไร (สมเหตุสมผล เนื่องจากถ้าเพิ่มข้าวสารขึ้น 3.5 เท่า จะสามารถทำข้าวต้มได้เพิ่มขึ้น 3.5 เท่าในลักษณะเดียวกัน สอดคล้องกับจุดประสงค์ของปัญหา) 3) จะตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีการใด (แทนค่าคำตอบลงไปในสัดส่วนซึ่งจะได้ $\frac{18}{78} = \frac{63}{273}$ จริง	
ขั้นการฝึกทักษะ 1. ครูให้นักเรียนฝึกแก้โจทย์ปัญหาเพิ่มเติมเป็นรายบุคคล ในตัวอย่างที่ 2 และ 3 ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่ครูสอนก่อนหน้านี้ โดยครูเป็นผู้คอยให้คำชี้แนะเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 2. ครูเฉลยวิธีการแก้โจทย์ปัญหาทีละข้อ โดยชี้แนะให้นักเรียนถามตนเองด้วยประเด็นคำถามเดียวกันกับตัวอย่างที่ครูได้นำเสนอก่อนหน้านี้ 3. สำหรับตัวอย่างที่ 2 ครูจะต้องอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจว่า น้ำ 4 ถ้วยตวง	**ขั้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้** 1. ครูให้นักเรียนฝึกแก้โจทย์ปัญหาเพิ่มเติมในตัวอย่างที่ 2 และ 3 ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่ครูสอนก่อนหน้านี้ โดยครูเป็นผู้คอยให้คำชี้แนะเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 2. ครูใช้การถามตอบเพื่อเฉลยวิธีการแก้โจทย์ปัญหา 3. สำหรับตัวอย่างที่ 2 ครูจะต้องอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจว่า น้ำ 4 ถ้วยตวง ผสมกับน้ำตาล 1 ถ้วยตวง จะได้น้ำเชื่อม 5 ถ้วยตวง ซึ่งสามารถเขียนอัตราส่วนของปริมาณน้ำตาลต่อปริมาณน้ำเชื่อมเป็น 1 : 5

ผสมกับน้ำตาล 1 ถ้วยตวง จะได้น้ำเชื่อม 5 ถ้วยตวง ซึ่งสามารถเขียนอัตราส่วนของปริมาณน้ำตาลต่อปริมาณน้ำเชื่อมเป็น 1 : 5	

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนา ซักถาม และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียน ตลอดจนวิธีการในการดำเนินการแก้ปัญหา
2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.1 ก ข้อ 4 จากหนังสือรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่เรียนในห้องเป็นการบ้าน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับกลุ่มทดลอง)

1. ขั้นนำ.....

.....

.....

.....

2. ขั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา.....

.....

.....

.....

3. ขั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหา.....

.....

.....

.....

4. ขั้นการฝึกทักษะ.....

.....

.....

.....

5. ขั้นสรุป.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะและแนวทางในการแก้ไข.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน.....

(นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (สำหรับกลุ่มควบคุม)

1. ขั้นนำ.....
.....
.....
.....
.....
2. ขั้นสอน.....
.....
.....
.....
.....
3. ขั้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้.....
.....
.....
.....
.....
4. ขั้นสรุป.....
.....
.....
.....
.....
ข้อเสนอแนะและแนวทางในการแก้ไข.....
.....
.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ ผู้สอน.....

(นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ชื่อ..... ชั้นม.2/1 เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 2
เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน (สำหรับกลุ่มทดลอง)

คำชี้แจง : จงพิจารณาว่าข้อมูลในสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ข้อมูลใดเป็นข้อมูลที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแผนภาพ

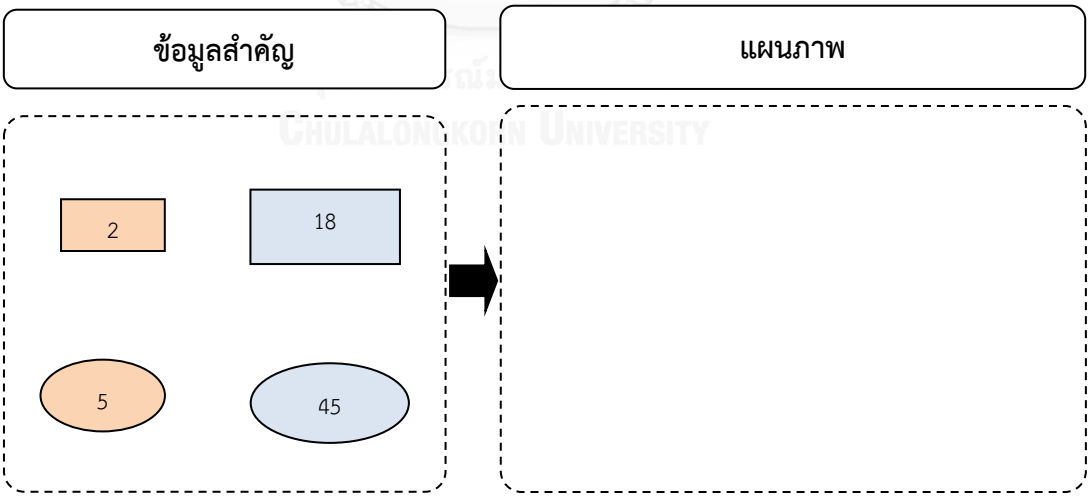
สถานการณ์ที่ 1 สุดาต้องการทำขนมชั้นสำหรับงานวันขึ้นบ้านใหม่ ถ้าสุดาใช้แป้งข้าวเจ้า 2 ถ้วยตวง จะต้องใช้น้ำตาลทราย 5 ถ้วยตวง แต่สุดามีแป้งข้าวเจ้าอยู่ 18 ถ้วยตวง ดังนั้นสุดาต้องใช้น้ำตาลทรายทั้งหมด 45 ถ้วยตวง

ข้อมูลสำคัญ.....

.....

.....

แผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์



Chulalongkorn University

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ดวงใจต้องการทำข้าวต้มสำหรับเลี้ยงคนงานในบริษัท ถ้าดวงใจใช้ข้าวสาร 18 ถ้วย จะสามารถทำข้าวต้มได้ 78 ถ้วย แต่ดวงใจมีข้าวสาร 63 ถ้วย จะสามารถทำข้าวต้มได้กี่ถ้วย

ข้อมูลสำคัญ.....

.....

.....

แผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างที่ 2 มะลิทำน้ำเชื่อมโดยใช้น้ำ 4 ถ้วยตวง ผสมกับน้ำตาล 1 ถ้วยตวง ถ้าต้องการให้ความเข้มเข้นของน้ำตาลคงที่ มะลิจะต้องใช้น้ำตาลกี่ถ้วยตวงในการทำน้ำเชื่อม 30 ถ้วยตวง

ข้อมูลสำคัญ.....

.....

.....

แผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างที่ 3 ข้าวเปลือก 200 กิโลกรัม สีเป็นข้าวสารได้ 150 กิโลกรัม ข้าวเปลือก 40 ถัง จะสีเป็นข้าวสารได้กี่กิโลกรัม (1 ถัง เท่ากับ 15 กิโลกรัม)

ข้อมูลสำคัญ.....

.....

.....

แผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ชื่อ.....ชั้นม.2/2 เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 2
เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน(สำหรับกลุ่มควบคุม)

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ดวงใจต้องการทำข้าวต้มสำหรับเลี้ยงคนงานในบริษัท ถ้าดวงใจใช้ข้าวสาร 18 ถ้วย จะสามารถทำข้าวต้มได้ 78 ถ้วย แต่ดวงใจมีข้าวสาร 63 ถ้วย จะสามารถทำข้าวต้มได้กี่ถ้วย

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างที่ 2 มะลิทำน้ำเชื่อมโดยใช้น้ำ 4 ถ้วยตวง ผสมกับน้ำตาล 1 ถ้วยตวง ถ้าต้องการให้ความข้มเข้นของน้ำตาลคงที่ มะลิจะต้องใช้น้ำตาลกี่ถ้วยตวงในการทำน้ำเชื่อม 30 ถ้วยตวง

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างที่ 3 ข้าวเปลือก 200 กิโลกรัม สีเป็นข้าวสารได้ 150 กิโลกรัม ข้าวเปลือก 40 ถัง จะสีเป็นข้าวสารได้กี่กิโลกรัม (1 ถัง เท่ากับ 15 กิโลกรัม)

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)
- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)
- แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)
- แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การประยุกต์ 1 (ฉบับก่อนเรียน)

.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 1 ฉบับก่อนเรียนนี้ เป็นแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน
2. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 60 นาที
3. ให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล เลขที่ ในแบบวัดทุกหน้า
4. ให้นักเรียนทำแบบวัดทุกข้ออย่างเต็มความสามารถ
5. หากมีข้อสงสัยเกี่ยวกับการทำแบบวัดโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คำชี้แจง : จงตอบคำถามที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมให้เหตุผลประกอบที่มีของคำตอบโดยละเอียด

3. นำชัยต้องการนำเงินที่ออมได้ไปฝากธนาคาร จึงไปสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับการฝากเงินกับเจ้าหน้าที่ของธนาคาร 2 แห่ง เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจ เจ้าหน้าที่ของธนาคารจึงให้ข้อมูลเกี่ยวกับยอดเงินในบัญชี เมื่อฝากเงินครบ 1 ปี แสดงดังตารางต่อไปนี้

เงินฝาก (บาท)	ยอดเงินในบัญชีเมื่อครบ 1 ปี (บาท)	
	ธนาคาร A (บาท)	ธนาคาร B (บาท)
100	103	102
900	927	918
1,000	1,030	1,020
2,000	2,060	2,040
10,000	10,300	10,300
20,000	20,600	20,600
100,000	103,000	103,000
...	...	...

3.1 จากตาราง ธนาคาร A และธนาคาร B จ่ายดอกเบี้ยเงินฝากด้วยอัตราที่แตกต่างกันอย่างไร พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2 จากข้อ 3.1 ถ้านำชัยเลือกฝากเงินจำนวน 30,000 บาท กับธนาคาร A ข้อความ “เมื่อถึงสิ้นปี นำชัยจะได้รับดอกเบี้ยมากกว่าเลือกฝากกับธนาคาร B” สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>แนวทางการให้เหตุผล</u>

3.1 ธนาคาร A ให้ดอกเบี้ยคงที่ร้อยละ 3 บาทต่อปี ส่วนธนาคาร B ให้ดอกเบี้ยไม่คงที่

สามารถพิจารณาอัตราดอกเบี้ยของธนาคาร A ได้จากกรณีดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 ถ้าฝากเงินกับธนาคาร A 100 บาท จะได้รับดอกเบี้ย 3 บาท

ดังนั้น ได้รับดอกเบี้ยเท่ากับ $\frac{3}{100}\times 100 = 3\%$

กรณีที่ 2 ถ้าฝากเงินกับธนาคาร A 900 บาท จะได้รับดอกเบี้ย 27 บาท

ดังนั้น ได้รับดอกเบี้ยเท่ากับ $\frac{27}{900}\times 100 = 3\%$

⋮

ดังนั้น ธนาคาร A มีอัตราดอกเบี้ยคงที่ร้อยละ 3 บาทต่อปี

และสามารถพิจารณาอัตราดอกเบี้ยของธนาคาร B ได้จากกรณีดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 ถ้าฝากเงินกับธนาคาร B 100 บาท จะได้รับดอกเบี้ย 2 บาท

ดังนั้น ได้รับดอกเบี้ยเท่ากับ $\frac{2}{100}\times 100 = 2\%$

กรณีที่ 2 ถ้าฝากเงินกับธนาคาร B 900 บาท จะได้รับดอกเบี้ย 18 บาท

ดังนั้น ได้รับดอกเบี้ยเท่ากับ $\frac{18}{900}\times 100 = 2\%$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

⋮

กรณีที่ 3 ถ้าฝากเงินกับธนาคาร B 10,000 บาท จะได้รับดอกเบี้ย 300 บาท

ดังนั้น ได้รับดอกเบี้ยเท่ากับ $\frac{300}{10,000}\times 100 = 3\%$

⋮

ดังนั้น ธนาคาร B มีอัตราดอกเบี้ยไม่คงที่

3.2 ไม่สมเหตุสมผล เนื่องจาก เงินฝากตั้งแต่ 10,000 บาทขึ้นไป ธนาคาร A และธนาคาร B ให้ดอกเบี้ยร้อยละ 3 บาทต่อปี เท่ากัน

ดังนั้น ถ้านำชัยฝากเงินจำนวน 30,000 บาท ไม่ว่าจะเลือกฝากกับธนาคาร A หรือธนาคาร B เมื่อถึงสิ้นปีนำชัยจะได้รับดอกเบี้ย 900 บาท เท่ากัน

นั่นคือ ข้อความ “เมื่อถึงสิ้นปี นำชัยจะได้รับดอกเบี้ยมากกว่าเลือกฝากกับธนาคาร B” ไม่สมเหตุสมผล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (ฉบับหลังเรียน)

.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ฉบับหลังเรียนนี้ เป็นแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

2. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 60 นาที

3. ให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล เลขที่ ในแบบวัดทุกหน้า

4. ให้นักเรียนทำแบบวัดทุกข้ออย่างเต็มความสามารถ

5. หากมีข้อสงสัยเกี่ยวกับการทำแบบวัดโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คำชี้แจง : จงตอบคำถามที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมให้เหตุผลประกอบที่มาของคำตอบโดยละเอียด

4. ร้านกาแฟแห่งหนึ่งคิดสูตรกาแฟเฉพาะของร้าน โดยใช้ส่วนผสมหลักได้แก่ กาแฟ น้ำตาล และครีม แสดงดังตารางต่อไปนี้

วัตถุดิบที่มี			จำนวนกาแฟที่สามารถชงได้จากส่วนผสมที่มี (แก้ว)	หมายเหตุ
กาแฟ (ช้อนชา)	น้ำตาล (ช้อนชา)	ครีม (ช้อนชา)		
20	45	30	10	เหลือน้ำตาล 5 ช้อนชา
32	60	45	15	เหลือกาแฟ 2 ช้อนชา
40	80	65	20	เหลือครีม 5 ช้อนชา

4.1 จากตาราง จงพิจารณาว่าร้านกาแฟแห่งนี้มีสูตรในการชงกาแฟ 1 แก้ว อย่างไร พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.2 จากข้อ 4.1 ถ้าน้อยหน่าต้องการชงกาแฟ 50 แก้ว ข้อความ “น้อยหน่าจะต้องใช้กาแฟ 100 ช้อนชา น้ำตาล 200 ช้อนชา และครีม 150 ช้อนชา” สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

. .....

<u>แนวทางการให้เหตุผล</u>

4.1 ร้านกาแฟแห่งนี้มีสูตรในการชงกาแฟ 1 แก้ว โดยใส่กาแฟ 2 ช้อนชา น้ำตาล 4 ช้อนชา และครีม 3 ช้อนชา สามารถพิจารณาอัตราส่วนของกาแฟต่อน้ำตาลต่อครีมในการชงกาแฟได้ดังตารางต่อไปนี้

ส่วนผสมหลักที่ใช้			จำนวนกาแฟที่สามารถชงได้จากส่วนผสมที่มี (แก้ว)	กาแฟ : น้ำตาล : ครีม
กาแฟ (ช้อนชา)	น้ำตาล (ช้อนชา)	ครีม (ช้อนชา)		
20	45 – 5 = 40	30	10	20 : 40 : 30 = 2 : 4 : 3
32 – 2 = 30	60	45	15	30 : 60 : 45 = 2 : 4 : 3
40	80	65 – 5 = 60	20	40 : 80 : 60 = 2 : 4 : 3

จากตาราง จะได้อัตราส่วนของกาแฟต่อน้ำตาลต่อครีม เป็น 2 : 4 : 3 จึงสามารถสรุปได้ว่าสูตรในการชงกาแฟ 1 แก้ว ประกอบด้วยกาแฟ 2 ช้อนชา กับน้ำตาล 4 ช้อนชา และครีม 3 ช้อนชา

4.2 สมเหตุสมผล เนื่องจาก กาแฟสูตรนี้มีอัตราส่วนของกาแฟต่อน้ำตาลต่อครีม เป็น 2 : 4 : 3

จะได้ว่า $2:4:3 \;=\; 2\times 50 : 4\times 50 : 3\times 50 \;=\; 100:200:150$

ดังนั้น ถ้าน้อยหน่าต้องการชงกาแฟ 50 แก้ว ข้อความ “น้อยหน่าจะต้องใช้น้ำตาล 100 ช้อนชา น้ำตาล 200 ช้อนชา และครีม 150 ช้อนชา” สมเหตุสมผล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การประยุกต์ 1 (ฉบับก่อนเรียน)

.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 1 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน
2. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 45 นาที
3. ให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล เลขที่ ในแบบวัดทุกหน้า
4. ให้นักเรียนทำแบบวัดทุกข้ออย่างเต็มความสามารถ
5. หากมีข้อสงสัยเกี่ยวกับการทำแบบวัดโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คำชี้แจง : จงตอบคำถามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

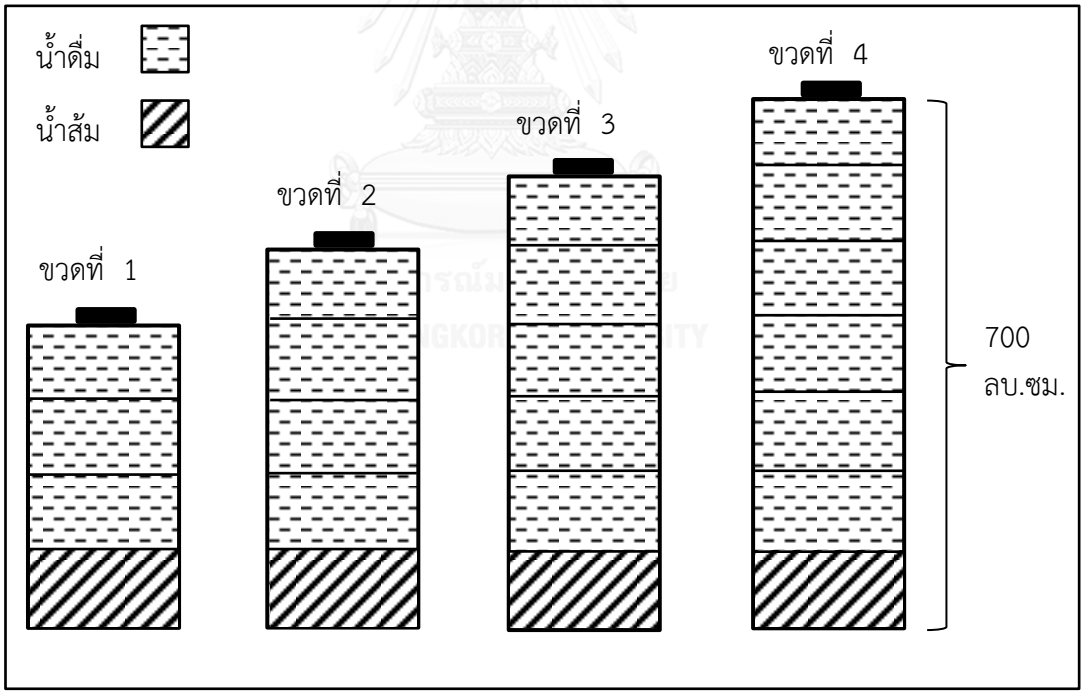
1. น้อยหน่านำน้ำส้มแท้ 100% ที่มีปริมาตร 400 ลูกบาศก์เซนติเมตร มาทำให้เจือจาง โดยแบ่งน้ำส้มออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กัน และใส่ลงไปในขวดที่มีความจุ 400 500 600 และ 700 ลูกบาศก์เซนติเมตร ตามลำดับ จากนั้นเติมน้ำดื่มลงไปในขวดแต่ละใบจนเต็ม

จงเขียนแผนภาพ ตาราง หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อแสดงการเปรียบเทียบปริมาณน้ำผลไม้แท้และปริมาณน้ำดื่มที่มีในขวดแต่ละใบเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร (สามารถเขียนได้มากกว่า 1 แบบ)

แนวทางการสร้างตัวแทนความคิด เช่น

รูปแบบที่ 1 แผนภาพ

แผนภาพต่อไปนี้แสดงปริมาณน้ำดื่มและน้ำส้มในขวดที่มีความจุ 400 500 600 และ 700 ลูกบาศก์เซนติเมตร ตามลำดับ



รูปแบบที่ 2 ตาราง

ตารางต่อไปนี้แสดงปริมาณน้ำดื่มและน้ำส้มในขวดที่มีความจุ 400 500 600 และ 700 ลูกบาศก์เซนติเมตร ตามลำดับ

น้ำส้มเจือจางขวดที่	ความจุของขวด (ลบ.ซม.)	น้ำส้ม (ลบ.ซม.)	น้ำดื่ม (ลบ.ซม.)
1	400	100	300
2	500	100	400
3	600	100	500
4	700	100	600

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (ฉบับหลังเรียน)

.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน

2. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 45 นาที

3. ให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล เลขที่ ในแบบวัดทุกหน้า

4. ให้นักเรียนทำแบบวัดทุกข้ออย่างเต็มความสามารถ

5. หากมีข้อสงสัยเกี่ยวกับการทำแบบวัดโปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คำชี้แจง : จงตอบคำถามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

3. แบคทีเรียเอสเคอริโคไล (Escherichia coli) เป็นเชื้อแบคทีเรียในธรรมชาติที่ทำให้เกิดโรคท้องร่วง และขยายพันธุ์ในอุณหภูมิที่เหมาะสม $37^{\circ}C$ โดยการแบ่งเซลล์รุ่นใหม่แต่ละรุ่นจะใช้เวลาประมาณ 20 นาที ซึ่งจะทำให้ปริมาณแบคทีเรียเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัวของที่มีอยู่เดิม เช่น แบ่งจากหนึ่งเซลล์เป็นสองเซลล์ แบ่งจากสองเซลล์เป็นสี่เซลล์ แบ่งจากสี่เซลล์เป็นแปดเซลล์ ไปเรื่อยๆ

จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แผนภาพ ตาราง กราฟ หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาเป็นนาทีกับจำนวนแบคทีเรียเอสเคอริโคไล <u>เมื่อกำหนดให้เริ่มต้นมีแบคทีเรียชนิดนี้อยู่ 1 ตัว</u> (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)

แนวทางการสร้างตัวแทนความคิด เช่น

รูปแบบที่ 1 แบบรูป

สัญลักษณ์ต่อไปนี้ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาเป็นนาทีกับจำนวนแบคทีเรียเอสเคอริโคไล

ครั้งที่	เวลาที่ผ่านไป(นาที)	จำนวนเซลล์
0	0	$1 = 2^0$
1	20	$2 = 2^1$
2	40	$4 = 2^2$
3	60	$8 = 2^3$
4	80	$16 = 2^4$
...	...	...
n	20n	2^n

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รูปแบบที่ 2 ตาราง

ตารางต่อไปนี้ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาเป็นนาทีกับจำนวนแบคทีเรียเอสเคอริโคไล

ครั้งที่	เวลาที่ผ่านไป(นาที)	จำนวนเซลล์
0	0	$1 = 2^0$
1	20	$2 = 2^1$
2	40	$4 = 2^2$
3	60	$8 = 2^3$
4	80	$16 = 2^4$
...	...	...

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ ผลการประเมินคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย โดยผู้ทรงคุณวุฒิ

- ผลการประเมินคุณภาพของแบบวัดวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ผลการประเมินคุณภาพของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการประเมินคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 14 แสดงผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

คำถามที่		ความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ			IOC
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1.1	1	1	1	1
	1.2	1	1	1	1
2	2.1	1	1	1	1
	2.2	1	1	1	1
3	3.1	1	1	1	1
	3.2	1	1	1	1
4	4.1	1	1	1	1
	4.2	1	1	1	1
5	5.1	1	1	1	1
	5.2	1	1	1	1
6	6.1	1	1	1	1
	6.2	1	1	1	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 15 แสดงผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

คำถามที่		ความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ			IOC
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1.1	1	1	1	1
	1.2	1	1	1	1
2	2.1	1	1	1	1
	2.2	1	1	1	1
3	3.1	1	1	1	1
	3.2	1	1	1	1
4	4.1	1	1	1	1
	4.2	1	1	1	1
5	5.1	1	1	1	1
	5.2	1	1	1	1
6	6.1	1	1	1	1
	6.2	1	1	1	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการประเมินคุณภาพของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 16 แสดงผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

คำถามที่	ความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ			IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1

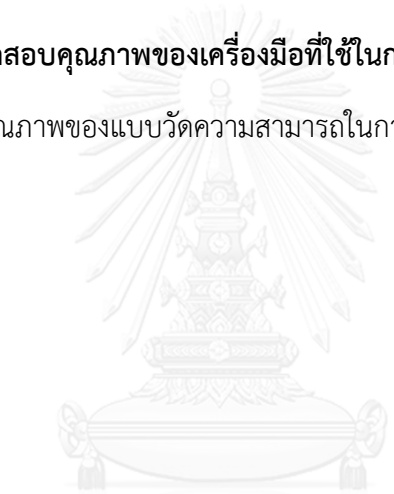
ตารางที่ 17 แสดงผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

คำถามที่	ความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ			IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ฉ ผลการทดสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ด้วยโปรแกรม B-Index700

- ผลการทดสอบคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการทดสอบคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 18 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.25	0.50	0.793
2	0.40	0.71	
3	0.28	0.44	
4	0.11	0.23	
5	0.21	0.42	
6	0.13	0.21	

ตารางที่ 19 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.48	0.58	0.647
2	0.66	0.53	
3	0.45	0.67	
4	0.09	0.11	
5	0.45	0.52	
6	0.30	0.36	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ช ตัวอย่างผลงานนักเรียน

- ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)
- ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)
- ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)
- ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

(ฉบับก่อนเรียน)

1. ปั๊มเติมน้ำมันเต็มถังขนาด 40 ลิตร แล้วขับไปเป็นระยะทาง 400 กิโลเมตร จะมีน้ำมันเหลืออยู่ในถัง 50% ส่วนปั๊มเติมน้ำมันเต็มถังขนาด 60 ลิตร แล้วขับไปเป็นระยะทาง 450 กิโลเมตร จะมีน้ำมันเหลืออยู่ในถัง 50% ถ้าให้อัตราเร็วของรถทั้งสองคันคงที่ จงหาว่า

1.1 เมื่อรถยนต์ทั้งสองคันแล่นได้ระยะทางเท่ากัน รถยนต์ของใครใช้น้ำมันมากกว่ากัน พร้อมให้เหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

ตอบ รถของมุกใช้น้ำมันมากกว่ารถของปั๊มเพราะ
ปั๊มเติมน้ำมันขนาด 40 ลิตรขับได้ระยะทาง 400 กิโลเมตร
เหลือน้ำมันอยู่ 50% = 20 ลิตร
รถของปั๊มใช้ระยะทาง 20 กิโลเมตร ต่อ 1 ลิตร

รถของมุกเติมน้ำมัน 40 ลิตรขับได้ระยะทาง 400 กิโลเมตร
เหลือน้ำมันอยู่ 50% = 30 ลิตร
รถของมุกใช้ระยะทาง 15 กิโลเมตร ต่อ 1 ลิตร

ดังนั้นรถของมุกใช้น้ำมันมากกว่ารถของปั๊ม

1.2 เมื่อใช้น้ำมันเท่ากัน 10 ลิตร ข้อความ "รถยนต์ของปั๊มแล่นได้ระยะทางมากกว่ารถยนต์ของมุกอยู่ 50 กิโลเมตร" สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

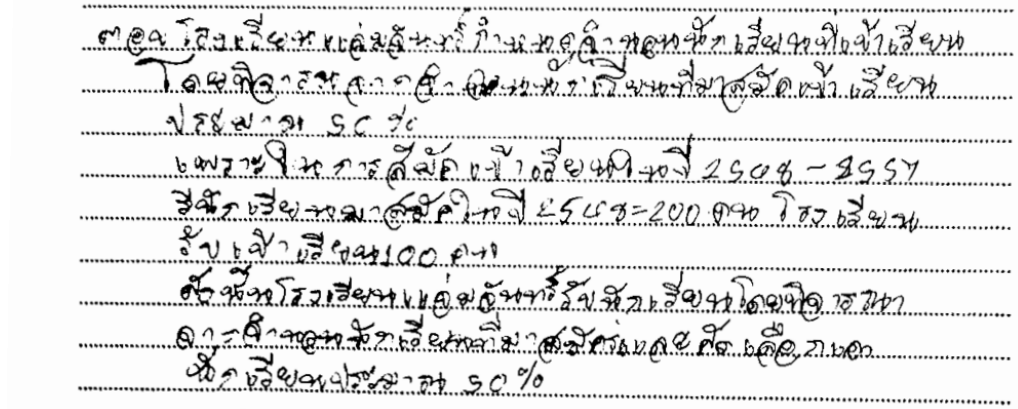
ตอบ สมเหตุสมผล เพราะ
รถของปั๊มใช้น้ำมันใช้ระยะทาง 20 กิโลเมตรต่อลิตร
รถของมุกเติมน้ำมัน 40 ลิตรขับได้ระยะทาง 400 กิโลเมตร
เหลือน้ำมันอยู่ 50% = 20 ลิตร ใช้ระยะทาง 15 กิโลเมตรต่อลิตร
เติมน้ำมัน 10 ลิตร ใช้ระยะทาง 150 กิโลเมตร
ดังนั้นรถของปั๊มใช้น้ำมัน 10 ลิตร ขับได้ 200 กิโลเมตร
รถของมุกขับได้ 150 กิโลเมตร รถของปั๊มขับได้มากกว่ารถของมุกอยู่ 50 กิโลเมตร

แผนภาพที่ 20 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

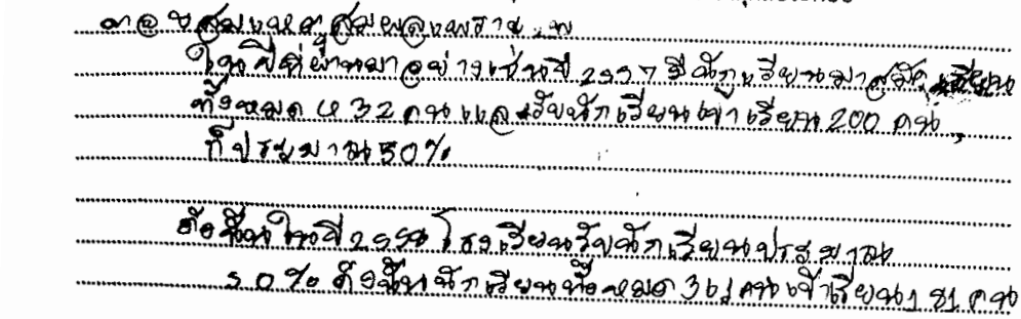
2. ตารางต่อไปนี้ แสดงสถิติข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนที่มาสมัครเข้าเรียนและจำนวนนักเรียนที่รับเข้าเรียน ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนแจ่มจันทร์ ช่วงปีการศึกษา 2548 – 2557

ปี	จำนวนนักเรียนที่มาสมัครเข้าเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่รับเข้าเรียน (คน)
2548	200	100
2549	300	150
2550	321	161
2551	380	190
2552	399	200
2553	401	200
2554	400	200
2555	502	200
2556	500	200
2557	432	200

2.1 จากตาราง โรงเรียนแจ่มจันทร์กำหนดจำนวนนักเรียนที่เข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากจำนวนนักเรียนที่มาสมัครเข้าเรียนอย่างไร พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ



2.2 ถ้าการรับนักเรียนเข้าเรียนของโรงเรียนแจ่มจันทร์มีแนวโน้มเดียวกันกับปีที่ผ่านมา และในปีการศึกษา 2558 มีนักเรียนมาสมัครเข้าเรียนจำนวน 361 คน ข้อความ **"ในปีการศึกษา 2558 โรงเรียนแจ่มจันทร์จะรับนักเรียนเข้าเรียนจำนวน 181 คน"** สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ



แผนภาพที่ 21 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

(ฉบับหลังเรียน)

1. ตารางต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ของระยะทางกับเวลาในการเดินทางของรถไฟขบวน A และขบวน B

เวลา (ชม.) / ระยะทาง(กม.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
รถไฟขบวน A	0	100	200	300	400	500	600	700	800	...
รถไฟขบวน B	0	80	160	240	320	400	510	620	730	...

1.1 จากตาราง จงพิจารณาว่ารถไฟทั้งสองขบวนมีอัตราเร็วในการเดินทางที่แตกต่างกันอย่างไร พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

รถไฟขบวนที่ A มีอัตราเร็วเป็น 1:100
รถไฟขบวนที่ B มีอัตราเร็วเป็น 1:40 หรือ 1:110
เพราะ ถ้าขบวนที่ A แล่นไป 1 ชั่วโมง ก็จะเป็นระยะทาง 100 กิโลเมตร
คิดเป็นอัตราส่วน 1:100 และมีอัตราความเร็วคงที่
และถ้ารถไฟขบวนที่ B แล่นไป 1 ชั่วโมง ก็จะเป็นระยะทาง 110 กิโลเมตร
คิดเป็นอัตราส่วน 1:40 แต่อัตราส่วนของความเร็วของรถไฟขบวนที่ B
ไม่คงที่ เพราะ เมื่อรถไฟขบวน B แล่นไปได้ 5 ชั่วโมง ก็จะมีความเร็ว
จาก 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็น 110 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ~~เท่ากับ~~ แล่น
เมื่อรถไฟแล่นไปได้ 6 ชั่วโมง ก็จะมีอัตราความเร็ว 510 กิโลเมตร

1.2 ถ้ารถไฟทั้งสองขบวนออกจากชานชาลาพร้อมกัน ข้อความ "เมื่อเวลาผ่านไป 15 ชั่วโมง รถไฟทั้งสองขบวนจะทันกันพอดี" สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

ไม่ เพราะ ผล ไม่เท่า

เวลา(ชม.) / ระยะทาง(กม.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
รถไฟขบวน A	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	...
รถไฟขบวน B	0	80	160	240	320	400	510	620	720	840	960	1060	1170	1260	1390	1500	...

แผนภาพที่ 22 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

2. โรงเรียนสานศิลป์และโรงเรียนจิตศิลป์วางแผนการรับนักเรียนเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากจำนวนนักเรียนที่ย้ายออกและจบการศึกษา ซึ่งสามารถแสดงสถิติข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนในปีการศึกษา 2554 – 2557 ได้ดังตารางต่อไปนี้

ปีการศึกษา	จำนวนนักเรียนของโรงเรียนสานศิลป์ (คน)			จำนวนนักเรียนของโรงเรียนจิตศิลป์ (คน)		
	ย้ายออก	จบการศึกษา	รับเข้าใหม่	ย้ายออก	จบการศึกษา	รับเข้าใหม่
2554	20	100	140	15	100	145
2555	15	150	180	20	120	180
2556	5	120	130	10	150	180
2557	10	200	220	30	130	220

2.1 จากตาราง จงพิจารณาว่าโรงเรียนสานศิลป์และโรงเรียนจิตศิลป์กำหนดจำนวนนักเรียนที่จะเข้าเรียนใหม่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากจำนวนนักเรียนที่ย้ายออกและจบการศึกษาอย่างไร พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบที่มาของคำตอบ

รร.สานศิลป์ จำนักเรียนที่ย้ายออกไป × 2 + จำนวนนักเรียนที่จบการศึกษา
ยกตัวอย่างเช่น ย้ายออก 20 คน จบการศึกษา 100 คน
= 20 × 2 + 100 = 140 เป็นจำนวนคน
ที่รับเข้าใหม่

รร.จิตศิลป์ นักจำนวนนักเรียนที่ย้ายออก × 3 + จำนวนนักเรียนที่จบ
ตัวอย่างเช่น ย้ายออก 15 คน จบการศึกษา 100 คน
= 15 × 3 = 45 + 100 = 145 = รับเข้าใหม่

2.2 ถ้าในปี 2558 โรงเรียนสานศิลป์และโรงเรียนจิตศิลป์มีจำนวนนักเรียนที่ย้ายออกและจบการศึกษาแสดงดังตารางต่อไปนี้

ปีการศึกษา	จำนวนนักเรียนของโรงเรียนสานศิลป์ (คน)		จำนวนนักเรียนของโรงเรียนจิตศิลป์ (คน)	
	ย้ายออก	จบการศึกษา	ย้ายออก	จบการศึกษา
2558	30	150	20	140

ถ้าการรับนักเรียนเข้าใหม่ในปี 2558 มีแนวโน้มเดียวกันกับปีที่ผ่านมา ข้อความ "ในปี 2558 โรงเรียนสานศิลป์จะรับนักเรียนเข้าใหม่มากกว่าโรงเรียนจิตศิลป์" สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

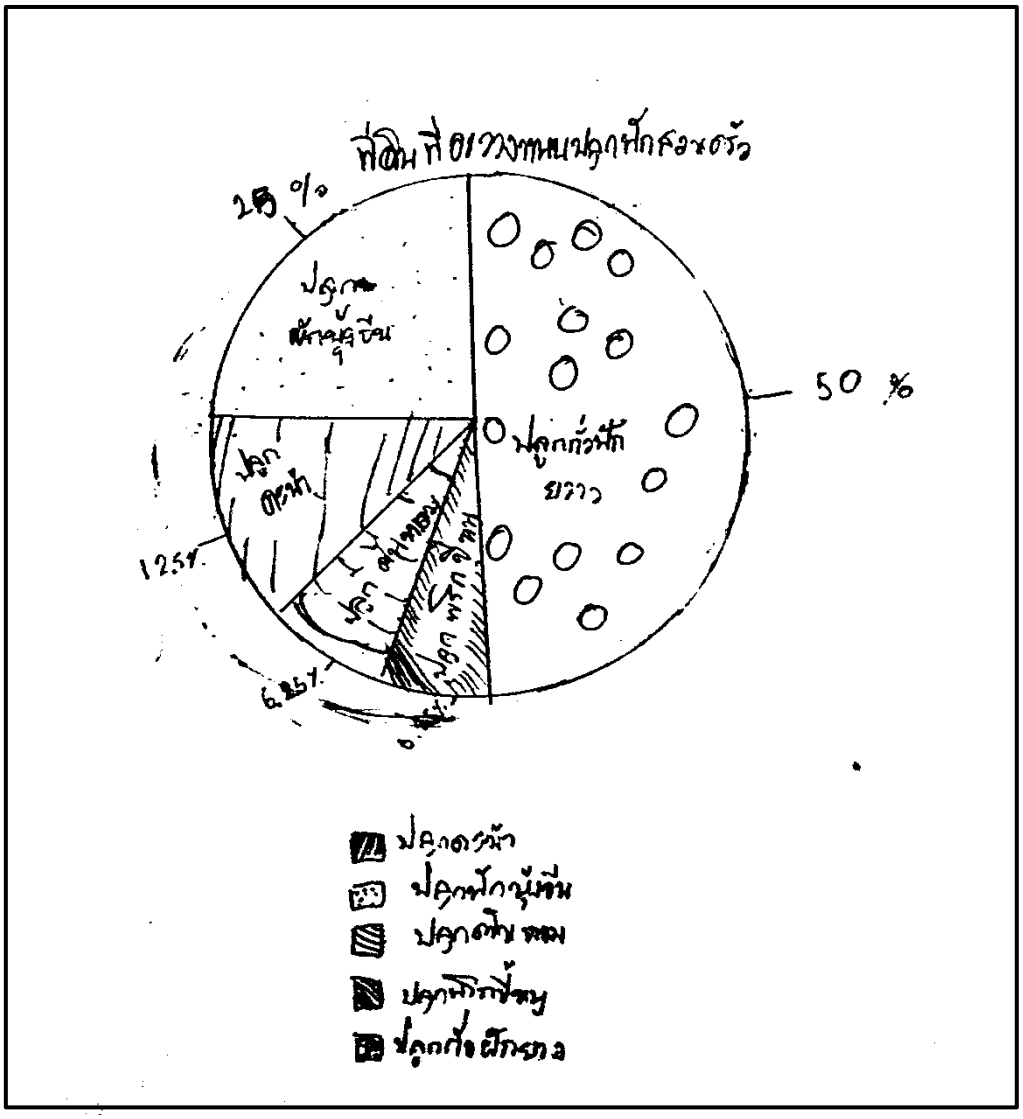
สมเหตุสมผล เพราะจากปีที่ผ่านมา โรงเรียนสานศิลป์
รับนักเรียนเข้าใจมากกว่า โรงเรียนจิตศิลป์อยู่แล้ว
เรียนสมการได้ ย้ายออก จบการศึกษา
รร.สานศิลป์ 30 × 2 = 60 + 150 = 210 คน
รร.จิตศิลป์ 20 × 3 = 60 + 140 = 200 คน

แผนภาพที่ 23 ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

(ฉบับก่อนเรียน)

2. ปราณีแบ่งเค้กก้อนหนึ่งออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน จากนั้นนำเค้กส่วนแรกมาแบ่งให้เด็กผู้ชาย 4 คน คนละเท่าๆ กัน และนำเค้กส่วนที่สองมาแบ่งให้เด็กผู้หญิง 8 คน คนละเท่าๆ กัน จงเขียนแผนภาพ ตาราง หรืออื่นๆ เพื่ออธิบายสถานการณ์และปริมาณเค้กเป็นเปอร์เซ็นต์ที่เด็กแต่ละคนจะได้รับ (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)



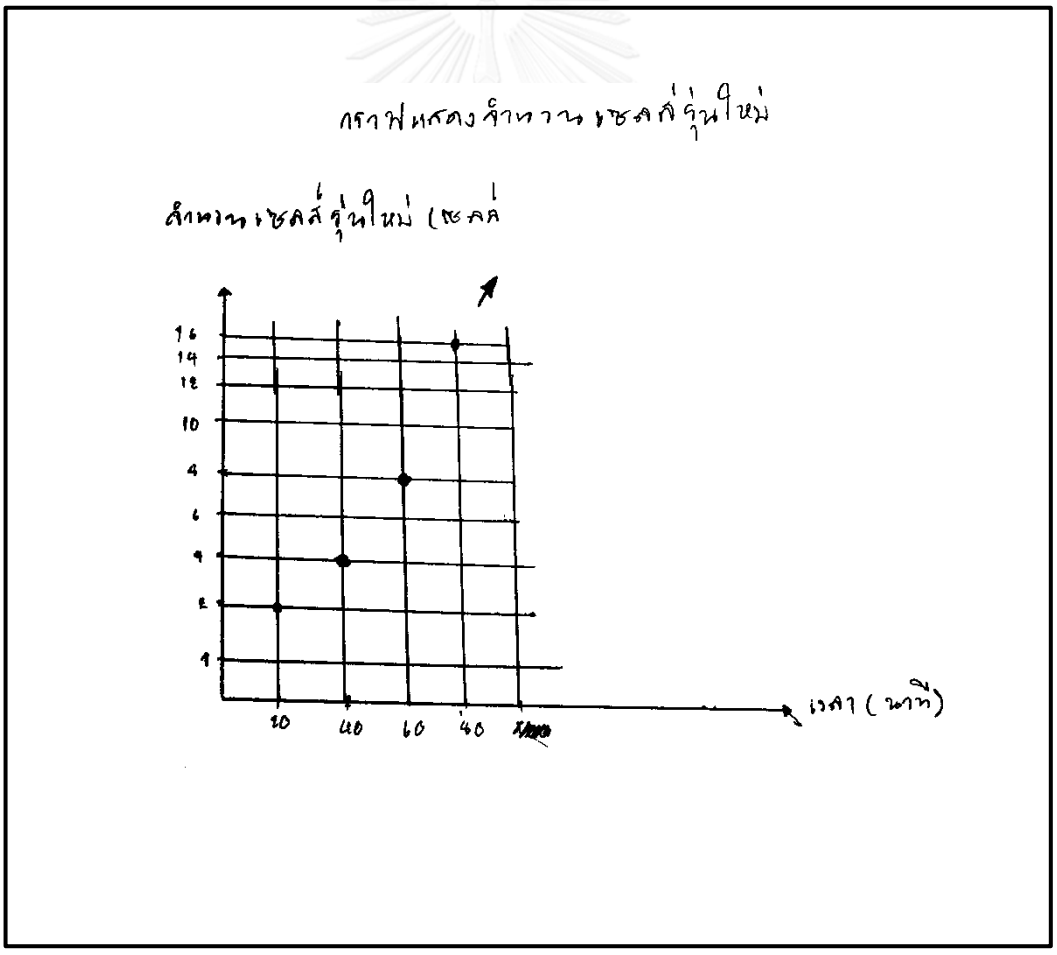
แผนภาพที่ 24 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

ตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

(ฉบับหลังเรียน)

3. แบคทีเรียเอสเคอริโคไล (Escherichia coli) เป็นเชื้อแบคทีเรียในธรรมชาติที่ทำให้เกิดโรคท้องร่วง และขยายพันธุ์ในอุณหภูมิที่เหมาะสม $37^{\circ}C$ โดยการแบ่งเซลล์รุ่นใหม่แต่ละรุ่นจะใช้เวลาประมาณ 20 นาที ซึ่งจะทำให้ปริมาณแบคทีเรียเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัวของที่มีอยู่เดิม เช่น แบ่งจากหนึ่งเซลล์เป็นสองเซลล์ แบ่งจากสองเซลล์เป็นสี่เซลล์ แบ่งจากสี่เซลล์เป็นแปดเซลล์ ไปเรื่อยๆ

จงเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แผนภาพ ตาราง กราฟ หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาเป็นนาทีกับจำนวนแบคทีเรียเอสเคอริโคไล <u>ถ้าเริ่มต้นมีแบคทีเรียชนิดนี้อยู่ 1 ตัว</u> (สามารถตอบได้มากกว่า 1 แบบ)



แผนภาพที่ 25 แสดงตัวอย่างผลงานนักเรียนจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ เกิดเมื่อวันที่ 30 ธันวาคม พ.ศ. 2531 อยู่บ้านเลขที่ 480 หมู่ 2 ตำบลเจริญศิลป์ อำเภอเจริญศิลป์ จังหวัดสกลนคร 47290 สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษาวิทยาศาสตร์ วิชาเอกคณิตศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2554 และในปีการศึกษา 2555 ได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University