การเปรียบเทียบวิธีการประมาณสำหรับการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมา

นางสาวฑิฆัมพร บุญญมาส

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2557
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

COMPARISON OF THE ESTIMATION METHODS FOR THE MULTIPLE LINEAR REGRESSION WITH NONCONSTANT VARIANCE ERROR FROM LOGNORMAL AND GAMMA DISTRIBUTION

Miss Tikamporn Bunyamas

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2014
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบวิธีการประมาณสำหรับการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมา
โดย	นางสาวฑิฆัมพร บุญญมาส
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(รองศาสตราจารย์ ดร. พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.นัท กุลวานิช)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง)

ฑิฆัมพร บุญญมาส : การเปรียบเทียบวิธีการประมาณสำหรับการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมา (COMPARISON OF THE ESTIMATION METHODS FOR THE MULTIPLE LINEAR REGRESSION WITH NONCONSTANT VARIANCE ERROR FROM LOGNORMAL AND GAMMA DISTRIBUTION) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี, 213 หน้า.

งานวิจัยฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าของตัวแปรตามของตัวแบบเชิงเส้นถดถอยพหุเมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมาจากการแจกแจกแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมา ที่ระดับความเบ้เท่ากับ 0.5,1,1.5 และ 2 และมีค่าความแปรปรวนที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งและตัวแปรตามแบบชี้กำลังที่มีค่าพารามิเตอร์เท่ากับ 0 ,0.1,0.3 และ 0.5 วิธีประมาณค่าที่ใช้ในเปรียบเทียบ ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) วิธีการแปลงของ Box และ Cox และวิธี Weighted Least Squared (WLS) จากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยเฉลี่ย (AMSE) และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) พบว่า วิธี OLS ประมาณค่าได้ดีที่สุดเมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมาที่ค่าความแปรปรวนสัมพันธ์ในระดับต่ำกับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง และสัมพันธ์ในระดับต่ำกับค่าของตัวแปรตาม ในขณะที่วิธี WLS ประมาณค่าได้ดีที่สุดเมื่อค่าความแปรปรวนมีความสัมพันธ์ในระดับสูงกับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง และวิธี Box-Cox ประมาณค่าได้ดีที่สุดเมื่อค่าความแปรปรวนมีความสัมพันธ์ในระดับสูงกับค่าของตัวแปรตาม นอกจากนี้เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล พบว่า วิธี WLS ประมาณค่าได้ดีที่สุดเมื่อค่าความแปรปรวนมีความสัมพันธ์ในระดับต่ำกับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง และสัมพันธ์กับค่าของตัวแปรตาม ในขณะที่วิธี Box-Cox ประมาณค่าได้ดีที่สุดเมื่อค่าความแปรปรวนมีความสัมพันธ์ในระดับสูงกับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งและตัวแปรตาม

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2557

5581530426 : MAJOR STATISTICS
KEYWORDS: HETEROSCEDASTICITY / BOX-COX TRANSFORMATIONS / WEIGHTED LEAST SQUARE / GAMMA DISTRIBUTION / LOGNORMAL DISTRIBUTION

TIKAMPORN BUNYAMAS: COMPARISON OF THE ESTIMATION METHODS FOR THE MULTIPLE LINEAR REGRESSION WITH NONCONSTANT VARIANCE ERROR FROM LOGNORMAL AND GAMMA DISTRIBUTION. ADVISOR: ANUPAP SOMBOONSAVATDEE, Ph.D., 213 pp.

This research is aimed to compare the estimation methods for the dependent variables in multiple linear regression when the errors are from lognormal and gamma distribution with different levels of skewness 0.5,1,1.5 and 2 and their variance depend on the value of their first of independent and dependent variables under power relationship with the parameter 0,0.1,0.3 and 0.5. The estimation methods under comparisons are the Ordinary Least Square (OLS), Box-Cox transformation, and Weighted Least Square (WLS) methods. By comparing the Average Mean Square Errors (AMSE) and the Relative Efficiency (RE), we have found that the OLS method performs best when the variances of errors are from gamma distribution weakly depending on the values of their first of independent and dependent variables while the WLS method performs best when the variances of errors are strongly depending on the values of their first of independent and the Box-Cox transformation method performs best when the variances of errors are strongly depending on the values of their dependent variables . Furthermore when the variances of errors are from lognormal distribution the WLS method performs best when the variances of errors are weakly depending on the values of their first of independent and dependent variables while the Box-Cox transformation method performs best when the variances of errors are strongly depending on the values of their first of independent and dependent variables .

Department: Statistics
Field of Study: Statistics
Academic Year: 2014

Student's Signature .....

Advisor's Signature .....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยความกรุณา และความเอาใจใส่จากอาจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ให้คำปรึกษา คำแนะนำมาโดยตลอด จนกระทั่งผู้วิจัยได้ทำวิทยานิพนธ์ได้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.นัท กุลวานิช และอาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้การตรวจสอบ คำแนะนำ และแนวคิดที่เป็นประโยชน์ ในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้มอบความรู้ต่างๆ ทางด้านสถิติให้กับผู้วิจัย ขอบคุณพี่ๆ เพื่อนนิสิต และครอบครัว ที่ให้กำลังใจ ส่งเสริม สนับสนุนแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ญ
สารบัญภาพ ..... ธ
บทที่ 1 1
บทนำ 1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์ 3
1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น 3
1.4 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 4
1.5 ขอบเขตของการวิจัย 5
1.6 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ 6
1.7 วิธีดำเนินการวิจัย 7
1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 8
บทที่ 2 9
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 9
2.1 การวิเคราะห์ความถดถอย (Regression Analysis) 9
2.2 ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ (Heteroscedasticity) 11
2.3 ความเบ้ (skewness) 13
2.4 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square : OLS) 15

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

2.5 วิธีการแปลงของ Box และ Cox (Box-Cox transformation) 15
2.6 วิธี weighted least square (WLS) 16
2.7 ค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Average Mean Squared Error) 17
2.8 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency: RE) 18
2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 18
บทที่ 3 21
วิธีดำเนินการวิจัย 21
3.1 แผนการจำลองข้อมูล 21
3.2 วิธีการดำเนินงานวิจัย 23
บทที่ 4 28
ผลการวิจัย 28
4.1 ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง 31
4.2 ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม 70
4.3 ส่วนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง 110
4.4 ส่วนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม 149
บทที่ 5 189
สรุปผลการวิจัย และ ข้อเสนอแนะ 189

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

5.1 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง..... 190
5.2 การอภิปรายผลการเปรียบเทียบที่ได้ของแต่ละวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่า.... 192
ความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแบบ
แกมมา 192
5.4 ข้อเสนอแนะ 198
5.4.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์..... 198
5.4.2 ด้านการศึกษาวิจัย..... 198
รายการอ้างอิง..... 199
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 213

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 4.1.1 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 32

ตารางที่ 4.1.2 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ 1.0..... 33

ตารางที่ 4.1.3 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 34

ตารางที่ 4.1.4 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 35

ตารางที่ 4.1.5 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 36

ตารางที่ 4.1.6 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 37

ตารางที่ 4.1.7 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 38

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 4.1.8 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 39

ตารางที่ 4.1.9 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 40

ตารางที่ 4.1.10 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมาโดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามเมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 41

ตารางที่ **4.1.11** แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 42

ตารางที่ 4.1.12 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 43

ตารางที่ 4.1.13 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 44

ตารางที่ 4.1.14 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 45

ตารางที่ 4.1.15 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 46

ตารางที่ 4.1.16 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 47

ตารางที่ 4.1.17 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 48

ตารางที่ **4.1.18** แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 49

ตารางที่ 4.1.19 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 50

ตารางที่ 4.1.20 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 51

ตารางที่ 4.1.21 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมาโดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามเมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 52

ตารางที่ 4.1.22 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0..... 53

ตารางที่ 4.1.23 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5..... 54

ตารางที่ 4.1.24 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0..... 55

ตารางที่ 4.2.25 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 71

ตารางที่ 4.2.26 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 72

ตารางที่ 4.2.27 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 73

ตารางที่ 4.2.28 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 74

ตารางที่ 4.2.29 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 75

ตารางที่ 4.2.30 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 76

ตารางที่ 4.2.31 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 77

ตารางที่ 4.2.32 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 78

ตารางที่ 4.2.33 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 79

ตารางที่ 4.2.34 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 80

ตารางที่ 4.2.35 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 81

ตารางที่ 4.2.36 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0..... 82

ตารางที่ 4.2.37 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 83

ตารางที่ 4.2.38 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 84

ตารางที่ 4.2.39 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 85

ตารางที่ 4.2.40 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 86

ตารางที่ 4.2.41 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 87

ตารางที่ 4.2.42 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 88

ตารางที่ 4.2.43 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 89

ตารางที่ 4.2.44 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 90

ตารางที่ 4.2.45 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 91

ตารางที่ 4.2.46 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 92

ตารางที่ 4.2.47 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 93

ตารางที่ 4.2.48 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 94

ตารางที่ 4.3.49 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 111

ตารางที่ 4.3.50 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ 1.0..... 112

ตารางที่ 4.3.51 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 113

ตารางที่ 4.3.52 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 114

ตารางที่ 4.3.53 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 115

ตารางที่ 4.3.54 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 116

ตารางที่ 4.3.55 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล โดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามเมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5.... 117

ตารางที่ 4.3.56 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตรา ส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 118

ตารางที่ 4.3.57 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 119

ตารางที่ 4.3.58 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 120

ตารางที่ 4.3.59 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 121

ตารางที่ 4.3.60 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 122

ตารางที่ 4.3.61 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 123

ตารางที่ 4.3.62 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 124

ตารางที่ 4.3.63 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 125

ตารางที่ 4.3.64 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 126

ตารางที่ 4.3.65 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 127

ตารางที่ 4.3.66 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 128

ตารางที่ 4.3.67 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 129

ตารางที่ 4.3.68 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 130

ตารางที่ 4.3.69 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 131

ตารางที่ 4.3.70 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $X1$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 132

ตารางที่ 4.3.71 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 133

ตารางที่ 4.3.72 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 134

ตารางที่ 4.4.73 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 150

ตารางที่ 4.4.74 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ 1.0 151

ตารางที่ 4.4.75 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 152

ตารางที่ 4.4.76 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 153

ตารางที่ 4.4.77 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 154

ตารางที่ 4.4.78 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 155

ตารางที่ 4.4.79 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 156

ตารางที่ 4.4.80 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 157

ตารางที่ 4.4.81 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5..... 158

ตารางที่ 4.4.82 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0..... 159

ตารางที่ 4.4.83 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 160

ตารางที่ 4.4.84 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 161

ตารางที่ 4.4.85 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 162

ตารางที่ 4.4.86 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 163

ตารางที่ 4.4.87 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X1 และ X2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 164

ตารางที่ 4.4.88 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 165

ตารางที่ 4.4.89 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5..... 166

ตารางที่ 4.4.90 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 167

ตารางที่ 4.4.91 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 168

ตารางที่ 4.4.92 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0..... 169

ตารางที่ 4.4.93 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5 170

ตารางที่ 4.4.94 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0 171

ตารางที่ 4.4.95 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5 172

ตารางที่ 4.4.96 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $X1$ และ $X2$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0 173

ตารางที่ 5.2.97 สรุปประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อน มีความแปรปรวนไม่คงที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง จากการแจกแจงแบบแกมมา 193

ตารางที่ 5.2.98 สรุปประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรตาม จากการแจกแจงแบบแกมมา 194

ตารางที่ 5.2.99 สรุปประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อน มีความแปรปรวนไม่คงที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 195

ตารางที่ 5.2.100 สรุปประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรตาม จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 196

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 4.1.1 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 57

ภาพที่ 4.1.2 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 58

ภาพที่ 4.1.3 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 59

ภาพที่ 4.1.4 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 60

ภาพที่ 4.1.5 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 61

ภาพที่ 4.1.6 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 62

ภาพที่ 4.1.7 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 63

ภาพที่ 4.1.8 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 64

ภาพที่ 4.1.9 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 65

ภาพที่ 4.1.10 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 66

ภาพที่ 4.1.11 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 67

ภาพที่ 4.1.12 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 68

ภาพที่ 4.2.13 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 96

ภาพที่ 4.2.14 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 97

ภาพที่ 4.2.15 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 98

ภาพที่ 4.2.16 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 99

ภาพที่ 4.2.17 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 100

ภาพที่ 4.2.18 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 101

ภาพที่ 4.2.19 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 102

ภาพที่ 4.2.20 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 103

ภาพที่ 4.2.21 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 104

ภาพที่ 4.2.22 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 105

ภาพที่ 4.2.23 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 106

ภาพที่ 4.2.24 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 107

ภาพที่ 4.3.25 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 136

ภาพที่ 4.3.26 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 137

ภาพที่ 4.3.27 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 138

ภาพที่ 4.3.28 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 139

ภาพที่ 4.3.29 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 140

ภาพที่ 4.3.30 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 141

ภาพที่ 4.3.31 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 142

ภาพที่ 4.3.32 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 143

ภาพที่ 4.3.33 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 144

ภาพที่ 4.3.34 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 145

ภาพที่ 4.3.35 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 146

ภาพที่ 4.3.36 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 147

ภาพที่ 4.4.37 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 175

ภาพที่ 4.4.38 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 176

ภาพที่ 4.4.39 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 177

ภาพที่ 4.4.40 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 178

ภาพที่ 4.4.41 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 179

ภาพที่ 4.4.42 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 180

ภาพที่ 4.4.43 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 181

ภาพที่ 4.4.44 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 182

ภาพที่ 4.4.45 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0 183

ภาพที่ 4.4.46 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1 184

ภาพที่ 4.4.47 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3 185

ภาพที่ 4.4.48 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5 186

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิเคราะห์ความถดถอย (regression analysis) เป็นวิธีทางสถิติที่ใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเชิงปริมาณตั้งแต่สองตัวขึ้นไปเพื่อใช้ในการพยากรณ์หรือประมาณค่าตัวแปรหนึ่งจากตัวแปรอื่นๆ ซึ่งเทคนิคการวิเคราะห์ความถดถอยได้ถูกนำมาใช้กันอย่างในหลากหลายสาขา อาทิ เช่น ทางด้านสังคมศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ธุรกิจ เศรษฐศาสตร์ และการแพทย์ เป็นต้น ตัวอย่างของการใช้สมการถดถอยในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวแปรที่ใช้ในการวิเคราะห์ความถดถอยมีสองแบบใหญ่ๆ คือ ตัวแปรอิสระ (independent variable หรือ regresssor หรือ predictor) กับตัวแปรตาม (dependent variable) โดยที่ตัวแปรอิสระนั้นเป็นตัวแปรที่ทราบค่าและนักวิจัยเป็นผู้กำหนดค่าของตัวแปรอิสระในการทดลองหรือการศึกษา โดยที่คาดว่าตัวแปรอิสระนี้จะมีผลต่อตัวแปรตาม ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าและต้องการพยากรณ์หรือต้องการหาความสัมพันธ์ เช่น ในกรณีของตัวอย่างการวิจัยตลาดนั้นตัวแปรอิสระหรือปัจจัยต่างๆ ที่นักวิจัยตลาดคาดว่าจะมีผลทำให้ยอดขายเปลี่ยนแปลงไปในขณะที่ตัวแปรตามคือมูลค่าของยอดขาย เป็นต้น ตัวแปรอิสระมักแทนด้วย X และตัวแปรตามมักแทนด้วย Y (พรสิน สุภวาลย์ 2556) (พรสิน สุภวาลย์ 2556)

ในการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุจึงมีประโยชน์และมีการใช้กันอย่างแพร่หลาย ในขณะเดียวกันการใช้สมการวิเคราะห์ความถดถอยให้ความถูกต้องและมีอำนาจการทดสอบที่สูงนั้นตัวแบบจำเป็นจะต้องเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น (assumption) ได้แก่ ค่าความคลาดเคลื่อนจะต้องมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ รวมทั้งต้องมีค่าความแปรปรวนคงที่ แต่ละค่าจะต้องเป็นอิสระจากกัน มีการแจกแจงแบบปกติ และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และ Y เป็นเส้นตรงหรือมีแนวโน้มเป็นเส้นตรง ซึ่งข้อตกลงดังกล่าวมีความจำเป็นอย่างยิ่งโดยเฉพาะในการทดสอบสมมติฐานและการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ หากตัวแบบไม่เป็นไปตามข้อตกลงแล้วอาจทำให้การตัดสินใจผิดพลาดได้

เนื่องจากค่าประมาณของค่าความคลาดเคลื่อน คือ ส่วนเหลือ (residual) จะเบี่ยงเบนไปจากข้อตกลงเบื้องต้นของสมการการวิเคราะห์ถดถอย

ข้อสมมติหนึ่งในการวิเคราะห์ความถดถอย คือ ค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนต้องมีค่าคงที่ (homoscedasticity) หากข้อสมมติดังกล่าวไม่เป็นจริงจะทำให้เกิดปัญหาความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่คงที่(heteroscedasticity) ซึ่งจะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนบางกลุ่มมีค่าแตกต่างกันมาก ซึ่งจะส่งผลทำให้ตัวประมาณของค่าพารามิเตอร์ ซึ่งเป็นค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยมีค่าความแปรปรวนของตัวประมาณสูงเกินไปขาดคุณสมบัติที่ดีทางสถิติที่เรียกว่า BLUE (best linear unbiased estimators) รวมทั้งยังทำให้การประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดขาดประสิทธิภาพ (inefficient) และค่าความแปรปรวนของค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง (biased) และขาดความความคงเว้นคงวา(inconsistency) นั่นคือจะส่งผลทำให้การทดสอบสมมติฐานต่างๆนั้นไม่น่าเชื่อถือ (invalid)

นอกจากนี้ข้อตกลงที่รวมอยู่ในการวิเคราะห์ตัวแบบความถดถอยอีกข้อหนึ่ง คือ ค่าประมาณหรือค่าพยากรณ์ที่ได้จะต้องมีค่าสุ่มมาการแจกแจงแบบปกติ(normal distribution) แต่ถ้าค่าความคลาดเคลื่อนนั้นมีค่าสุ่มมาจากการแจกแจงแบบอื่นๆที่ไม่ใช่การแจกแจงแบบปกติจะส่งผลทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ไม่ถูกต้องได้เช่นกัน

ดังนั้นในงานวิจัยชิ้นนี้จึงสนใจที่จะศึกษาปัญหาค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่และมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจงแจงแบบปกติ เพื่อที่จะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามของตัวแบบวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นแบบพหุ ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square : OLS) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่นิยมใช้มากที่สุดในปัจจุบันซึ่งการศึกษาเปรียบเทียบวิธีนี้จะทำให้ได้ทราบถึงผลกระทบต่อการประมาณค่าที่ขัดแย้งต่อข้อสมมติเบื้องต้นของวิธีนี้ วิธีการแปลงของ Box และ Cox (Box-Cox transformation) และวิธี weighted least squared : WLS) ซึ่งวิธี Box และ Cox และวิธี WLS นี้เป็นวิธีที่ใช้ในการแก้ไขปัญหาเบื้องต้นเมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่และมีการแจกแจงที่ไม่ใช่แบบปกติ ภายใต้ข้อมูลที่ความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่และมาจากการ

แจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมาทั้งหมด 2 รูปแบบ ได้แก่ ค่าความคลาดเคลื่อนที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระและค่าของตัวแปรตาม

1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าความแปรปรวนของไม่คงที่จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมาจากในแต่ละวิธีทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square: OLS) วิธี weighted least square (WLS) และวิธีการแปลงของ Box และ Cox (Box-Cox Transformations)

1.2.2 เพื่อศึกษาผลกระทบของความเบ้จากการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมา

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.3.1 ตัวแบบที่ใช้ในการวิจัยเป็นตัวแบบความถดถอยที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร ตัวแปรตาม 1 ตัวแปร และมีจำนวนข้อมูลทั้งหมด n รายการ

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i; i = 1,2, \dots, n$$

Y_i คือ ค่าสังเกตที่ i ของตัวแปรตาม

Y_i' คือ ค่าจริงที่ i ของตัวแปรตาม

X_{i1} คือ ค่าสังเกตที่ i ของตัวแปรอิสระตัวที่ 1

X_{i2} คือ ค่าสังเกตที่ i ของตัวแปรอิสระตัวที่ 2

β_0 คือ ค่าพารามิเตอร์ของจุดตัดบนแกน Y เมื่อค่าของตัวแปรอิสระทุกตัวเท่ากับศูนย์

β_1 และ β_2 คือ ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบวิเคราะห์ความถดถอย

ε_i คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เป็นอิสระซึ่งกันและกันที่มาการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล และแบบแกมมาที่มีการปรับค่าเฉลี่ยให้เป็นศูนย์แล้ว

1.3.2 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนที่ใช้ในงานวิจัยมีดังนี้

1.3.2.1 การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล แล้วฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (probability density function) อยู่ในรูป

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right], x > 0$$

เมื่อ $\sigma > 0$ และ $-\infty < \mu < \infty$โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกล (scale parameter) และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง(shape parameter) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

ค่าเฉลี่ย $= \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$

ความแปรปรวน $= (\exp(\sigma^2) - 1)(\exp(2\mu + \sigma^2))$

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $= (\exp(\sigma^2) + 2)\sqrt{\exp(\sigma^2) - 1}$

1.3.2.2 การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา แล้วฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (probability density function)

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}\, x^{\alpha-1}e^{-x/\beta}, x > 0$$

เมื่อ $\alpha > 0$ และ $\beta > 0$ โดยที่ β เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกล (scale parameter) และ α เป็น พารามิเตอร์แสดงรูปร่าง(shape parameter) ของการแจกแจงแบบแกมมาโดยที่

ค่าเฉลี่ย $= \alpha\beta$

ความแปรปรวน $= \alpha\beta^2$

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $= \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$

1.4 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1.4.1 ความแปรปรวนไม่คงที่ (heteroscedasticity) คือ ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าความแปรปรวนไม่คงที่

1.4.2 ตัวแปรตาม (dependent variable) คือ ตัวแปรที่ได้รับผลกระทบจากค่าตัวแปรอิสระ

1.4.3 ตัวแปรอิสระ (independent variable) คือ ตัวแปรที่มีผลกระทบต่อตัวแปรตาม

1.4.4 ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (skewness coefficient) คือ ค่าที่ใช้ตรวจความสมมาตรของข้อมูล

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 จำนวนตัวแปรอิสระที่ศึกษาในตัวแบบมี 2 ตัว

1.5.2 ตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีการแจกแจงแบบปกติ และเป็นอิสระกัน

1.5.3 ขนาดตัวอย่างที่ศึกษาเท่ากับ 25, 50 และ 100

1.5.4 ข้อมูลของตัวแปรตามที่ศึกษาในงานวิจัยครั้งนี้เป็นข้อมูลที่มีค่าบวกเท่านั้น

1.5.5 การจำลองข้อมูลใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation technique) โดยจำลองข้อมูลสุ่มตามสถานการณ์ที่กำหนด ใช้โปรแกรม R (R-project for statistical computing) ทำซ้ำจำนวน 5,000 ครั้งที่กำหนดขึ้นจากอัตราส่วนของความแปรปรวนของการแจกแจงของตัวแปรอิสระระหว่าง 2 ตัว ขนาดตัวอย่าง การแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนทั้ง 2 แบบ และรูปแบบความคลาดเคลื่อนที่ความแปรปรวนมีค่าสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระเพียงตัวแปรเดียวและมีความสัมพันธ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม

1.6 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจในงานวิจัยครั้งนี้ จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยเฉลี่ย (average mean squared : AMSE) และค่าประสิทธิสัมพัทธ์ (Relative Efficiency : RE) เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าตัวแปรตามภายใต้สถานการณ์ที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ โดยมีความสัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง หรือสัมพันธ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม

1.6.1 ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยเฉลี่ย (average mean squared: AMSE) วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามวิธีใดที่มีค่าต่ำที่สุดจะเป็นวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่ดีที่สุด

$$\mathrm{MSE}_{*} = \frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}(\hat{\mathrm{Y}}_{*\mathrm{i}} - \mathrm{Y}_{\mathrm{i}}')^{2} \; ; * \; \epsilon \{\mathrm{OLS}, \mathrm{Box}-\mathrm{Cox}, \mathrm{WLS}\}$$

$$\mathrm{AMSE} = \frac{1}{5{,}000}\sum_{*=1}^{5{,}000}\mathrm{MSE}_{*}$$

โดยที่ $\hat{\mathrm{Y}}_{*\mathrm{i}}$ คือ ค่าประมาณของตัวแปรตามจากตัวที่ i วิธีที่ *

Y_{i}' คือ ค่าจริงของตัวแปรตามตัวที่ i

MSE_{*} คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของค่าประมาณตัวแปรตามวิธีที่ *

n คือ ขนาดตัวอย่าง

1.6.2 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (relative efficiency: RE) เป็นอัตราส่วนระหว่างค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยเฉลี่ยของวิธี OLS กับวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแต่ละวิธี ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้เลือกใช้วิธี OLS เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ เนื่องจากวิธี OLS เป็นวิธีประมาณค่าตัวแปรตามที่นิยมใช้มากที่สุด ซึ่งวิธีใดให้ค่า RE มากกว่า 1 แสดงว่ามีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี OLS โดยคำนวณได้จากสูตร

$$\mathrm{RE}^{*} = \frac{\mathrm{AMSE}_{\mathrm{OLS}}}{\mathrm{AMSE}_{*}} \; ; * \; \epsilon \{\mathrm{OLS}, \mathrm{Box}-\mathrm{Cox}, \mathrm{WLS}\}$$

โดยที่ AMSE_* แทน ค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างค่าจริงกับค่าประมาณของตัวแปรตามจากการทำซ้ำทั้งหมด 5,000 รอบ ของแต่ละวิธี ได้แก่ วิธี OLS วิธี WLS และวิธีการแปลงของ Box และ Cox

1.7 วิธีดำเนินการวิจัย

1.7.1 สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระ 2 ตัว ที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีอัตราส่วนของความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระทั้ง 2 ตัว ได้แก่ 1:2, 1:1 และ 2:1

1.7.2 สร้างค่าจริงของตัวแปรตามโดยใช้รูปแบบ

$$\mathrm{Y_i'} = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{X_{i1}} + \beta_2 \mathrm{X_{i2}} + \cdots + \beta_p \mathrm{X_{ip}} \; ; \mathrm{i} = 1,2,\ldots,\mathrm{n}$$

กำหนดให้ $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ เป็นพารามิเตอร์คงที่ กำหนดให้ $\beta_0 = 500, \beta_1 = 1$ และ $\beta_2 = 1$ และตัวแปรอิสระแต่ละตัวเป็นอิสระกัน

1.7.3 สร้างข้อมูลความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมา โดยที่ความแปรปรวนมีความสัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระที่หนึ่ง และอีกกรณี คือมีความสัมพันธ์กับค่าจริงของตัวแปรตามตามรูปแบบค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด และมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ n

1.7.4 สร้างข้อมูลค่าสังเกตของตัวแปรตาม ที่มีค่าความคลาดเคลื่อนตามรูปแบบที่กำหนด โดยใช้ตัวแบบเชิงเส้นที่มีความสัมพันธ์กันภายใต้การถดถอยเชิงเส้นพหุ

1.7.5 นำข้อมูลค่าสังเกตของตัวแปรตาม และค่าของตัวแปรอิสระแต่ละตัวที่ได้มาหาค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงพหุทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinal least square: OLS) วิธี weighted least square (WLS) และวิธีการแปลงแบบ Box และ Cox (Box-Cox transformations)

1.7.6 นำค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ได้มาสร้างสมการความถดถอยเชิงเส้นพหุ เพื่อหาค่าประมาณของตัวแปรตาม

1.7.7 คำนวณค่า AMSE และค่า RE จากวิธีการประมาณค่าแบบต่างๆ เพื่อนำมาใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าทั้ง 3 วิธี

1.7.8 สรุปผล

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.8.1 ทำให้สามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามของแต่ละวิธีที่อยู่ในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นจากรูปแบบต่างๆที่ความคลาดเคลื่อนมีค่าความแปรปรวนไม่คงที่ในแต่ละสถานการณ์ทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinal least square: OLS) วิธีการแปลงแบบ Box และ Cox (Box-Cox transformations) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนัก (weighted least square : WLS)

1.8.2 เพื่อทราบถึงผลกระทบจากความเบ้ของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล และการแจกแจงแกมมาในตัวแบบวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุภายใต้ค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนไม่คงที่

1.8.3 เพื่อนำเสนอแนวทางที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ของความแปรปรวนของความคลาด เคลื่อนไม่คงที่จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมาให้มีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีความถูกต้องมากขึ้น

1.8.4 เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับปัญหาที่เกิดขึ้นจากตัวแบบของการถดถอยเชิงเส้นพหุอันเนื่องมาจากค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ (heteroscedasticity) และค่าความคลาดเคลื่อนนั้นมีการแจกแจงแบบมีลักษณะเบ้ ได้แก่ การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมาได้ทำศึกษาเปรียบ เทียบวิธีการประมาณค่าทั้ง 3 แบบ ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square : OLS) วิธีการแปลงแบบ Box และ Cox (Box-Cox transformation) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนัก(weighted least square : WLS) ซึ่งมีทฤษฎีและงานวิจัยต่างๆที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

2.1 การวิเคราะห์ความถดถอย (Regression Analysis)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การวิเคราะห์การถดถอยเป็นเครื่องมือหนึ่งที่นิยมในการประยุกต์ใช้สำหรับอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระทั้งที่เป็นเชิงเส้นตรง(linear) และไม่ใช่เส้นตรง(nonlinear) ในสาขาวิชาการต่างๆ โดยความมุ่งหมายของการวิเคราะห์ก็เพื่อที่จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระต่างๆ (estimator) และทิศทางความสัมพันธ์สำหรับแบบจำลองของการวิจัย

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงพหุ (Multiple linear regression analysis) มีรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i; i = 1,2, \ldots, n$$

$$\tilde{Y} = X\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon} \quad \text{โดยที่}$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

ข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นพหุมีดังต่อไปนี้

2.1.1 ค่าความคลาดเคลื่อน (ε_i) ต้องมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และค่าความแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ^2 คือ ε_i (i.i.d.) $\sim N(0, \sigma^2)$ กล่าวคือ ε_i และ ε_j สำหรับ $i \neq j$ มีการแจกแจงที่เหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน ซึ่งทำให้ $COV(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ สำหรับ $i \neq j$

2.1.2 ค่าความคลาดเคลื่อน (ε_i) จะต้องมีการแจกแจงแบบปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 มีค่าความแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ^2 และเป็นอิสระต่อกัน ซึ่งในงานวิจัยชิ้นนี้จะศึกษาค่าความคลาดเคลื่อนในรูปการแจกแจงต่างๆดังต่อไปนี้

2.1.2.1 การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล และมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function) ดังนี้

$$f(x\,;\mu,\sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right], x > 0$$

เมื่อ $\sigma > 0$ และ $-\infty < \mu < \infty$ โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกล (scale parameter) และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง(shape parameter) ของการแจกแจงล็อกนอร์มอลโดยที่

ค่าเฉลี่ย $= \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$

ความแปรปรวน $= (\exp(\sigma^2) - 1)(\exp(2\mu + \sigma^2))$

ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $= (\exp(\sigma^2) + 2)\sqrt{\exp(\sigma^2) - 1}$

2.1.2.2 การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา แล้วฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function) อยู่ในรูป

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}\, x^{\alpha-1}e^{-x/\beta}\,, x > 0$$

เมื่อ $\alpha > 0$ และ $\beta > 0$ โดยที่ β เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกล (scale parameter) และ α เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (shape parameter) ของการแจกแจงแกมมา

ค่าเฉลี่ย $= \alpha\beta$
ความแปรปรวน $= \alpha\beta^2$
ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ $= \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$

2.2 ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ (Heteroscedasticity)

2.2.1 ผลกระทบจากการเกิดปัญหา heteroscedasticity

สุพล ดุรงค์วัฒนา (2549) ในตัวแบบความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตาม ในกรณีที่ข้อมูลตัวแปรตาม ณ ระดับต่างๆ ของตัวแปรอิสระมีความแปรปรวนไม่คงที่ จะส่งผลกระทบกับการวิเคราะห์ความถดถอยดังนี้

2.2.1.1 ตัวประมาณตัวแปรตามจะเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (unbiased) และคงเส้นคงวา (consistent)

2.2.1.2 ตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยและค่าประมาณตัวแปรตามที่ได้จากการประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square method) จะไม่เป็นตัว

ประมาณการเชิงเส้นตรงที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด (Best Linear Unbiased Estimators: BLUE) และเป็นตัวประมาณที่ไม่มีประสิทธิภาพ (inefficient)

2.2.1.3 ค่าประมาณของค่าความแปรปรวนของตัวประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยและค่าประมาณของความแปรปรวนร่วม (Covariance) ระหว่างสัมประสิทธิ์ความถดถอยจะเป็นค่าประมาณที่เอนเอียง (biased) และไม่คงเส้นคงวา (inconsistent) ดังนั้นทำให้การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติไม่ถูกต้อง (invalid)

2.2.2 การตรวจสอบการเกิดปัญหา heteroscedasticity

2.2.2.1 โดยการเขียนกราฟจะใช้กราฟคู่ลำดับ (Ordered Pairs) ของข้อมูลตัวแปรอิสระกับค่า residuals ; i = 1,2,...,n

2.2.2.2 โดยการเขียนกราฟระหว่าง residuals หรือกำลังสองของ residuals กับค่าประมาณของตัวแปรตามหรือตัวแปรอิสระ ถ้าพบว่าความแปรปรวนของค่า residuals มีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงตามค่าประมาณของตัวแปรตาม หรือค่าของตัวแปรอิสระที่เพิ่มขึ้น แสดงว่าเกิดปัญหา heteroscedasticity

2.2.3.3 โดยใช้วิธีการทดสอบทางสถิติ วิธีที่นิยมใช้มีทั้งหมด 3 วิธี

2.2.3.3.1 วิธีการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ Szroeter

2.2.3.3.2 วิธีการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ Breusch's และ Pagan's (BP)

2.2.3.3.3 วิธีการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ White's (W)

โดยที่สามารถเขียนสมมติฐานของการทดสอบดังนี้

$$H_0: V(\varepsilon_i) = \sigma^2;\ \forall i = 1,2,\dots,n$$

(H_0: ค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่)

$$H_a: V(\varepsilon_i) \neq \sigma^2;\ \exists i = 1,2,\dots,n$$

(H_a:ค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าไม่คงที่)

2.2.4 การแก้ไขปัญหาของค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนไม่คงที่

สุพล ดุรงค์วัฒนา (2549) กล่าวว่า ปัญหาของความคลาดเคลื่อนที่ไม่เป็นอิสระจากกัน และ ปัญหาความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ สามารถแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ เนื่องจากปัญหา 2 ปัญหาแรกดังกล่าว สามารถเก็บรวบรวมข้อมูลให้มากขึ้น ก็จะช่วยผ่อนเบาปัญหาดังกล่าวได้ ในขณะที่ปัญหาความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ ซึ่งการเพิ่มรายการข้อมูลหรือขนาดตัวอย่างไม่สามารถทำให้แก้ไขปัญหาค่าแปรปรวนไม่คงที่ได้ เพราะเป็นปัญหาซึ่งเกิดขึ้นจากความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตามโดยตรง และ พบว่ามีงานวิจัยจำนวนมาก ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ไขปัญหาความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ อาจมีผลทำให้ข้อมูลความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติได้

2.3 ความเบ้ (skewness)

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบ่งได้ 2 ลักษณะ (วรพรรณ ; 2556) คือ

2.3.1 ลักษณะแบบสมมาตร

การแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะสมมาตร จะเป็นข้อมูลที่เบี่ยงเบนจากค่ากลางไปในทางบวกและลบพอ ๆ กัน ข้อมูลที่มีลักษณะสมมาตรนั้น ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และฐานนิยมจะเท่ากัน เช่น การแจกแจงปกติ (normal distribution) และการแจกแจงเอกรูป (uniform distribution)

2.3.2 ลักษณะแบบไม่สมมาตร

เมื่อการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะไม่สมมาตร ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และฐานนิยมของตัวแปรสุ่มไม่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันทั้งหมด

2.3.2.1 ความหมายของความเบ้

ความเบ้ (skewness) คือ ความไม่สมมาตร (Dodge, 2003) ในที่นี้หมายถึงการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะไม่สมมาตร ซึ่งแบ่งได้เป็น 2 แบบได้แก่ การแจกแจงแบบเบ้ขวา (positive skewness หรือ right-skewness) และการแจกแจงแบบเบ้ซ้าย (negative skewness หรือ left- skewness)

ในกรณีที่การแจกแจงของตัวแปรสุ่มเป็นการแจกแจงแบบเบ้ขวา ลักษณะของเส้นโค้งด้านขวามีหางยาวกว่าด้านซ้าย การแจกแจงแบบนี้ค่าฐานนิยมจะน้อยที่สุด ตามด้วยค่ามัธยฐาน และค่าเฉลี่ยจะเป็นค่าที่มากที่สุด สำหรับการแจกแจงแบบเบ้ซ้ายลักษณะของเส้นโค้งด้านซ้ายมีหางยาวกว่าด้านขวา การแจกแจงแบบนี้ ค่าเฉลี่ยจะมีค่าน้อยที่สุดตามด้วยค่ามัธยฐาน และฐานนิยมจะเป็นค่าที่มากที่สุด

2.3.2.2 ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (coefficient of skewness)

สัมประสิทธิ์ความเบ้ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย γ เป็นค่าที่ใช้วัดความสมมาตรหรือความเบ้ (skewness) ของการแจกแจง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.3.2.2.1 ถ้าการแจกแจงไม่มีความเบ้ หรือมีความสมมาตร (symmetry) จะได้ค่า $\gamma = 0$

2.3.2.2.2 ถ้าการแจกแจงเบ้ขวา (right skewness) หรือเบ้บวก (positive skewness) จะได้ค่า $\gamma > 0$

2.3.2.2.3 ถ้าการแจกแจงเบ้ซ้าย (left skewness) หรือเบ้ลบ (negative skewness) จะได้ค่า $\gamma < 0$

การวัดความเบ้หรือหาค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ ของการแจกแจงนั้น จะพิจารณาจากค่าโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 3 โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ ของการแจกแจงของ X มีนิยามดังนี้

$$\gamma = \frac{\mathrm{E}[(\mathrm{X} - \mathrm{E}(\mathrm{X}))^3]}{(\mathrm{Var}(\mathrm{X}))^{3/2}}$$

ในกรณีที่ไม่ทราบค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ ของการแจกแจงของ X เราสามารถประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ ได้จากข้อมูลตัวอย่างโดยใช้ตัวประมาณโมเมนต์ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$\gamma = \frac{[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3/n\,]}{[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2/n\,]^{3/2}}$$

2.4 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square : OLS)

จากตัวแบบวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้น $\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$ จะได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อน คือ $\underline{\varepsilon} \sim N_n(0, \sigma^2 I_n)$ ซึ่งตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของ $\underline{\beta}$ คือ $\underline{\hat{\beta}}$ เป็นค่าประมาณของ $\underline{\beta}$ ที่ทำให้ผลรวมกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด ซึ่งมีค่า $\underline{\hat{\beta}} = (X^T X)^{-1} X^T \underline{Y}$ และมีเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณ $\underline{\hat{\beta}}$ คือ $COV(\underline{\hat{\beta}}) = \sigma^2 (X^T X)^{-1}$

ดังนั้น ผลรวมกำลังสองน้อยที่สุดของความคลาดเคลื่อนอยู่ในรูปแบบ

$$SSE(\underline{\hat{\beta}}) = (\underline{Y} - X\underline{\beta})^T (\underline{Y} - X\underline{\beta}) \quad (*)$$

ซึ่งจะหาผลรวมของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองที่มีค่าต่ำที่สุด และค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยพหุคูณหาได้จากการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของสมการที่ (*) แล้วให้เท่ากับศูนย์ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\beta}} SSE(\underline{\beta}) = -2X^T \underline{Y} - 2X^T X\underline{\hat{\beta}} = 0 \quad \text{ดังนั้น } X^T X\underline{\hat{\beta}} = X^T \underline{Y}$$

2.5 วิธีการแปลงของ Box และ Cox (Box-Cox transformation)

(Box 1964) ได้ใช้หลักการประเมินค่า power ที่ใช้ในการแปลงด้วยวิธีการแบบภาวะความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood) มีรูปแบบสมการดังนี้

$$Y^* = \frac{Y^{\lambda} - 1}{\lambda} \qquad \text{เมื่อ } \lambda \neq 0$$

$Y^* = \log(Y)$ เมื่อ $\lambda = 0$

2.5.1 ถ้าค่า $\lambda = 0$ จะได้ $Y^* = \log(Y)$ เป็นการแปลงโดยใช้ลอการิทึม (logarithm transformation)

2.5.2 ถ้าค่า $\lambda = \frac{1}{2}$ จะได้ $Y^* = \sqrt{Y}$ เป็นการแปลงโดยใช้รากที่สอง (square root transformation)

2.5.3 ถ้าค่า $\lambda = 1$ ไม่ต้องมีการแปลงข้อมูล

การคำนวณหาค่า λ ใช้การคำนวณโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood estimator) ซึ่งในแต่ละครั้ง จะคำนวณประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอย และค่าประมาณค่าความแปรปรวน ซึ่งถ้าค่า λ ใดที่ทำให้ค่าแปรปรวนต่ำที่สุด ค่า λ ตัวนั้นจะเป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood estimator) เมื่อได้ค่า λ แล้วจึงนำไปใช้ในสมการวิเคราะห์ความถดถอยตามปกติ ซึ่งจะมีผลทำให้ค่าประมาณตัวแปรตามมีคุณสมบัติ ได้แก่ ค่าตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบปกติมากขึ้น มีค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนมีความคงที่มากยิ่งขึ้น และทำให้เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของสัมประสิทธิ์การถดถอย

2.6 วิธี weighted least square (WLS)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ถดถอยแบบถ่วงน้ำหนัก เป็นเทคนิคการวิเคราะห์สมการถดถอยแบบถ่วงน้ำหนัก ใช้วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสร้างสมการพยากรณ์ที่เหมาะสม ซึ่งมีเงื่อนไขของการวิเคราะห์ถดถอยแบบถ่วงน้ำหนัก คือ ควรใช้เทคนิค Weighted Least Square (WLS) เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าไม่คงที่ หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนมีการกระจายมากขึ้นเมื่อค่าประมาณของตัวแปรตามมีค่ามากขึ้น (Carroll 1988)

ลักษณะของข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ คือ ตัวแปรตามและตัวแปรอิสระควรเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ (Interval หรือ Ratio) อาจมีตัวแปรอิสระบางตัวเป็นตัวแปรเชิงกลุ่มได้ แต่ต้องแปลงให้อยู่ในรูปตัวแปรหุ่น และตัวแปรที่นำมาคำนวณค่าน้ำหนักจะต้องเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ และมีความสัมพันธ์กับค่าความแปรปรวนของตัวแปรตาม

ทั้งนี้ weight estimation เป็นเทคนิคการวิเคราะห์ที่ให้ความสำคัญหรือให้น้ำหนักข้อมูลแต่ละค่าไม่เท่ากัน นั่นคือ จะให้น้ำหนักเป็น 1/variance หมายความว่า ข้อมูลที่มีความแปรปรวนสูงจะมีความสำคัญหรือมีน้ำหนักน้อยกว่าข้อมูลที่มีค่าความแปรปรวนต่ำ ซึ่งในงานวิจัยชิ้นนี้จะใช้ใช้เทคนิคการประมาณค่าความแปรปรวน หรือค่าน้ำหนักที่ได้จาก residuals (e_i^2) ของวิธี OLS โดยใช้ $|e_i|$ การประมาณค่า σ_i ในทางปฏิบัติสามารถใช้เทคนิคอื่นๆได้เช่นกัน

2.7 ค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Average Mean Squared Error)

ถ้า $\hat{Y}$ เป็นค่าประมาณของตัวแปรตาม และ Y' เป็นค่าจริง แล้วค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองจะเท่ากับ $MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i - Y_i')^2$ วิธีการประมาณค่าที่ดีจะมีค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อย

$$MSE_* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_{*i} - Y_i')^2 \; ; * \in \{OLS, Box-Cox, WLS\}$$

$$AMSE = \frac{1}{5{,}000}\sum_{*=1}^{5{,}000} MSE_*$$

โดยที่ $\hat{Y}_{*i}$ คือ ค่าประมาณของตัวแปรตามจากตัวที่ i วิธีที่ *

Y_i' คือ ค่าจริงของตัวแปรตามตัวที่ i

MSE_* คือ ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองของค่าประมาณตัวแปรตามจากการวิธีที่ *

n คือ ขนาดตัวอย่าง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.8 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency: RE)

ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์เป็นอัตราส่วนระหว่างค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธี OLS กับวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแต่ละวิธี ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้เลือกใช้วิธี OLS เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ เนื่องจากวิธี OLS เป็นวิธีประมาณค่าตัวแปรตามที่นิยมใช้มากที่สุด ซึ่งวิธีใดให้ค่า RE มากกว่า 1 แสดงว่ามีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี OLS โดยคำนวณได้จากสูตร

$$\mathrm{RE}^{*} = \frac{\mathrm{AMSE}_{\mathrm{OLS}}}{\mathrm{AMSE}_{*}} \quad ; * \in \{ \mathrm{OLS}, \mathrm{Box-Cox}, \mathrm{WLS} \}$$

โดยที่ AMSE_{*} แทน ค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างค่าจริงกับค่าพยากรณ์ของตัวแปรตามจากการทำซ้ำทั้งหมด 5,000 รอบ ของแต่ละวิธี ได้แก่ วิธี OLS วิธี WLS และ วิธีการแปลงของ Box และ Cox

2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยครั้งนี้ได้สนใจเกี่ยวกับปัญหาค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ซึ่งได้มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

อาเมมิยา (Amemiya , 1973) พิจารณาสมการถดถอยเมื่อความแปรปรวนของตัวแปรตามเป็นสัดส่วน กับกำลังสองของค่าคาดหวังของตัวแปรตามนั้น แล้วเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนักเทียบกับวิธีการแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด โดยที่ตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบต่างๆดังนี้ คือ การแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution) และการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) พบว่าทั้ง 2 วิธี มีประสิทธิภาพเท่าเทียมกัน เมื่อตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบแกมมา และ วิธีการแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิภาพมากกว่า เมื่อตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบปกติและการแจกแจงแบบล็อคนอร์มอล

วิธิตา (2547) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนไม่คงที่ 4 วิธี ได้แก่ วิธีแปลงข้อมูลและวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนัก 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักเมื่อทราบค่าน้ำหนัก วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักเมื่อไม่ทราบค่าน้ำหนักโดยแบ่งการประมาณค่าน้ำหนักออกเป็น 3 กลุ่ม และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักเมื่อไม่ทราบค่าน้ำหนักโดยออกเป็น 5 กลุ่ม ตามสาเหตุการเกิดปัญหาความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนไม่คงที่ 4 สาเหตุ ได้แก่ กรณีที่ใช้ค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มเป็นค่าสังเกต กรณีการสุ่มตัวอย่างแบบชั้นภูมิ กรณีข้อมูลภาคตัดขวาง และ กรณีตัวแบบการถดถอยเกี่ยวกับพฤติกรรมของมนุษย์ เกณฑ์ที่ใช้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนไม่คงที่ คือ ร้อยละของชุดข้อมูลที่ยอมรับสมมติฐานหลักว่าความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนคงที่ที่มีค่ามากที่สุด จากการศึกษาพบว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักเมื่อไม่ทราบค่าน้ำหนักแบ่งการประมาณค่าน้ำหนักออกเป็น 3 กลุ่มและ 5 กลุ่ม สามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนไม่คงที่ได้มากที่สุด วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักสามารถแก้ปัญหาได้ดีในกรณีข้อมูลภาคตัดขวางและกรณีตัวแบบการถดถอยเกี่ยวกับพฤติกรรมของมนุษย์ เมื่อตัวอย่างมีขนาดปานกลางและขนาดใหญ่ และสำหรับวิธีการแปลงข้อมูลสามารถแก้ไขปัญหาได้เพียงเล็กน้อย เมื่อเทียบกับวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

จิราวัลย์ และวรรณพร (2555) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาความแปรปรวนไม่คงที่ของความคลาดเคลื่อนในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักเมื่อทราบค่าน้ำหนัก และไม่ทราบค่าน้ำหนักจากข้อมูลที่แบ่งออกเป็น 2,3 และ 5 กลุ่ม เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา คือ ค่าร้อยละการยอมรับสมมติฐานว่างหลังการแก้ไขปัญหา เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีลักษณะไม่คงที่ตามค่าของตัวแปรอิสระในรูปแบบ $\mathrm{Var}(\epsilon_i) = x_i^{\delta};\ \delta = -0.4, -3.6, \ldots, 0.0, 0.4, \ldots, 4.0$ พบว่าทุกระดับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักเมื่อไม่ทราบค่าน้ำหนักจากข้อมูลที่แบ่งออกเป็น 3 และ 5 กลุ่มสามารถแก้ปัญหาได้ดี ในกรณีค่าของตัวแปรอิสระและรูปแบบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นอยู่ในระดับปานกลางถึงสูง ($1.6 < |\delta| \leq 4.0$) เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กถึงปานกลาง (n = 10,15,30)

พีรวัฒน์ (2555) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณสำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ โดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณในสถานการณ์ที่ค่าความแปรปรวนของข้อมูลขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปรอิสระและตัวแปรตามทั้งหมด 3 วิธีการ คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square; OLS) วิธีการแปลงของ Box และ Cox (Box-Cox Transformation) และวิธี Iteratively Reweighted Least Square (IRWLS) พบว่าโดยรวมพบว่าวิธี IRWLS เป็นวิธีที่ดีที่สุดเมื่อพิจารณาจากภาพรวม และสำหรับวิธี Box-Cox Transformation มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี OLS โดยเฉพาะในกรณีที่ค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนมีขนาดใหญ่และขึ้นกับตัวแปรอิสระ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยชิ้นนี้ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามสำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่และมาจากการแบบล็อกนอร์มอลและแกมมา โดยกำหนดให้ความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนที่สัมพันธ์กับตัวแปรอิสระหรือสัมพันธ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม 3 วิธีได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square: OLS) วิธีการแปลงของ Box-Cox (Box-Cox transformation) และวิธี weighted least square (WLS) โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยเฉลี่ย (average mean squared error : AMSE) ระหว่างค่าพยากรณ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (relative efficiency : RE) โดยจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation technique) โดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.15.3 แผนการจำลองข้อมูลและขั้นตอนในการวิจัยมีดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3.1 แผนการจำลองข้อมูล

3.1.1 ตัวแปรอิสระ 2 ตัว (X_1 และ X_2) มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และความแปรปรวนทั้งหมด 3 แบบดังต่อไปนี้

อัตราส่วนของ $\sigma_1^2 : \sigma_2^2$	σ_1^2	σ_2^2
1:2	300	600
1:1	450	450
2:1	600	300

3.1.2 ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมาโดยกำหนดให้มีค่าเฉลี่ย $\mu = 0$ และมีรูปแบบความแปรปรวน (σ^2) 2 รูปแบบดังต่อไปนี้

รูปแบบที่ 1: สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง (X_1) เท่านั้น

$\mathrm{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2|X_{i1}|^{\delta}$ โดยที่ $\sigma^2 > 0$, δ เป็นค่าพารามิเตอร์

รูปแบบที่ 2 : สัมพันธ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม

$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i; i = 1,2,\dots,n$ มีรูปแบบความสัมพันธ์ดังนี้

$\mathrm{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2\left|\beta_0 + \sum_{j=1}^{2}\beta_j X_{ij}\right|^{\delta} = \sigma^2|Y_i^*|^{\delta}$ โดยที่ $\sigma^2 > 0$, δ เป็นค่าพารามิเตอร์

โดยมาจากการกำหนด β_0 = 500 , β_1 =1 และ β_2 =1 ให้เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่ ค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมาโดยกำหนดให้สัมประสิทธิ์ความเบ้และมีพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

ความแปรปรวน (σ^2)	ระดับความเบ้	การแจกแจงล็อกนอร์มอล		การแจกแจงแกมมา	
		scale	shape	scale	shape
450	0.5	4.87	6.09	16	5.3
	1	4.24	3.18	4	10.61
	1.5	3.92	2.25	1.78	15.91
	2	3.72	1.81	1	21.21
900	0.5	5.22	6.09	16	7.5
	1	4.58	3.18	4	15
	1.5	4.26	2.25	1.78	22.5
	2	4.07	1.81	1	30
1800	0.5	5.56	6.09	16	10.61
	1	4.93	3.18	4	21.21
	1.5	4.61	2.25	1.78	31.82
	2	4.42	1.81	1	42.43

หมายเหตุ : ตัวเลขในตารางมาจากการปรับให้ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนให้มีค่าเป็นศูนย์

3.1.3 กำหนดพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับความแปรปรวนมีความคลาดเคลื่อนดังนี้

3.1.3.1 พารามิเตอร์ δ เป็นค่าที่ใช้ในการระบุระดับความสัมพันธ์ของค่าความคลาดเคลื่อนต่อตัวแปรอิสระหรือค่าจริงของตัวแปรตามแบบชี้กำลัง ได้แก่ 0,0.1,0.3 และ 0.5

3.1.3.2 พารามิเตอร์ σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน ได้แก่ 450, 900 และ 1800

3.1.4 ตัวแปรตามและตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันภายใต้การถดถอยเชิงเส้นพหุ (Multiple Linear Regression) ดังนี้

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i; i = 1,2,\dots,n$$

โดยที่ตัวแปรอิสระแต่ละตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน

3.1.5 ขนาดตัวอย่างมี 3 ระดับ ได้แก่ 25 , 50 และ 100

3.1.6 จำลองสถานการณ์แต่ละสถานการณ์ทั้งหมด 5000 รอบ

3.2 วิธีการดำเนินงานวิจัย

3.2.1 สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระให้มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนของตัวแปรอิสระทั้งสองตัวเป็นอัตราส่วนต่อกันทั้งหมด 3 แบบ ได้แก่ 1:2 , 1:1 และ 2:1 ที่มีขนาดตัวอย่าง n และไม่มีความสัมพันธ์กันดังตารางนี้

อัตราส่วนของ $\sigma_1^2 : \sigma_2^2$	σ_1^2	σ_2^2
1:2	300	600
1:1	450	450
2:1	600	300

3.2.2 สร้างข้อมูลจริงของตัวแปรตาม จากการกำหนด β_0 = 500 , β_1 =1 และ β_2 =1 ให้เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่

3.2.3 สร้างข้อมูลค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมา โดยให้มีความแปรปรวนที่สัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง หรือค่าจริงของตัวแปรตามตามรูปแบบที่กำหนด

3.2.4 สร้างข้อมูลค่าสังเกตของตัวแปรตาม โดยใช้สมการ

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i; i = 1,2,\dots,n$$

3.2.5 นำข้อมูลจากข้อที่ 3.2.4 และข้อมูลตัวแปรอิสระที่ได้จากการจำลองค่ามาหาค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นพหุ 3 วิธีได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square : OLS) , วิธีการแปลงของ Box และ Cox (Box-Cox transformation) และวิธี weighted Least Square (WLS) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.2.5.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square : OLS)

หลักการ คือ หาตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดที่ทำให้ผลบวกของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (sum squared error: SSE) ให้มีค่าน้อยที่สุด คือ $\underline{\hat{\beta}} = (X^T X)^{-1} X^T \underline{Y}$

3.2.5.2 วิธีการแปลง Box และ Cox (Box and Cox transformation) โดยคำนวณหาค่า λ ที่เหมาะสม ค่าดังกล่าวจะอยู่ในช่วง -3 ถึง 3 ซึ่งทำให้ได้ค่า log likelihood มากที่สุด และค่า λ คือ ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood Estimator)

$$\frac{Y_i^{\lambda}-1}{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i \quad \text{เมื่อ } \lambda \neq 0 \text{ ที่ i = 1,2,...,n}$$

$$\log(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i \quad \text{เมื่อ } \lambda = 0 \text{ ที่ i = 1,2,...,n}$$

แล้วหาค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจากนั้นทำการแปลงกลับด้วยรูปสมการ

$$(Y_i\lambda + 1)^{1/\lambda} = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i \quad \text{เมื่อ } \lambda \neq 0 \text{ ที่ i = 1,2,...,n}$$

$$\exp(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i \quad \text{เมื่อ } \lambda = 0 \text{ ที่ i = 1,2,...,n}$$

3.2.5.3 วิธี weighted least square (WLS)

นำค่า residual ที่ได้จากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) มาใช้เป็นค่าน้ำหนักในรูป $w = \frac{1}{1+|\text{residual}|}$ ในการประมาณค่าตัวแปรตามของวิธี WLS

3.2.6 นำค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากแต่ละวิธีหาค่าประมาณตัวแปรตาม

3.2.7 คำนวณค่า AMSE ของแต่ละวิธีการประมาณค่าโดยใช้การคำนวณค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยเฉลี่ยเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าของตัวแปรตามได้จาก

$$\text{MSE}_* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_{*i} - Y_i')^2 \; ; * \in \{\text{OLS}, \text{Box} - \text{Cox}, \text{WLS}\}$$

$$\text{AMSE} = \frac{1}{5{,}000}\sum_{*=1}^{5{,}000}\text{MSE}_*$$

โดยที่ $\hat{Y}_{*i}$ คือ ค่าประมาณของตัวแปรตามจากตัวที่ i วิธีที่ *

Y_i' คือ ค่าจริงของตัวแปรตามตัวที่ i

MSE_* คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองวิธีที่ *

n คือ ขนาดตัวอย่าง

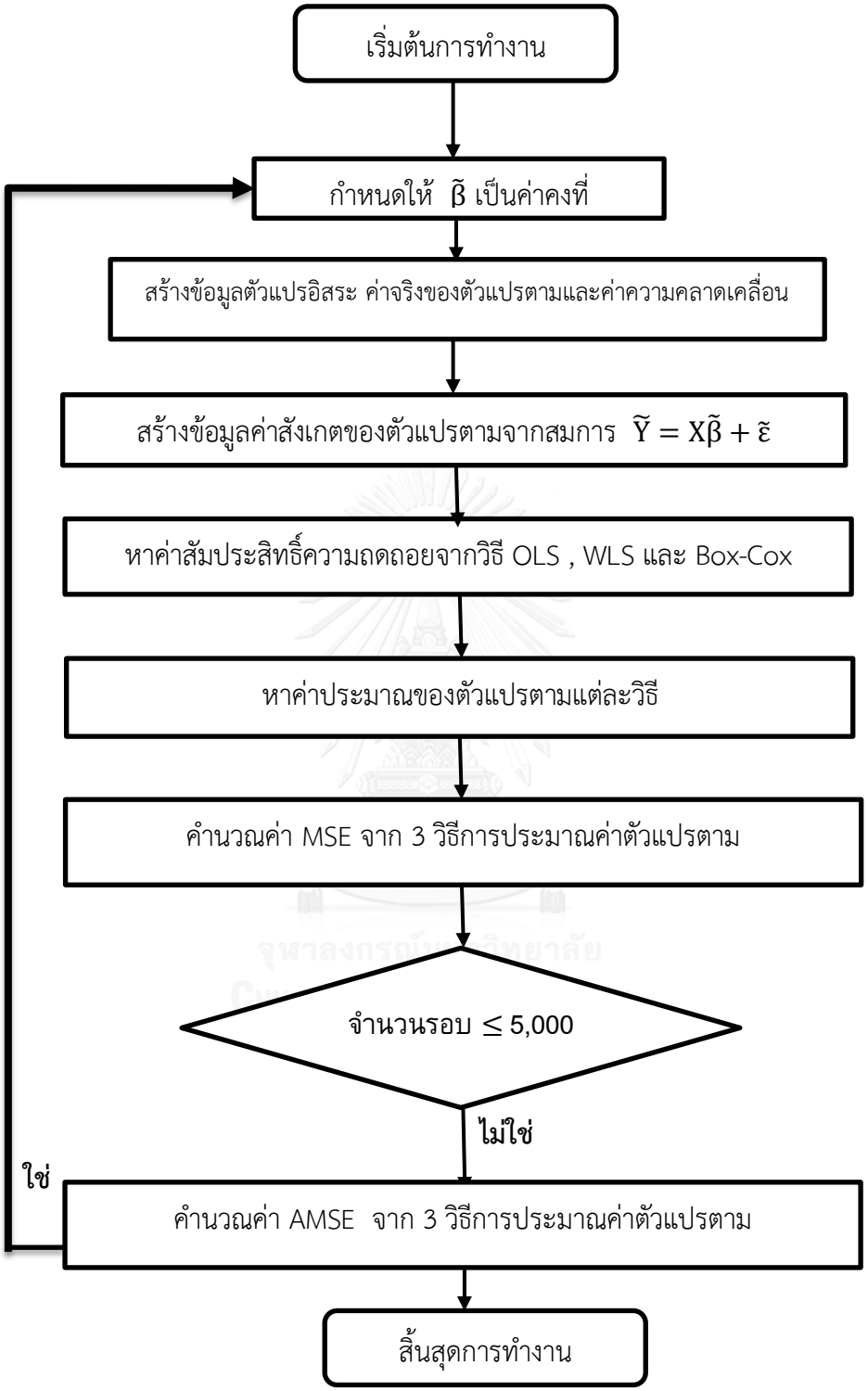
3.2.8 คำนวณค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency: RE) เป็นอัตราส่วนระหว่างค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ของวิธี OLS กับวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแต่ละวิธี เลือกใช้วิธี OLS เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ เนื่องจากวิธี OLS เป็นวิธีประมาณค่าตัวแปรตามที่นิยมใช้มากที่สุด วิธีใดให้ค่า RE มากกว่า 1 แสดงว่ามีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี OLS โดยคำนวณได้จากสูตร

$$\text{RE}^* = \frac{\text{AMSE}_{\text{OLS}}}{\text{AMSE}_*} \; ; * \in \{\text{OLS}, \text{Box} - \text{Cox}, \text{WLS}\}$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

โดยที่ $\mathbf{AMSE}_*$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองระหว่างค่าจริงกับค่าพยากรณ์ของตัวแปรตามจากการทำซ้ำทั้งหมด 5,000 รอบ ของแต่ละวิธี ได้แก่ วิธี OLS วิธี WLS และวิธีการแปลงของ Box และ Cox

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



แผนผังการเขียนโปรแกรม

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในงานวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามต่างๆ ทั้ง 3 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square: OLS) วิธีการแปลงของ Box และ Cox (Box-Cox Transformation) และวิธี weighted least square (WLS) โดยกำหนดให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ และกำหนดให้มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมา เกณฑ์การเปรียบเทียบเพื่อพิจารณาว่าวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามวิธีใดดีกว่า คือ ค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (average mean square error : AMSE) ระหว่างค่าประมาณกับค่าจริงของตัวแปรตาม และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (relative efficiency : RE)

โดยกำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ในงานวิจัยดังต่อไปนี้

σ_1^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง
σ_2^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของตัวแปรอิสระตัวที่สอง
n	แทน	ขนาดตัวอย่าง
σ^2	แทน	ระดับความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน
δ	แทน	พารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ของค่าความคลาดเคลื่อนต่อตัวแปรอิสระหรือค่าจริงของตัวแปรตามในรูปแบบชี้กำลัง
γ	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้
OLS	แทน	วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแบบ OLS
WLS	แทน	วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแบบ WLS
Box-Cox	แทน	วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามโดยการแปลงของ Box และ Cox
AMSE	แทน	ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยเฉลี่ย
RE	แทน	ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ เป็นอัตราส่วนระหว่างค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองโดยเฉลี่ยระหว่างค่าจริงกับค่าพยากรณ์ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) กับวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแต่ละวิธี

การอธิบายผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามทั้ง 3 วิธี จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ใช้การแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง คือ การแจกแจงแบบแกมมา และแบบล็อกนอร์มอล และในแต่ละการแจกแจงจะแบ่งตามลักษณะของการใช้รูปแบบความสัมพันธ์ที่ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ ได้แก่ ความสัมพันธ์ที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งและค่าจริงของตัวแปรตาม โดยแต่ละกรณีจะเรียงตามค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระทั้ง 2 ตัว ดังนี้

<u>ส่วนที่ 1</u> ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง X_1

(1) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 1:2 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 300 และσ_2^2 เท่ากับ 600 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

(2) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 1:1 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 450 และσ_2^2 เท่ากับ 450 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

(3) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 2:1 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 600 และσ_2^2 เท่ากับ 300 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>ส่วนที่ 2</u> ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับกับค่าจริงของตัวแปรตาม Y'

(1) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 1:2 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 300 และσ_2^2 เท่ากับ 600 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

(2) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 1:1 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 450 และσ_2^2 เท่ากับ 450 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

(3) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 2:1 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 600 และσ_2^2 เท่ากับ 300 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

<u>ส่วนที่ 3</u> ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง X_1

(1) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 1:2 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 300 และσ_2^2 เท่ากับ 600 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

(2) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 1:1 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 450 และσ_2^2 เท่ากับ 450 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

(3) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 2:1 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 600 และσ_2^2 เท่ากับ 300 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

<u>ส่วนที่ 4</u> ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม Y'

(1) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 1:2 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 300 และσ_2^2 เท่ากับ 600 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

(2) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 1:1 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 450 และσ_2^2 เท่ากับ 450 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

(3) อัตราส่วนของค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_2 ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2$) เท่ากับ 2:1 คือ มีค่า σ_1^2 เท่ากับ 600 และσ_2^2 เท่ากับ 300 เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ) เป็น 0.5,1,1.5 และ 2

4.1 ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง

ส่วนที่ 1.1 ตารางในผลการวิจัยแสดงผลค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง(AMSE) และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ตามส่วนที่ 1 ดังต่อไปนี้

ตารางที่	ค่า	รูปแบบความสัมพันธ์	ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ)	อัตราส่วน σ_1^2 กับ σ_2^2
4.1.1	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:2
4.1.2	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	1:2
4.1.3	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	1:2
4.1.4	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	1:2
4.1.5	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:2
4.1.6	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	1:2
4.1.7	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	1:2
4.1.8	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	1:2
4.1.9	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:1
4.1.10	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	1:1
4.1.11	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	1:1
4.1.12	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	1:1
4.1.13	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:1
4.1.14	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	1:1
4.1.15	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	1:1
4.1.16	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	1:1
4.1.17	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	2:1
4.1.18	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	2:1
4.1.19	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	2:1
4.1.20	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	2:1
4.1.21	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	2:1
4.1.22	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	2:1
4.1.23	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	2:1
4.1.24	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	2:1

ตารางที่ 4.1.1 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	300:600	25	450	OLS	53.31	91.11	280.01	973.63
				WLS	55.60	94.46	278.38	909.37
				Box-Cox	58.61	96.63	279.48	898.75
			900	OLS	106.78	182.44	560.49	1947.05
				WLS	111.31	189.08	557.60	1821.52
				Box-Cox	114.11	189.37	551.89	1791.76
			1800	OLS	213.76	366.10	1122.96	3751.27
				WLS	223.37	379.78	1115.45	3510.93
				Box-Cox	224.12	377.32	1094.08	3502.08
		50	450	OLS	27.51	45.43	143.65	476.53
				WLS	28.63	46.60	141.11	442.19
				Box-Cox	31.18	49.54	146.39	456.86
			900	OLS	54.43	91.22	288.07	950.89
				WLS	56.73	93.51	281.89	883.26
				Box-Cox	59.81	97.00	289.70	912.63
			1800	OLS	109.57	183.57	565.93	1893.62
				WLS	113.88	189.96	558.56	1760.88
				Box-Cox	118.34	195.51	575.58	1824.19
		100	450	OLS	13.41	22.77	73.09	244.39
				WLS	14.06	23.52	71.57	224.77
				Box-Cox	15.88	25.88	76.94	240.93
			900	OLS	27.14	45.84	145.84	483.73
				WLS	28.37	47.22	142.88	445.65
				Box-Cox	31.28	50.88	153.20	479.25
			1800	OLS	55.02	89.85	285.86	964.44
				WLS	57.17	92.52	280.70	890.31
				Box-Cox	62.27	101.42	304.12	964.36

ตารางที่ 4.1.2 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	300:600	25	450	OLS	54.65	91.30	275.28	943.99
				WLS	56.32	93.39	268.19	869.32
				Box-Cox	61.21	97.15	268.56	848.10
			900	OLS	108.97	182.67	580.93	1865.20
				WLS	111.45	185.38	567.53	1731.99
				Box-Cox	117.47	187.49	554.85	1706.70
			1800	OLS	215.50	359.44	1115.48	3820.60
				WLS	220.99	368.55	1088.46	3523.10
				Box-Cox	224.46	363.21	1060.34	3470.90
		50	450	OLS	27.12	45.98	143.70	491.19
				IRWLS	28.38	47.48	140.98	448.04
				Box-Cox	33.22	53.65	150.96	470.54
			900	OLS	52.66	93.73	284.43	962.44
				WLS	55.21	95.96	279.06	883.01
				Box-Cox	62.75	104.48	297.62	938.32
			1800	OLS	106.57	182.14	579.13	1968.16
				WLS	111.26	187.50	565.34	1811.16
				Box-Cox	123.60	203.72	607.52	1934.56
		100	450	OLS	13.57	22.79	71.04	244.62
				WLS	14.57	24.33	70.73	225.45
				Box-Cox	19.01	30.43	83.87	269.28
			900	OLS	27.19	46.84	143.23	500.79
				WLS	29.01	49.57	141.74	460.69
				Box-Cox	37.15	60.36	171.09	553.21
			1800	OLS	54.13	90.62	287.11	992.97
				WLS	57.88	95.43	284.71	914.28
				Box-Cox	73.70	120.87	351.02	1110.87

ตารางที่ 4.1.3 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	300:600	25	450	OLS	54.39	92.03	282.66	989.06
				WLS	54.34	90.78	266.06	864.99
				Box-Cox	62.02	98.28	264.99	820.73
			900	OLS	107.99	182.65	563.53	1940.90
				WLS	107.37	179.59	530.75	1719.57
				Box-Cox	114.60	184.66	517.56	1663.11
			1800	OLS	215.97	365.36	1127.01	3881.06
				WLS	214.72	359.30	1062.07	3441.55
				Box-Cox	218.85	362.69	1036.52	3378.21
		50	450	OLS	26.47	45.97	143.86	496.51
				WLS	27.80	47.07	139.91	442.34
				Box-Cox	35.61	57.12	153.68	469.15
			900	OLS	54.31	92.77	286.70	982.33
				WLS	56.11	95.58	276.23	876.15
				Box-Cox	68.70	110.34	304.83	955.96
			1800	OLS	108.29	185.83	579.88	2005.23
				WLS	111.43	190.64	559.94	1782.72
				Box-Cox	132.19	217.74	629.48	1963.40
		100	450	OLS	13.54	23.44	71.30	249.55
				WLS	15.21	25.68	72.21	228.00
				Box-Cox	22.79	36.99	95.91	295.41
			900	OLS	27.15	45.47	145.58	492.87
				WLS	29.96	49.90	146.00	454.66
				Box-Cox	45.22	70.51	197.94	618.56
			1800	OLS	54.51	91.45	286.07	983.13
				WLS	59.27	99.44	287.11	903.56
				Box-Cox	88.25	143.26	415.99	1267.06

ตารางที่ 4.1.4 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	300:600	25	450	OLS	51.80	90.07	291.91	959.23
				WLS	50.33	85.62	264.05	793.64
				Box-Cox	60.53	97.72	263.45	749.43
			900	OLS	108.67	178.85	534.82	1921.74
				WLS	103.58	171.55	485.50	1646.31
				Box-Cox	114.49	179.45	470.81	1532.38
			1800	OLS	217.07	378.72	1132.65	3813.50
				WLS	206.93	357.40	1021.63	3273.08
				Box-Cox	214.57	346.92	1014.09	3112.88
		50	450	OLS	26.95	43.72	148.41	488.35
				WLS	27.69	45.23	140.21	430.60
				Box-Cox	39.07	58.64	161.50	468.80
			900	OLS	53.77	90.51	286.55	979.85
				WLS	55.15	91.23	270.88	845.45
				Box-Cox	70.85	112.14	312.36	940.45
			1800	OLS	105.66	177.99	570.80	1993.10
				WLS	110.98	180.08	535.00	1708.15
				Box-Cox	138.46	213.64	638.41	1970.84
		100	450	OLS	13.65	21.96	73.24	251.69
				WLS	16.27	25.54	74.28	230.29
				Box-Cox	28.20	41.61	107.81	318.84
			900	OLS	27.17	46.17	143.69	504.81
				WLS	31.63	51.53	146.67	456.82
				Box-Cox	52.58	80.07	216.74	664.88
			1800	OLS	53.80	90.45	294.54	1004.03
				WLS	62.58	100.57	295.47	907.80
				Box-Cox	100.72	159.50	459.53	1419.81

ตารางที่ 4.1.5 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.959	0.965	1.006	1.071
				Box-Cox	0.910	0.943	1.002	1.083
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.959	0.965	1.005	1.069
				Box-Cox	0.936	0.963	1.016	1.087
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				IRWLS	0.957	0.964	1.007	1.068
				Box-Cox	0.954	0.970	1.026	1.071
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				IRWLS	0.961	0.975	1.018	1.078
				Box-Cox	0.882	0.917	0.981	1.043
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.960	0.976	1.022	1.077
				Box-Cox	0.910	0.940	0.994	1.042
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.962	0.966	1.013	1.075
				Box-Cox	0.926	0.939	0.983	1.038
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.954	0.968	1.021	1.087
				Box-Cox	0.844	0.880	0.950	1.014
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.957	0.971	1.021	1.085
				Box-Cox	0.868	0.901	0.952	1.009
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.962	0.971	1.018	1.083
				Box-Cox	0.884	0.886	0.940	1.000

ตารางที่ 4.1.6 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.970	0.978	1.026	1.086
				Box-Cox	0.893	0.940	1.025	1.113
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.978	0.985	1.024	1.077
				Box-Cox	0.928	0.974	1.047	1.093
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.975	0.975	1.025	1.084
				Box-Cox	0.960	0.990	1.052	1.101
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.955	0.968	1.019	1.096
				Box-Cox	0.817	0.857	0.952	1.044
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.954	0.977	1.019	1.090
				Box-Cox	0.839	0.897	0.956	1.026
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.958	0.971	1.024	1.087
				Box-Cox	0.862	0.894	0.953	1.017
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.932	0.937	1.004	1.085
				Box-Cox	0.714	0.749	0.847	0.908
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.937	0.945	1.011	1.087
				Box-Cox	0.732	0.776	0.837	0.905
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.935	0.950	1.008	1.086
				Box-Cox	0.734	0.750	0.818	0.894

ตารางที่ **4.1.7** แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.001	1.014	1.062	1.143
				Box-Cox	0.877	0.936	1.067	1.205
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.006	1.017	1.062	1.129
				Box-Cox	0.942	0.989	1.089	1.167
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.006	1.017	1.061	1.128
				Box-Cox	0.987	1.007	1.087	1.149
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.952	0.976	1.028	1.122
				Box-Cox	0.743	0.805	0.936	1.058
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.968	0.971	1.038	1.121
				Box-Cox	0.790	0.841	0.941	1.028
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.972	0.975	1.036	1.125
				Box-Cox	0.819	0.853	0.921	1.021
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.890	0.913	0.987	1.094
				Box-Cox	0.594	0.634	0.743	0.845
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.906	0.911	0.997	1.084
				Box-Cox	0.600	0.645	0.735	0.797
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.920	0.920	0.996	1.088
				Box-Cox	0.618	0.638	0.688	0.776

ตารางที่ 4.1.8 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.029	1.052	1.106	1.209
				Box-Cox	0.856	0.922	1.108	1.280
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.049	1.043	1.102	1.167
				Box-Cox	0.949	0.997	1.136	1.254
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.049	1.060	1.109	1.165
				Box-Cox	1.012	1.092	1.117	1.225
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.973	0.967	1.059	1.134
				Box-Cox	0.690	0.746	0.919	1.042
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.975	0.992	1.058	1.159
				Box-Cox	0.759	0.807	0.917	1.042
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.952	0.988	1.067	1.167
				Box-Cox	0.763	0.833	0.894	1.011
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.839	0.860	0.986	1.093
				Box-Cox	0.484	0.528	0.679	0.789
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.859	0.896	0.980	1.105
				Box-Cox	0.517	0.577	0.663	0.759
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.860	0.899	0.997	1.106
				Box-Cox	0.534	0.567	0.641	0.707

ตารางที่ 4.1.9 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	450:450	25	450	OLS	53.79	94.67	319.86	1168.72
				WLS	55.83	97.79	317.17	1095.16
				Box-Cox	58.80	100.49	317.61	1071.14
			900	OLS	109.19	190.23	645.64	2303.55
				WLS	113.20	197.07	639.35	2164.27
				Box-Cox	116.19	197.65	632.32	2113.34
			1800	OLS	215.16	377.97	1280.13	4526.17
				IRWLS	224.72	393.13	1267.86	4266.47
				Box-Cox	226.41	389.08	1243.46	4203.53
		50	450	OLS	27.51	47.31	162.23	583.63
				WLS	28.63	48.53	159.37	541.83
				Box-Cox	31.20	51.43	164.53	559.06
			900	OLS	54.27	94.55	326.01	1191.08
				WLS	56.47	97.39	319.64	1102.18
				Box-Cox	59.73	100.30	328.50	1139.83
			1800	OLS	107.76	187.72	657.38	2260.97
				WLS	111.35	194.22	646.04	2098.88
				Box-Cox	116.54	199.12	663.34	2174.15
		100	450	OLS	13.56	23.84	82.74	296.27
				WLS	14.24	24.68	80.91	271.74
				Box-Cox	16.01	26.91	86.81	291.84
			900	OLS	27.50	47.55	165.78	600.08
				WLS	28.82	49.19	161.99	551.54
				Box-Cox	31.64	52.58	174.03	597.06
			1800	OLS	54.10	96.00	319.67	1185.39
				WLS	56.34	98.78	314.86	1092.49
				Box-Cox	61.49	106.74	341.88	1174.93

ตารางที่ 4.1.10 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมาโดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามเมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	450:450	25	450	OLS	54.36	94.08	319.34	1148.47
				WLS	55.73	95.37	309.91	1053.37
				Box-Cox	60.72	100.00	309.15	1041.53
			900	OLS	108.16	188.22	638.28	2296.97
				WLS	111.04	190.69	620.04	2112.30
				Box-Cox	116.30	192.61	609.71	2095.82
			1800	OLS	215.30	384.44	1254.41	4675.49
				WLS	222.07	388.85	1223.45	4274.40
				Box-Cox	224.81	390.40	1196.72	4221.35
		50	450	OLS	27.21	47.71	157.73	589.45
				WLS	28.23	49.03	154.86	537.22
				Box-Cox	33.24	55.44	164.66	564.44
			900	OLS	53.52	95.46	327.77	1199.22
				WLS	56.31	98.07	320.07	1106.31
				Box-Cox	63.57	106.31	340.93	1173.24
			1800	OLS	110.19	187.94	659.23	2347.02
				WLS	114.08	193.26	647.30	2164.36
				Box-Cox	126.68	210.57	689.22	2339.64
		100	450	OLS	13.62	24.38	80.90	307.27
				WLS	14.62	25.95	80.12	282.52
				Box-Cox	19.03	31.73	93.88	332.99
			900	OLS	27.31	47.45	161.87	596.67
				WLS	29.39	49.89	159.67	550.60
				Box-Cox	36.86	61.24	192.98	663.22
			1800	OLS	54.01	94.05	325.44	1217.03
				WLS	57.37	99.26	320.56	1126.45
				Box-Cox	72.74	124.59	399.24	1367.29

ตารางที่ **4.1.11** แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	450:450	25	450	OLS	54.04	94.87	319.61	1171.20
				WLS	54.27	93.70	302.51	1039.69
				Box-Cox	61.39	101.71	299.21	988.02
			900	OLS	108.08	189.74	639.22	2342.37
				WLS	108.54	187.39	605.38	2081.75
				Box-Cox	116.21	193.55	586.64	1984.61
			1800	OLS	215.69	380.37	1279.97	4650.08
				WLS	216.55	375.11	1212.56	4147.82
				Box-Cox	222.10	377.70	1179.18	4040.73
		50	450	OLS	27.25	46.88	160.19	598.50
				WLS	28.35	48.46	155.84	533.56
				Box-Cox	36.36	58.69	172.22	571.74
			900	OLS	54.49	93.76	320.37	1196.99
				WLS	56.47	96.59	311.41	1068.75
				Box-Cox	69.48	112.45	344.75	1169.12
			1800	OLS	109.03	189.60	648.06	2384.07
				WLS	112.27	194.22	628.54	2130.40
				Box-Cox	133.97	225.53	715.61	2401.04
		100	450	OLS	13.43	24.12	81.84	301.33
				WLS	15.34	26.47	82.19	276.74
				Box-Cox	22.84	37.18	106.42	359.80
			900	OLS	26.95	47.43	165.41	600.33
				WLS	30.26	51.78	165.22	553.46
				Box-Cox	45.31	71.88	220.42	752.63
			1800	OLS	53.62	94.93	329.28	1190.47
				WLS	59.72	102.59	328.04	1097.77
				Box-Cox	88.77	146.90	468.31	1556.62

ตารางที่ 4.1.12 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	450:450	25	450	OLS	53.78	95.02	320.06	1177.85
				WLS	51.99	91.67	289.55	1002.91
				Box-Cox	62.05	101.85	284.43	935.80
			900	OLS	110.53	185.20	634.21	2350.06
				WLS	105.28	177.65	577.35	1990.24
				Box-Cox	116.04	182.48	557.02	1871.96
			1800	OLS	218.00	389.90	1291.01	4667.04
				WLS	208.95	369.29	1174.12	4016.52
				Box-Cox	215.87	359.65	1130.02	3871.50
		50	450	OLS	26.97	47.83	165.54	606.70
				WLS	28.04	48.52	155.25	529.77
				Box-Cox	39.02	62.25	175.99	575.64
			900	OLS	52.93	94.14	322.03	1205.63
				WLS	55.48	95.31	304.60	1052.98
				Box-Cox	73.09	115.26	349.37	1189.25
			1800	OLS	105.63	188.31	645.31	2422.53
				WLS	110.28	190.07	608.96	2114.88
				Box-Cox	138.23	227.87	721.28	2475.20
		100	450	OLS	13.73	24.16	82.41	297.44
				WLS	16.12	28.18	84.05	277.43
				Box-Cox	27.85	43.97	115.77	394.04
			900	OLS	27.16	48.77	164.49	621.98
				WLS	31.84	56.13	165.75	569.14
				Box-Cox	54.21	84.50	237.96	836.26
			1800	OLS	54.80	97.32	328.40	1249.44
				WLS	63.00	110.42	328.10	1137.30
				Box-Cox	102.59	169.06	511.88	1773.26

ตารางที่ 4.1.13 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.964	0.968	1.008	1.067
				Box-Cox	0.915	0.942	1.007	1.091
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.965	0.965	1.010	1.064
				Box-Cox	0.940	0.962	1.021	1.090
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.957	0.961	1.010	1.061
				Box-Cox	0.950	0.971	1.029	1.077
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.975	1.018	1.077
				Box-Cox	0.882	0.920	0.986	1.044
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.971	1.020	1.081
				Box-Cox	0.909	0.943	0.992	1.045
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.968	0.967	1.018	1.077
				Box-Cox	0.925	0.943	0.991	1.040
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.953	0.966	1.023	1.090
				Box-Cox	0.847	0.886	0.953	1.015
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.954	0.967	1.023	1.088
				Box-Cox	0.869	0.904	0.953	1.005
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.960	0.972	1.015	1.085
				Box-Cox	0.880	0.899	0.935	1.009

ตารางที่ 4.1.14 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.975	0.986	1.030	1.090
				Box-Cox	0.895	0.941	1.033	1.103
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.974	0.987	1.029	1.087
				Box-Cox	0.930	0.977	1.047	1.096
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.969	0.989	1.025	1.094
				Box-Cox	0.958	0.985	1.048	1.108
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.964	0.973	1.019	1.097
				Box-Cox	0.818	0.861	0.958	1.044
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.951	0.973	1.024	1.084
				Box-Cox	0.842	0.898	0.961	1.022
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.966	0.972	1.018	1.084
				Box-Cox	0.870	0.893	0.956	1.003
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.932	0.940	1.010	1.088
				Box-Cox	0.716	0.768	0.862	0.923
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.929	0.951	1.014	1.084
				Box-Cox	0.741	0.775	0.839	0.900
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.941	0.948	1.015	1.080
				Box-Cox	0.743	0.755	0.815	0.890

ตารางที่ 4.1.15 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.996	1.012	1.057	1.126
				Box-Cox	0.880	0.933	1.068	1.185
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.996	1.013	1.056	1.125
				Box-Cox	0.930	0.980	1.090	1.180
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.996	1.014	1.056	1.121
				Box-Cox	0.971	1.007	1.085	1.151
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.967	1.028	1.122
				Box-Cox	0.749	0.799	0.930	1.047
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.965	0.971	1.029	1.120
				Box-Cox	0.784	0.834	0.929	1.024
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.971	0.976	1.031	1.119
				Box-Cox	0.814	0.841	0.906	0.993
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.876	0.911	0.996	1.089
				Box-Cox	0.588	0.649	0.769	0.837
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.891	0.916	1.001	1.085
				Box-Cox	0.595	0.660	0.750	0.798
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.898	0.925	1.004	1.084
				Box-Cox	0.604	0.646	0.703	0.765

ตารางที่ 4.1.16 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.034	1.037	1.105	1.174
				Box-Cox	0.867	0.933	1.125	1.259
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.050	1.042	1.098	1.181
				Box-Cox	0.953	1.015	1.139	1.255
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.043	1.056	1.100	1.162
				Box-Cox	1.010	1.084	1.142	1.205
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.962	0.986	1.066	1.145
				Box-Cox	0.691	0.768	0.941	1.054
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.954	0.988	1.057	1.145
				Box-Cox	0.724	0.817	0.922	1.014
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.958	0.991	1.060	1.145
				Box-Cox	0.764	0.826	0.895	0.979
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.851	0.857	0.980	1.072
				Box-Cox	0.493	0.549	0.712	0.755
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.853	0.869	0.992	1.093
				Box-Cox	0.501	0.577	0.691	0.744
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.870	0.881	1.001	1.099
				Box-Cox	0.534	0.576	0.642	0.705

ตารางที่ 4.1.17 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	600:300	25	450	OLS	53.32	97.64	344.72	1375.19
				WLS	55.61	101.23	342.85	1285.82
				Box-Cox	58.43	103.16	341.80	1266.54
			900	OLS	109.38	196.02	695.59	2642.01
				WLS	113.40	202.75	688.24	2486.09
				Box-Cox	116.11	203.23	681.47	2436.73
			1800	OLS	216.86	388.76	1379.17	5070.68
				WLS	226.60	400.56	1370.22	4778.61
				Box-Cox	227.50	398.51	1337.21	4711.17
		50	450	OLS	26.95	48.90	175.33	671.21
				WLS	28.29	50.62	171.94	620.88
				Box-Cox	30.65	53.06	178.55	639.00
			900	OLS	55.02	99.02	353.43	1371.44
				WLS	56.94	102.12	345.94	1274.41
				Box-Cox	60.02	105.26	353.41	1312.59
			1800	OLS	109.16	194.65	709.12	2592.66
				WLS	113.20	201.80	697.33	2411.60
				Box-Cox	117.99	207.61	714.07	2495.27
		100	450	OLS	13.54	24.49	88.21	354.34
				WLS	14.12	25.38	86.68	327.35
				Box-Cox	15.91	27.69	92.49	349.55
			900	OLS	27.50	49.17	177.00	692.33
				WLS	28.61	50.95	173.43	637.45
				Box-Cox	31.49	54.24	185.47	690.17
			1800	OLS	54.11	98.41	355.95	1330.90
				WLS	56.20	101.96	348.68	1219.47
				Box-Cox	61.48	110.53	375.49	1315.48

ตารางที่ **4.1.18** แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	600:300	25	450	OLS	54.03	97.62	344.60	1351.87
				WLS	55.38	99.46	334.00	1245.40
				Box-Cox	60.38	102.54	331.62	1214.30
			900	OLS	107.77	190.45	706.19	2709.23
				WLS	111.07	194.10	687.95	2517.10
				Box-Cox	115.45	196.59	675.56	2460.35
			1800	OLS	214.89	387.77	1390.31	5362.29
				WLS	219.99	394.79	1343.53	4931.67
				Box-Cox	224.00	392.53	1321.02	4894.40
		50	450	OLS	27.74	49.90	172.95	670.26
				WLS	28.74	51.71	170.10	614.49
				Box-Cox	33.86	57.26	177.96	650.72
			900	OLS	55.04	98.21	348.20	1351.07
				WLS	57.11	101.44	342.30	1238.36
				Box-Cox	64.55	109.30	360.51	1331.06
			1800	OLS	106.13	196.51	708.45	2753.57
				WLS	110.50	202.05	689.39	2544.84
				Box-Cox	124.06	217.99	745.01	2741.32
		100	450	OLS	13.55	23.94	88.39	345.74
				WLS	14.63	25.40	87.24	318.03
				Box-Cox	18.83	31.52	100.90	373.10
			900	OLS	27.42	50.23	177.41	681.10
				WLS	29.09	52.69	177.30	631.62
				Box-Cox	37.20	64.05	214.14	770.01
			1800	OLS	55.10	96.09	352.79	1308.18
				WLS	58.27	100.45	348.66	1213.66
				Box-Cox	73.89	126.67	443.10	1529.03

ตารางที่ 4.1.19 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	600:300	25	450	OLS	53.44	100.00	345.89	1363.44
				WLS	53.70	98.88	327.42	1205.97
				Box-Cox	60.95	106.80	318.74	1149.89
			900	OLS	106.36	195.49	688.02	2732.31
				WLS	106.00	193.17	654.84	2448.37
				Box-Cox	114.84	194.24	624.66	2346.30
			1800	OLS	220.88	395.86	1402.24	5342.62
				WLS	220.01	387.52	1329.00	4781.78
				Box-Cox	223.33	386.63	1293.62	4754.09
		50	450	OLS	26.53	49.55	174.96	681.25
				WLS	28.00	51.55	168.38	614.56
				Box-Cox	35.80	60.73	183.63	671.71
			900	OLS	53.80	99.21	354.16	1403.90
				WLS	55.92	101.77	343.14	1257.76
				Box-Cox	68.40	116.22	371.99	1380.88
			1800	OLS	106.29	198.56	698.95	2720.51
				WLS	110.68	204.89	669.19	2450.00
				Box-Cox	132.84	233.67	761.44	2810.30
		100	450	OLS	13.56	24.76	87.75	353.81
				WLS	15.22	27.10	88.84	323.01
				Box-Cox	22.79	38.07	113.73	416.23
			900	OLS	27.09	50.20	175.20	701.95
				WLS	30.08	54.36	176.18	642.62
				Box-Cox	45.02	74.55	236.43	868.78
			1800	OLS	54.56	101.14	352.95	1369.55
				WLS	59.88	107.48	353.07	1261.11
				Box-Cox	88.38	151.16	508.17	1774.85

ตารางที่ 4.1.20 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	600:300	25	450	OLS	53.33	97.21	349.85	1404.62
				WLS	51.20	91.86	314.25	1176.47
				Box-Cox	61.19	103.14	310.72	1074.48
			900	OLS	109.13	192.27	697.39	2697.90
				WLS	103.09	182.85	629.59	2302.11
				Box-Cox	116.33	189.42	602.83	2139.70
			1800	OLS	211.48	387.03	1358.87	5326.50
				WLS	205.56	366.08	1234.42	4587.95
				Box-Cox	213.20	361.74	1188.10	4439.76
		50	450	OLS	27.94	48.67	176.10	704.86
				WLS	28.64	49.25	168.89	617.41
				Box-Cox	39.82	63.92	190.52	660.58
			900	OLS	54.45	98.34	354.45	1367.20
				WLS	55.99	99.03	336.91	1196.29
				Box-Cox	74.10	119.42	376.86	1347.10
			1800	OLS	106.60	198.44	692.22	2689.53
				WLS	109.49	199.59	659.49	2368.38
				Box-Cox	136.70	240.43	779.77	2801.19
		100	450	OLS	13.63	24.69	91.31	347.88
				WLS	16.21	28.24	92.57	319.36
				Box-Cox	27.25	44.26	126.55	445.11
			900	OLS	27.68	49.20	174.49	698.84
				WLS	32.11	56.04	176.73	644.37
				Box-Cox	53.32	84.96	256.13	960.30
			1800	OLS	52.93	98.55	349.69	1360.97
				WLS	60.60	110.14	355.75	1243.55
				Box-Cox	99.76	171.92	565.43	1991.77

ตารางที่ 4.1.21 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมาโดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามเมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $\mathbf{X_1}$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $\mathbf{X_1}$ และ $\mathbf{X_2}$ เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.959	0.965	1.005	1.070
				Box-Cox	0.912	0.946	1.009	1.086
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.965	0.967	1.011	1.063
				Box-Cox	0.942	0.964	1.021	1.084
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.957	0.971	1.007	1.061
				Box-Cox	0.953	0.976	1.031	1.076
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.953	0.966	1.020	1.081
				Box-Cox	0.879	0.922	0.982	1.050
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.966	0.970	1.022	1.076
				Box-Cox	0.917	0.941	1.000	1.045
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.964	0.965	1.017	1.075
				Box-Cox	0.925	0.938	0.993	1.039
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.959	0.965	1.018	1.082
				Box-Cox	0.851	0.884	0.954	1.014
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.965	1.021	1.086
				Box-Cox	0.873	0.906	0.954	1.003
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.963	0.965	1.021	1.091
				Box-Cox	0.880	0.890	0.948	1.012

ตารางที่ 4.1.22 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.976	0.981	1.032	1.085
				Box-Cox	0.895	0.952	1.039	1.113
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.970	0.981	1.027	1.076
				Box-Cox	0.933	0.969	1.045	1.101
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.977	0.982	1.035	1.087
				Box-Cox	0.959	0.988	1.052	1.096
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.965	0.965	1.017	1.091
				Box-Cox	0.819	0.871	0.972	1.030
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.964	0.968	1.017	1.091
				Box-Cox	0.853	0.898	0.966	1.015
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.973	1.028	1.082
				Box-Cox	0.856	0.901	0.951	1.004
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.926	0.942	1.013	1.087
				Box-Cox	0.720	0.759	0.876	0.927
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.943	0.953	1.001	1.078
				Box-Cox	0.737	0.784	0.829	0.885
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.946	0.957	1.012	1.078
				Box-Cox	0.746	0.759	0.796	0.856

ตารางที่ 4.1.23 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.995	1.011	1.056	1.131
				Box-Cox	0.877	0.936	1.085	1.186
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.003	1.012	1.051	1.116
				Box-Cox	0.926	1.006	1.101	1.165
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.004	1.022	1.055	1.117
				Box-Cox	0.989	1.024	1.084	1.124
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.948	0.961	1.039	1.109
				Box-Cox	0.741	0.816	0.953	1.014
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.962	0.975	1.032	1.116
				Box-Cox	0.787	0.854	0.952	1.017
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.960	0.969	1.044	1.110
				Box-Cox	0.800	0.850	0.918	0.968
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.891	0.914	0.988	1.095
				Box-Cox	0.595	0.651	0.771	0.850
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.901	0.924	0.994	1.092
				Box-Cox	0.602	0.673	0.741	0.808
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.911	0.941	1.000	1.086
				Box-Cox	0.617	0.669	0.695	0.772

ตารางที่ **4.1.24** แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

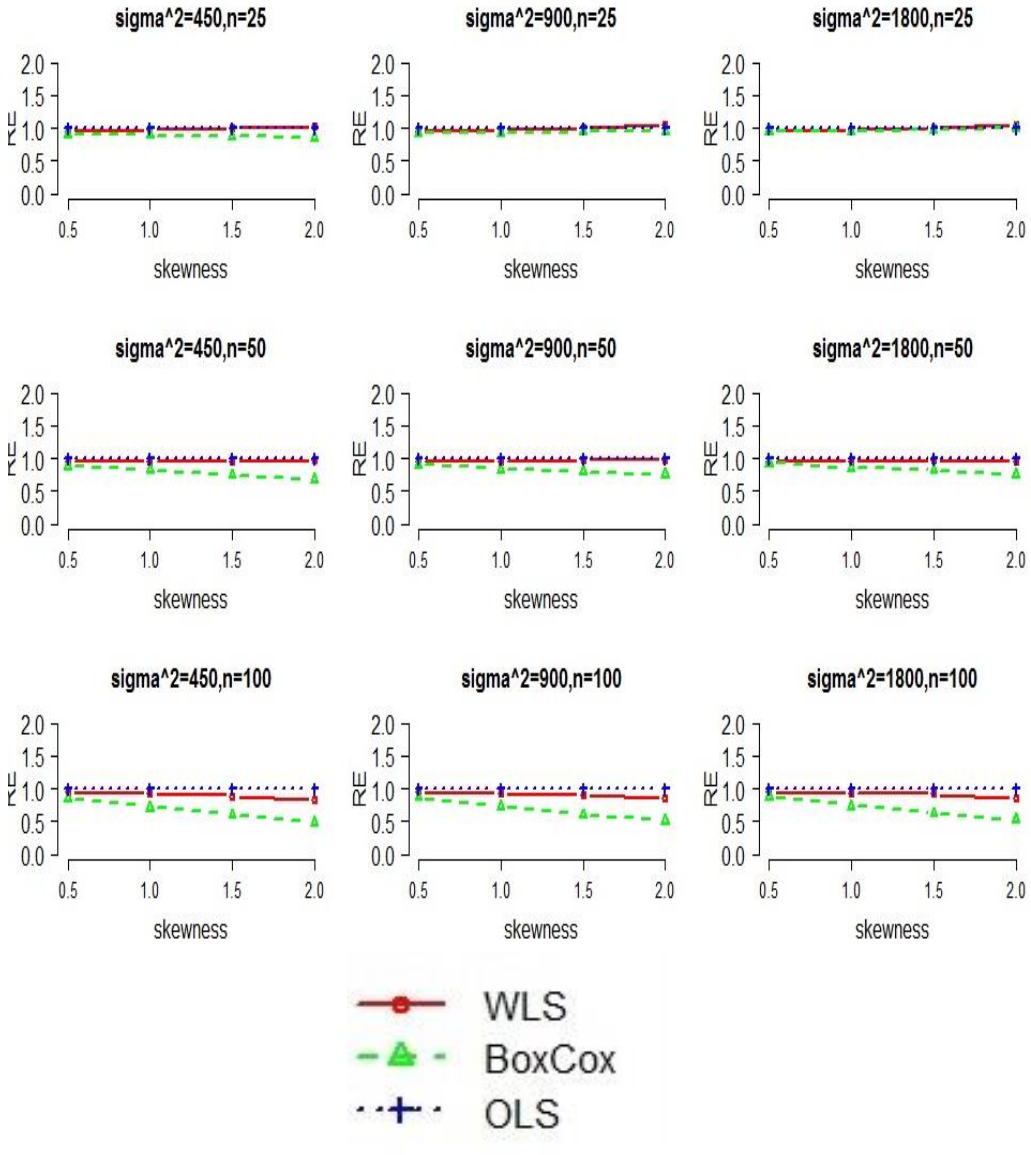
γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.042	1.058	1.113	1.194
				Box-Cox	0.871	0.943	1.126	1.307
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.059	1.051	1.108	1.172
				Box-Cox	0.938	1.015	1.157	1.261
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.029	1.057	1.101	1.161
				Box-Cox	0.992	1.070	1.144	1.200
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.976	0.988	1.043	1.142
				Box-Cox	0.702	0.761	0.924	1.067
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.972	0.993	1.052	1.143
				Box-Cox	0.735	0.824	0.941	1.015
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.974	0.994	1.050	1.136
				Box-Cox	0.780	0.825	0.888	0.960
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.841	0.874	0.986	1.089
				Box-Cox	0.500	0.558	0.722	0.782
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.862	0.878	0.987	1.085
				Box-Cox	0.519	0.579	0.681	0.728
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.873	0.895	0.983	1.094
				Box-Cox	0.531	0.573	0.618	0.683

ส่วนที่ 1.2 ภาพที่ 4.1.1 - 4.1.12 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแต่ละวิธี เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งตามระดับพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ของค่าความคลาดเคลื่อนต่อตัวแปรอิสระ ในรูปแบบชี้กำลัง (δ)

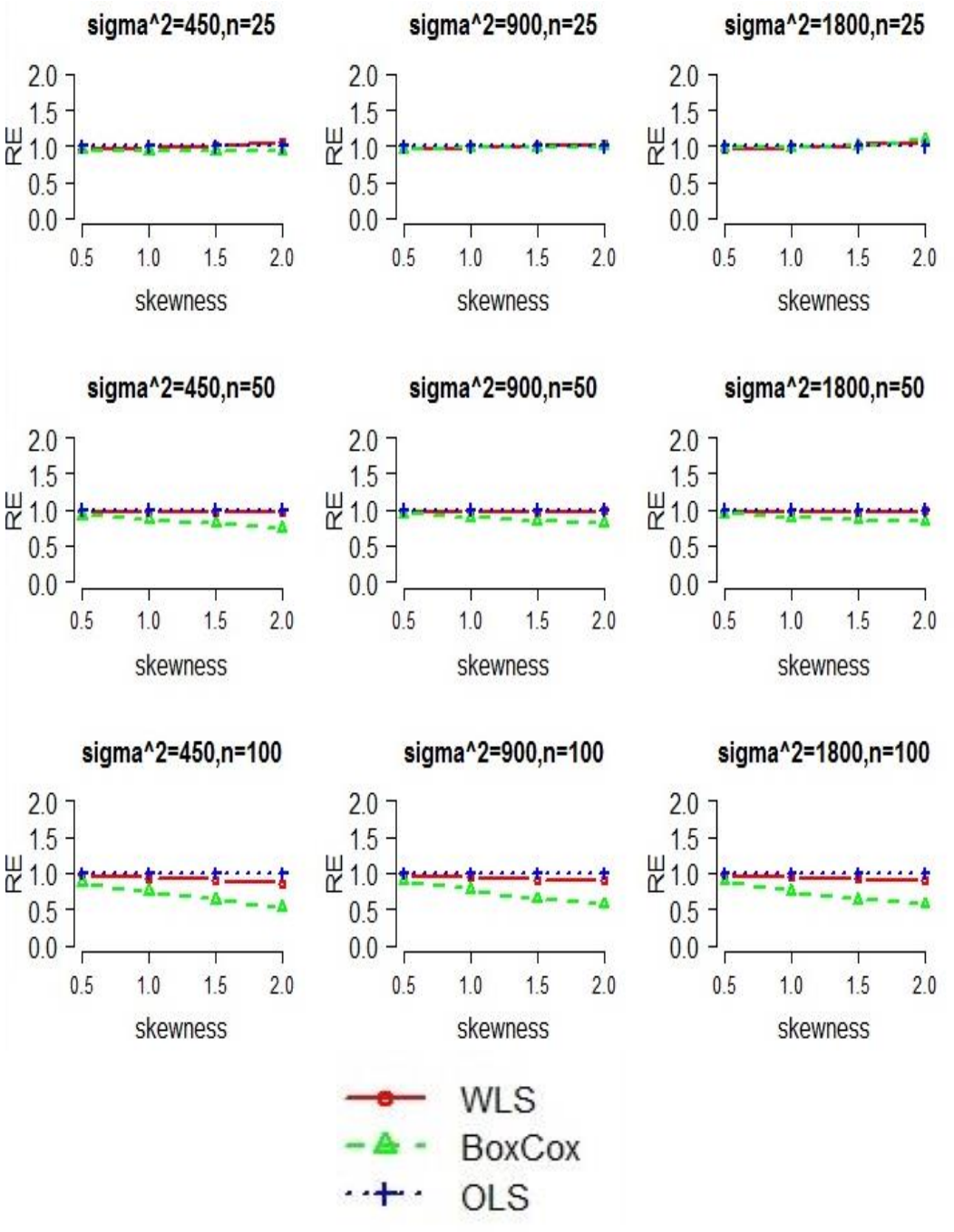
ภาพที่	ค่า	รูปแบบความสัมพันธ์	ระดับ δ	อัตราส่วน σ_1^2 กับ σ_2^2
4.1.1	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0	1:2
4.1.2	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.1	1:2
4.1.3	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.3	1:2
4.1.4	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:2
4.1.5	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0	1:1
4.1.6	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.1	1:1
4.1.7	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.3	1:1
4.1.8	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:1
4.1.9	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0	2:1
4.1.10	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.1	2:1
4.1.11	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.3	2:1
4.1.12	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	2:1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

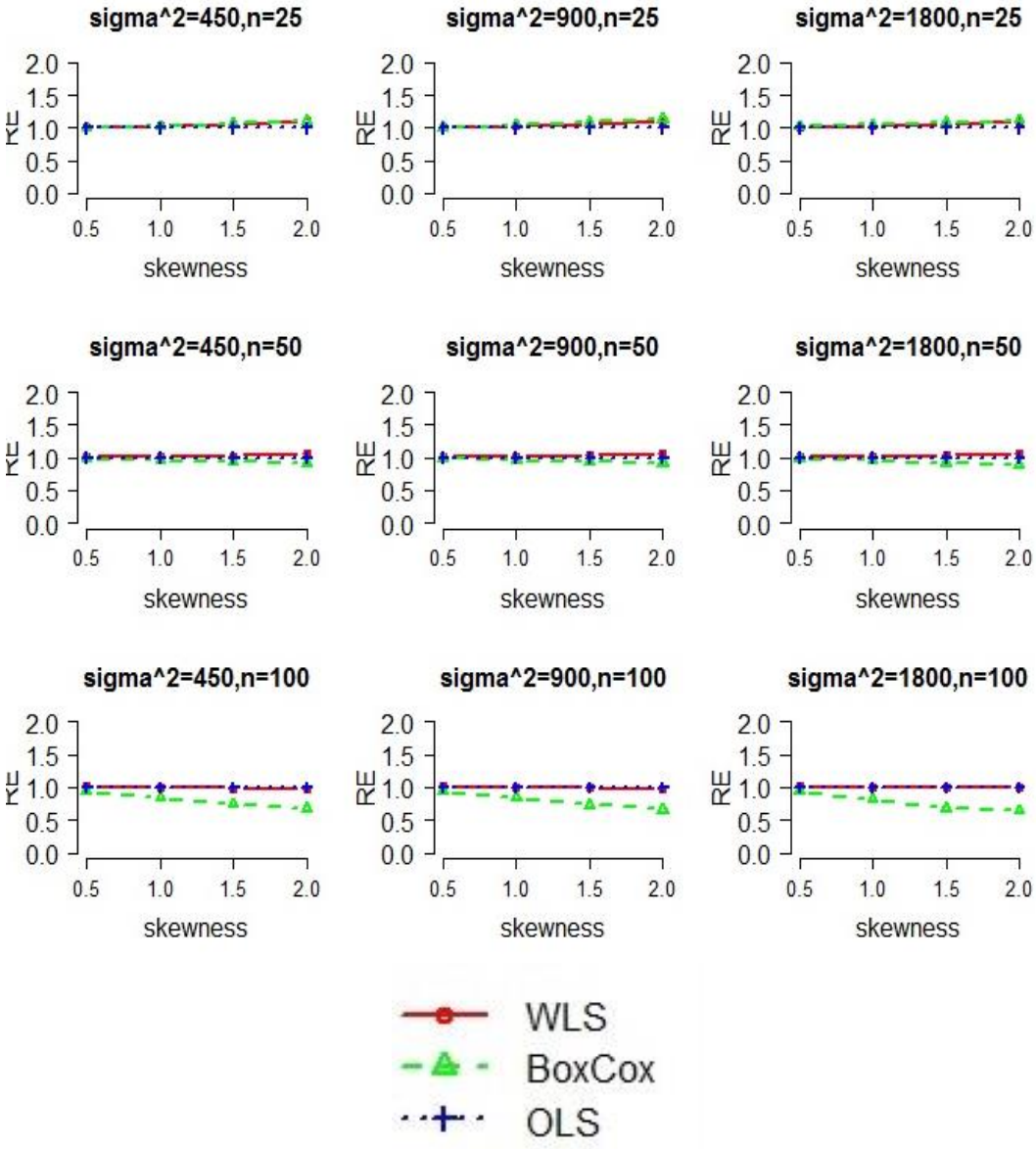
ภาพที่ 4.1.1 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



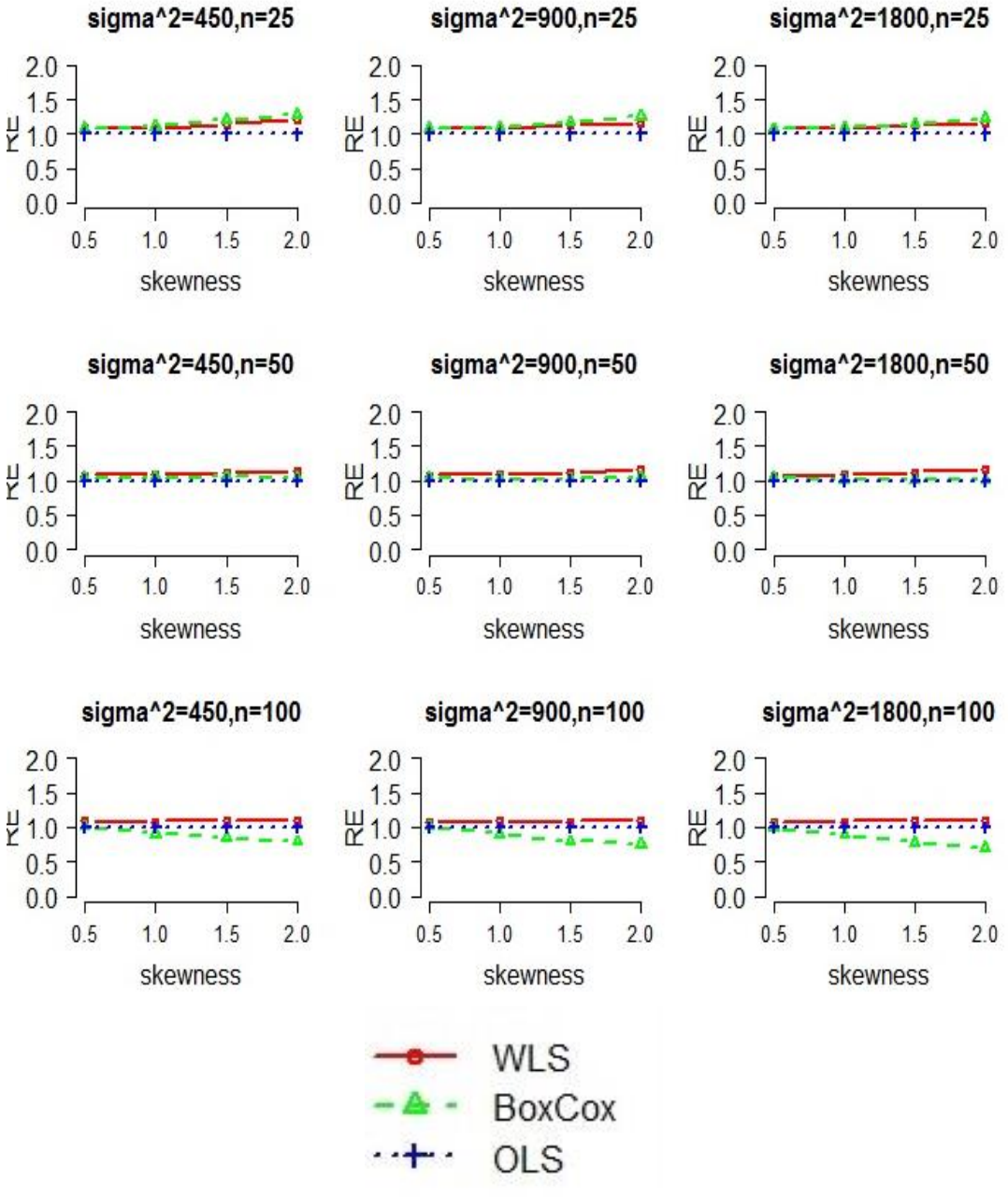
ภาพที่ 4.1.2 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



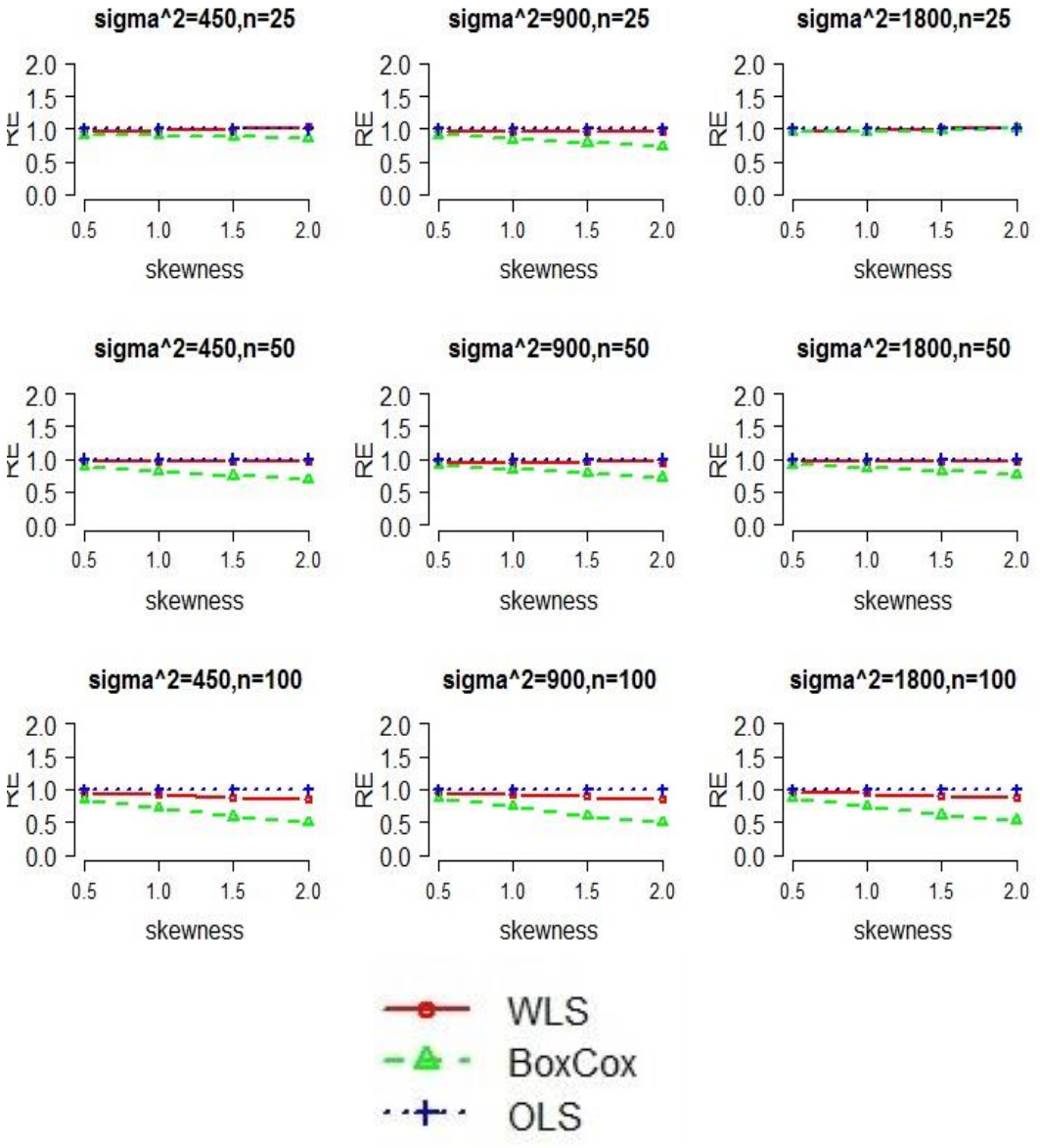
ภาพที่ 4.1.3 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



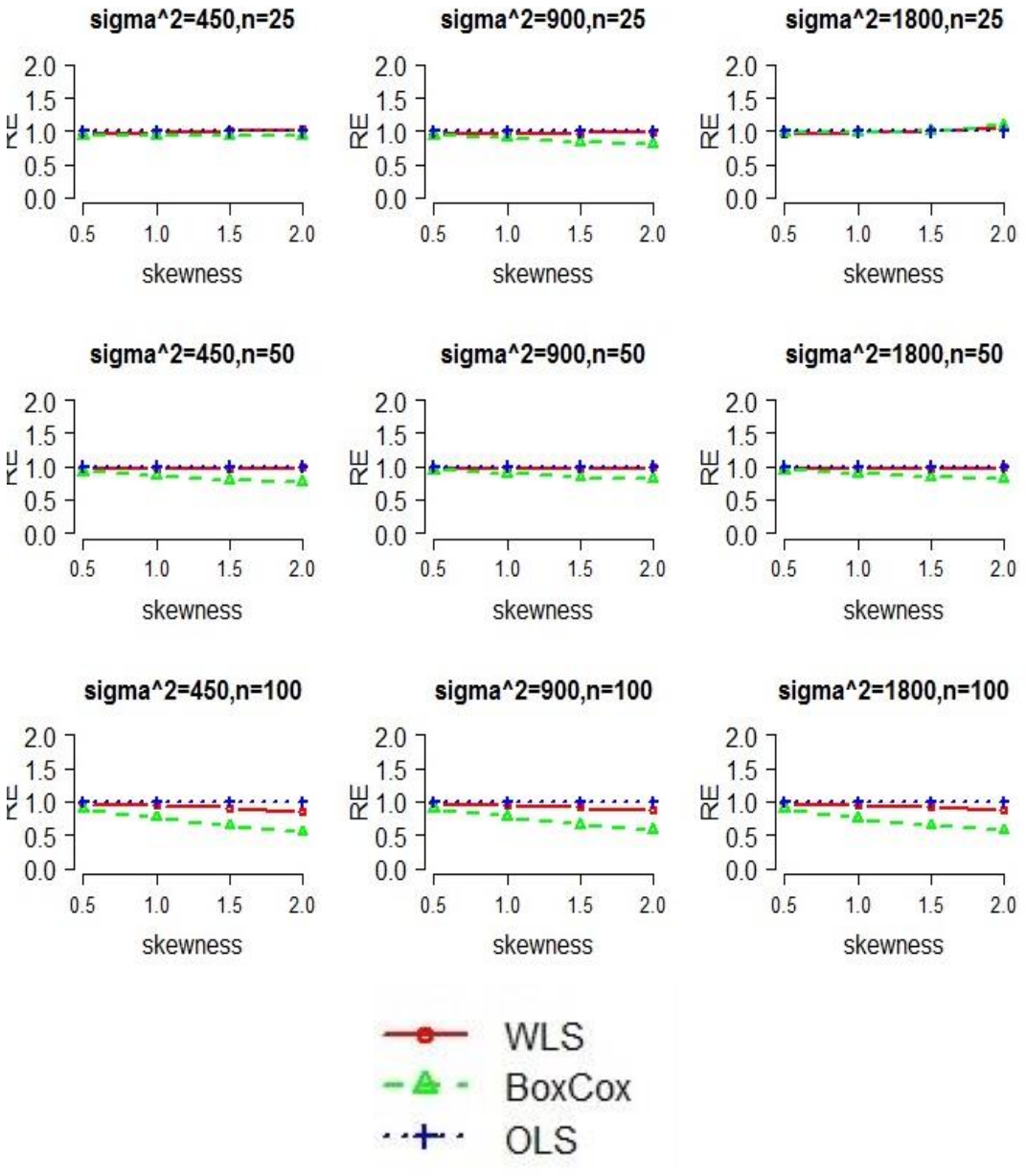
ภาพที่ 4.1.4 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



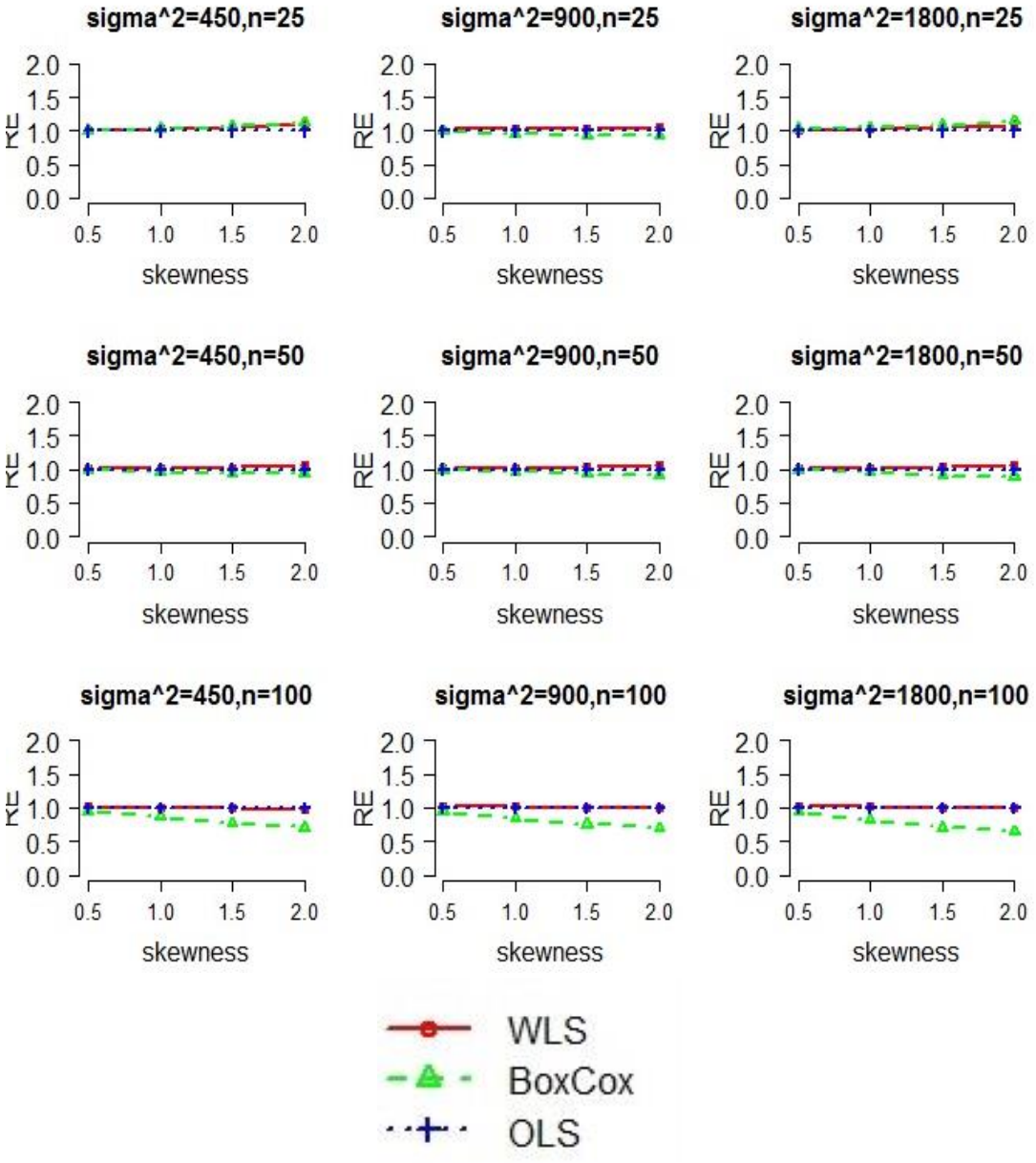
ภาพที่ 4.1.5 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



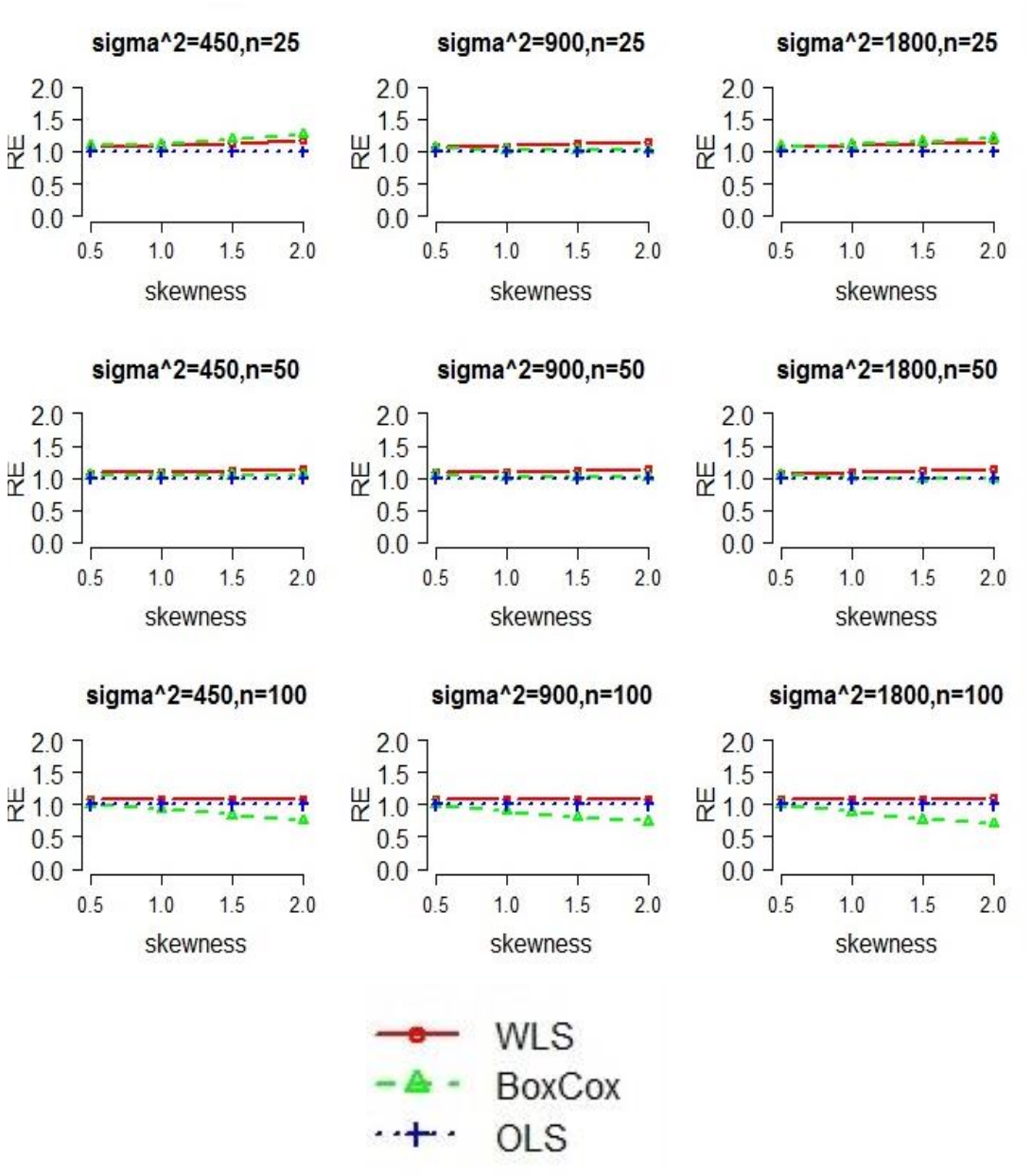
ภาพที่ 4.1.6 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



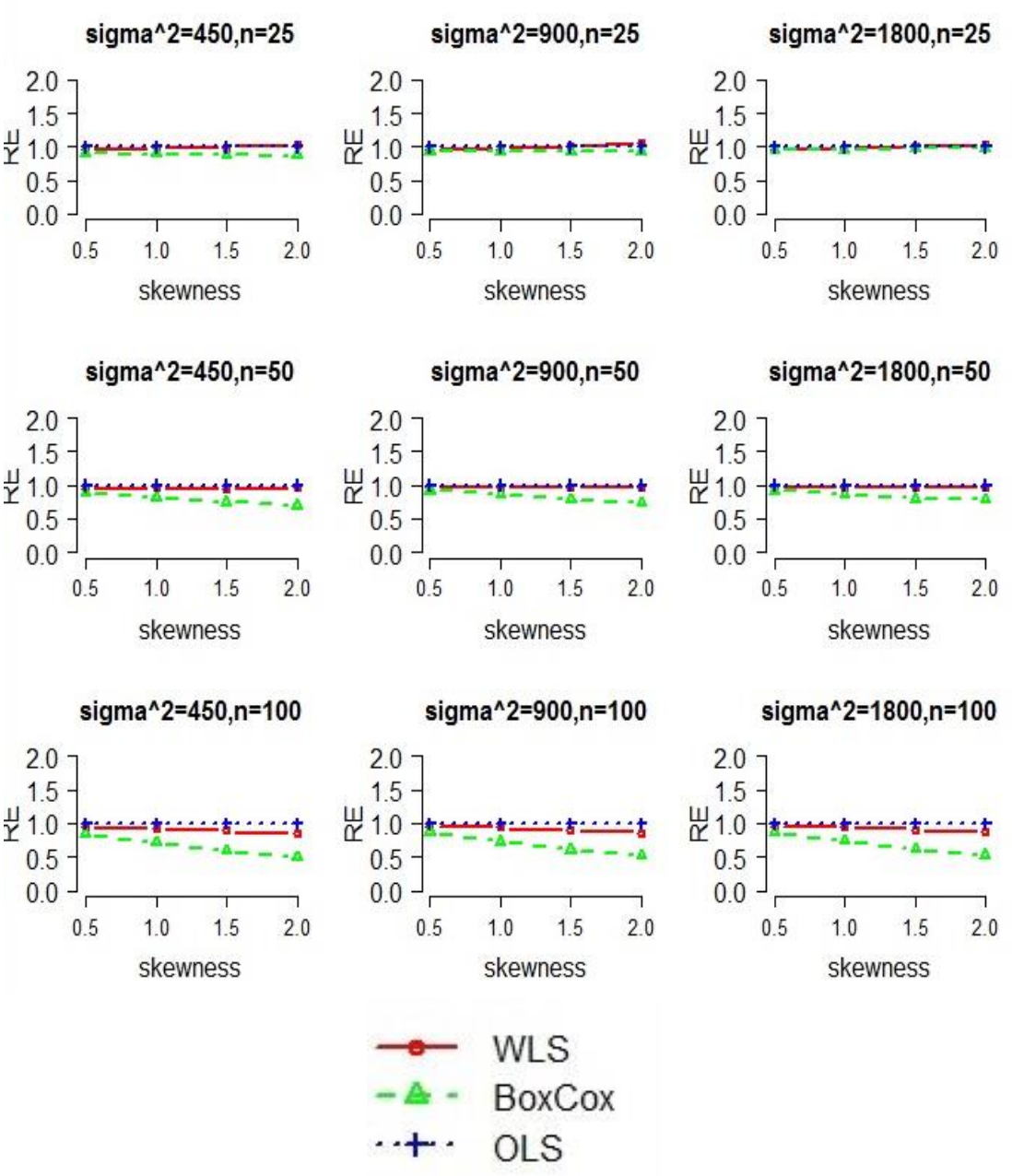
ภาพที่ 4.1.7 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



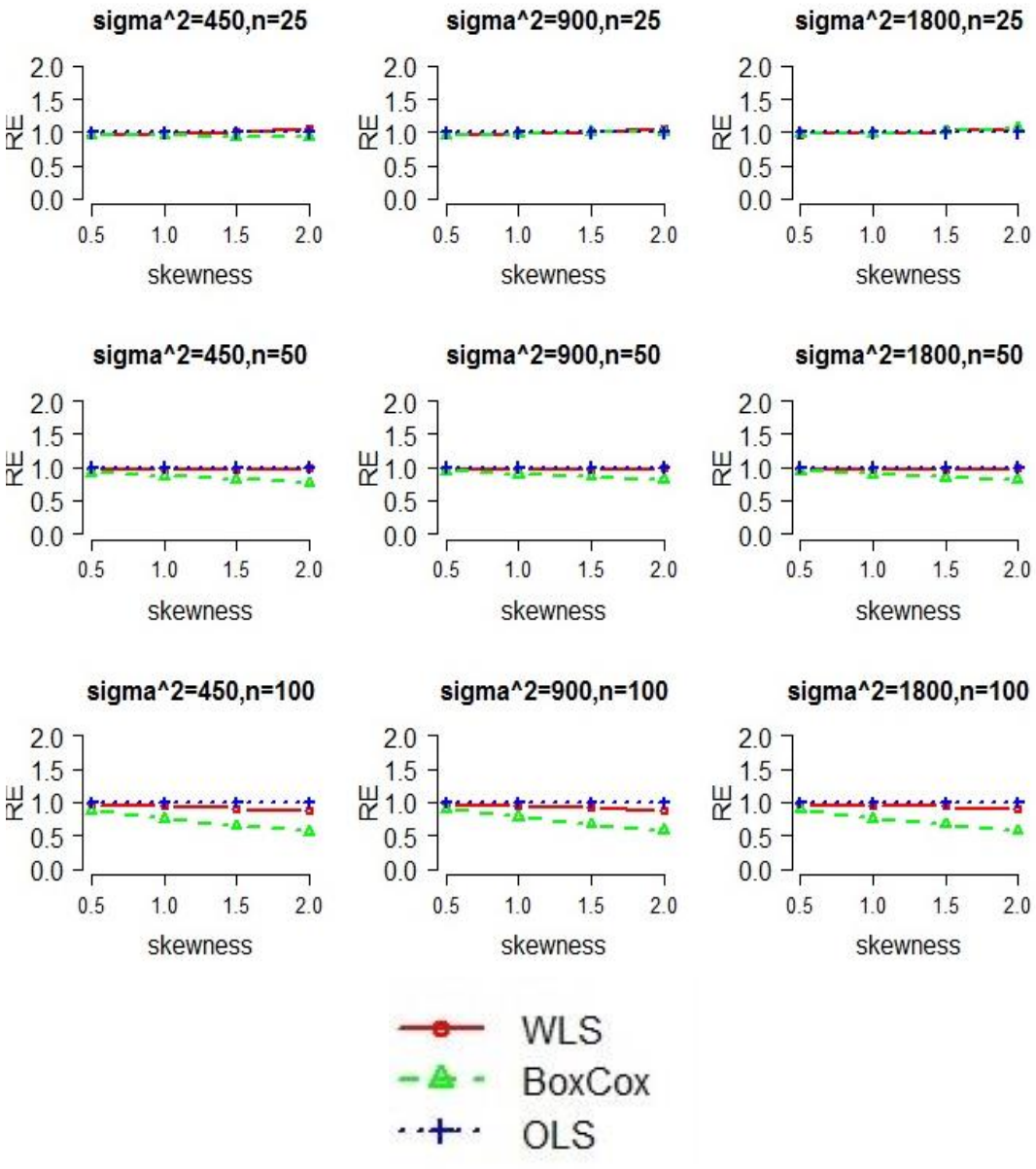
ภาพที่ 4.1.8 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



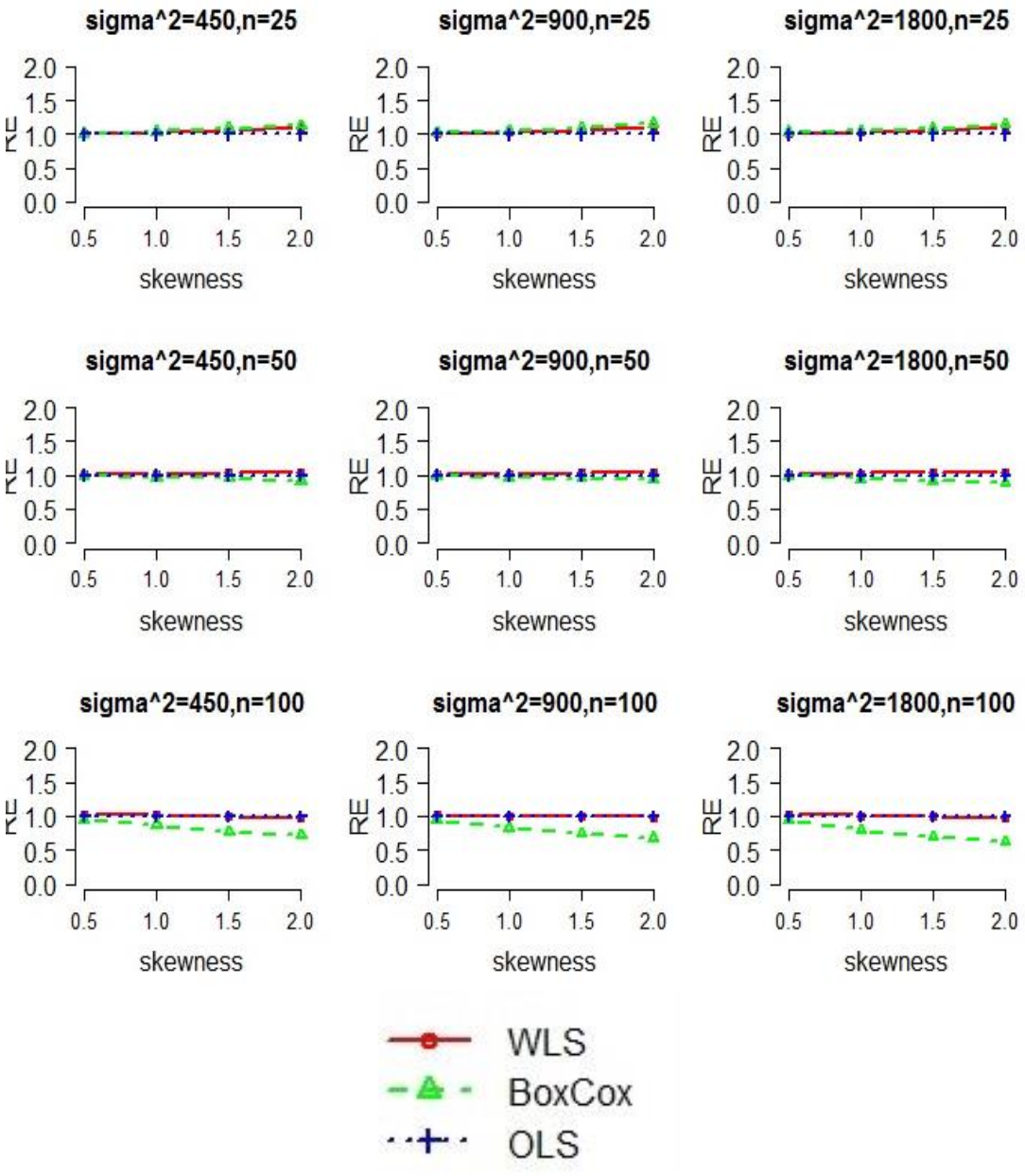
ภาพที่ 4.1.9 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



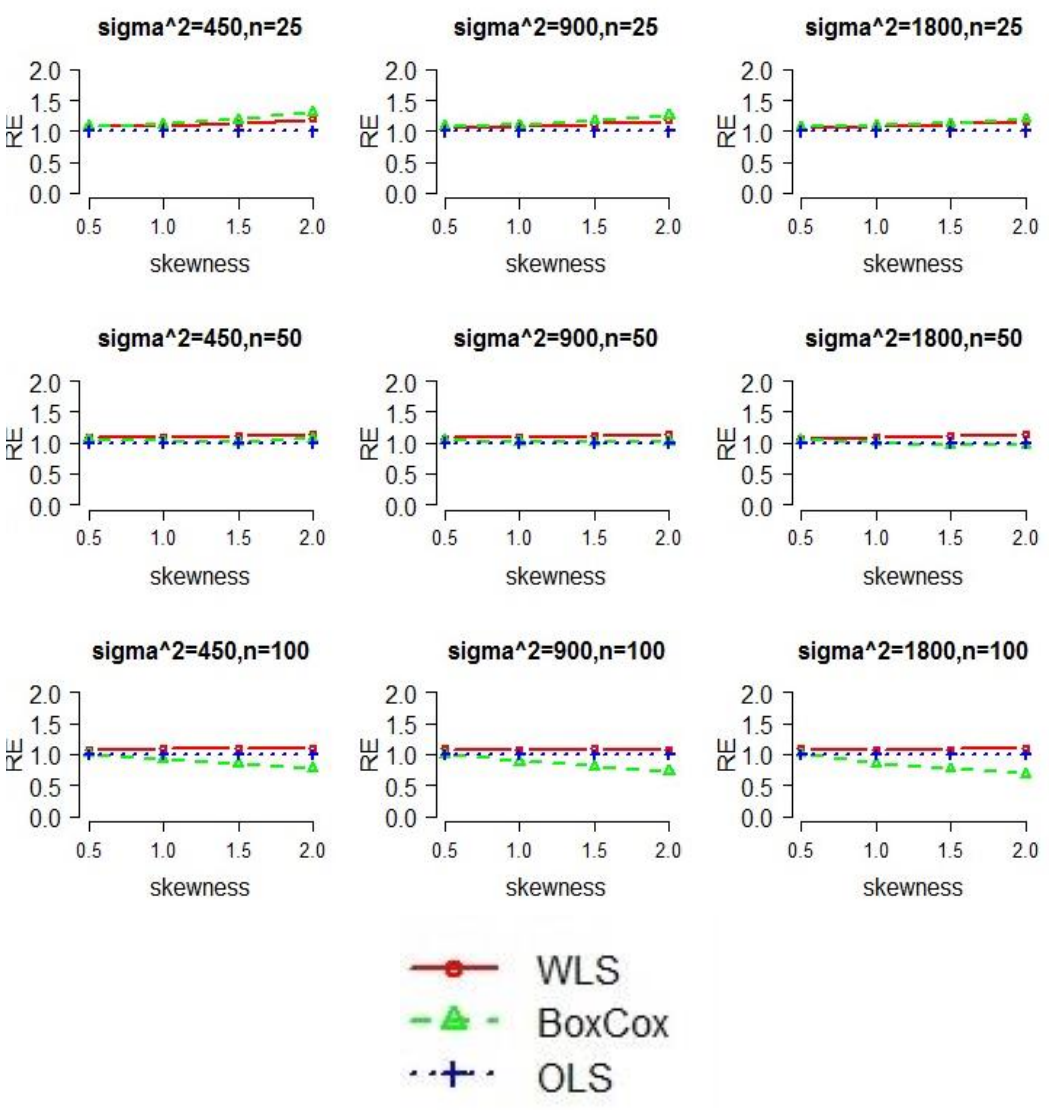
ภาพที่ 4.1.10 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



ภาพที่ 4.1.11 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



ภาพที่ 4.1.12 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระ $\mathbf{X_1}$

เมื่อพิจารณาค่า AMSE จากตารางที่ 4.1.1 เมื่อพิจารณาที่ตัวอย่างขนาดเท่ากับ 25 เมื่อค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) และระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น แต่เมื่อมีขนาดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 50 และ 100 ค่า AMSE จะน้อยลง นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่ตาราง 4.1.2 ถึง 4.1.4 , 4.1.9 ถึง 4.1.12 และ 4.1.17 ถึง 4.1.20 ที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองในแต่ละระดับ พบว่า ค่า AMSE ของแต่ละระดับความเบ้และ อัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

เมื่อพิจารณาค่า RE จากตารางที่ 4.1.5 และ 4.1.6 พบว่า ที่ตัวอย่างขนาดเท่ากับ 25 ทุกระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) และระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เท่ากับ 0 และ 0.1 วิธี OLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ในขณะที่ระดับ δ เท่ากับ 0.3 และ 0.5 โดยส่วนใหญ่วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด แต่เมื่อพิจารณาที่ตารางที่ 4.1.7 และ 4.1.8 พบว่า ระดับความเบ้ที่เพิ่มขึ้นเท่ากับ 1.5 และ 2 ที่ระดับ δ เท่ากับ 0 และ 0.1 วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุดในขณะที่ระดับ δ เท่ากับ 0.3 และ 0.5 โดยส่วนใหญ่วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด นอกจากนี้เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ทุกระดับ σ^2 และ ที่ระดับ δ เท่ากับ 0 และ 0.1 วิธี OLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ในขณะที่ระดับ δ เท่ากับ 0.3 และ 0.5 วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ทุกระดับ σ^2และ ที่ระดับ δ เท่ากับ 0, 0.1 และ 0.3 วิธี OLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุดแต่เมื่อ δ เท่ากับ 0.5 วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด นอกจากนี้ที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองในแต่ละระดับต่างกัน พบว่า ค่า RE มีค่าใกล้เคียงกัน

จากภาพที่ 4.1.1 , 4.1.2 และ 4.1.3 ทุกระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) ที่ระดับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 พบว่า ทั้ง 3 วิธีจะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามใกล้เคียงกัน แต่เมื่อตัวอย่างเพิ่มขึ้นเท่ากับ 50 และ 100 พบว่า วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามน้อยลงเมื่อเทียบกับวิธี OLS และวิธี WLS นอกจากนี้ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามต่ำกว่าวิธี OLS ในขณะที่ ตารางที่ 4.1.4.4 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อเทียบกับวิธี OLS และเมื่อมีอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองและระดับความเบ้ที่ต่างกันทุกกรณีต่างก็ให้ผลที่สอดคล้องกัน

4.2 ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม

ส่วนที่ 2.1 ตารางในผลการวิจัยจะแสดงผลค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ตามส่วนที่ 1 แบ่งเป็น

ตารางที่	ค่า	รูปแบบความสัมพันธ์	ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ)	อัตราส่วน σ_1^2 กับ σ_2^2
4.2.25	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	0.5	1:2
4.2.26	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	1.0	1:2
4.2.27	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	1.5	1:2
4.2.28	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	2.0	1:2
4.2.29	RE	ตัวแปรตาม Y'	0.5	1:2
4.2.30	RE	ตัวแปรตาม Y'	1.0	1:2
4.2.31	RE	ตัวแปรตาม Y'	1.5	1:2
4.2.32	RE	ตัวแปรตาม Y'	2.0	1:2
4.2.33	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	0.5	1:1
4.2.34	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	1.0	1:1
4.2.35	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	1.5	1:1
4.2.36	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	2.0	1:1
4.2.37	RE	ตัวแปรตาม Y'	0.5	1:1
4.2.38	RE	ตัวแปรตาม Y'	1.0	1:1
4.2.39	RE	ตัวแปรตาม Y'	1.5	1:1
4.2.40	RE	ตัวแปรตาม Y'	2.0	1:1
4.2.41	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	0.5	2:1
4.2.42	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	1.0	2:1
4.2.43	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	1.5	2:1
4.2.44	AMSE	ตัวแปรตาม Y'	2.0	2:1
4.2.45	RE	ตัวแปรตาม Y'	0.5	2:1
4.2.46	RE	ตัวแปรตาม Y'	1.0	2:1
4.2.47	RE	ตัวแปรตาม Y'	1.5	2:1
4.2.48	RE	ตัวแปรตาม Y'	2.0	2:1

ตารางที่ 4.2.25 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	300:600	25	450	OLS	53.83	184.17	2239.44	28308.29
				WLS	56.16	192.76	2330.42	23997.06
				Box-Cox	58.60	195.30	2379.38	19419.69
			900	OLS	106.03	375.81	4476.39	73970.20
				WLS	110.63	392.11	4672.88	56981.36
				Box-Cox	112.91	394.36	4838.11	41068.62
			1800	OLS	213.72	743.03	8461.95	175992.04
				WLS	222.47	775.24	8611.55	129353.42
				Box-Cox	223.88	780.74	9066.44	88801.23
		50	450	OLS	27.36	94.25	1125.65	19203.16
				WLS	28.52	98.17	1161.15	15059.86
				Box-Cox	31.08	102.82	1259.18	10223.38
			900	OLS	54.70	185.30	2244.57	58314.83
				WLS	56.92	194.27	2328.54	42081.10
				Box-Cox	60.42	204.23	2506.66	26792.35
			1800	OLS	109.66	375.46	4351.72	153007.93
				WLS	113.29	390.64	4402.27	107238.01
				Box-Cox	117.83	402.23	4749.93	70589.16
		100	450	OLS	13.76	46.23	574.93	15097.96
				WLS	14.57	47.94	593.20	11342.61
				Box-Cox	16.07	52.61	707.48	6016.85
			900	OLS	26.55	93.71	1113.22	51867.95
				WLS	27.62	97.00	1152.42	36555.20
				Box-Cox	30.30	108.18	1414.41	21235.49
			1800	OLS	53.71	187.02	2230.63	143662.90
				WLS	55.87	193.93	2220.31	99832.78
				Box-Cox	60.73	219.68	2574.34	62594.36

ตารางที่ 4.2.26 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	300:600	25	450	OLS	53.26	190.42	2231.25	27651.68
				WLS	54.70	195.90	2287.86	22195.63
				Box-Cox	59.45	200.24	2416.37	18897.06
			900	OLS	110.07	368.19	4368.77	67305.99
				WLS	111.58	381.51	4495.76	47940.23
				Box-Cox	118.49	387.28	4886.78	31235.28
			1800	OLS	210.10	747.45	8383.92	163335.07
				WLS	216.22	765.20	8594.53	110493.05
				Box-Cox	218.33	799.80	9723.45	63708.87
		50	450	OLS	26.19	93.19	1169.40	16330.56
				WLS	27.54	98.90	1216.05	11889.55
				Box-Cox	32.41	110.47	1494.80	9043.08
			900	OLS	52.09	179.97	2368.91	49541.14
				WLS	53.67	187.49	2410.22	32498.96
				Box-Cox	61.73	215.04	3118.57	17613.17
			1800	OLS	112.06	371.63	4617.98	134538.56
				WLS	116.55	381.67	4728.08	85022.56
				Box-Cox	127.74	436.39	6349.85	44109.01
		100	450	OLS	13.40	47.57	558.09	11126.67
				WLS	14.78	49.98	591.54	7245.85
				Box-Cox	18.51	63.31	948.20	4505.74
			900	OLS	27.07	91.01	1129.66	42327.94
				WLS	29.08	96.82	1168.03	26365.11
				Box-Cox	37.61	129.94	1945.46	11486.89
			1800	OLS	53.00	189.79	2224.72	122171.80
				WLS	56.01	201.69	2295.96	77140.08
				Box-Cox	72.22	283.06	3939.88	36640.28

ตารางที่ 4.2.27 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	300:600	25	450	OLS	51.60	199.72	2035.18	24205.22
				WLS	53.09	207.69	2129.25	21421.07
				Box-Cox	58.18	217.56	2493.87	24639.68
			900	OLS	106.42	369.80	4428.89	61235.80
				WLS	107.30	370.45	4438.49	40655.87
				Box-Cox	114.03	384.36	4979.72	26655.58
			1800	OLS	225.72	718.17	8472.17	158878.05
				WLS	221.44	702.15	8432.98	98220.27
				Box-Cox	234.38	729.01	9961.08	52514.46
		50	450	OLS	27.23	93.83	1156.22	13854.51
				WLS	28.71	97.25	1178.23	10744.83
				Box-Cox	36.82	117.72	1638.08	13364.55
			900	OLS	55.05	186.81	2135.73	45470.64
				WLS	57.01	191.22	2242.65	27284.66
				Box-Cox	69.87	229.64	3391.90	14093.93
			1800	OLS	107.09	381.52	4400.85	126474.92
				WLS	111.19	392.78	4505.14	73193.50
				Box-Cox	133.34	491.76	7217.84	33001.22
		100	450	OLS	13.48	48.70	556.90	8036.17
				WLS	15.42	53.81	608.49	5304.11
				Box-Cox	23.15	78.76	1248.52	8487.74
			900	OLS	26.14	92.98	1134.78	36773.90
				WLS	29.69	101.41	1198.97	20396.43
				Box-Cox	44.14	154.97	2652.65	7521.77
			1800	OLS	54.47	184.80	2267.36	109598.44
				WLS	59.45	200.16	2431.03	61687.20
				Box-Cox	90.40	342.40	5931.14	23981.74

ตารางที่ 4.2.28 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	300:600	25	450	OLS	51.93	185.57	2269.51	27568.62
				WLS	49.76	174.58	2174.60	26075.66
				Box-Cox	59.46	181.40	2325.45	35620.82
			900	OLS	107.77	396.84	4479.28	59180.93
				WLS	103.38	370.11	4279.19	37130.95
				Box-Cox	114.64	380.59	4809.76	26395.50
			1800	OLS	211.62	748.12	8507.27	157253.10
				WLS	203.84	722.08	8280.93	87497.27
				Box-Cox	211.59	740.54	10017.19	43881.94
		50	450	OLS	26.50	94.45	1161.71	13231.37
				WLS	27.77	94.07	1152.35	13504.08
				Box-Cox	38.36	118.44	1697.33	28406.27
			900	OLS	53.87	186.07	2222.02	38541.85
				WLS	57.03	192.48	2229.98	21484.13
				Box-Cox	73.82	240.29	3605.18	13837.79
			1800	OLS	107.89	379.62	4323.59	117944.22
				WLS	110.46	394.46	4332.88	61914.95
				Box-Cox	136.23	516.43	8055.22	25493.40
		100	450	OLS	13.48	47.21	570.50	6653.64
				WLS	16.44	53.98	627.63	7372.06
				Box-Cox	27.33	86.35	1443.16	25587.03
			900	OLS	26.99	93.50	1070.95	29241.54
				WLS	31.10	107.11	1220.04	14361.14
				Box-Cox	51.85	178.42	3259.92	6997.27
			1800	OLS	51.27	190.14	2180.18	97977.99
				WLS	59.53	217.56	2481.48	47440.68
				Box-Cox	98.61	403.74	7416.30	15311.01

ตารางที่ 4.2.29 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.958	0.955	0.961	1.180
				Box-Cox	0.919	0.943	0.941	1.458
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.958	0.958	0.958	1.298
				Box-Cox	0.939	0.953	0.925	1.801
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.958	0.983	1.361
				Box-Cox	0.955	0.952	0.933	1.982
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.959	0.960	0.969	1.275
				Box-Cox	0.880	0.917	0.894	1.878
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.954	0.964	1.386
				Box-Cox	0.905	0.907	0.895	2.177
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.968	0.961	0.989	1.427
				Box-Cox	0.931	0.933	0.916	2.168
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.944	0.964	0.969	1.331
				Box-Cox	0.856	0.879	0.813	2.509
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.966	0.966	1.419
				Box-Cox	0.876	0.866	0.787	2.443
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.964	1.005	1.439
				Box-Cox	0.884	0.851	0.866	2.295

ตารางที่ 4.2.30 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.974	0.972	0.975	1.246
				Box-Cox	0.896	0.951	0.923	1.463
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.986	0.965	0.972	1.404
				Box-Cox	0.929	0.951	0.894	2.155
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.972	0.977	0.975	1.478
				Box-Cox	0.962	0.935	0.862	2.564
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.951	0.942	0.962	1.374
				Box-Cox	0.808	0.844	0.782	1.806
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.971	0.960	0.983	1.524
				Box-Cox	0.844	0.837	0.760	2.813
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.974	0.977	1.582
				Box-Cox	0.877	0.852	0.727	3.050
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.907	0.952	0.943	1.536
				Box-Cox	0.724	0.751	0.589	2.469
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.931	0.940	0.967	1.605
				Box-Cox	0.720	0.700	0.581	3.685
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.946	0.941	0.969	1.584
				Box-Cox	0.734	0.670	0.565	3.334

ตารางที่ 4.2.31 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.972	0.962	0.956	1.130
				Box-Cox	0.887	0.918	0.816	0.982
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.992	0.998	0.998	1.506
				Box-Cox	0.933	0.962	0.889	2.297
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.019	1.023	1.005	1.618
				Box-Cox	0.963	0.985	0.851	3.025
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.949	0.965	0.981	1.289
				Box-Cox	0.740	0.797	0.706	1.037
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.966	0.977	0.952	1.667
				Box-Cox	0.788	0.813	0.630	3.226
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.963	0.971	0.977	1.728
				Box-Cox	0.803	0.776	0.610	3.832
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.874	0.905	0.915	1.515
				Box-Cox	0.583	0.618	0.446	0.947
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.880	0.917	0.946	1.803
				Box-Cox	0.592	0.600	0.428	4.889
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.916	0.923	0.933	1.777
				Box-Cox	0.603	0.540	0.382	4.570

ตารางที่ 4.2.32 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.043	1.063	1.044	1.057
				Box-Cox	0.873	1.023	0.976	0.774
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.042	1.072	1.047	1.594
				Box-Cox	0.940	1.043	0.931	2.242
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.038	1.036	1.027	1.797
				Box-Cox	1.000	1.010	0.849	3.584
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.954	1.004	1.008	0.980
				Box-Cox	0.691	0.797	0.684	0.466
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.945	0.967	0.996	1.794
				Box-Cox	0.730	0.774	0.616	2.785
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.977	0.962	0.998	1.905
				Box-Cox	0.792	0.735	0.537	4.626
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.820	0.875	0.909	0.903
				Box-Cox	0.493	0.547	0.395	0.260
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.868	0.873	0.878	2.036
				Box-Cox	0.521	0.524	0.329	4.179
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.861	0.874	0.879	2.065
				Box-Cox	0.520	0.471	0.294	6.399

ตารางที่ 4.2.33 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	450:450	25	450	OLS	54.16	190.24	2180.20	28554.89
				WLS	56.10	198.37	2274.32	24092.94
				Box-Cox	59.11	199.54	2323.36	19508.63
			900	OLS	108.42	375.68	4596.31	73174.77
				WLS	113.39	389.73	4779.82	56347.03
				Box-Cox	115.99	390.49	4938.62	40563.20
			1800	OLS	217.92	748.65	8544.78	177034.01
				WLS	226.67	782.64	8800.64	131203.58
				Box-Cox	228.77	789.03	9060.40	89565.73
		50	450	OLS	27.38	92.77	1116.97	19347.68
				WLS	28.49	96.57	1153.82	15086.82
				Box-Cox	31.10	101.25	1239.58	10223.22
			900	OLS	54.19	187.91	2248.78	59801.68
				WLS	56.38	194.14	2326.40	43609.83
				Box-Cox	59.52	201.57	2579.37	28108.74
			1800	OLS	109.02	372.69	4303.33	155570.41
				WLS	112.82	386.46	4372.43	110282.45
				Box-Cox	116.86	406.64	4749.07	72275.69
		100	450	OLS	13.70	46.98	560.18	15063.07
				WLS	14.26	48.80	580.91	11280.56
				Box-Cox	16.10	53.47	695.90	5973.17
			900	OLS	26.97	92.51	1123.60	53151.40
				WLS	28.25	96.29	1159.78	37670.67
				Box-Cox	31.05	107.10	1413.64	21825.48
			1800	OLS	54.60	190.06	2217.45	143566.51
				WLS	57.11	197.77	2197.47	100525.24
				Box-Cox	62.03	222.32	2536.44	63068.97

ตารางที่ 4.2.34 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	450:450	25	450	OLS	54.66	180.89	2249.73	25753.64
				WLS	55.71	186.37	2291.07	20846.97
				Box-Cox	60.98	192.38	2434.55	17890.46
			900	OLS	108.87	364.09	4381.17	66904.03
				WLS	111.76	375.23	4523.17	47435.01
				Box-Cox	116.59	381.94	4894.90	31305.14
			1800	OLS	210.71	740.52	8864.09	166999.42
				WLS	216.63	756.73	9092.40	113558.29
				Box-Cox	224.39	769.51	10086.71	64685.50
		50	450	OLS	27.40	94.71	1112.87	16469.88
				WLS	28.54	98.19	1145.07	12108.31
				Box-Cox	33.41	110.14	1409.25	9504.28
			900	OLS	54.00	189.18	2204.64	51954.25
				WLS	56.45	195.87	2299.90	33862.42
				Box-Cox	63.95	219.32	3001.19	18119.41
			1800	OLS	104.46	375.17	4587.34	134795.57
				WLS	109.27	388.59	4676.55	85956.26
				Box-Cox	121.11	447.07	6158.20	44381.56
		100	450	OLS	13.62	46.61	565.43	11466.09
				WLS	14.62	50.71	591.41	7589.60
				Box-Cox	18.79	65.27	943.08	4674.52
			900	OLS	27.00	93.16	1098.51	43171.08
				WLS	28.88	100.19	1151.42	27139.70
				Box-Cox	37.22	131.78	1953.78	11853.42
			1800	OLS	54.32	181.83	2240.59	119776.48
				WLS	57.65	193.19	2294.17	74542.64
				Box-Cox	74.04	274.95	3924.59	35049.76

ตารางที่ 4.2.35 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	450:450	25	450	OLS	46.00	221.84	1820.62	26798.84
				WLS	46.55	229.88	1907.49	23389.25
				Box-Cox	55.27	223.03	2272.50	22435.57
			900	OLS	110.70	418.40	4271.30	56537.33
				WLS	117.41	402.76	4292.06	38172.66
				Box-Cox	127.16	421.97	4668.28	25563.57
			1800	OLS	225.70	740.87	9432.64	156847.54
				WLS	229.95	744.30	9251.68	97952.15
				Box-Cox	229.53	763.41	10658.10	51583.81
		50	450	OLS	29.73	89.70	1079.84	11226.71
				WLS	30.22	84.44	1115.69	9502.84
				Box-Cox	41.93	107.27	1517.31	13554.10
			900	OLS	53.32	178.07	2288.30	45174.98
				WLS	55.21	188.15	2343.10	26993.84
				Box-Cox	68.79	234.53	3481.69	13688.93
			1800	OLS	113.98	384.16	4358.25	127106.04
				WLS	114.94	402.26	4482.77	73264.61
				Box-Cox	137.27	484.23	7460.71	32851.12
		100	450	OLS	13.47	46.87	552.34	8263.84
				WLS	15.05	52.48	586.92	5506.10
				Box-Cox	23.27	79.32	1203.52	8579.82
			900	OLS	27.55	96.38	1113.50	36722.24
				WLS	30.51	104.74	1189.01	21041.91
				Box-Cox	46.39	162.08	2630.83	8070.56
			1800	OLS	55.42	190.03	2311.18	108525.63
				WLS	58.30	212.58	2355.86	60978.56
				Box-Cox	88.73	354.28	5594.79	23461.14

ตารางที่ 4.2.36 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	450:450	25	450	OLS	54.47	192.73	2232.04	26493.58
				WLS	52.37	179.97	2144.01	25278.81
				Box-Cox	62.80	191.34	2307.64	34911.88
			900	OLS	109.11	376.77	4523.56	61686.96
				WLS	103.75	354.87	4319.65	39119.91
				Box-Cox	115.98	361.58	4917.62	27625.96
			1800	OLS	216.30	755.77	8984.02	148233.43
				WLS	207.89	722.72	8563.44	85267.51
				Box-Cox	214.95	730.88	10360.44	43549.19
		50	450	OLS	26.42	91.40	1133.52	13742.05
				WLS	27.56	94.63	1159.80	13646.40
				Box-Cox	38.09	116.64	1762.97	28345.61
			900	OLS	54.10	184.94	2249.80	40367.19
				WLS	56.43	189.14	2295.66	22001.50
				Box-Cox	73.31	238.39	3794.15	13751.92
			1800	OLS	107.95	370.40	4474.08	117036.86
				WLS	111.95	378.65	4536.29	60440.19
				Box-Cox	137.28	495.72	8125.04	25028.68
		100	450	OLS	13.34	47.26	569.96	6891.28
				WLS	16.10	54.37	621.70	7343.18
				Box-Cox	26.77	87.63	1417.43	25248.86
			900	OLS	26.93	93.58	1117.54	29528.94
				WLS	31.30	107.07	1213.12	14623.05
				Box-Cox	52.93	182.63	3165.44	7173.52
			1800	OLS	53.96	186.02	2263.96	100601.89
				WLS	63.13	208.28	2493.18	48985.55
				Box-Cox	103.37	384.48	7206.31	16085.32

ตารางที่ 4.2.37 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.965	0.959	0.959	1.185
				Box-Cox	0.916	0.953	0.938	1.464
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.956	0.964	0.962	1.299
				Box-Cox	0.935	0.962	0.931	1.804
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.957	0.971	1.349
				Box-Cox	0.953	0.949	0.943	1.977
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.961	0.968	1.282
				Box-Cox	0.880	0.916	0.901	1.893
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.968	0.967	1.371
				Box-Cox	0.910	0.932	0.872	2.128
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.966	0.964	0.984	1.411
				Box-Cox	0.933	0.917	0.906	2.152
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.963	0.964	1.335
				Box-Cox	0.851	0.879	0.805	2.522
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.955	0.961	0.969	1.411
				Box-Cox	0.869	0.864	0.795	2.435
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.956	0.961	1.009	1.428
				Box-Cox	0.880	0.855	0.874	2.276

ตารางที่ 4.2.38 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.981	0.971	0.982	1.235
				Box-Cox	0.896	0.940	0.924	1.440
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.974	0.970	0.969	1.410
				Box-Cox	0.934	0.953	0.895	2.137
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.973	0.979	0.975	1.471
				Box-Cox	0.939	0.962	0.879	2.582
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.960	0.965	0.972	1.360
				Box-Cox	0.820	0.860	0.790	1.733
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.957	0.966	0.959	1.534
				Box-Cox	0.844	0.863	0.735	2.867
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.956	0.965	0.981	1.568
				Box-Cox	0.863	0.839	0.745	3.037
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.931	0.919	0.956	1.511
				Box-Cox	0.725	0.714	0.600	2.453
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.935	0.930	0.954	1.591
				Box-Cox	0.725	0.707	0.562	3.642
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.942	0.941	0.977	1.607
				Box-Cox	0.734	0.661	0.571	3.417

ตารางที่ 4.2.39 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.988	0.965	0.954	1.146
				Box-Cox	0.832	0.995	0.801	1.194
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.943	1.039	0.995	1.481
				Box-Cox	0.871	0.992	0.915	2.212
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.982	0.995	1.020	1.601
				Box-Cox	0.983	0.970	0.885	3.041
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.984	1.062	0.968	1.181
				Box-Cox	0.709	0.836	0.712	0.828
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.966	0.946	0.977	1.674
				Box-Cox	0.775	0.759	0.657	3.300
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.992	0.955	0.972	1.735
				Box-Cox	0.830	0.793	0.584	3.869
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.895	0.893	0.941	1.501
				Box-Cox	0.579	0.591	0.459	0.963
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.903	0.920	0.936	1.745
				Box-Cox	0.594	0.595	0.423	4.550
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.951	0.894	0.981	1.780
				Box-Cox	0.625	0.536	0.413	4.626

ตารางที่ 4.2.40 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.040	1.071	1.041	1.048
				Box-Cox	0.867	1.007	0.967	0.759
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.052	1.062	1.047	1.577
				Box-Cox	0.941	1.042	0.920	2.233
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.040	1.046	1.049	1.738
				Box-Cox	1.006	1.034	0.867	3.404
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.959	0.966	0.977	1.007
				Box-Cox	0.694	0.784	0.643	0.485
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.959	0.978	0.980	1.835
				Box-Cox	0.738	0.776	0.593	2.935
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.964	0.978	0.986	1.936
				Box-Cox	0.786	0.747	0.551	4.676
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.829	0.869	0.917	0.938
				Box-Cox	0.499	0.539	0.402	0.273
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.860	0.874	0.921	2.019
				Box-Cox	0.509	0.512	0.353	4.116
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.855	0.893	0.908	2.054
				Box-Cox	0.522	0.484	0.314	6.254

ตารางที่ 4.2.41 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	600:300	25	450	OLS	52.57	187.43	2242.89	28217.40
				WLS	55.11	196.06	2321.88	23979.03
				Box-Cox	58.07	197.37	2323.63	19199.73
			900	OLS	106.71	377.64	4509.51	72369.43
				WLS	111.84	395.65	4696.15	55976.27
				Box-Cox	113.27	397.83	4886.98	40121.56
			1800	OLS	209.22	748.80	8436.41	178477.33
				WLS	219.43	775.58	8749.46	131228.62
				Box-Cox	219.57	780.48	9109.97	89530.43
		50	450	OLS	26.62	97.35	1117.64	19619.89
				WLS	27.71	101.68	1158.59	15500.50
				Box-Cox	30.43	105.75	1264.41	10597.12
			900	OLS	54.80	187.19	2235.54	60184.29
				WLS	57.41	193.81	2322.15	43885.82
				Box-Cox	60.32	202.31	2567.91	28638.20
			1800	OLS	109.62	378.47	4316.91	155299.16
				WLS	114.05	391.43	4340.84	108725.21
				Box-Cox	118.29	407.60	4782.08	71603.35
		100	450	OLS	13.93	45.53	560.64	15017.47
				WLS	14.61	47.21	582.44	11199.09
				Box-Cox	16.37	51.67	707.37	5953.34
			900	OLS	26.71	90.24	1106.11	52419.79
				WLS	28.04	93.69	1144.66	37032.78
				Box-Cox	30.89	104.62	1381.84	21426.70
			1800	OLS	54.69	185.24	2173.27	142294.99
				WLS	57.18	193.15	2159.86	98673.54
				Box-Cox	62.27	221.81	2449.88	62268.87

ตารางที่ 4.2.42 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	600:300	25	450	OLS	54.26	188.80	2124.52	27245.23
				WLS	55.60	193.02	2202.26	22195.88
				Box-Cox	61.72	201.07	2319.59	18870.19
			900	OLS	110.57	368.05	4566.04	66742.40
				WLS	112.70	375.19	4647.99	47659.86
				Box-Cox	118.97	376.31	4922.68	31863.79
			1800	OLS	226.18	753.29	9420.27	161281.36
				WLS	234.37	767.63	9545.86	108132.65
				Box-Cox	234.31	781.62	10516.82	61621.56
		50	450	OLS	27.27	93.45	1130.64	16252.25
				WLS	28.38	96.36	1166.79	11867.55
				Box-Cox	33.25	107.57	1441.73	9282.67
			900	OLS	54.11	185.95	2270.58	50521.47
				WLS	56.23	191.78	2340.56	32763.59
				Box-Cox	64.53	212.25	2997.98	17902.20
			1800	OLS	109.63	371.30	4504.10	136997.57
				WLS	114.73	377.65	4637.88	86962.21
				Box-Cox	126.97	441.18	6175.71	45414.52
		100	450	OLS	13.53	46.32	568.35	11541.73
				WLS	14.48	49.68	600.89	7631.81
				Box-Cox	18.84	64.26	952.08	4760.03
			900	OLS	27.37	94.06	1140.32	44073.43
				WLS	29.43	100.27	1194.78	27670.95
				Box-Cox	37.51	133.44	1974.49	11999.28
			1800	OLS	54.01	185.72	2242.25	120921.38
				WLS	57.66	196.23	2319.98	75554.59
				Box-Cox	73.52	276.82	4040.41	35577.43

ตารางที่ 4.2.43 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	600:300	25	450	OLS	48.73	155.09	2232.00	24698.60
				WLS	48.94	166.45	2342.30	20156.05
				Box-Cox	55.81	184.48	2693.95	20629.28
			900	OLS	105.52	371.02	4520.67	64021.69
				WLS	105.74	372.40	4543.10	42885.51
				Box-Cox	113.17	372.99	5001.34	27721.41
			1800	OLS	211.69	748.71	8903.16	161976.73
				WLS	212.55	751.09	8979.84	101013.79
				Box-Cox	221.53	765.39	10465.57	53120.30
		50	450	OLS	26.94	93.58	1145.24	14222.91
				WLS	28.49	98.63	1176.65	10782.04
				Box-Cox	36.00	118.33	1572.67	13103.41
			900	OLS	52.58	178.77	2188.24	44835.89
				WLS	55.50	186.73	2222.88	26432.65
				Box-Cox	68.98	232.08	3297.72	13567.14
			1800	OLS	111.88	380.78	4400.02	130456.61
				WLS	114.82	393.07	4536.29	75467.44
				Box-Cox	135.43	496.04	7316.97	34061.66
		100	450	OLS	13.79	46.94	567.43	8258.21
				WLS	15.67	51.64	595.51	5579.88
				Box-Cox	23.47	77.11	1200.66	8777.39
			900	OLS	26.52	94.14	1131.71	36182.77
				WLS	29.90	102.34	1204.01	19752.65
				Box-Cox	44.54	159.47	2685.54	7549.54
			1800	OLS	55.86	183.31	2195.98	109509.33
				WLS	60.14	198.74	2326.73	61407.36
				Box-Cox	89.97	345.30	5758.63	23708.77

ตารางที่ 4.2.44 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	600:300	25	450	OLS	51.59	180.21	2294.26	26900.15
				WLS	51.16	174.10	2194.93	25741.62
				Box-Cox	59.95	183.11	2345.17	36002.33
			900	OLS	109.71	374.55	4529.65	62559.57
				WLS	103.74	358.03	4346.64	38941.19
				Box-Cox	114.95	360.14	4870.24	27069.77
			1800	OLS	217.27	763.26	8986.07	153746.44
				WLS	208.95	735.63	8691.44	87631.27
				Box-Cox	214.15	736.58	10329.56	43810.01
		50	450	OLS	27.15	90.02	1113.62	13461.51
				WLS	28.17	95.09	1141.41	13563.63
				Box-Cox	39.15	121.18	1712.24	29114.06
			900	OLS	54.09	187.89	2215.80	39380.71
				WLS	54.95	192.18	2270.74	21679.03
				Box-Cox	72.38	236.68	3745.13	13447.53
			1800	OLS	101.99	387.26	4315.71	115242.30
				WLS	109.14	387.77	4399.46	59017.92
				Box-Cox	138.30	482.16	8020.43	23940.98
		100	450	OLS	13.30	46.69	566.93	6780.57
				WLS	16.01	53.32	618.48	7504.65
				Box-Cox	27.08	85.67	1416.15	25781.15
			900	OLS	26.81	89.15	1096.88	28172.57
				WLS	31.48	102.12	1213.42	13840.55
				Box-Cox	52.74	181.60	3202.73	6971.66
			1800	OLS	54.02	195.48	2237.13	97535.14
				WLS	61.80	213.44	2444.95	48242.22
				Box-Cox	101.48	382.13	7301.82	15990.57

ตารางที่ 4.2.45 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.954	0.956	0.966	1.177
				Box-Cox	0.905	0.950	0.965	1.470
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.954	0.955	0.960	1.293
				Box-Cox	0.942	0.949	0.923	1.804
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.953	0.965	0.964	1.360
				Box-Cox	0.953	0.959	0.926	1.993
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.957	0.965	1.266
				Box-Cox	0.875	0.921	0.884	1.851
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.955	0.966	0.963	1.371
				Box-Cox	0.908	0.925	0.871	2.102
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.967	0.994	1.428
				Box-Cox	0.927	0.929	0.903	2.169
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.953	0.964	0.963	1.341
				Box-Cox	0.851	0.881	0.793	2.523
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.952	0.963	0.966	1.415
				Box-Cox	0.865	0.863	0.800	2.446
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.956	0.959	1.006	1.442
				Box-Cox	0.878	0.835	0.887	2.285

ตารางที่ 4.2.46 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.976	0.978	0.965	1.227
				Box-Cox	0.879	0.939	0.916	1.444
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.981	0.981	0.982	1.400
				Box-Cox	0.929	0.978	0.928	2.095
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.965	0.981	0.987	1.492
				Box-Cox	0.965	0.964	0.896	2.617
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.961	0.970	0.969	1.369
				Box-Cox	0.820	0.869	0.784	1.751
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.962	0.970	0.970	1.542
				Box-Cox	0.838	0.876	0.757	2.822
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.956	0.983	0.971	1.575
				Box-Cox	0.863	0.842	0.729	3.017
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.934	0.932	0.946	1.512
				Box-Cox	0.718	0.721	0.597	2.425
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.930	0.938	0.954	1.593
				Box-Cox	0.730	0.705	0.578	3.673
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.937	0.946	0.966	1.600
				Box-Cox	0.735	0.671	0.555	3.399

ตารางที่ 4.2.47 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.996	0.932	0.953	1.225
				Box-Cox	0.873	0.841	0.829	1.197
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.998	0.996	0.995	1.493
				Box-Cox	0.934	0.995	0.904	2.309
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.996	0.997	0.991	1.604
				Box-Cox	0.956	0.981	0.851	3.049
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.946	0.949	0.973	1.319
				Box-Cox	0.748	0.791	0.728	1.085
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.947	0.957	0.984	1.696
				Box-Cox	0.762	0.770	0.664	3.305
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.974	0.969	0.970	1.729
				Box-Cox	0.826	0.768	0.601	3.830
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.880	0.909	0.953	1.480
				Box-Cox	0.588	0.609	0.473	0.941
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.887	0.920	0.940	1.832
				Box-Cox	0.595	0.590	0.421	4.793
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.929	0.922	0.944	1.783
				Box-Cox	0.621	0.531	0.381	4.619

ตารางที่ 4.2.48 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

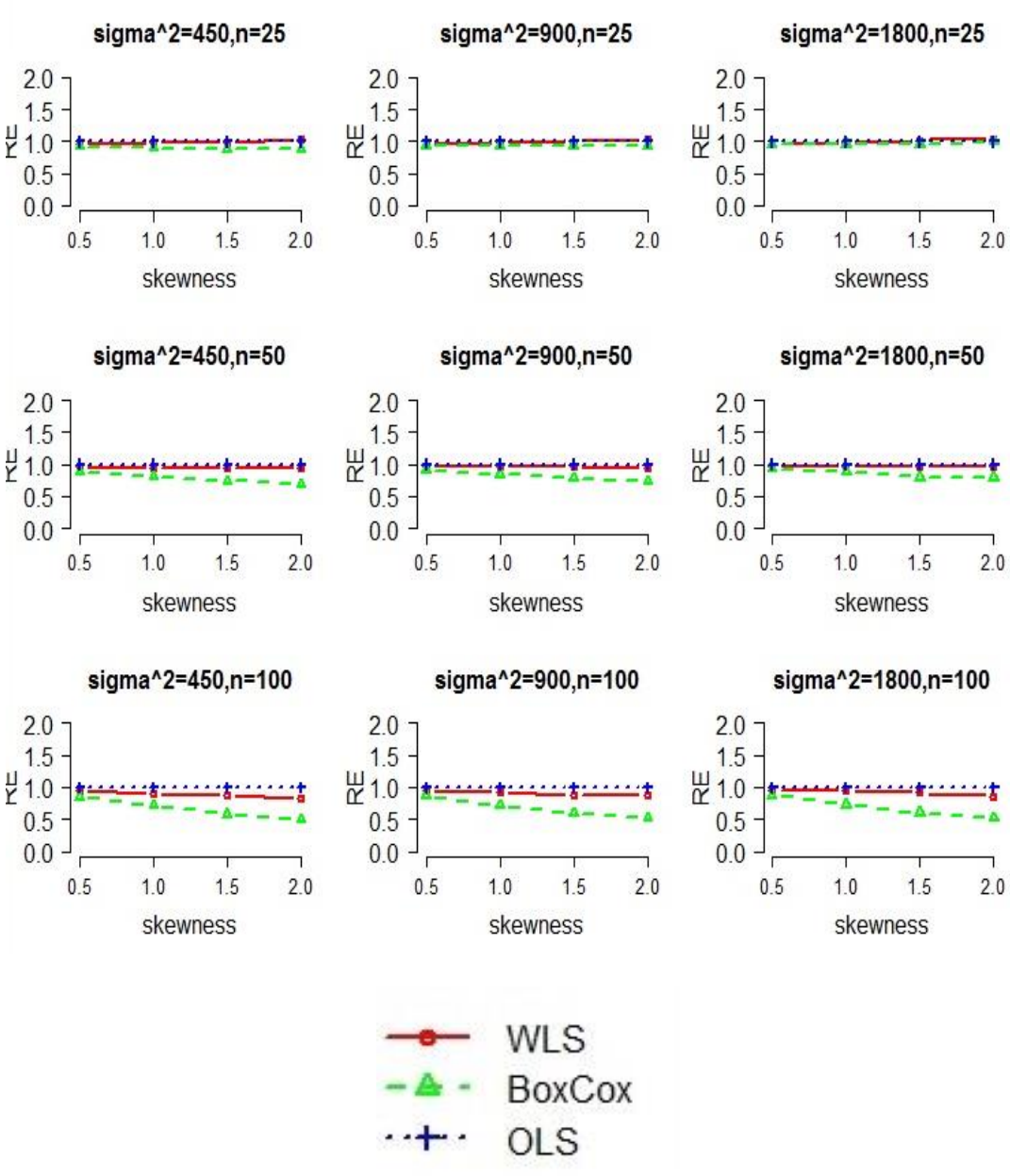
γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.008	1.035	1.045	1.045
				Box-Cox	0.861	0.984	0.978	0.747
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.058	1.046	1.042	1.607
				Box-Cox	0.954	1.040	0.930	2.311
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.040	1.038	1.034	1.754
				Box-Cox	1.015	1.036	0.870	3.509
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.964	0.947	0.976	0.992
				Box-Cox	0.694	0.743	0.650	0.462
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.984	0.978	0.976	1.817
				Box-Cox	0.747	0.794	0.592	2.928
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.934	0.999	0.981	1.953
				Box-Cox	0.737	0.803	0.538	4.814
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.831	0.876	0.917	0.904
				Box-Cox	0.491	0.545	0.400	0.263
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.852	0.873	0.904	2.036
				Box-Cox	0.508	0.491	0.342	4.041
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	0.874	0.916	0.915	2.022
				Box-Cox	0.532	0.512	0.306	6.100

<u>ส่วนที่ 2.2</u> ภาพที่ 4.2.13 - 4.2.24 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแต่ละวิธี เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม ระดับพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ของค่าความคลาดเคลื่อนต่อตัวแปรอิสระ ในรูปแบบชี้กำลัง (δ)

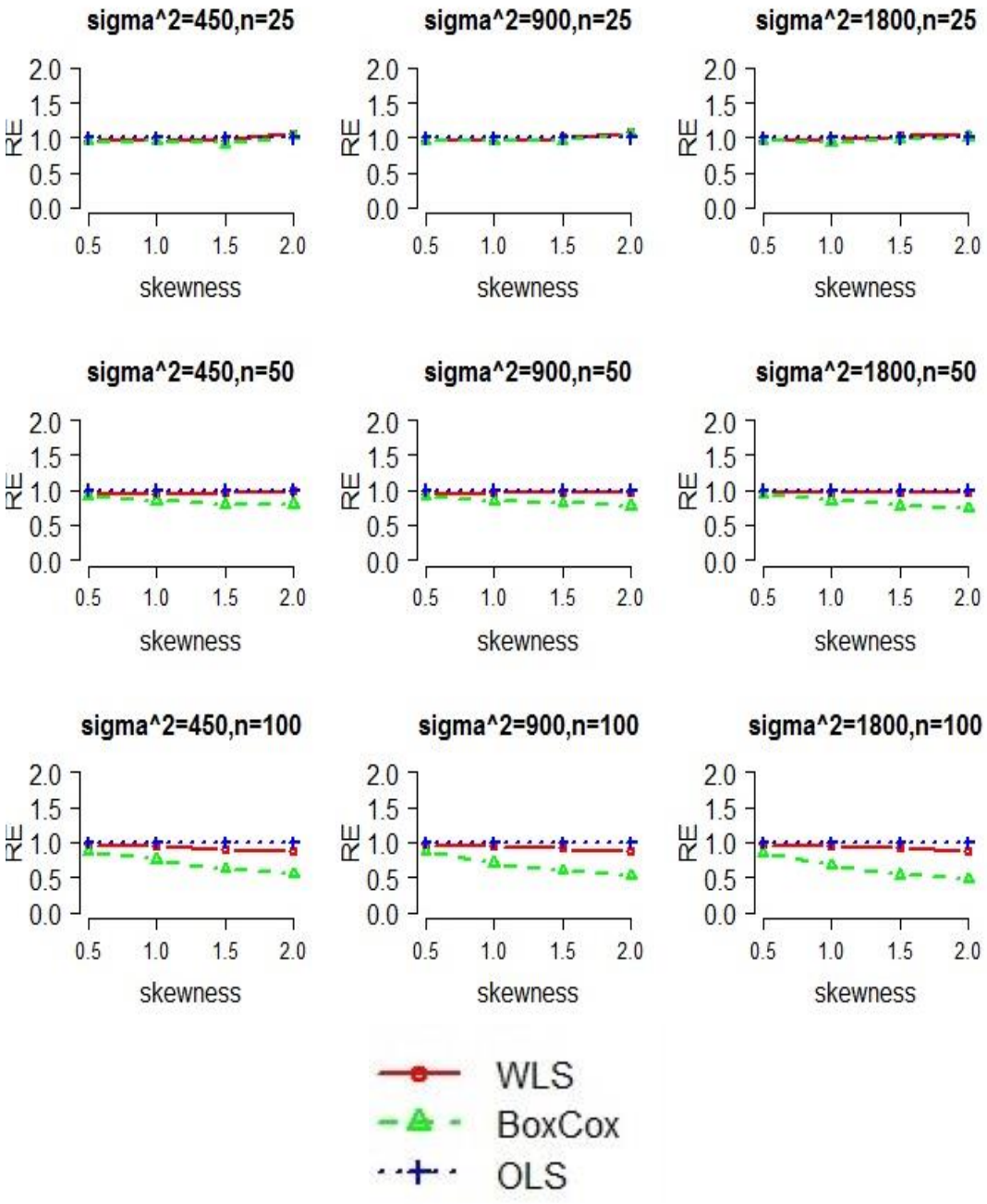
ภาพที่	ค่า	รูปแบบความสัมพันธ์	ระดับ δ	อัตราส่วน σ_1^2 กับ σ_2^2
4.2.13	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0	1:2
4.2.14	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.1	1:2
4.2.15	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.3	1:2
4.2.16	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.5	1:2
4.2.17	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0	1:1
4.2.18	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.1	1:1
4.2.19	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.3	1:1
4.2.20	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.5	1:1
4.2.21	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0	2:1
4.2.22	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.1	2:1
4.2.23	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.3	2:1
4.2.24	RE	ตัวแปรตาม $\mathbf{Y}'$	0.5	2:1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

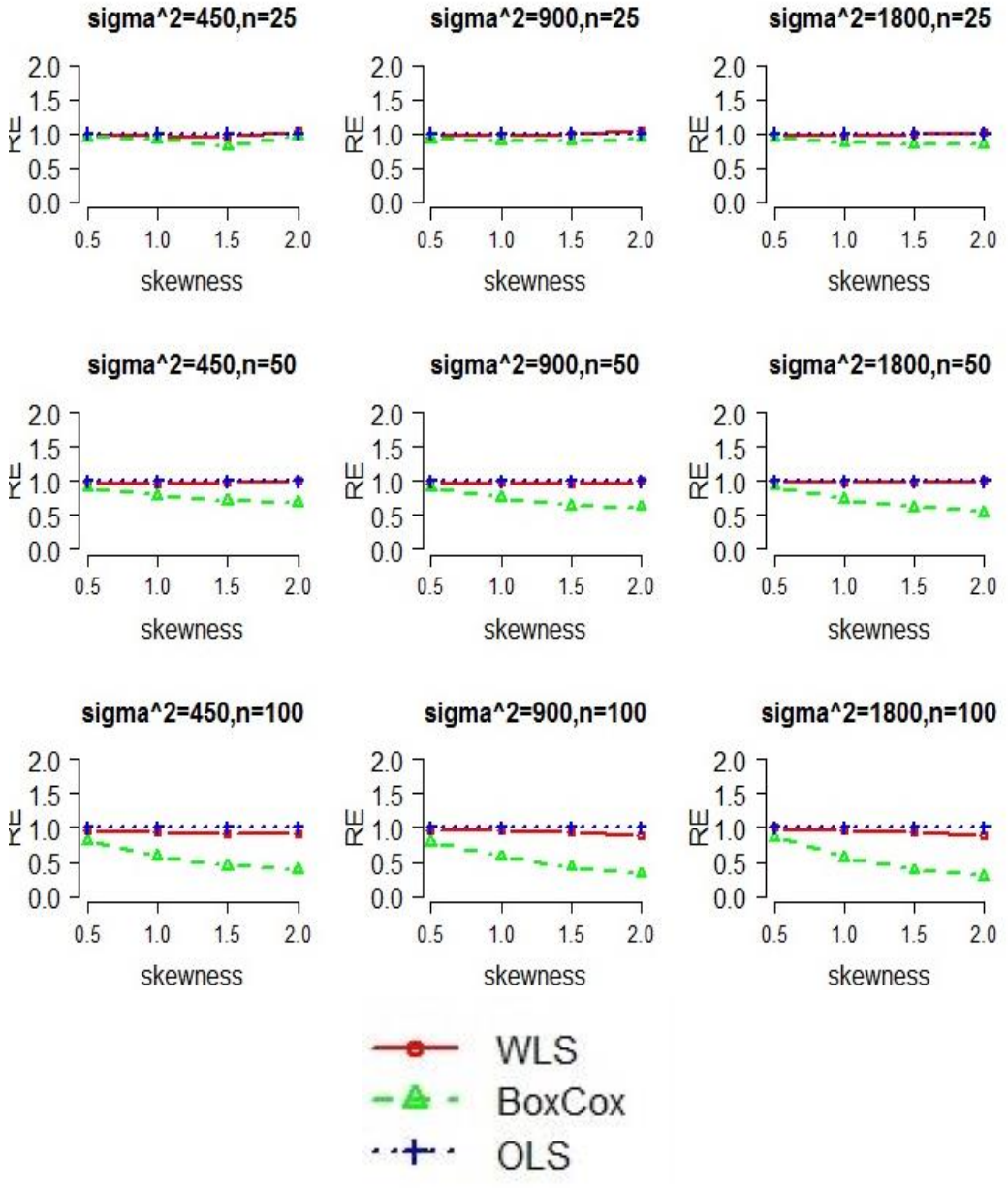
ภาพที่ 4.2.13 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



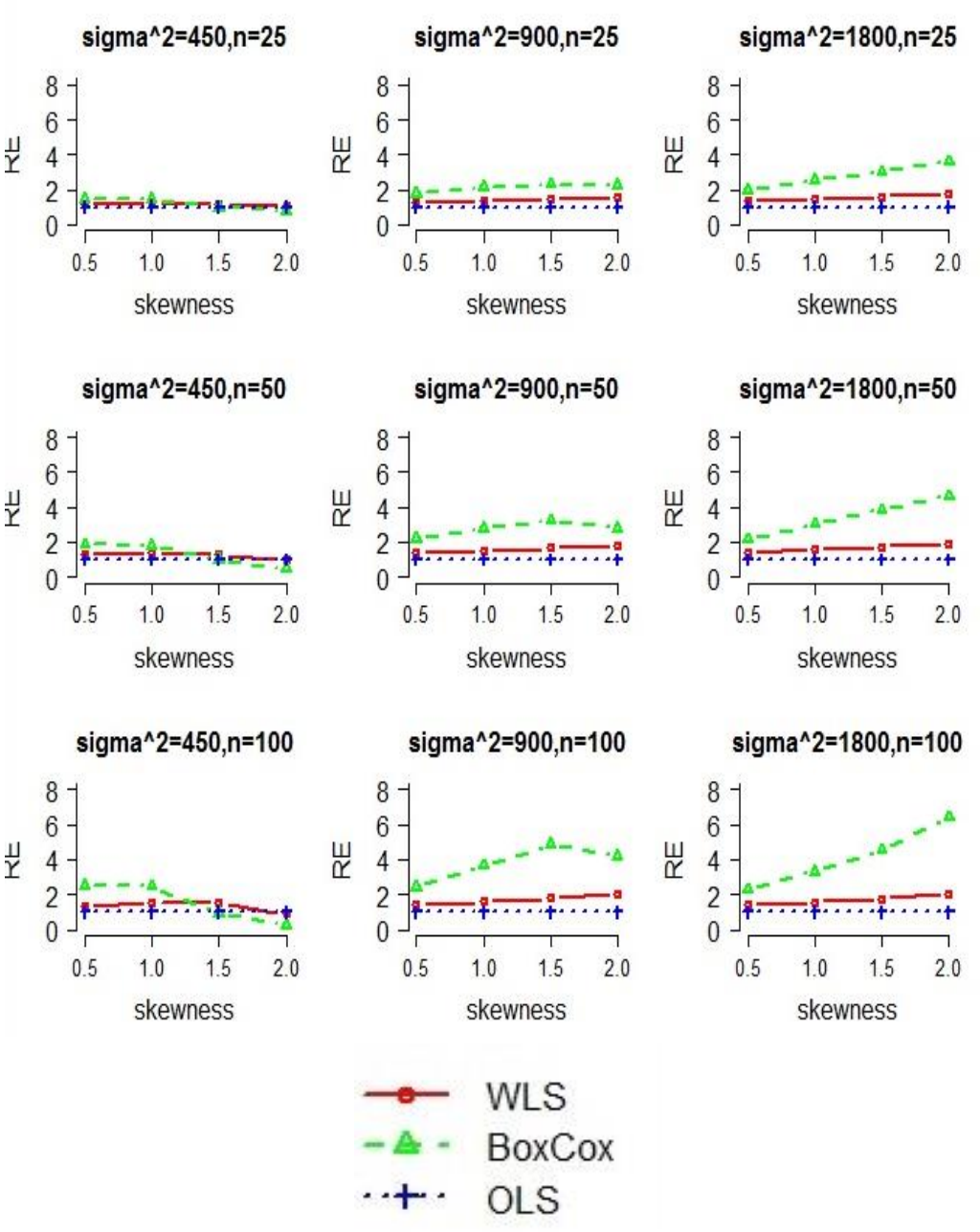
ภาพที่ 4.2.14 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



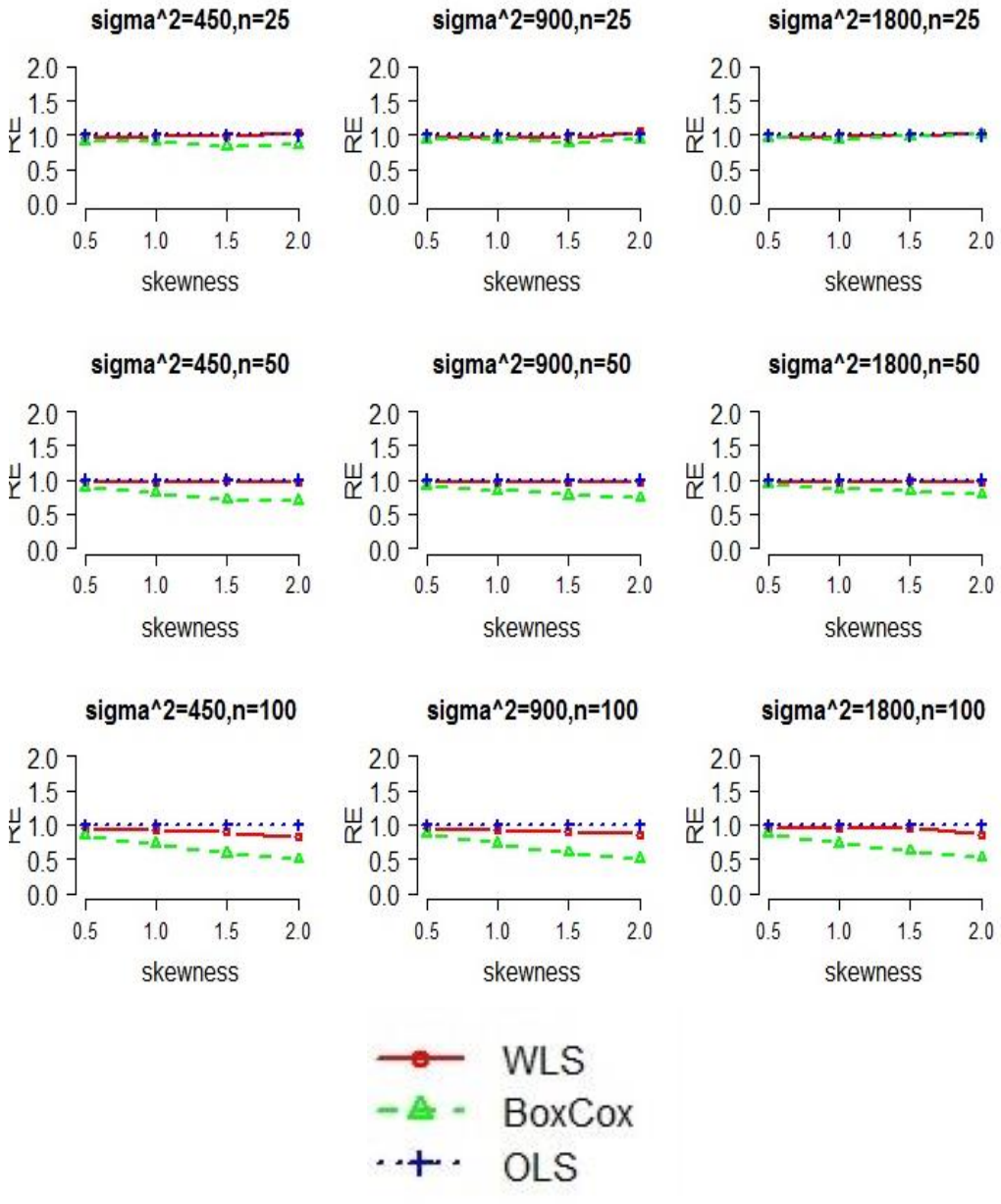
ภาพที่ 4.2.15 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



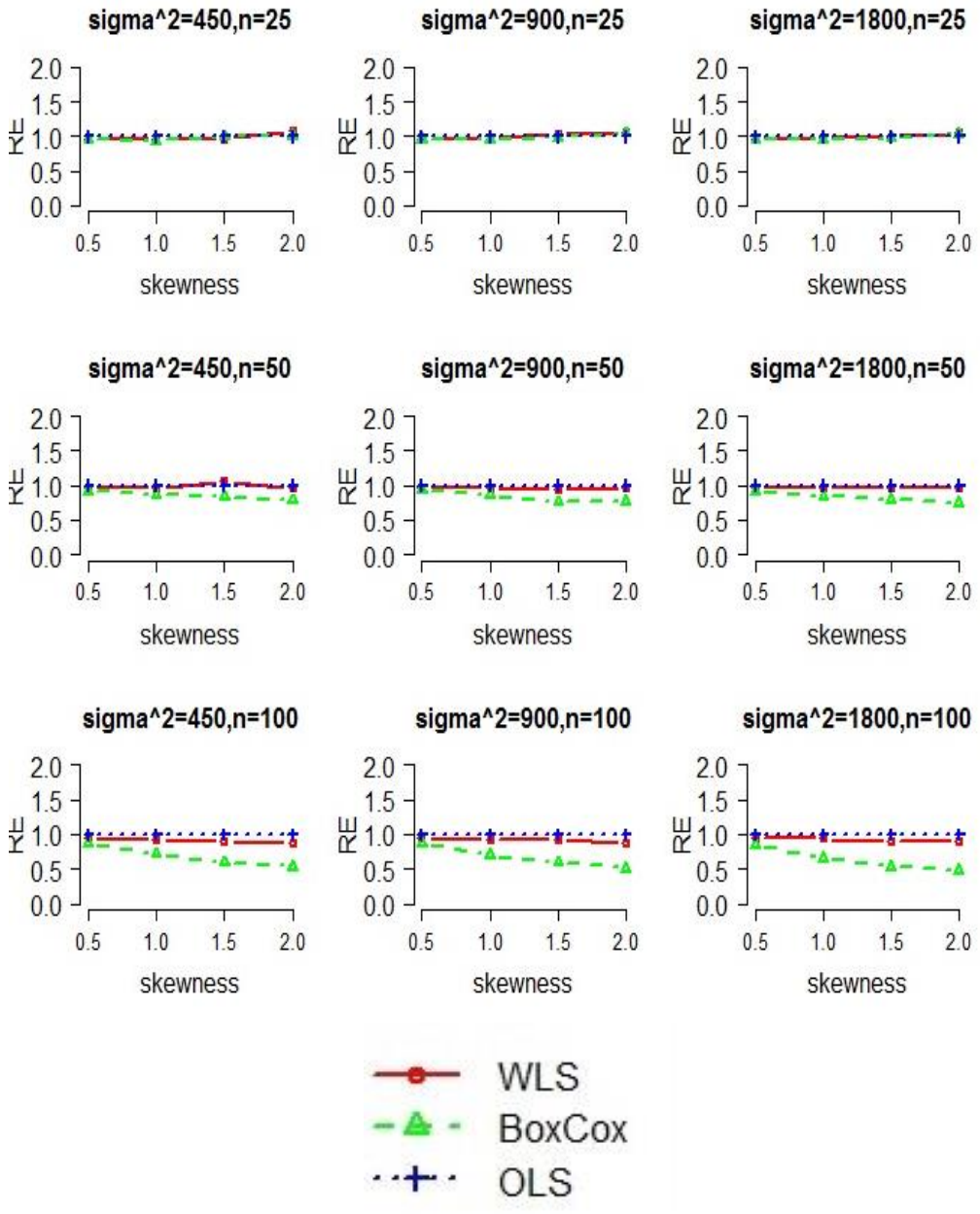
ภาพที่ 4.2.16 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



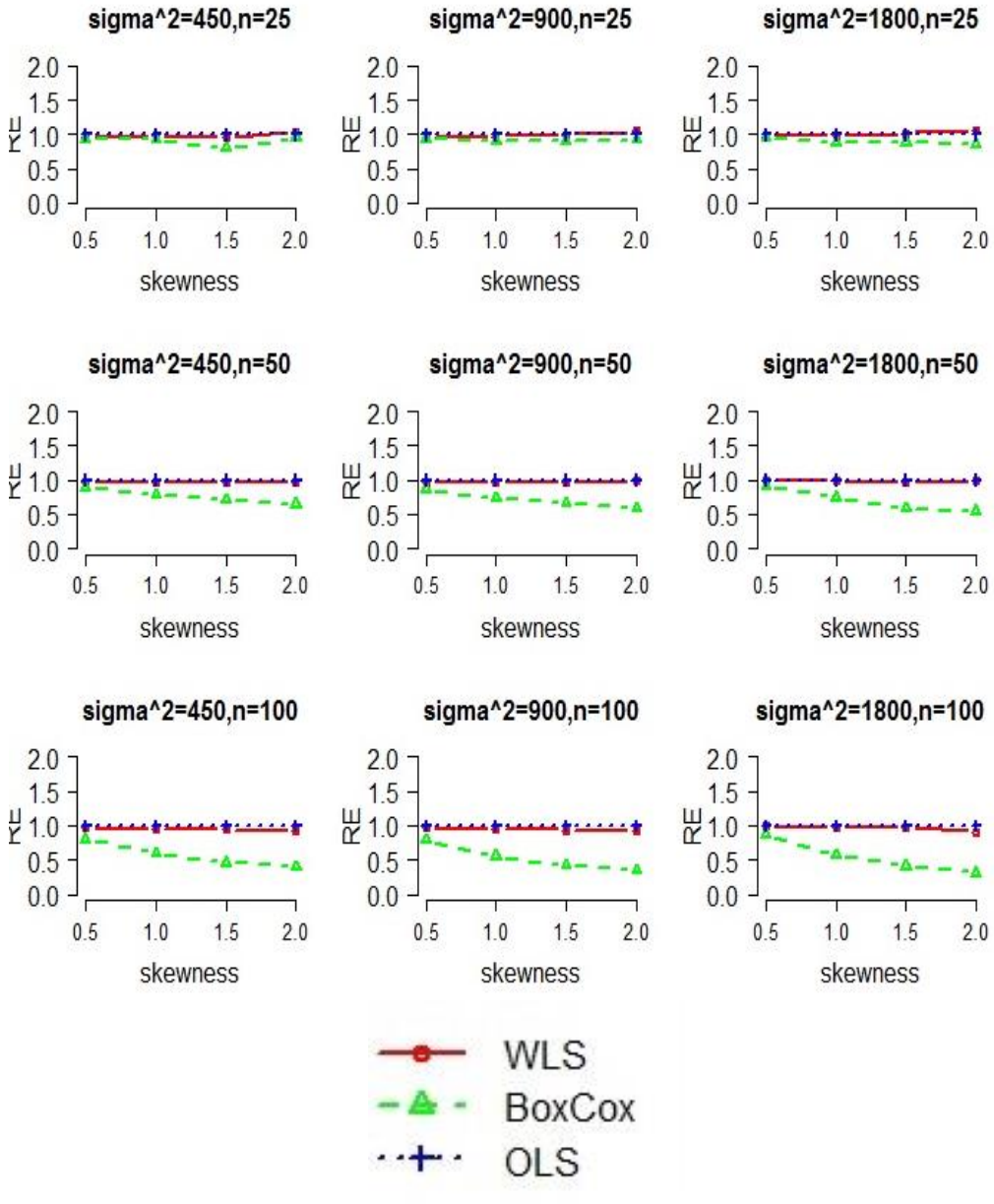
ภาพที่ 4.2.17 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



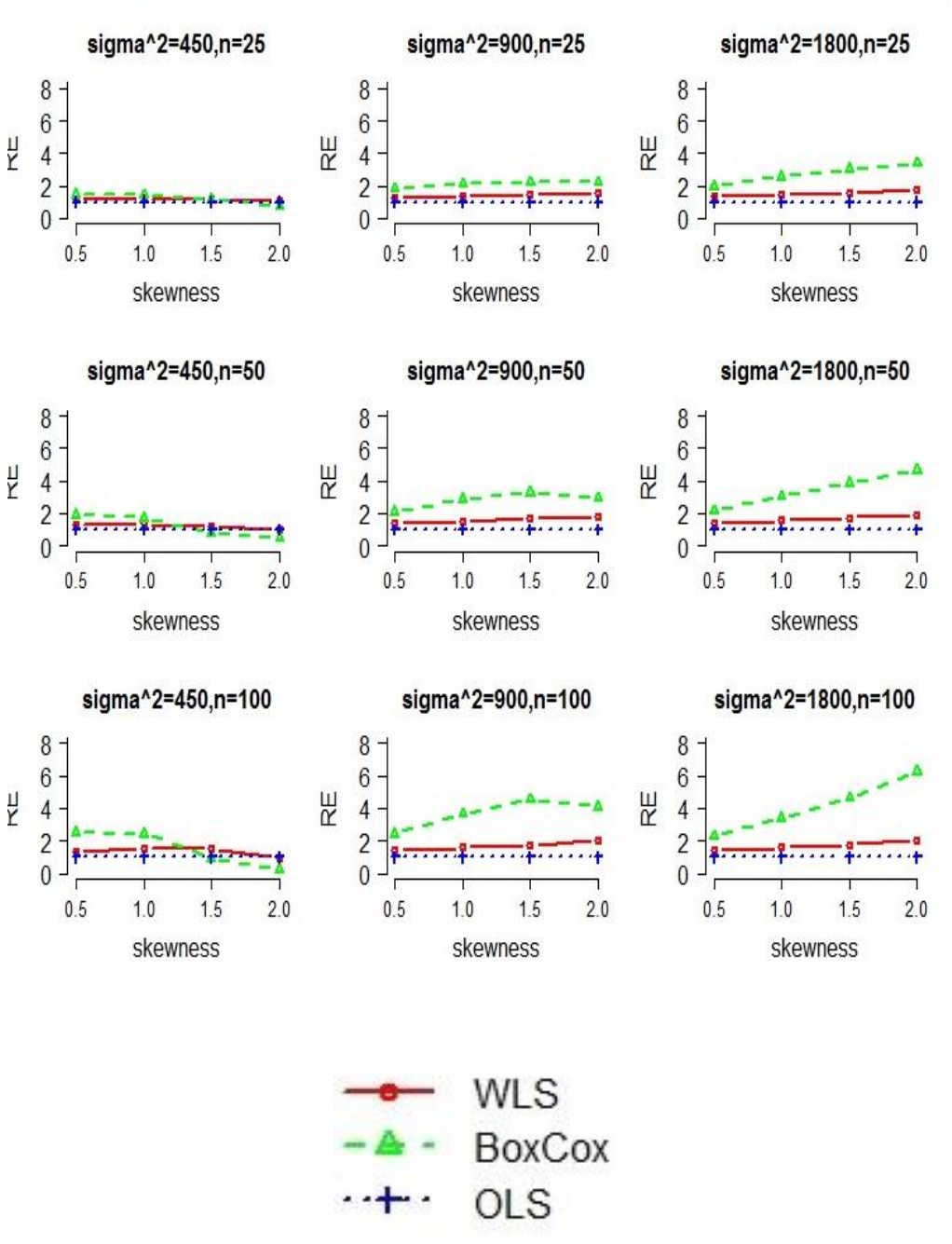
ภาพที่ 4.2.18 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



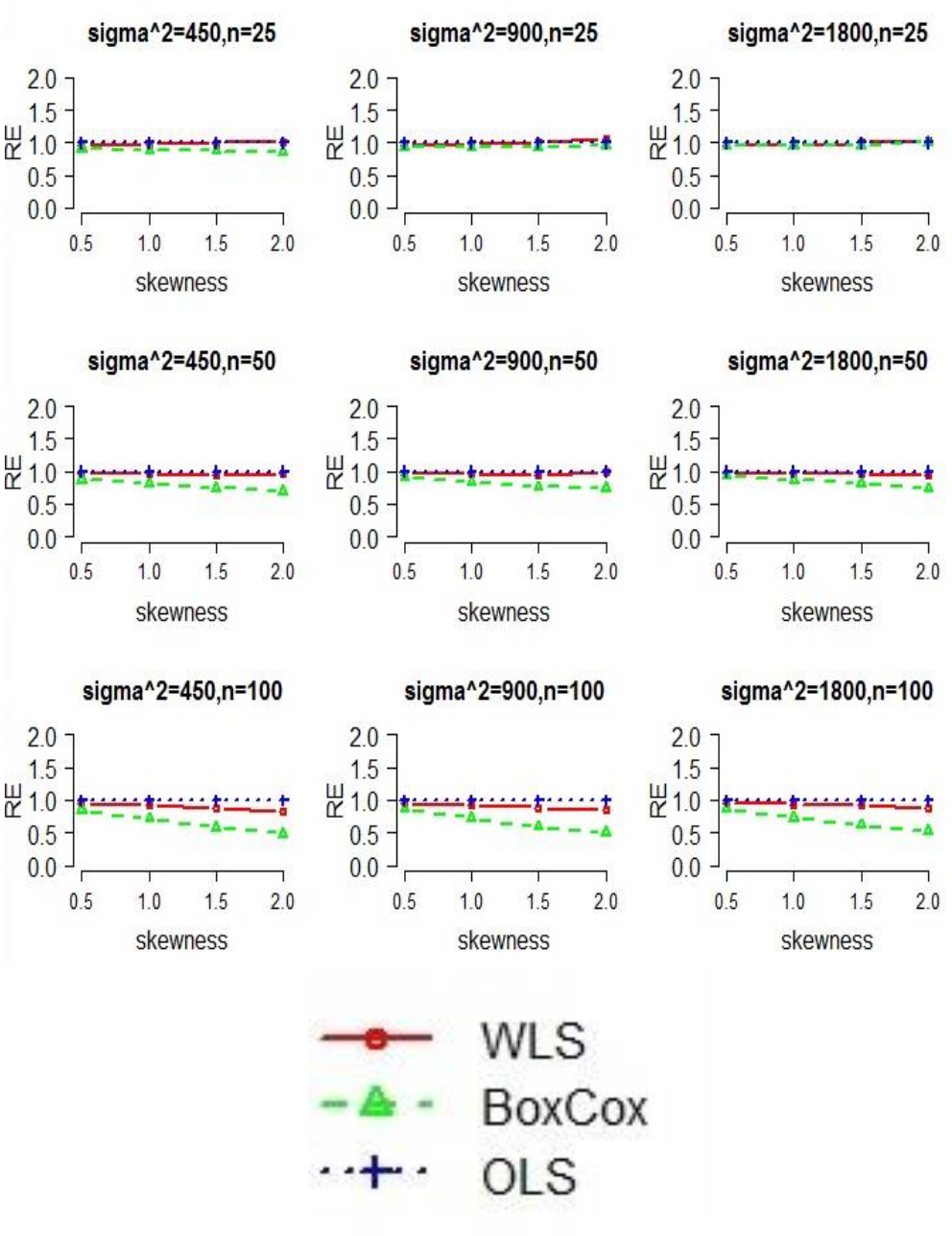
ภาพที่ 4.2.19 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



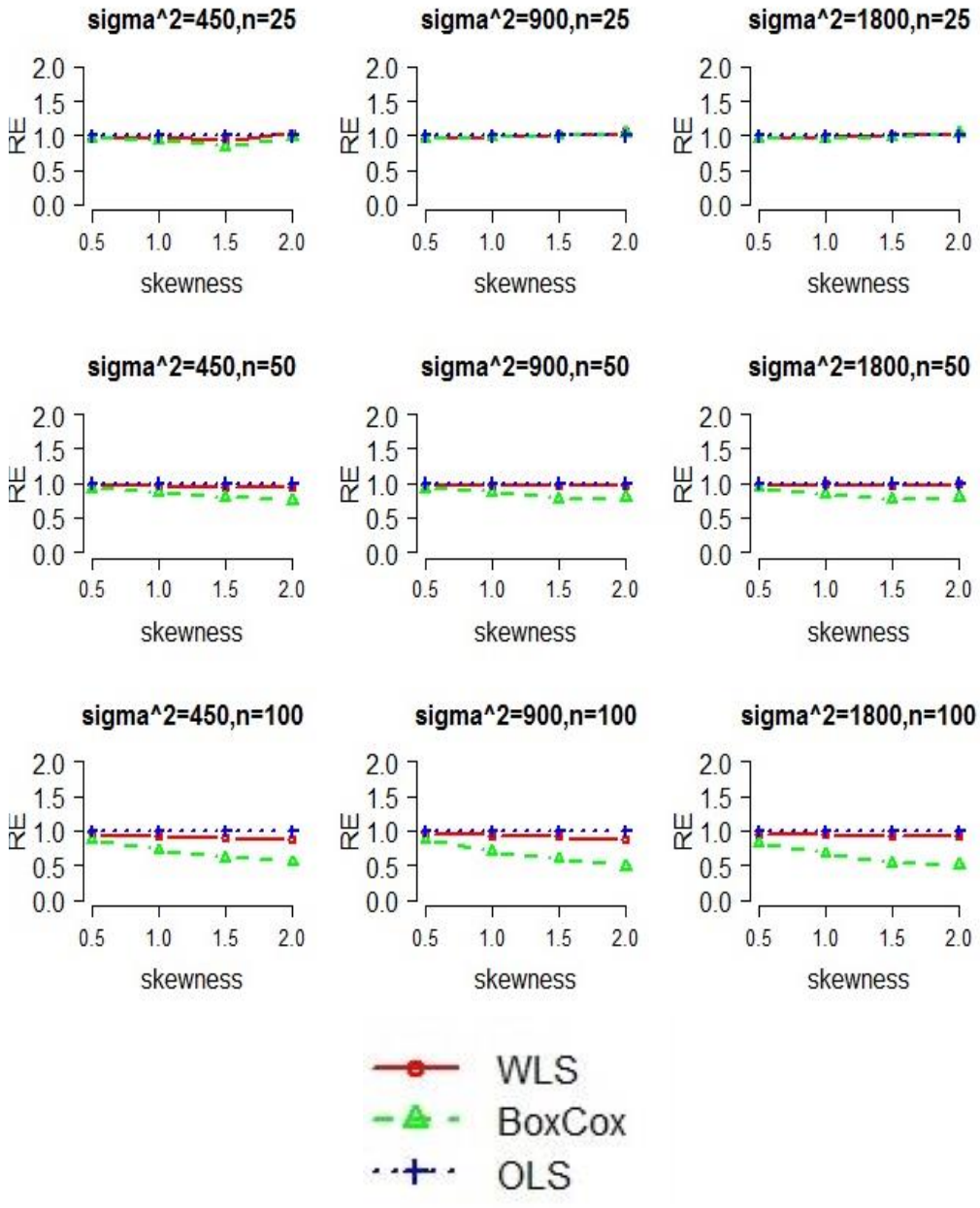
ภาพที่ 4.2.20 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



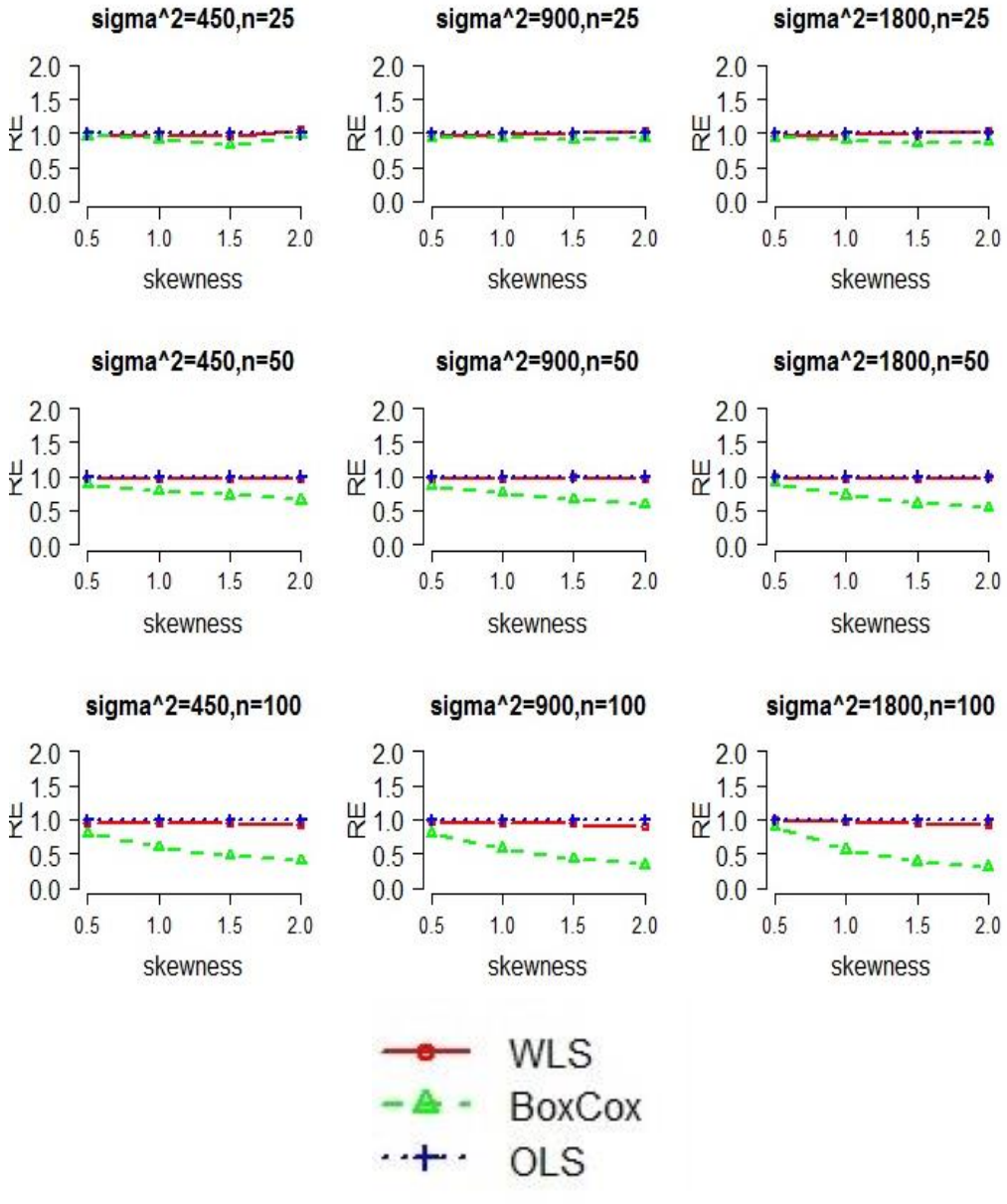
ภาพที่ 4.2.21 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



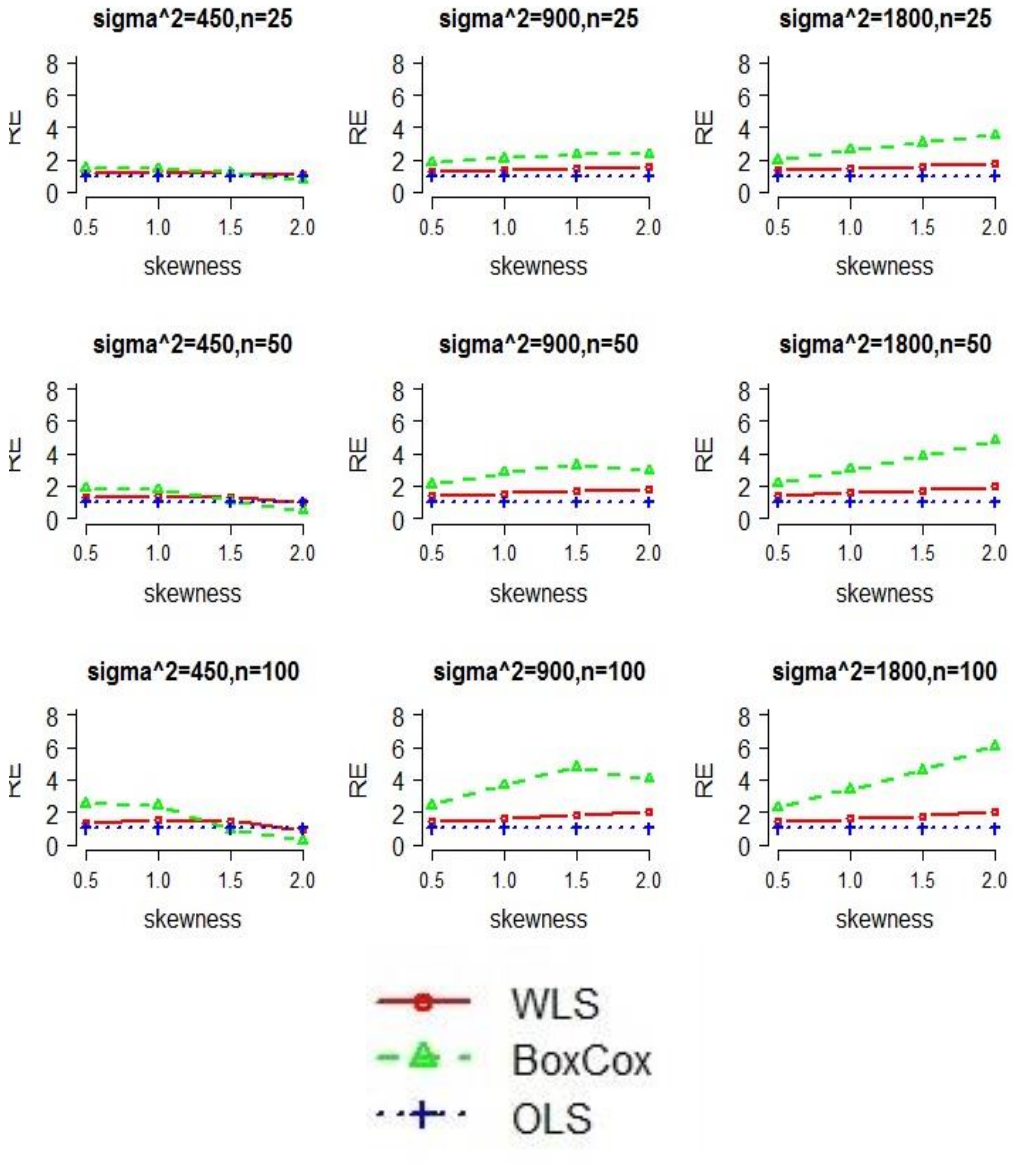
ภาพที่ 4.2.22 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



ภาพที่ 4.2.23 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



ภาพที่ 4.2.24 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม

เมื่อพิจารณาค่า AMSE จากตารางที่ 4.2.25 เมื่อพิจารณาที่ตัวอย่างขนาดเท่ากับ 25 เมื่อค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) และระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น แต่เมื่อมีขนาดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 50 และ 100 ค่า AMSE จะน้อยลง นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่ตาราง 4.2.26 ถึง 4.2.28 , 4.2.33 ถึง 4.2.36 และ 4.2.41 ถึง 4.2.44 ที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองในแต่ละระดับ พบว่า ค่า AMSE ของแต่ละระดับความเบ้และ อัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

เมื่อพิจารณาค่า RE จากตารางที่ 4.2.29 , 4.2.30 , 4.2.31 และ 4.2.32 ทุกระดับขนาดตัวอย่าง ทุกระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) และระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เท่ากับ 0 , 0.1 และ 0.3 พบว่า วิธี OLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ในขณะที่ระดับ δ เท่ากับ 0.5 วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ยกเว้นตาราง 4.2.32 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 พบว่า เมื่อมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เท่ากับ 0 , 0.1 และ 0.3 พบว่า วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองในแต่ละระดับ พบว่า ค่า RE มีค่าใกล้เคียงกัน

จากภาพที่ 4.2.13 , 4.2.14 และ 4.2.15 ทุกระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) ที่ระดับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 พบว่า ทั้ง 3 วิธีจะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามใกล้เคียงกัน แต่เมื่อตัวอย่างเพิ่มขึ้นเท่ากับ 50 และ 100 พบว่า วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามน้อยลงเมื่อเทียบกับวิธี OLS และวิธี WLS นอกจากนี้ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามต่ำกว่าวิธี OLS ในขณะที่ ตารางที่ 4.2.16 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 ทั้ง 3 วิธีจะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามใกล้เคียงกัน แต่เมื่อมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ระดับความเบ้เท่ากับ 0.5 และ 1 วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามดีกว่าวิธี OLS และวิธี WLS ทั้งนี้ที่ระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 900 ที่ขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามดีกว่าวิธี OLS และวิธี WLS แต่เมื่อระดับความเบ้เพิ่มขึ้นเท่ากับ 1.5 และ 2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามเริ่มต่ำลงเพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ที่ระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1800 ทุกระดับขนาดตัวอย่าง พบว่า วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าตัวแปรตามดีกว่าวิธี OLS และวิธี WLS และให้ประสิทธิภาพ

มากขึ้นตามขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้น ในขณะที่วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีกว่าวิธี OLS ทุกระดับขนาดตัวอย่าง นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองที่ต่างกัน พบว่า ทุกกรณีให้ผลที่สอดคล้องกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4.3 ส่วนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง

ส่วนที่ 3.1 ตารางในผลการวิจัยแสดงผลค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ดังต่อไปนี้

ตารางที่	ค่า	รูปแบบความสัมพันธ์	ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ)	อัตราส่วน σ_1^2 กับ σ_2^2
4.3.49	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:2
4.3.50	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	1:2
4.3.51	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	1:2
4.3.52	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	1:2
4.3.53	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:2
4.3.54	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	1:2
4.3.55	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	1:2
4.3.56	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	1:2
4.3.57	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:1
4.3.58	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	1:1
4.3.59	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	1:1
4.3.60	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	1:1
4.3.61	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:1
4.3.62	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	1:1
4.3.63	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	1:1
4.3.64	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	1:1
4.3.65	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	2:1
4.3.66	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	2:1
4.3.67	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	2:1
4.3.68	AMSE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	2:1
4.3.69	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	2:1
4.3.70	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.0	2:1
4.3.71	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	1.5	2:1
4.3.72	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	2.0	2:1

ตารางที่ 4.3.49 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	300:600	25	450	OLS	62.23	102.84	313.09	1029.86
				WLS	54.21	89.33	267.33	834.04
				Box-Cox	65.12	99.45	253.89	712.31
			900	OLS	113.38	187.38	570.49	1876.52
				WLS	99.21	163.38	488.67	1523.88
				Box-Cox	109.36	165.41	428.35	1257.60
			1800	OLS	375.46	633.46	1887.95	6350.19
				WLS	330.22	550.68	1615.46	5182.78
				Box-Cox	301.03	476.55	1314.69	4165.45
		50	450	OLS	36.43	60.26	181.18	590.71
				WLS	28.99	48.59	144.60	453.99
				Box-Cox	39.15	58.93	139.26	366.33
			900	OLS	66.37	109.80	330.14	1076.34
				WLS	53.28	89.25	265.34	832.45
				Box-Cox	63.84	93.95	225.90	643.63
			1800	OLS	218.81	362.00	1081.82	3586.63
				WLS	179.29	298.68	879.41	2799.61
				Box-Cox	159.04	240.75	657.71	2136.51
		100	450	OLS	23.69	38.65	112.93	349.57
				WLS	16.82	27.78	82.56	253.92
				Box-Cox	26.67	38.08	79.30	197.59
			900	OLS	43.17	70.42	205.78	636.96
				WLS	31.14	51.36	152.42	468.13
				Box-Cox	41.88	57.11	122.21	344.47
			1800	OLS	142.83	233.78	674.63	2174.83
				WLS	105.51	175.95	509.55	1618.98
				Box-Cox	90.72	128.41	336.48	1144.27

ตารางที่ 4.3.50 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	300:600	25	450	OLS	84.68	147.00	438.24	1511.33
				WLS	66.09	112.73	332.42	1134.40
				Box-Cox	82.44	127.27	306.96	858.29
			900	OLS	162.54	269.56	793.45	2738.57
				WLS	124.51	207.25	608.21	1991.42
				Box-Cox	135.86	201.41	501.24	1481.38
			1800	OLS	246.08	389.20	1265.86	3776.87
				WLS	191.79	305.60	957.58	2809.74
				Box-Cox	193.30	275.18	712.38	2093.49
		50	450	OLS	55.01	87.32	262.22	841.61
				WLS	38.20	60.85	186.78	590.13
				Box-Cox	56.30	78.33	165.84	425.76
			900	OLS	100.23	159.10	477.80	1533.52
				WLS	70.54	112.26	343.96	1084.26
				Box-Cox	86.31	117.85	260.69	743.28
			1800	OLS	146.17	238.68	721.94	2291.63
				WLS	104.52	171.39	515.45	1630.33
				Box-Cox	112.78	153.98	366.87	1132.68
		100	450	OLS	35.39	56.45	170.64	514.19
				WLS	21.43	35.21	108.95	329.30
				Box-Cox	39.72	53.78	99.04	216.87
			900	OLS	62.44	106.81	305.08	968.68
				WLS	38.65	67.79	197.80	629.43
				Box-Cox	57.11	77.31	141.29	381.54
			1800	OLS	96.41	157.46	458.81	1411.38
				WLS	60.50	102.38	305.44	919.12
				Box-Cox	73.13	95.79	194.60	558.06

ตารางที่ 4.3.51 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	300:600	25	450	OLS	100.66	176.76	514.69	1648.39
				WLS	73.16	120.42	364.72	1135.97
				Box-Cox	92.01	137.34	318.13	841.95
			900	OLS	222.71	384.51	1149.61	3702.92
				WLS	160.75	284.38	812.40	2572.32
				Box-Cox	167.00	258.15	610.32	1798.39
			1800	OLS	325.48	517.07	1652.56	4985.18
				WLS	235.43	385.57	1150.68	3404.32
				Box-Cox	225.50	324.72	814.92	2461.36
		50	450	OLS	59.62	96.41	294.74	977.28
				WLS	38.81	62.94	196.39	633.62
				Box-Cox	59.90	82.65	172.43	450.22
			900	OLS	132.68	214.56	655.95	2174.97
				WLS	88.07	142.59	443.38	1425.81
				Box-Cox	102.62	140.26	315.61	958.62
			1800	OLS	181.43	301.73	882.03	2953.39
				WLS	121.69	206.12	594.21	1999.04
				Box-Cox	129.30	178.94	412.24	1287.94
		100	450	OLS	38.55	63.43	187.19	595.51
				WLS	21.76	36.48	111.77	360.75
				Box-Cox	44.46	59.39	106.85	239.27
			900	OLS	87.37	142.42	419.38	1285.39
				WLS	50.65	84.75	257.26	797.96
				Box-Cox	71.04	92.07	179.18	500.77
			1800	OLS	116.75	191.50	556.02	1774.61
				WLS	69.01	115.85	344.49	1107.30
				Box-Cox	82.63	107.44	226.81	685.10

ตารางที่ 4.3.52 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	300:600	25	450	OLS	119.09	197.18	613.79	1906.05
				WLS	80.39	135.08	409.49	1228.37
				Box-Cox	99.84	145.87	341.23	923.83
			900	OLS	282.62	471.52	1516.23	5015.60
				WLS	196.51	323.91	1034.06	3228.83
				Box-Cox	195.15	288.81	761.14	2225.87
			1800	OLS	376.76	657.91	1947.92	6621.99
				WLS	262.15	455.18	1310.31	4145.18
				Box-Cox	245.67	372.20	938.65	2799.30
		50	450	OLS	66.46	109.27	329.18	1088.35
				WLS	40.98	69.33	207.93	678.19
				Box-Cox	64.10	88.15	185.13	476.85
			900	OLS	163.46	272.48	837.49	2625.91
				WLS	104.35	174.87	547.24	1671.15
				Box-Cox	118.06	163.39	393.77	1155.69
			1800	OLS	217.02	394.02	1158.51	3508.66
				WLS	139.02	248.50	730.92	2278.13
				Box-Cox	144.02	207.87	510.32	1642.81
		100	450	OLS	42.37	65.67	195.16	641.84
				WLS	22.45	35.74	111.04	375.46
				Box-Cox	48.63	63.16	111.97	271.12
			900	OLS	104.43	169.13	496.71	1650.80
				WLS	57.89	96.61	287.57	998.40
				Box-Cox	81.52	109.17	221.34	674.92
			1800	OLS	137.14	228.35	681.94	2102.28
				WLS	76.82	130.16	410.61	1260.83
				Box-Cox	96.38	127.19	302.95	904.95

ตารางที่ 4.3.53 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.148	1.151	1.171	1.235
				Box-Cox	0.956	1.034	1.233	1.446
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.143	1.147	1.167	1.231
				Box-Cox	1.037	1.133	1.332	1.492
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.137	1.150	1.169	1.225
				Box-Cox	1.247	1.329	1.436	1.524
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.256	1.240	1.253	1.301
				Box-Cox	0.930	1.023	1.301	1.613
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.246	1.230	1.244	1.293
				Box-Cox	1.040	1.169	1.461	1.672
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.220	1.212	1.230	1.281
				Box-Cox	1.376	1.504	1.645	1.679
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.409	1.391	1.368	1.377
				Box-Cox	0.889	1.015	1.424	1.769
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.386	1.371	1.350	1.361
				Box-Cox	1.031	1.233	1.684	1.849
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.354	1.329	1.324	1.343
				Box-Cox	1.574	1.821	2.005	1.901

ตารางที่ 4.3.54 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.281	1.304	1.318	1.332
				Box-Cox	1.027	1.155	1.428	1.761
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.305	1.301	1.305	1.375
				Box-Cox	1.196	1.338	1.583	1.849
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.283	1.274	1.322	1.344
				Box-Cox	1.273	1.414	1.777	1.804
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.440	1.435	1.404	1.426
				Box-Cox	0.977	1.115	1.581	1.977
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.421	1.417	1.389	1.414
				Box-Cox	1.161	1.350	1.833	2.063
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.398	1.393	1.401	1.406
				Box-Cox	1.296	1.550	1.968	2.023
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.652	1.603	1.566	1.561
				Box-Cox	0.891	1.050	1.723	2.371
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.616	1.576	1.542	1.539
				Box-Cox	1.093	1.382	2.159	2.539
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.594	1.538	1.502	1.536
				Box-Cox	1.318	1.644	2.358	2.529

ตารางที่ 4.3.55 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล โดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามเมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.376	1.468	1.411	1.451
				Box-Cox	1.094	1.287	1.618	1.958
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.385	1.352	1.415	1.440
				Box-Cox	1.334	1.490	1.884	2.059
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.382	1.341	1.436	1.464
				Box-Cox	1.443	1.592	2.028	2.025
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.536	1.532	1.501	1.542
				Box-Cox	0.995	1.167	1.709	2.171
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.507	1.505	1.479	1.525
				Box-Cox	1.293	1.530	2.078	2.269
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.491	1.464	1.484	1.477
				Box-Cox	1.403	1.686	2.140	2.293
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.772	1.739	1.675	1.651
				Box-Cox	0.867	1.068	1.752	2.489
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.725	1.680	1.630	1.611
				Box-Cox	1.230	1.547	2.341	2.567
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.692	1.653	1.614	1.603
				Box-Cox	1.413	1.782	2.451	2.590

ตารางที่ 4.3.56 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตรา ส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.481	1.460	1.499	1.552
				Box-Cox	1.193	1.352	1.799	2.063
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.438	1.456	1.466	1.553
				Box-Cox	1.448	1.633	1.992	2.253
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.437	1.445	1.487	1.598
				Box-Cox	1.534	1.768	2.075	2.366
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.622	1.576	1.583	1.605
				Box-Cox	1.037	1.240	1.778	2.282
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.567	1.558	1.530	1.571
				Box-Cox	1.385	1.668	2.127	2.272
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.561	1.586	1.585	1.540
				Box-Cox	1.507	1.896	2.270	2.136
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.888	1.838	1.758	1.709
				Box-Cox	0.871	1.040	1.743	2.367
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.804	1.751	1.727	1.653
				Box-Cox	1.281	1.549	2.244	2.446
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.785	1.754	1.661	1.667
				Box-Cox	1.423	1.795	2.251	2.323

ตารางที่ 4.3.57 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $\mathbf{X_1}$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $\mathbf{X_1}$ และ $\mathbf{X_2}$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	450:450	25	450	OLS	61.08	107.09	354.33	1262.45
				WLS	53.81	92.22	299.29	1030.90
				Box-Cox	63.23	102.52	279.04	868.23
			900	OLS	111.30	195.14	645.63	2300.34
				WLS	98.45	168.79	547.23	1883.12
				Box-Cox	105.98	170.21	473.90	1542.17
			1800	OLS	366.26	653.75	2163.61	7493.87
				WLS	323.56	571.28	1863.98	6233.90
				Box-Cox	294.05	483.74	1487.26	5053.65
		50	450	OLS	36.83	62.92	198.50	724.45
				WLS	29.10	50.82	159.51	554.80
				Box-Cox	39.07	61.49	148.75	448.31
			900	OLS	67.10	114.64	361.69	1320.04
				WLS	53.52	93.34	292.65	1017.15
				Box-Cox	63.33	97.82	244.45	795.53
			1800	OLS	217.48	375.14	1230.30	4412.11
				WLS	178.27	309.84	997.59	3406.72
				Box-Cox	158.80	247.33	740.77	2655.42
		100	450	OLS	23.26	40.13	127.24	437.08
				WLS	16.46	28.91	93.31	316.31
				Box-Cox	25.99	39.07	86.47	235.71
			900	OLS	42.39	73.13	231.85	796.40
				WLS	30.48	53.44	172.23	583.01
				Box-Cox	40.96	58.50	134.63	415.18
			1800	OLS	143.72	245.22	757.49	2648.01
				WLS	106.25	185.03	571.58	1980.36
				Box-Cox	88.86	133.85	373.19	1379.48

ตารางที่ 4.3.58 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	450:450	25	450	OLS	91.02	156.14	496.94	1816.66
				WLS	70.22	120.23	375.16	1310.23
				Box-Cox	86.67	133.59	333.13	982.38
			900	OLS	161.51	293.04	933.51	3377.87
				WLS	122.68	225.58	718.08	2486.94
				Box-Cox	131.86	218.75	580.18	1815.31
			1800	OLS	251.75	424.94	1350.65	4770.19
				WLS	196.28	335.31	1023.90	3474.20
				Box-Cox	188.17	300.79	772.57	2554.98
		50	450	OLS	53.49	92.33	298.21	1069.35
				WLS	36.99	64.79	213.89	744.34
				Box-Cox	55.89	81.25	184.38	523.81
			900	OLS	97.47	168.23	543.37	1948.48
				WLS	68.29	119.47	393.80	1366.11
				Box-Cox	85.68	122.72	292.99	925.69
			1800	OLS	146.02	253.45	821.25	2822.46
				WLS	103.69	183.26	590.56	1978.62
				Box-Cox	111.15	161.04	414.02	1363.42
		100	450	OLS	35.34	60.56	190.75	662.14
				WLS	21.67	37.69	120.91	427.74
				Box-Cox	40.47	56.08	101.80	265.41
			900	OLS	64.40	110.35	347.57	1206.50
				WLS	40.40	70.16	224.29	790.63
				Box-Cox	59.21	78.52	151.02	465.62
			1800	OLS	98.78	162.63	528.90	1783.90
				WLS	62.24	105.25	351.85	1190.79
				Box-Cox	75.58	96.65	216.27	712.03

ตารางที่ 4.3.59 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	450:450	25	450	OLS	101.94	179.96	592.17	2142.59
				WLS	73.19	128.08	425.63	1456.80
				Box-Cox	91.98	143.25	359.70	1059.67
			900	OLS	226.88	400.51	1317.90	4768.42
				WLS	164.45	287.76	953.79	3257.13
				Box-Cox	170.48	262.61	702.30	2294.33
			1800	OLS	302.82	526.86	1798.73	6371.81
				WLS	221.20	393.09	1290.20	4316.78
				Box-Cox	211.65	333.79	913.70	3081.96
		50	450	OLS	60.24	106.05	343.56	1194.60
				WLS	39.24	70.97	226.15	787.52
				Box-Cox	60.21	91.58	194.85	535.72
			900	OLS	133.98	222.71	755.42	2743.09
				WLS	89.67	150.36	501.23	1824.23
				Box-Cox	102.47	145.10	349.95	1182.11
			1800	OLS	181.39	311.40	1022.81	3561.43
				WLS	122.91	211.18	705.78	2365.78
				Box-Cox	128.39	185.02	485.93	1539.72
		100	450	OLS	37.29	64.79	205.89	737.00
				WLS	20.65	37.74	123.16	444.41
				Box-Cox	44.48	61.16	110.16	282.63
			900	OLS	83.00	144.19	458.22	1640.23
				WLS	47.56	86.56	280.96	1009.85
				Box-Cox	70.70	94.53	192.57	613.51
			1800	OLS	113.12	192.48	625.18	2059.88
				WLS	66.72	114.57	388.14	1291.54
				Box-Cox	83.51	110.17	252.37	825.01

ตารางที่ 4.3.60 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ $\mathbf{X_1}$ มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $\mathbf{X_1}$ และ $\mathbf{X_2}$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	450:450	25	450	OLS	115.17	211.61	741.79	2478.72
				WLS	79.81	143.54	466.87	1660.69
				Box-Cox	98.96	152.88	396.37	1182.56
			900	OLS	282.33	498.46	1655.99	5908.39
				WLS	196.03	352.53	1131.50	3871.14
				Box-Cox	194.65	304.31	817.80	2663.20
			1800	OLS	386.06	701.05	2491.62	8478.70
				WLS	275.82	490.91	1573.46	5378.20
				Box-Cox	256.18	384.28	1073.68	3752.57
		50	450	OLS	67.29	108.33	387.83	1309.42
				WLS	41.97	69.18	245.15	845.37
				Box-Cox	64.46	90.33	213.67	603.25
			900	OLS	167.99	262.11	946.94	3441.97
				WLS	106.20	172.04	617.20	2179.50
				Box-Cox	117.54	174.03	452.98	1492.21
			1800	OLS	222.38	392.11	1219.70	4481.09
				WLS	141.04	257.51	796.13	2911.10
				Box-Cox	143.32	221.09	587.60	2031.96
		100	450	OLS	42.59	73.13	225.87	814.34
				WLS	22.43	40.76	129.45	485.19
				Box-Cox	51.83	68.10	122.68	339.10
			900	OLS	97.92	170.88	552.09	2040.14
				WLS	54.49	99.53	321.22	1228.95
				Box-Cox	78.03	107.17	241.73	840.61
			1800	OLS	135.04	226.75	746.08	2663.61
				WLS	75.55	133.03	438.27	1601.91
				Box-Cox	92.43	127.32	325.08	1129.68

ตารางที่ 4.3.61 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.135	1.161	1.184	1.225
				Box-Cox	0.966	1.045	1.270	1.454
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.130	1.156	1.180	1.222
				Box-Cox	1.050	1.146	1.362	1.492
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.132	1.144	1.161	1.202
				Box-Cox	1.246	1.351	1.455	1.483
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.265	1.238	1.244	1.306
				Box-Cox	0.943	1.023	1.334	1.616
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.254	1.228	1.236	1.298
				Box-Cox	1.060	1.172	1.480	1.659
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.220	1.211	1.233	1.295
				Box-Cox	1.370	1.517	1.661	1.662
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.413	1.388	1.364	1.382
				Box-Cox	0.895	1.027	1.472	1.854
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.391	1.368	1.346	1.366
				Box-Cox	1.035	1.250	1.722	1.918
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.353	1.325	1.325	1.337
				Box-Cox	1.617	1.832	2.030	1.920

ตารางที่ 4.3.62 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.296	1.299	1.325	1.387
				Box-Cox	1.050	1.169	1.492	1.849
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.316	1.299	1.300	1.358
				Box-Cox	1.225	1.340	1.609	1.861
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.283	1.267	1.319	1.373
				Box-Cox	1.338	1.413	1.748	1.867
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.446	1.425	1.394	1.437
				Box-Cox	0.957	1.136	1.617	2.041
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.427	1.408	1.380	1.426
				Box-Cox	1.138	1.371	1.855	2.105
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.408	1.383	1.391	1.426
				Box-Cox	1.314	1.574	1.984	2.070
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.631	1.607	1.578	1.548
				Box-Cox	0.873	1.080	1.874	2.495
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.594	1.573	1.550	1.526
				Box-Cox	1.088	1.405	2.301	2.591
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.587	1.545	1.503	1.498
				Box-Cox	1.307	1.683	2.446	2.505

ตารางที่ 4.3.63 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.393	1.405	1.391	1.471
				Box-Cox	1.108	1.256	1.646	2.022
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.380	1.392	1.382	1.464
				Box-Cox	1.331	1.525	1.877	2.078
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.369	1.340	1.394	1.476
				Box-Cox	1.431	1.578	1.969	2.067
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.535	1.494	1.519	1.517
				Box-Cox	1.000	1.158	1.763	2.230
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.494	1.481	1.507	1.504
				Box-Cox	1.307	1.535	2.159	2.321
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.476	1.475	1.449	1.505
				Box-Cox	1.413	1.683	2.105	2.313
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.806	1.717	1.672	1.658
				Box-Cox	0.839	1.059	1.869	2.608
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.745	1.666	1.631	1.624
				Box-Cox	1.174	1.525	2.380	2.673
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.695	1.680	1.611	1.595
				Box-Cox	1.354	1.747	2.477	2.497

ตารางที่ 4.3.64 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.443	1.474	1.589	1.493
				Box-Cox	1.164	1.384	1.871	2.096
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.440	1.414	1.464	1.526
				Box-Cox	1.450	1.638	2.025	2.219
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.400	1.428	1.584	1.576
				Box-Cox	1.507	1.824	2.321	2.259
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.604	1.566	1.582	1.549
				Box-Cox	1.044	1.199	1.815	2.171
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.582	1.524	1.534	1.579
				Box-Cox	1.429	1.506	2.090	2.307
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.577	1.523	1.532	1.539
				Box-Cox	1.552	1.774	2.076	2.205
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.899	1.794	1.745	1.678
				Box-Cox	0.822	1.074	1.841	2.401
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.797	1.717	1.719	1.660
				Box-Cox	1.255	1.595	2.284	2.427
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.788	1.704	1.702	1.663
				Box-Cox	1.461	1.781	2.295	2.358

ตารางที่ 4.3.65 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	600:300	25	450	OLS	60.74	109.54	373.40	1525.25
				WLS	53.20	94.88	320.01	1241.06
				Box-Cox	62.85	104.51	301.06	1015.95
			900	OLS	110.68	199.60	680.38	2779.18
				WLS	97.34	173.56	584.62	2267.19
				Box-Cox	105.49	173.77	513.70	1817.15
			1800	OLS	379.88	671.63	2441.13	8300.67
				WLS	332.21	593.72	2071.15	6883.38
				Box-Cox	298.69	512.99	1667.14	5861.49
		50	450	OLS	34.98	64.16	222.35	885.72
				WLS	27.92	52.01	177.71	683.36
				Box-Cox	37.83	62.52	162.51	554.95
			900	OLS	63.74	116.91	405.14	1613.89
				WLS	51.33	95.50	326.01	1252.25
				Box-Cox	61.35	99.55	269.35	990.08
			1800	OLS	219.94	390.34	1296.27	5046.96
				WLS	178.83	321.07	1057.82	3926.25
				Box-Cox	160.65	255.81	804.62	3038.50
		100	450	OLS	23.55	41.54	142.17	503.82
				WLS	16.78	30.22	103.94	366.64
				Box-Cox	26.08	40.24	92.01	268.76
			900	OLS	42.91	75.69	259.05	918.03
				WLS	31.06	55.86	191.78	675.45
				Box-Cox	41.06	60.63	144.48	477.90
			1800	OLS	138.09	249.42	857.23	3062.42
				WLS	101.88	188.37	656.86	2271.33
				Box-Cox	87.45	138.09	428.99	1593.55

ตารางที่ 4.3.66 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	600:300	25	450	OLS	88.65	160.34	558.23	2066.26
				WLS	67.83	122.07	430.15	1521.89
				Box-Cox	83.97	135.51	365.67	1135.27
			900	OLS	161.53	292.17	1017.17	3764.96
				WLS	124.45	223.70	787.28	2781.66
				Box-Cox	135.25	216.58	606.74	2021.60
			1800	OLS	246.60	436.81	1568.55	6066.88
				WLS	188.84	342.63	1181.90	4334.08
				Box-Cox	189.17	300.89	870.65	3091.04
		50	450	OLS	53.48	91.80	325.60	1222.47
				WLS	36.74	64.82	231.83	848.28
				Box-Cox	55.31	79.62	193.10	587.77
			900	OLS	97.45	167.27	593.28	2227.48
				WLS	67.83	119.61	426.34	1556.71
				Box-Cox	84.81	119.82	310.36	1044.55
			1800	OLS	144.64	259.43	866.81	3309.04
				WLS	101.93	184.97	626.43	2303.37
				Box-Cox	109.09	162.91	441.17	1575.50
		100	450	OLS	34.66	62.86	210.53	783.81
				WLS	21.00	39.40	135.39	505.63
				Box-Cox	39.66	57.05	112.38	315.19
			900	OLS	65.23	114.96	388.11	1363.89
				WLS	40.52	73.15	255.13	903.37
				Box-Cox	59.02	79.81	172.65	539.30
			1800	OLS	94.22	168.67	569.10	2171.42
				WLS	58.89	108.38	378.01	1431.29
				Box-Cox	72.17	99.94	227.84	850.32

ตารางที่ 4.3.67 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	600:300	25	450	OLS	102.02	179.42	685.10	2579.35
				WLS	74.63	131.33	471.20	1700.40
				Box-Cox	93.88	146.41	389.10	1186.75
			900	OLS	227.06	399.31	1524.71	5740.45
				WLS	167.75	294.78	1056.03	3801.39
				Box-Cox	174.21	271.41	762.71	2581.30
			1800	OLS	305.37	559.03	1860.27	7201.05
				WLS	222.23	403.66	1311.66	5020.53
				Box-Cox	216.63	343.66	955.50	3518.06
		50	450	OLS	60.14	109.19	384.21	1407.67
				WLS	38.81	72.75	254.57	905.40
				Box-Cox	60.40	89.99	208.09	602.56
			900	OLS	136.59	233.54	805.50	2971.58
				WLS	91.40	156.13	554.18	2002.46
				Box-Cox	103.44	149.13	385.36	1326.98
			1800	OLS	185.01	318.93	1117.03	3980.04
				WLS	123.52	213.99	756.24	2712.46
				Box-Cox	128.98	182.26	509.48	1815.42
		100	450	OLS	38.53	66.45	224.76	823.06
				WLS	21.51	38.62	135.06	502.18
				Box-Cox	44.48	59.69	116.68	323.50
			900	OLS	85.48	149.38	493.42	1792.77
				WLS	49.42	89.23	308.40	1117.54
				Box-Cox	70.26	95.22	202.00	711.90
			1800	OLS	114.32	202.07	675.21	2471.91
				WLS	66.88	121.38	422.25	1566.66
				Box-Cox	80.99	110.45	270.76	999.63

ตารางที่ 4.3.68 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	600:300	25	450	OLS	119.76	201.62	787.49	2963.07
				WLS	83.14	139.58	515.43	1883.47
				Box-Cox	104.73	156.37	410.92	1395.78
			900	OLS	293.84	513.72	1838.48	6940.13
				WLS	200.60	361.16	1216.59	4573.01
				Box-Cox	202.23	307.19	876.54	3115.97
			1800	OLS	406.48	692.75	2467.53	9193.00
				WLS	276.46	491.82	1676.59	5945.05
				Box-Cox	249.39	407.80	1185.40	4306.57
		50	450	OLS	65.95	122.94	427.07	1574.35
				WLS	41.39	77.27	277.49	978.39
				Box-Cox	65.76	96.53	223.78	696.10
			900	OLS	159.32	285.67	994.89	3870.47
				WLS	100.25	184.61	650.74	2427.53
				Box-Cox	113.87	175.53	467.05	1658.93
			1800	OLS	215.45	394.56	1382.68	5143.69
				WLS	139.27	261.74	886.79	3259.24
				Box-Cox	141.50	212.27	618.10	2310.45
		100	450	OLS	40.43	74.22	239.75	926.60
				WLS	21.85	41.64	140.70	548.07
				Box-Cox	48.67	66.62	127.87	388.68
			900	OLS	103.29	182.17	619.28	2204.76
				WLS	57.35	105.57	369.96	1323.32
				Box-Cox	80.34	112.97	265.09	965.61
			1800	OLS	139.20	246.55	832.07	2965.68
				WLS	78.62	144.23	496.86	1797.64
				Box-Cox	95.17	135.80	352.33	1319.18

ตารางที่ 4.3.69 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.142	1.154	1.167	1.229
				Box-Cox	0.967	1.048	1.240	1.501
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.137	1.150	1.164	1.226
				Box-Cox	1.049	1.149	1.324	1.529
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.144	1.131	1.179	1.206
				Box-Cox	1.272	1.309	1.464	1.416
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.253	1.234	1.251	1.296
				Box-Cox	0.925	1.026	1.368	1.596
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.242	1.224	1.243	1.289
				Box-Cox	1.039	1.174	1.504	1.630
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.230	1.216	1.225	1.285
				Box-Cox	1.369	1.526	1.611	1.661
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.404	1.374	1.368	1.374
				Box-Cox	0.903	1.032	1.545	1.875
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.382	1.355	1.351	1.359
				Box-Cox	1.045	1.248	1.793	1.921
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.355	1.324	1.305	1.348
				Box-Cox	1.579	1.806	1.998	1.922

ตารางที่ 4.3.70 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.307	1.314	1.298	1.358
				Box-Cox	1.056	1.183	1.527	1.820
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.298	1.306	1.292	1.353
				Box-Cox	1.194	1.349	1.676	1.862
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.306	1.275	1.327	1.400
				Box-Cox	1.304	1.452	1.802	1.963
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.456	1.416	1.404	1.441
				Box-Cox	0.967	1.153	1.686	2.080
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.437	1.399	1.392	1.431
				Box-Cox	1.149	1.396	1.912	2.132
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.419	1.403	1.384	1.437
				Box-Cox	1.326	1.592	1.965	2.100
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.651	1.595	1.555	1.550
				Box-Cox	0.874	1.102	1.873	2.487
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.610	1.572	1.521	1.510
				Box-Cox	1.105	1.440	2.248	2.529
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.600	1.556	1.506	1.517
				Box-Cox	1.305	1.688	2.498	2.554

ตารางที่ 4.3.71 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.367	1.366	1.454	1.517
				Box-Cox	1.087	1.225	1.761	2.173
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.354	1.355	1.444	1.510
				Box-Cox	1.303	1.471	1.999	2.224
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.374	1.385	1.418	1.434
				Box-Cox	1.410	1.627	1.947	2.047
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.550	1.501	1.509	1.555
				Box-Cox	0.996	1.213	1.846	2.336
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.494	1.496	1.453	1.484
				Box-Cox	1.320	1.566	2.090	2.239
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.498	1.490	1.477	1.467
				Box-Cox	1.434	1.750	2.192	2.192
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.791	1.721	1.664	1.639
				Box-Cox	0.866	1.113	1.926	2.544
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.730	1.674	1.600	1.604
				Box-Cox	1.217	1.569	2.443	2.518
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.709	1.665	1.599	1.578
				Box-Cox	1.412	1.829	2.494	2.473

ตารางที่ 4.3.72 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_1 มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

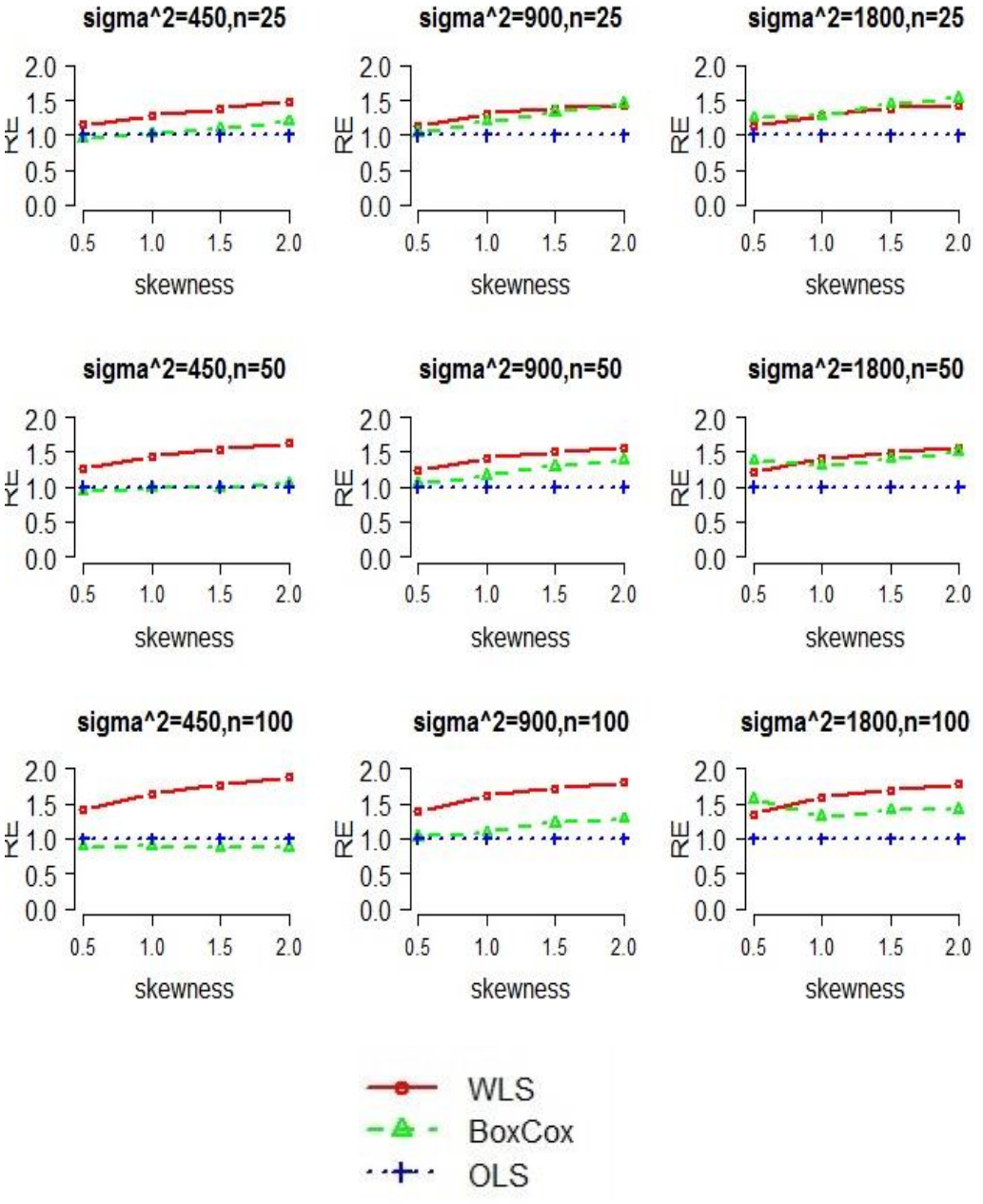
γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.440	1.445	1.528	1.573
				Box-Cox	1.144	1.289	1.916	2.123
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.465	1.422	1.511	1.518
				Box-Cox	1.453	1.672	2.097	2.227
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.470	1.409	1.472	1.546
				Box-Cox	1.630	1.699	2.082	2.135
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.593	1.591	1.539	1.609
				Box-Cox	1.003	1.274	1.908	2.262
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.589	1.547	1.529	1.594
				Box-Cox	1.399	1.627	2.130	2.333
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.547	1.507	1.559	1.578
				Box-Cox	1.523	1.859	2.237	2.226
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.850	1.782	1.704	1.691
				Box-Cox	0.831	1.114	1.875	2.384
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.801	1.726	1.674	1.666
				Box-Cox	1.286	1.613	2.336	2.283
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.770	1.709	1.675	1.650
				Box-Cox	1.463	1.815	2.362	2.248

<u>ส่วนที่ 3.2</u> ภาพที่ 4.3.25 - 4.3.36 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแต่ละวิธี เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง ตามระดับพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ของค่าความคลาดเคลื่อนต่อตัวแปรอิสระในรูปแบบชี้กำลัง (δ)

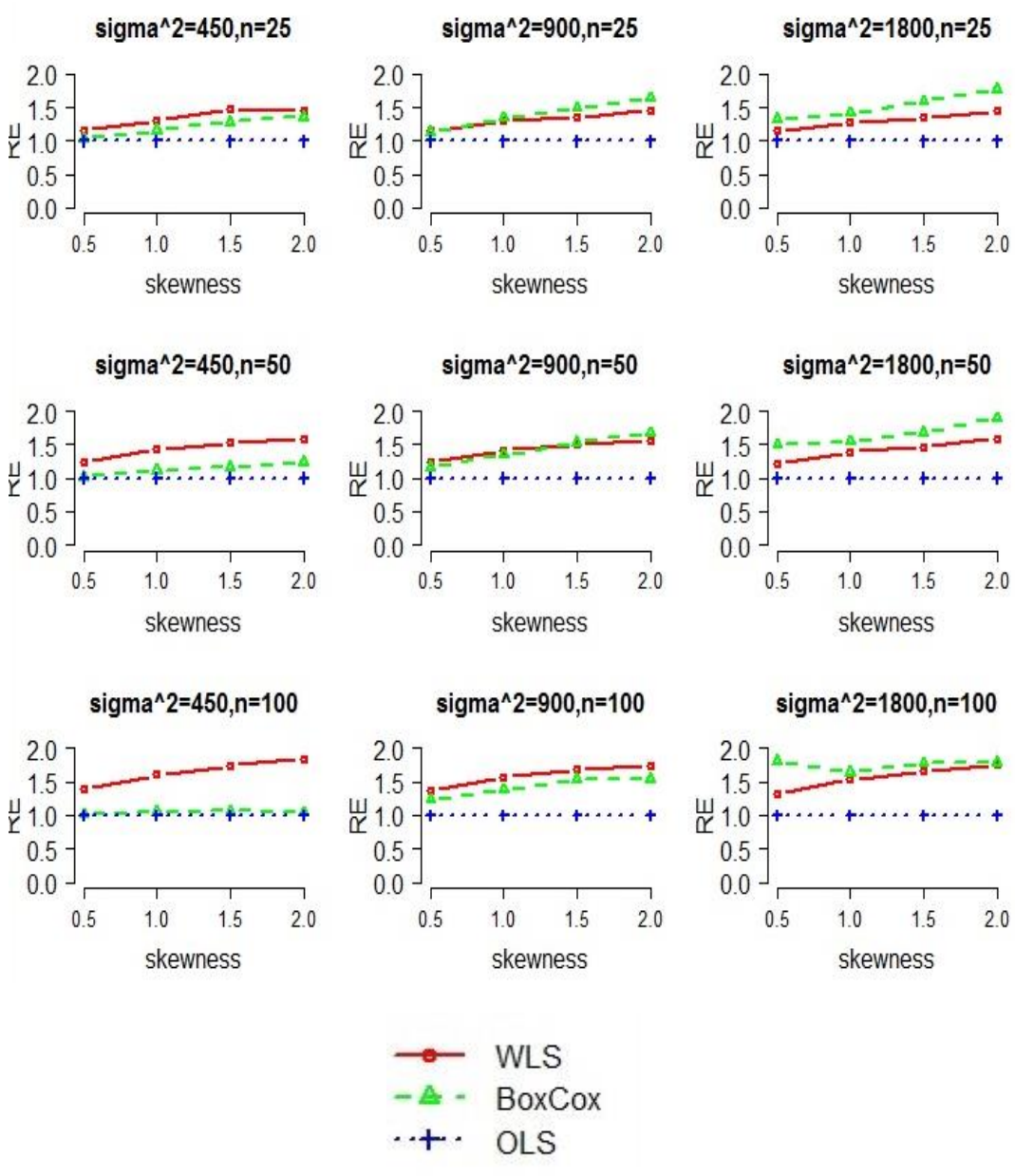
ภาพที่	ค่า	รูปแบบความสัมพันธ์	ระดับ δ	อัตราส่วน σ_1^2 กับ σ_2^2
4.3.25	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0	1:2
4.3.26	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.1	1:2
4.3.27	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.3	1:2
4.3.28	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:2
4.3.29	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0	1:1
4.3.30	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.1	1:1
4.3.31	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.3	1:1
4.3.32	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	1:1
4.3.33	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0	2:1
4.3.34	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.1	2:1
4.3.35	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.3	2:1
4.3.36	RE	ตัวแปรอิสระ X_1	0.5	2:1

Chulalongkorn University

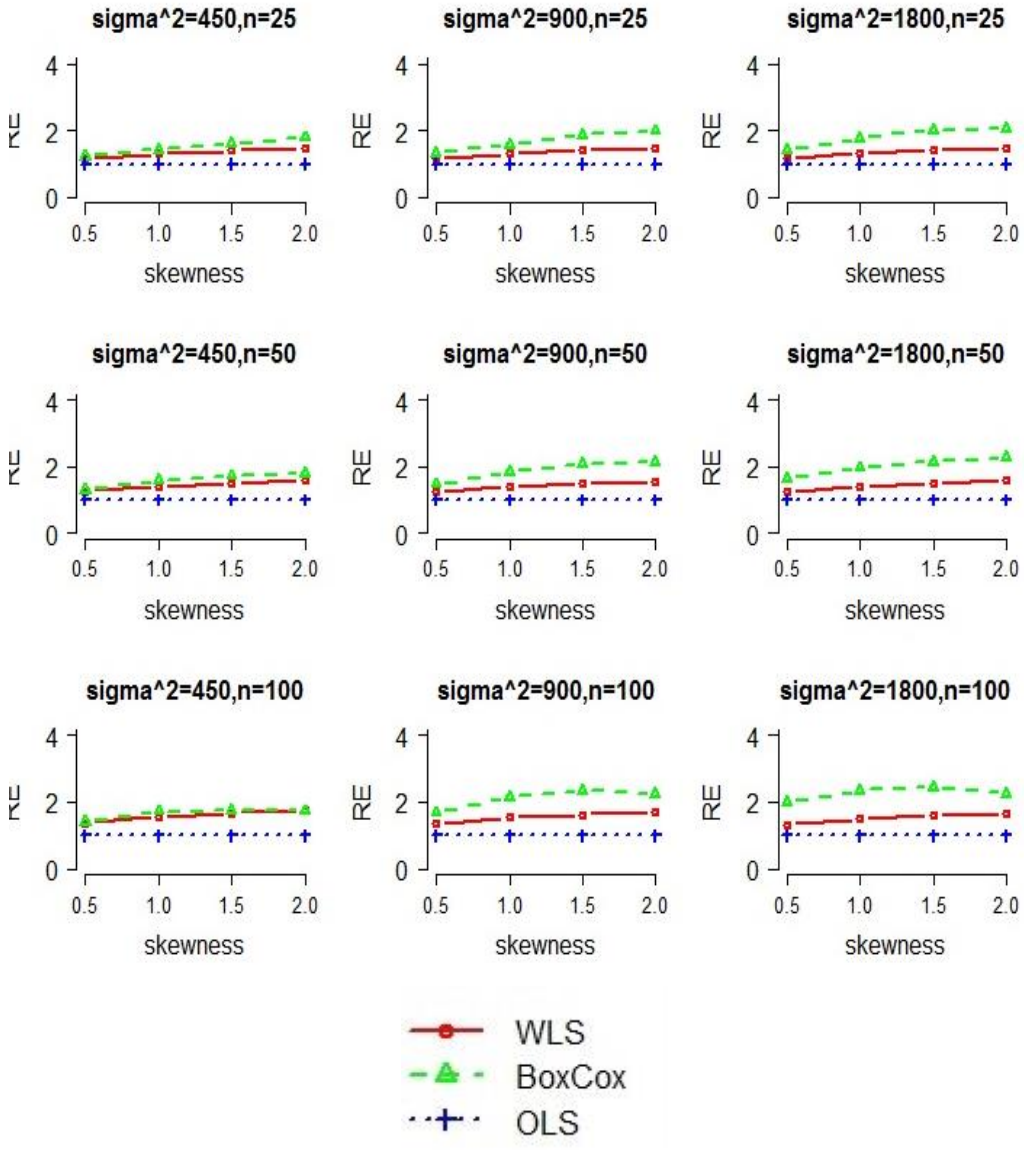
ภาพที่ 4.3.25 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



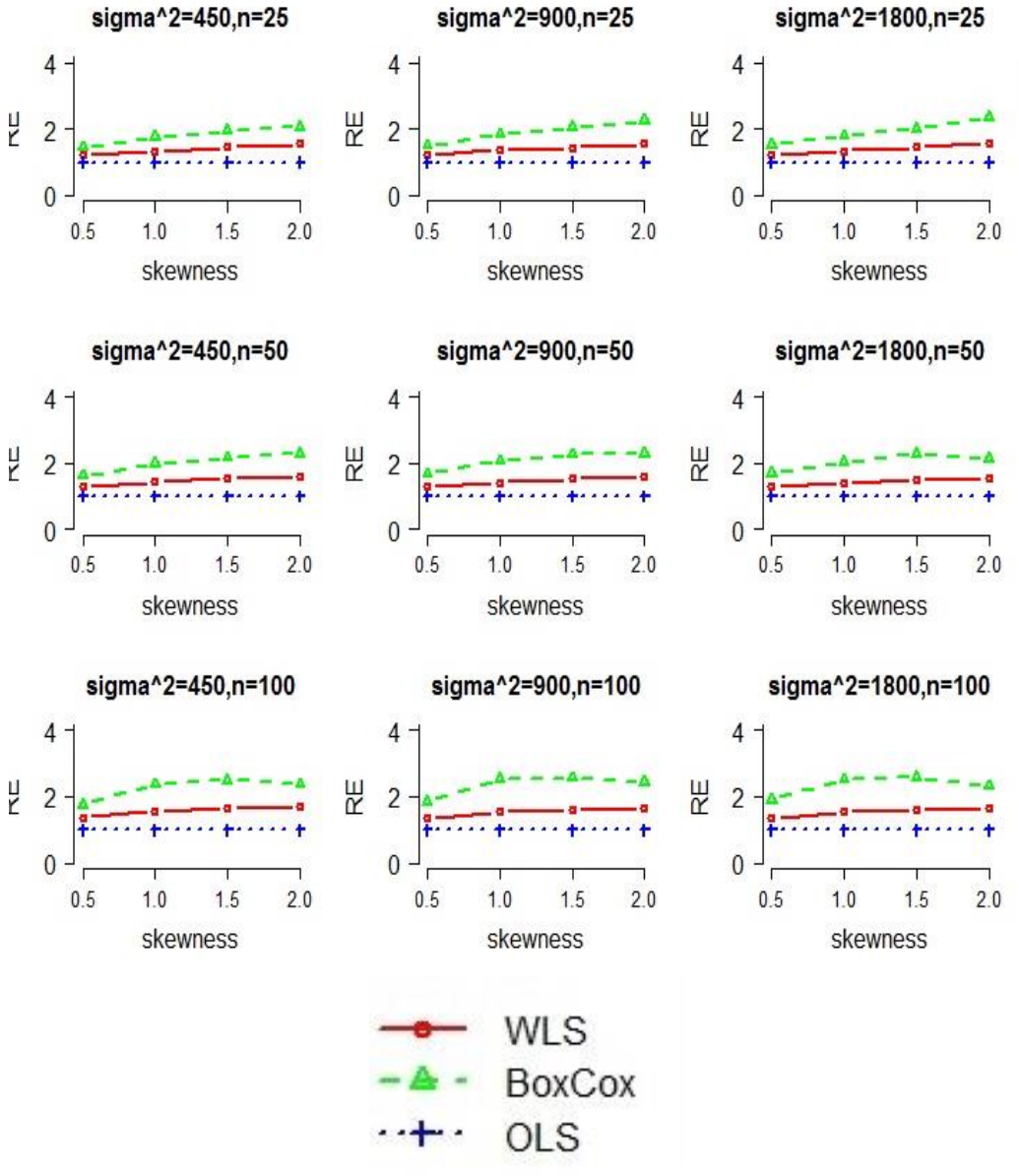
ภาพที่ 4.3.26 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



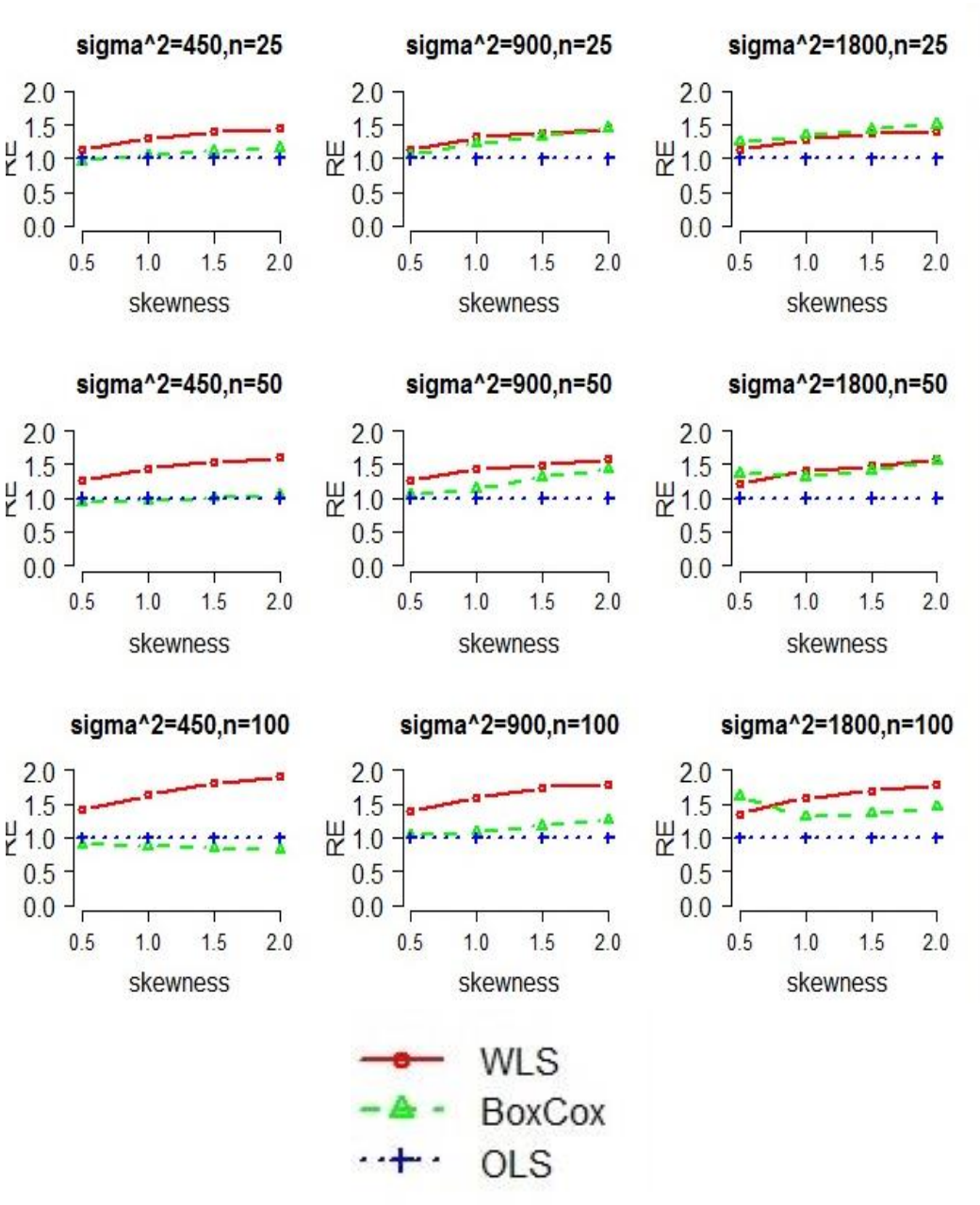
ภาพที่ 4.3.27 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



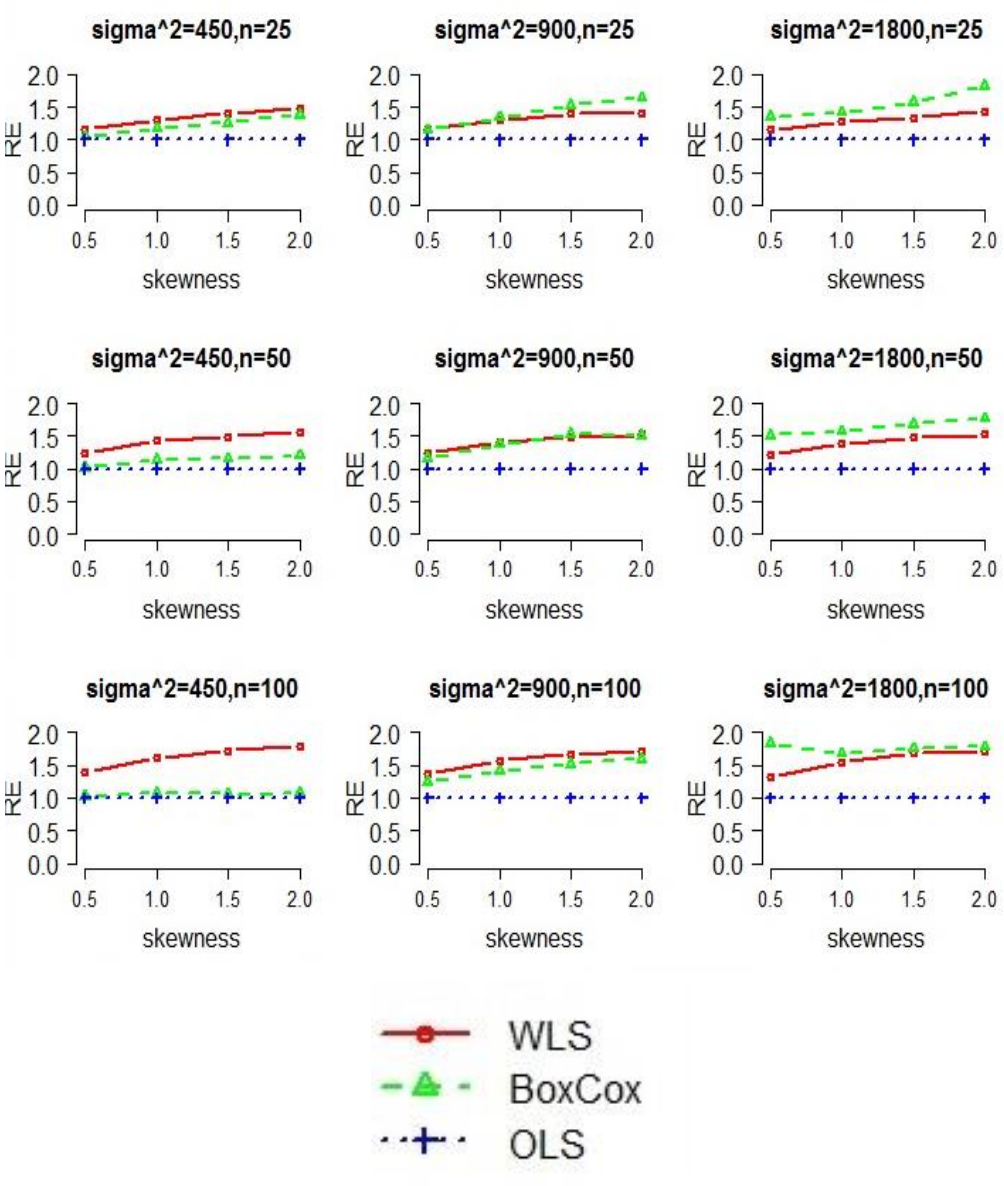
ภาพที่ 4.3.28 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



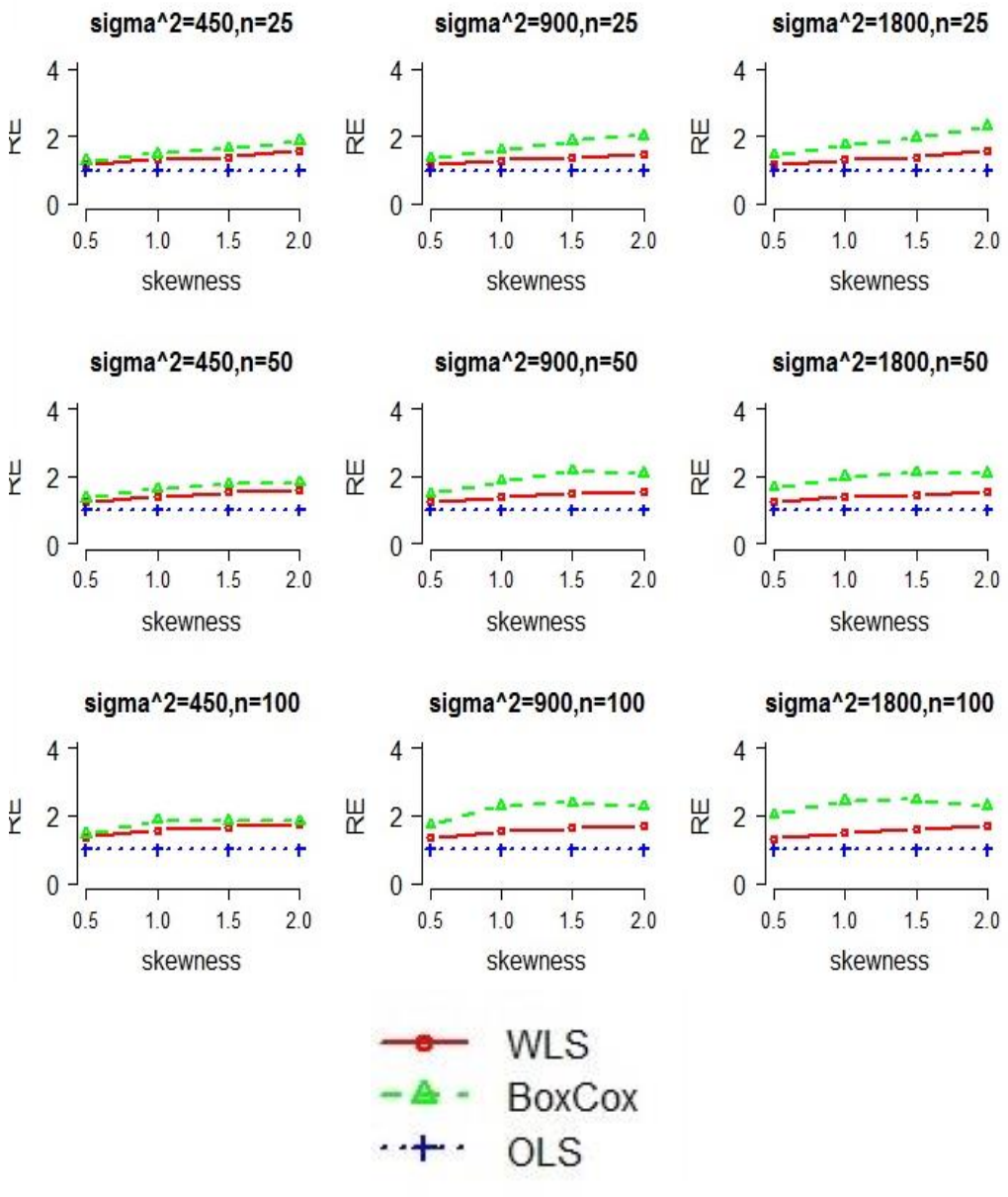
ภาพที่ 4.3.29 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



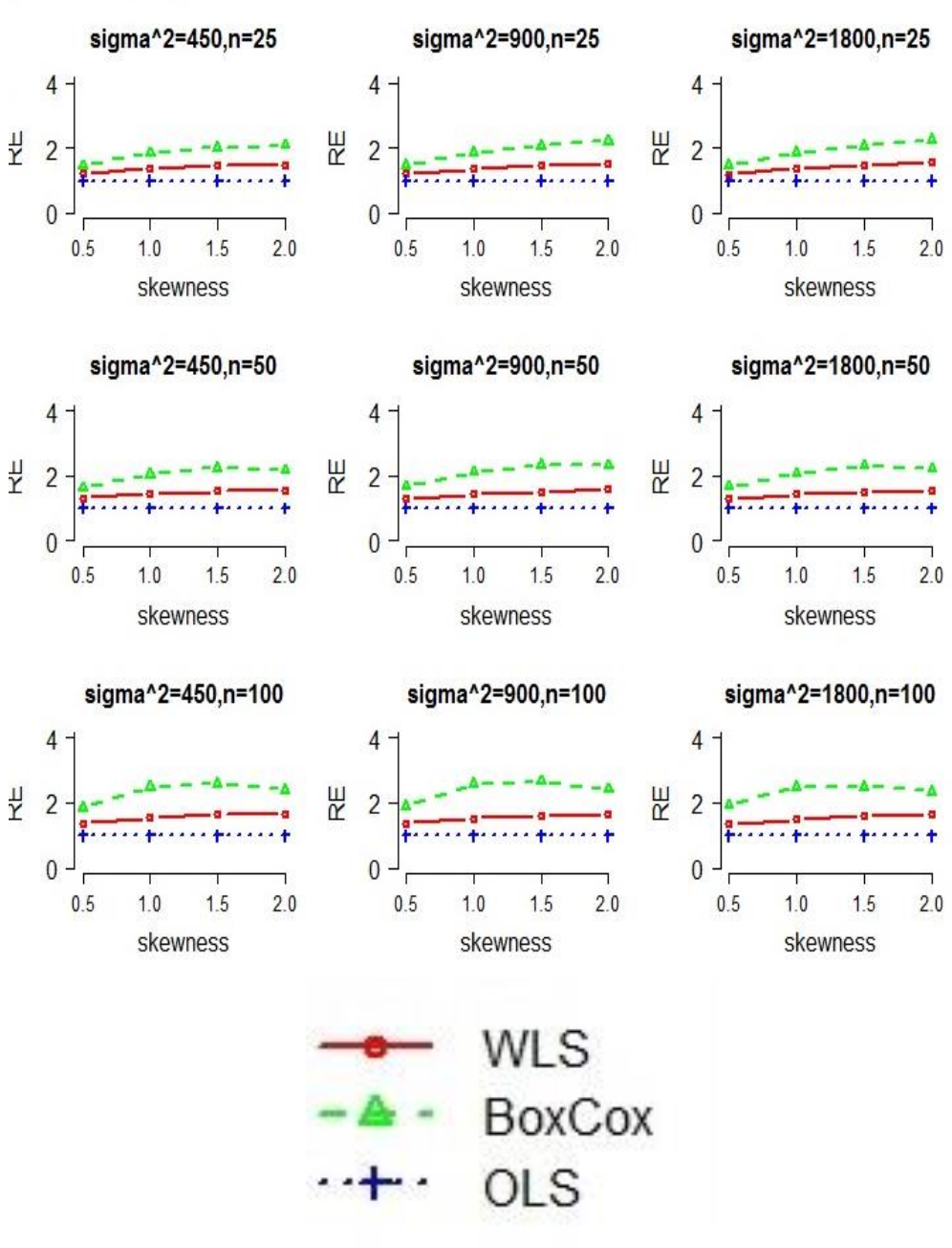
ภาพที่ 4.3.30 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



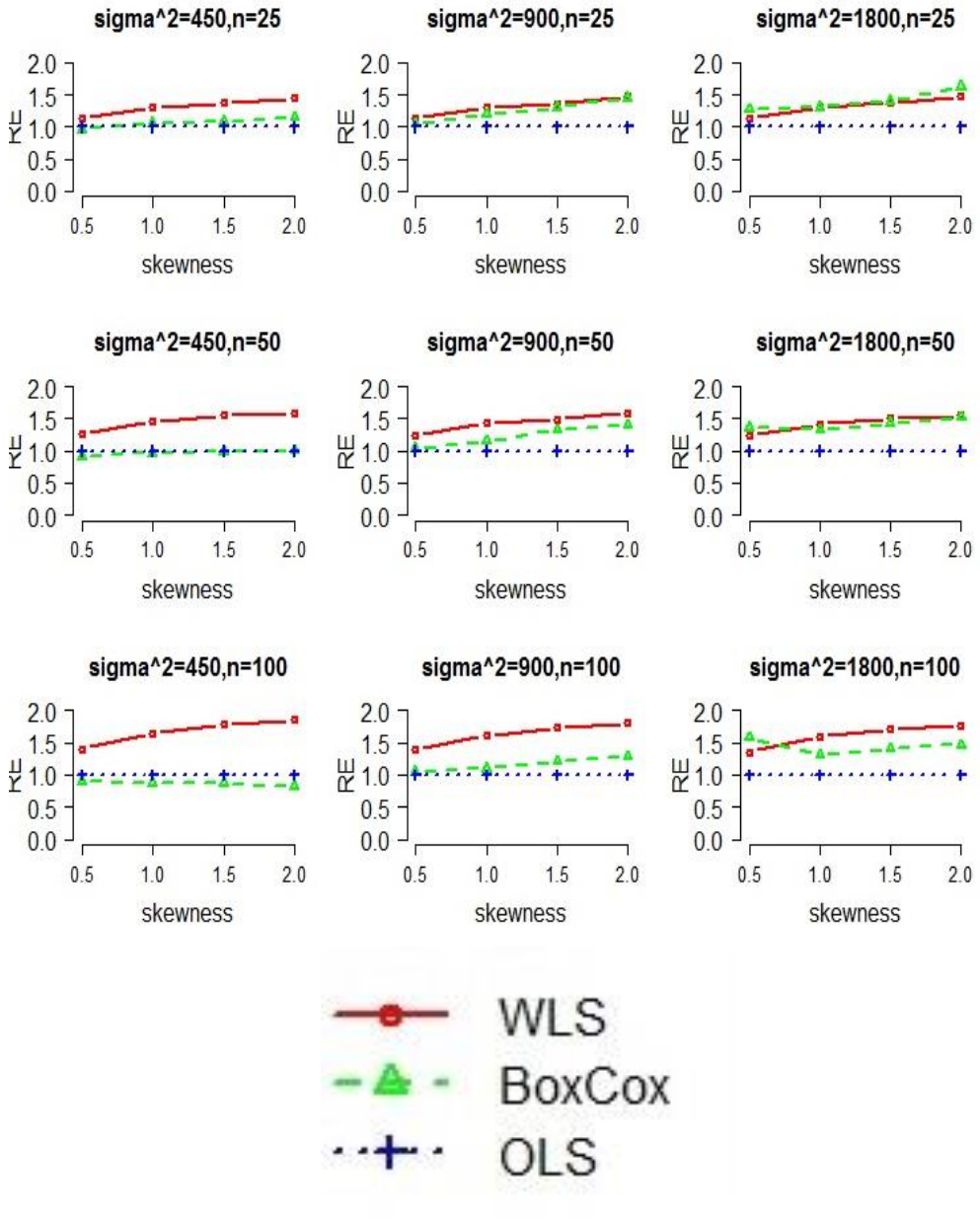
ภาพที่ 4.3.31 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



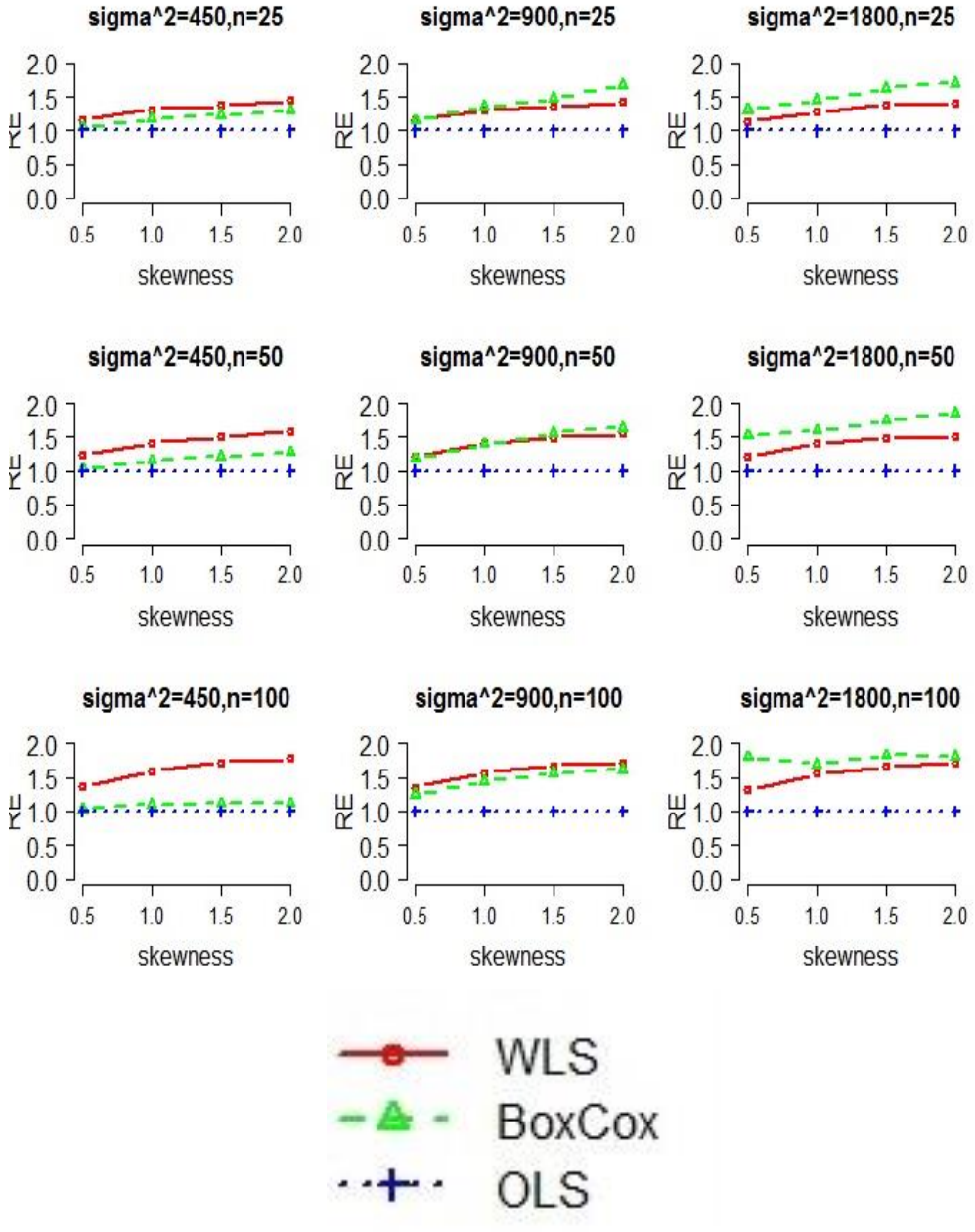
ภาพที่ 4.3.32 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



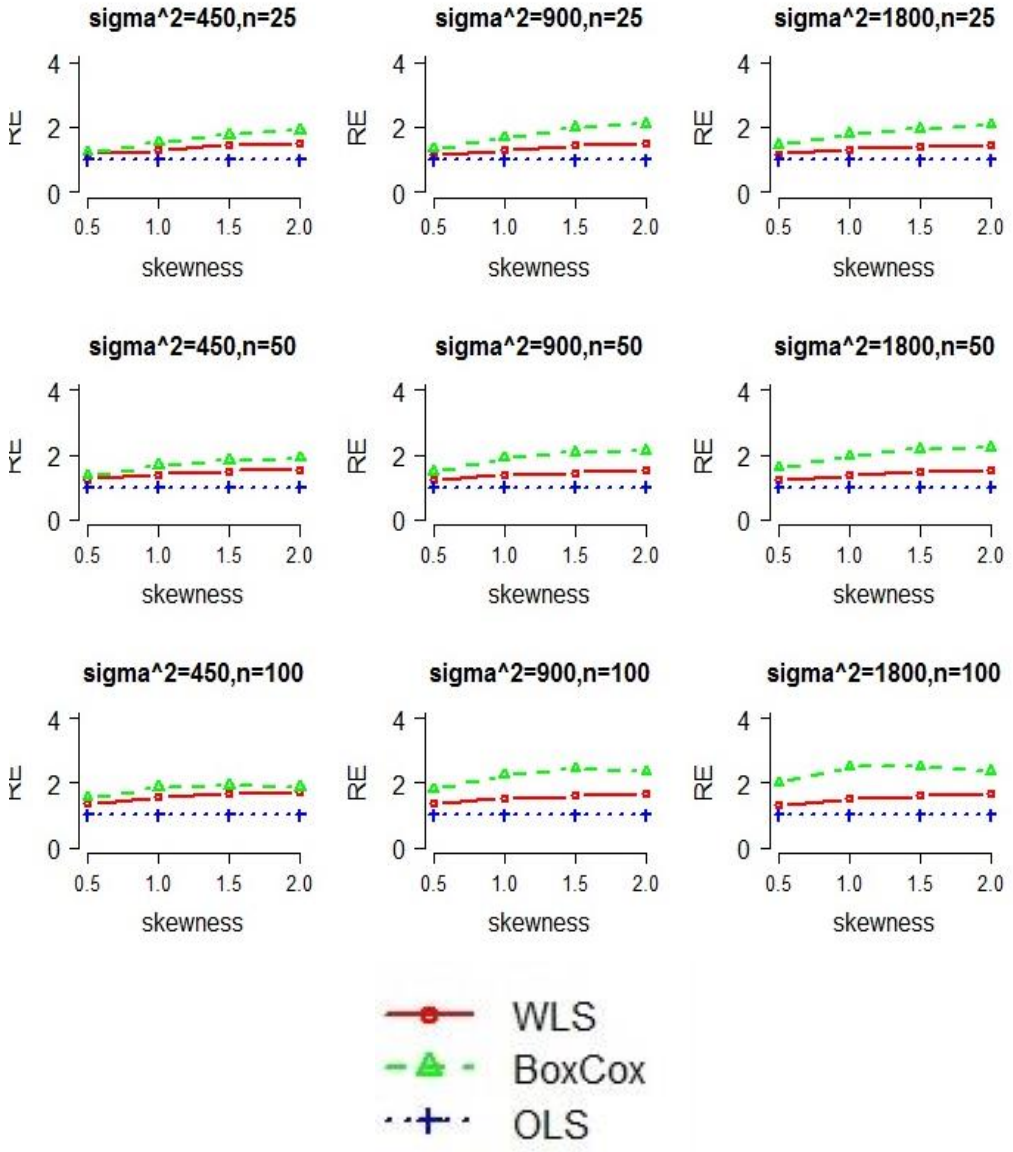
ภาพที่ 4.3.33 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



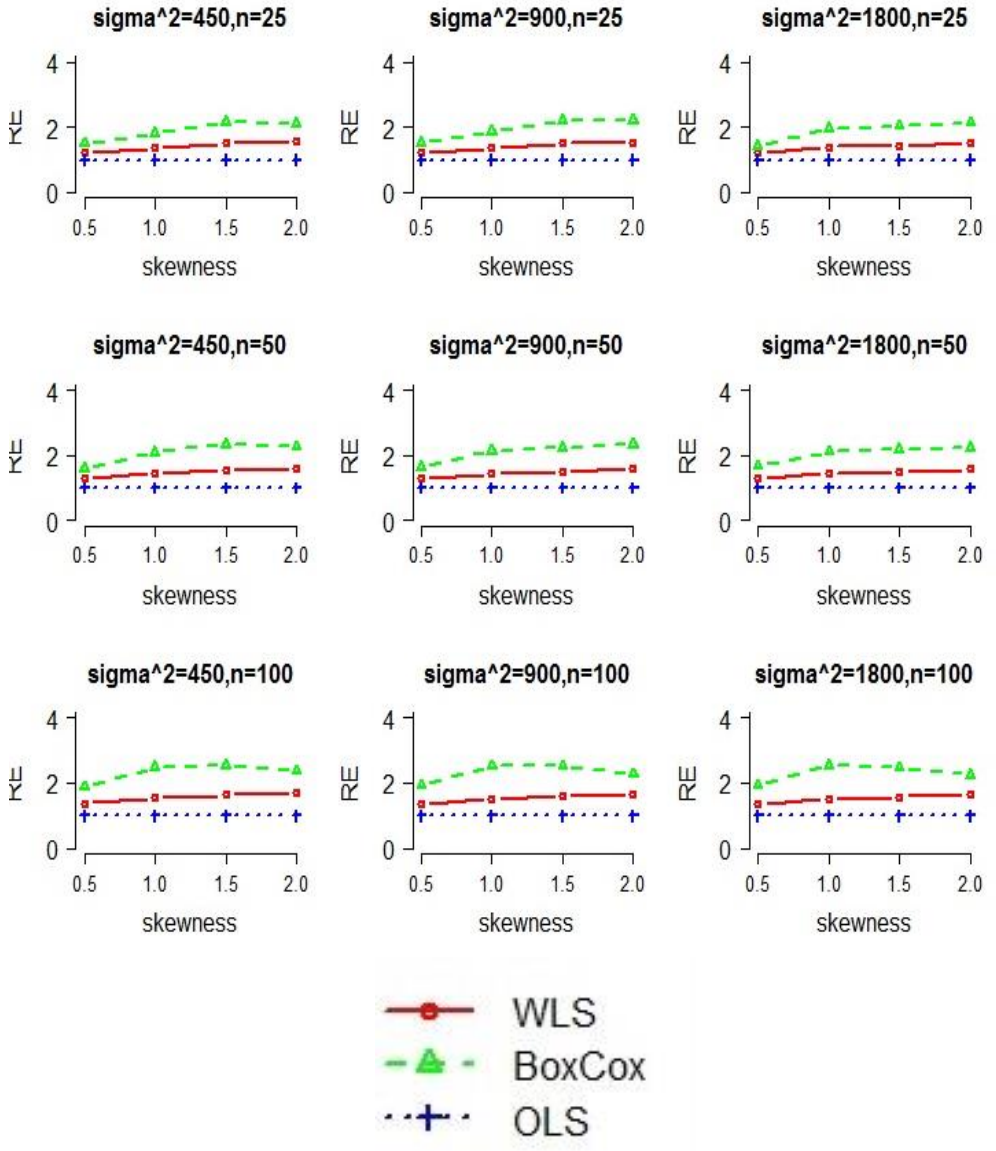
ภาพที่ 4.3.34 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบซี้กำลังเท่ากับ 0.1



ภาพที่ 4.3.35 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



ภาพที่ 4.3.36 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง

เมื่อพิจารณาค่า AMSE จากตารางที่ 4.3.49 เมื่อพิจารณาที่ตัวอย่างขนาดเท่ากับ 25 เมื่อค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) และระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น แต่เมื่อมีขนาดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 50 และ 100 ค่า AMSE จะน้อยลง นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่ตาราง 4.3.50 ถึง 4.3.52 , 4.3.57 ถึง 4.3.60 และ 4.3.65 ถึง 4.3.68 ที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองในแต่ละระดับ พบว่า ค่า AMSE ของแต่ละระดับความเบ้และ อัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

เมื่อพิจารณาค่า RE จากตารางที่ 4.3.53 , 4.3.54 , 4.3.55 และ 4.3.56 ทุกระดับขนาดตัวอย่าง ทุกระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) และทุกระดับความเบ้ พบว่าโดยส่วนใหญ่ที่ระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เท่ากับ 0 และ 0.1 พบว่า วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ในขณะที่ระดับ δ เท่ากับ 0.3 และ 0.5 วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และระดับ σ^2 เท่ากับ 1800 วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุดทุกระดับ δ ทุกระดับความเบ้ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองในแต่ละระดับ พบว่า ค่า RE มีค่าใกล้เคียงกัน

จากภาพที่ 4.3.25 และ 4.3.26 ที่ระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 450 และทุกระดับตัวอย่าง พบว่า วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด เมื่อเทียบกับวิธี OLS และวิธี Box-Cox และเมื่อ σ^2 เท่ากับ 900 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 พบว่า วิธี WLS และวิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน ยกเว้นที่ระดับ δ เท่ากับ 0 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 พบว่า วิธี OLS และวิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน ในขณะที่ σ^2เท่ากับ 1800 และระดับ δ เท่ากับ 0 ทุกขนาดตัวอย่าง พบว่า วิธี WLS และวิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน ยกเว้นที่ระดับ δ เท่ากับ 0.1 วิธีBox-Cox ให้ประสิทธิภาพสูงกว่าวิธี OLS และ WLS ในทุกกรณี นอกจากนี้ จากภาพที่ 4.3.3.3 และ 4.3.4.4 พบว่า วิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพดีมากกว่าวิธี WLS และ OLS โดยมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามระดับ σ^2 และระดับความเบ้ที่เพิ่มขึ้น ยกเว้นที่ระดับความเบ้เท่ากับ 2 พบว่า พบว่า วิธี Box-Cox เริ่มมีประสิทธิภาพน้อยลงเข้าใกล้วิธี WLS และ OLS

4.4 ส่วนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม

ส่วนที่ 4.1 ตารางในผลการวิจัยแสดงผลค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง(AMSE) และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ดังต่อไปนี้

ตารางที่	ค่า	รูปแบบความสัมพันธ์	ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ)	อัตราส่วน σ_1^2 กับ σ_2^2
4.4.1	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	1:2
4.4.2	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.0	1:2
4.4.3	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.5	1:2
4.4.4	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	2.0	1:2
4.4.5	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	1:2
4.4.6	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.0	1:2
4.4.7	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.5	1:2
4.4.8	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	2.0	1:2
4.4.9	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	1:1
4.4.10	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.0	1:1
4.4.11	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.5	1:1
4.4.12	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	2.0	1:1
4.4.13	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	1:1
4.4.14	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.0	1:1
4.4.15	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.5	1:1
4.4.16	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	2.0	1:1
4.4.17	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	2:1
4.4.18	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.0	2:1
4.4.19	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.5	2:1
4.4.20	AMSE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	2.0	2:1
4.4.21	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	2:1
4.4.22	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.0	2:1
4.4.23	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	1.5	2:1
4.4.24	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	2.0	2:1

ตารางที่ 4.4.73 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	300:600	25	450	OLS	63.41	215.81	2487.59	34241.00
				WLS	54.97	188.51	2212.41	27881.55
				Box-Cox	65.53	186.93	1735.04	19995.20
			900	OLS	111.65	390.12	4761.81	74965.66
				WLS	97.26	343.85	4198.30	56091.30
				Box-Cox	106.72	308.68	3284.12	34314.94
			1800	OLS	375.85	1299.56	15684.26	330494.16
				WLS	326.34	1137.83	13649.46	231251.40
				Box-Cox	298.74	927.32	11189.73	120811.21
		50	450	OLS	36.01	131.06	1504.06	22009.44
				WLS	28.65	106.80	1238.99	16833.61
				Box-Cox	38.87	106.71	893.70	9749.90
			900	OLS	66.71	224.30	2734.05	56050.65
				WLS	53.49	183.04	2275.40	39973.50
				Box-Cox	63.16	160.42	1612.14	19089.62
			1800	OLS	220.39	762.02	9102.49	277648.07
				WLS	177.72	629.18	7572.34	189610.76
				Box-Cox	156.40	457.88	5467.04	89619.85
		100	450	OLS	23.67	80.87	986.36	16639.25
				WLS	16.81	59.18	749.76	12061.99
				Box-Cox	26.03	61.91	453.22	5000.93
			900	OLS	43.19	150.40	1742.78	45950.07
				WLS	31.12	112.04	1350.49	31744.14
				Box-Cox	41.97	92.45	802.81	11554.48
			1800	OLS	141.22	485.88	6098.55	250562.39
				WLS	104.39	365.35	4685.88	169176.62
				Box-Cox	87.89	226.33	2792.30	74078.74

ตารางที่ 4.4.74 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	300:600	25	450	OLS	90.46	301.57	3733.43	48930.39
				WLS	69.34	234.25	2966.33	36794.61
				Box-Cox	86.27	227.57	2097.10	24024.73
			900	OLS	169.43	566.11	6791.48	101731.12
				WLS	127.62	447.32	5417.80	69388.74
				Box-Cox	137.07	368.35	3717.55	37222.93
			1800	OLS	237.74	879.07	9991.12	178315.62
				WLS	186.03	697.09	7935.06	117068.59
				Box-Cox	182.58	533.83	5632.83	57585.45
		50	450	OLS	52.81	184.84	2268.92	31823.11
				WLS	36.64	132.62	1661.64	22358.32
				Box-Cox	54.15	129.49	1022.05	11896.64
			900	OLS	94.86	339.64	3991.57	78247.94
				WLS	67.54	247.23	2951.46	50361.80
				Box-Cox	84.03	198.94	1856.51	19779.33
			1800	OLS	145.67	482.78	6095.47	138033.41
				WLS	102.70	350.14	4501.91	87707.05
				Box-Cox	109.82	267.28	2808.21	33984.23
		100	450	OLS	35.41	123.61	1460.93	22750.13
				WLS	21.40	78.75	988.26	14895.68
				Box-Cox	39.75	82.73	534.19	5737.49
			900	OLS	64.95	226.95	2757.29	64141.04
				WLS	40.54	147.41	1889.82	40403.58
				Box-Cox	59.03	116.53	1013.55	10743.06
			1800	OLS	94.73	316.46	4026.63	119572.97
				WLS	59.24	206.17	2775.66	75924.32
				Box-Cox	71.95	144.58	1575.47	22641.40

ตารางที่ 4.4.75 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	300:600	25	450	OLS	103.44	356.24	4431.58	54096.47
				WLS	73.39	260.82	3252.82	37683.30
				Box-Cox	92.99	242.05	2173.24	25041.07
			900	OLS	230.20	782.70	9530.60	152548.31
				WLS	165.72	577.30	7058.45	95074.26
				Box-Cox	170.54	450.90	4722.55	45664.76
			1800	OLS	313.00	1077.36	12564.69	225027.06
				WLS	227.39	800.86	9478.00	137252.79
				Box-Cox	220.63	594.04	6662.28	61173.01
		50	450	OLS	59.34	201.38	2459.67	34150.52
				WLS	38.58	136.65	1711.55	22533.40
				Box-Cox	59.79	139.43	1125.37	13011.85
			900	OLS	131.14	445.21	5791.63	117462.11
				WLS	87.14	300.33	4055.65	70003.36
				Box-Cox	103.76	235.89	2569.06	24318.57
			1800	OLS	176.57	607.48	7464.88	175536.12
				WLS	118.71	412.87	5261.89	103023.90
				Box-Cox	122.71	298.52	3657.72	35146.14
		100	450	OLS	40.87	138.37	1554.57	24056.22
				WLS	23.21	80.70	974.21	14879.84
				Box-Cox	46.83	91.38	646.34	7243.02
			900	OLS	87.05	299.21	3501.51	96047.18
				WLS	49.99	182.58	2238.94	56717.14
				Box-Cox	71.52	140.02	1587.29	13546.83
			1800	OLS	118.21	405.79	4668.88	150806.29
				WLS	68.52	248.40	2989.26	89085.04
				Box-Cox	83.22	179.27	2277.49	24025.74

ตารางที่ 4.4.76 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	300:600	25	450	OLS	116.10	395.18	5194.88	63352.05
				WLS	80.45	275.87	3580.18	42361.60
				Box-Cox	99.15	247.56	2383.77	28509.73
			900	OLS	310.47	1014.17	11655.83	204187.16
				WLS	211.05	721.56	8287.86	118148.06
				Box-Cox	209.06	547.30	6082.72	51601.75
			1800	OLS	416.15	1330.97	16333.92	292142.17
				WLS	281.19	941.73	11743.29	163161.98
				Box-Cox	250.49	708.20	8324.06	68295.92
		50	450	OLS	67.05	227.74	2702.20	37485.90
				WLS	41.03	150.13	1809.63	22974.59
				Box-Cox	64.06	155.99	1324.99	15066.68
			900	OLS	160.49	581.90	6855.05	149521.40
				WLS	102.71	379.95	4487.95	82639.32
				Box-Cox	113.93	290.41	3597.67	26771.85
			1800	OLS	219.96	740.45	9286.12	221022.95
				WLS	142.04	478.18	6203.09	122405.96
				Box-Cox	141.77	367.84	4900.91	37585.72
		100	450	OLS	41.51	135.35	1715.57	26488.55
				WLS	21.95	75.76	1028.97	15178.56
				Box-Cox	48.54	92.05	875.90	9285.69
			900	OLS	100.19	350.44	4177.23	125495.86
				WLS	55.54	200.45	2579.08	69571.35
				Box-Cox	80.13	175.81	2466.43	15636.43
			1800	OLS	136.75	461.65	5544.65	190561.33
				WLS	76.94	272.04	3378.56	105854.04
				Box-Cox	92.54	229.68	3314.53	26417.93

ตารางที่ 4.4.77 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.153	1.145	1.124	1.228
				Box-Cox	0.968	1.154	1.434	1.712
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.148	1.135	1.134	1.336
				Box-Cox	1.046	1.264	1.450	2.185
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.152	1.142	1.149	1.429
				Box-Cox	1.258	1.401	1.402	2.736
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.257	1.227	1.214	1.307
				Box-Cox	0.926	1.228	1.683	2.257
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.247	1.225	1.202	1.402
				Box-Cox	1.056	1.398	1.696	2.936
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.240	1.211	1.202	1.464
				Box-Cox	1.409	1.664	1.665	3.098
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.408	1.367	1.316	1.379
				Box-Cox	0.909	1.306	2.176	3.327
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.388	1.342	1.290	1.448
				Box-Cox	1.029	1.627	2.171	3.977
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.353	1.330	1.301	1.481
				Box-Cox	1.607	2.147	2.184	3.382

ตารางที่ 4.4.78 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.305	1.287	1.259	1.330
				Box-Cox	1.049	1.325	1.780	2.037
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.328	1.266	1.254	1.466
				Box-Cox	1.236	1.537	1.827	2.733
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.278	1.261	1.259	1.523
				Box-Cox	1.302	1.647	1.774	3.097
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.441	1.394	1.365	1.423
				Box-Cox	0.975	1.427	2.220	2.675
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.404	1.374	1.352	1.554
				Box-Cox	1.129	1.707	2.150	3.956
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.418	1.379	1.354	1.574
				Box-Cox	1.326	1.806	2.171	4.062
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.655	1.570	1.478	1.527
				Box-Cox	0.891	1.494	2.735	3.965
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.602	1.540	1.459	1.588
				Box-Cox	1.100	1.948	2.720	5.970
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.599	1.535	1.451	1.575
				Box-Cox	1.317	2.189	2.556	5.281

ตารางที่ 4.4.79 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.410	1.366	1.362	1.436
				Box-Cox	1.112	1.472	2.039	2.160
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.389	1.356	1.350	1.605
				Box-Cox	1.350	1.736	2.018	3.341
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.376	1.345	1.326	1.640
				Box-Cox	1.419	1.814	1.886	3.679
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.538	1.474	1.437	1.516
				Box-Cox	0.992	1.444	2.186	2.625
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.505	1.482	1.428	1.678
				Box-Cox	1.264	1.887	2.254	4.830
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.487	1.471	1.419	1.704
				Box-Cox	1.439	2.035	2.041	4.994
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.761	1.715	1.596	1.617
				Box-Cox	0.873	1.514	2.405	3.321
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.741	1.639	1.564	1.693
				Box-Cox	1.217	2.137	2.206	7.090
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.725	1.634	1.562	1.693
				Box-Cox	1.420	2.264	2.050	6.277

ตารางที่ 4.4.80 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจง แบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:2 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	300:600	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.443	1.432	1.451	1.496
				Box-Cox	1.171	1.596	2.179	2.222
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.471	1.406	1.406	1.728
				Box-Cox	1.485	1.853	1.916	3.957
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.480	1.413	1.391	1.791
				Box-Cox	1.661	1.879	1.962	4.278
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.634	1.517	1.493	1.632
				Box-Cox	1.047	1.460	2.039	2.488
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.563	1.532	1.527	1.809
				Box-Cox	1.409	2.004	1.905	5.585
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.549	1.548	1.497	1.806
				Box-Cox	1.552	2.013	1.895	5.881
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.891	1.787	1.667	1.745
				Box-Cox	0.855	1.470	1.959	2.853
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.804	1.748	1.620	1.804
				Box-Cox	1.250	1.993	1.694	8.026
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.777	1.697	1.641	1.800
				Box-Cox	1.478	2.010	1.673	7.213

ตารางที่ 4.4.81 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	450:450	25	450	OLS	61.64	214.06	2531.55	33636.74
				WLS	53.81	185.69	2232.57	27534.73
				Box-Cox	64.52	186.08	1773.60	19927.32
			900	OLS	111.18	391.69	4768.36	73805.04
				WLS	97.17	345.51	4200.12	56171.57
				Box-Cox	106.80	311.49	3293.50	33823.85
			1800	OLS	376.53	1318.58	15283.08	332485.64
				WLS	327.96	1157.32	13537.76	234280.24
				Box-Cox	299.37	935.93	11060.44	121917.69
		50	450	OLS	36.85	125.60	1509.26	22304.38
				WLS	29.46	101.93	1251.54	17182.94
				Box-Cox	39.42	103.96	899.53	9967.82
			900	OLS	66.27	222.51	2759.98	55945.34
				WLS	53.31	183.37	2294.82	40088.54
				Box-Cox	63.83	161.01	1633.76	19098.84
			1800	OLS	219.95	747.28	9370.26	278994.49
				WLS	179.22	615.51	7800.49	190382.92
				Box-Cox	158.41	451.58	5683.79	89576.87
		100	450	OLS	23.35	82.86	966.11	16374.04
				WLS	16.39	60.97	735.49	11951.68
				Box-Cox	25.80	63.60	451.00	4953.80
			900	OLS	43.78	145.07	1811.20	46491.10
				WLS	31.56	107.16	1411.86	32455.76
				Box-Cox	41.97	89.40	846.28	11748.35
			1800	OLS	140.87	498.14	6118.46	254678.20
				WLS	105.56	380.39	4711.41	173250.35
				Box-Cox	89.34	239.08	2884.20	75910.38

ตารางที่ 4.4.82 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	450:450	25	450	OLS	60.81	216.06	2553.29	33548.08
				WLS	52.64	186.87	2255.97	27760.20
				Box-Cox	63.32	186.37	1779.60	20246.13
			900	OLS	110.98	389.47	4716.26	76260.79
				WLS	96.63	342.97	4156.30	58047.99
				Box-Cox	106.32	311.71	3215.09	34680.42
			1800	OLS	366.72	1237.12	15329.87	328402.01
				WLS	324.31	1086.11	13457.25	228689.05
				Box-Cox	294.59	881.77	11056.85	119431.26
		50	450	OLS	35.67	127.03	1497.34	21824.20
				WLS	28.52	103.49	1239.15	16596.15
				Box-Cox	38.92	104.17	887.62	9688.73
			900	OLS	98.32	320.85	3938.81	78804.50
				WLS	68.41	232.21	2924.78	51038.93
				Box-Cox	84.78	190.20	1877.29	19732.47
			1800	OLS	148.58	500.55	5925.12	137726.85
				WLS	104.73	361.78	4371.13	87335.71
				Box-Cox	113.34	271.81	2807.22	33908.64
		100	450	OLS	34.96	119.59	1449.68	22623.69
				WLS	21.10	75.63	972.93	14788.38
				Box-Cox	39.97	80.33	539.82	5816.12
			900	OLS	63.02	218.98	2642.44	63719.77
				WLS	38.80	141.43	1790.53	40120.63
				Box-Cox	57.71	113.69	988.38	10836.41
			1800	OLS	93.42	329.19	4009.99	119075.24
				WLS	58.29	213.74	2779.85	75264.26
				Box-Cox	71.08	142.15	1567.97	22535.90

ตารางที่ 4.4.83 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	450:450	25	450	OLS	100.65	358.21	4227.21	54662.43
				WLS	73.10	255.83	3116.19	38011.11
				Box-Cox	89.74	236.49	2090.13	24786.42
			900	OLS	222.56	804.54	9557.56	150445.45
				WLS	163.30	590.13	7104.98	93998.17
				Box-Cox	167.92	467.79	4822.92	45023.09
			1800	OLS	307.28	1055.99	12485.70	223999.97
				WLS	222.60	777.00	9230.57	137476.24
				Box-Cox	218.10	568.42	6441.63	60289.33
		50	450	OLS	59.26	205.21	2495.26	34135.09
				WLS	38.01	136.94	1737.25	22164.04
				Box-Cox	59.65	138.37	1136.78	12863.80
			900	OLS	128.66	471.28	5687.69	116737.93
				WLS	86.77	317.20	3973.97	70579.67
				Box-Cox	100.32	241.28	2537.51	24659.99
			1800	OLS	176.59	628.53	7516.38	174964.20
				WLS	118.83	431.84	5281.07	103244.76
				Box-Cox	128.40	309.34	3601.05	35296.02
		100	450	OLS	38.00	135.03	1562.62	23541.87
				WLS	21.18	78.76	987.94	14446.03
				Box-Cox	44.86	88.88	652.60	7201.13
			900	OLS	83.61	301.98	3544.96	96586.07
				WLS	48.46	182.01	2286.75	57264.04
				Box-Cox	70.21	143.33	1584.49	13646.97
			1800	OLS	115.62	401.65	4731.31	150141.20
				WLS	67.66	245.91	3067.18	89137.90
				Box-Cox	82.42	171.64	2211.80	23404.97

ตารางที่ 4.4.84 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	450:450	25	450	OLS	114.67	414.95	4769.33	63022.18
				WLS	79.30	284.61	3320.22	41298.71
				Box-Cox	99.49	258.34	2364.06	28259.57
			900	OLS	272.55	1008.04	12161.22	195895.63
				WLS	189.33	699.76	8531.36	110336.65
				Box-Cox	193.08	527.39	6015.98	48446.45
			1800	OLS	376.64	1369.35	14816.81	289970.38
				WLS	264.75	953.75	10659.70	161254.39
				Box-Cox	242.03	686.93	8068.92	67237.49
		50	450	OLS	69.39	220.50	2759.30	38897.23
				WLS	42.91	142.52	1873.55	24135.89
				Box-Cox	66.59	145.06	1355.34	14989.38
			900	OLS	164.17	567.68	6515.19	149659.13
				WLS	103.60	370.62	4428.84	82010.10
				Box-Cox	116.66	298.93	3504.75	25783.32
			1800	OLS	212.21	792.47	8999.59	222727.75
				WLS	135.95	516.14	6000.89	122565.73
				Box-Cox	141.15	374.87	4938.03	39502.50
		100	450	OLS	40.08	145.32	1715.70	26852.24
				WLS	21.24	81.76	1033.00	15486.43
				Box-Cox	47.62	99.70	881.92	9367.37
			900	OLS	97.57	329.78	4332.53	135053.27
				WLS	55.42	187.85	2912.21	74874.29
				Box-Cox	74.45	179.05	2751.34	15929.41
			1800	OLS	112.53	427.71	6015.81	187234.31
				WLS	67.30	268.45	4096.72	105013.34
				Box-Cox	79.81	241.88	3918.44	27806.02

ตารางที่ 4.4.85 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.146	1.153	1.134	1.222
				Box-Cox	0.955	1.150	1.427	1.688
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.144	1.134	1.135	1.314
				Box-Cox	1.041	1.257	1.448	2.182
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.148	1.139	1.129	1.419
				Box-Cox	1.258	1.409	1.382	2.727
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.251	1.232	1.206	1.298
				Box-Cox	0.935	1.208	1.678	2.238
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.243	1.213	1.203	1.396
				Box-Cox	1.038	1.382	1.689	2.929
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.227	1.214	1.201	1.465
				Box-Cox	1.389	1.655	1.649	3.115
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.424	1.359	1.314	1.370
				Box-Cox	0.905	1.303	2.142	3.305
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.387	1.354	1.283	1.432
				Box-Cox	1.043	1.623	2.140	3.957
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.334	1.310	1.299	1.470
				Box-Cox	1.577	2.084	2.121	3.355

ตารางที่ 4.4.86 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $\mathbf{X_1}$ และ $\mathbf{X_2}$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.155	1.156	1.132	1.208
				Box-Cox	0.960	1.159	1.435	1.657
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.149	1.136	1.135	1.314
				Box-Cox	1.044	1.249	1.467	2.199
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.131	1.139	1.139	1.436
				Box-Cox	1.245	1.403	1.386	2.750
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.251	1.227	1.208	1.315
				Box-Cox	0.916	1.219	1.687	2.253
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.437	1.382	1.347	1.544
				Box-Cox	1.160	1.687	2.098	3.994
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.419	1.384	1.356	1.577
				Box-Cox	1.311	1.842	2.111	4.062
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.657	1.581	1.490	1.530
				Box-Cox	0.875	1.489	2.685	3.890
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.625	1.548	1.476	1.588
				Box-Cox	1.092	1.926	2.673	5.880
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.603	1.540	1.443	1.582
				Box-Cox	1.314	2.316	2.557	5.284

ตารางที่ 4.4.87 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $\mathbf{X_1}$ และ $\mathbf{X_2}$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.377	1.400	1.357	1.438
				Box-Cox	1.122	1.515	2.022	2.205
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.363	1.363	1.345	1.601
				Box-Cox	1.325	1.720	1.982	3.342
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.380	1.359	1.353	1.629
				Box-Cox	1.409	1.858	1.938	3.715
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.559	1.498	1.436	1.540
				Box-Cox	0.993	1.483	2.195	2.654
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.483	1.486	1.431	1.654
				Box-Cox	1.283	1.953	2.241	4.734
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.486	1.455	1.423	1.695
				Box-Cox	1.375	2.032	2.087	4.957
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.794	1.714	1.582	1.630
				Box-Cox	0.847	1.519	2.394	3.269
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.725	1.659	1.550	1.687
				Box-Cox	1.191	2.107	2.237	7.077
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.709	1.633	1.543	1.684
				Box-Cox	1.403	2.340	2.139	6.415

ตารางที่ 4.4.88 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง $\mathbf{X_1}$ และ $\mathbf{X_2}$ เป็น 1:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	450:450	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.446	1.458	1.436	1.526
				Box-Cox	1.153	1.606	2.017	2.230
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.440	1.441	1.425	1.775
				Box-Cox	1.412	1.911	2.021	4.044
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.423	1.436	1.390	1.798
				Box-Cox	1.556	1.993	1.836	4.313
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.617	1.547	1.473	1.612
				Box-Cox	1.042	1.520	2.036	2.595
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.585	1.532	1.471	1.825
				Box-Cox	1.407	1.899	1.859	5.804
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.561	1.535	1.500	1.817
				Box-Cox	1.503	2.114	1.823	5.638
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.888	1.777	1.661	1.734
				Box-Cox	0.842	1.458	1.945	2.867
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.761	1.756	1.488	1.804
				Box-Cox	1.310	1.842	1.575	8.478
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.672	1.593	1.468	1.783
				Box-Cox	1.410	1.768	1.535	6.734

ตารางที่ 4.4.89 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	600:300	25	450	OLS	60.93	214.39	2537.13	34646.81
				WLS	52.97	184.58	2230.13	28200.23
				Box-Cox	63.63	183.21	1789.24	20026.79
			900	OLS	117.47	392.33	4590.16	73059.34
				WLS	102.04	340.61	4072.91	54311.98
				Box-Cox	111.89	308.80	3220.25	32987.67
			1800	OLS	372.42	1309.40	15182.11	317049.46
				WLS	327.15	1147.30	13384.35	223049.41
				Box-Cox	297.14	923.36	10841.71	117614.34
		50	450	OLS	34.77	128.09	1512.39	22198.35
				WLS	28.10	103.36	1248.71	17154.54
				Box-Cox	37.86	106.91	890.64	10020.35
			900	OLS	65.28	222.88	2696.55	55704.63
				WLS	52.19	182.33	2238.79	39728.41
				Box-Cox	62.73	159.12	1566.66	18990.41
			1800	OLS	224.00	752.36	9414.58	282020.31
				WLS	181.45	618.91	7808.86	192377.89
				Box-Cox	161.63	460.78	5646.59	91078.28
		100	450	OLS	23.22	80.69	979.97	16256.38
				WLS	16.50	59.45	743.45	11757.82
				Box-Cox	26.52	62.17	443.01	4986.90
			900	OLS	41.91	149.77	1796.45	46632.28
				WLS	30.19	110.11	1396.82	32440.06
				Box-Cox	40.44	91.37	816.97	11671.84
			1800	OLS	145.57	508.02	5982.98	252140.34
				WLS	107.62	381.16	4635.84	170978.64
				Box-Cox	89.41	236.76	2815.35	74492.39

ตารางที่ 4.4.90 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	600:300	25	450	OLS	90.63	311.03	3754.12	49007.52
				WLS	68.86	239.51	2947.07	36690.96
				Box-Cox	86.47	230.99	2030.23	23920.25
			900	OLS	160.81	571.72	6774.34	101228.87
				WLS	122.83	450.91	5382.59	68364.87
				Box-Cox	136.37	372.58	3690.64	36305.65
			1800	OLS	242.07	854.24	9949.15	184577.17
				WLS	183.87	668.44	7864.93	120885.18
				Box-Cox	184.01	531.23	5596.64	60258.98
		50	450	OLS	55.56	184.72	2298.25	32321.31
				WLS	38.46	131.56	1710.62	22527.79
				Box-Cox	56.27	129.89	1073.86	11868.52
			900	OLS	97.44	326.63	4121.98	78150.31
				WLS	68.29	235.42	3098.63	50650.09
				Box-Cox	84.12	193.84	1875.29	19680.55
			1800	OLS	145.64	515.02	5921.76	139031.02
				WLS	104.48	375.70	4466.60	88356.33
				Box-Cox	112.02	277.95	2838.43	34274.48
		100	450	OLS	35.62	124.67	1460.54	23125.69
				WLS	21.46	79.45	989.84	15148.47
				Box-Cox	39.90	85.68	543.70	5761.02
			900	OLS	64.76	220.95	2724.62	64784.49
				WLS	40.07	141.56	1857.33	40911.79
				Box-Cox	59.19	111.24	1017.47	11188.34
			1800	OLS	95.81	337.09	4071.78	120640.21
				WLS	60.65	221.19	2815.04	75914.55
				Box-Cox	74.12	150.90	1558.38	22594.50

ตารางที่ 4.4.91 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	600:300	25	450	OLS	98.60	353.41	4321.65	54990.37
				WLS	71.42	264.16	3209.88	38051.86
				Box-Cox	90.62	247.15	2148.47	24650.60
			900	OLS	222.61	805.90	8988.37	151121.15
				WLS	162.44	583.21	6931.53	93110.47
				Box-Cox	170.27	457.48	4763.57	44343.23
			1800	OLS	311.85	1041.40	12590.09	207413.80
				WLS	229.43	765.51	9364.68	125494.88
				Box-Cox	223.92	592.01	6500.40	55796.50
		50	450	OLS	60.10	203.63	2326.67	31883.48
				WLS	38.75	136.94	1617.61	21214.35
				Box-Cox	59.50	140.52	1124.29	13157.80
			900	OLS	131.22	440.80	5741.78	116925.39
				WLS	86.65	301.69	4007.38	69926.00
				Box-Cox	103.26	238.60	2596.74	23807.75
			1800	OLS	180.54	615.31	7516.85	171559.87
				WLS	119.67	422.67	5302.58	100451.12
				Box-Cox	125.47	313.42	3718.11	35079.02
		100	450	OLS	38.12	135.40	1582.58	23205.27
				WLS	21.15	79.55	1002.18	14223.16
				Box-Cox	44.72	93.32	664.05	7049.92
			900	OLS	84.34	292.39	3592.70	93319.74
				WLS	48.92	177.60	2296.77	55192.37
				Box-Cox	69.08	136.81	1564.68	13308.87
			1800	OLS	116.72	399.21	4699.36	148322.39
				WLS	68.20	244.78	3033.86	87595.58
				Box-Cox	83.77	177.48	2156.98	23670.47

ตารางที่ 4.4.92 แสดงค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	600:300	25	450	OLS	114.39	404.39	4988.75	65391.40
				WLS	78.50	284.84	3505.53	43104.38
				Box-Cox	97.45	268.48	2399.26	28812.04
			900	OLS	279.84	1003.08	12273.66	203283.57
				WLS	196.90	700.14	8690.62	116903.17
				Box-Cox	195.36	535.76	6030.44	50442.61
			1800	OLS	381.24	1309.50	16054.30	289473.88
				WLS	268.21	922.36	11487.62	163481.18
				Box-Cox	246.41	871.38	8146.77	66462.61
		50	450	OLS	65.02	227.91	2721.95	37876.94
				WLS	40.45	146.56	1846.05	23440.95
				Box-Cox	64.89	149.38	1322.49	15518.66
			900	OLS	167.62	559.71	6853.18	148578.62
				WLS	107.11	366.74	4559.88	81687.75
				Box-Cox	120.39	294.31	3489.33	25728.17
			1800	OLS	219.05	745.78	9133.70	225022.66
				WLS	140.04	492.36	6186.23	125741.51
				Box-Cox	139.79	379.06	4908.99	39532.09
		100	450	OLS	42.27	143.87	1690.19	25266.85
				WLS	22.22	81.01	1020.95	14544.06
				Box-Cox	50.30	96.16	885.50	8948.44
			900	OLS	99.45	363.78	4293.62	122768.55
				WLS	55.58	209.43	2641.86	67194.79
				Box-Cox	76.91	175.40	2499.86	15120.55
			1800	OLS	132.30	483.84	5590.49	188785.43
				WLS	74.36	285.64	3681.70	105119.26
				Box-Cox	92.37	228.76	3572.42	26010.48

ตารางที่ 4.4.93 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
0.5	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.150	1.161	1.138	1.229
				Box-Cox	0.957	1.170	1.418	1.730
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.151	1.152	1.127	1.345
				Box-Cox	1.050	1.270	1.425	2.215
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.138	1.141	1.134	1.421
				Box-Cox	1.253	1.418	1.400	2.696
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.237	1.239	1.211	1.294
				Box-Cox	0.918	1.198	1.698	2.215
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.251	1.222	1.204	1.402
				Box-Cox	1.041	1.401	1.721	2.933
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.235	1.216	1.206	1.466
				Box-Cox	1.386	1.633	1.667	3.096
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.408	1.357	1.318	1.383
				Box-Cox	0.876	1.298	2.212	3.260
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.389	1.360	1.286	1.437
				Box-Cox	1.036	1.639	2.199	3.995
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.353	1.333	1.291	1.475
				Box-Cox	1.628	2.146	2.125	3.385

ตารางที่ 4.4.94 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.0

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.0	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.316	1.299	1.274	1.336
				Box-Cox	1.048	1.347	1.849	2.049
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.309	1.268	1.259	1.481
				Box-Cox	1.179	1.535	1.836	2.788
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.317	1.278	1.265	1.527
				Box-Cox	1.316	1.608	1.778	3.063
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.445	1.404	1.344	1.435
				Box-Cox	0.987	1.422	2.140	2.723
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.427	1.387	1.330	1.543
				Box-Cox	1.158	1.685	2.198	3.971
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.394	1.371	1.326	1.574
				Box-Cox	1.300	1.853	2.086	4.056
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.660	1.569	1.476	1.527
				Box-Cox	0.893	1.455	2.686	4.014
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.616	1.561	1.467	1.584
				Box-Cox	1.094	1.986	2.678	5.790
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.580	1.524	1.446	1.589
				Box-Cox	1.293	2.234	2.613	5.339

ตารางที่ 4.4.95 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1.5

γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
1.5	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.380	1.338	1.346	1.445
				Box-Cox	1.088	1.430	2.012	2.231
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.370	1.382	1.297	1.623
				Box-Cox	1.307	1.762	1.887	3.408
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.359	1.360	1.344	1.653
				Box-Cox	1.393	1.759	1.937	3.717
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.551	1.487	1.438	1.503
				Box-Cox	1.010	1.449	2.069	2.423
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.514	1.461	1.433	1.672
				Box-Cox	1.271	1.847	2.211	4.911
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.509	1.456	1.418	1.708
				Box-Cox	1.439	1.963	2.022	4.891
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.803	1.702	1.579	1.632
				Box-Cox	0.852	1.451	2.383	3.292
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.724	1.646	1.564	1.691
				Box-Cox	1.221	2.137	2.296	7.012
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				IRWLS	1.711	1.631	1.549	1.693
				Box-Cox	1.393	2.249	2.179	6.266

ตารางที่ 4.4.96 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีอัตราส่วนความแปรปรวนระหว่าง X_1 และ X_2 เป็น 2:1 และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 2.0

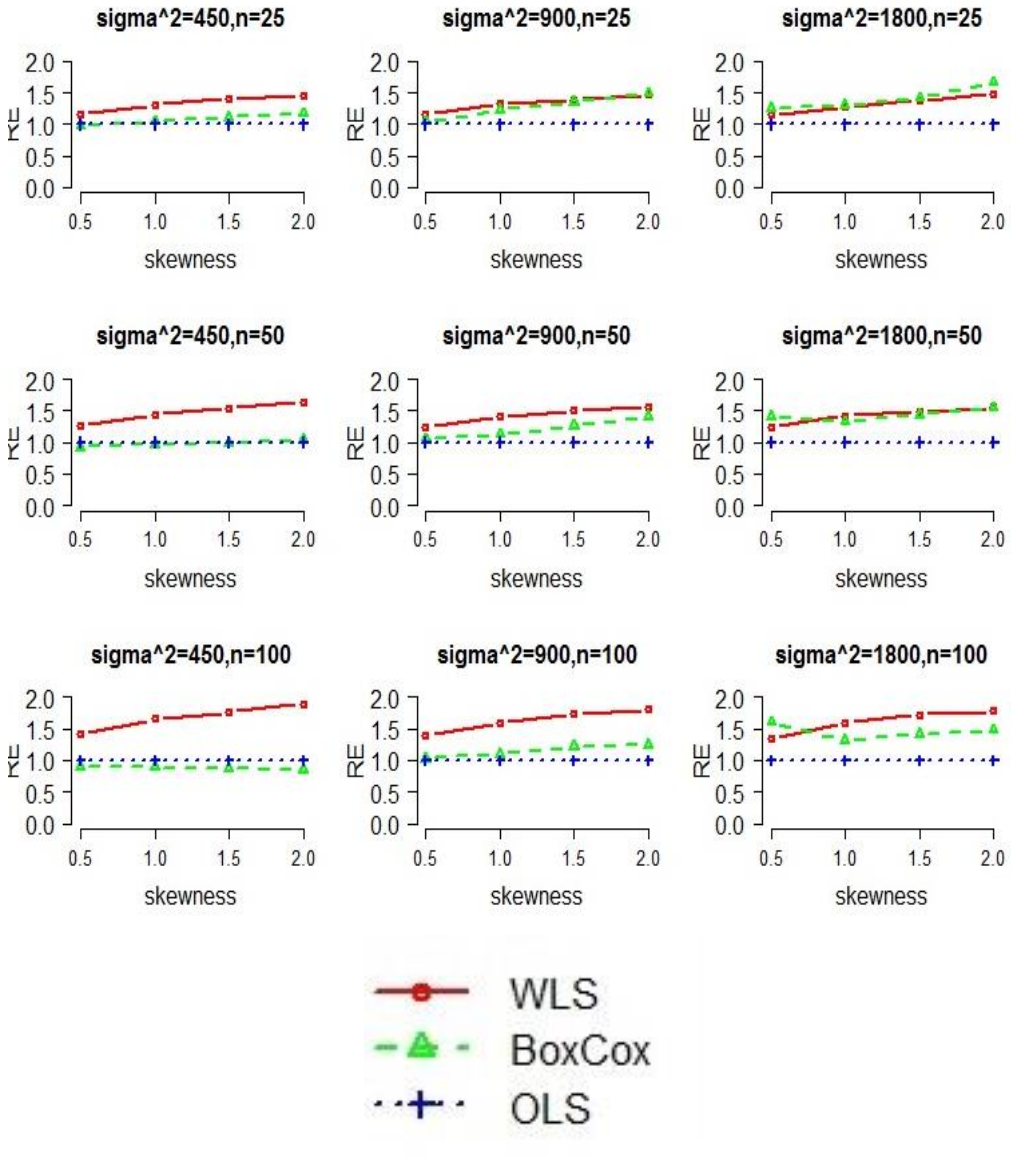
γ	$\sigma_1^2:\sigma_2^2$	n	σ^2	Method	δ			
					0	0.1	0.3	0.5
2.0	600:300	25	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.457	1.420	1.423	1.517
				Box-Cox	1.174	1.506	2.079	2.270
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.421	1.433	1.412	1.739
				Box-Cox	1.432	1.872	2.035	4.030
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.421	1.420	1.398	1.771
				Box-Cox	1.547	1.503	1.971	4.355
		50	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.608	1.555	1.474	1.616
				Box-Cox	1.002	1.526	2.058	2.441
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.565	1.526	1.503	1.819
				Box-Cox	1.392	1.902	1.964	5.775
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.564	1.515	1.476	1.790
				Box-Cox	1.567	1.967	1.861	5.692
		100	450	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.902	1.776	1.656	1.737
				Box-Cox	0.840	1.496	1.909	2.824
			900	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.789	1.737	1.625	1.827
				Box-Cox	1.293	2.074	1.718	8.119
			1800	OLS	1.000	1.000	1.000	1.000
				WLS	1.779	1.694	1.518	1.796
				Box-Cox	1.432	2.115	1.565	7.258

<u>ส่วนที่ 4.2</u> ภาพที่ 4.4.37 - 4.4.48 แสดงค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามแต่ละวิธี เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม ระดับพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ของค่าความคลาดเคลื่อนต่อตัวแปรอิสระ ในรูปแบบชี้กำลัง (δ)

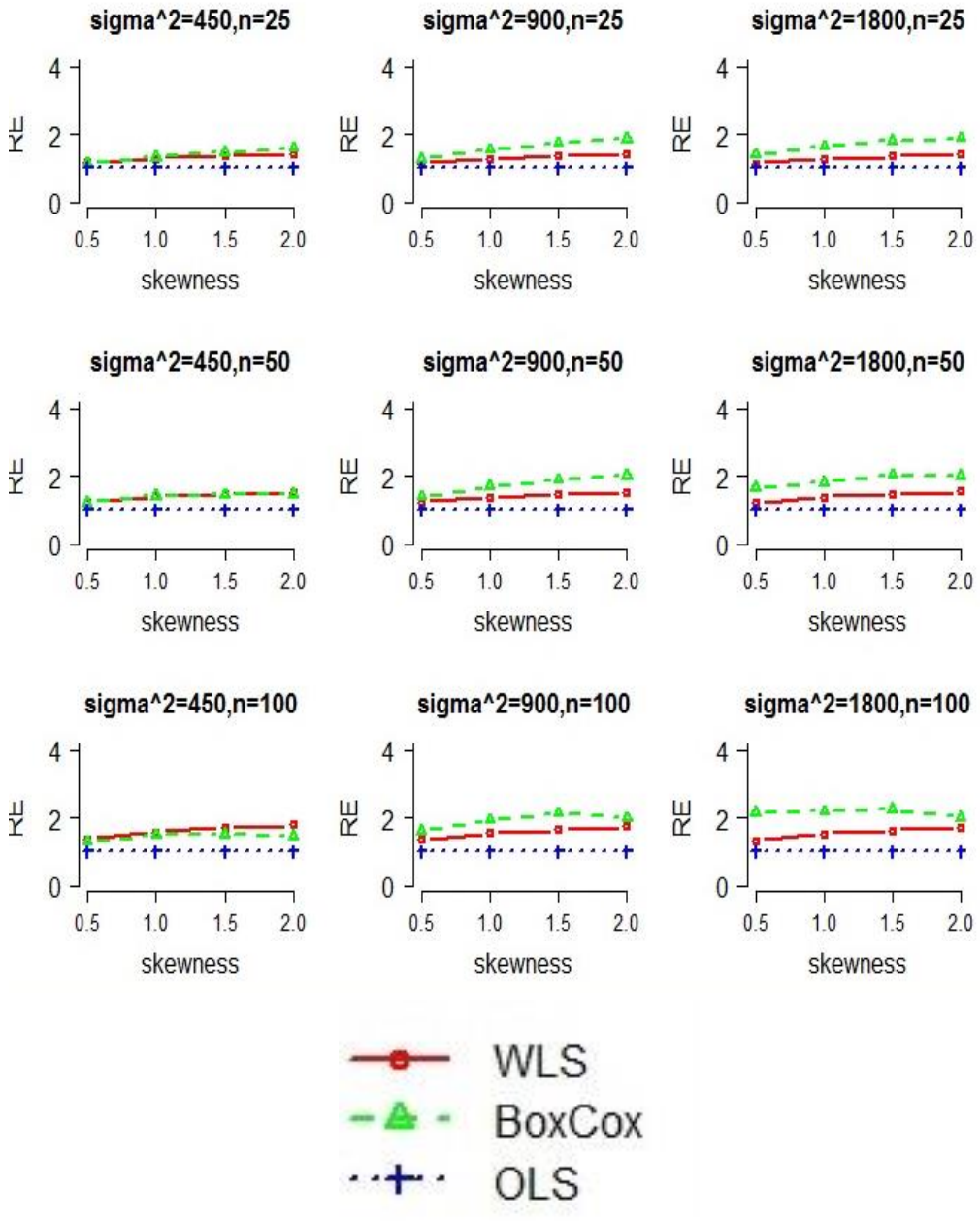
ภาพที่	ค่า	รูปแบบความสัมพันธ์	ระดับ δ	อัตราส่วน σ_1^2 กับ σ_2^2
4.4.37	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0	1:2
4.4.38	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.1	1:2
4.4.39	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.3	1:2
4.4.40	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	1:2
4.4.41	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0	1:1
4.4.42	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.1	1:1
4.4.43	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.3	1:1
4.4.44	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	1:1
4.4.45	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0	2:1
4.4.46	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.1	2:1
4.4.47	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.3	2:1
4.4.48	RE	ตัวแปรตาม$\mathbf{Y}'$	0.5	2:1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

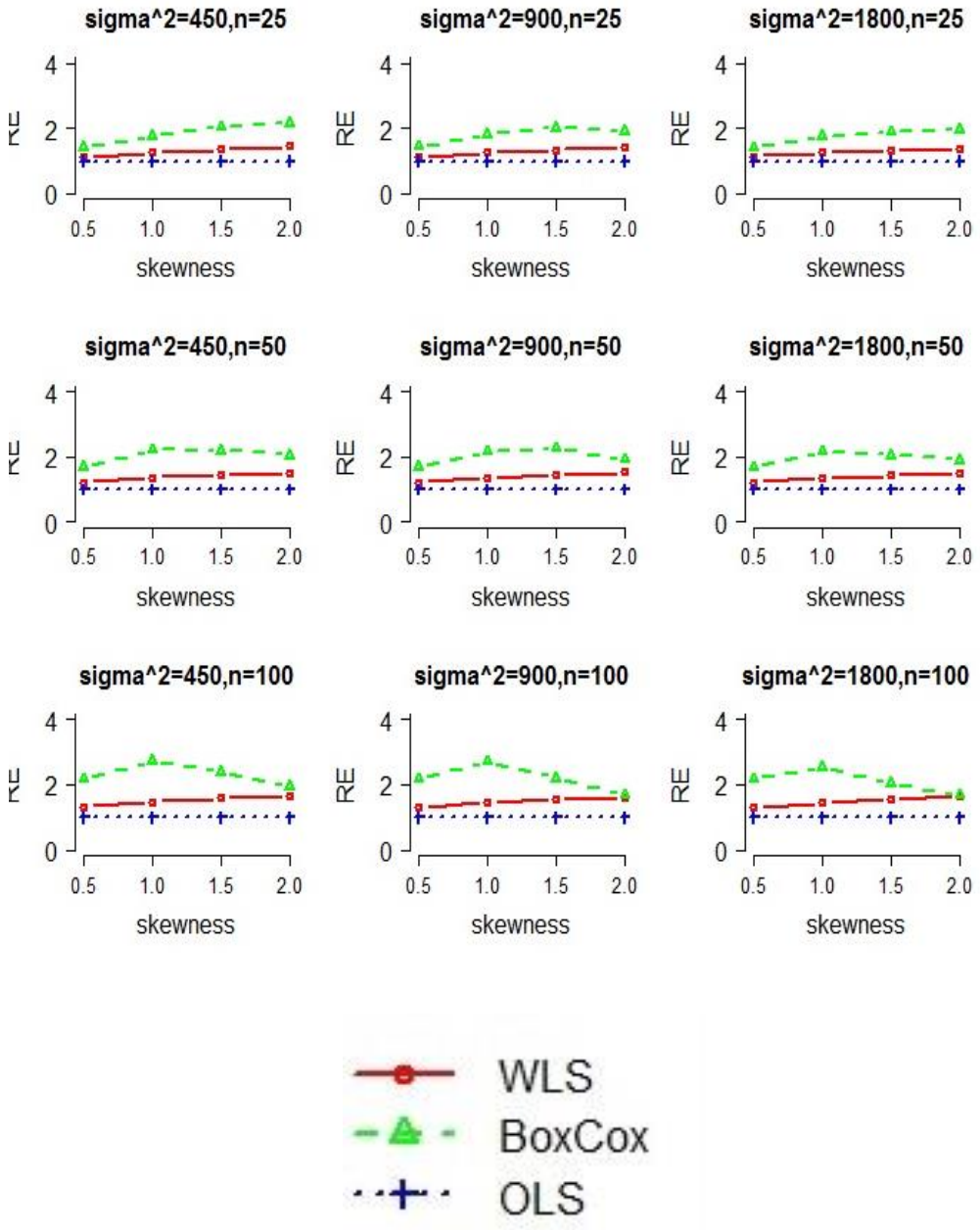
ภาพที่ 4.4.37 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



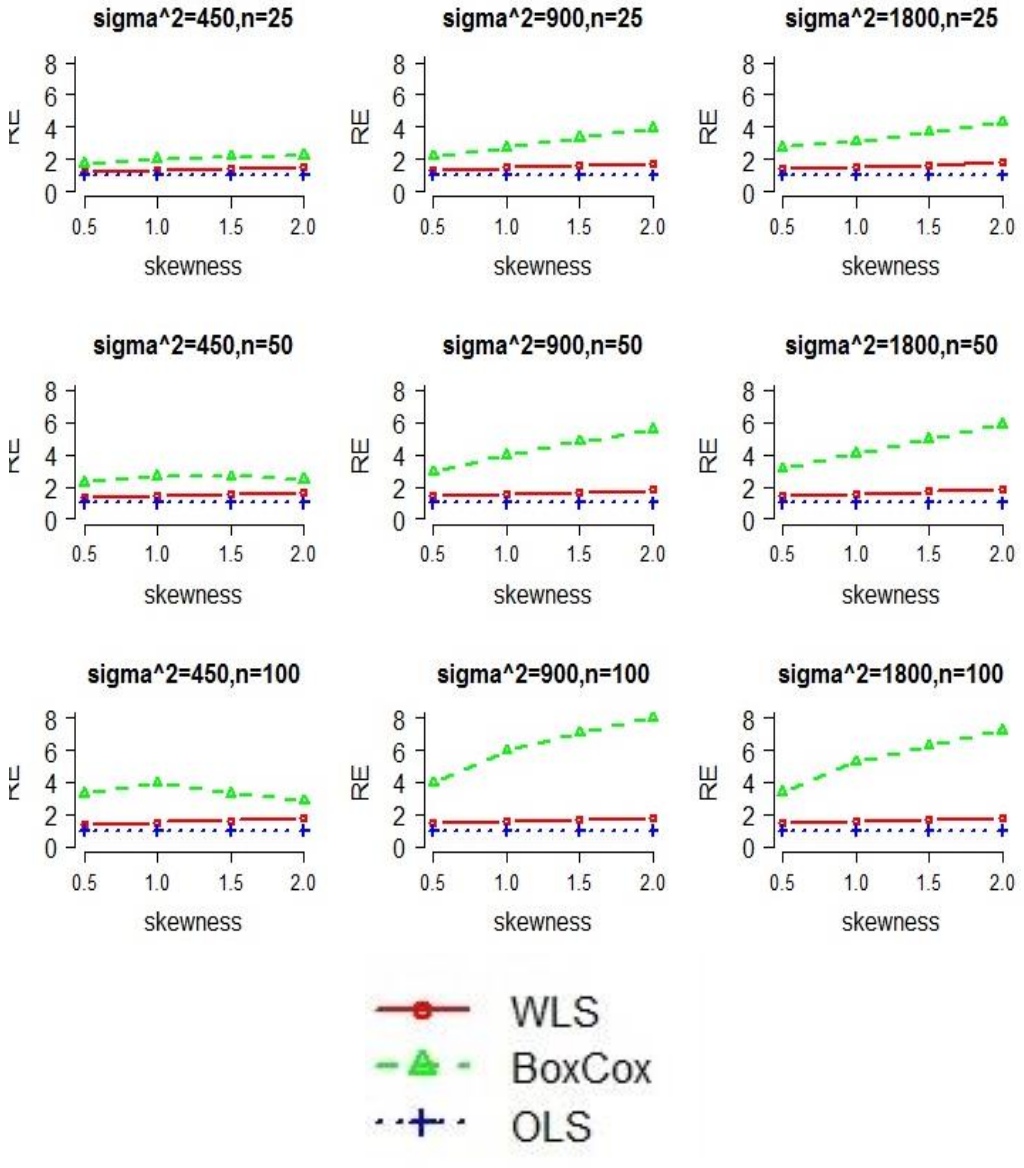
ภาพที่ 4.4.38 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



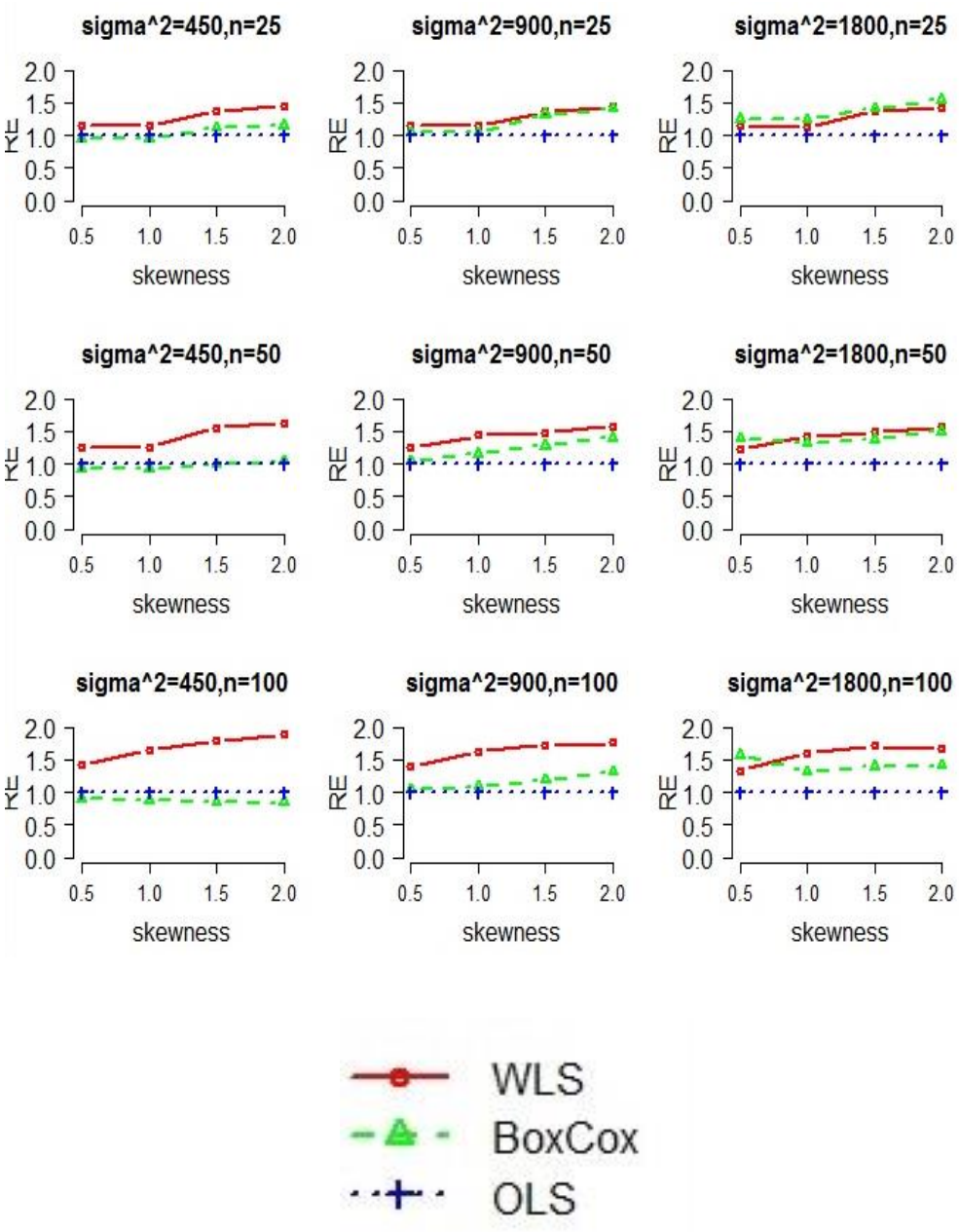
ภาพที่ 4.4.39 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



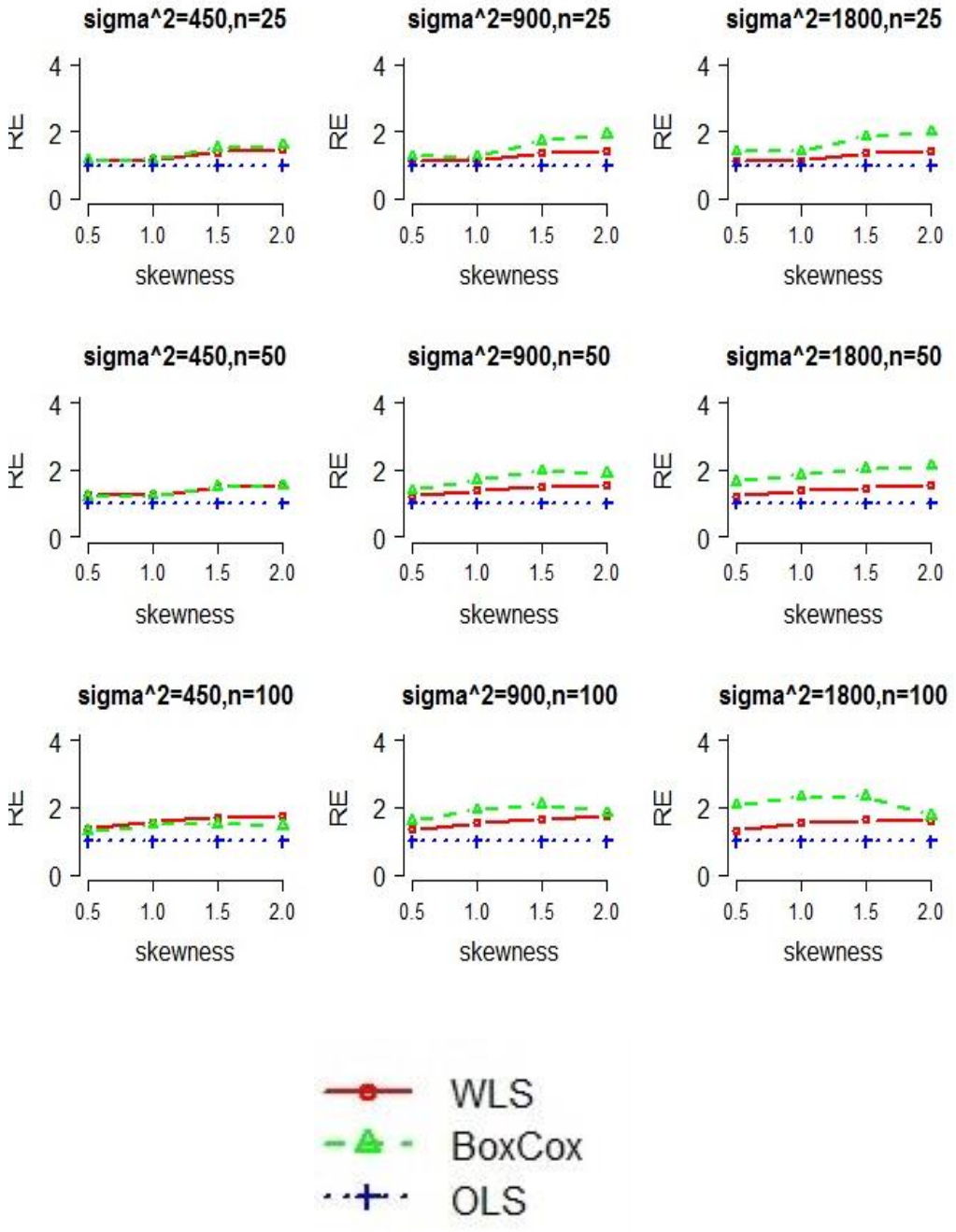
ภาพที่ 4.4.40 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:2 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



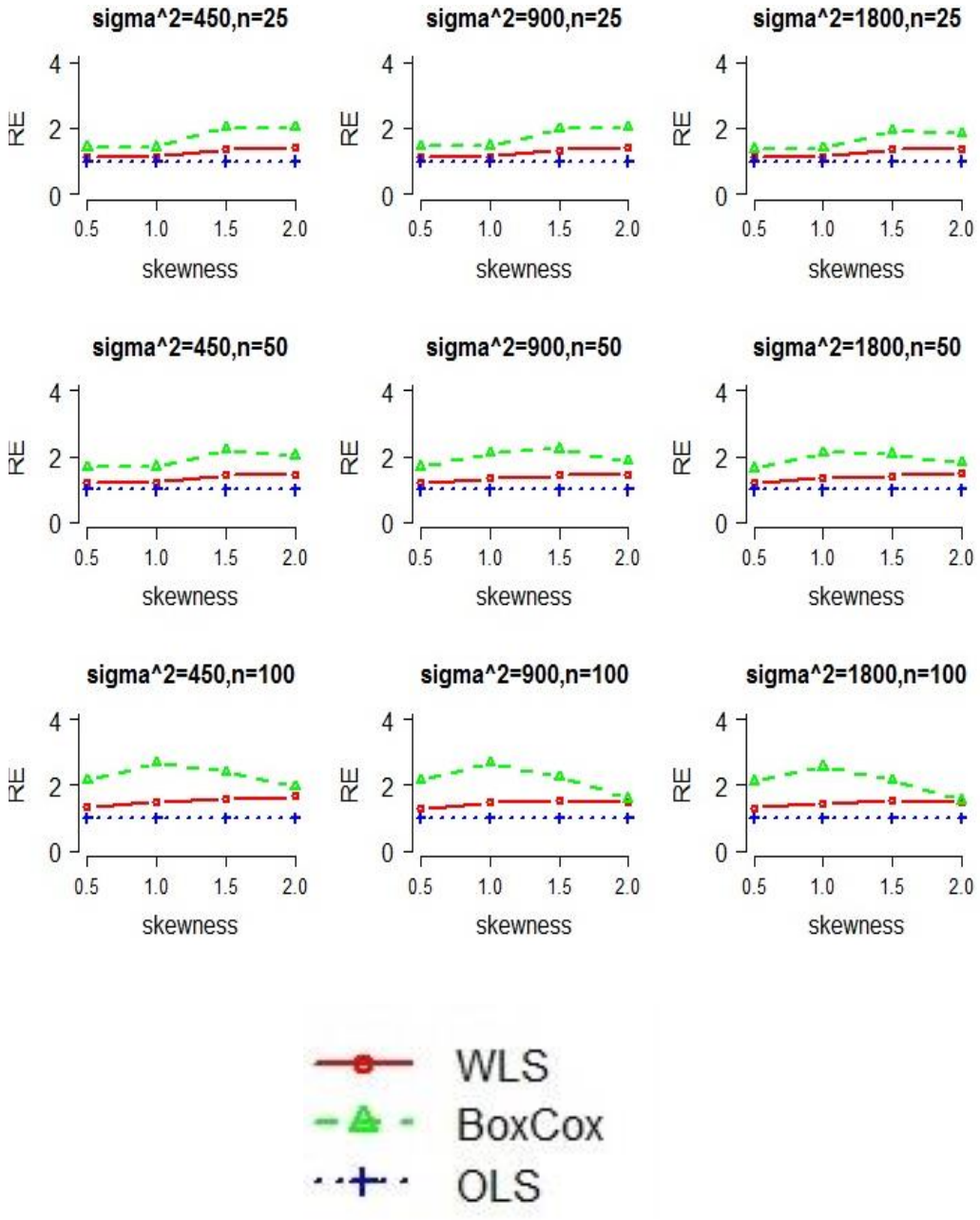
ภาพที่ 4.4.41 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



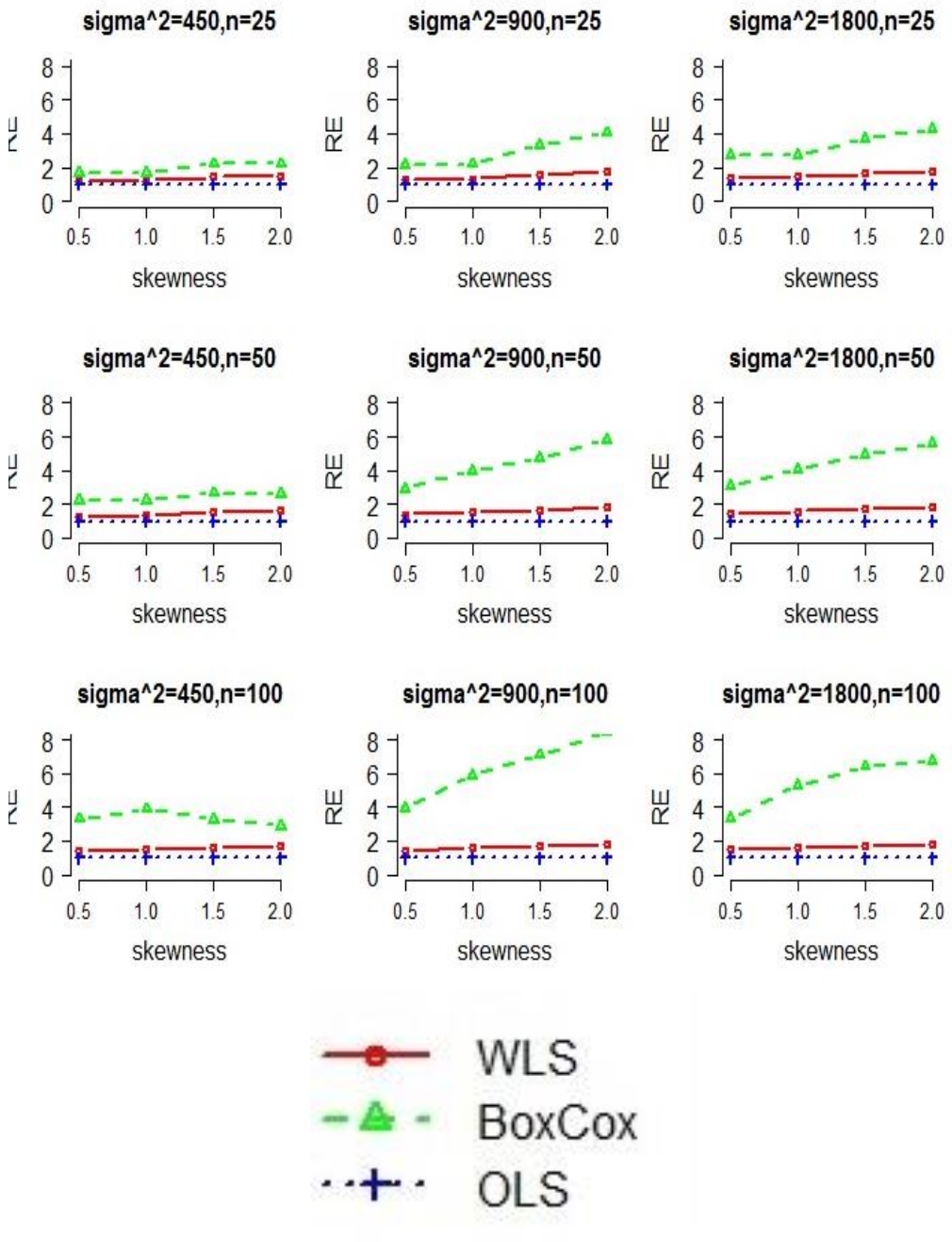
ภาพที่ 4.4.42 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



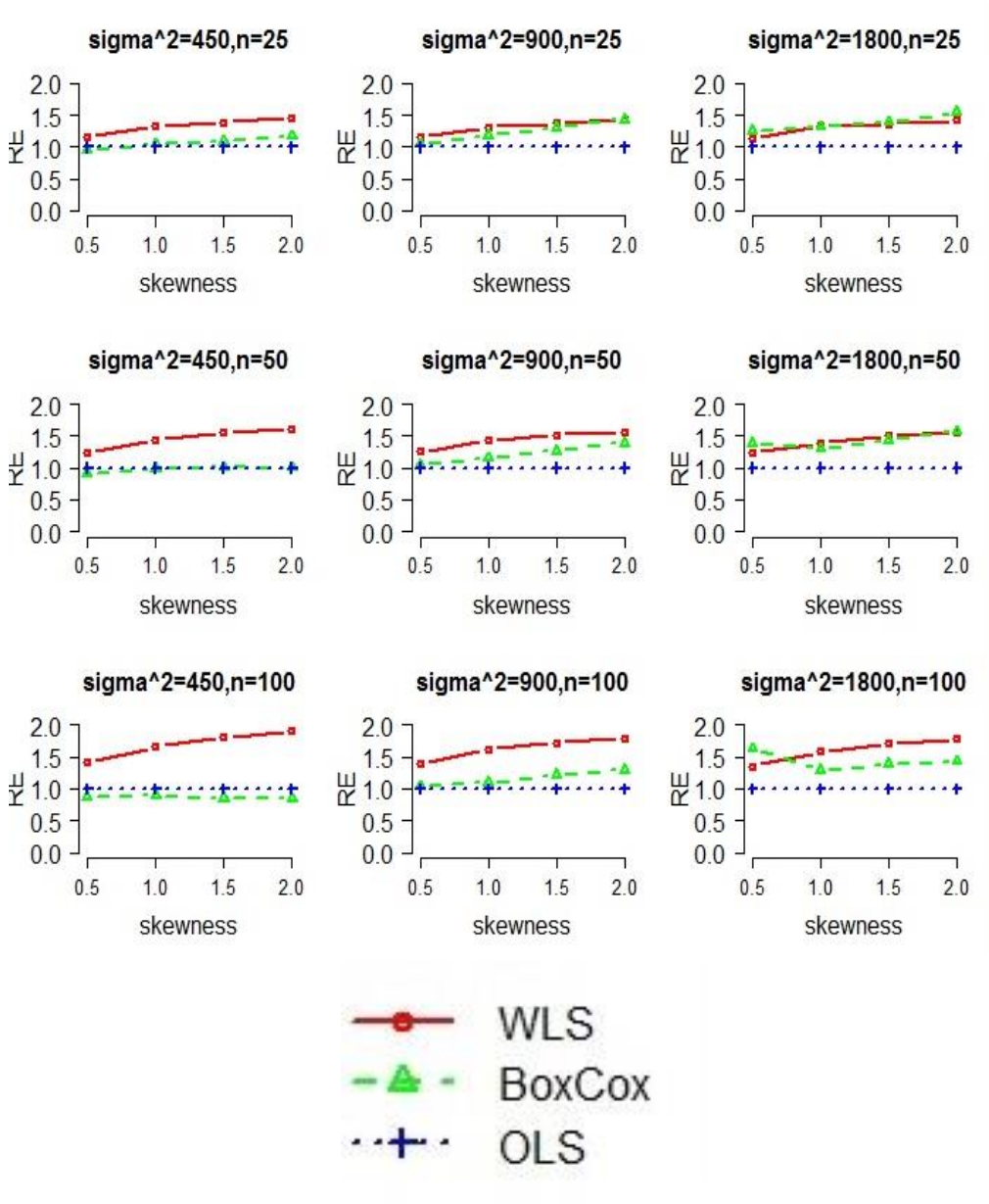
ภาพที่ 4.4.43 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



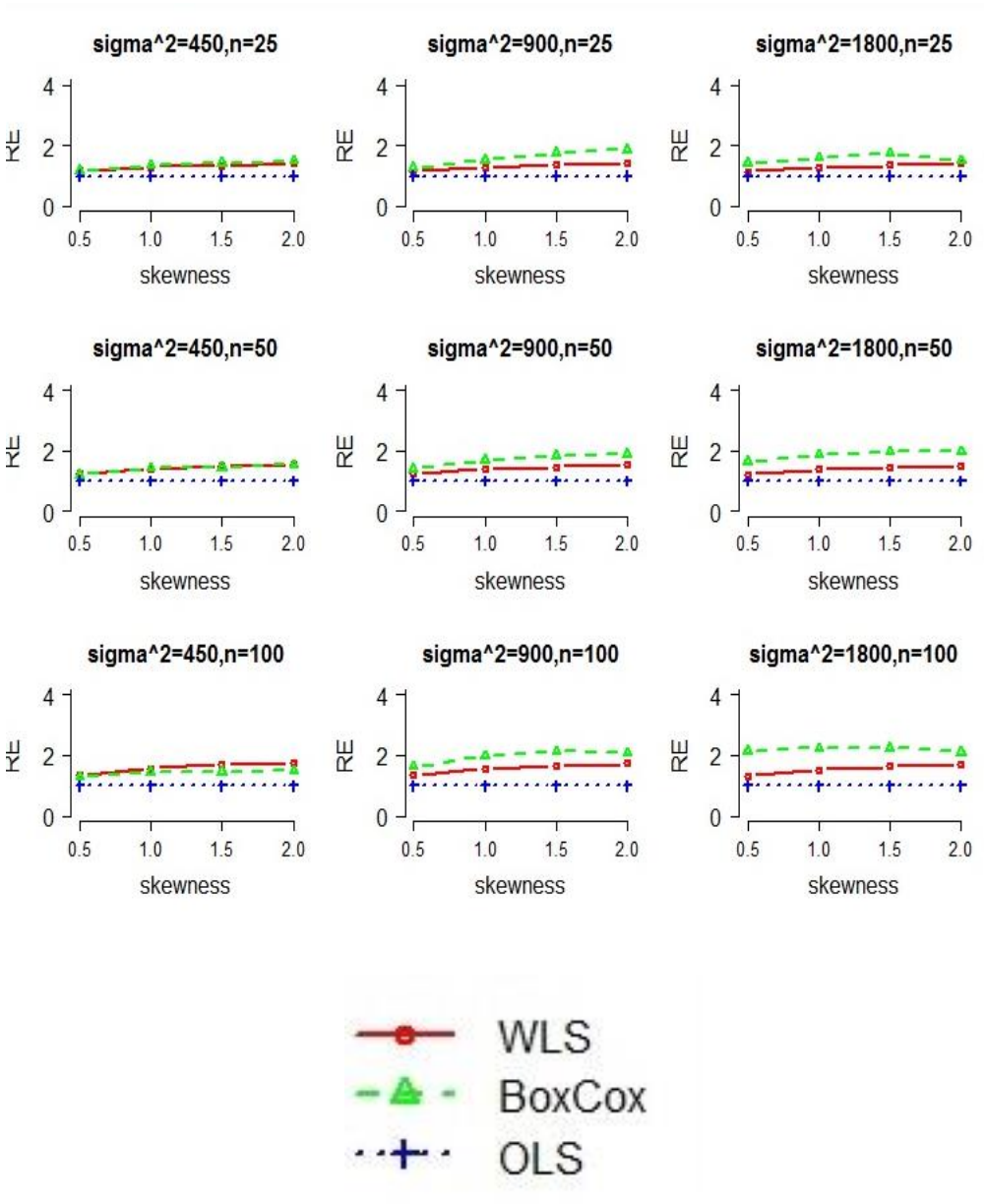
ภาพที่ 4.4.44 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 1:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



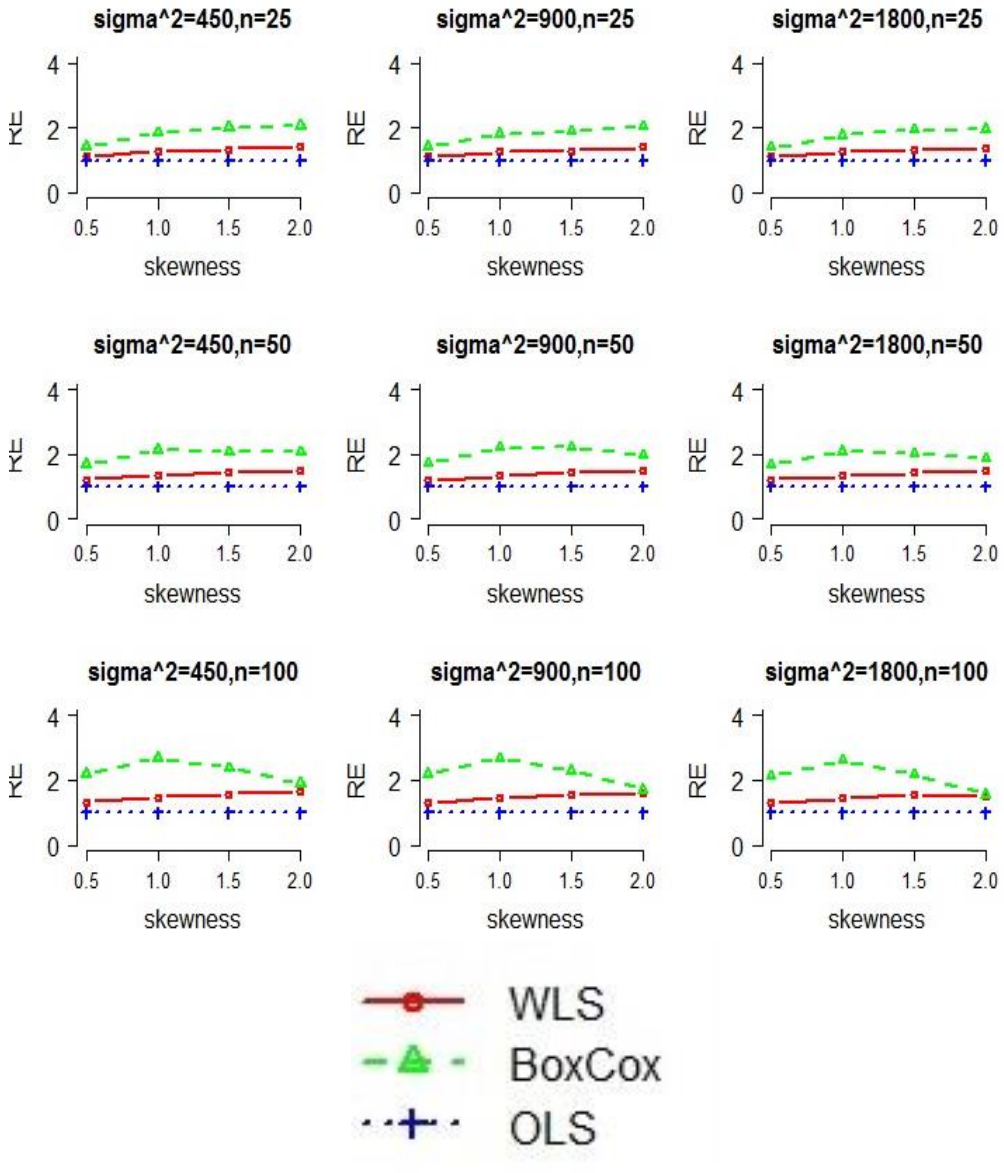
ภาพที่ 4.4.45 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม อัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0



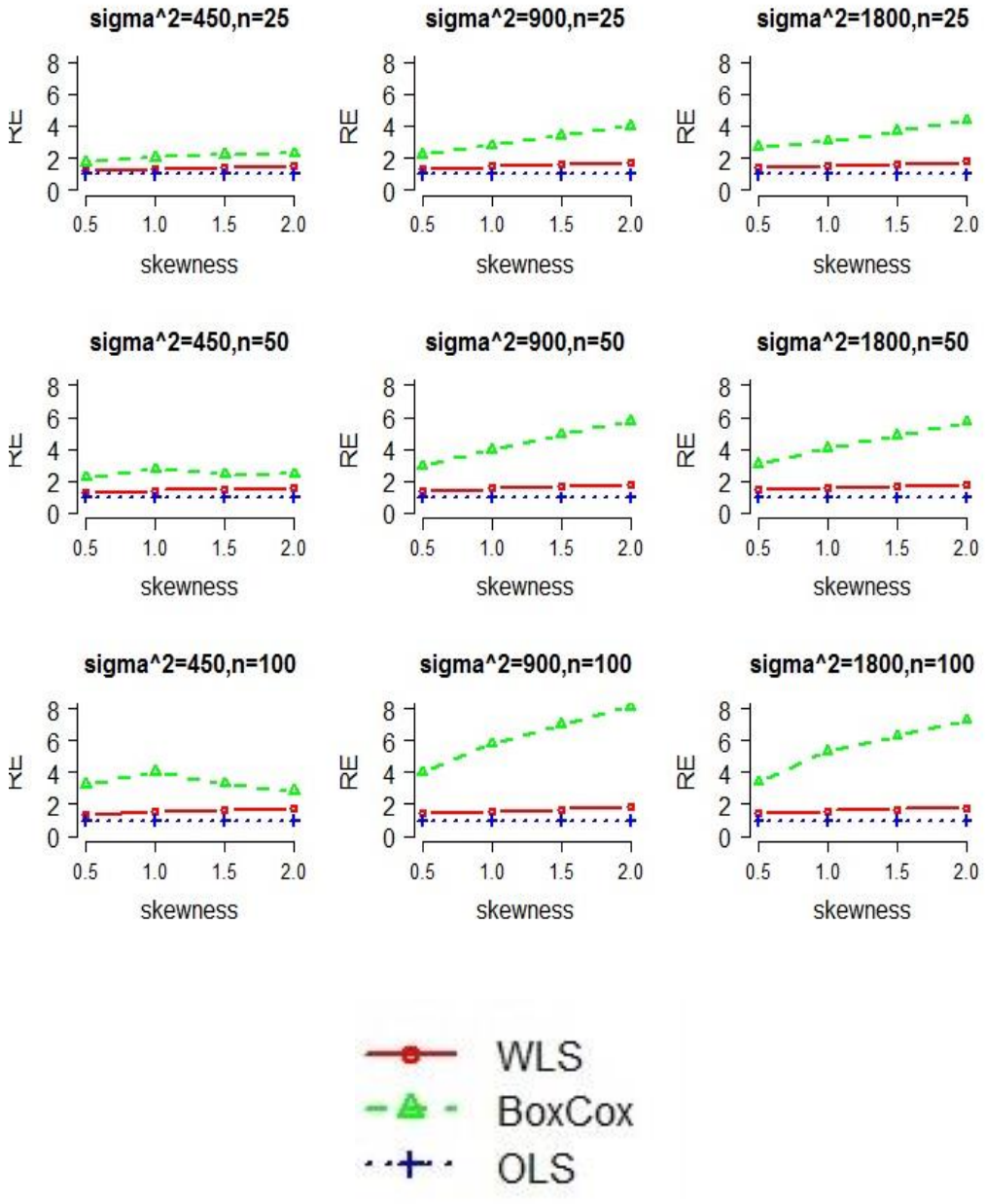
ภาพที่ 4.4.46 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.1



ภาพที่ 4.4.47 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.3



ภาพที่ 4.4.48 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE) กับค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามอัตราส่วนค่าความแปรปรวนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองเท่ากับ 2:1 และมีระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลังเท่ากับ 0.5



สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม

เมื่อพิจารณาค่า AMSE จากตารางที่ 4.4.73 เมื่อพิจารณาที่ตัวอย่างขนาดเท่ากับ 25 เมื่อค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) และระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะเพิ่มขึ้น แต่เมื่อมีขนาดเพิ่มขึ้นเท่ากับ 50 และ 100 ค่า AMSE จะน้อยลง นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่ตาราง 4.4.74 ถึง 4.4.76 , 4.4.81 ถึง 4.4.84 และ 4.4.89 ถึง 4.4.22 ที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองในแต่ละระดับ พบว่า ค่า AMSE ของแต่ละระดับความเบ้และ อัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

เมื่อพิจารณาค่า RE จากตารางที่ 4.4.77 , 4.4.78 , 4.4.79 และ 4.4.80 ทุกระดับขนาดตัวอย่าง ทุกระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) และทุกระดับความเบ้ พบว่าโดยส่วนใหญ่ที่ระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เท่ากับ 0 และ 0.1 (บางกรณี) พบว่า วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ในขณะที่ระดับ δ เท่ากับ 0.3 และ 0.5 วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และระดับ σ^2 เท่ากับ 1800 วิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุดทุกระดับ δ ทุกระดับความเบ้ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่ระดับความเบ้ต่างกันและอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองในแต่ละระดับ พบว่า ค่า RE มีค่าใกล้เคียงกัน

จากภาพที่ 4.4.37 ที่ระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 450 และทุกระดับตัวอย่าง พบว่า วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด เมื่อเทียบกับวิธี OLS และวิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน และเมื่อ σ^2 เท่ากับ 900 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และ 50 พบว่า วิธี WLS และวิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน ในขณะที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี WLS จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด ส่วนวิธี OLS และวิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน แต่เมื่อ σ^2 เท่ากับ 1800 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และ 50 พบว่า วิธี WLS และวิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพมากกว่าวิธี OLS จากภาพที่ 4.4.38 ที่ σ^2 เท่ากับ 450 และทุกระดับตัวอย่าง วิธี WLS และวิธี Box-Cox จะให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกันและดีกว่าวิธี OLS แต่เมื่อ

เพิ่ม σ^2 เท่ากับ 900 และ 1800 พบว่า วิธี Box-Cox เริ่มให้ประสิทธิภาพดีขึ้นมากกว่าวิธี OLS และ WLS จากภาพที่ 4.4.39 พบว่า วิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพดีมากกว่าวิธี OLS และ WLS ในทุกกรณี แต่เมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และตามระดับ σ^2 และความเบ้ที่เพิ่มขึ้น พบว่า วิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพน้อยลงใกล้เคียงกับวิธี OLS และ WLS และเห็นได้ชัดเจนเมื่อมีระดับความเบ้เท่ากับ 2 ทั้งนี้จากภาพ 4.4.40 วิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพดีมากกว่าวิธี OLS และ WLS ในทุกกรณี แต่เมื่อมีระดับ σ^2 เท่ากับ 900 และ 1800 ทุกขนาดตัวอย่าง วิธี Box-Cox ให้ประสิทธิภาพดีมากกว่าวิธี OLS และ WLS ซึ่งเห็นได้ชัดเจนและมีแนวโน้มสูงขึ้นตามระดับความเบ้และขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้น นอกจากนี้เมื่อพิจารณาตารางอื่นๆ ที่ระดับความเบ้ต่างกัน และอัตราส่วนระหว่างตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งกับตัวที่สองที่ต่างกัน พบว่า ทุกกรณีให้ผลที่สอดคล้องกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และ ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยชิ้นนี้ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามสำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่จากการแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมา โดยกำหนดให้ความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนที่สัมพันธ์กับตัวแปรอิสระหรือสัมพันธ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม 3 วิธีได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least square: OLS) วิธีการแปลงของ Box และ Cox (Box-Cox transformation) และวิธี weighted least square (WLS) โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (average mean squared error : AMSE) ระหว่างค่าพยากรณ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม และค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (relative efficiency : RE) โดยจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation technique) โดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.15.3 จำลองสถานการณ์ทั้งหมด 1,728 สถานการณ์ตามเงื่อนไขดังต่อไปนี้

1. ตัวแปรอิสระ 2 ตัว ($\mathrm{X_1}$และ $\mathrm{X_2}$) มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และความแปรปรวนทั้งหมด 3 แบบดังต่อไปนี้

อัตราส่วนของ $\sigma_1^2 : \sigma_2^2$	σ_1^2	σ_2^2
1:2	300	600
1:1	450	450
2:1	600	300

2. ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมาโดยกำหนดให้มีค่าเฉลี่ย $\mu = 0$ และมีรูปแบบความแปรปรวน (σ^2) 2 รูปแบบดังต่อไปนี้

รูปแบบที่ 1: สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง $(\mathrm{X_1})$ เท่านั้น

$\mathrm{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 |\mathrm{X_{i1}}|^{\delta}$ โดยที่ $\sigma^2 > 0, \delta$ เป็นค่าพารามิเตอร์

รูปแบบที่ 2 : สัมพันธ์กับค่าจริงของตัวแปรตาม

$$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i; i = 1,2,\dots,n$$ มีรูปแบบความสัมพันธ์ดังนี้

$$\mathrm{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \left|\beta_0 + \sum_{j=1}^{2} \beta_j X_{ij}\right|^{\delta} = \sigma^2 |Y_i^*|^{\delta}$$ โดยที่ $\sigma^2 > 0, \delta$ เป็นค่าพารามิเตอร์

โดยมาจากการกำหนด β_0 = 500 , β_1 =1 และ β_2 =1 ให้เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่ และค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล และแบบแกมมา กำหนดให้สัมประสิทธิ์ความเบ้ทั้งหมด 4 ระดับ ได้แก่ 0.5 , 1.0 ,1.5 และ 2.0

3. ตัวแปรตามและตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันภายใต้การถดถอยเชิงเส้นพหุ (Multiple Linear Regression) ดังนี้

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i; i = 1,2,\dots,n$$

โดยที่ตัวแปรอิสระแต่ละตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน ดังนั้น ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเท่ากับศูนย์ และกำหนดขนาดตัวอย่างมี 3 ระดับ ได้แก่ 25 , 50 และ 100

5.1 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

จากการผลเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามทั้ง 3 วิธี ทั้งในส่วนของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแกมมา พบว่า ทุกระดับอัตราส่วนความแปรปรวนของตัวแปรอิสระระหว่าง X_1 กับ X_2 ที่เท่ากับ 1:2 , 1:1 และ 2:1 และทุกระดับความเบ้ให้ผลสอดคล้องกัน ปัจจัยที่มีผลต่อค่า AMSE ได้แก่

5.1.1 ขนาดตัวอย่าง (n) : การเพิ่มของขนาดตัวอย่างจะทำให้ค่า AMSE มีค่าน้อยลง

5.1.2 ระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (σ^2) : ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นตามระดับการเพิ่มขึ้นของค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เนื่องจากการเพิ่มของระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนและระดับความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) จะทำให้การประมาณค่าตัวแปรตามมีค่าความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมาที่มีค่าความแปรปรวนของค่า

ความคลาดเคลื่อนที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง และค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) อยู่ในระดับต่ำ เท่ากับ 0 และ 0.1 ถ้าระดับ δ เท่ากับ 0 หมายความว่าเทอมในส่วนที่ไม่ใช่ค่าคงที่มีค่าเท่ากับ 1 นั่นคือ ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ โดยส่วนใหญ่ค่า AMSE ของวิธี OLS จะมีค่าน้อยที่สุด ยกเว้นเมื่อระดับความเบ้เพิ่มขึ้นเท่ากับ 1.5 และ 2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 ค่า AMSE ของวิธี WLS จะมีค่าน้อยที่สุด แต่เมื่อค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) อยู่ในระดับสูง เท่ากับ 0.3 และ 0.5 โดยส่วนใหญ่พบว่าค่า AMSEของวิธี WLS จะมีค่าน้อยที่สุด ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 วิธี Box-Cox จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อพิจารณาที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่มีค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม และค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) มีค่าเท่ากับ 0 , 0.1 และ 0.3 พบว่า ค่า AMSE ของวิธี OLS จะมีค่าน้อยที่สุด ยกเว้นเมื่อระดับความเบ้เพิ่มขึ้นเท่ากับ 2 ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 พบว่า ค่า AMSE ของวิธี WLS จะมีค่าน้อยที่สุด แต่เมื่อค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) อยู่ในระดับสูง เท่ากับ 0.5 พบว่าค่า AMSE ของวิธี Box-Cox จะมีค่าน้อยที่สุด เมื่อพิจารณาที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลที่มีค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง และค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) มีค่าเท่ากับ 0 และ 0.1 พบว่าโดยส่วนใหญ่ค่า AMSE ของวิธี WLS จะมีค่าน้อยที่สุด แต่เมื่อค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เท่ากับ 0.3 และ 0.5 พบว่าค่า AMSE ของวิธี Box-Cox จะมีค่าน้อยที่สุด นอกจากนี้เมื่อพิจารณาค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1800 ในขนาดตัวอย่างที่เท่ากับ 25 พบว่า ทุกระดับความเบ้และทุกระดับ δ วิธี Box-Cox จะมีค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อพิจารณาที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ที่มีค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม และค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) มีค่าเท่ากับ 0 และ 0.1 พบว่า ค่า AMSE ของวิธี WLS จะมีค่าน้อยที่สุด แต่เมื่อค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ระบุความสัมพันธ์ในรูปแบบชี้กำลัง (δ) เท่ากับ 0.3 และ 0.5 พบว่าค่า AMSE ของวิธี Box-Cox จะมีค่าน้อยที่สุด นอกจากนี้เมื่อพิจารณาค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1800 ในขนาดตัวอย่างที่เท่ากับ 25 พบว่า ทุกระดับความเบ้และทุกระดับ δ วิธี Box-Cox จะมีค่า AMSE น้อยที่สุด

5.2 การอภิปรายผลการเปรียบเทียบที่ได้ของแต่ละวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมา

จากผลการวิจัย ถ้าแยกการพิจารณาตามการแจกแจง พบว่า เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา ทั้งที่มีรูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง หรือขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม ทุกระดับค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน ทุกระดับความเบ้ และทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อ δ อยู่ในระดับต่ำ วิธีการประมาณค่า OLS จะเป็นวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีความเหมาะสมที่สุด แต่เมื่อ δ อยู่ในระดับสูง สำหรับรูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง วิธีการประมาณค่า WLS จะเป็นวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีความเหมาะสมที่สุด ส่วนรูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม วิธีการประมาณค่า Box-Cox จะเป็นวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีความเหมาะสมที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยเท่ากับ 25 ทั้งรูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งและขึ้นอยู่กับตัวแปรตามวิธีการประมาณค่า Box-Cox จะเป็นวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีความเหมาะสมที่สุด

นอกจากนี้ถ้าค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ทั้งรูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่งและขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม พบว่า เมื่อ δ อยู่ในระดับต่ำ วิธีการประมาณค่า WLS จะเป็นวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีความเหมาะสมที่สุด เมื่อ δ อยู่ในระดับสูง วิธีการประมาณค่า Box-Cox จะเป็นวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่มีความเหมาะสมที่สุด และต่อไปนี้จะเป็นการสรุปวิธีการประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพที่เหมาะสมแยกตามกรณีต่างๆ โดยจะสรุปในภาพรวม

ตารางที่ 5.2.97 สรุปประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อน มีความแปรปรวนไม่คงที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง จากการแจกแจงแบบแกมมา

γ	n	σ^2	δ			
			0	0.1	0.3	0.5
0.5	25	450	OLS	OLS	WLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	OLS	OLS	WLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	WLS	WLS
		1800	OLS	OLS	WLS	WLS
	100	450	OLS	OLS	WLS	WLS
		900	OLS	OLS	WLS	WLS
		1800	OLS	OLS	WLS	WLS
1.0	25	450	OLS	OLS	WLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	OLS	OLS	WLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	WLS	WLS
		1800	OLS	OLS	WLS	WLS
	100	450	OLS	OLS	WLS	WLS
		900	OLS	OLS	WLS	WLS
		1800	OLS	OLS	WLS	WLS
1.5	25	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	OLS	OLS	WLS	WLS
		900	OLS	OLS	WLS	WLS
		1800	OLS	OLS	WLS	WLS
	100	450	OLS	OLS	OLS	WLS
		900	OLS	OLS	OLS	WLS
		1800	OLS	OLS	OLS	WLS

γ	n	σ^2	δ			
			0	0.1	0.3	0.5
2.0	25	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	OLS	OLS	WLS	WLS
		900	OLS	OLS	WLS	WLS
		1800	OLS	OLS	WLS	WLS
	100	450	OLS	OLS	OLS	WLS
		900	OLS	OLS	OLS	WLS
		1800	OLS	OLS	OLS	WLS

ตารางที่ 5.2.98 สรุปประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรตาม จากการแจกแจงแบบแกมมา

γ	n	σ^2	δ			
			0	0.1	0.3	0.5
0.5	25	450	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
	50	450	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
	100	450	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	WLS	Box-Cox
1.0	25	450	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
	50	450	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
	100	450	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
1.5	25	450	OLS	OLS	OLS	WLS
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	WLS	WLS	WLS	Box-Cox
	50	450	OLS	OLS	OLS	WLS
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
	100	450	OLS	OLS	OLS	WLS
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	OLS	Box-Cox

γ	n	σ^2	δ			
			0	0.1	0.3	0.5
2.0	25	450	WLS	WLS	WLS	WLS
		900	WLS	WLS	WLS	Box-Cox
		1800	WLS	WLS	WLS	Box-Cox
	50	450	OLS	WLS	WLS	OLS
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	WLS	Box-Cox
	100	450	OLS	OLS	OLS	OLS
		900	OLS	OLS	OLS	Box-Cox
		1800	OLS	OLS	OLS	Box-Cox

ตารางที่ 5.2.99 สรุปประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อน มีความแปรปรวนไม่คงที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระตัวที่หนึ่ง จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

γ	n	σ^2	δ			
			0	0.1	0.3	0.5
0.5	25	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	100	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
1.0	25	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	100	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
1.5	25	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	100	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox

γ	n	σ^2	δ			
			0	0.1	0.3	0.5
2.0	25	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	100	450	WLS	WLS	WLS	Box-Cox
		900	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox

ตารางที่ 5.2.100 สรุปประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม กรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่สัมพันธ์กับค่าของตัวแปรตาม จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

γ	n	σ^2	δ			
			0	0.1	0.3	0.5
0.5	25	450	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	100	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
1.0	25	450	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	100	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
1.5	25	450	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	100	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox

γ	n	σ^2	δ			
			0	0.1	0.3	0.5
2.0	25	450	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		900	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	50	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
	100	450	WLS	WLS	Box-Cox	Box-Cox
		900	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox
		1800	WLS	Box-Cox	Box-Cox	Box-Cox

5.3 การสรุปการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าตัวแปรตาม เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุ มีความแปรปรวนไม่คงที่จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมา

จากผลการวิจัยพบว่า เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมา เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมสรุปการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามได้ดังนี้ ในกรณีที่ไม่พิจารณาที่รูปแบบการแจกแจงและทราบว่ารูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ วิธีที่ควรเลือกใช้คือ วิธี WLS แต่ถ้ารูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม วิธีที่ควรเลือกใช้คือ วิธี Box-Cox ซึ่งในงานวิจัยชิ้นนี้ศึกษาเพิ่มเติมในกรณีที่มีการแจกแจงในรูปแบบอื่นๆ นอกเหนือจากในรูปการแจกแจงแบบปกติ คือ การแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

เมื่อพิจารณาจากทุกระดับความเบ้ ในกรณีที่มีการแจกแจงแบบแกมมา และมี δ อยู่ในระดับต่ำ วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่ควรเลือกใช้ คือ วิธี OLS แต่ถ้ามีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่ควรเลือกใช้ คือ วิธี WLS แต่ถ้ามี δ อยู่ในระดับสูง ควรเลือกใช้คือ วิธี Box-Cox สำหรับทุกกรณี ยกเว้นที่รูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระและมีการแจกแจงแบบแกมมาควรเลือกใช้วิธี WLS จะมีความเหมาะสมมากที่สุดในกรณีที่มี δ อยู่ในระดับสูง

5.4 ข้อเสนอแนะ

5.4.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

ในงานวิจัยชิ้นนี้เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวแปรตามทั้ง 3 วิธี ถ้าเลือกพิจารณาโดยภาพรวมพบว่า วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามที่เหมาะสมในกรณีที่ทราบรูปแบบความสัมพันธ์ที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ คือ วิธี WLS ส่วนวิธีการแปลงของ Box-Cox จะมีความเหมาะสมในกรณีที่รูปแบบความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม แต่อย่างไรก็ตามถ้าสามารถทราบการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนได้เพิ่มเติมก็สามารถเลือกใช้วิธีการประมาณค่าตัวแปรตามได้ดังนี้ คือ ถ้าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมาโดยส่วนใหญ่ถ้าเกิดปัญหาความแปรปรวนไม่คงที่ในระดับต่ำหรือเกิดขึ้นเพียงเล็กน้อย ก็สามารถเลือกใช้วิธี OLS ได้ เนื่องจากเป็นวิธีที่คำนวณได้ง่ายและสะดวกในการใช้งาน แต่ถ้าเกิดปัญหาความแปรปรวนไม่คงที่ในระดับค่อนข้างมากในรูปแบบความสัมพันธ์ที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ ก็ควรเลือกใช้วิธี WLS และควรเลือกใช้วิธี Box-Cox เมื่อรูปแบบความสัมพันธ์ที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม

นอกจากนี้ถ้าค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เมื่อพิจารณาสำหรับรูปแบบความสัมพันธ์ทั้ง 2 แบบ ถ้าเกิดปัญหาความแปรปรวนไม่คงที่ในระดับต่ำหรือเกิดขึ้นเพียงเล็กน้อย ก็ควรเลือกใช้วิธี WLS แต่ถ้าเกิดปัญหาความแปรปรวนไม่คงที่ในระดับค่อนข้างมาก ควรเลือกใช้วิธี Box-Cox ในการประมาณค่าตัวแปรตาม

5.4.2 ด้านการศึกษาวิจัย

ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการศึกษาการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนแบบอื่นๆ นอกเหนือจากการแจกแจงแบบปกติ คือ การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมา ทั้งนี้ผู้ที่สนใจอาจจะเลือกศึกษาการแจกแจงแบบอื่นนอกเหนือจากในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ หรืออาจเปลี่ยนรูปแบบความสัมพันธ์ของค่าความแปรปรวนในรูปแบบอื่นๆได้

นอกจากนี้อาจเลือกศึกษาข้อมูลในรูปแบบอื่นๆ ที่ไม่ได้อยู่ในรูปความสัมพันธ์เชิงเส้นได้ และอาจจะเลือกใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยวิธีอื่นได้เช่นกัน

รายการอ้างอิง

Box, G. E. P., Cox, (1964). "An Analysis of Transformation." Journal of the Royal StatisticalSociety 26: 211-252.

Carroll , R. J., D. Ruppert (1988). Transformation and Weighting in Regression.

พรสิน สุภวาลย์ (2556). "การวิเคราะห์การถดถอย." 5 พ.ค., 2558.

บรรณานุกรม

Amemiya, T (1973). Regression analysis when the variance of the dependent variable is proportional to the squares of its expectation. J.Am.Statist.Ass, 928-934.

จิราวัลย์ จิตรถเวช และ วรรณพร จันโทภาส (2555). การเปรียบเทียบการทดสอบและวิธีการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่คงที่ของความคลาดเคลื่อนในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย, สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.

นุชรินทร์ ทิพยวรรณากร (2540). การเปรียบเทียบค่าพยากรณ์ที่ได้จากตัวแบบที่คัดเลือกด้วยวิธีเบส์เซียนวิธีการกำจัดตัวแปรแบบถอยหลังและวิธีการถดถอยแบบขั้นบันไดในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุนามแบบลำดับขั้น, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บัณฑิต ชัยวิชญชาติ (2550).เอกสารประกอบการเรียนการสอน วิชา 107411 เศรษฐมิติ 1. 1 ม.ค., 2558.

พีรวัฒน์ เสรีวัฒนนุกูล (2555). การเปรียบเทียบวิธีการประมาณสำหรับการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วรรณพร เจริญขำ (2555). การตรวจสอบค่านอกเกณฑ์ในตัวอย่างสุ่มจากประชากรปกติ, สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.

วิธิดา สุนทรวิภาต (2547). การศึกษาเปรียบเทียบวิธีแก้ไขปัญหาความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนไม่คงที่จากสาเหตุต่างๆในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สุพล ดุรงค์วัฒนา (2549). ตัวแบบและการวิเคราะห์ความถดถอยสำหรับการวิจัยขั้นสูง. พิมพ์สวย.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายละเอียดของโปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.15.3 ในการจำลองข้อมูลและการประมาณค่าตัวแปรตามของแต่ละวิธี ในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนมีค่าไม่คงที่ จากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลและแบบแกมมา ซึ่งมีคำสั่งดังต่อไปนี้

#####กรณีที่ 1 ค่าความคลาดเคลื่อนแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล#####

```
d<-read.csv('D:/Ln/ln_gam.csv',header = TRUE,sep=",")
attach(d)
### กำหนดระดับ delta###
delta<-c(0,0.1,0.3,0.5)
### กำหนดค่าแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ###
sigma_error<-c(450,900,1800)
### กำหนดขนาดตัวอย่าง ###
n<-c(25,50,100)
### กำหนดค่าแปรปรวนของตัวแปรอิสระ x1&x2###
x1<-c(300,450,600)
x2<-c(600,450,300)
library(MASS)
nloop=5000
for( a in x1){
for( b in x2){
TOTAL_mse<-c()
TOTAL_mse_OLS<-c()
TOTAL_mse_WLS<-c()
TOTAL_mse_BoxCox<-c()
loop_total<-c()
D<-c()
S<-c()
###กำหนดLoopเริ่มต้น ###
for ( k in 1:nloop){
###กำหนดตัวแปรอิสระ x1 และ x2###
x1<-rnorm(n[1],0,sqrt(a))
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

```
        x2<-rnorm(n[1],0,sqrt(b))
        xM1<-matrix(x1,c(n[1],1))
        xM2<-matrix(x2,c(n[1],1))
###Loop ของ delta กับค่าแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ###
        for( d in delta){
        for( s in sigma_error){
        D<-c(D,d)
        S<-c(S,s)
        ###สร้าง y ไม่รวม error ###
        yt<-500 + xM1  + xM2
        ytM<-matrix(yt,c(n[1],1))
        ###สร้างค่าแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน###
        verror<-(abs(xM1))^d ##กรณีค่าคลาดเคลื่อนขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ
        verror<-(abs(ytM))^d ##กรณีค่าคลาดเคลื่อนขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม
        verr<-matrix(verror,c(n[1],1))
        ###สร้างค่าความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล###
        meLN<-exp(ln_mu[1]+(1/(2*( ln_sig[1] ^ 2 ))))
        eLN<-rlnorm(n[1],ln_mu[1],1/sqrt(ln_sig[1]))
        ###ปรับค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนให้เป็นศูนย์###
        ad<-eLN-meLN
        e<-ad*verr
        error<-matrix(e,c(n[1],1))
        ###สร้าง y ค่าสังเกต ###
        yobs <-ytM+error
###เลือก y ค่าสังเกตให้มากกว่าศูนย์ ###
        P<-c()
        Q<-c()
        xc1<-c()
        xc2<-c()
        ycobs<-c()
        yctrue<-c()
 for( i in 1:length(yobs)){
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

```
### เงื่อนไข 1 ###
        if(yobs[i]<0 & i>=1 & i<=n[1] ){
        repeat{
                xc1[i]<-rnorm(1,0,sqrt(a))
                xc2[i]<-rnorm(1,0,sqrt(b))
                yctrue[i]<-500+xc1[i]+xc2[i]
                ycobs[i]<-yctrue[i]+eLN[i]
                        if(ycobs[i]>=0){
                        break
                        }
                } ##end loop do while
        Q[i]<-ycobs[i]
        P<-c(P,Q[i])
        } else
##### เงื่อนไข 2 #####
        if(yobs[i]>=0){
                xc1[i]<-xM1[i]
                xc2[i]<-xM2[i]
                yctrue[i]<-ytM[i]
                ycobs[i]<-yobs[i]
                Q[i]<-ycobs[i]
                P<-c(P,Q[i])
        }
}
xmc1<-matrix(xc1,c(n[1],1))
xmc2<-matrix(xc2,c(n[1],1))
ymcobs<-matrix(P,c(n[1],1))##yobs##
ymctrue<-matrix(yctrue,c(n[1],1))##ytrue##
###สร้างวิธีการประมาณค่า 3 วิธี###
###วิธี OLS###
OLS<-lm( ymcobs ~ xmc1+ xmc2)
yhatOLS<-OLS$fit
```

```
        ###คำนวณค่า MSE ของวิธี ols###
        mse_OLS<-sum((ymctrue-yhatOLS)^2)/n[1]
        TOTAL_mse_OLS<-c(TOTAL_mse_OLS,mse_OLS)
        ##วิธี WlS##
        r<-OLS$res
wls<-lm( ymcobs ~ xmc1+ xmc2 , weights=1/1+(abs(r)))
yhatwls<-wls$fit
###คำนวณค่า MSE ของวิธี wls###
        mse_WLS<-sum((ymctrue-yhatwls)^2)/n[1]
        TOTAL_mse_WLS<-c(TOTAL_mse_WLS,mse_WLS)
        ## วิธี Box-cox Transformation##
        fitbox<-boxcox(lm(ymcobs~xmc1+xmc2))
        ##เลือก lambda##
        lamb<-fitbox$x[fitbox$y==max(fitbox$y)]
          ##เลือกเงื่อนไขของค่า lambda  ##
                if(lamb == 0 ){
                        BOX<-lm(log(ymcobs)~xmc1+xmc2)
                        yhatboxtrans<-BOX$fit
                        yhatbox<-exp(yhatboxtrans)
                }else
                if(lamb < 0 | lamb > 0 ){
                        BOX<-lm((((ymcobs^lamb)-1)/lamb)~xmc1+xmc2)
                        yhatboxtrans<-BOX$fit
                        yhatbox<-((lamb*yhatboxtrans)+1)^(1/lamb)
                }
        ###คำนวณค่า MSE ของวิธี box-cox transformation###
        mse_BOX<-sum((ymctrue-yhatbox)^2)/n[1]
        TOTAL_mse_BoxCox<-c(TOTAL_mse_BoxCox,mse_BOX)
        }}
        #####COUNT TIME#####
        pie(c(k,nloop-k),c(k,nloop-k),radius=1,main=paste(a,b,sep=','),clockwise=T)
        } # end loop total
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

```
        mse<-data.frame(TOTAL_mse_OLS,TOTAL_mse_WLS,TOTAL_mse_BoxCox,D,S)
        mse<-split(mse,paste('Delta =',D,',VarE =',S))
        mse<-sapply(mse,colMeans)
        write.csv(mse[1:3,],file=paste0('D:/LnY/skew_0.5/LnY_s0.5_1.1_25_450/LnY',a,'_'
,b,'_',n[1],'.csv'))
        }}
```

#####กรณีที่ 2 ค่าความคลาดเคลื่อนแจกแจงแบบแกมมา #####

```
d<-read.csv('D:/Gx1/ln_gam.csv',header = TRUE,sep=",")

        attach(d)

        ### กำหนดระดับ delta###

        delta<-c(0,0.1,0.3,0.5)

        ### กำหนดค่าแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ###

        sigma_error<-c(450,900,1800)

        ### กำหนดขนาดตัวอย่าง ###

        n<-c(25,50,100)

        ### กำหนดค่าแปรปรวนของตัวแปรอิสระ x1&x2###

        x1<-c(300,450,600)

        x2<-c(600,450,300)

        library(MASS)

        nloop=5000

        for( a in x1){

        for( b in x2){

        TOTAL_mse<-c()

        TOTAL_mse_OLS<-c()
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

```
TOTAL_mse_WLS<-c()

TOTAL_mse_BoxCox<-c()

loop_total<-c()

D<-c()

S<-c()

###กำหนดLoopเริ่มต้น ###

for ( k in 1:nloop){

###กำหนดตัวแปรอิสระ x1 และ x2###

x1<-rnorm(n[1],0,sqrt(a))

x2<-rnorm(n[1],0,sqrt(b))

xM1<-matrix(x1,c(n[1],1))

xM2<-matrix(x2,c(n[1],1))

###Loop ของ delta กับค่าแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ###

for( d in delta){

for( s in sigma_error){

D<-c(D,d)

S<-c(S,s)

###สร้าง y ไม่รวม error ###

yt<-500 + xM1  + xM2

ytM<-matrix(yt,c(n[1],1))

###สร้างค่าแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน ###
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

```
        verror<-(abs(xM1))^d ##กรณีค่าคลาดเคลื่อนขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ
        verror<-(abs(ytM))^d ##กรณีค่าคลาดเคลื่อนขึ้นอยู่กับตัวแปรตาม
        verr<-matrix(verror,c(n[1],1))

        ###สร้างค่าความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงแบบแกมมา###

        eGM<-rgamma(n[1],gam_al[1],1/gam_be[1])

        meGM<-gam_al[1]*gam_be[1]

        ###ปรับค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนให้เป็นศูนย์###

        ad<-eGM-meGM

        e<-ad*verr

        error<-matrix(e,c(n[1],1))

        ###สร้าง y ค่าสังเกต ###

        yobs <-ytM+error
###เลือก y ค่าสังเกตให้มากกว่าศูนย์ ###

        P<-c()

        Q<-c()

        xc1<-c()

        xc2<-c()

        ycobs<-c()

        yctrue<-c()
 for( i in 1:length(yobs)){

        ### เงื่อนไข 1 ###

                if(yobs[i]<0 & i>=1 & i<=n[1] ){
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

```
repeat{
        xc1[i]<-rnorm(1,0,sqrt(a))
        xc2[i]<-rnorm(1,0,sqrt(b))
        yctrue[i]<-500+xc1[i]+xc2[i]
        ycobs[i]<-yctrue[i]+eGM[i]
            if(ycobs[i]>=0){
            break
            }
        } ##end loop do while
    Q[i]<-ycobs[i]
    P<-c(P,Q[i])
    } else
##### เงื่อนไข 2 #####
    if(yobs[i]>=0){
        xc1[i]<-xM1[i]
        xc2[i]<-xM2[i]
        yctrue[i]<-ytM[i]
        ycobs[i]<-yobs[i]
        Q[i]<-ycobs[i]
        P<-c(P,Q[i])
    }
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

```
        }
        xmc1<-matrix(xc1,c(n[1],1))
        xmc2<-matrix(xc2,c(n[1],1))
        ymcobs<-matrix(P,c(n[1],1))##yobs##
        ymctrue<-matrix(yctrue,c(n[1],1))##ytrue##
###สร้างวิธีการประมาณค่า 3 วิธี###
        ###วิธี OLS###
        OLS<-lm( ymcobs ~ xmc1+ xmc2)
        yhatOLS<-OLS$fit
        ###คำนวณค่า MSE ของวิธี ols###
        mse_OLS<-sum((ymctrue-yhatOLS)^2)/n[1]
        TOTAL_mse_OLS<-c(TOTAL_mse_OLS,mse_OLS)
        ##วิธี WlS##
        r<-OLS$res
        wls<-lm( ymcobs ~ xmc1+ xmc2 , weights=1/1+(abs(r)))
        yhatwls<-wls$fit
        ###คำนวณค่า MSE ของวิธี wls###
        mse_WLS<-sum((ymctrue-yhatwls)^2)/n[1]
        TOTAL_mse_WLS<-c(TOTAL_mse_WLS,mse_WLS)
        ## วิธี Box-cox Transformation##
        fitbox<-boxcox(lm(ymcobs~xmc1+xmc2))
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

```
##เลือก lambda##
lamb<-fitbox$x[fitbox$y==max(fitbox$y)]
  ##เลือกเงื่อนไขของค่า lambda  ##
        if(lamb == 0 ){
                BOX<-lm(log(ymcobs)~xmc1+xmc2)
                yhatboxtrans<-BOX$fit
                yhatbox<-exp(yhatboxtrans)
        }else
        if(lamb < 0 | lamb > 0 ){
                BOX<-lm((((ymcobs^lamb)-1)/lamb)~xmc1+xmc2)
                yhatboxtrans<-BOX$fit
                yhatbox<-(((lamb*yhatboxtrans)+1)^(1/lamb)
        }
###คำนวณค่า MSE ของวิธี box-cox transformation###
mse_BOX<-sum((ymctrue-yhatbox)^2)/n[1]
TOTAL_mse_BoxCox<-c(TOTAL_mse_BoxCox,mse_BOX)
}}
#####COUNT TIME#####
pie(c(k,nloop-k),c(k,nloop-k),radius=1,main=paste(a,b,sep=','),clockwise=T)
} # end loop total
mse<-data.frame(TOTAL_mse_OLS,TOTAL_mse_WLS,TOTAL_mse_BoxCox,D,S)
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

```
        mse<-split(mse,paste('Delta =',D,',VarE =',S))

        mse<-sapply(mse,colMeans)

        write.csv(mse[1:3,],file=paste0('D:/Gx1/skew_0.5/Gx1_s0.5_1.1_25_450/Gx1',a,'_'
,b,'_',n[1],'.csv'))

        }}
```


จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวฑิฆัมพร บุญญมาส เกิดวันพุธที่ 29 มีนาคม พ.ศ.2532 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาสถิติ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ในปีการศึกษา 2553 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2555

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University